

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE MINAS

PROYECTO FIN DE CARRERA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
Y MÉTODOS INFORMÁTICOS

ANÁLISIS COMPARATIVO DE SERIES TEMPORALES DE PRECIOS DE
DIFERENTES METALES. OBTENCIÓN DE UNA SERIE-RESUMEN

GONZALO BARAÑANO MUÑOZ

SEPTIEMBRE DE 2013

TITULACIÓN: INGENIERO DE MINAS

PLAN: 1996

Autorizo la presentación del proyecto

**ANÁLISIS COMPARATIVO DE SERIES TEMPORALES DE PRECIOS DE
DIFERENTES METALES. OBTENCIÓN DE UNA SERIE-RESUMEN**

Realizado por

Gonzalo Barañano Muñoz

Dirigido por

Julián Alonso Martínez

Carlos Macías Evangelista

Firmado: Prof. Julián Alonso Martínez

Fecha: 11/10/2013

AGRADECIMIENTOS

Al profesor D. Julián Alonso, mi tutor en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas, que sin su ayuda no habría sido posible la realización de este Proyecto Fin de Carrera.

Al profesor D. Carlos Macías Evangelista, mi cotutor en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas.

A D. Manuel Hervás Maldonado, Secretario académico de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas, quien siempre ha estado animando, y aportando cualquier tipo de datos que nos fuera necesario.

Y, por último, a mis familiares, y especialmente a mi padre quien, con sus conocimientos elevados en las áreas de matemáticas e informática, nos ha permitido solventar las muchísimas dudas que nos han ido surgiendo.

Contenido

DOCUMENTO N°1: Memoria

1.OBJETIVO Y ALCANCE.	2
2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA TRATADO.	4
2.1 Introducción.	4
2.2 Metales.	5
2.2.1 Metales preciosos	6
2.2.2 Metales básicos	7
3.ANTECEDENTES.	8
3.1 Oro.	8
3.2 Plata.	12
3.3 Platino.	15
3.4 Paladio.	19
3.5 Aluminio.	23
3.6 Cobre.	25
3.7 Zinc.	27
3.8 Niquel.	29
3.9 Plomo.	31
3.10 Estaño.	33
3.11 Graficas de precios medios mensuales.	35
4. METODOLOGÍA DEL HAZ DE RECTAS.	40
4.1 Introducción.	44
4.2 Metodología del haz de rectas para la comparación de series temporales.	44
4.3 Fundamentos teoricos de la metodología del haz de rectas.	49
4.4 Condiciones de aplicación.	57
4.5 Homogenización de la escala.	59
4.6 Extracción del conjunto de curvas resumen	60
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.	62
5.1 Resultados obtenidos	62
5.2 Discusión de resultados.	72
6. CONCLUSIONES.	73

7. BIBLIOGRAFÍAa.	75
--------------------------	-----------

DOCUMENTO N° 2: ESTUDIO ECONÓMICO

1. Introducción al estudio económico.	78
2. Tiempo estimado para llevar a cabo el proyecto.	78
3. Costes.	79

DOCUMENTO N° 3: ANEXOS

ANEXO A: DATOS RECOGIDOS DE LOS 10 METALES DEL ESTUDIO.	84
ANEXO B : GRÁFICOS INDIVIDUALIZADOS COMPARANDO LA SERIE-MEDIA CON CADA UNA DE LAS SERIES DE LOGARITMOS DE PRECIOS MENSUALES Y MOSTRANDO LA LINEA DE REGRESIÓN ENTRE AMBAS..	88

Resumen.

El objetivo de este proyecto de investigación es analizar el conjunto de las diez series temporales, relativas a los precios de diez metales (plata, aluminio, oro, cobre, níquel, paladio, plomo, platino, estaño y zinc), comprendidos en el periodo de enero de 2008 a septiembre de 2013, con el objetivo de reducir la dimensionalidad del conjunto de datos y facilitar la comparación de los mismos y la predicción de valores futuros.

Para ello pretendemos aplicar una metodología, que nos permitirá deducir, a partir de una serie resumen y de unos coeficientes multiplicativos, la evolución del comportamiento de cualquier otro metal. Pese a la escasísima documentación existente al respecto, se valorará e intentará aplicarse una reciente metodología denominada "Metodología del haz de rectas"

Como herramienta de trabajo para los programas informáticos desarrollados y para representar las gráficas asociadas al proyecto, se utilizó Matlab®, habida cuenta de su enorme potencia y por disponer de un lenguaje de programación sencillo y lo suficientemente versátil para las tareas que necesitamos.

Abstract.

The objective of this research project is to analyze the set of ten time series on prices of the ten metals (silver, aluminum, gold, copper, nickel, palladium, lead, platinum, tin and zinc), included in the period January 2008 to September 2013, with the aim of reducing the dimensionality of the data set and to facilitate comparison of the data and the prediction of future values

To apply this methodology, allowing us to predict, from a series summarizes the evolution of the behavior of any other metal. This methodology is called "straight beam Methodology"

As a tool for developing computer software and associated graphs to represent the project, Matlab® was used in view of its enormous power and have a simple programming language and versatile enough for the tasks we need.

ANÁLISIS COMPARATIVO DE SERIES TEMPORALES DE PRECIOS DE
DIFERENTES METALES. OBTENCIÓN DE UNA SERIE-RESUMEN

DOCUMENTO N° 1: MEMORIA

1 Objetivo y alcance

A partir del conocimiento de los datos representativos de las series históricas, en un mismo período de tiempo y expresadas en unidades homogéneas, de los precios de diez metales (plata, aluminio, oro, cobre, níquel, paladio, plomo, platino, estaño y zinc), se pretende efectuar una comparación entre las mismas.

Dicha comparación pretendemos que se exprese a partir de un número reducido, en nuestro caso una o, a lo máximo, dos, series-resumen construidas de manera que cualquiera de las series conocidas se reproduzcan mediante un factor multiplicativo aplicado a las series-resumen obtenidas.

En definitiva, con un fin análogo al perseguido por otras técnicas de análisis multivariante, de reducción de la dimensión con que se expresan uno o varios conjuntos de datos (análisis factorial, análisis de componentes principales, etc...), nos proponemos reducir, si es posible, toda la información contenida en las diez series históricas, a una sola serie-resumen y a un conjunto de diez factores que nos permitan reproducir los datos originales, con un error aceptable.

Sobre la serie-resumen que se obtenga se llevarán a cabo comprobaciones relativas a su idoneidad evaluando el error relativo entre la serie reconstruida y la verdadera serie histórica conocida, para cada uno de los metales.

Como fase previa del proyecto se buscará una fuente suficientemente fiable de la que obtener los datos de las series objeto del estudio.

Posteriormente se desarrollará una metodología que nos permita, por un lado prever si las series históricas son, pese a su heterogeneidad en cuanto a los metales que representan, susceptibles de aceptar una simplificación como la que nos proponemos obtener y, por otra parte, y, si lo anterior es factible, aplicarla para la obtención de la serie-resumen.

Conscientes, por la abundante bibliografía consultada, del escaso desarrollo matemático-estadístico existente, en la actualidad, a este respecto y, pese a ello, habiendo encontrado, una metodología que consideramos podría, con algunas

modificaciones, ser aplicable al objetivo que perseguimos, nos proponemos, en este proyecto, adoptarla para conseguir nuestros fines.

Tal metodología, de carácter matemático pero con una fuerte componente de interpretación gráfica, es la denominada por sus autores “metodología del haz de rectas”.

En lo que sigue expondremos dicha metodología y la aplicaremos, con algunas modificaciones, al estudio de la reducción del volumen de información contenida en nuestras, ya citadas, diez series históricas.

2 Definición del problema tratado

2.1 Introducción

Las materias primas están presentes en los mercados desde hace siglos, y su desarrollo ha sido paralelo al de otros mercados financieros como el de divisas, renta fija o renta variable.

En la actualidad las materias primas ya representan una cuota significativa del global de activos financieros.

El objetivo de este estudio no es hacer una mera descripción de las materias primas que podemos encontrar con sus peculiaridades técnicas, precios históricos o principales mercados de cotización. El principal objetivo del trabajo es crear un documento donde se pueda observar y analizar el modo en que puede efectuarse la comparación de un conjunto de series históricas procediendo mediante una reducción del volumen de información y tratando de resumirla en una única serie-resumen.

Es innegable que un trabajo de profundidad sobre un sector ha de tener una parte descriptiva, pero esta será, meramente, un punto de partida para el posterior análisis matemático-estadístico (donde aplicaremos la metodología del haz de rectas).

Como se verá, nuestro estudio se ha centrado en el análisis de los precios de los metales. La variabilidad en los precios es enorme entre los distintos metales analizados y, dentro de cada uno de ellos, históricamente, en particular.

Los metales ofrecen una única fuente fiable de precios, unos mercados globales líquidos y suficientemente desarrollados, una trayectoria histórica lo suficientemente amplia y una evolución que permite ser objeto de estudio profundo como se podrá apreciar en el trabajo realizado.

2.2 Metales

Como ya hemos remarcado, ésta será la categoría sobre la que centraremos nuestro estudio. Su selección no ha sido gratuita. Estamos ante una categoría de productos de los que disponemos de precios históricos relevantes y transparentes, un mercado líquido y dinámico, y una fuente única de precios de referencia a nivel mundial

Los mercados de metales, de hecho, gozan de una gran presencia y seguimiento internacional y son considerados barómetros importantes de la actividad económica, dada la especial participación en ellos, tanto de inversores como de especuladores. Ello hará que los metales sean especialmente sensibles a eventos de carácter político y económico.

Es cierto que la inversión en esta clase de activos ha seguido históricamente unos ciclos o modas. Pero a nivel general podemos considerar que la mayoría de ellos, son metales esenciales para el funcionamiento de la industria, y por lo tanto de la economía.

Dentro del grupo de los metales, podríamos hacer una nueva diferenciación, consistente en clasificarlos en dos grandes categorías: los metales básicos y los metales preciosos.

Los primeros también son llamados metales estratégicos y son fundamentales para el desarrollo de campos como la electrónica, la industria aeroespacial, la ingeniería y la construcción. Se utilizan en pequeñas cantidades, pero con funciones esenciales en el desarrollo y en la producción industrial.

Por su parte, los metales preciosos también son utilizados en la industria, si bien en menor medida, y sobre todo en la joyería, pero, además, tienen una función básica de valor refugio en periodos de turbulencias económicas.

Su importancia y magnitud actual ha proporcionado a los metales un protagonismo destacable en el tejido económico. Un ejemplo de esta afirmación es la verdadera invasión de inversores y empresarios, especialmente chinos, que han registrado los principales yacimientos de cobre del Congo.

Recientemente, China ha emergido como un devorador de metales. Ya consume un tercio del acero, y una cuarta parte del aluminio que se produce a escala mundial.

La idea de que la insaciable demanda de China- y en menor medida de la India y otros países emergentes- es la principal responsable del enorme incremento de los precios de las materias primas a nivel mundial, en los últimos años gana adeptos día a día. Sin embargo, y a pesar de ser un factor determinante, no todo el aumento de precios- y, menos aún los espectaculares repuntes de los últimos meses, pueden atribuirse al despegue de los países emergentes.

Se considera metal cada uno de los elementos químicos buenos conductores de calor y electricidad, con un brillo característico, sólidos a temperatura ordinaria, salvo el mercurio. En sus sales en disolución forman iones electropositivos (cationes).

Entre los metales preciosos consideraremos el oro, la plata, el platino y el paladio. Entre los industriales trataremos el cobre, el aluminio, el zinc, el níquel, el estaño y el plomo.

2.2.1 Los Metales preciosos

Son elementos de gran valor económico. Aunque históricamente han sido importantes como moneda, hoy en día son principalmente utilizados como inversión y material industrial.

Su demanda está, por tanto, condicionada por el papel inversor y en algunos momentos como el actual, este factor adquiere todavía mayor importancia al considerarse activos refugio en fases del ciclo económico recesivas.

En cuanto al componente de la oferta, estos metales se caracterizan por su escasez, siendo bienes muy preciados con un elevado valor económico.

2.2.2 Los Metales básicos

Son aquellos metales que se oxidan o corroen fácilmente, además de ser muy comunes y baratos.

Aunque el metal más importante en la economía mundial es el acero, no se comercia financieramente con él, debido a la gran variedad de clases disponibles de esta aleación.

En ausencia del acero, el aluminio es, con mucha diferencia, el metal con mayor producción y negociación del mundo. De hecho, el comercio del aluminio, cobre y zinc representan alrededor del 85% del mercado mundial de metales.

Todos los metales básicos cotizan en el LME (London Metal Exchange), el mayor mercado de futuros sobre metales no ferrosos del mundo. Los metales cotizados deben cumplir con unas normas específicas de pureza y composición química. Aunque el LME es el principal mercado, también se cotizan en otros mercados como el COMEX. Normalmente, la cotización se expresa en dólares (USD) por onza (caso del oro, plata, platino y paladio) o en dólares (USD) por tonelada (en la mayor parte de los casos)¹

El consumo de metales básicos de China en los últimos tiempos ha condicionado de forma decisiva, la evolución de los precios de estos metales. De hecho, China se ha convertido en el principal consumidor mundial de la gran mayoría de los metales básicos.

¹ Dado el carácter de análisis comparativo de nuestro estudio, unificaremos la forma de expresar las cotizaciones para homogeneizarlas adoptando el criterio de expresarlas en dólares (USD) por tonelada. El factor de conversión usado es 1 onza = 28,3495 gramos

3. Antecedentes

3.1 Oro

Historia del oro

El oro es uno de los metales tradicionalmente empleados para acuñar monedas; se utiliza en la joyería, la industria y la electrónica por su resistencia a la corrosión. Se ha empleado como símbolo de pureza, valor, realeza, etc. El principal objetivo de los alquimistas era producir oro partiendo de otras sustancias como el plomo, mediante la búsqueda de la llamada piedra filosofal. Actualmente está comprobado, químicamente que, es imposible convertir metales inferiores en oro, de modo que la cantidad de oro que existe en el mundo es constante.

Mayores productores y mercados

Sudáfrica, Australia y los Estados Unidos agrupan aproximadamente un tercio de la producción anual de oro en el mundo. La mayor parte de la producción en Sudáfrica se extrae de la región de Transvaal, cerca de Johannesburgo, mientras que en los Estados Unidos los principales estados productores son Nevada, Alaska y California. Sudáfrica cuenta con unas reservas estimadas de oro de 40.000 toneladas, el 40% del total mundial.

En cuanto a los tenedores de oro, los bancos centrales de todo el mundo son los poseedores de buena parte de la producción existente. La suma de oro en manos de bancos centrales sumaba en abril del 2006 algo más de 30.700 toneladas. El mayor tenedor de oro como reserva es Estados Unidos con 8.100 toneladas, lo que equivale al 75,1% del total de sus reservas.

El porcentaje de reservas en oro respecto al total de reservas de los bancos centrales es de media un 11,2% en todo el mundo. Por su parte, el BCE tiene un 15% del total de sus reservas en oro.

La producción mundial de oro durante el 2011 alcanzó un total de 2.700 toneladas métricas de oro fino. El principal país productor es China, seguido por Australia y Estados Unidos.

Inversión en Oro

Existen cinco mercados principales de oro en el mundo, son los de Nueva York, Londres, Zurich, Hong Kong y Sidney.

A veces se confunde el London Bullion Market con el London Metal Exchange pero son mercados con intereses distintos. El London Bullion Market solo se dedica al comercio de oro mientras que el London Metal Exchange también trata otros metales.

El precio del oro mundial se fija dos veces al día en Londres. Un grupo de banqueros se reúne y deciden cual será el precio del oro en el momento exacto en el que lo deciden. Lógicamente el precio del oro va fluctuando cada hora a partir de ese momento. La razón por la cual se fija el precio del oro es para estabilizar el mercado y así darles una referencia estable a los bancos que lo necesitan para poder operar. Dicho precio, una vez decretado, funciona como una referencia directiva para el día. El precio del oro se fija en libras esterlinas y de ahí se convierte, para cada mercado, en la divisa de su país respectivo. De forma general, el precio del oro, a través del mundo, se calcula en dólares estadounidenses o en euros.

Cada mercado del oro tiene su propio horario, dependiendo de su zona horaria, lo cual implica que el mercado del oro esté abierto prácticamente las 24 horas del día. El precio del oro fluctúa según la influencia de varios factores. Algunos de estos factores son: el valor de las divisas, sobre todo el dólar estadounidense, el precio de otras materias primas, el precio del petróleo, la situación económica y cambios en el mundo entero de importancia global como guerras e inclusive catástrofes naturales (terremotos y tsunamis).

La mayor influencia es la percepción del valor del oro respecto a la divisa de un país. Cada día, cientos de investigadores escriben informes sobre lo que puede pasar en el mercado del oro. Subir, bajar o permanecer estable. Nadie puede predecir con exactitud cómo va a reaccionar el mercado del oro pero, a lo largo del tiempo, se puede observar que históricamente el valor del oro siempre ha aumentado. Siempre que existan factores como la inflación, el intercambio de divisas y la fluctuación económica se podrá decir con bastante certeza que el oro seguirá esta tendencia

incremental que viene siguiendo desde hace 100 años. Aún así, es difícil decidir cuándo comprar, vender o simplemente mantener su posición en el mercado del oro.

Algunos se preguntarán ¿qué tipo de oro debería comprar? Las opciones posibles son las monedas de oro, los lingotes de oro, las acciones de empresas mineras o los ETF. Cada una de ellas tiene sus ventajas y desventajas. Las monedas y las barras de oro generalmente convienen a las personas que quieren acumular su valor de inversión a largo plazo.

Las acciones en empresas mineras de oro son mucho más fáciles de comprar o vender a corto plazo (a diario e incluso cada hora), al igual que fondos de mercado (ETF). La compra y venta de acciones de empresas mineras es más imprevisible y se hace a través de brokers, bancos o fondos de inversión.

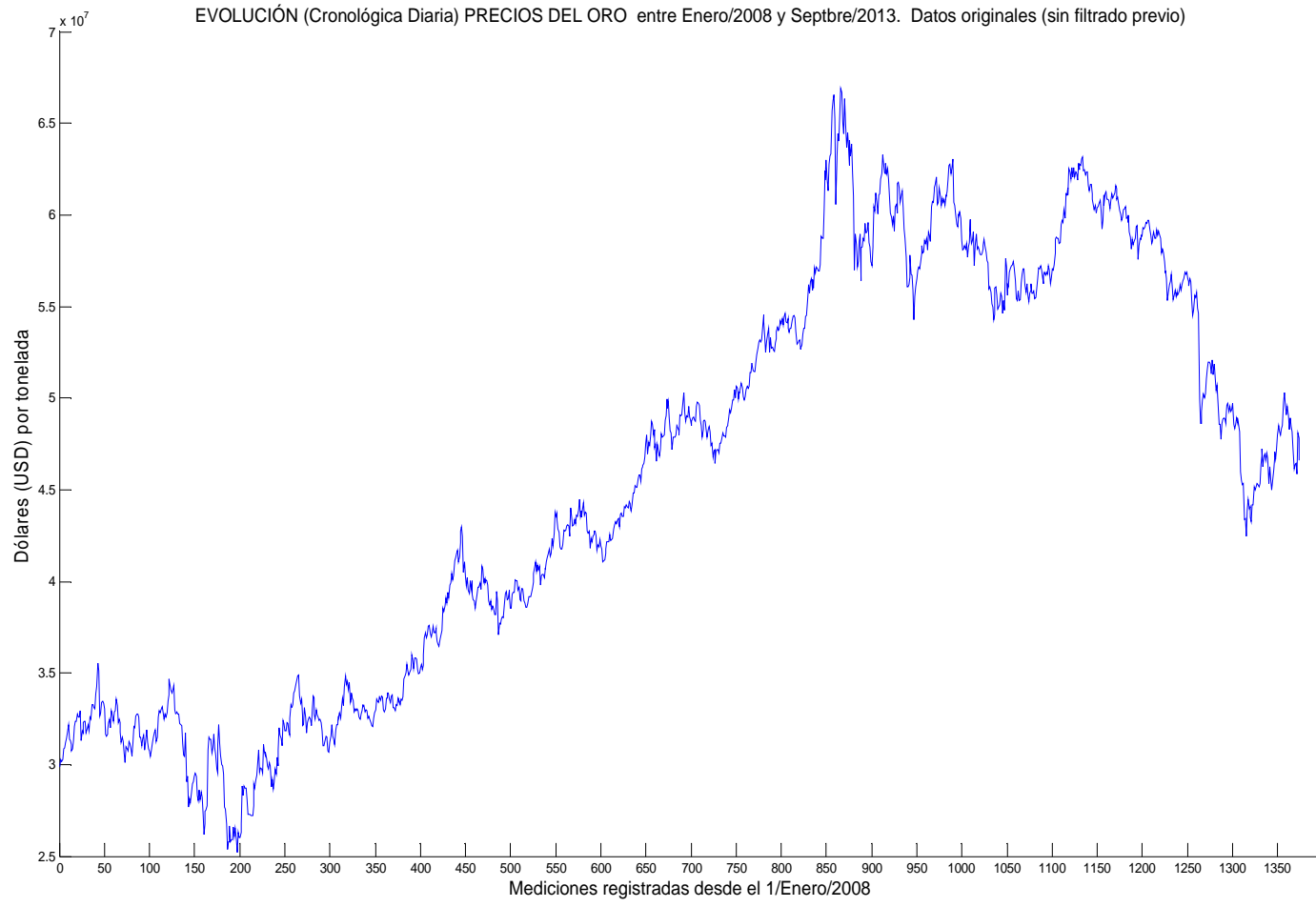
Usos Principales

La mayor parte del consumo de oro está relacionado con el sector de la joyería. Habitualmente se suelen realizar aleaciones con otros metales como la plata o el cobre, ya que el oro puro no es lo suficientemente resistente para el uso diario. Pero el oro también tiene aplicaciones en la industria, debido a su conductividad eléctrica, su resistencia a la corrosión y otras propiedades físicas y químicas. Así, el oro también es usado en electrónica, química, aplicaciones médicas o fotografía. Sin embargo, su elevado precio limita un mayor desarrollo del oro en la industria.

Mercados de cotización

El principal mercado de cotización del oro es el New York Mercantile Exchange (NYMEX). El oro es el más líquido de los metales preciosos y cotiza en USD por onza. Una de sus particularidades es que suele comportarse bien cuando el dólar está débil, debido a que resulta más atractivo para inversores con moneda base diferente.

Gráfico de Evolución del precio del oro



3.2 Plata

Historias y propiedades

La plata es el metal con una mayor conductividad eléctrica, pero su precio 50 veces más elevado que el del cobre han impedido su uso masivo en dispositivos eléctricos. Fue extraída por primera vez a gran escala hace aproximadamente 5.000 años en lo que hoy día es Turquía y su uso se generalizó gracias a la facilidad de extracción.

Mayores productores y consumidores

La producción mundial de plata durante el 2011 alcanzó un total de 23,800 toneladas métricas de plata.

De acuerdo a información entregada en el informe anual del United States Geological Survey (USGS), las estimaciones señalan que las reservas conocidas de plata en el 2011 a nivel mundial alcanzarían 530,000 toneladas métricas de plata fina. Y según las estimaciones de USGS, en Perú existirían del orden de 120,000 toneladas métricas económicamente explotables, equivalentes al 23% del total de reservas mundiales del mineral; seguido de Polonia con 85,000 toneladas métricas económicamente explotables, equivalentes al 16% del total de reservas mundiales del mineral.

Perú es el mayor productor de plata del mundo, con casi 3.200 toneladas en el año 2005, seguido de Méjico, Australia, China y Chile. La producción total el todo el mundo durante ese mismo año fue de cerca de 20.000 toneladas.

Debido a la importancia de la plata en aplicaciones industriales, Estados Unidos y Japón son los mayores consumidores, y juntos representan un 35% de la demanda mundial. India y China son también otros consumidores importantes.

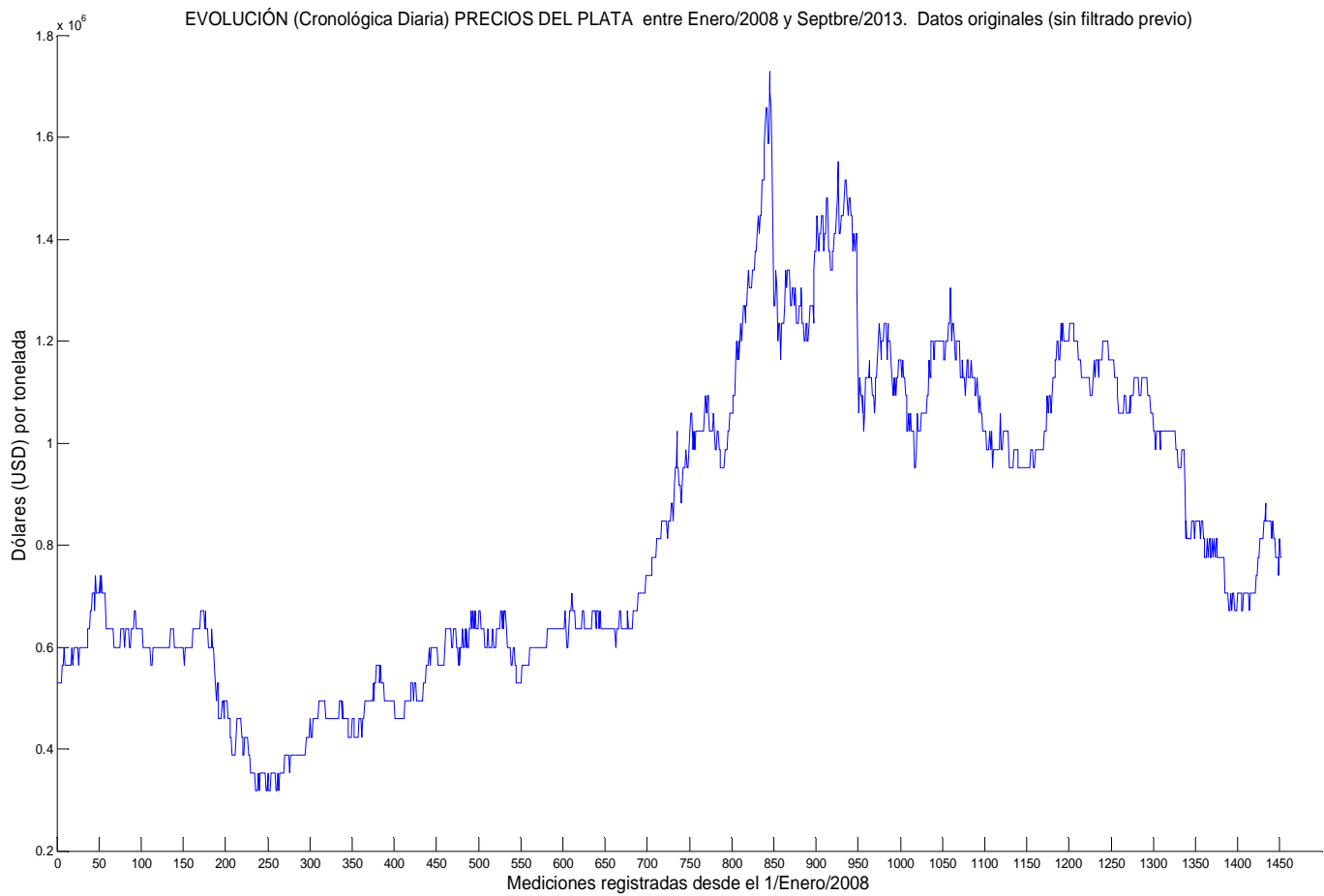
Usos principales

A través de la historia, la plata ha sido utilizada para la fabricación de ornamentos, utensilios, joyería y monedas. Sin embargo, a diferencia del oro la plata tiene bastantes más aplicaciones industriales debido a su menor precio. De hecho, el uso industrial de la plata supone aproximadamente dos terceras partes de su demanda total, mientras que en el oro esta proporción apenas llega al 10%. Una de las aleaciones más usada es conocida como plata de ley y contiene un 92,5% de plata y un 7,5% de cobre. Los sectores donde más se utiliza este metal son el de la electrónica y la fotografía.

De igual modo que el oro, el principal mercado de cotización de la plata es el New York Mercantile Exchange (NYMEX). Es el segundo metal precioso más líquido por detrás del oro y también cotiza en USD por Onza.

En los últimos años se ha convertido en una inversión atractiva al reducirse notablemente sus inventarios y aumentar las facilidades de poseer plata gracias a la expansión del uso de ETFs.

Gráfico de Evolución del precio de la plata



3.3 Platino

Historia y propiedades

El platino es uno de los metales más escasos que existen, es muy apreciado en joyería por su belleza, dureza, brillo, resistencia y durabilidad

Las primeras referencias de este metal datan del siglo XV. Sin embargo, se considera que fue descubierto por el astrónomo Antonio de Ulloa alrededor del año 1.700.

Mayores productores y consumidores

Demanda de Platino

Los catalizadores son el segundo sector de mayor demanda de platino, alcanzando más del 50% de la demanda total del metal. Cerca de la mitad de los seis millones de onzas troy (180 toneladas) de platino extraído anualmente de la minería se utilizan en los convertidores catalíticos de los automóviles.

Cada convertidor catalítico contiene entre tres y siete gramos de platino. La demanda del platino en joyería alcanzó sus máximos en el año 2000, cuando más del 50% del total de la demanda de platino fue dedicado a dicho uso. En 2010, el uso de joyas de platino solo representó el 20% de la demanda.

La demanda de platino proviene un 32% catalizadores, 31% demanda industrial, 29% joyería y 8% inversión. La demanda de platino de inversión es creciente.

Por su parte, los mayores consumidores de este metal son Europa y Japón.

Producción de Platino

Se estima que se han de procesar de 7 a 12 toneladas de mineral para producir una sola onza del metal.

El 75% de la producción total de platino proviene de Sudáfrica, de Rusia se extrae el 13% mundial de platino

Casi el 89% de todos los depósitos de platino se concentran en Sudáfrica y en Rusia. En EEUU el 6%, en Zimbabue el 4% y de otros pocos países como Canadá el restante 1%.

La producción de platino de Sudáfrica ha disminuido durante los últimos años, y se prevé que se mantendrá invariable, a pesar del crecimiento significativo en el precio del metal. La minería sudafricana enfrenta una crisis nacional de energía eléctrica con interrupciones continuas, asimismo existen problemas sindicales, y cada vez se hace necesario excavar a mayores profundidades con más gasto de energía, para obtener el mineral.

Existen diez importantes compañías mineras de platino en el mundo

El negocio de la producción y el refinado de platino son extremadamente difíciles, los complejos procesos para el refinado pueden tardar hasta seis meses.

La producción total de platino que proviene de Sudáfrica, es del complejo minero Bushveld.

La producción rusa de Platino se concentra en depósitos aluviales en la Península de Taimyr al norte de Siberia descubiertas en el siglo XIX. Asimismo de las minas de níquel y cobre de Norilsk el mayor productor del mundo, extraen grandes cantidades de platino como subproducto.

Usos principales

Los usos principales del metal son la producción de catalizadores, en la industria automovilística (se ayuda a reducir las emisiones de gas si utilizamos convertidores catalíticos) y su empleo en la alta joyería. Recientemente también está cobrando fuerza su uso como metal industrial en los sectores químico, eléctrico y del vidrio.

Inversión en platino

En los años 90 el platino cotizaba alrededor de los 400 dólares la onza y empezó un ciclo alcista desde comienzos del 2002,

Hasta que las interrupciones en la oferta impulsaron los precios del platino en marzo del 2008 hasta los 2000 dólares la onza,

Posteriormente las ventas de platino de inversión forzaron al metal hasta mínimos de 797 dólares en octubre de 2008.

El platino fue descubierto muy tarde y categorizado como metal precioso en el año 1751.

London Platinum and Palladium Market, LPPM

En 1973 se creó en el “**London Platinum Quotation**“, precursor del “fixing”, un precio orientativo del platino al que llegan los principales operadores de mercado dos veces al día.

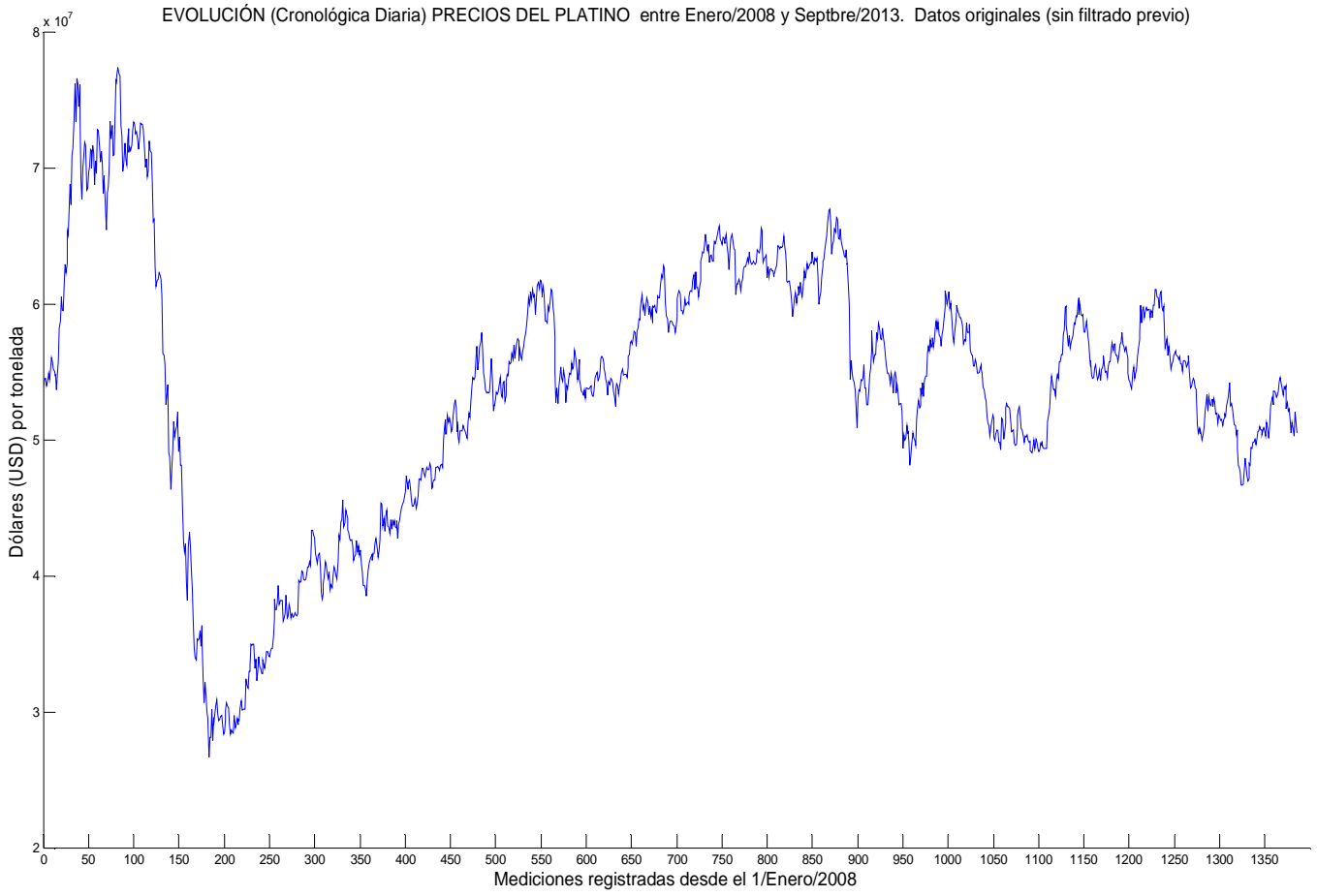
En 1979, los principales comerciantes de Londres y Zurich llegaron a un acuerdo para negociar lingotes o placas de platino con un origen y formato estandarizado. La lista de refinadores que producen estos lingotes se recoge en la “**London/Zurich Good Delivery List**” de platino: <http://www.lppm.com>.

En 1987, el comercio de platino que se había realizado hasta aquel momento entre comerciantes reconocidos (en inglés: principal to principal basis), se formalizó con la creación del “**London Platinum and Palladium Market, LPPM**” (en español: Mercado de Londres para Platino y Paladio): www.lppm.com

Mercados de cotización

El principal mercado de cotización del platino el Tokio Commodities Exchange, pero también se negocia en el New York Mercantile Exchange (NYMEX). Cotiza en USD por onza. Su precio es más elevado que el del oro, a pesar de tratarse de un metal menos conocido y demandado. También es mucho menos líquido que el oro y la plata.

Gráfico de Evolución del precio del platino



3.4 Paladio

Historia del Paladio

La historia del paladio se encuentra unida a la del platino. El paladio, forma parte de los metales del grupo del platino junto con el platino, el rodio, el rutenio, el iridio y el osmio

El paladio es un metal precioso que tiene buenas características para la acuñación de monedas, pero su uso como tal general ha sido muy limitado.

El uso de paladio despegó en la década de 1970 cuando empezó la demanda de catalizadores debido a las notables propiedades del paladio como catalizador.

A medida que las normas internacionales sobre emisiones tóxicas se hicieron más estrictas en los años 90, la demanda de paladio aumentó exponencialmente.

En joyería se empezó a utilizar el paladio en 1939, como una alternativa al platino. Puesto que en Rusia el platino fue declarado metal estratégico y reservado para usos militares en ese año.

Producción y reservas paladio

Usos Industriales del Paladio

El principal uso del paladio es como catalizador y en joyería. Es un metal precioso con una gran variedad de usos industriales. Además de en joyería, se utiliza en odontología, relojería, en las tiras reactivas para comprobar los niveles de azúcar en la sangre, en las bujías de los aviones y en la producción de instrumentos quirúrgicos y contactos eléctricos. El paladio también se usa para hacer flautas traveseras profesionales. El paladio es uno de los tres metales más utilizados para hacer aleaciones de oro blanco.

Como catalizador en la industria del automóvil. Convierte los gases nocivos de los automóviles (hidrocarburos, monóxido de carbono y óxido de nitrógeno) en sustancias menos nocivas (nitrógeno, dióxido de carbono y vapor de agua).

El paladio se utiliza mas en motores de gasolina de coches utilizados en U.S., China y Japón, mientras que el platino se utiliza mayormente para los motores diesel en Europa. También se utiliza paladio para el refinado de petróleo

Los isotopos radioactivos del paladio; Palladium-103, se utilizan para los tratamientos contra el cáncer. Igualmente se están investigando sus propiedades como catalizador en la purificación de agua.

La producción de Paladio

Las fuentes de la producción de paladio son muy escasas, más del 80% de la producción mundial de paladio se concentra en únicamente en dos países: la Federación Rusa y Sudáfrica.

La Federación Rusa representa más de dos tercios del suministro mundial de paladio.

Las tres principales fuentes de paladio de Rusia son: la mina de níquel de Norilsk, Gokhran (deposito oficial de metales preciosos de Rusia y la reserva joyas) y el Banco Central de Rusia. El monopolio comercial de propiedad estatal, Almazyuvelirexport, se ocupa de los traslados de paladio de Rusia.

La región de Norilsk-Talnakh en la Federación Rusa el principal productor es la compañía Norilsk Nickel, líder mundial de la industria paladio. Las minas de Norilsk-Talnakh alcanzaron su nivel más alto de producción de finales de los ochenta. Sin embargo, a principios de los años noventa la producción se redujo debida principalmente al bajo nivel de inversión, así como a la reducción de la capacidad productiva.

La Federación de Rusia es también el único país que ha guardado importantes reservas de paladio, aunque se cree que el nivel ha disminuido considerablemente. El nivel real de las existencias de paladio de Rusia es un secreto de Estado. Las políticas de exportación de Rusia Gobierno han influido significativamente en la oferta mundial de paladio y la volatilidad de los precios.

La otra gran zona productora importante de paladio es el Complejo Bushveld en Sudáfrica.

El paladio se explota en pequeños depósitos en Estados Unidos y Canadá. Las compañías mineras en Sudáfrica y América del Norte están desarrollando planes de expansión que llevará a los futuros aumentos en la producción de paladio.

Inversión en paladio

A lo largo de la mayor parte de los años 90 el paladio se negociaba alrededor de los \$ 150 por onza. A partir de 1997, empezó a aumentar el precio del paladio, debido a la creciente demanda derivada de su uso en convertidores catalíticos.

A comienzos del año 2000 el paladio cotizaba en 433 dólares. El 24 de febrero del 2000, se había disparado hasta los 785 dólares, debido a las interrupciones en la entrega por parte de Rusia causando una gran escasez.

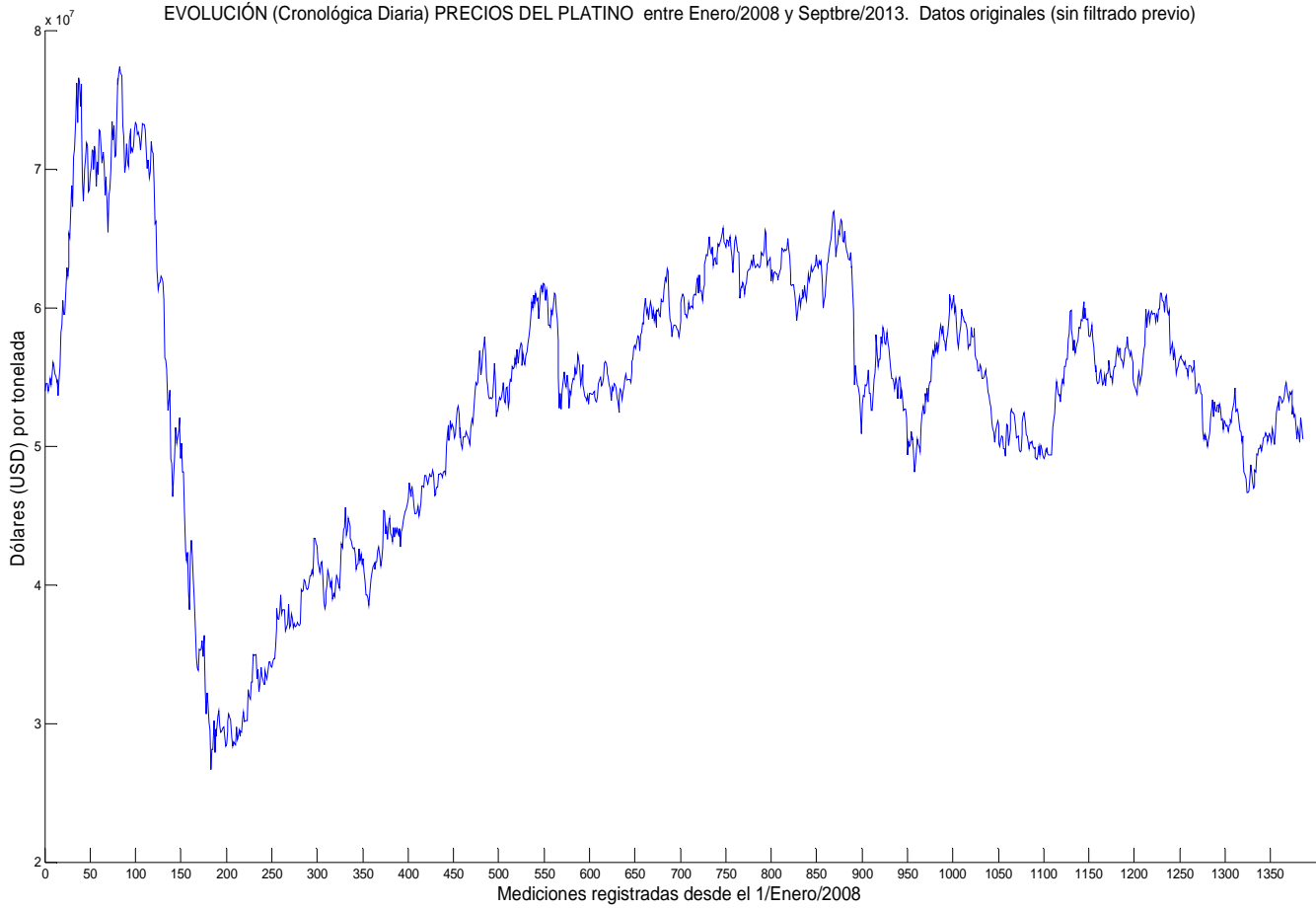
Los principales fabricantes de automóviles norteamericanos, respondieron a los altos precios del paladio recurriendo a las existencias acumuladas en los años anteriores.

En el primer trimestre de 2001, precio del paladio alcanzaba sus máximos históricos de 1.090 dólares por onza,

Dos años más tarde el 25 de abril de 2003 el precio del paladio había caído hasta los 142 dólares onza.

Desde finales de 2008 hemos visto cómo ha vuelto a remontar su precio desde los 190 dólares hasta por encima de los 700 dólares onza en el 2012.

Gráfico de Evolución de precios del Paladio



3.5 Aluminio

Mayores productores y consumidores

Los mayores productores mundiales de aluminio son China, Rusia y Canadá. De hecho, el aluminio es uno de los pocos metales que China exporta.

Por su parte, los principales países importadores son Estados Unidos, Japón y Alemania.

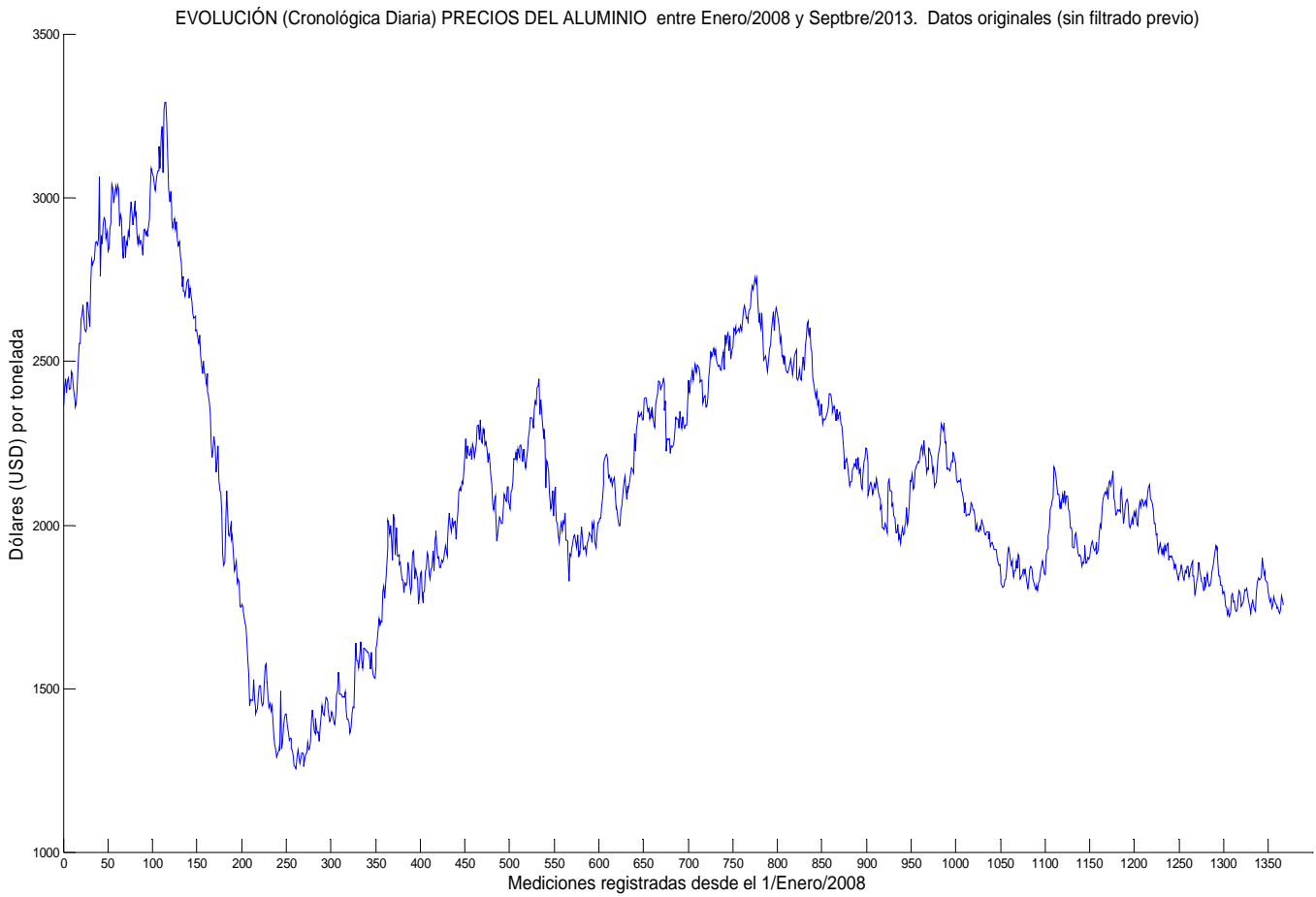
Usos principales

Se caracteriza por su ligereza y durabilidad. Fue considerado un metal precioso hasta que se consiguió un sistema para separarlo de otros minerales, ya que era raro encontrarlo en estado puro. Se utiliza mayoritariamente en forma de aleaciones con otros metales. Su uso más extendido se produce en el sector de la construcción y de la industria del transporte (fabricación de coches, aviones o trenes).

Mercados de cotización

El aluminio se comercia principalmente en el London Metal Exchange (LME), el NYMEX y el Tokio Commodity Exchange entre otros y cotiza mayoritariamente en USD por tonelada. Su precio está muy ligado al precio de la energía, ya que ésta es necesaria para purificarlo.

Gráfica de Evolución del precio del Aluminio



3.6 Cobre

Mayores productores y consumidores

El principal país productor es Chile, con casi un 40% del total mundial, seguido de Estados Unidos, Indonesia y Perú.

Los mayores consumidores de cobre en el mundo son Estados Unidos y China.

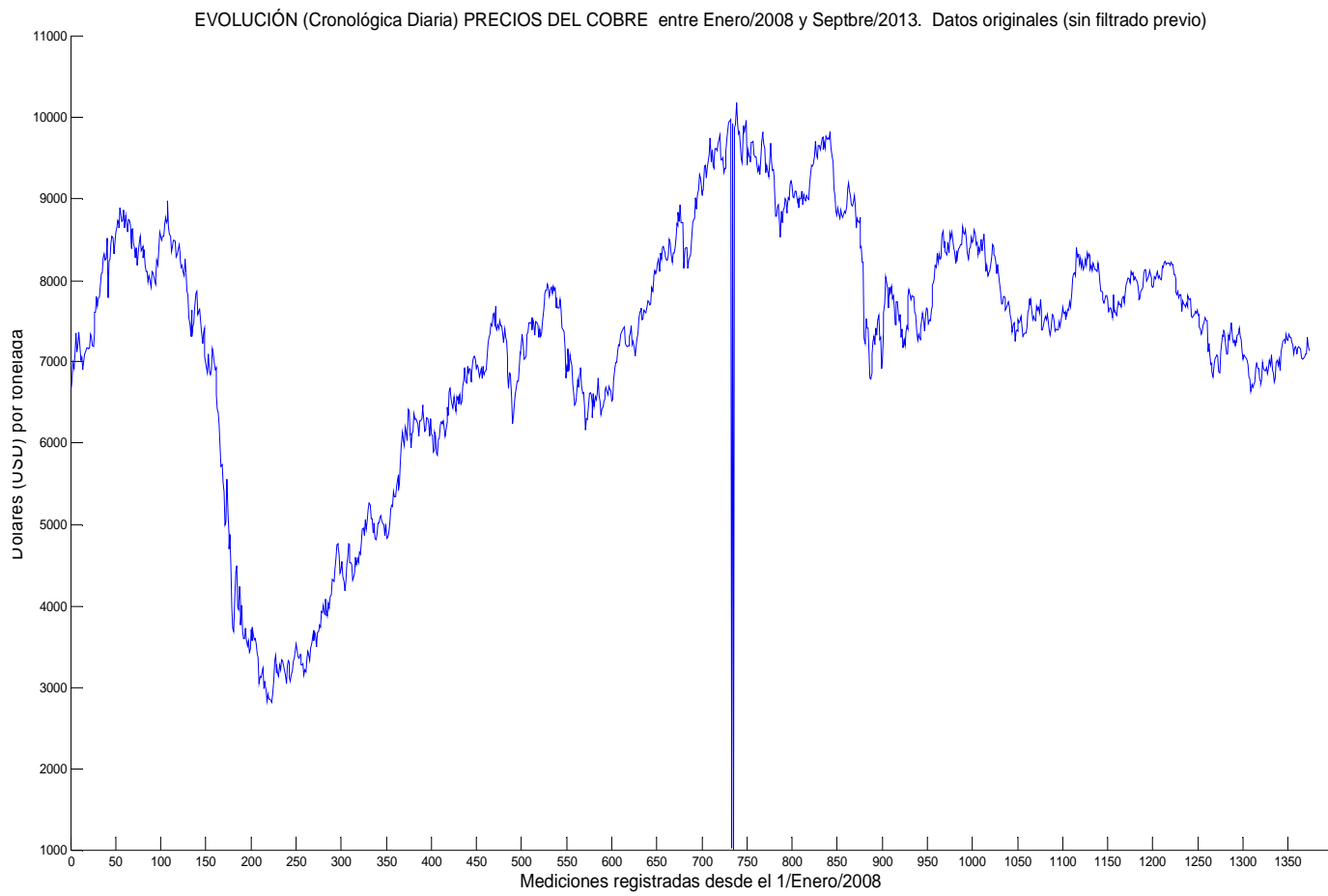
Usos principales

Se utiliza en industrias cíclicas como la construcción y se considera un indicador adelantado del crecimiento. Sus principales usos son para el cableado eléctrico, telecomunicaciones, componentes electrónicos, tuberías. También es usado en los sistemas de aire acondicionado y en los sistemas de procesado de comida. Se trata del tercer metal básico más utilizado, por detrás del hierro y el aluminio.

Mercados de cotización

Los principales mercados de cotización del cobre son el LME, el NYMEX y el Shanghai Futures Exchange (SFE). Se negocia mayoritariamente en USD por tonelada. Goza de un buen nivel de liquidez, al igual que el aluminio.

Gráfica de Evolución del precio del cobre



3.7 Zinc

Mayores productores y consumidores

Los principales exportadores de Zinc son Cánada y Australia.

Mientras, el mayor consumidor de este metal es China, con casi un 30% de la demanda mundial, seguido de Estados Unidos y Japón.

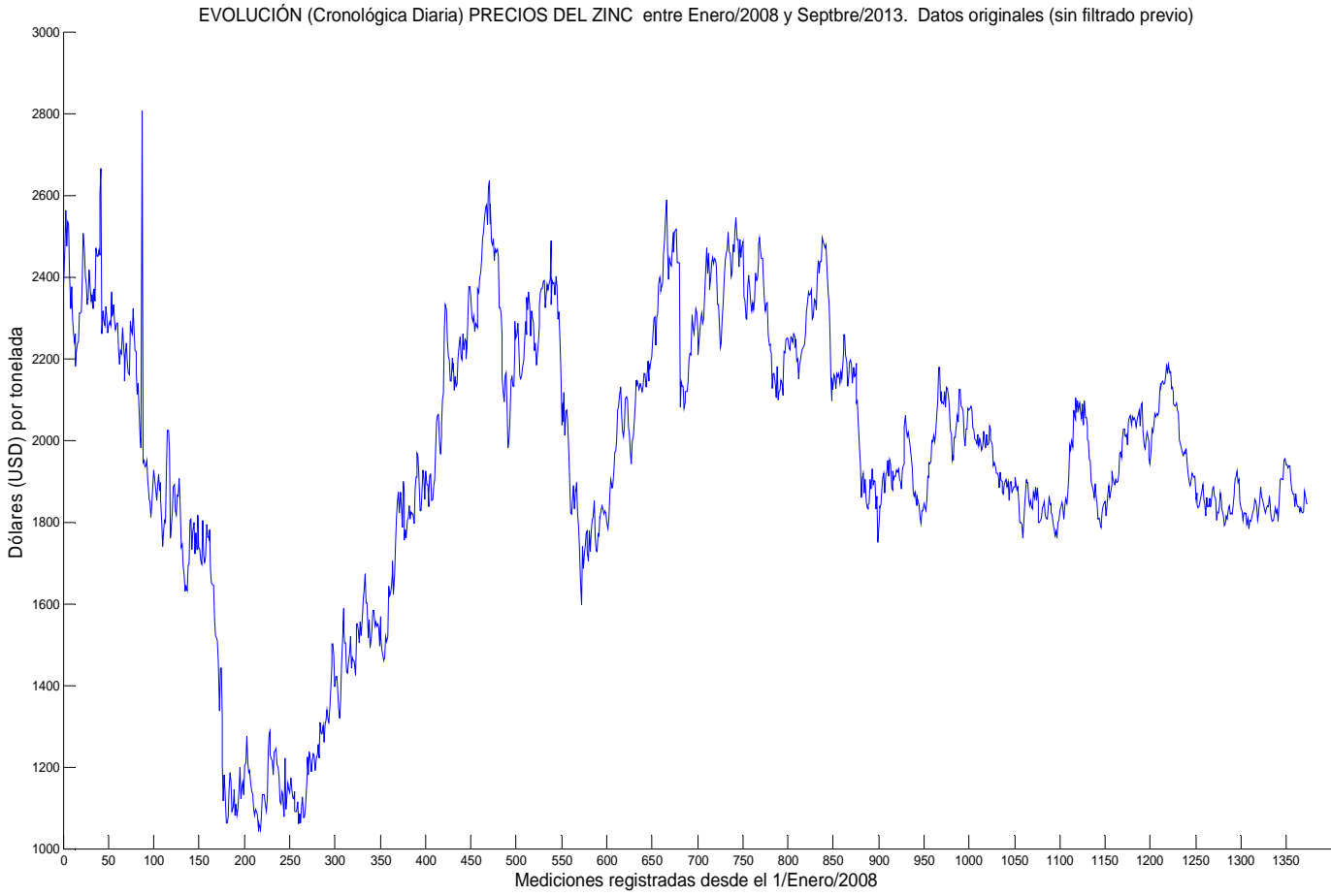
Usos Principales

El 55% de la producción mundial de zinc es utilizada para galvanizar otros metales, como el hierro y el acero para evitar su corrosión. También se usa en la industria automovilística, eléctrica y química. Se trata del cuarto metal básico más utilizado.

Mercados de Cotización

Tiene menor liquidez que el aluminio y el cobre. Esto es debido a que el aluminio se considera un sustituto del zinc para elaborar ciertos componentes. Su mercado principal de negociación es el London Metal Exchange (LME), y cotiza en USD por tonelada.

Gráfico de evolución del precio del Zinc



3.8 Níquel

Historia y propiedades

Metal de color y brillo semejantes a los de la plata, muy duro, magnético, algo más pesado que el hierro. Entra en varias aleaciones, por ejemplo en el metal blanco. Su número atómico es 28 y su símbolo *Ni*.

Mayores productores y consumidores

Los mayores productores son Rusia, Australia, Canadá e Indonesia, aunque el níquel se encuentra presente de forma importante en unos 20 países de todos los continentes.

Los países que más níquel consumen son China, Japón y Estados Unidos.

Usos principales

El 70% de la producción total de níquel es utilizado para conseguir acero inoxidable, ya que el níquel ayuda a mejorar la resistencia a la corrosión y la durabilidad del acero. Además, se utiliza para realizar otras aleaciones, aplicadas en industrias muy especializadas, como la aeroespacial o la militar. También se usa para fabricar monedas.

Mercados de cotización

Su mercado principal de negociación es el London Metal Exchange (LME), y cotiza en USD por tonelada. Tiene menor liquidez que el resto de los metales citados hasta el momento.

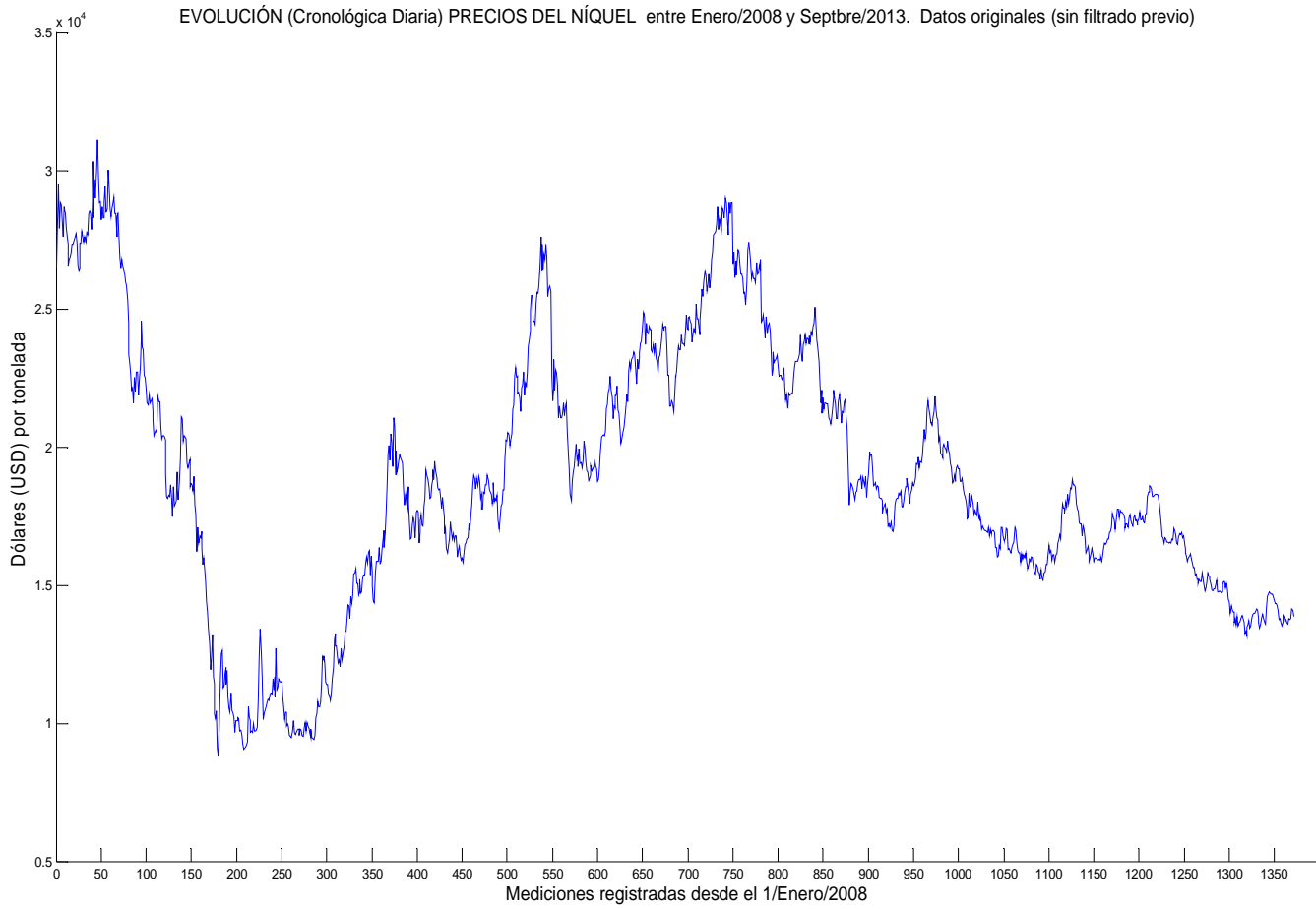


Gráfico de evolución del precio del Níquel

3.9 Plomo

Mayores productores y consumidores

China y Estados Unidos son los mayores productores y consumidores de plomo. Actualmente el reciclaje y reutilización de este metal está ganando progresivamente importancia.

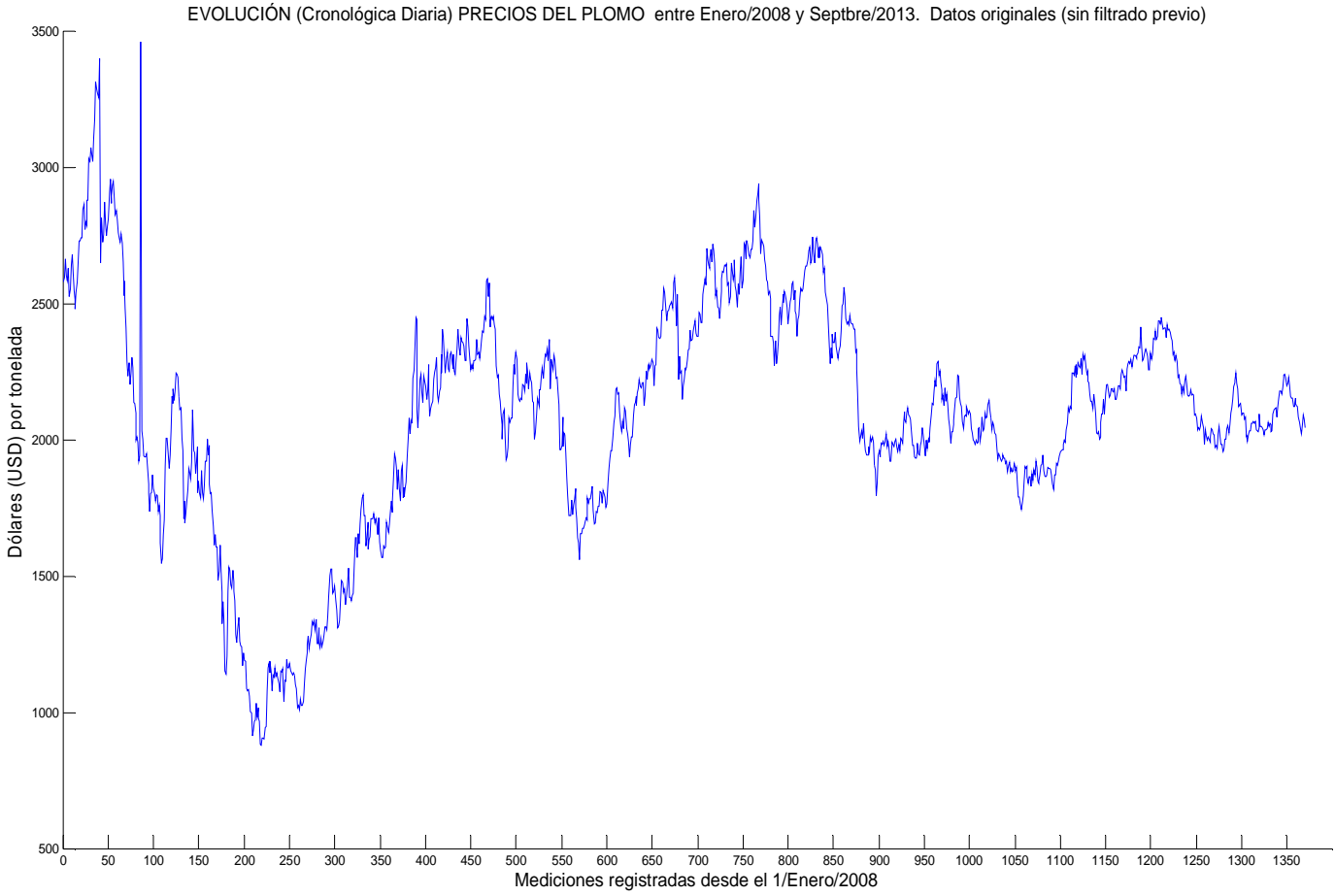
Usos principales

El uso principal del plomo se basa en la producción de baterías. También se ha utilizado mucho en fontanería y productos del petróleo, aunque su toxicidad ha ido reduciendo estos usos.

Mercados de cotización

El único mercado internacional de negociación es el London Metal Exchange (LME), y cotiza en USD por tonelada. Es significativamente menos líquido que los otros metales básicos.

Gráfico de evolución del precio del Plomo



3.10 Estaño

Mayores productores y consumidores

Los principales países productores son Indonesia, China y Perú. Las reservas mundiales, básicamente en el oeste de África, sudeste de Asia, Australia, Bolivia, Brasil, China y Rusia son suficientes para mantener los actuales niveles de producción anual durante al menos todo este siglo.

Por su parte, los mayores consumidores son China, Estados Unidos y Japón.

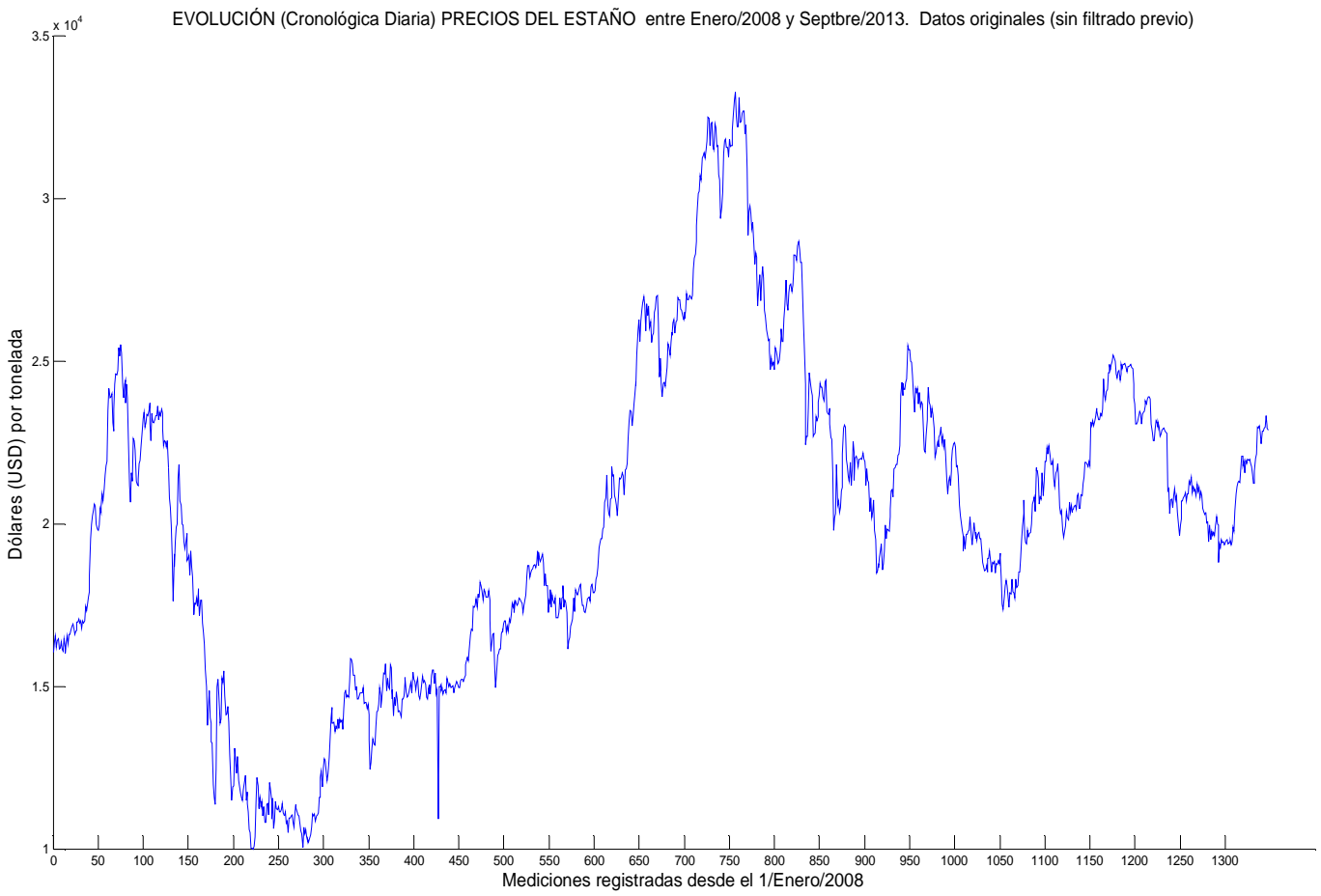
Usos principales

El estaño es usado fundamentalmente para soldaduras, sobre todo en la industria electrónica. También es usado en la producción de vidrio e imanes superconductores.

Mercados de cotización

El estaño se negocia en el London Metal Exchange (LME), y cotiza en USD por tonelada. Es el menos líquido de los 6 metales, y representa menos del 2% del total de negociación de metales en el LME.

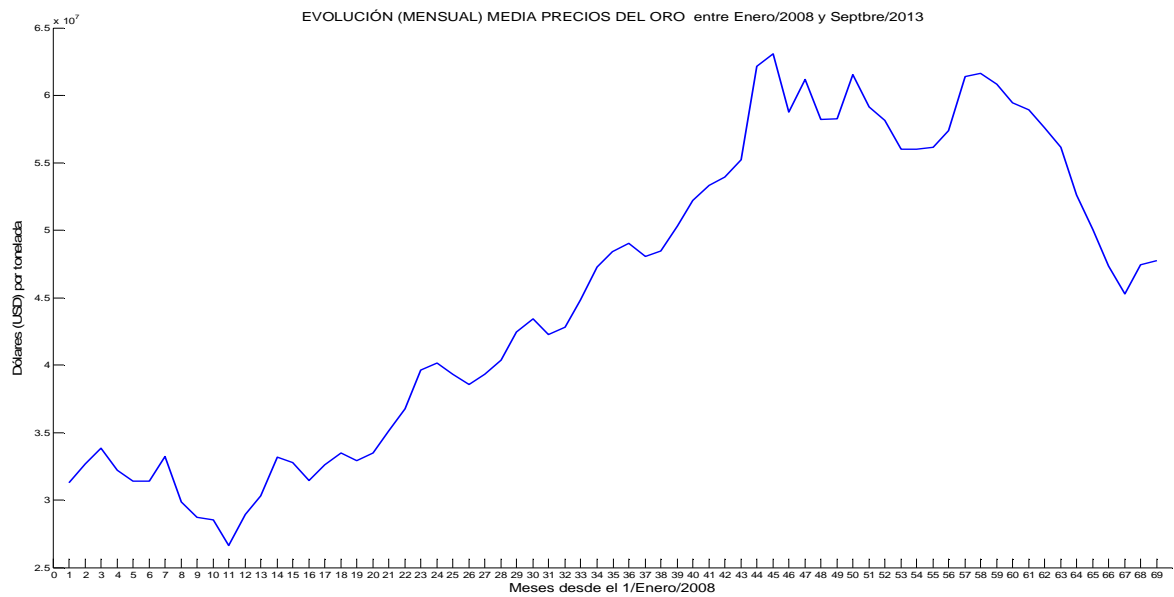
Gráfico de evolución del precio del Estaño



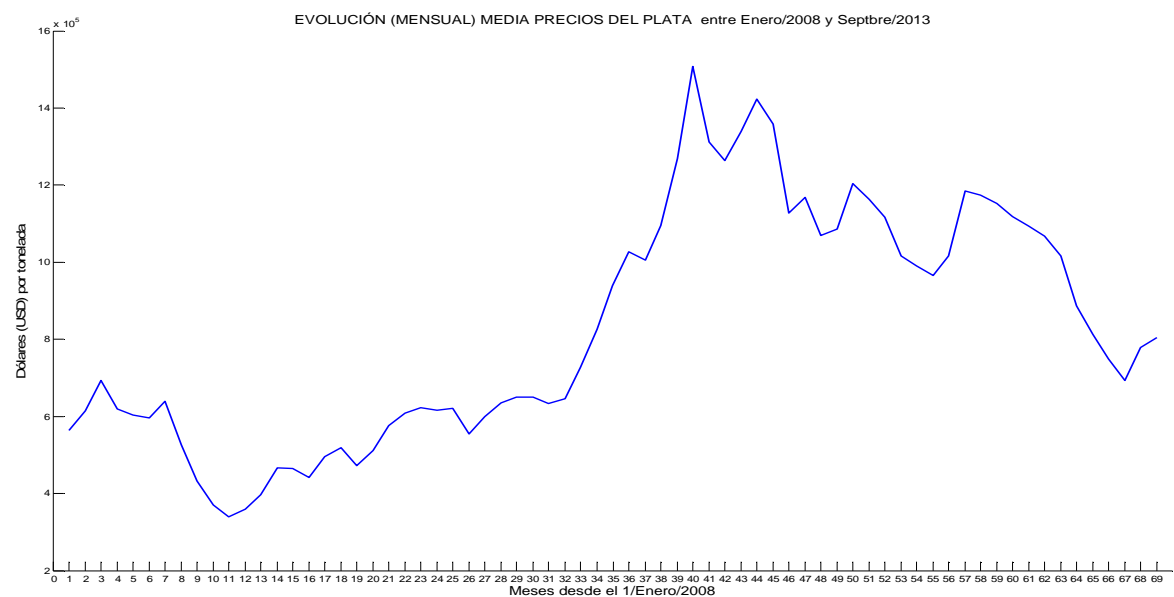
3.11 Gráficas de precios medios mensuales

A continuación se muestran todas las anteriores gráficas de las series históricas, una vez filtrados los datos y convertidas a series de precios medios mensuales.

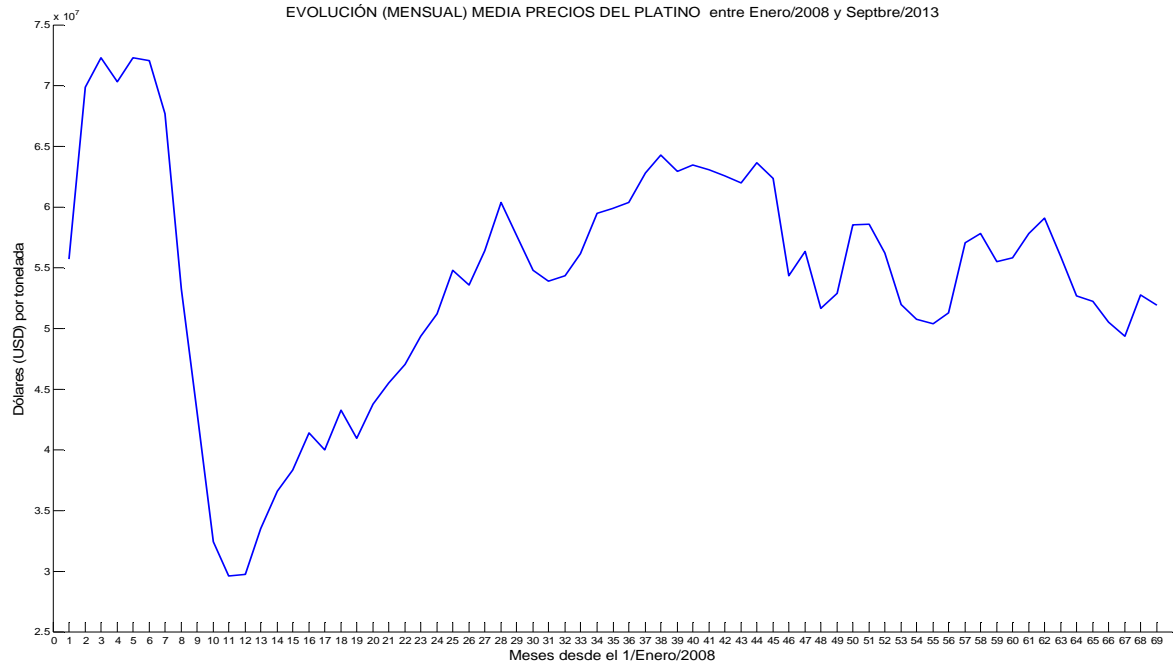
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL ORO



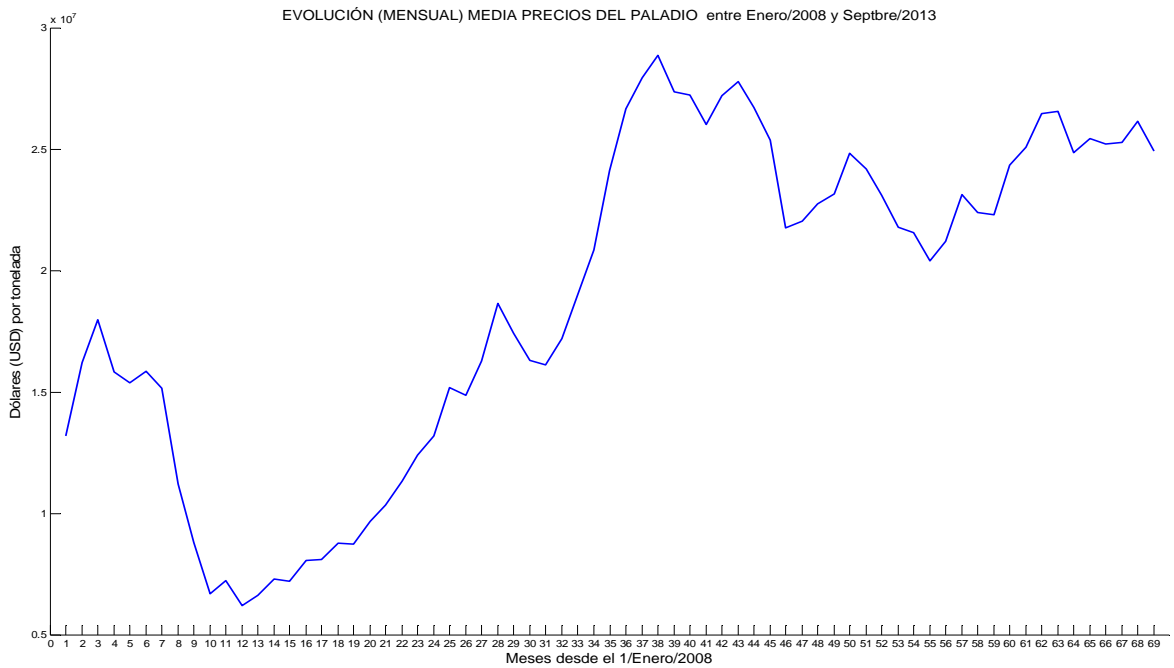
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DE LA PLATA



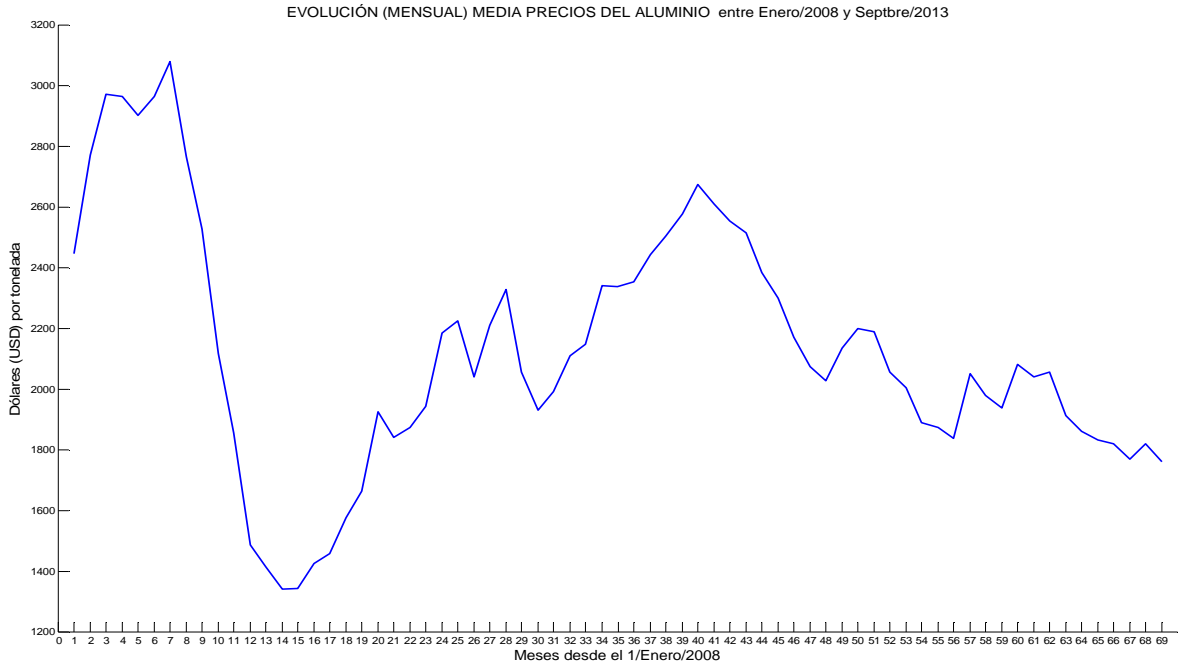
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL PLATINO



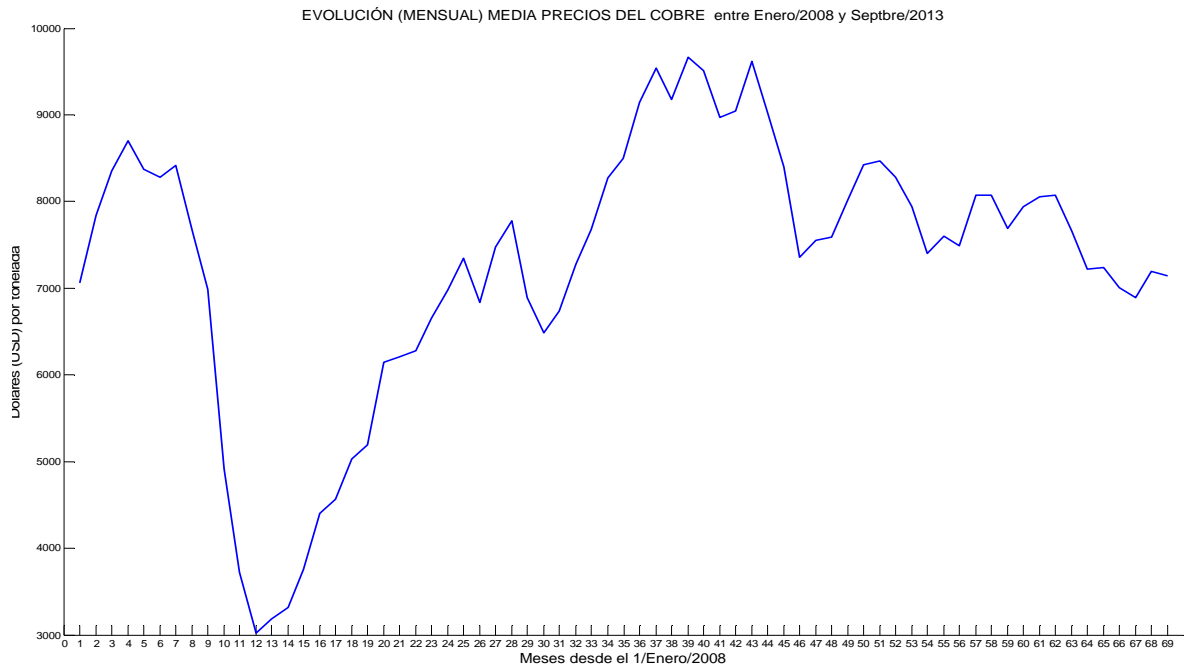
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL PALADIO



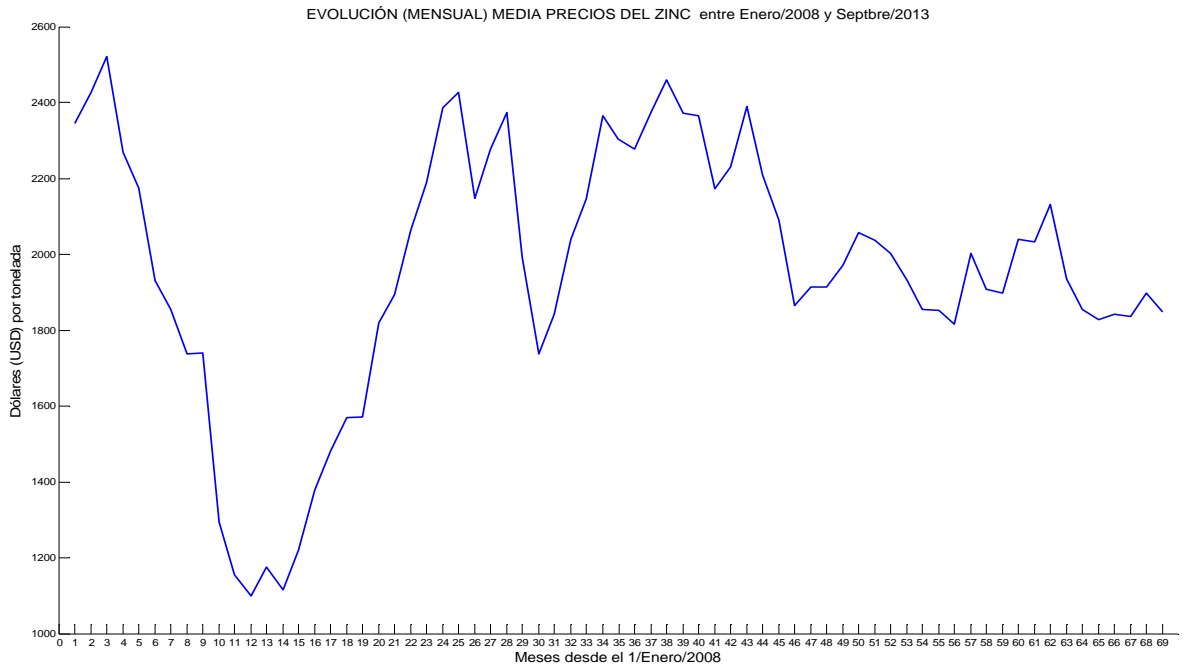
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL ALUMINIO



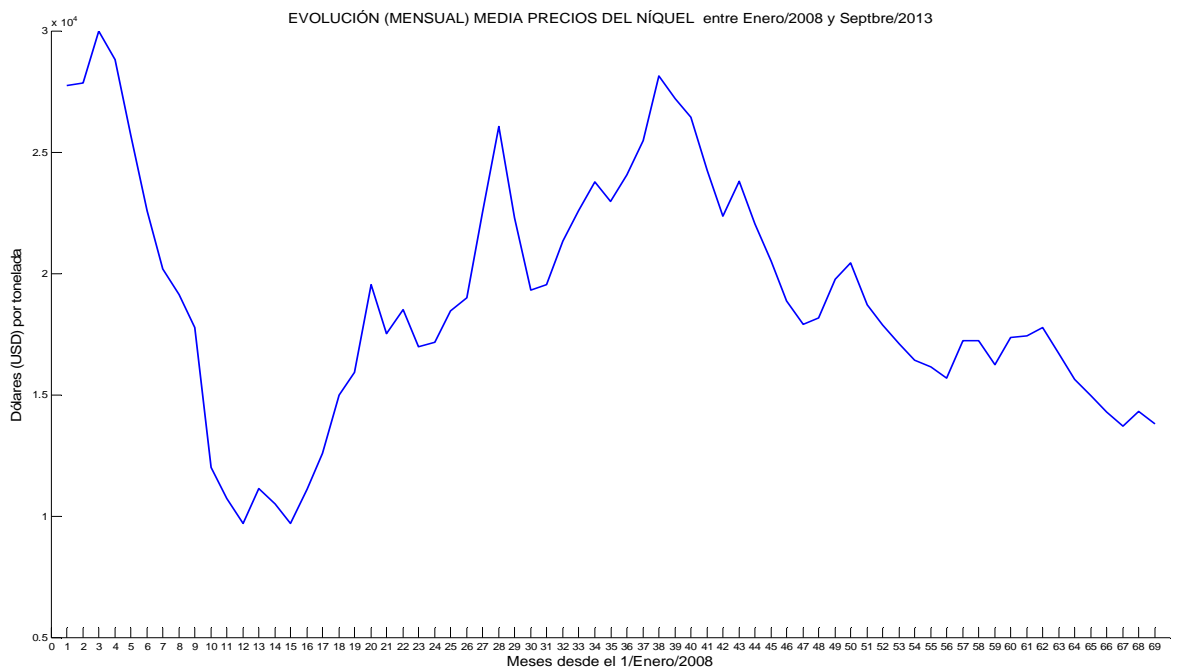
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL COBRE



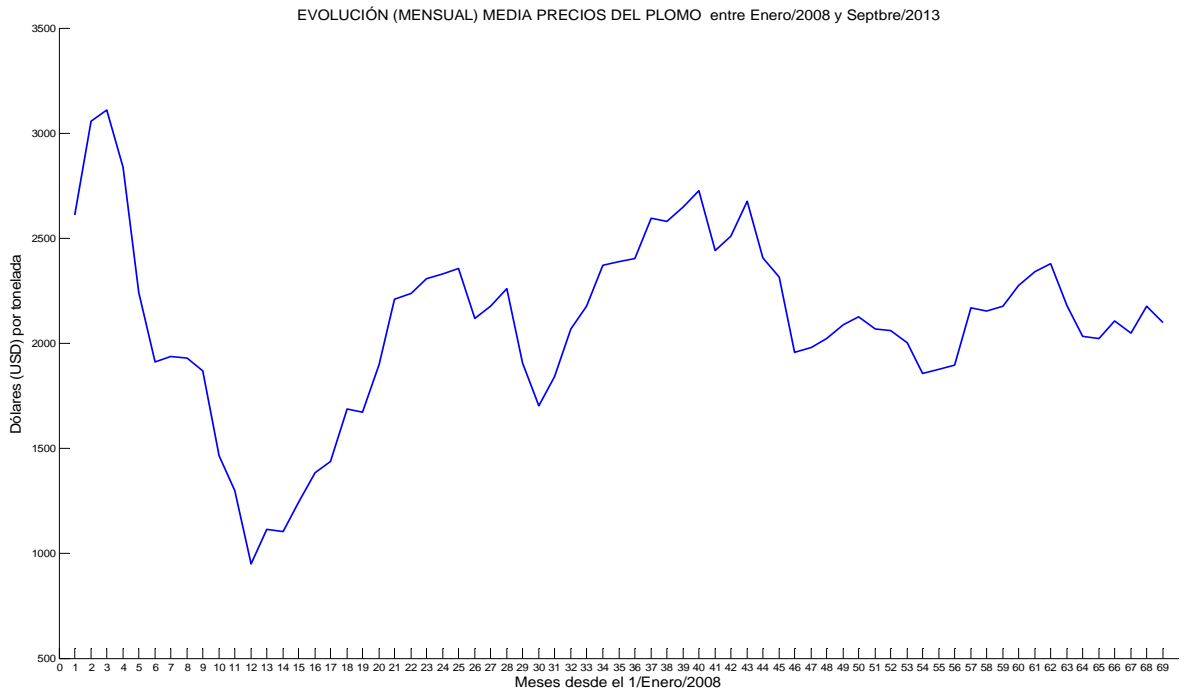
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL ZINZ



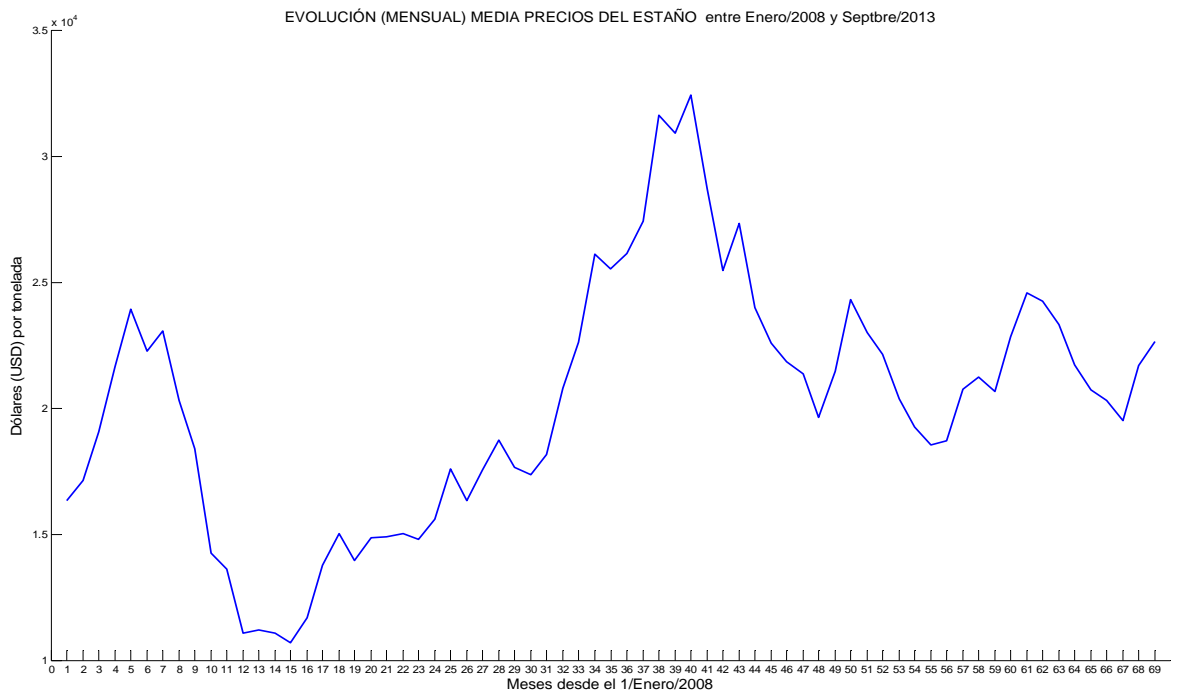
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL NIQUEL



GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL PLOMO



GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE PRECIOS DEL ESTAÑO



4. Metodología del haz de rectas

4.1. Introducción

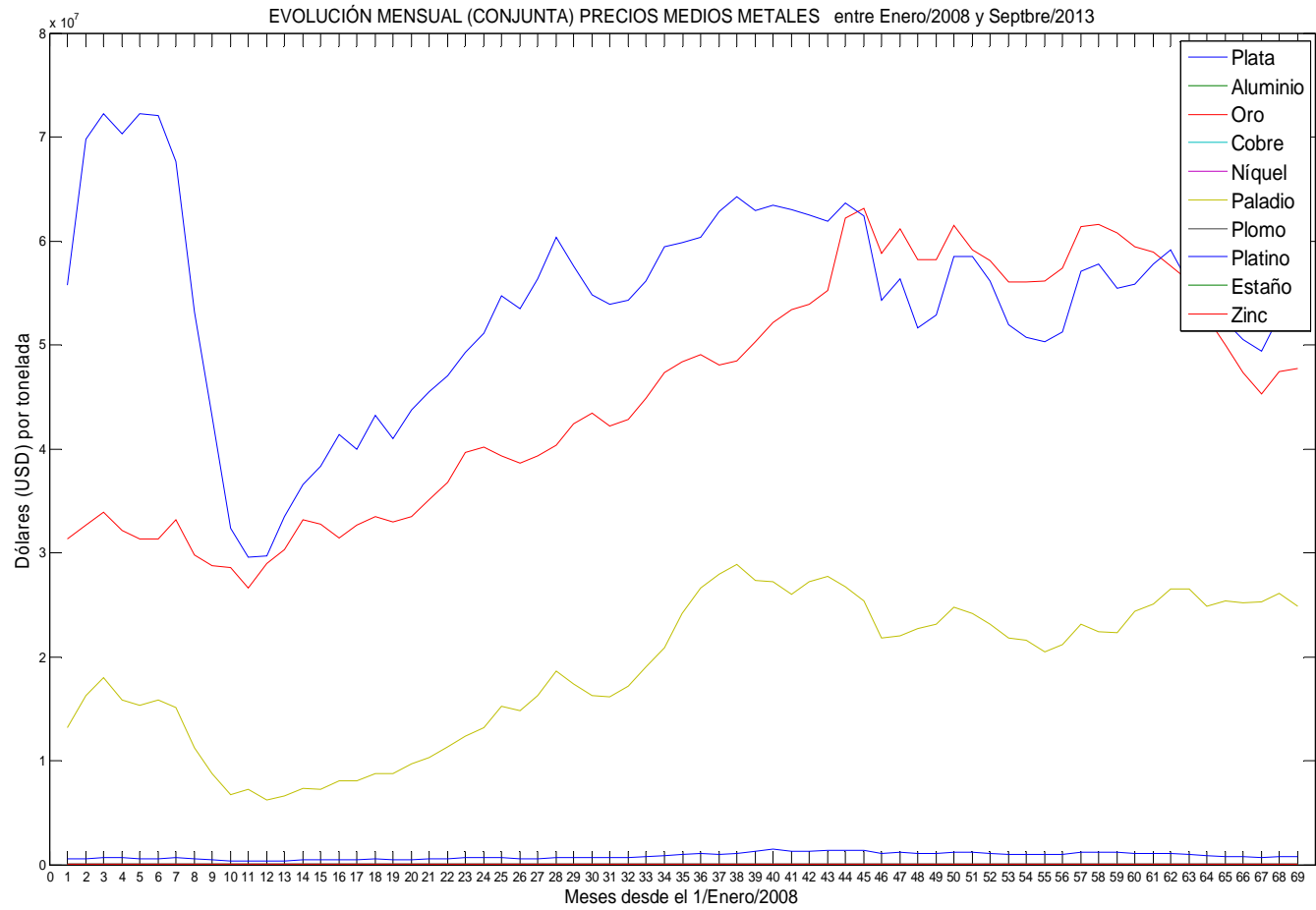
Hay diferentes formas a la hora de representar, el conjunto de datos de series temporales, pero normalmente, para facilitar la posible detección de patrones, suele usarse la representación gráfica de líneas, ya que conseguimos una buena interpretación.

El problema surge, cuando queremos analizar diferentes series temporales, puesto que el conjunto de líneas dificultan, en muchos casos, el estudio de las mismas, ya que están todas superpuestas. Tanto si se representa cada serie por separado como si se representan todas ellas conjuntamente mediante su superposición en un único gráfico la comparación se hace muy compleja en cuanto el número de series es mínimamente elevado.

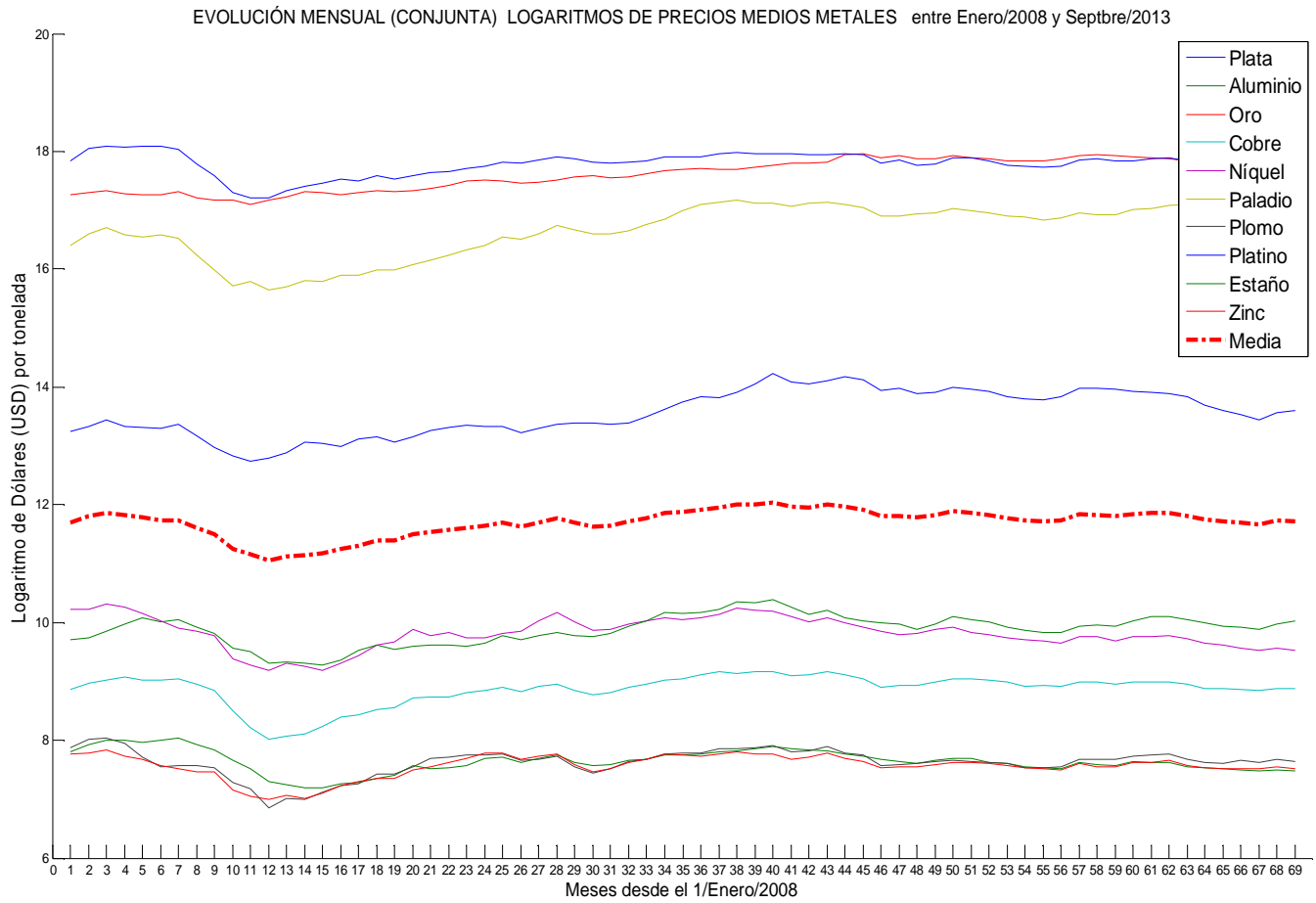
Aunque las modernas tecnologías informáticas ofrecen magníficas herramientas para el diseño de nuevas técnicas y el desarrollo de software para la visualización de datos espacio-temporales, sorprende la escasez de trabajos relativos a la representación de conjuntos masivos de series temporales.

En este trabajo estamos interesados en la comparación de las trayectorias del precio de diez metales entre el 1 de enero de 2008 al 30 de septiembre de 2013.

Aunque los datos originales se obtuvieron con valores diarios se han convertido a precios medios mensuales para facilitar los cálculos posteriores sin que, con ello, se pierda el carácter analítico de este proyecto. La gráfica, conjunta de precios medios mensuales, se muestra a continuación y, dado que, como explicaremos, todo el estudio se realiza sobre los logaritmos de los datos, también se incluye la gráfica, análoga a la anterior pero con los logaritmos de los precios medios mensuales y, en esta última gráfica, también se incorpora la serie media de todas las demás.



GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL MEDIA DE METALES



GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL LOGARITMOS DE PRECIOS MEDIOS METALES

La comparación se realizará mediante la “Metodología del Haz de Rectas”.

Esta herramienta estadística calcula, bajo el supuesto de que la estructura que subyace en el conjunto de las series históricas objeto de análisis es la de un haz de rectas, un “conjunto de series resumen” con el que es posible simplificar la comparación de las trayectorias relativas a cada metal precioso. Así, el resultado ofrecido consiste en un gráfico por cada metal en el que, con la finalidad de interpretar su evolución en términos de las restantes, se representa la serie histórica correspondiente sobre el conjunto de series resumen.

En la próxima sección presentaremos la metodología y se aplicará al estudio de las series históricas de cotizaciones de los diez metales que conforman nuestro estudio.

4.2 La metodología del haz de rectas para la comparación de series temporales

A continuación se expone una metodología, denominada Metodología del Haz de Rectas, para la comparación de series temporales que midan un mismo fenómeno o variable procedente de diferentes ámbitos, territorio, agentes, condiciones, etc. Para ilustrar el proceso de aplicación compararemos los 10 metales, durante los últimos cinco años y medio: oro, plata, platino paladio, aluminio, cobre, níquel, plomo, estaño y zinc.

Antes de proceder a la presentación de la metodología y a la exposición de los resultados teóricos asociados, introduzcamos dos conceptos.

Definición 1.

Un conjunto $\{c_{t,k}\}$ de K series temporales distintas, todas ellas definidas en los mismos instantes, $t=1, \dots, T$, tiene estructura de haz de K rectas si existe otra serie x_t tal que para cada $c_{t,k}$ existen cuatro coeficientes b_k , m_k , B_0 y B_1 , con al menos m_k diferente de cero, tales que:

$$c_{t,k} = b_k + m_k \cdot x_t \quad \forall t, k \quad \text{donde} \quad b_k = B_0 + B_1 \cdot m_k \quad \forall t, k$$

Obsérvese que:

$$\begin{aligned} C_{t,k} = C_{t,k'} \text{ sys } b_k + m_k \cdot x_t = b_{k'} \cdot x_t = b_{k'} + m_{k'} \cdot x_t \text{ sys } (m_k - m_{k'}) \cdot x_t \\ = -B_1 \cdot (m_k - m_{k'}) \end{aligned}$$

$$c_{t,k} = c_{t,k'} \quad , \quad \text{si} \quad x_t = -B_1$$

en dicho caso:

$$c_{t,k} = B_0$$

y el vértice:

$$(x_t, c_{t,k}) = (-B_1, B_0).$$

En el caso particular de que el coeficiente b_k sea igual a cero $\forall k$ el vértice del haz coincidirá con el origen de coordenadas

$$(x_t, c_{t,k}) = (0,0)$$

Definición 2:

Sea $\{Y_{t,j}\}$, $j: 1, \dots, j$, un conjunto de J series temporales distintas, todas ellas definidas en los mismo instantes, $t=1, \dots, T$. Diremos que la estructura que subyace en el conjunto $\{Y_{t,j}\}$ es la de un haz de rectas si existe otra serie X_t , tal que, por un lado, para cada una de las J series es adecuado el ajuste de la ecuación de regresión:

$$\hat{Y}_{t,j} = A_{0,j} \cdot t + A_{1,j} \cdot X_t + A_{2,j} \quad j = 1, \dots, J,$$

y, por otro, o bien la secuencia de coeficientes $(A_{0,1}, \dots, A_{0,j})$ es nula o bien su grado de asociación lineal con la secuencia $(A_{1,1}, \dots, A_{1,j})$ es estadísticamente significativo.

Obsérvese que, si B_0 y B_1 son los coeficientes de la ecuación de regresión:

$$A_{0,j} = B_0 + B_1 \cdot A_{1,j} \quad j = 1, \dots, J$$

Entonces, según la Definición 1, el conjunto de series $\{y_{t,j}\}$ donde:

$$\hat{Y}_{t,j} = \hat{A}_{0,j} + A_{1,j} \cdot X_t \quad j = 1, \dots, J, \quad \text{siendo} \quad x_t = \nabla X_t = X_t - X_{t-1},$$

tiene estructura de haz de J rectas de vértice:

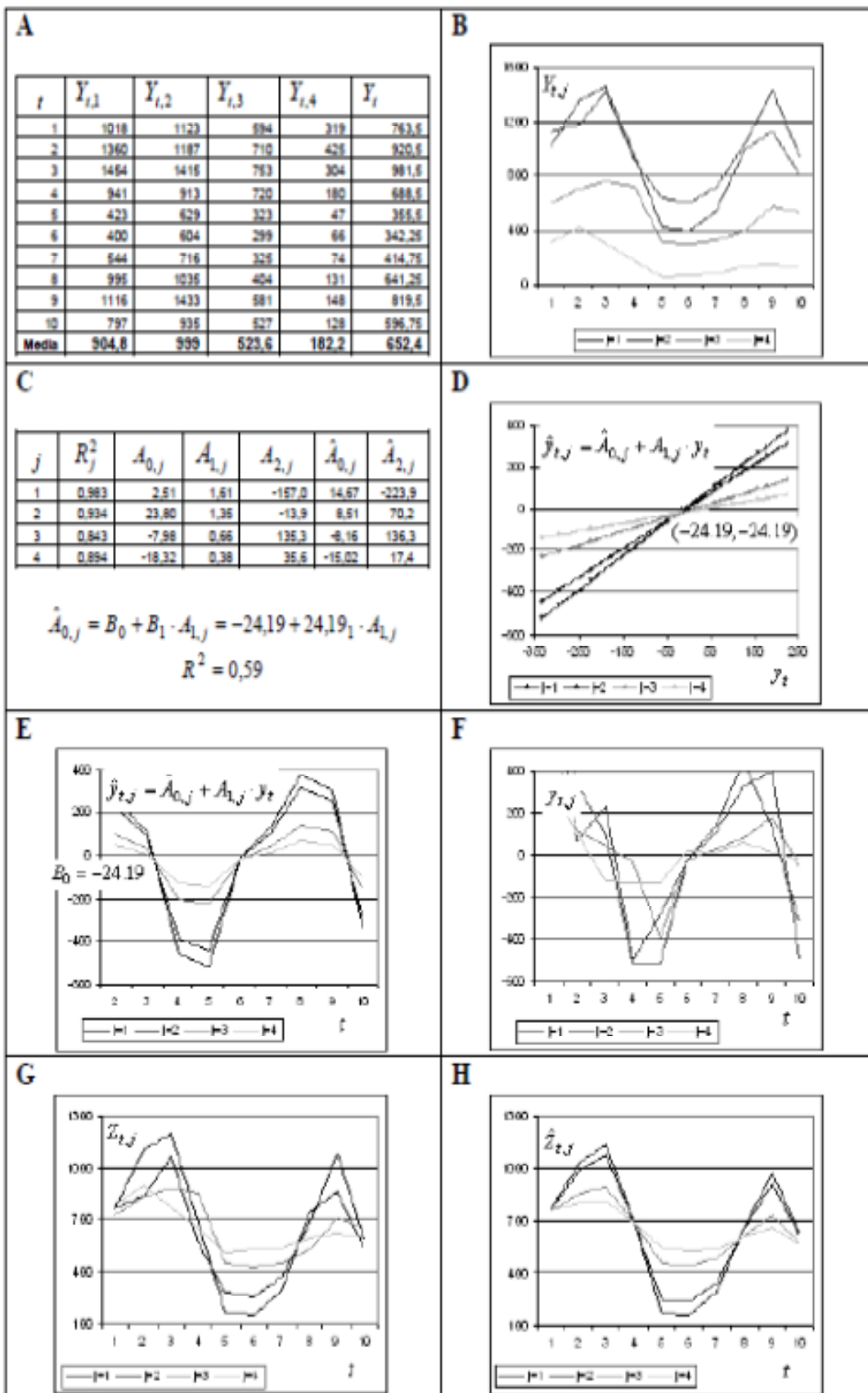
$$(x_t, \hat{y}_{t,k}) = (-B_1, B_0)$$

Ilustraremos estos dos conceptos mediante un sencillo ejemplo que, a su vez, permitirá introducir la metodología. Sean $Y_{t,1}$, $Y_{t,2}$, $Y_{t,4}$ cuatro series temporales (**Fig.1,A y B**) e Y_t la serie promedio. Supongamos, por un lado, que para cada una de las cuatro series, el coeficiente R_j^2 correspondiente a la ecuación de regresión

$$\hat{Y}_{t,j} = A_{0,j} \cdot t + A_{1,j} \cdot Y_t + A_{2,j}$$

Es estadísticamente significativo: por ejemplo, para $j=1$ (**Fig.1, C**):

$$\hat{Y}_{t,1} = 2,51 \cdot t + 1,61 \cdot Y_t + (-157) \quad \text{con} \quad R_1^2 = 0,983$$



Supongamos también que la asociación lineal entre las dos secuencias de coeficientes $(A_{0,1}, \dots, A_{0,4})$ y $(A_{1,1}, \dots, A_{1,4})$ es estadísticamente significativa. Si denominamos $\hat{A}_{0,j}$ al valor ajustado de $A_{0,j}$ mediante la ecuación de regresión lineal (**Fig.1, C**):

$$\hat{A}A_{0,j} = B_0 + B_1 \cdot A_{1,j} = -24,19 + 24,19 \cdot A_{1,j} \text{ con } R^2 = 0,59$$

Entonces, según la **Definición 1**, el conjunto de las cuatro series:

$$\hat{Y}_{t,j} = A_{0,j} + A_{1,j} \cdot Y_t \quad j = 1, \dots, 4 \quad \text{con } y_t = \nabla y_t = y_t - y_{t-1},$$

tiene estructura de haz de j rectas de vértice (**Fig.1, D**):

$$(y_t, \hat{y}_{t,j}) = (-B_1, B_0) = (-24,19 - 24,19)$$

En otras palabras, según la **Definición 2**, la estructura que subyace en el conjunto $\{Y_{t,j}\}$ es la de un haz de rectas.

Así como el valor $\hat{y}_{t,j}$ (**Fig.1, E**) se puede contemplar como una estimación del valor $y_{t,j}$ (**Fig.1.F**), también el valor:

$$\hat{Y}_{t,j} = \hat{A}_{0,j} \cdot t + A_{1,j} \cdot Y_t + \hat{A}_{2,j}$$

donde $\hat{A}_{2,j}$ es aquel valor tal que:

$$\bar{\hat{Y}}_j = \bar{Y}_j \quad \text{con} \quad \bar{\hat{Y}}_j = \frac{1}{10} \cdot \sum_{t=1}^{10} \hat{Y}_{t,j} \quad e \quad \bar{Y}_j = \frac{1}{10} \cdot \sum_{t=1}^{10} Y_{t,j}$$

Se puede contemplar como una estimación del valor $Y_{t,j}$; por ejemplo, para $j=1$ (**Fig 1,C**):

$$\hat{Y}_{t,1} = \hat{A}_{0,1} \cdot t + A_{1,1} \cdot Y_t + \hat{A}_{2,1} = 14,67 \cdot t + 1,61 \cdot Y_t + (-223,9)$$

Si homogenizamos la escala de las cuatro series (por ejemplo, al nivel de la serie promedio, **Fig.1, G**):

$$Z_{t,j} = Y_{t,j} - \bar{Y}_j + \bar{Y} \quad j = 1, \dots, 4 \quad \text{con} \quad \bar{Y} = \frac{1}{10} \cdot \sum_{t=1}^{10} Y_t$$

entonces también:

$$\hat{Z}_{t,j} = \hat{Y}_{t,j} - \bar{Y}_j + \bar{Y}$$

Se puede contemplar como estimación de $Z_{t,j}$ (**Fig1, H**).

Obsérvese que, respecto de una tendencia constante ($B_0 = -24,19$), las series del conjunto $\{\hat{Y}_{t,j}\}$ presentan fluctuaciones más a menos pronunciadas dependiendo del coeficiente $A_{1,j}$ (**Fig. 1, E**). Si el conjunto $\{\hat{y}_{t,j}\}$ reproduce el patrón de comportamiento del conjunto $A_{1,j}$ (**Fig. 1, F**), cabe suponer que existe una variable x_t responsable de las fluctuaciones ya que, por su naturaleza, la serie promedio no puede serlo. En otras palabras, si respecto de la serie promedio la estructura que subyace en el conjunto $\{Y_{t,j}\}$ es la de un haz de rectas, cabe suponer que es debido a que existe una serie X_t , que la genera, aunque en la práctica no es necesario conocerla.

La metodología que se describe, se fundamenta en la hipótesis de que la estructura que subyace en el conjunto de series objeto de análisis es la de un haz de rectas: dado un conjunto $\{Y_{t,j}\}$ que mide el mismo fenómeno o variable en distintos ámbitos, territorios, agentes, etc.,... como paso previo al proceso de construcción de las series resumen comprobaremos si la metodología es aplicable. La comparación se realizará sobre el correspondiente conjunto de series homogenizadas, $\{z_{t,j}\}$

Para ello, del conjunto $\{\hat{Z}_{t,j}\}$ se extraerá un subconjunto de series resumen, concretamente, considerando que cada serie $Z_{t,j}$ procede de un punto $(A_{1,j}, \hat{A}_{0,j})$ situado en un segmento de la recta $y = B_0 + B_1 \cdot x$, las series resumen se construirán a partir de K puntos representativos de este mismo segmento:

$$(m_k, b_k), \quad \text{donde } b_k = B_0 + B_1 \cdot m_k, \quad k = 1, \dots, K$$

En definitiva, la expresión de las series resumen vendrá dada por:

$$C_{t,k} = b_k \cdot t + m_k \cdot Y_t + \mu_k \quad k = 1, \dots, K$$

Siendo μ_k aquel valor que sitúe la k -ésima serie resumen a la misma escala que las J series homogenizadas.

A continuación se ofrece una serie de resultados teóricos relacionados con la construcción del conjunto de series resumen.

4.3 Fundamentos teóricos de la metodología del haz de rectas

Proposición1:

Sea $\{C_{t, k}\}$, $k=1,.., K$, un conjunto de K series temporales distintas, todas ellas definidas en los mismo instantes temporales, $t=1,..T$, y con la misma medida:

$$\bar{C}_k = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T C_{t,k} \quad \forall k \quad [1]$$

Sea X_t otra serie temporal y supongamos que para cada $C_{t, k}$ existen cinco coeficientes $b_k, m_k, \mu_k, B_0,$ y B_1 con al menos m_k distinto de cero, tales que:

$$C_{t,k} = b_k \cdot t + m_k \cdot X_t + \mu_k \quad \forall t, k \quad [2]$$

Siendo:

$$b_k = B_0 + B_1 \cdot m_k \quad \forall t, k \quad [3]$$

Entonces :

- A) Si $C_{t,q}, C_{t,r}$ y $C_{t,s}$ son tres series temporales cualesquiera del conjunto $\{C_{t,k}\}$ tales que $m_q < m_r < m_s$, entonces $d(C_{t,q}, C_{t,r}) < d(C_{t,q}, C_{t,s})$, donde d es la distancia euclídea.
- B) Para cualquier par de series temporales del conjunto $\{C_{t, k}\}$ existe al menos un punto en su trayectoria en el que se cortan. Además, los puntos de corte de cualquier par de trayectorias son los puntos de corte de todas ellas.
- C) Si las trayectorias se cortan en más de un punto, entonces la diferencia entre dos puntos de corte cualesquiera es independiente de la media de las series temporales.

Dem. De A):

Si denominamos: $\bar{t} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T t = \frac{T+1}{2}$ y $\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$

Las expresiones [2] y [3] implican que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T C_{t,k} &= \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T (b_k \cdot t + m_k \cdot X_t + \mu_k) = b_k \cdot \bar{t} + m_k \cdot \bar{X} + \mu_k \\ &= (B_0 + B_1 \cdot m_k) \cdot \bar{t} + m_k \cdot \bar{X} + \mu_k = B_0 \cdot \bar{t} + (B_1 \cdot \bar{t} + \bar{X}) \cdot m_k + \mu_k \end{aligned}$$

Entonces, por [1]:

$$\alpha = B_0 \cdot \bar{t} + (B_1 \bar{t} + \bar{X}) \cdot m_k + \mu_k \quad \forall k$$

Luego:

$$\mu_k = D_0 + D_1 \cdot m_k \quad \forall k \quad [4]$$

donde:

$$D_0 = \alpha - B_0 \cdot \bar{t} \quad y \quad D_1 = -B_1 \cdot \bar{t} - \bar{X}$$

En consecuencia, [2] también puede expresarse como:

$$C_{t,k} = D_0 + B_0 \cdot t + (B_1 \cdot t + X_t + D_1) \cdot m_k \quad [5]$$

Entonces, si $m_k < m_{k'}$:

$$\begin{aligned} d(C_{t,k}, C_{t,k'}) &= \left(\sum_{t=1}^T (D_0 + B_0 \cdot t + (B_1 \cdot t + X_t + D_1)) \cdot m_{k'} \right. \\ &\quad \left. - (D_0 + B_0 \cdot t + X_t + D_1) \cdot m_k \right)^2 \frac{1}{2} \\ &= \left(\sum_{t=1}^T (B_1 \cdot t + X_t + D_1)^2 \cdot (m_{k'} - m_k)^2 \right) \frac{1}{2} \\ &= (m_{k'} - m_k) \cdot \left(\sum_{t=1}^T (B_1 \cdot t + X_t + D_1)^2 \right) \frac{1}{2} = (m_{k'} - m_k) \cdot \varepsilon \end{aligned}$$

donde:

$$\varepsilon = \left(\sum_{t=1}^T (B_1 \cdot t + X_t + D_1)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

es un valor constante positivo independiente de t y k . Luego, si $m_q < m_r < m_s$, entonces:

$$d(C_{t,q}, C_{t,r}) = (m_r - m_q) \cdot \varepsilon < (m_s - m_q) \cdot \varepsilon = d(C_{t,q}, C_{t,s})$$

En otras palabras, bajo las hipótesis [1], [2] y [3], las series temporales del conjunto $\{C_{t,k}\}$ pueden ser ordenadas en términos de su similitud: si suponemos que la secuencia de coeficientes m_k está ordenada:

$$m_1 < m_2 < \dots < m_k$$

Entonces la secuencia $C_{t,1}, C_{t,2}, \dots, C_{t,k}$ es tal que:

$$D(C_{t,k}, C_{t,k+1}) < d(C_{t,k}, C_{t,k'}) \quad k = 1, \dots, K-2 \quad k' = k+2, \dots, k$$

$$D(C_{t,k}, C_{t,k-1}) < d(C_{t,k}, C_{t,k'}) \quad k = 3, \dots, K \quad k' = 1, \dots, k-2$$

Dem.de B)

Si dos trayectorias no tuvieran ningún punto de corte una de ellas tomaría siempre valores mayores que la otra:

$$C_{t,k} > C_{t,k'} \quad \forall t$$

y en dicho caso:

$$\bar{C}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T C_{t,k} > \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T C_{t,k'} = \bar{C}_{k'}$$

en contradicción con la hipótesis [1]. En consecuencia, existe al menos un punto en el que las trayectorias de las dos series temporales se cortan. Además, si t es un instante de corte, entonces:

$$C_{t,k} - C_{t,k'} = 0$$

y, por [5]:

$$(B_1 \cdot t + X_t + D_1) \cdot (m_k - m_{k'}) = 0$$

Dado que:

$$m_k \neq m_{k'}, \quad \forall k' \neq k$$

entonces en el instante t:

$$B_1 \cdot t + X_t + D_1 = 0$$

y, en consecuencia:

$$(B_1 \cdot t + X_t + D_1) \cdot (m_k - m_{k'}) = 0 \quad \forall k' \neq k$$

Luego, por [5], en el instante t:

$$C_{t,k} = C_{t,k'} \quad \forall k' \neq k$$

Es decir, un punto de corte de dos trayectorias cualesquiera es un punto de corte de todas ellas.

Dem.de C):

Como hemos visto en la demostración de **B)**, si t es un instante en el que todas las trayectorias se cortan, entonces:

$$B_1 \cdot t + X_t + D_1 = 0$$

y, por [5]:

$$C_{t,k} = D_0 + B_0 \cdot t \quad \forall k$$

Luego, si t' es otro instante de corte, la diferencia:

$$C_{t,k} - C_{t',k} = B_0 \cdot (t - t')$$

Es independiente de la media de las series temporales.

Observación 1:

Si denominamos:

$$C_{t,k}^S = C_{t,k} - C_{t-s,k} \quad y \quad x_t^S = X_t - X_{t-s},$$

Las hipótesis [2] y [3] implican que, respecto de x_t^s , el conjunto de k series temporales $\{c_{t,k}^s\}$, $k=1, \dots, K$, tiene estructura de haz de rectas de vértice:

$$(x_t^s, c_{t,k}^s) = (-s \cdot B_1, S \cdot B_0).$$

En el caso particular de que el coeficiente b_k va sea igual a cero para $\forall k$ el vértice coincidirá con el origen.

Dem:

Por definición de $c_{t,k}^s$ y de x_t^s , y por [2]:

$$C_{t,k}^s = s \cdot b_k + m_k \cdot x_t^s \quad [6]$$

Donde:

$$s \cdot b_k = s \cdot B_0 + s \cdot B_1 \cdot m_k \quad \forall k$$

En consecuencia, respecto de x_t^s , el conjunto $\{c_{t,k}^s\}$, tiene estructura de haz de K rectas de vértice:

$$(x_t^s, c_{t,k}^s) = (-s \cdot B_1, S \cdot B_0).$$

Observación 2:

Si C_t es la serie promedio:

$$C_t = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=1}^k C_{t,k}$$

Las hipótesis [2] y [3] implican que la serie:

$$c_t^s = C_t - C_{t-s}$$

Es tal que existen dos coeficientes b y m tales que:

$$C_t^s = s \cdot b + m \cdot x_t^s \quad \text{donde } b = B_0 + B_1 \cdot m$$

Dem:

Por definición de C_t y por [2]:

$$C_t = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (b_k \cdot t + m_k \cdot X_t + \mu_k) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K b_k \cdot t + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K m_k \cdot X_t + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mu_k$$

Si denominamos:

$$b = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K b_k, \quad m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K m_k \quad y \quad \mu_k = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mu_k$$

entonces:

$$C_t = b \cdot t + m \cdot X_t + \mu \quad [7]$$

Luego:

$$c_t^2 = s \cdot b + m \cdot x_t^s \quad [8]$$

donde, por [3]:

$$b = B_0 + B_1 \cdot m \quad [9]$$

Observación 3:

Las hipótesis [2] y [3] implican que, respecto de c_t^s , el conjunto de K series temporales $\{c_{t,k}^s\}$, $k=1, \dots, K$, tiene estructura de haz de K rectas de vértice:

$$(c_t^s, c_{t,k}^s) = (s \cdot B_0, s \cdot B_0)$$

Dem.:

Por [6] y [8]:

$$c_{t,k}^s = s \cdot b_k^c + m_k^c \cdot c_t^s \quad [10]$$

donde:

$$m_k^c = \frac{m_k}{m} \quad y \quad b_k^c = b_k - b \cdot m_k^c \quad [11]$$

Entonces, por [3] y [9]:

$$s \cdot b_k^c = s \cdot B_0 - s \cdot B_0 \cdot m_k^c \quad [12]$$

Luego, respecto de c_t^s , el conjunto $\{c_{t,k}^s\}$ tiene estructura de haz de K rectas.
Además:

$$c_{t,k}^s = c_{t,k'}^s \quad \text{sii} \quad s \cdot b_k^c + m_k^c \cdot c_t^s = s \cdot b_{k'}^c + m_{k'}^c \cdot c_t^s \quad \text{sii} \quad c_t^s = s \cdot B_0$$

En tal caso, por [10] y [12]:

$$c_{t,k}^s = s \cdot B_0$$

Observación 4:

Bajo las hipótesis [1], [2] y [3] los puntos de corte de las trayectorias de las series temporales del conjunto $\{C_{t,k}\}$ son también los puntos de corte de la trayectoria de la serie promedio con cualquiera de ellas.

Dem:

Si t es el instante correspondiente al corte de las trayectorias de todas las series $C_{t,k}$, entonces:

$$C_{t,k} = C_{t,k'} \quad \forall k' \neq k$$

Luego, en el instante t :

$$C_t = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=1}^k C_{t,k} = \frac{K}{K} \cdot C_{t,k} \quad \forall k$$

Observación 5:

Bajo las hipótesis [1], [2] y [3]:

$$C_{t,k} = b_k^c \cdot t + m_k^c \cdot C_t + \mu_k^c \quad \forall t, k \quad [13]$$

Donde b_k^c y m_k^c son los coeficientes previamente mencionados y:

$$\mu_k^c = \mu_k - \mu \cdot m_k^c$$

Dem:

Por [7]:

$$X_t = -\frac{b}{m} \cdot t + \frac{1}{m} \cdot C_t - \frac{\mu}{m}$$

Luego, por [2].

$$\begin{aligned} C_{t,k} &= b_k \cdot t + m_k \cdot \left(-\frac{b}{m} \cdot t + \frac{1}{m} \cdot C_t - \frac{\mu}{m} \right) + \mu_k \\ &= \left(b_k - b \cdot \frac{m_k}{m} \right) \cdot t + \frac{m_k}{m} \cdot C_t + \left(\mu_k - \mu \frac{m_k}{m} \right) \end{aligned}$$

y por [11].

$$C_{t,k} = b_k^c \cdot t + m_k^c \cdot C_t + \mu_k^c$$

Observación 6:

Bajo las hipótesis [1], [2] y [3], si $C_{t,q}$, $C_{t,r}$ y $C_{t,s}$ son tres series temporales cualesquiera del conjunto $\{C_{t,k}\}$ tales que $m_q^c < m_r^c < m_s^c$ entonces:

$$d(C_{t,q}, C_{t,r}) < d(C_{t,q}, C_{t,s})$$

donde d es la distancia euclídea.

Dem:

Si $m_q^c < m_r^c < m_s^c$ entonces, por [11]:

$$m_q < m_r < m_s \quad (m > 0) \quad \text{o} \quad m < m_r < m_q \quad (m < 0)$$

Luego, por A):

$$d(C_{t,q}, C_{t,r}) < d(C_{t,q}, C_{t,s})$$

En otras palabras, si suponemos que la secuencia de coeficientes $m_1^c, m_2^c, \dots, m_k^c$ está ordenada e menor a mayor valor:

$$m_1^c < m_2^c < \dots < m_k^c$$

entonces la secuencia $C_{t,1}, C_{t,2}, \dots, C_{t,k}$ es tal que:

$$d(C_{t,k}, C_{t,k+1}) < d(C_{t,k}, C_{t,k'}) \quad k = 1, \dots, K-2 \quad k' = k+2, \dots, k$$

$$d(C_{t,k}, C_{t,k+1}) < d(C_{t,k}, C_{t,k'}) \quad k = 1, \dots, K-2 \quad k' = k+2, \dots, k$$

Observación 7:

Las hipótesis [2] y [3] implican que en aquellos instantes en que dos de las trayectorias $c_{t,k}^s$ se cortan lo hacen a la altura del valor $s.B_0$; además, en dichos instantes y a dicha altura, se cortan las restantes trayectorias así como la de c_t^s .

Dem:

Es consecuencia directa de la Observación 3.

Observación 8:

Por las **Observaciones 1 y 3**, el hecho de que el conjunto $\{c_{t,k}^s\}$ tenga estructura de haz de K rectas respecto de una serie temporal x_t^s significa que también la tiene respecto de la serie promedio c_t^s . Cabe suponer entonces que si, respecto de la serie promedio, la estructura que subyace en un conjunto $\{Y_{t,j}\}$ es la de un haz de rectas es porque existe una serie X_t que la genera. En la práctica, para construir el conjunto de series resumen, no será necesario conocer esta serie generadora, en su lugar se considerará la serie promedio Y_t .

4.4 Condiciones de aplicación

Sea $\{O_{t,j}, t=1, \dots, T\}, J=1, \dots, 10$ el muestreo de las series temporales relativas al periodo (69 meses) de Enero de 2008 a Septiembre de 2013. Sea $\{Y_{t,j} = \ln O_{t,j}\}$ el conjunto de series objetos de análisis y sea Y_t la correspondiente serie promedio:

$$Y_t = \frac{1}{69} \cdot \sum_{j=1}^{69} Y_{t,j}$$

El objetivo es construir un conjunto de K series temporales $\{C_{t,k}\}$ que resuman el comportamiento de las diez series objeto de análisis. La aplicación de la metodología propuesta estará justificada si la escritura que subyace en el conjunto $\{Y_{t,j}\}$ es la de un haz de rectas .

Para comprobarlo, calcularemos los coeficientes $A_{0,j}$, $A_{1,j}$ y $A_{2,j}$ mediante el ajuste de la ecuación de regresión lineal:

$$\hat{Y}_t = A_{0,j} \cdot t + A_{1,j} \cdot Y_t + A_{2,j} \quad j = 1, \dots, J$$

en cada una de las diez series temporales.

Los resultados obtenidos, para dicho ajuste de regresión lineal, sobre nuestras diez series históricas de precios medios mensuales, en el período indicado, son los que se indican en la tabla que sigue, en la que, además de los coeficientes principales de la línea de regresión se muestran, también, los coeficientes de correlación (R) y el coeficiente de determinación (R^2). Los gráficos individualizados se muestran en el anexo B.

METAL	A(0,j)	A(1,j)	Correlación	R ²
Plata	0.0139	11.172	0.72	0.52
Aluminio	-0.0018	0.6531	-0.18	0.03
Oro	0.0113	14.499	0.88	0.77
Cobre	0.0053	0.7339	0.40	0.16
Niquel	-0.0014	0.8373	-0.10	0.01
Paladio	0.0168	13.692	0.75	0.56
Plomo	0.0027	0.6416	0.23	0.05
Platino	0.0020	15.262	0.21	0.04
Estaño	0.0064	0.8398	0.50	0.25
Zinc	0.0021	0.6655	0.21	0.04

De la inspección de la anterior tabla se deducen unos coeficientes A(1,j) significativamente distintos de 0 y unos coeficientes de correlación que, aunque

bastante bajos en algunos metales (Níquel, Plomo, Platino y Zinc) no nos impiden seguir adelante con nuestra metodología.

4.5 Homogenización de la escala

Una vez verificadas las condiciones de aplicación de la metodología y precediendo a la construcción del conjunto de series resumen es necesario homogenizar la escala de medida de las series $Y_{t,j}$ construyendo las correspondientes series $Z_{t,j}$

$$Z_{t,j} = Y_{t,j} - \alpha_j + \alpha \quad j = 1, \dots, j$$

Donde:

$$\alpha_j = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T Y_{t,j} \quad j = 1, \dots, j$$

Y α es la escala común elegida:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Z_{t,j} = \alpha \quad \forall j$$

Si, por ejemplo:

$$\alpha = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$$

Entonces la media de las J series transformadas será igual a la media de la serie Y_t

4.6 Extracción del conjunto de curvas resumen

Los pasos a seguir en el proceso de construcción del conjunto de series resumen son los siguientes:

Paso 1: Elegir K , número de series resumen.

Paso 2: Estimar por mínimos cuadrados ordinarios los coeficientes B_0 y B_1 de la ecuación de regresión: $\hat{A}_{0,j} = B_0 + B_1 \cdot A_{1,j}$.

Paso 3: Para $k=1, \dots, K$, definir el valor del coeficiente m_k y calcular $b_k = B_0 + B_1 \cdot m_k$. Por ejemplo, elegir dos valores distantes a y b dentro del rango de variación de los valores $A_{1,j}, j=1, \dots, j$ y considerar: $m_1 = a$ y $m_k = m_{k-1} + \theta, k=2, \dots, k$ con $\theta = (b-a)/(K-1)$.

Paso 4: Para $k=1, \dots, K$, calcular $g_{t,k} = b_k \cdot t + m_k \cdot Y_t$.

Paso 5: Para $k=1, \dots, K$, calcular $\beta_k = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T g_{t,k}$.

Paso 6: Para $k=1, \dots, K$, calcular $C_{t,k} = g_{t,k} - \beta_k + \alpha$

Obsérvese que, si denominamos:

$$\mu_k = -\beta_k + \alpha$$

Entonces:

$$C_{t,k} = b_k \cdot t + m_k \cdot Y_t + \mu_k \text{ con } b_k = B_0 + B_1 \cdot m_k \quad k = 1, \dots, K$$

Además

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T C_{t,k} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (g_{t,k} - \beta_k + \alpha) = \frac{1}{T} \cdot T \cdot (\alpha - \beta_k) + \frac{1}{T} \cdot T \cdot (\alpha - \beta_k) \\ &+ \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T g_{t,k} = (\alpha - \beta_k) + \beta_k = \alpha \end{aligned}$$

En otras palabras, el conjunto de series resumen $\{C_{t,k}\}$, $k=1,\dots,K$, construido según los pasos 1 a 6 verifica las condiciones [1],[2] y [3] de la Proposición 1 respecto de Y_t .

Por ejemplo, en términos del rango de variación de $A_{1,j}$, fijamos K coeficientes de la forma:

$$m_1 = \min A_{1,j} \quad \text{y} \quad m_k = m_{k-1} + \theta \quad \text{para } k=1,\dots,K$$

siendo:

$$\theta = (\max_j A_{1,j} - \min_j A_{1,j}) / (K-1)$$

Y, a partir de los valores de B_0 y B_1 , calculamos los coeficientes b_k :

$$b_k = B_0 + B_1 \cdot m_k \quad k=1,\dots,K$$

Los valores de los coeficientes m_k y b_k sirven para construir el conjunto de series $\{g_{t,k}\}$:

$$g_{t,k} = b_k \cdot t + m_k \cdot Y_t \quad k=1,\dots,K$$

y, a partir de sus medias:

$$\beta_k = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T g_{t,k} \quad k = 1, \dots, K$$

El conjunto de series resumen $\{C_{t,k}\}$:

$$C_{t,k} = b_k \cdot t + m_k \cdot X_t + \mu_k \quad k = 1, \dots, K$$

donde:

$$\mu_k = -\beta_k + \alpha$$

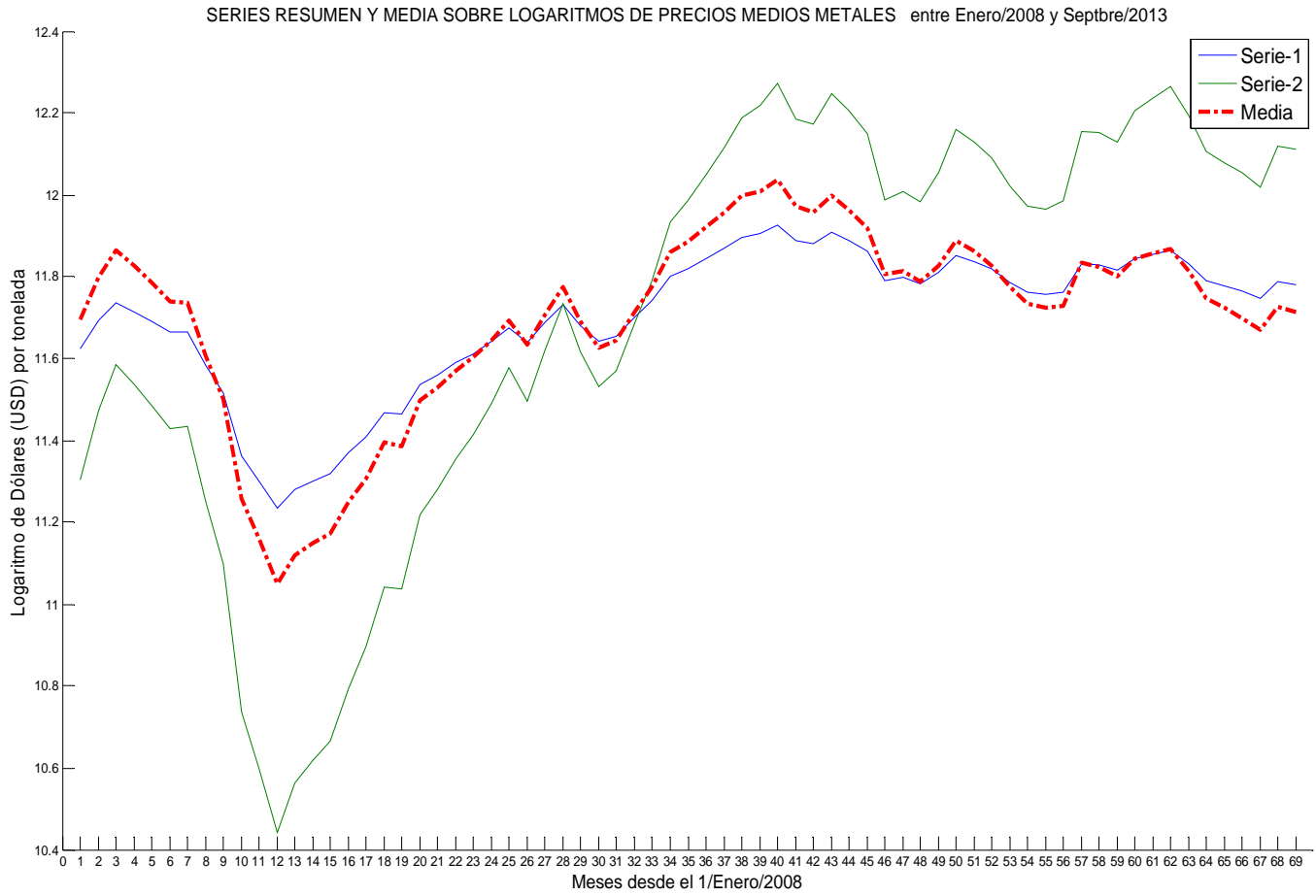
5. Análisis de Resultados

5.1 Resultados obtenidos

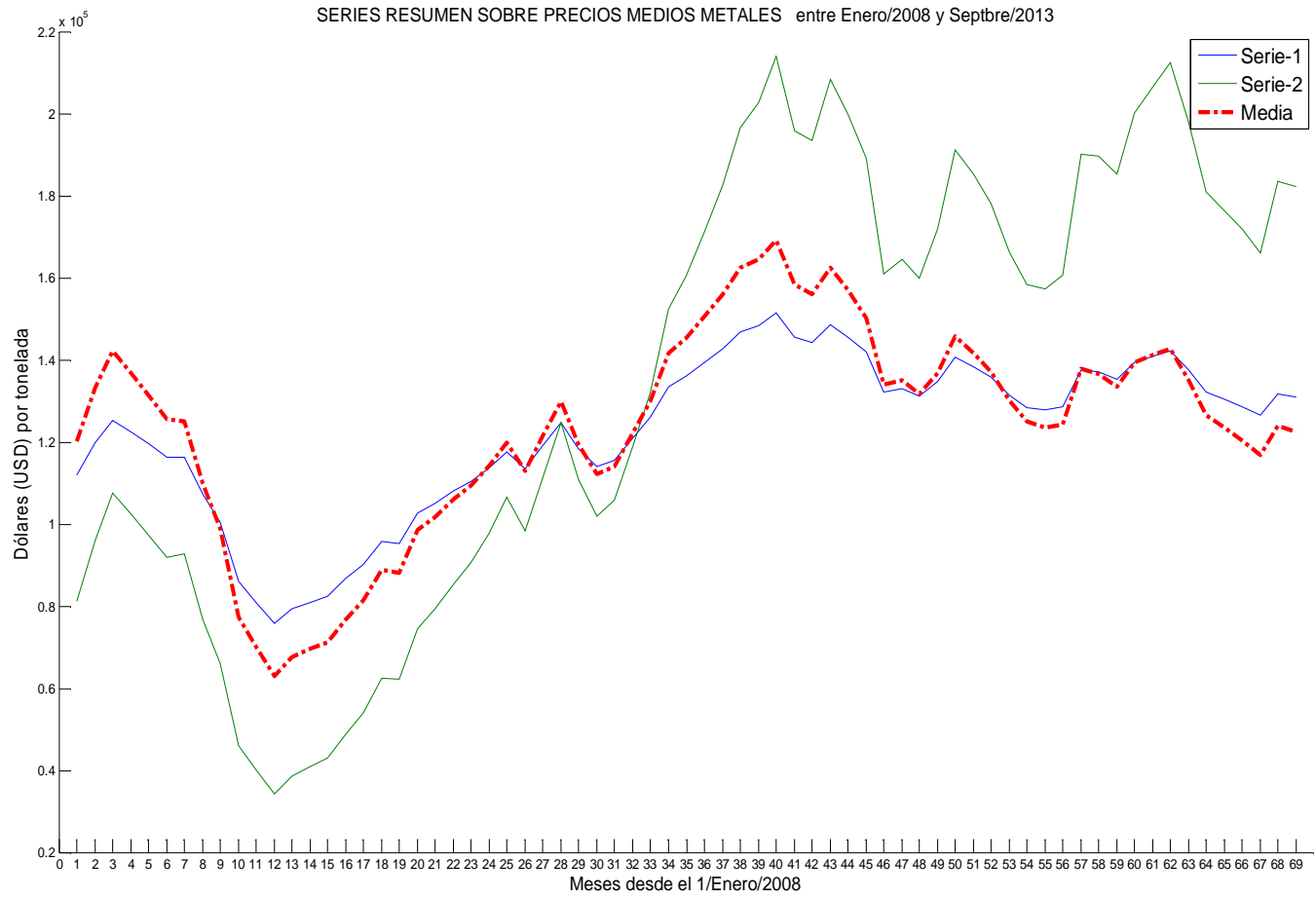
El tratamiento se ha llevado a cabo con $K = 2$, es decir, tratando de obtener dos series-resumen. Para los coeficientes m_1 y m_2 se han adoptado los valores mínimo y máximo, respectivamente, de los coeficientes $A_{1,j}$. Una vez realizados los cálculos se ha generado la gráfica, que más adelante mostramos, en la que se han superpuesto ambas series-resumen y se ha incluido, también, la serie media (como la media de los logaritmos de las diez series).

Dado que, como se ha indicado en la exposición teórica, todo el desarrollo se ha efectuado con los logaritmos de los valores de las series históricas (ya que ello permite comparar valores, en distintos instantes de tiempo, como cocientes) se adjunta, también, la misma tabla pero con valores reales, sin logaritmos.

De las dos series resumen extraídas, he considerado que la más importante es la serie resumen 1, que, además, coincide, casi de manera exacta con la serie media.



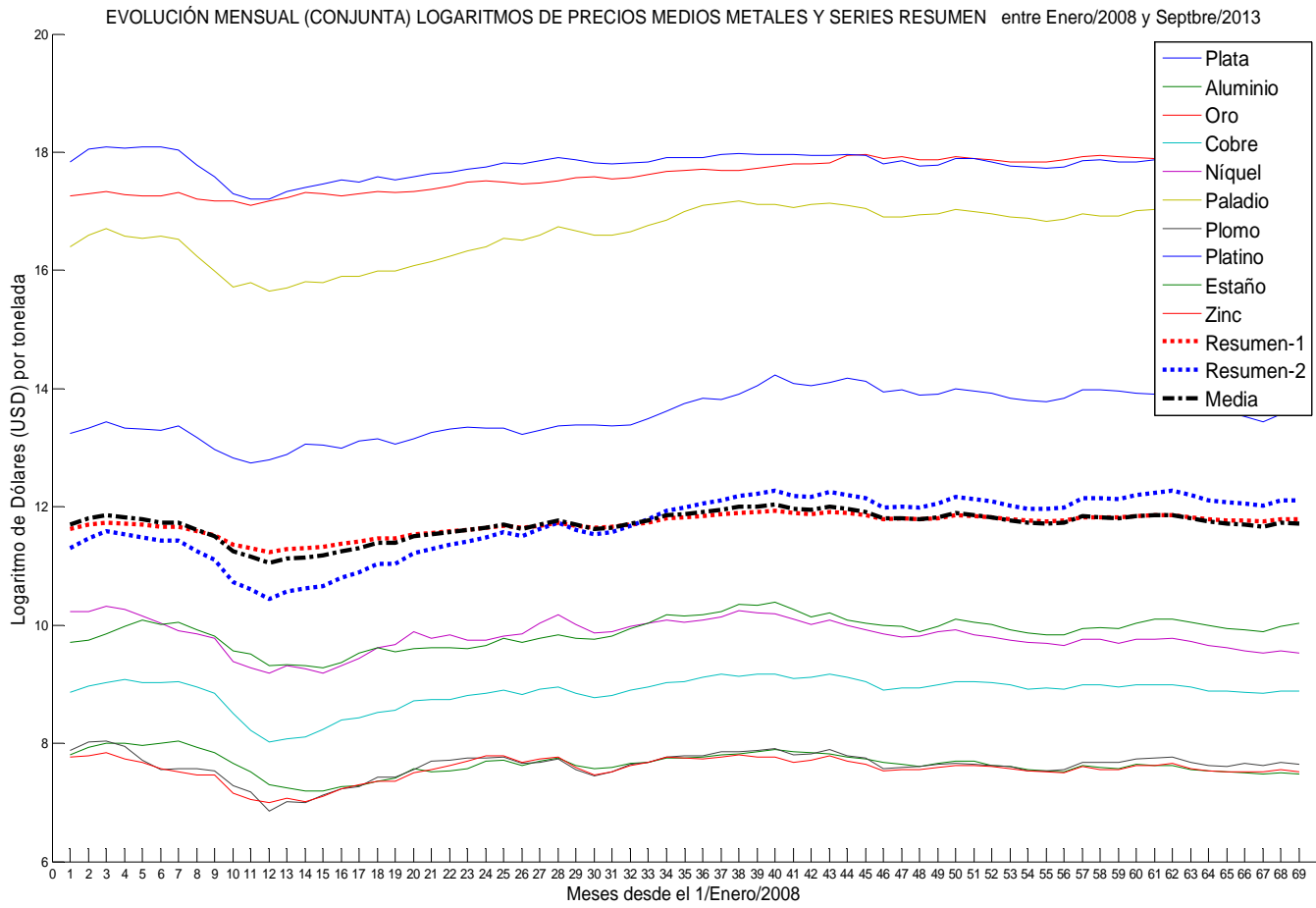
GRAFICA DE EVOLUCIÓN SERIES RESUMEN Y MEDIA LOGARITMOS DE PRECIOS MEDIOS METALES



GRAFICA DE EVOLUCIÓN DE SERIE RESUMEN SOBRE PRECIOS MEDIOS METALES

METAL	Log.distancia media	Coef.multiplicativo	Error.max(relativo)
Plata	1.85469	6.38969	0.21109
Aluminio	-4.05542	0.01733	0.13090
Oro	5.89887	364.62368	0.11720
Cobre	-2.83590	0.05867	0.07391
Niquel	-1.88082	0.15247	0.17452
Paladio	4.96318	143.04769	0.20968
Plomo	-4.07638	0.01697	0.09844
Platino	6.08692	440.06532	0.08270
Estaño	-1.81825	0.16231	0.09818
Zinc	-4.13689	0.01597	0.09831

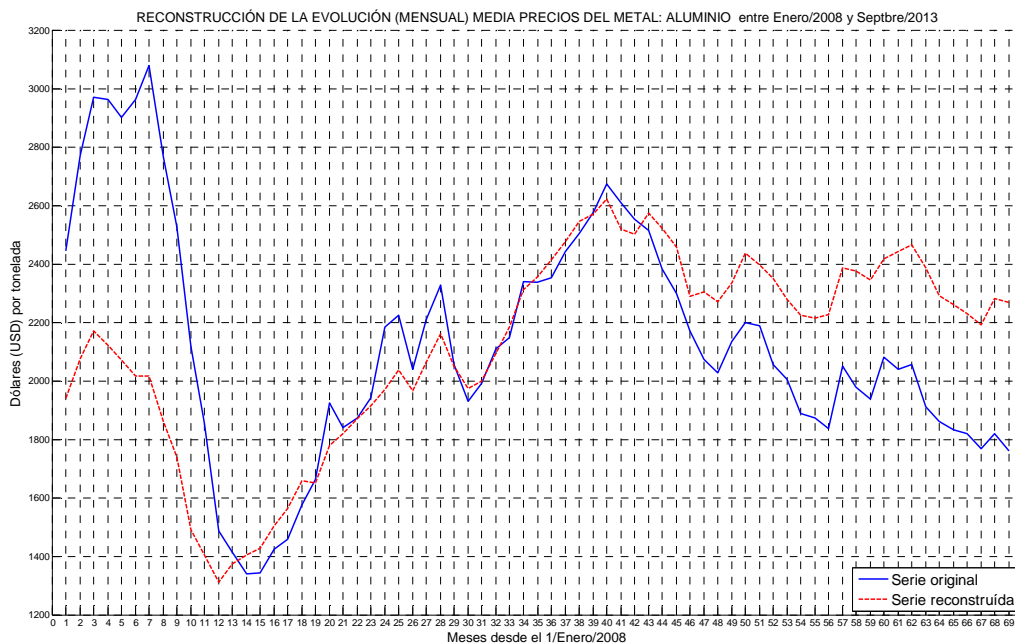
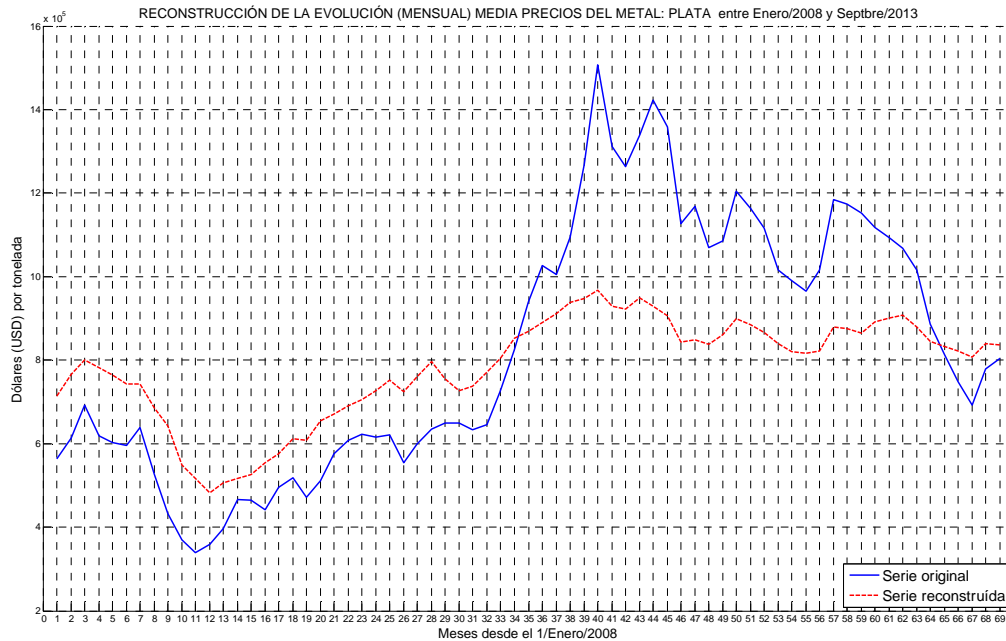
En la tabla anterior se muestran, para cada metal, las desviaciones que se obtienen en la formulación con los logaritmos de los datos así como el correspondiente coeficiente factor multiplicativo que permite reconstruir la serie histórica de cada metal con relación a la serie-resumen obtenida. Dichos coeficientes multiplicativos se obtienen como los valores exponenciales (e^x) de los valores de la primera columna.

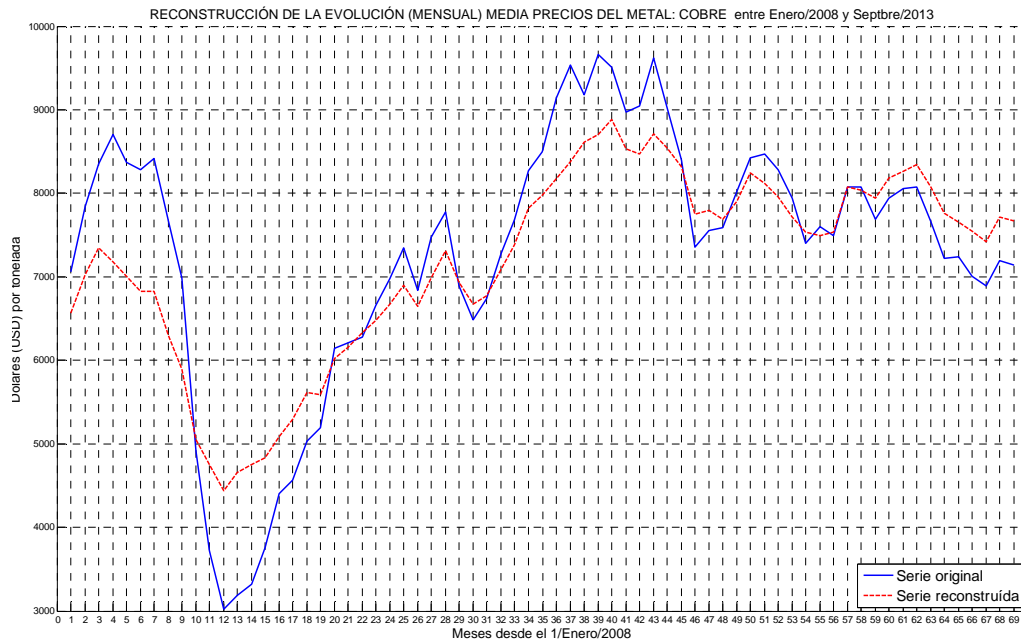
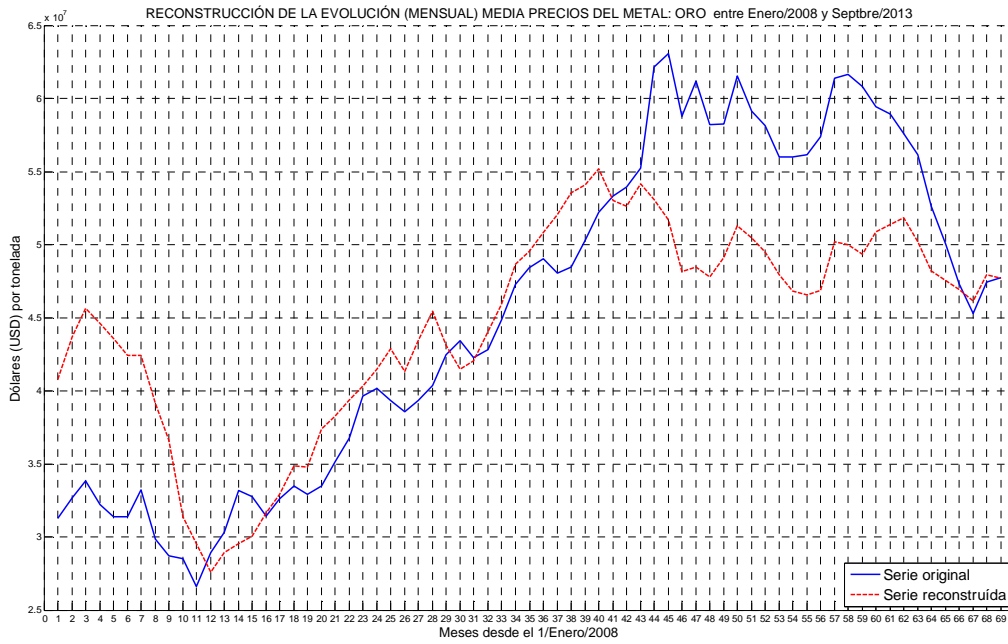


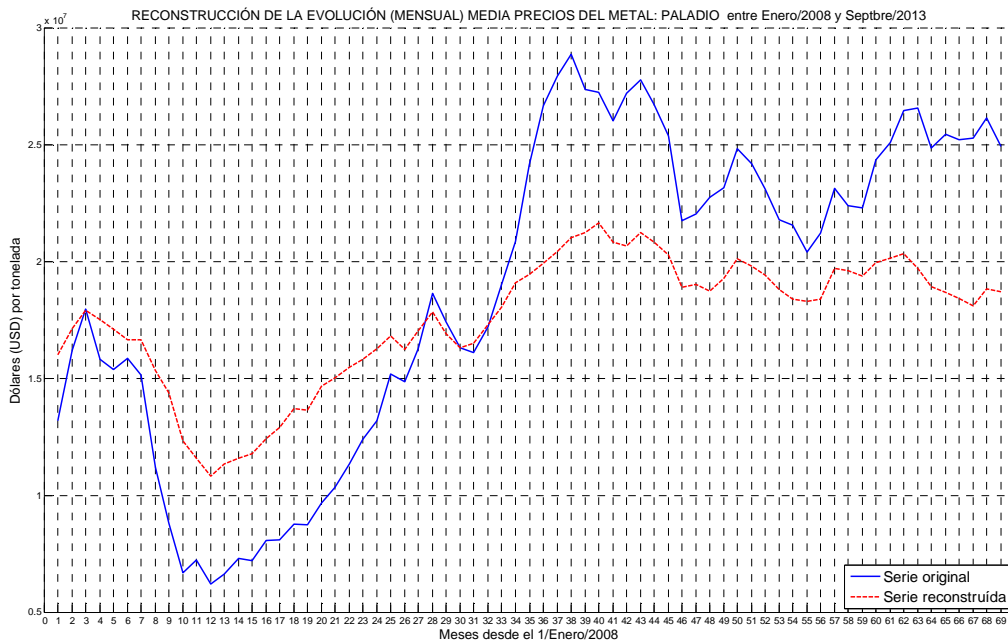
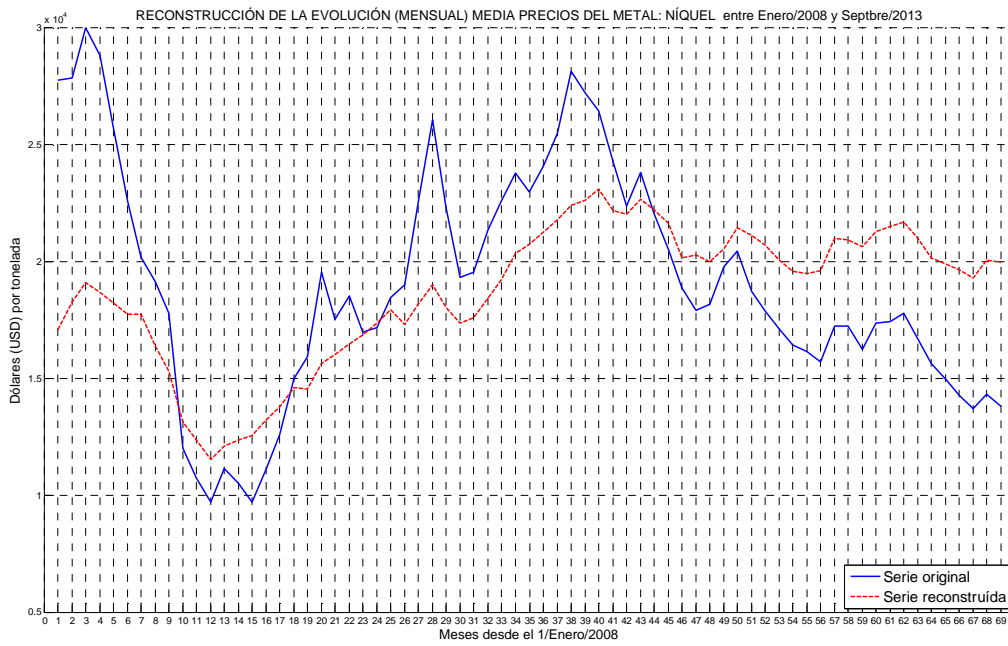
GRAFICA DE EVOLUCIÓN MENSUAL LOGARITMOS DE PRECIOS MEDIOS METALES Y SERIES RESUMEN

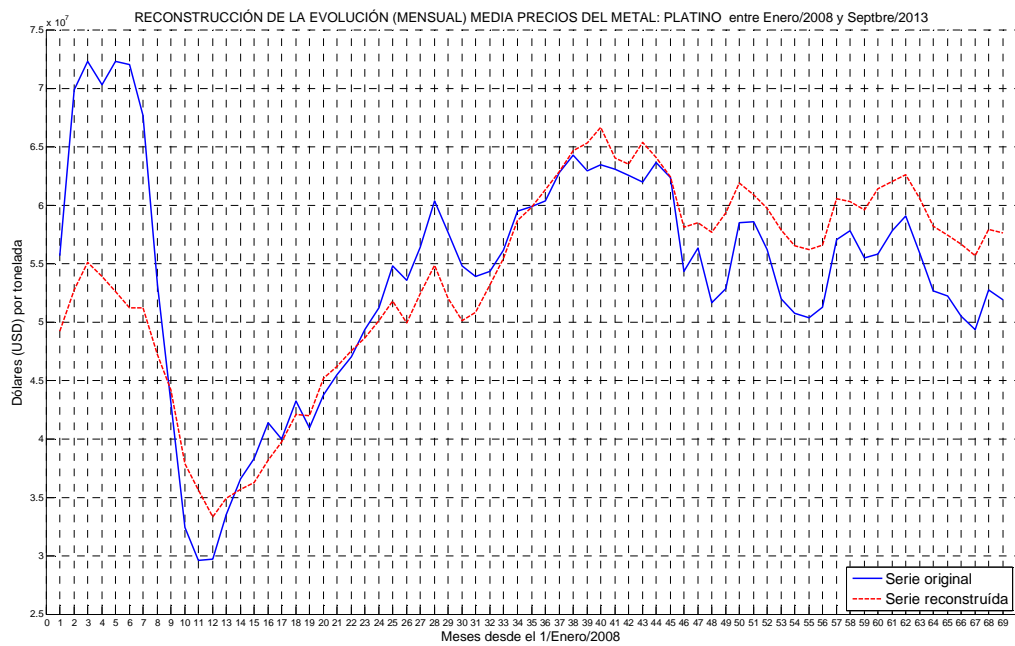
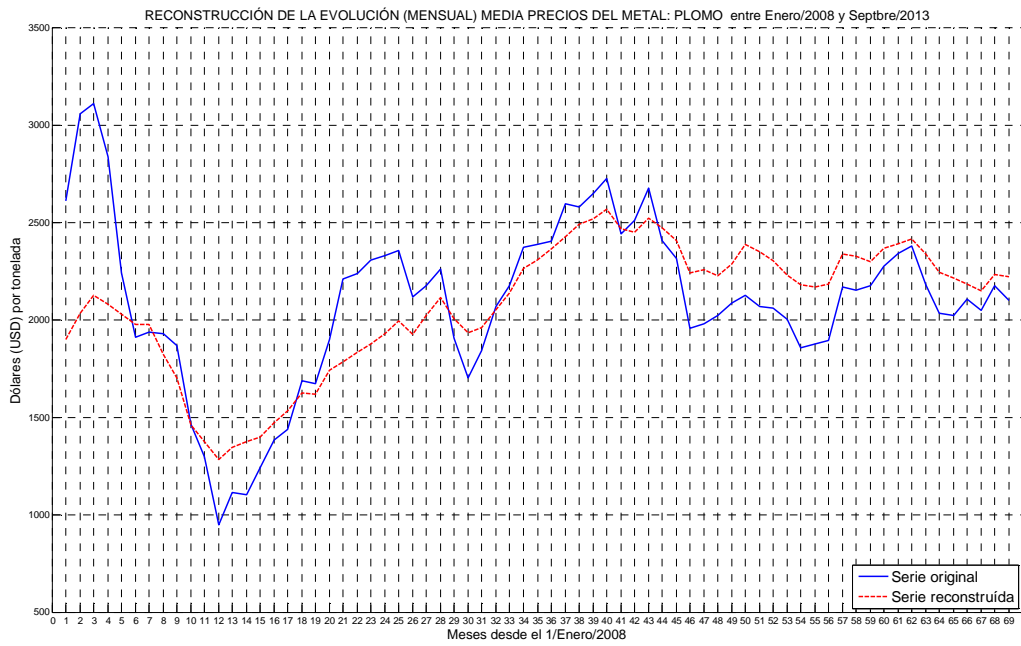
Series originales y series reconstruidas

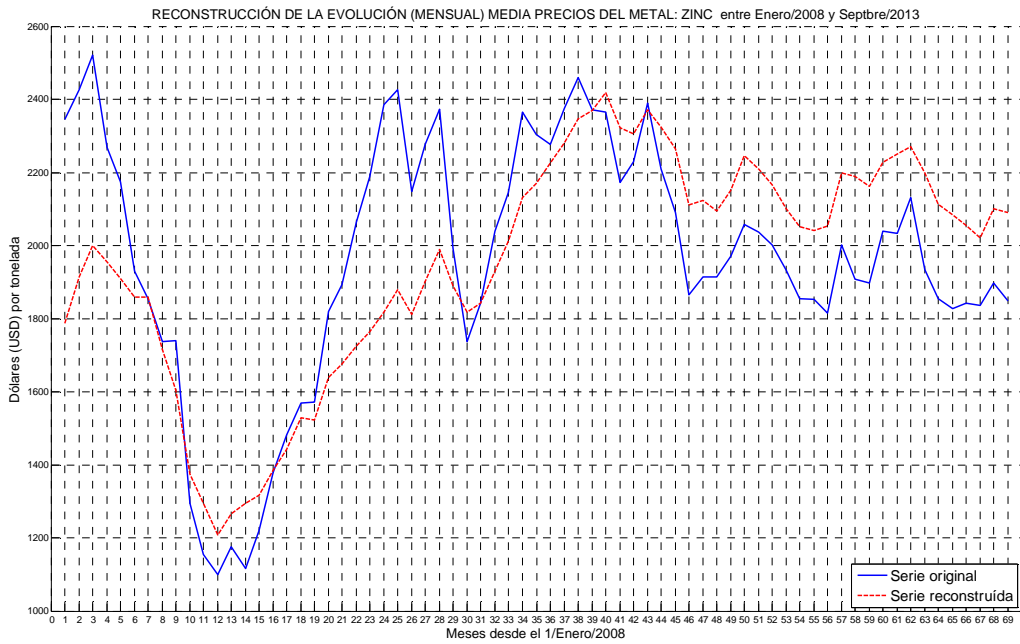
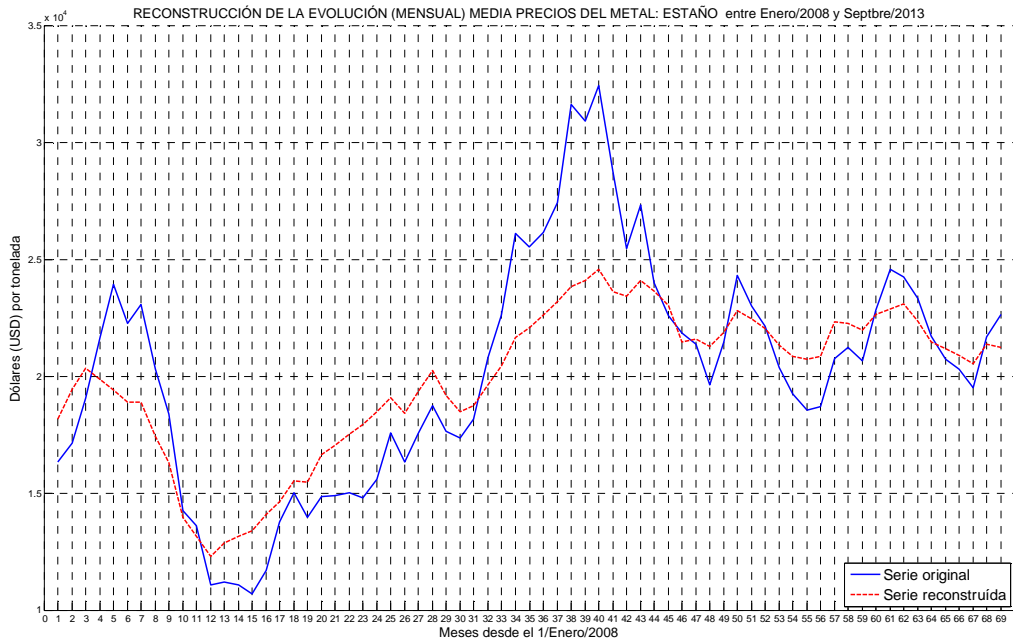
En los gráficos siguientes se muestran, para cada metal estudiado, la gráfica de la serie original (datos mensuales) y la correspondiente serie reconstruida en base a la aplicación del factor multiplicativo obtenido a la serie-resumen.











5.2 Discusión de resultados

Si analizamos las curvas reconstruidas para cada metal, en base a la metodología anterior, y con los coeficientes multiplicativos obtenidos, podemos constatar, a nivel de datos con logaritmos, el gran paralelismo existente entre la serie-resumen obtenida y el resto de las series históricas, además, de la coincidencia, ya comentada, entre dicha serie-resumen y la serie media de los datos.

Si aplicamos, ahora, los coeficientes multiplicativos reales a los datos (ya sin logaritmos) de la serie-resumen, se observa una relativa fiel reconstrucción de las series históricas originales, tanto mejor, cuanto menor sea el error relativo máximo que, también, aparece indicado en la tabla anterior. De las gráficas individuales anteriores, comparando la serie original con su serie reconstruida, se observa, también, que las zonas de la serie en que dicha reconstrucción es peor, corresponden a períodos de fuertes fluctuaciones, debido al hecho, ya constatado, de la cercanía entre la serie-resumen obtenida y la serie media. Este defecto en la reconstrucción podría minimizarse estableciendo dos o tres períodos, los mismos para todas las series históricas, y hacer corresponder un coeficiente multiplicador a la serie-resumen para cada período.

En resumen, se ha conseguido reducir la totalidad de la información contenida en las diez series históricas originales a una única serie-resumen y a diez coeficientes multiplicativos, de manera que podemos, con bastante fiabilidad, reconstruir los datos originales con tan sólo una serie-resumen y diez coeficientes que; a su vez, son los que; en definitiva, nos van a permitir una comparación y clasificación de las series históricas originales.

6 Conclusiones

Como se ha explicado a lo largo del proyecto, nuestro objetivo era estudiar la posibilidad de reducir la información recogida en un conjunto de series histórica (en nuestro caso las diez series históricas de evolución de precios de diez metales) a una única serie-resumen (ficticia) sobre la cual, aplicando unos coeficientes multiplicativos, pudieran reconstruirse, con suficiente fiabilidad, las series históricas originales.

Tras constatar, tras un exhaustivo proceso de búsqueda documental, la escasa información disponible al respecto, se decidió estudiar e intentar aplicar, a nuestro caso, una metodología de reciente aparición, denominada “metodología del haz de rectas” a la que aludimos en la bibliografía. Dicha metodología exige un estudio previo de aplicabilidad que, a la vista de los resultados obtenidos, sobre nuestros datos, se supera con éxito. Tras ello, se lleva a cabo la aplicación de la metodología tratando de buscar, inicialmente, dos series-resumen. Finalmente, obtenidas dichas series, se constata que, la primera de ellas, con sus factores multiplicativos correspondientes, reproduce bastante bien cada una de las diez series históricas, por lo que se decide adoptarla como serie-resumen única, dándose, además, la circunstancia, de ser muy parecida (o, en terminología matemática, muy cercana) a la serie media del conjunto de las diez series.

Todo el proceso, tanto del estudio de las condiciones de aplicabilidad como el propio proceso de obtención de las series-resumen, se ha podido realizar gracias a la implementación de un programa, en lenguaje (MATLAB), que obtiene tanto los resultados numéricos como las distintas gráficas que se han mostrado en la exposición del proyecto.

Por otra parte podemos añadir a estas conclusiones que el proceso llevado a cabo no supone únicamente una técnica de comparación de series históricas sino que aporta, como valor añadido, la reducción de la dimensionalidad de un gran conjunto de datos (expresados como series históricas) lo que permite que el estudio se pudiera complementar con un análisis factorial o de componentes principales que aporte mayor información relativa a los resultados obtenidos y, también, permitiesen, como

técnicas multivariantes que son, llevar a cabo análisis complementarios que enriquezcan dichos resultados.

En base a lo anterior nos viene a la cabeza la idea de las llamadas “encuestas israelitas” de amplia y exitosa aplicación, en la política, en la predicción de resultados de procesos electorales. Se trata de un procedimiento con una finalidad análoga a la descrita en este proyecto, tratando, en definitiva, de extraer de un gran conjunto de datos, una muestra muy pequeña pero suficientemente significativa que permita reconstruirlos con la mayor fiabilidad posible.

Finalmente, la principal conclusión que puede extraerse del presente proyecto es la disponibilidad de una metodología que, ahora con carácter general, podría intentar aplicarse (no siempre será posible) a un conjunto de series históricas para llevar a cabo una comparación entre ellas. Si la aplicación resultase posible, los coeficientes multiplicativos que se obtuviesen junto con la serie (o series-resumen) sobre la que aplicarlos, significarían una notabilísima reducción de la información a manejar y un criterio muy sencillo y, a la vez, bastante fiable para extraer, con fines explicativos o, incluso, con fines predictivos conclusiones a partir de los datos de un conjunto de series históricas.

7 Referencias y bibliografía

ANDRIENKO, N.; ANDRIENKO, G. Y GATALSKY, P. (2003), "Exploratory spatio-temporal visualization: an analytical review", *Journal of Visual Languages & Computing*, 14, 503-541.

FERRÁN ARANAZ, M. (2011B): "La metodología del Haz de rectas para la comparación de series Temporales", Cuadernos de trabajo de la Escuela Universitaria de Estadística, Universidad Complutense de Madrid, CT04/2011

LIN, J.; KEOGH, E. Y LONARDI, S. (2005), "Visualizing and discovering non-trivial patterns in large time series databases". *Information Visualization*, 4, 61-82.

Lin, Jessica; Keogh, Eamonn; Lonardi, Stefano; Chiu, Bill (2003). "A symbolic representation of time series, with implications for streaming algorithms". *Proceedings of the 8th ACM SIGMOD workshop on Research issues in data mining and knowledge discovery*. New York: ACM Press.

Shumway, R. H. (1988). *Applied statistical time series analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall. ISBN 0130415006.

Land, Bruce; Elias, Damian. "Measuring the 'Complexity' of a time series".

Box, George; Jenkins, Gwilym (1976), *Time series analysis: forecasting and control, rev. ed.*, Oakland, California: Holden-Day

Brillinger, D. R. (1975). *Time series: Data analysis and theory*. New York: Holt, Rinehart. & Winston.

Gershenfeld, Neil (2000), *The nature of mathematical modeling*, Cambridge: Cambridge Univ. Press, ISBN 978-0-521-57095-4, OCLC 174825352

Shasha, D. (2004), *High Performance Discovery in Time Series*, Berlin: Springer, ISBN 0-387-00857-8

Shumway, R. H. (1988). *Applied statistical time series analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Wiener, N.(1949). *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*.The MIT Press.

Wei, W. W. (1989). *Time series analysis: Univariate and multivariate methods*. New York: Addison-Wesley.

Weigend, A. S., and N. A. Gershenfeld (Eds.) (1994) *Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past*. Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Comparative Time Series Analysis (Santa Fe, May 1992) MA: Addison-Wesley.

Durbin J., and Koopman S.J. (2001) *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford University Press.

Woodward, W. A., Gray, H. L. & Elliott, A. C. (2012). *Applied Time Series Analysis*. Boca Raton: CRC Press

ANÁLISIS COMPARATIVO DE SERIES TEMPORALES DE PRECIOS DE
DIFERENTES METALES. OBTENCIÓN DE UNA SERIE-RESUMEN

DOCUMENTO N° 2: ESTUDIO ECONÓMICO

Estudio económico

1. Introducción

El coste asociado al presente proyecto es relativamente bajo, puesto que, como veremos más adelante, en su gran totalidad reside en la contratación de un empleado con estudios superiores en áreas científicas, y en buen ordenador de sobremesa, para el correcto funcionamiento de la aplicación con la que se está trabajando, en este caso Matlab, a los que habrá que añadir el coste de adquisición de dicha aplicación.

Si bien se podría haber optado por otras aplicaciones del mercado, también interesantes, no resultan igualmente eficaces, que la utilizada para este proyecto. Dicha aplicación, es de una herramienta de trabajo, y como tal es necesario, para un buen uso y rendimiento de la misma, conocerla en gran profundidad. Para ello, es de suma importancia, antes de empezar a usarla, la adquisición de un conocimiento previo bastante elevado con el fin de optimizar su aprovechamiento. La persona que se encargase de manejar dicha aplicación, debería tener conocimientos suficientes de programación, dado que se requerirá, sin duda, el desarrollo de un conjunto de programas (adquisición y filtrado de datos, elaboración de gráficas, algoritmos de obtención de resultados numéricos,etc).

2. Tiempo estimado para llevar a cabo el proyecto

He considerado, que para alcanzar un grado de madurez adecuado en dicha aplicación, será necesaria aproximadamente, una cantidad cercana a los doce meses de trabajo, con unas jornadas intensivas, es decir, de ocho horas al día. Además deberá tratarse de un ingeniero o licenciado, que disponga de los conocimientos previos teóricos necesarios y un cierto grado de conocimientos de programación de ordenadores y de métodos estadísticos, para poder afrontar el trabajo con garantías de éxito.

3. Costes

Por otro lado, dejando a un lado lo anteriormente mencionado, será de absoluta necesidad la compra de un potente ordenador de sobremesa, ya que en este caso el software que utilizaremos requiere de la misma tanto en lo que a cálculos numéricos se refiere como a la obtención y presentación de gráficos.

Principalmente necesitaremos que dicho equipo contenga dos componentes fundamentales, que sean de gran calidad. Dichos componentes serán: el procesador, y la tarjeta gráfica, que eviten tiempos de respuesta largos sobre todo cuando se afronte el análisis de grandes volúmenes de datos.

Por otra parte, es bastante aconsejable, en este tipo de proyectos el uso de monitores relativamente grandes y con gran resolución, ya que así lo requerirá una buena interpretación de los resultados obtenidos (no debe olvidarse el fuerte carácter gráfico de los mismos).

Finalmente, se necesitará la adquisición de una licencia de Matlab con los complementos necesarios (“toolboxes”).

Los gastos finales asociados del proyecto, serían los mostrados en la tabla siguiente:

GASTOS DE PERSONAL	
Numero de meses empleados (1500 Euros/14 pagas)	12
Numero de trabajadores empleados	1
TOTAL GASTOS DE PERSONAL (Sueldos)	21.000 euros
Seguros Sociales y otros	9.000 euros
ADQUISICIÓN DE SOFTWARE Y HARDWARE	
Ordenador de sobremesa	1.500 euros
Monitor	500 euros
TOTAL GASTO DE EQUIPO	2.000 euros
TOTAL GASTO PROYECTO	32.000 euros

En este caso, no hemos incluido en los gastos del proyecto, los costes procedentes de la adquisición de datos que, si bien en el caso de nuestro estudio eran de uso libre, podrían no serlo en caso de otro tipo de estudio.

ANÁLISIS COMPARATIVO DE SERIES TEMPORALES DE PRECIOS DE
DIFERENTES METALES. OBTENCIÓN DE UNA SERIE-RESUMEN

DOCUMENTO N° 3: ANEXOS

ANEXO A: DATOS RECOGIDOS DE LOS 10 METALES DEL ESTUDIO

AÑO 2008

PRECIOS MEDIOS MENSUALES EN DOLARES(USD) POR TONELADA										
AG	AL	AU	CU	NI	PD	PB	PT	SN	ZN	mm/aa
-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
563246	2444	31307381	7062	27749	13201578	2610	55702197	16337	2345	ene-08
614254	2771	32641829	7845	27850	16210228	3055	69826708	17143	2426	feb-08
691825	2971	33855074	8353	29985	17953328	3110	72244565	19057	2520	mar-08
618470	2963	32183997	8708	28803	15812158	2835	70315192	21637	2268	abr-08
603071	2901	31363137	8371	25678	15355568	2238	72273012	23923	2174	may-08
596130	2963	31384453	8282	22580	15859190	1909	72010695	22269	1929	jun-08
639483	3077	33223557	8413	20187	15137097	1936	67639601	23046	1853	jul-08
525696	2766	29832701	7668	19125	11197788	1927	53215949	20290	1737	ago-08
432694	2526	28737727	6985	17786	8809093	1868	43097773	18368	1741	sep-08
369808	2117	28533252	4911	11990	6698646	1465	32394049	14258	1294	oct-08
338630	1854	26631870	3719	10728	7234697	1298	29553733	13598	1154	nov-08
359567	1485	28925817	3026	9695	6216189	950	29732568	11083	1100	dic-08

AÑO 2009

397116	1413	30301503	3182	11142	6607616	1113	33525092	11194	1175	ene-09
467381	1340	33186535	3321	10506	7304238	1101	36592995	11083	1116	feb-09
465389	1342	32786614	3761	9710	7181103	1239	38272290	10699	1219	mar-09
440925	1425	31425606	4407	11117	8056581	1383	41376402	11687	1377	abr-09
496111	1457	32631863	4569	12595	8082297	1434	39957476	13767	1481	may-09
518527	1575	33467971	5028	15000	8777347	1686	43255330	15005	1568	jun-09
472216	1662	32940226	5197	15929	8745676	1672	40946286	13966	1571	jul-09
510904	1925	33494369	6141	19535	9678730	1898	43727243	14845	1819	ago-09
576142	1840	35144662	6211	17531	10337633	2208	45459955	14902	1892	sep-09
607623	1874	36769162	6277	18514	11320678	2235	47031620	15000	2064	oct-09
623174	1943	39646800	6662	16972	12372943	2303	49315403	14802	2189	nov-09
615588	2183	40155466	6981	17153	13199303	2327	51167781	15587	2385	dic-09

AÑO 2010

620139	2223	39341888	7343	18435	15191715	2356	54763453	17581	2426	ene-10
554305	2039	38573378	6837	18999	14867991	2117	53530815	16346	2148	feb-10
599658	2209	39313441	7470	22512	16251073	2175	56355335	17561	2277	mar-10
636107	2326	40376972	7778	26057	18644660	2261	60360868	18727	2374	abr-10
649724	2055	42439173	6894	22302	17423080	1906	57636578	17648	1992	may-10
650217	1930	43434052	6490	19315	16291884	1703	54775818	17351	1738	jun-10
633794	1990	42236632	6735	19526	16103149	1839	53883879	18144	1842	jul-10
646310	2110	42830601	7279	21341	17198919	2068	54325373	20787	2039	ago-10
726644	2147	44840308	7683	22570	19002103	2176	56142098	22618	2145	sep-10
824956	2340	47297883	8269	23753	20862864	2370	59468550	26098	2364	oct-10
938288	2337	48394752	8492	22977	24120361	2386	59808242	25520	2304	nov-10
1026359	2351	49046790	9142	24053	26642110	2403	60377709	26142	2276	dic-10

AÑO 2011

1005877	2443	48038637	9540	25480	27927905	2596	62799098	27427	2374	ene-11
1094753	2503	48453878	9176	28117	28851612	2577	64256630	31618	2459	feb-11
1268726	2574	50332584	9660	27207	27354418	2649	62948159	30913	2371	mar-11
1507375	2671	52196113	9515	26427	27220945	2724	63434410	32412	2366	abr-11
1311965	2608	53352493	8972	24245	26014006	2439	63044878	28699	2171	may-11
1263985	2555	53928067	9041	22339	27188023	2510	62561966	25455	2229	jun-11
1339274	2514	55235670	9622	23795	27784533	2675	61944557	27318	2390	jul-11
1423477	2383	62169856	9023	22031	26712658	2407	63635433	23992	2209	ago-11
1359224	2298	63093428	8395	20508	25369060	2314	62369135	22572	2089	sep-11
1126492	2172	58775586	7359	18875	21754955	1954	54303754	21852	1863	oct-11
1167569	2074	61194511	7551	17889	22036843	1978	56326699	21362	1913	nov-11
1069598	2027	58224857	7591	18165	22730110	2020	51638860	19645	1913	dic-11

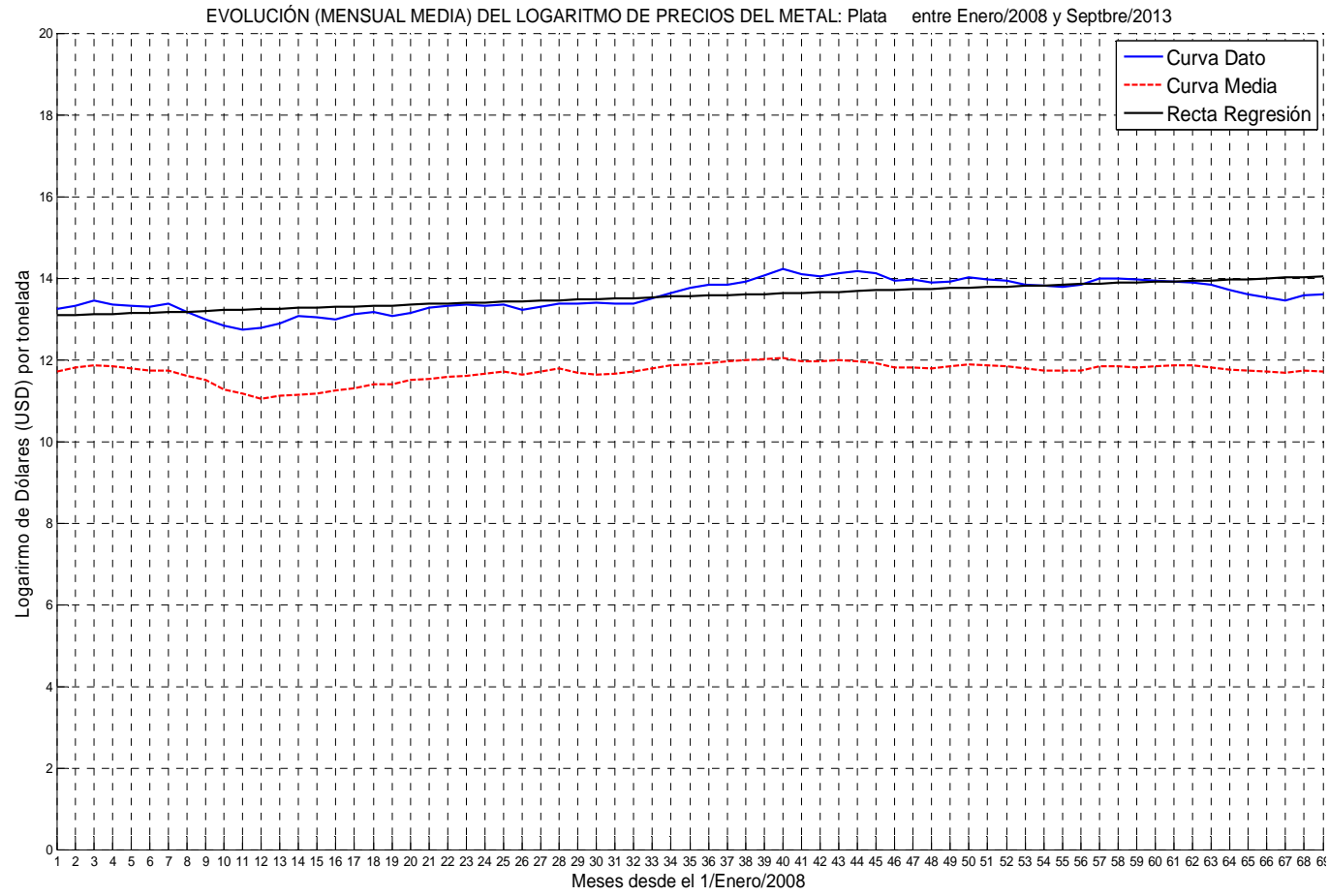
AÑO 2012

1085528	2133	58249891	8020	19773	23146571	2087	52863209	21446	1971	ene-12
1204181	2199	61526370	8422	20437	24808569	2125	58496455	24312	2058	feb-12
1162904	2189	59107845	8468	18715	24176344	2066	58526393	23001	2036	mar-12
1115834	2055	58129200	8284	17868	23084481	2060	56167966	22122	2001	abr-12
1014980	2003	56016249	7941	17088	21778850	2002	51924465	20369	1932	may-12
991199	1889	56015112	7402	16433	21539480	1857	50724012	19256	1855	jun-12
964915	1873	56167586	7600	16148	20412267	1876	50351928	18542	1852	jul-12
1014980	1837	57363489	7494	15679	21186020	1895	51233778	18695	1814	ago-12
1184030	2051	61384990	8077	17216	23139744	2168	57040409	20768	2001	sep-12
1173144	1977	61623678	8074	17242	22391024	2150	57785639	21221	1907	oct-12
1152284	1937	60800618	7686	16232	22303750	2174	55471892	20646	1898	nov-12
1117389	2081	59450344	7939	17358	24352714	2275	55817122	22833	2039	dic-12

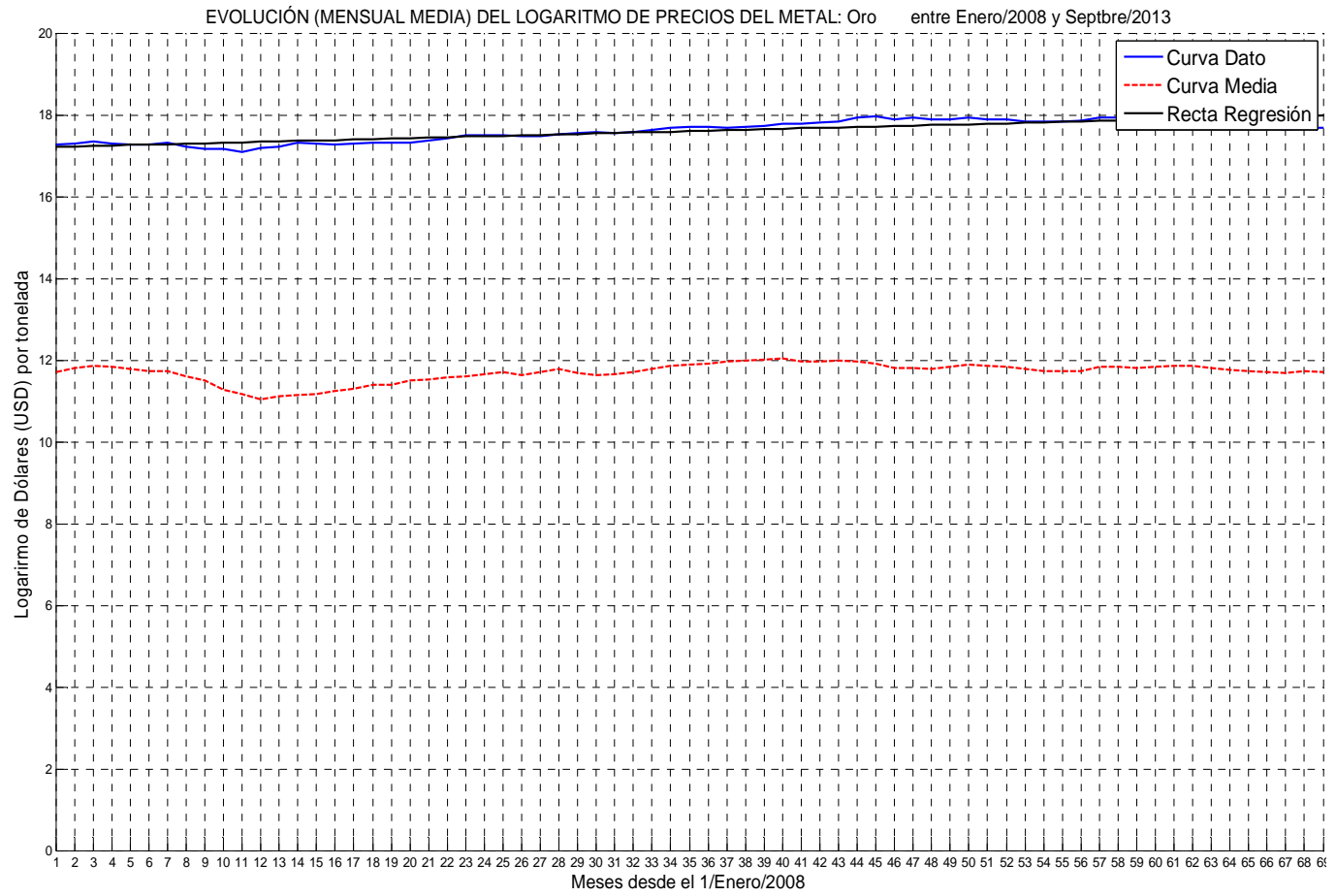
AÑO 2013

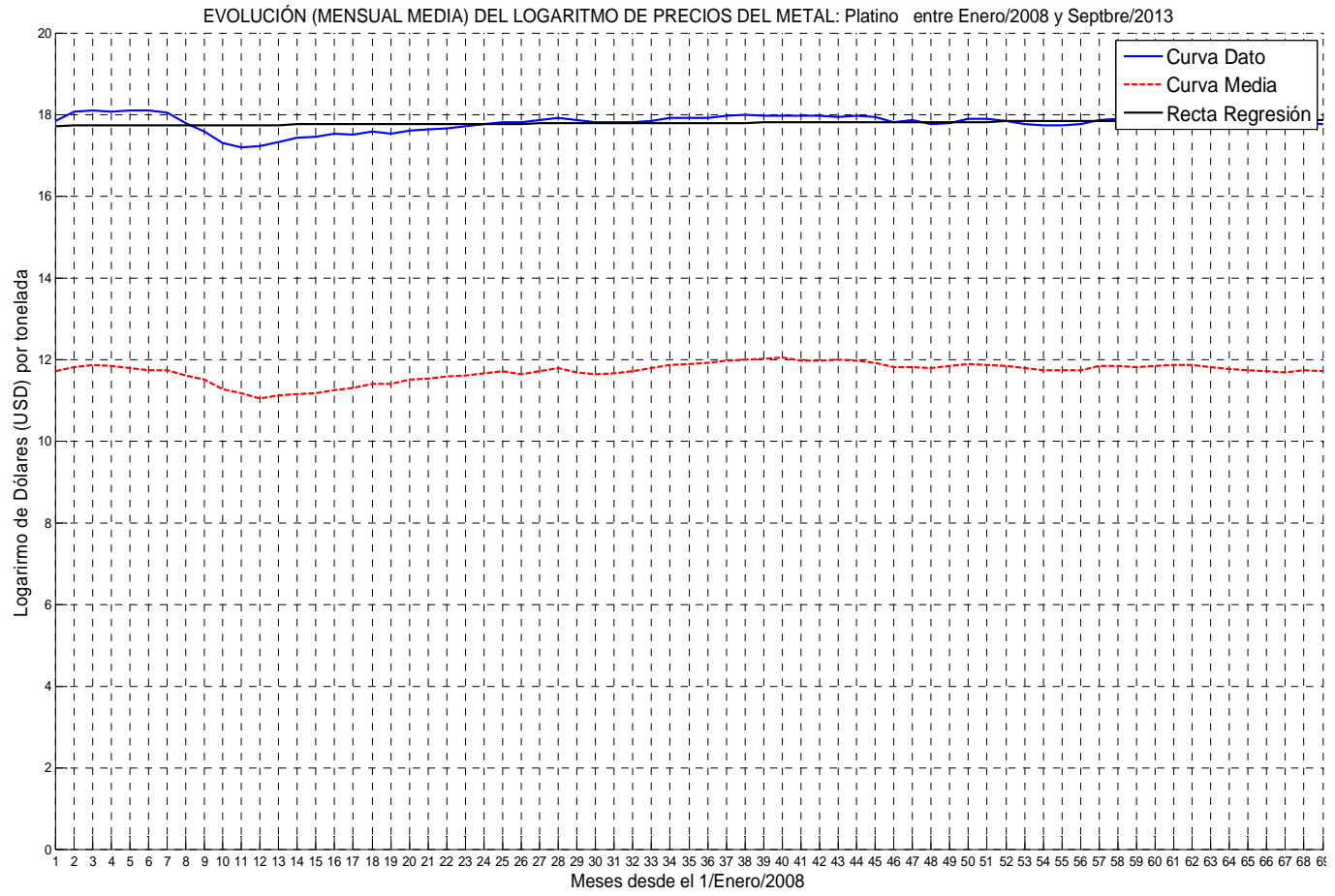
1093494	2040	58910993	8055	17433	25066160	2339	57779949	24575	2033	ene-13
1067039	2055	57577246	8078	17779	26470617	2380	59077651	24262	2130	feb-13
1014980	1911	56139139	7661	16696	26549943	2177	55852396	23302	1933	mar-13
886553	1860	52633511	7223	15618	24858763	2033	52659378	21709	1855	abr-13
812439	1831	50042427	7237	14951	25433691	2020	52232828	20736	1827	may-13
747808	1818	47315367	7010	14268	25198569	2106	50471215	20295	1841	jun-13
691826	1768	45272472	6888	13690	25288044	2046	49349463	19488	1835	jul-13
778303	1819	47419634	7191	14296	26140309	2173	52726664	21688	1898	ago-13
803953	1760	47719843	7139	13801	24904913	2096	51870417	22655	1848	sep-13

ANEXO B. GRÁFICOS INDIVIDUALIZADOS COMPARANDO LA SERIE-MEDIA CON CADA UNA DE LAS SERIES DE LOGARITMOS DE PRECIOS MENSUALES Y MOSTRANDO LA LINEA DE REGRESIÓN ENTRE AMBAS

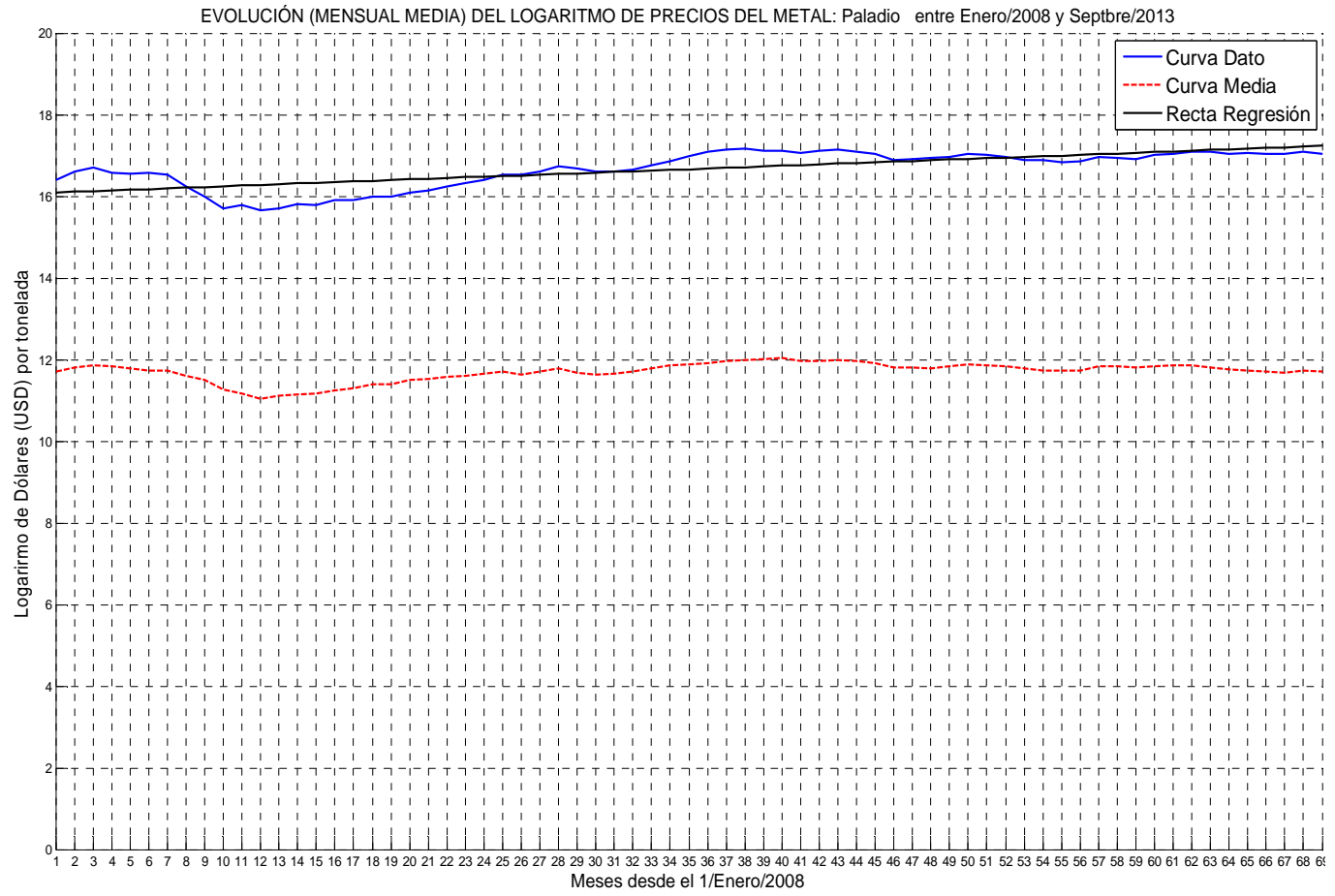


PLATA

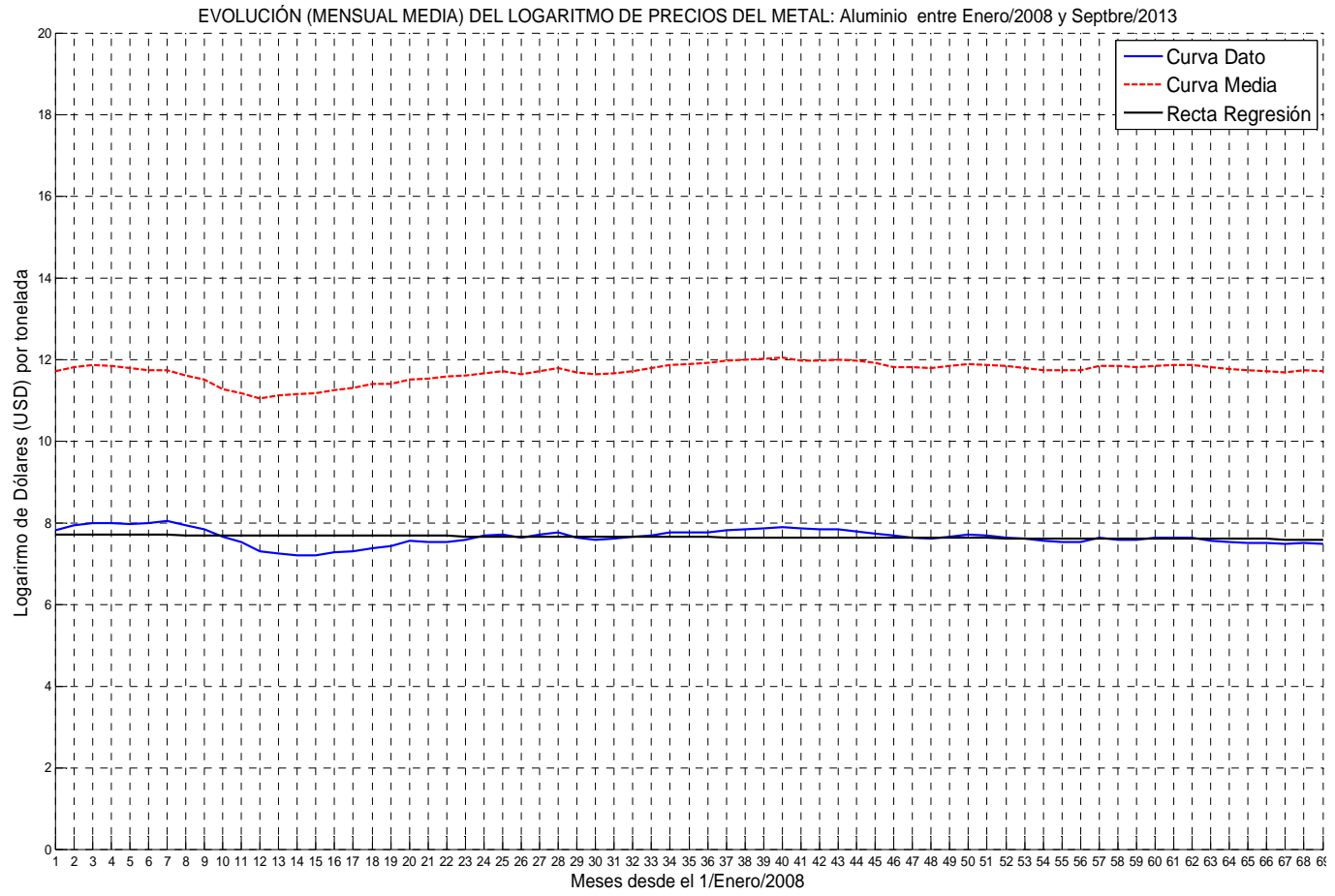




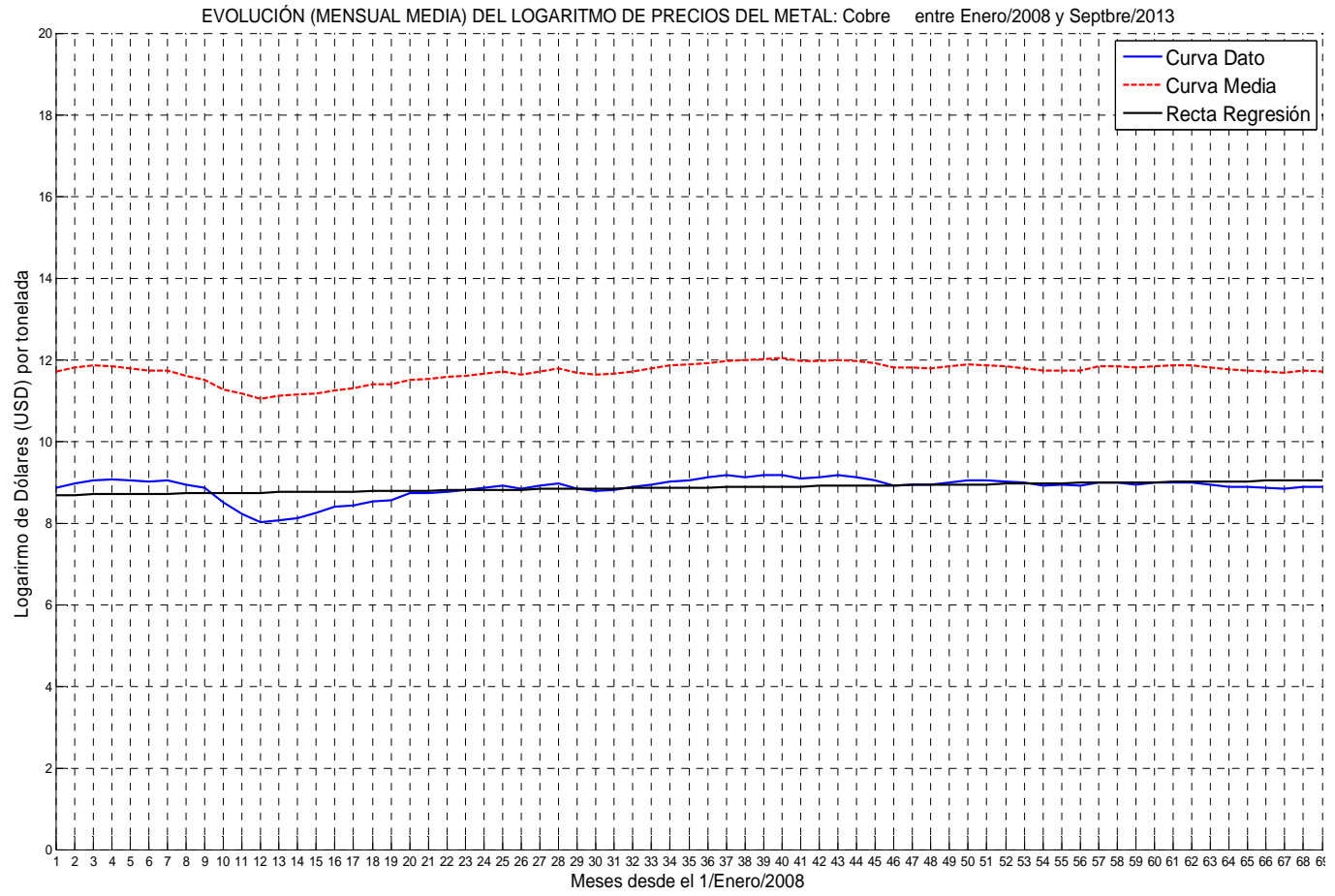
PLATINO



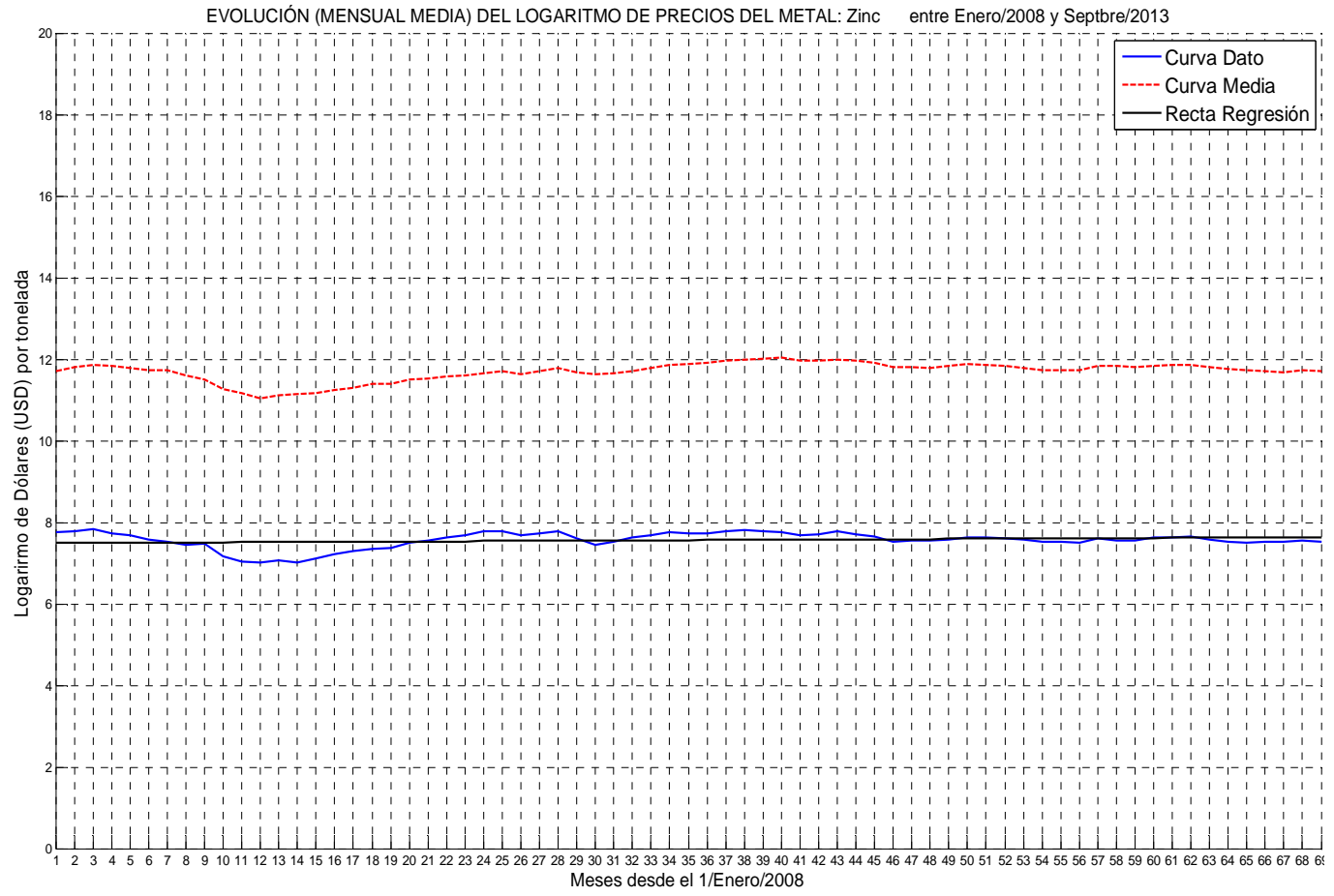
PALADIO



ALUMINIO



COBRE



ZINC

