

# Documentación gráfica mediante fotogrametría digital de la cúpula del Pantheon en Roma

Licinia Aliberti  
Fernando Altozano García

El trabajo presentado ofrece un ejemplo de aplicación de las nuevas tecnologías en el campo de la fotogrametría digital convergente aplicadas al levantamiento arquitectónico, práctica íntimamente conectada al análisis constructivo de edificios. La posibilidad de trabajar con herramientas informáticas de alto potencial pero de fácil utilización que no necesitan instrumentos de alta precisión ni el trabajo conjunto de varios operadores, permite realizar levantamientos indirectos de objetos complejos con cierta sencillez. En este caso se ha elegido como modelo de estudio el intradós de la cúpula del Pantheon en Roma. La especial configuración geométrica del interior de la cúpula permite un fácil reconocimiento de puntos de una imagen a la otra y por ello un control adecuado de los proyectos de restitución mediante fotogrametría. La presencia de los casetones que tiene a nivel perceptivo una fundamental importancia para poder reconstruir mentalmente la forma esférica de la superficie y su enorme tamaño sirve al mismo tiempo como característica de gran eficiencia en este trabajo de restitución.

Los datos obtenidos mediante fotogrametría se han utilizado para elaborar una documentación gráfica del intradós de la cúpula y su forma empleando herramientas informáticas de dibujo vectorial que han permitido el estudio y cálculo promediado de los resultados.

## OBJETO DE ESTUDIO

Considerado el alto nivel de las investigaciones realizadas desde el Renacimiento hasta nuestros días so-

bre el Pantheon simplemente se limitará esta breve introducción a contextualizar el objeto de estudio y a poner en resalto los aspectos más útiles para la comprensión del trabajo de levantamiento del intradós de la cúpula.

La construcción del Pantheon se realizó entre el 118 y el 128 d.C. gracias a una serie de condiciones históricas y progresos tecnológicos que se habían ido desarrollando en las épocas anteriores. El tipo de bóveda cementicia de geometría esférica sobre planta circular había sido experimentado en varias ocasiones y lugares con dimensiones distintas pero con el mismo sistema constructivo. La posibilidad de innovar las formas de los sistemas de cubrición se fundaba en el descubrimiento de una técnica novedosa, el *opus caementicium*, basada sobre la disposición alterna de estratos de piedras u otros inertes con estratos de una mezcla de arenas volcánicas, cal y agua ejecutada en obra en estado húmedo y amorfo que al secarse asumía una gran resistencia. La versatilidad del material que podía adaptarse perfectamente a cualquier tipo de encofrados y sus posibilidades estructurales que aseguraban gran resistencia a los esfuerzos de compresión permitían experimentar nuevas formas; entre ellas las bóvedas sobre planta circular son quizás las que más sorprenden.

Choisy ([1873] 1999, 72) describe el comportamiento estructural de las bóvedas sobre planta circular afirmando que «cada rebanada horizontal forma un anillo que tiende a mantenerse en equilibrio por sí solo; por esta razón, una cúpula de planta perfecta-

mente circular precisa más un molde, que permita controlar su curvatura, que un esqueleto resistente». Este concepto lo aplicaban los romanos para la construcción de bóvedas semiesféricas sobreponiendo anillos progresivamente más pequeños que se iban apoyando el uno sobre el otro utilizando el nuevo *opus caementicium* que aseguraba ligar perfectamente las partes y conformar un intradós continuo. A través del tratamiento de los encofrados era posible incluso introducir temas decorativos como los caseones de formas geométricas. Las cimbras eran generalmente de madera aunque dada la escasez del material se sustituían a veces con ladrillos planos que quedaban embebidos en la estructura y se revestían con un estrato de mortero continuo en toda la cúpula.

Estas cúpulas eran de sección variable. La forma interna geoméricamente definida no correspondía con el exterior donde en algún caso los muros seguían verticalmente hasta la terminación, en otros se generaban unos escalonamientos que iban aproximando el extradós al intradós convergiendo en la parte superior con una notable reducción del espesor de la estructura como en el caso del Pantheon. La parte exterior siempre estaba cubierta por un estrato de *opus siginum*, cemento prensado que funcionaba como impermeabilizante.

Entre los ejemplos significativos de cúpulas esféricas anteriores a la construcción del Pantheon tenemos que mencionar como primero en orden cronológico las termas de Agrippa construidas en Roma entre el 25 y el 19 a.C. cuyos restos son actualmente muy deteriorados y se encuentran a poca distancia de la Rotonda. La tipología de los edificios termales produjo grandes innovaciones formales y constructivas y especialmente con las termas públicas de Agrippa se señaló la necesidad de realizar grandes espacios y multiplicar los volúmenes en amplitud y altura.

Encontramos otro importante ejemplo en el grande complejo termal del área arqueológica de Baia<sup>1</sup> en las proximidades de Napoles: el llamado Templo de Mercurio, edificio circular cubierto por una cúpula semiesférica con óculo central todavía completamente integra. La cúpula de la sala tiene un diámetro de 21,55 m y está realizada en pequeños bloques de tufo unidos con el mortero romano datando la primera mitad del siglo I d.C. La entera zona de los Campos Flégreos donde se sitúa el edificio sufre el fenómeno del bradisismo así que actualmente el nivel freático se encuentra a la altura de las bases de la cúpula y el espacio está inundado (Fig. 1).

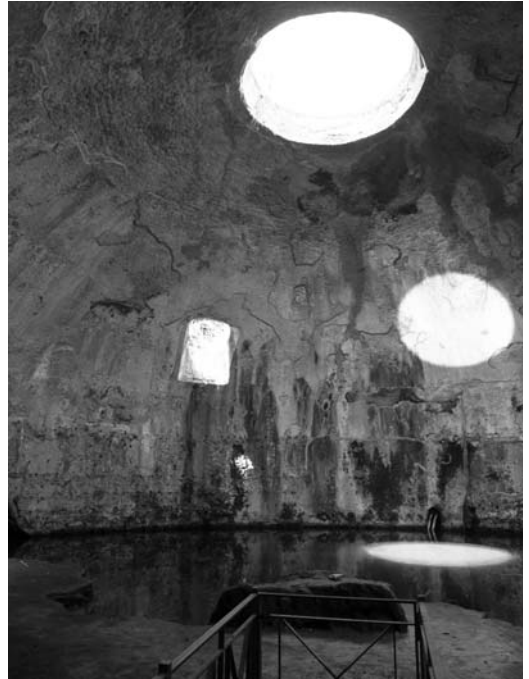


Figura 1  
Fotografía del interior del llamado Templo de Mercurio en Baia, Napoles (Aliberti 2011)

Recordamos también la sala octogonal de la Domus Aurea construida por Nerón después del 64 d.C. cubierta por una cúpula que superaba los 13 m de diámetro y que tanto influenció las arquitecturas sucesivas por la utilización del polígono en planta, por su relación con el espacio abierto contiguo y por la admirable manera de realizar su cubierta.

Sin duda la aportación de la obra de Adriano en la construcción de cúpulas fue determinante. Todavía no se conoce con exactitud la participación del emperador en la ideación de las obras realizada en su época ni cuales fuesen los arquitectos que trabajaban para la realización de sus proyectos. Cierto es que con Adriano se realizó la construcción del Pantheon en el lugar del antiguo templo construido por Agrippa; con este monumento se llega a forzar hasta los límites las posibilidades de la nueva técnica realizando una estructura de dimensiones increíbles.

En el mismo periodo se realizaban en la construcción de la Villa Adriana muchos otros experimentos

sobre las cúpulas de cemento aplicando una gran variedad de combinaciones y formas en el mismo proyecto para espacios distintos. Las dimensiones son reducidas en comparación con las del Pantheon pero los conceptos base y las técnicas constructivas son comparables.

Mencionamos aquí solo algunos de los modelos más estudiados (Lucchini 1997): las salas rotondas de las termas pequeñas y de las termas grandes dedicadas a las *sudationes* y a los baños de arena, los grandes ambientes dedicados a las reuniones y fiestas (*caenatio*), el Heliocaminus,<sup>2</sup> el Templo de Apollo y la sala circular del Belvedere en la Academia (Fig. 2), el vestíbulo de la Plaza de Oro.

En general las cúpulas de la Villa Adriana presentan distintas características constructivas, formales, de relaciones espaciales, colocándose sin duda entre los ejemplos más utilizados como referencia entre los ambientes con planta central y con cubierta abovedada.



Figura 2

Fotografía del edificio de la Academia con la sala del Belvedere a la izquierda y el Templo de Apollo a la derecha según la maqueta de Italo Gismondi de 1956 (Aliberti 2011)

La cúpula del Pantheon tiene forma semiesférica con un diámetro interno de 148 pies romanos (Licht 1968; Lucchini 1996; Wilson Jones 2001) y apoya en un muro circular conectado al pórtico de acceso a través de una zona de transición. Teniendo como base esta hipótesis nos proponemos con este trabajo estudiar la geometría del intradós de la cúpula para averiguar su correspondencia con la esfera ideal. Considerando el pie romano como equivalente a 0,295 m el diámetro de la cúpula resulta de 43,80 m y esa es la medida de referencia utilizadas para esca-

lar los proyectos de restitución que se han desarrollado con programas configurados para trabajar en sistemas de medidas contemporáneos. En los textos y en los levantamientos antiguos y descripciones históricas del edificio se establece entre cúpula y tambor la proporción de 1:1 fijando en la cornisa que separa las dos partes el centro de la esfera ideal inscrita. En el diseño interior y exterior del edificio se siguen encontrando proporciones sencillas entre las partes como 1:1, 1:2 o 2:3, de acuerdo con los métodos de proporción utilizados por los romanos para agilizar la ejecución de una arquitectura que usaba múltiplos de una unidad base y sus derivados geométricos sencillos. El óculo tiene un diámetro de 30 pies mientras que el espesor del muro del tambor es aproximadamente de 20 pies (Waddell 2008).

Considerando la cúpula en relación al extradós se puede afirmar que hasta cierto nivel funciona como un muro con voladizo continuo, luego hay una zona que al exterior está marcada por los escalonamientos y que sigue apoyándose por anillos en el muro inferior. Finalmente hay una última parte que en el extradós presenta curvatura esférica que corresponde a la terminación de la cúpula y que mide aproximadamente 33,5 m que se reducen a 24 m si restamos el diámetro vacío del óculo. Esta medida corresponde a los estándares utilizados por los romanos anteriormente a la construcción del Pantheon, como el ya mencionado Templo de Mercurio en Baia con un diámetro de 21,55 m, y posteriormente, como el Templo de Minerva Medica con un diámetro de 24,8 m (Martines 2009).

Los estudios realizados a lo largo de las obras de restauración a principio del siglo XX han permitido averiguar por primera vez la composición de la cúpula (Fig. 3) que está formada por franjas horizontales de *opus caementicium* realizado usando materiales inertes que se aligeran progresivamente: fragmentos de ladrillos, de ladrillo y tufo, de tufo y piedras volcánicas muy ligeras (Terenzio 1933). El mortero puzolanico utilizado para la construcción del Pantheon es de optima calidad<sup>3</sup> y su acometida al lugar de la obra junto con los otros materiales necesarios para la construcción se consiguió gracias a un enorme trabajo de organización (Lucchini 1996).

El intradós de la cúpula está fraccionado por la presencia de los casetones de forma trapezoidal que producen aristas y sombras y así definen el factor

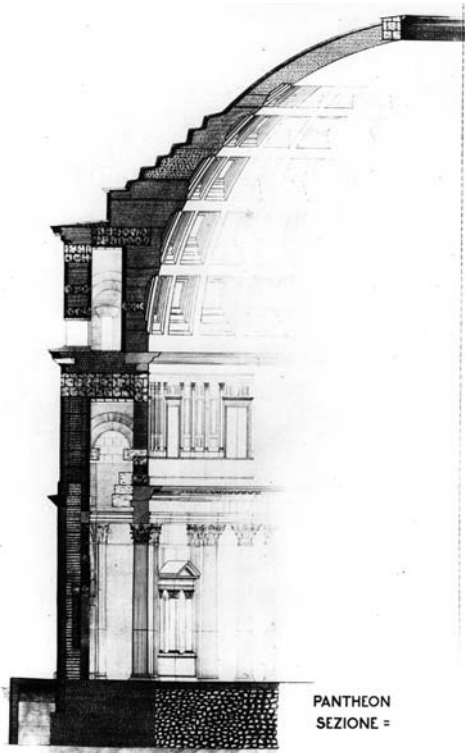


Figura 3  
Sección del Pantheon con la indicación de las variaciones de los materiales, la posición de los *bipedales*, los elementos de piedra (Terenzio 1933)

geométrico y de escala necesario para la percepción completa de la superficie esférica continua. Los casetones con sus articulaciones en planos distintos y sus variaciones proporcionales de forma y dimensiones son puntos de referencia para el ojo del observador que desde cualquier posición del interior percibe con inmediata certeza el fundamento geométrico de la superficie (Fig. 4). Se desconoce el procedimiento constructivo que se utilizó para realizar los casetones. Dos son las hipótesis más difundidas: una ve la posibilidad de la existencia de una entera estructura semiesférica de madera formada por meridianos y paralelos que sostenían los moldes de los casetones; otra hipótesis más acreditada por ser más práctica y económica es la que ve la posibilidad de la fabricación de cimbras parciales apoyadas en el último ani-



Figura 4  
Fotografía del intradós de la cúpula del Pantheon (Aliberti 2010)

llo de *opus caementicium* realizado y resistente y que se desplazaban a través de unos sistemas de cuerdas fijadas al centro de la planta (Lucchini 1997).

#### LEVANTAMIENTO MEDIANTE FOTOGRAMETRÍA

##### Condiciones generales, toma de datos y orden de trabajo

El importante desarrollo de las tecnologías digitales aplicadas a la fotografía y al levantamiento permiten en la actualidad realizar trabajos complejos utilizando herramientas de fácil alcance. La posibilidad de trabajar con imágenes digitales y de actuar con interfaces gráficas y programas digitales compatibles entre ellos ofrece la posibilidad de realizar el tratamiento integrado de datos y el cálculo directo de las características métricas de los objetos de estudio. El levantamiento arquitectónico amplía sus posibilidades aunque en cualquier operación de este tipo queda sin duda la necesidad de fijar unos criterios de trabajo claros, ordenados y acordes con el edificio específico estudiado.

El levantamiento del intradós de la cúpula del Pantheon se ha realizado utilizando fotografías tomadas con una cámara reflex digital de alta definición (Canon EOS 5D, fecha de producción 2006, sensor CMOS 35,8 × 23,9 mm de 13,3 MP, 12,8 MP efectivos). Se han empleado lentes fijas que han sido inter-

cambiadas según las necesidades (Canon 50 mm, 1:1.4; Canon 24 mm, 1:2.8; Canon 100 mm, 1:2.8). La calidad de las imágenes ha permitido la realización de la restitución por fotogrametría con suficiente precisión especialmente gracias al gran tamaño del sensor digital y a su alto grado de fidelidad en la reproducción de las imágenes tomadas.<sup>4</sup>

Las características de iluminación del interior del Pantheon han permitido realizar la toma de datos sin dificultades y el trabajo de campo se ha desarrollado en dos días de julio en horarios distintos para evitar la pérdida de definición en la zona que recibe iluminación directa desde el óculo y que resulta inevitablemente en sobreposición.

Las tomas se han realizado siguiendo diversos criterios para poder efectuar la restitución a partir de datos distintos y poder comparar los resultados obtenidos. Las imágenes se han organizado en series y catalogado según la cronología de toma y las características técnicas de las mismas.

El trabajo tiene como primer objetivo la reconstrucción del volumen general de la cúpula del Pantheon para luego pasar a una mayor definición de la misma utilizando un tratamiento más detallado de alguna de sus partes.

Para poder realizar la restitución mediante fotogrametría se ha efectuado la calibración de la cámara, operación necesaria para controlar las posibles distorsiones generadas en el proceso de toma de fotos. El programa Photo Modeler Scanner V.6 ejecuta automáticamente la calibración y evalúa y selecciona los datos para obtener el mejor resultado.

Los primeros proyectos de restitución han tenido como finalidad la definición de la geometría general de la cúpula, sucesivamente se han ido añadiendo más detalles como los distintos niveles de casetones y el estudio cercano de dos sectores verticales (Fig. 5).

Una vez realizada una serie de ajustes de los proyectos de restitución para asegurar un limitado error de cálculo, se han exportado los modelos tridimensionales en formato .dxf y .3dm para poderlos manejar y estudiar con programas de dibujo vectorial, en este caso se ha utilizado alternativamente el Autocad 2009 y el Rhinoceros 4.0. En esta fase se ha orientado el modelo con más precisión tomando como bases los puntos generados por PM y generando alguna línea auxiliar fijada como referencia de las direcciones horizontal y vertical.

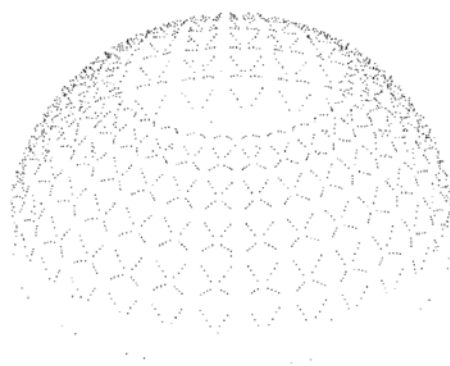


Figura 5  
Vista del modelo tridimensional de puntos obtenido mediante fotogrametría con indicación de todos los niveles de los casetones

### Configuración geométrica general

Según las descripciones históricamente reconocidas del Pantheon la cúpula tiene forma esférica con centro en la cota de la cornisa que separa la misma desde el ático del tambor. Se ha prestado especial atención a este dato intentando comprobarlo en los distintos modelos y tomando la línea de la cornisa como referencia base de comparación entre las series puesto que la cota del suelo aparece sólo en dos de los proyectos de restitución fotogramétrica. En el levantamiento se han reconstruido de manera aproximada algunos puntos de referencia del ático y del suelo únicamente para ofrecer una visión general del interior del edificio y reconstruir el cilindro ideal teóricamente circunscrito a la esfera.

Para poder comparar los distintos modelos se efectuado por cada uno de ellos un giro de puntos que ha permitido alinearlos todos en un solo plano y calcular así el perfil medio de la cúpula. Los puntos se han rotado en base al punto medio de los centros de todas las circunferencias ideales de cada nivel. Dichas circunferencias se han obtenido como media de los puntos del modelo haciendo uso de una herramienta digital de cálculo aproximado (Fig. 6).

Una vez tratados los modelos se han comparados distintos parámetros para evaluar la mayor o menor correspondencia entre las versiones generadas siguiendo criterios distintos.

Todas las versiones se acercan a la geometría esférica aunque la posición del centro de la esfera ideal

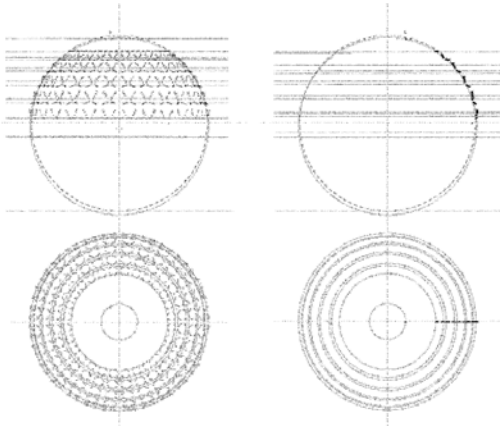


Figura 6  
Estudio de uno de los modelos obtenidos mediante fotogrametría. Proyección en planta y alzado y giro de puntos para poder indicar el perfil medio de la cúpula

va variando. Este dato se ha obtenido pormenorizando los puntos girados en un mismo plano y obteniendo a partir de ellos el perfil medio. Resulta que en todos los modelos el centro de la esfera ideal se coloca con mayor o menor distancia por debajo de la línea de la cornisa que separa la cúpula del ático.<sup>5</sup> Como consecuencia en el modelo obtenido la cúpula no es exactamente una semiesfera sino un casquete que casi corresponde a la mitad de la esfera si consideramos la gran escala del objeto. Se nota claramente que la línea del suelo resulta a una cota superior respecto a la altura de la esfera. Estos mismos datos aparecen en otros levantamientos recientes en forma más reducida (Licht 1968; Pelletti 1989; Graßhoff et al. 2009). Según el levantamiento de Pelletti (1989) aunque el centro de la esfera se encuentre por debajo de la cota de la cornisa, esta misma divide en dos partes iguales la distancia desde el suelo en el punto central de la planta hasta el punto virtual máximo de la cúpula. En este caso específico no se ha realizado un estudio suficientemente detallado del estado y forma del suelo para poder aportar alguna observación adjunta sobre la configuración entera del interior del edificio siendo la cúpula el objeto de estudio principal (Fig. 7).

Los puntos que definen las circunferencias superiores e inferiores de los cinco órdenes de casetones

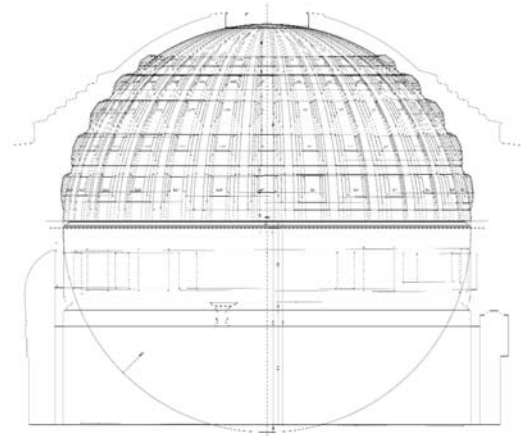


Figura 7  
Sección transversal con indicaciones de la construcción del alzado del intradós de la cúpula y trazado de la esfera ideal con el centro colocado por debajo de la línea de la cornisa según los datos del levantamiento realizado

resultan aproximadamente alineados respecto a los planos horizontales que tendrían que contenerlas y las rectas medias que definen sus cotas se han encontrado a través de un cálculo informático similar al utilizado anteriormente para calcular los centros medios de varias circunferencias. Las cotas de los puntos externos de los casetones y de los puntos que indican el óculo son similares en los distintos modelos no presentando especiales diferencias.

Para poder estudiar más detenidamente el objeto y dibujar su documentación gráfica se han construido unos esquemas de planta y alzado de la cúpula casetonada operando directamente en el plano y utilizando como base la proyección de los puntos del modelo tridimensional obtenido por fotogrametría.

Se ha constatado una leve asimetría en la disposición de los casetones evidente en planta y en alzado. Si orientamos la planta perpendicularmente a la entrada podemos notar que la disposición de los casetones en el hemisferio frontal no resulta simétrica respecto al eje vertical. Además los casetones están dispuestos radialmente pero las líneas laterales que los limitan no convergen en el centro de la esfera ideal lo que nos indica que no son círculos máximos

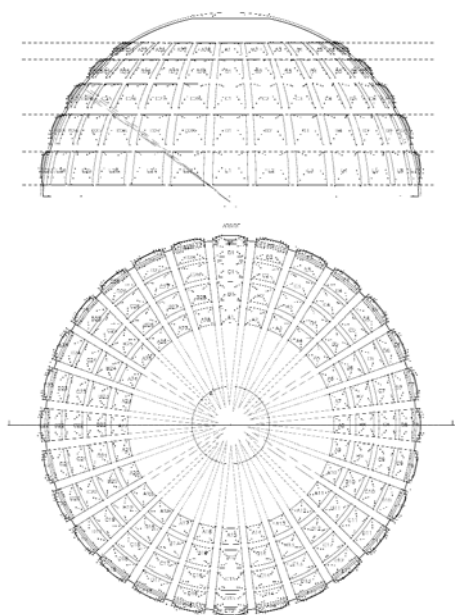


Figura 8  
Planta y sección transversal con indicaciones de las rectas y circunferencias medias trazadas en base a los puntos del modelo tridimensional obtenido mediante fotogrametría

de la misma (Fig. 8). El tamaño de los casetones varía muy ligeramente, sólo hay una diferencia notable en el casetón del primer orden en el eje de la entrada que mide 0.12m más de lo normal, por consecuencia también los otros casetones del mismo sector resultan más anchos respecto a las medidas estándar. Posiblemente esta diferencia sea debida a la intención de marcar de alguna manera el eje de acceso y el primer sector visualmente perceptible de la cúpula.

### El modelo teórico

Consideradas las características de la cúpula reconstruida mediante fotogrametría y sus irregularidades hemos decidido estudiar a través de comparaciones directas las relaciones entre el modelo levantado y el modelo teórico descrito en los textos y dibujos históricos.

Al fin de realizar esta operación se ha construido un modelo tridimensional a partir de los datos teóricos

que fijan el centro de la esfera a la cota de la cornisa que separa la cúpula del ático y la disposición de los casetones radial y uniforme. La sección del Pantheon ha sido objeto de interés desde el Renacimiento hasta nuestros días y muy numerosos son los dibujos existentes. Entre los primeros autores a realizar un estudio completo en proyecciones ortogonales del monumento recordamos Serlio (1554) y Palladio (1570) que aunque publiquen las medidas y los dibujos en escala mantienen respeto al edificio la actitud típica de los tratadistas más interesados a cierto ideal de la arquitectura que a las medidas reales. El primer levantamiento riguroso se adscribe a Antoine Desgodets (1779) y el siguiente a Francesco Piranesi (1790), que pudo estudiar el edificio a lo largo de unos trabajos de restauración del mismo. En ambos casos el centro de la esfera ideal se coloca exactamente en la cornisa que separa la cúpula del ático y los casetones se distribuyen con geométrica precisión contrastando los levantamientos más recientes realizados con medios modernos que detectan pequeñas irregularidades.

Se ha proyectado el modelo obtenido para poder dibujar su planta y sección y compararlas con la planta y sección construidas a partir de los modelos obtenidos por fotogrametría. Las dos versiones no coinciden exactamente revelando sobre todo una diferencia en la cota final y en las cotas de los distintos órdenes de casetones, diferencia que va aumentando con la distancia a la cornisa. Estos desfases son debidos sobre todo al hecho que en el modelo construido por fotogrametría el centro de la esfera se sitúa por debajo de la línea de la cornisa lo que conlleva evidentemente las diferencias mayores con el modelo ideal (Fig. 9).

A raíz de los desajustes indicados se ha decidido profundizar el análisis del modelo obtenido por fotogrametría centrándose en su geometría general. Para efectuar el estudio de la forma de la cúpula se han realizado dos modelos tridimensionales a partir de los puntos externos de todos los casetones.

El primer modelo se ha realizado triangulando los puntos con superficies planas para luego generar una serie de curvas de nivel que al estar suavizadas permiten reconstruir con cierta precisión la superficie aproximada utilizando el programa informático Top-Cal. En la superficie obtenida como triangulación de puntos no ha sido posible completar la forma de la bóveda en su parte superior por falta de elementos de referencia suficientes.

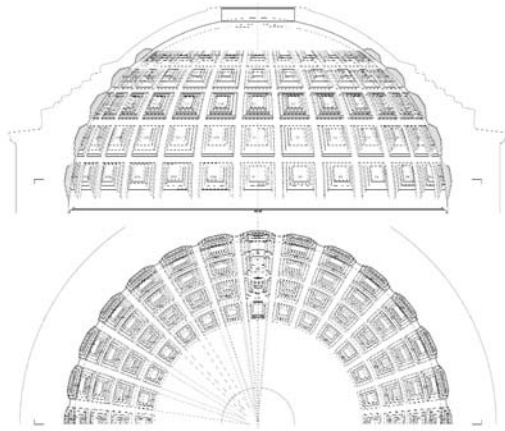


Figura 9  
Sobreposición en planta y alzado del modelo teórico del Pantheon descrito en los textos y dibujos históricos (línea continua) con la documentación obtenida mediante fotogrametría (línea discontinua)

El segundo modelo se ha realizado construyendo la esfera media a partir de todos los puntos utilizando las herramientas de Rhinoceros 4.0. De tal manera se comprueba la geometría ideal de la cúpula puesto que los puntos resultan aproximadamente alineados con la superficie esférica. Aunque haya varios puntos que se alejan de la superficie sus distancias son poco relevantes respetos a la escala de la entera cúpula.

A partir de las superficies generadas se han realizado una serie de curvas de nivel en planta y en sección en los dos modelos y se han solapado manteniendo como referencia base la proyección de los puntos generados mediante la restitución por fotogrametría. Se han realizado también unas comparaciones directas entre los modelos tridimensionales de las dos superficies para averiguar su correspondencia.

Desde la observación de las comparaciones descritas la superficie obtenida por triangulación de puntos que consideramos la más cercanas al levantamiento realizado parece aproximarse con evidencia a la esfera ideal aunque sus curvas de nivel no son circunferencias exactas resultando más fieles a las irregularidades puntuales de la superficie real.

## Los casetones

La restitución de los casetones se ha realizado a través de un estudio de detalle de dos sectores de la cúpula, el correspondiente a la entrada y otro diametralmente opuesto. En estos modelos de detalle la curvatura no corresponde exactamente a la encontrada con los estudios generales puesto que no se ha generado una suficiente cantidad de puntos para poder efectuar el giro y encontrar un valor medio. Por este motivo se ha hecho referencia a los modelos generales para adaptar la geometría de los detalle de sectores. La observación cercana de los lacunarios ha permitido poner a la luz la característica geometría de estos elementos y reconstruir en la medida de lo posible su configuración ideal a partir de los dos casos específicos estudiados.

A través del estudio de los casetones se notan ciertas alineaciones de las esquinas de los niveles internos con las esquinas externas y una evidente simetría respecto al eje vertical y asimetría respecto al centro de la figura. Se ha reconstruido el alzado y la sección de los casetones ideales respetando la inclinación media de las diagonales encontradas y la cota de los puntos de los modelos de los dos sectores levantados consiguiendo ajustar los escalonamientos internos de manera que sean congruentes con sus proyecciones vertical y horizontal (Fig. 10). Los ca-

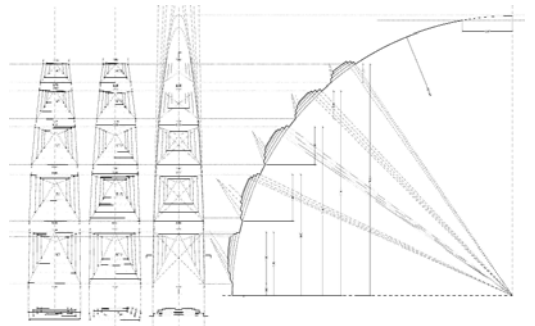


Figura 10  
Alzado de los sectores correspondientes a los dos extremos del eje de la entrada y alzado y sección de un sector ideal generado a partir del estudio de las alineaciones de los casetones levantados mediante fotogrametría



setones presentan una evidente tendencia a la proporcionalidad y su configuración deriva de necesidades perceptivas.

Consideradas las dimensiones de la cúpula los casetones resultan en escala igualmente importantes. En el primer orden miden aproximadamente 4 m de ancho, reduciéndose a casi la mitad en el quinto orden para adaptarse al progresivo estrechamiento de la esfera.<sup>6</sup> Cada casetón está compuesto por cuatro planos rehundidos progresivamente, sólo en el quinto nivel se realizan tres planos puesto que el espesor de la cúpula en esta zona es muy reducido y al realizar el cuarto rehundimiento habría llegado a ser demasiado pequeño. Los escalonamientos entre los planos se realizan perpendicularmente excepto que en la parte inferior de los casetones donde se utiliza un plano inclinado para acordar los niveles. Probablemente la geometría de los casetones está vinculada a los efectos perceptivos de los mismos ya que cortando todos los escalonamientos radialmente parte de los niveles internos de los casetones resultarían ocultos a un observador situado a la cota del suelo, mientras que desplazando los escalonamientos hacia la parte superior de manera que sean más verticales se asegura la percepción permanente de los niveles y de las aristas que los separan. En los primeros dos órdenes de casetones el espesor del derrame es parecido mientras que disminuye notablemente en el tercero. Puesto que el quinto orden lleva solo tres planos, compositivamente habría sido un error que el plano más profundo del cuarto orden fuese más pequeño del último plano del quinto orden, de aquí la necesidad de compensar la reducción de dimensiones generales de los casetones incidiendo más en el derrame que en los planos.

Los casetones se ordenan en 28 sectores y cinco órdenes. Como hemos notado anteriormente la disposición no es perfectamente uniforme aunque la precisión del replanteo sorprende considerada la dificultad de dividir un cuarto circunferencia en siete partes iguales.<sup>7</sup>

La disposición de los casetones no tiene correspondencia con los huecos del ático, que aunque modificados en las intervenciones del siglo XVIII mantienen su posición original. La subdivisión del ático se realiza en 14 huecos mientras que los casetones se disponen en 28 sectores. Sin embargo cuatro sectores de casetones tienen correspondencia con la distribu-

ción de la parte inferior del tambor siendo alineados con el eje de la entrada y el eje transversal mientras que las dos diagonales alineadas con los ejes de los nichos restantes corresponden a la separación entre otras cuatro parejas de casetones. Para permitir estas correspondencias y asegurar unas proporciones adecuadas de estos elementos en la octava parte de la circunferencia se sitúan tres casetones y medio con una abertura angular respecto al centro de la esfera de 12.857°. Suponiendo que la octava parte de la circunferencia resultara subdividida en un número inferior o superior de casetones se abrían obtenido elementos demasiado grandes o demasiado pequeños, hecho que afectaría también las proporciones respecto a las dimensiones verticales puesto que para dejar una distancia suficiente desde el óculo la cota de terminación de la zona casetonada no podría ser muy distinta de la actual (Saalman 1988). En el levantamiento realizado el ángulo que forma cada casetón en planta con el centro de la esfera va variando ligeramente debido a las irregularidades de la superficie mientras que los puntos correspondientes a los distintos órdenes de casetones resultan aproximadamente alineados.

## CONCLUSIONES

Como conclusión de nuestro trabajo podemos afirmar que la experimentación del método ha producido resultados útiles para comenzar un análisis detallado del modelo de estudio que sin duda ofrece materia para consideraciones más profundas y extensas. La simplicidad de la realización de toma de datos y el directo control del programa de restitución junto con las condiciones favorables relativas a la reproducción de imágenes y al reconocimiento de puntos correlacionados han permitido desarrollar la investigación sin especiales dificultades.

Como resumen de consideraciones generales sobre el modelo tenemos que resaltar la aproximación muy cercana de la forma del intradós de la cúpula del Pantheon a la geometría esférica, el desfase del centro de la esfera ideal respecto a la cota de la última cornisa del ático, la leve asimetría en la disposición de los casetones, la casi completa alineación de las aristas verticales y horizontales que los definen, las características propias de la compleja geometría de los mismos casetones.

## NOTAS

1. En la misma área arqueológica hay que destacar también la presencia de otras dos cúpulas en peor estado de conservación: el llamado Templo de Venus de la edad adriana (117-138) con un diámetro interno de 26,30m (Adam 1988) y el llamado Templo de Diana con una cúpula ojival del diámetro interno de 29,50m construida con fragmentos de tufo de débil densidad en la segunda mitad del II siglo (Lucchini 1996). Situados en una zona contigua encontramos los restos de un enorme edificio circular con cubierta abovedada del II siglo, el Templo de Apolo en el Lago d'Averno, con un diámetro interno de aproximadamente 36m (Adam 1988), medida algo comparable al diámetro de la cúpula del Pantheon.
2. Numerosas fueron las experimentaciones formales y tecnológicas en la construcción de las cúpulas de la Villa Adriana. En particular el Heliocaminus era una cúpula semiesférica construida en *opus caementicium* donde se dejaron embebidas transversalmente en la estructura unas barras metálicas que sobresaliendo de la superficie de la cúpula permitían fijar una capa de ladrillos dejando una cámara de aire que llegaba a conectarse directamente con los conductos huecos situados en el suelo. De tal manera todas las superficies del ambiente irradiaban calor cuando circulaba en las cámaras creadas el aire caliente generado en los *praeurnia*, hornos de las instalaciones termales (Lucchini 1997).
3. El mortero utilizado para la construcción del Pantheon se consiguió mezclando una parte de cal con dos de puzolana y con un 15-20% de agua. La puzolana es una arena de origen volcánica y toma el nombre de *pulvis puteolanus* desde Pozzuoli, la localidad donde se encontró. Se ha calculado que su resistencia a compresión es alrededor de 200 kg/cm<sup>2</sup> y a tracción de 110-120 kg/cm<sup>2</sup> (Lugli 1957; Lucchini 1989).
4. El sensor de la cámara utilizada es un CMOS (siglas en inglés de *complementary metal-oxide-semiconductor*), un tipo de circuito integrado caracterizado por un consumo energético extremadamente reducido. La principal diferencia respecto al sistema de sensor CCD más difundido en el mercado es que en el CMOS cada pixel está asociado a un fotodiodo que recibe, amplifica y digitaliza la cantidad de luz correspondiente mientras que en el CCD el fotodiodo recibe la información y la envía al exterior para amplificarla y convertirla en señal digital. Una de las primeras ventajas encontradas es la lectura directa del valor lumínico del punto ya que el proceso de digitalización tiene lugar en la misma celda. Esto provoca entre otras cosas una reducción considerable de los costes de producción, un aumento de la sensibilidad del pixel y la eliminación del problema conocido como *blooming* por el cual en condiciones de

elevada iluminación de un pixel los puntos alrededor pueden resultar completamente saturados.

El otro factor que contribuye a la realización de imágenes de alta definición es el formato del sensor que se acerca notablemente al formato de una película de 135mm (35,8 × 23,9 mm contra los 35 × 24 mm de las cámaras analógicas). En las mismas condiciones de toma las cámaras que utilizan sensores de mayor dimensión capturan imágenes con menos ruido respecto a las que utilizan formatos inferiores.

5. En el modelo considerado más preciso, porque se basa sobre fotografías más convergentes y está constituido por un mayor número de puntos la posición del centro se sitúa a 0,71m por debajo de la línea de la cornisa, dato que se ha utilizado para la posterior restitución gráfica. Este proyecto de restitución generado con PM utiliza 8 fotografías realizadas con la lente de 24mm desde los cuadrantes de la Rotonda para permitir un suficiente ángulo de convergencia y comprende 2168 puntos correlacionados que corresponden a los cuatro niveles de los casetones de los primeros cuatro órdenes y a los tres niveles de los casetones del quinto orden.
6. El casetón del primer orden mide un promedio de ancho 4,02m y de alto 4,06m. Los siguientes órdenes van restringiendo la base del trapecio según las medidas 3,90m, 3,47m, 3,02m, 2,36m, y proporcionalmente reducen sus alturas. Los planos que conectan los rehundimientos progresivos no han sido fácilmente determinables en alguno de los casos debido a la dificultad de reconocimiento de las aristas en las imágenes fotográficas.
7. En 1796 Gauss demostró que es imposible construir un polígono de 7, 14 o 28 lados utilizando únicamente regla y compás. En el replanteo de la cúpula del Pantheon se utilizó probablemente el método del sofista Ippia de Elide del siglo V a.C. Ippia solucionó el problema con una curva que lleva su nombre (trisectriz de Ippia) que intersecada con siete rectas paralelas y equidistantes trazadas perpendicularmente a partir de uno de los radios extremos de un cuadrante de circunferencia marcan los puntos que unidos con el centro dividen el ángulo de 90° en siete partes iguales (Martines 1989).

## LISTA DE REFERENCIAS

- Adam, J.P. 1988. *L'arte di costruire presso i romani. Materiali e tecniche*. Milano: Longanesi Editori.
- Choisy, Auguste. [1873]1999. *El arte de construir en Roma*. Editado por S. Huerta y J. Girón. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- De Angelis D'Ossat, Guglielmo. 1938. La forma e la costruzione delle cupole nell'architettura romana. En *Atti del III Congresso Nazionale Di Storia dell'Architettura*, 223-250.

- Desgodets, Antoine. 1779. *Les edifices antiques de Rome*. Paris: Claude Antoine Jombert fils.
- Fine Licht, Kijeld de. 1968. *The Rotunda in Rome. A Study on Hadrian's Pantheon*. Copenhagen: Nordisk Forlag.
- Gambardella, Alfonso. 2002. *Dal Pantheon a Brunelleschi. Architettura, costruzione, tecnica*. Napoli: Edizioni Scientifiche Italiane.
- Graßhoff, G.; Heinzelmann, M.; Theocharis, N.; Wäfler, M. 2009. The Bern Digital Pantheon Project. Plates. Bern: Bern Studies.
- Lucchini, Flaminio. 1996. *Pantheon*. Roma: Carocci Editore.
- Lucchini, Flaminio. 1997. Le cupole di Adriano. En Conforti, Claudia. *Lo specchio del cielo. Forme, significati, tecniche e funzioni della cupola dal Pantheon al Novecento*, 9-21. Milano: Electa.
- Lugli, Giuseppe. 1957. *La tecnica edilizia romana con particolare riguardo a Roma e Lazio*. Roma: Giovanni Bardi Editore
- Martines, Giangiacomo. 1989. Argomenti di geometria antica a proposito del Pantheon. En *Quaderni dell'Istituto di Storia dell'Architettura*, XIII: 3-10. Roma: Multigrafica Editrice.
- Martines, Giangiacomo. 2000. The Relationship Between Architecture and mathematics in the Pantheon. En *Nexus Network Journal*, 2: 3.
- Palladio, Andrea. [1570] 1976. I quattro libri dell'architettura. Milano: Ulrich Hoepli.
- Pelletti, Marco. 1989. Note al rilievo del Pantheon. En *Quaderni dell'Istituto di Storia dell'Architettura*, XIII: 10-18. Roma: Multigrafica Editrice.
- Piranesi, Francesco. [1790] 1836. *Raccolta de' Tempj antichi*. Roma: Da' Torchi de' Fratelli Firmin Didot Libraj.
- Saalman, Howard. 1988. The Pantheon coffers: pattern and number. En *Architectura. Journal of the History of Architecture* 18: 121-122. Münschen: Deutscher Kunstverlag.
- Serlio, Sebastiano. [1554] 2001. *L'Architettura, I libri I-VII e Extraordinario nelle prime edizioni*. Editado por Francesco Paolo Fiore. Milano: Edizioni Il Polifilo.
- Terenzio, Alberto. 1933. La restauration du Pantheon de Rome. En *Conservation de monuments d'art et d'histoire*, 280-285. Paris: Institut de Coopération Intellectuelle.
- Waddell, Gene. 2008. *Creating the Pantheon. Design, Materials and Construction*. Roma: L'Erma di Bretschneider.
- Wilson Jones, Mark. 2003. *Principles of Roman Architecture*. Yale: Yale University Press.

