

APLICACION DE LA FIABILIDAD ESTRUCTURAL A PIEZAS ESBELTAS EN VOLADIZO

M.S. Gómez-Lera; A. Bautista; E. Alarcón
Dpto. Mecánica Estructural y Construcciones Industriales
E.T.S. Ingenieros Industriales. U.P.M.
José Gutiérrez Abascal, 2. 28006 MADRID

Resumen.- La fiabilidad estructural tiene como objetivo el tratamiento racional de las incertidumbres existentes en los sistemas estructurales, así como el estudio de procedimientos que permitan valorar la seguridad de los mismos. El objeto de este artículo es la aplicación de la teoría de fiabilidad a elementos esbeltos en voladizo sometidos a flexión, considerando los efectos de segundo orden.

Abstract.- The objective of structural reliability is the rational treatment of random phenomena in structural systems and also the study of the procedures for the assessment of its safety. This work addresses the application of reliability theories to cantilever slender elements under bending taking account of second order effects.

1. INTRODUCCION

Las incertidumbres existentes en la mayoría de las áreas de la ingeniería implican que un diseño racional de las estructuras no puede realizarse bien si no se tienen en cuenta las mismas.

La mayoría de las cargas y parámetros utilizados en el diseño estructural, son por lo general desconocidos y podrían tratarse como variables aleatorias, susceptibles de un tratamiento estadístico; en este sentido, problemas tales como las combinaciones de carga no pueden formularse sin razonamientos que impliquen consideraciones probabilísticas.

La falta de información acerca del comportamiento estructural, combinada con la utilización de códigos que incorporan factores relativamente altos de seguridad pueden llevar a la conclusión, aún mantenida por algunos ingenieros y público en general, de que la seguridad absoluta puede alcanzarse. La seguridad absoluta, por supuesto, es inalcanzable, ya que la consecución de la misma implicaría la utilización de infinitos recursos.

La fiabilidad estructural tiene como objetivo el tratamiento racional de las incertidumbres existentes en los sistemas estructurales; así como el estudio

de procedimientos que permitan valorar la seguridad de los mismos.

Las bases teóricas se han desarrollado en la última década, y la teoría ha pasado, rápidamente, de ser un tópico de investigación académica a un conjunto de metodologías con un amplio rango de aplicaciones prácticas.

La idea básica de los estudios de fiabilidad radica en la existencia de una probabilidad de fallo óptima que minimiza los costes de inversión y mantenimiento.

La teoría de la fiabilidad estructural es una poderosa herramienta que ayuda a tomar decisiones concernientes a la seguridad, pero al igual que otros procedimientos, puede utilizarse de forma incorrecta, por lo que no debe pensarse en esta teoría como una solución a todos los problemas de seguridad.

Este artículo tiene como objetivo la aplicación, en piezas esbeltas en voladizo, de la Teoría de Fiabilidad, concretada en un método de nivel 2.

2. METODOS DE COMPROBACION DE LA SEGURIDAD.

Los métodos de análisis de fiabilidad estructural se clasifican en dos tipos:

NIVEL 3: Métodos para los que los cálculos se realizan con objeto de determinar la probabilidad exacta de fallo de una estructura o componente estructural, haciendo uso de una descripción probabilista amplia de ocurrencias conjuntas de diferentes variables que afectan a la respuesta de la estructura teniendo en cuenta la verdadera naturaleza de los dominios de fallo.

NIVEL 2: Métodos que implican procedimientos aproximados de cálculo iterativo para obtener una aproximación de la probabilidad de fallo de un sistema estructural; generalmente requieren una idealización del dominio de fallo y frecuentemente están asociados con una representación simplificada de la distribución de probabilidad conjunta de las variables.

NIVEL 1: Métodos de diseño en los que los niveles de fiabilidad estructural son introducidos por utilización de factores de seguridad parciales relacionados con características predefinidas o valores nominales de las cargas o resistencias.

En resumen, los tres niveles pueden verse como métodos jerarquizados; los métodos de nivel 2 son una aproximación de los de nivel 3, y los del nivel 1 una aproximación de los del nivel 2.

3. FIABILIDAD ESTRUCTURAL

El término Fiabilidad Estructural tiene dos significados;

- * En sentido general, la Fiabilidad Estructural es la capacidad de una estructura de desempeñar la función para la que fue diseñada.
- * En un sentido más estadístico, la Fiabilidad Estructural, es la probabilidad de que la estructura no alcance el estado último durante un periodo de referencia especificado.

Considérese una estructura, para la que la resistencia pueda definirse mediante la variable aleatoria R , y sea

S una variable aleatoria relacionada con el efecto de las cargas, el fallo de la estructura se producirá cuando:

$$R < S$$

lo cual podría expresarse, mediante una variable aleatoria F , definida en la forma

$$F = R - S \quad (3.1)$$

el fallo de la estructura se producirá cuando

$$\begin{aligned} * F &= R - S < 0 \\ * F &= \frac{R}{S} < 1 \text{ ó } F = \ln R - \ln S < 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

y la probabilidad de fallo será

$$P_f = P(F < 0) \quad (3.3)$$

definiéndose la Fiabilidad como

$$R = 1 - P_f \quad (3.4)$$

La variable aleatoria F recibe el nombre de función de fallo de la estructura, dividiendo la recta $F=0$ al plano $R-S$ en dos zonas, una de seguridad $F < 0$ y otra de fallo $F > 0$

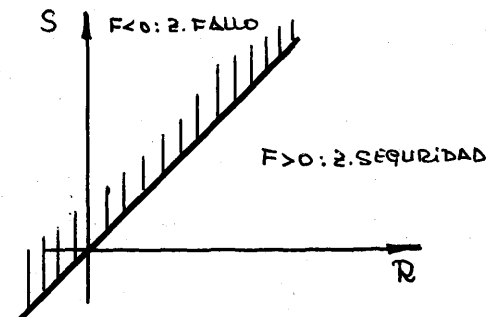


FIGURA 3.1

Si las variables aleatorias R y S son $N(\mu_R, \mu_S)$, con media y desviación típica

$$\mu_F = \mu_R - \mu_S \quad (3.5)$$

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

y la probabilidad de que se produzca el fallo será:

$$P_f = P(R < S) = P(F < 0)$$

$$= P\left(\frac{F - \mu_F}{\sigma_F} < \frac{-\mu_F}{\sigma_F}\right) \quad (3.6)$$

$$= P(Z_F < -\beta) = \Phi(-\beta)$$

en la expresión anterior Z_F es una variable aleatoria con distribución normal estandarizada, es decir, $N(0,1)$; la función Φ es la función de distribución de Z_F y $\beta = \mu_F/\sigma_F$ es el denominado INDICE DE FIABILIDAD.

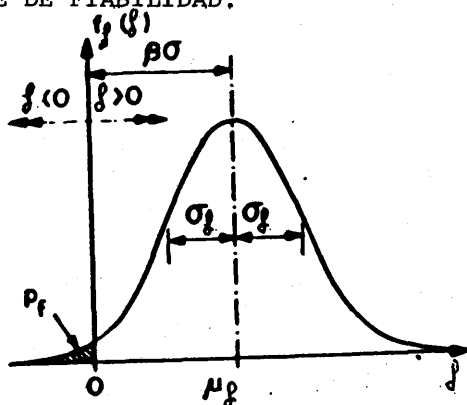


FIGURA 3.2

Una observación de la figura anterior, permite concluir que el INDICE DE FIABILIDAD β definido en la forma anterior representa el número de desviaciones típicas de la variable F , comprendidos entre el origen y el valor medio μ_F de la función de fallo F ; de una forma intuitiva β es un indicador de la proximidad del valor medio de la función de fallo al origen, lo que proporciona una idea de la seguridad.

β	P_f (%)	R (%)
1	15.87	84.13
1.5	6.68	93.32
2	2.28	97.73
2.5	0.62	99.38
3	0.14	99.87
4	0.0032	99.99

TABLA 1.1

Si estandarizamos las variables normales R y S y representamos la función F en el plano z_R y z_S de las variables estandarizadas, se comprueba que es la mínima distancia del origen a la recta de fallo $F = 0$:

$$z_R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}, \quad z_S = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (3.7)$$

$$R = \sigma_R z_R + \mu_R, \quad S = \sigma_S z_S + \mu_S \quad (3.8)$$

$$F = R - S = \sigma_R z_R + \mu_R - (\sigma_S z_S + \mu_S) \quad (3.9)$$

$$d(F=0,0) = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{\mu_F}{\sigma_F} = \beta = \sqrt{z_{R_p}^2 + z_{S_p}^2} \quad (3.10)$$

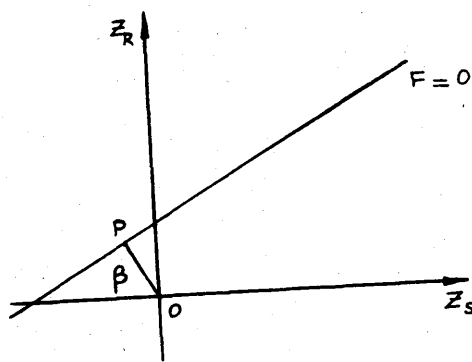


FIGURA 3.3

El punto P de la recta $F = 0$ que está a la mínima distancia del origen en el plano de las variables estandarizadas se denomina "punto de diseño". El cálculo del índice de fiabilidad de una estructura se reduce al cálculo del punto de diseño de la misma.

Solamente en las estructuras más simples la función de fallo puede expresarse en términos de dos variables.

Por lo general, la función será dependiente de las n variables básicas que caracterizan el sistema; es decir, la función de fallo será:

$$F = \sum_{i=1}^n a_i x_i$$

donde x_i es una variable aleatoria con distribución normal, cuya media es μ_i y

cuya desviación típica es μ_i , el índice de fiabilidad se calcula de forma análoga:

$$z_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}, \quad x_i = \sigma_i z_i + \mu_i \quad (3.11)$$

$$F = \sum_{i=1}^n a_i (\sigma_i z_i + \mu_i) \quad (3.12)$$

$$\text{dist}(F=0,0) = \beta = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2}}$$

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3.13)$$

En el caso en el que la función F no sea una combinación lineal de las variables básicas, F define la denominada SUPERFICIE DE FALLO, que divide al espacio de las variables básicas en dos regiones, denominadas de seguridad y fallo.

La determinación del Índice de Fiabilidad para funciones de fallo no lineales requiere la utilización de un proceso iterativo.

Para obtener el punto de diseño en la iteración $(m+1)$, se realiza un desarrollo en serie de Taylor de la función de fallo alrededor del punto de diseño en la iteración (m) . Si $F = F(z_1, z_2, \dots, z_n) = F(z)$ es la función de fallo y z_i las variables, que supondremos normales;

$$F(z^{(m+1)}) \approx F(z^{(m)}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial z_i}(z^{(m)}) (z_i^{(m+1)} - z_i^{(m)}) = 0 \quad (3.14)$$

o bien en forma más compacta:

$$F(z^{(m+1)}) \approx F(z^{(m)}) + (z^{(m+1)} - z^{(m)})^T \cdot \nabla_z F(z^{(m)}) = 0 \quad (3.15)$$

Para el punto $z^{(m)}$

* Los cosenos directores

$$\alpha_i^{(m)} = \frac{\frac{\partial F}{\partial z_i}(z^{(m)})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial z_i}(z^{(m)})\right)^2}} \quad (3.16)$$

* y el valor de $\beta^{(m)}$

$$\beta^{(m)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n z_i^{(m)2}} \quad (3.17)$$

proporcionan:

$$z_i^{(m)} = -\beta^{(m)} \alpha_i^{(m)} \quad (3.18)$$

$$z^{(m)} = -\beta^{(m)} \alpha^{(m)}$$

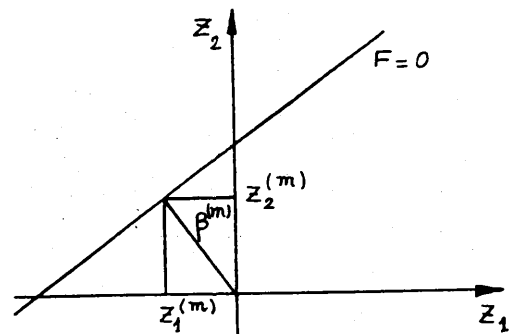


FIGURA 3.4

A partir de las expresiones anteriores se obtiene:

$$z^{(m+1)} = - \left[\beta^{(m)} + \frac{1}{1} F(z^{(m)}) \right] \cdot \alpha^{(m)} \quad (3.19)$$

Si las variables que intervienen en la función de fallo no son normales, en cada punto de diseño del proceso iterativo se calcula el valor de una variable aleatoria normal estandarizada z_i asociada a la variable aleatoria x_i de la función de fallo.

Es decir, si F_i y f_i son las funciones de distribución y de densidad, respectivamente, de la variable x_i , y Φ y ψ

las de la normal estándar, el criterio que se sigue para calcular z_i^* a partir de x_i^* en el punto de diseño es el siguiente:

$$F_i(x_i^*) = \Phi(z_i^*); \quad z_i^* = \Phi^{-1}[F_i(x_i^*)] \quad (3.20)$$

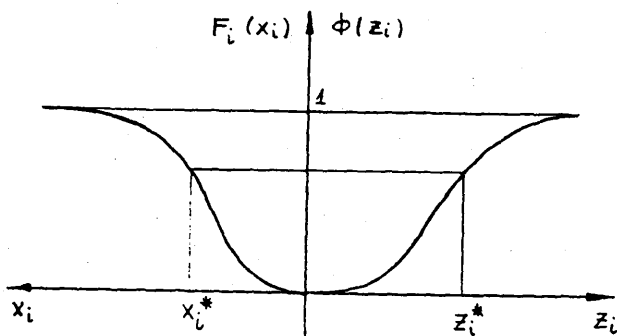


FIGURA 3.5

O lo que es lo mismo, en el punto de diseño, la variable aleatoria x_i se sustituye por una variable aleatoria normal con media μ_i y desviación típica σ_i , calculadas como sigue:

$$\sigma_i = \frac{f_i(x_i^*)}{\phi(z_i^*)} \quad (3.21)$$

$$\mu_i = x_i^* - \sigma_i z_i^* \quad (3.22)$$

4. CALCULO DEL PUNTO DE DISEÑO DE UNA PIEZA EN VOLADIZO

En la ref. (3) se presenta el cálculo de la deformada de un poste modelizado como se indica en la figura 4.1. El modelo consiste en un poste troncocónico macizo, de longitud L, empotrado en su base. El diámetro en el extremo libre es DT y en el extremo empotrado DB. Las cargas aplicadas son:

- una carga horizontal repartida constante, p, debida a la presión del viento sobre el poste.

- una carga vertical concentrada, V, causada por el peso de los conductores y del manguito de hielo acumulado

en su exterior, aplicada en el extremo libre.

- una carga horizontal concentrada, H, debida a la presión del viento sobre los conductores, aplicada en el extremo libre del poste y

- un momento flector concentrado, M, debido a que el centro de gravedad de las cargas verticales en los apoyos de los conductores puede no coincidir con el eje del poste.

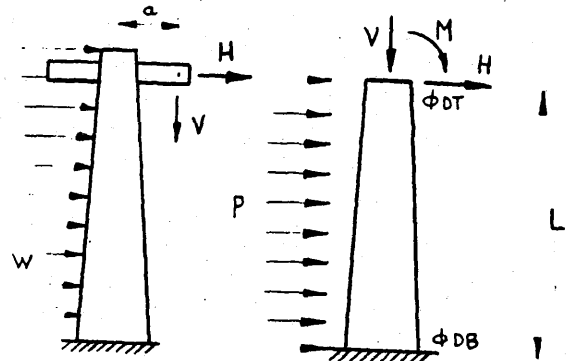


FIGURA 4.1

La expresión analítica de la deformada del poste obtenida, en el sistema de coordenadas indicado en la figura 4.2, es la siguiente:

$$y(x) = x \left[C_1 \operatorname{sen} \frac{k}{x} + C_2 \cos \frac{k}{x} \right] + \frac{1}{2k} \frac{P}{C} x \left[\operatorname{sen} \frac{k}{x} \operatorname{CI} \frac{k}{x} - \cos \frac{k}{x} \operatorname{SI} \frac{k}{x} \right] + \frac{M}{V} + \Delta + \frac{H}{V} (x - x_t) + \frac{P}{V} \left(\frac{x_t}{2} - x \right) \quad (4.1)$$

donde;

$$\operatorname{CI}(x) = \int_0^x \frac{\cos u}{u} du$$

$$\operatorname{SI}(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sen} u}{u} du \quad (4.2)$$

$$C = \frac{E\pi}{64} \left(\frac{DB - DT}{L} \right)^4, \quad k^2 = \frac{V}{C} \tag{4.2}$$

Las constantes de integración, C_1 , C_2 y Δ , se calculan aplicando las condiciones de contorno.

El poste falla cuando la máxima tensión normal en el poste supera la resistencia del material, es decir, cuando la siguiente expresión, denominada función de fallo, se haga negativa:

$$F = R - \sigma(x_m) \tag{4.3}$$

siendo x_m la cota de la sección para la que la tensión normal es máxima,

$$\left(\frac{d}{dx} \right)_{x=x_m} = 0$$

La tensión normal en el poste:

$$\sigma(x) = \frac{V}{A(x)} + \frac{M(x) \cdot D(x)}{2 I(x)} \tag{4.4}$$

donde:

$$D(x) = \frac{DB - DT}{L} x, \quad A(x) = \frac{\pi}{4} [D(x)]^2$$

$$M(x) = EI(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \tag{4.5}$$

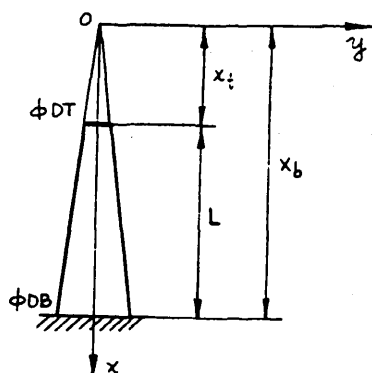


FIGURA 4.2

La función de fallo depende por tanto de las variables R, E, DT, DB, W (velocidad del viento), RI (espesor del manquito de hielo) y x_m , como se pone de manifiesto en la expresión siguiente:

$$F = F(R, E, DT, DB, W, RI, x_m) \tag{4.6}$$

Dichas variables pueden tratarse como variables aleatorias; son las dos propiedades mecánicas del material, R y E , que pueden estar correlacionadas; los diámetros del poste en los extremos, DT y DB ; y la velocidad del viento y el espesor del hielo acumulado en los conductores durante un período de tiempo, W y RI .

El cálculo del punto de diseño, necesario para evaluar el índice de fiabilidad y la probabilidad de fallo del poste, requiere calcular las derivadas parciales de la función de fallo respecto de las variables normales estándar asociadas a las variables reales R, E, DT, DB, W y RI , que a su vez implica el cálculo de las derivadas parciales de la función de fallo respecto de las variables reales. Si denominamos x_i a las variables reales y z_i a las normales estándar asociadas:

$$z_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}, \quad x_i = \sigma_i z_i + \mu_i \tag{4.7}$$

Para calcular el punto de diseño se sigue un procedimiento iterativo, partiendo de un punto inicial de cálculo, dado por las variables R, E, DT, DB, W y RI . Para cada punto de cálculo se evalúan; la ecuación de la deformada, las leyes de momentos flectores y tensiones normales, la sección de máxima tensión normal y el valor de ésta.

En lo que se refiere a las derivadas parciales de la función de fallo respecto de las variables reales se calculan de forma aproximada, dando un incremento a cada variable en el punto de cálculo, manteniendo constantes las demás variables, y calculando el incremento de la función;

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta F}{\Delta x_i} \quad x_j = \text{cte} \quad j \neq i \tag{4.8}$$

En resumen, el procedimiento iterativo a seguir para calcular el punto de diseño, el índice de fiabilidad y la probabilidad de fallo, suponiendo que se conocen las funciones de distribución y de densidad de las variables aleatorias (R, E, DT, DB, W, RI) = $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ y que R y E son independientes, se indica a continuación:

- 1) Tomar un punto $(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*) = \bar{x}$ para iniciar los cálculos.
- 2) Calcular el punto z^* en el espacio de las variables normalizadas correspondientes al x^* del espacio de las variables reales:

$$z_i^* = \phi^{-1} [F_i(x_i^*)], \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

donde ϕ es la función de distribución de la variable normal estándar (con media 0 y desviación típica 1) y F_i la de la variable real x_i .

- 3) Calcular la media y la desviación típica de las variables normalizadas z_i correspondientes a las x_i en el punto de cálculo:

$$\sigma_i = \frac{\psi(z_i^*)}{f_i(x_i^*)}, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

$$\mu_i = x_i^* - z_i^* \sigma_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

donde ψ es la función de densidad de la variable normal estándar y f_i la de la variable real x_i .

- 4) Calcular las cargas p, V, H y M correspondientes a los valores de W y RI en el punto de cálculo.
- 5) Calcular la deformada del poste, la ley de momentos flectores y la ley de tensiones normales para las cargas correspondientes al punto de cálculo.
- 6) Calcular el punto de máxima tensión y el valor de ésta, σ_{\max} .
- 7) Calcular el valor de la función de fallo, $F = R - \sigma_{\max}$, en el punto de cálculo.
- 8) Calcular de forma aproximada las derivadas de la función de fallo respecto de las variables x_i en el punto de cálculo, dando un incremento a cada una de las variables y manteniendo constantes las demás:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \left(\frac{\Delta F}{\Delta x_i} \right)_{x_j = \text{cte}}, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

- 9) Calcular las derivadas de la función de fallo respecto de las variables normales estándar, z_i , correspondientes a las x_i , en el punto de cálculo:

$$\frac{\partial F}{\partial z_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot \sigma_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

- 10) Calcular la longitud del vector de derivadas parciales de la función de fallo respecto de las variables z_i en el punto de cálculo:

$$l = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial F}{\partial z_i} \right)^2}$$

- 11) Calcular los cosenos directores de dicho vector:

$$\alpha_i = \frac{1}{l} \cdot \frac{\partial F}{\partial z_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

- 12) Calcular F/l .

- 13) Calcular el valor del índice de fiabilidad para el punto de cálculo:

$$\beta = \sqrt{\sum_{i=1}^6 (z_i^*)^2}$$

- 14) Calcular el valor de $(\beta + \frac{F}{l})$.

- 15) Calcular los valores de las variables z_i para el nuevo punto de cálculo:

$$z_i^* = - \left(\beta + \frac{F}{l} \right) \cdot \alpha_i$$

- 16) Calcular los valores de las variables x_i para el nuevo punto de cálculo:

$$x_i^* = \sigma_i z_i^* + \mu_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

- 17) Si la diferencia entre el nuevo valor de $(\beta + \frac{E}{I})$ y el de la anterior iteración es superior al error admisible, tomar el nuevo punto de cálculo y volver al punto 2). Si es inferior a dicho error, el punto de diseño es el último punto de cálculo, el índice de fiabilidad el último valor de $(\beta + \frac{E}{I}) = \beta_0$ calculado y la probabilidad de fallo $\phi(-\beta_0)$.

En base a lo anterior, se ha realizado un programa de ordenador cuyo Diagrama N-S es el siguiente:

Introducción de datos:	
Variables deterministas ($N, L_c, \rho_a, \rho_c, \rho_h, C_D, C_D', L_c, D_c$)	
Coordenadas de los puntos de apoyo de los conductores (Z_i, Y_i), $i = 1, \dots, N$	
Variables aleatorias (R, E, DT, DB, W, RI)	Tipo de distribución.
	Media.
	Desviación típica.
Cálculo de la altura del poste modelizado y de la excentricidad del punto de aplicación de la resultante de las cargas.	
Cálculo de la media y la desviación típica de la variable aleatoria DT.	
Introducción de datos:	
Variables aleatorias (R, E, DT, DB, W, RI)	Valor inicial
	Incremento
Error admisible para β (ER)	
Salida de datos por impresora	

Repetir	
	Cálculo de las cargas aplicadas (V, H, M, p)
	Cálculo de la sección con tensión normal máxima. Impresión.
	Cálculo de la tensión normal máxima. Impresión.
	Cálculo de las derivadas de la función de fallo respecto de las variables reales de forma aproximada. Impresión.
hasta que	Cálculo de las derivadas de la función de fallo respecto de las variables normalizadas. Impresión.
	Cálculo de la longitud del vector normal a la superficie de fallo en el espacio de las variables normalizadas y de sus cosenos directores. Impresión.
	Cálculo de los nuevos valores de las variables reales y normalizadas y del índice de fiabilidad. Impresión.
el error sea menor que el admisible.	
Cálculo de la probabilidad de fallo.	
Salida de resultados por impresora:	
Índice de fiabilidad (β)	
Probabilidad de fallo (P_f)	
Punto de diseño (R, E, DT, DB, W, RI)	

5. EJEMPLO

En la figura 5.1 se representa un caso resuelto con el programa de ordenador anteriormente citado.

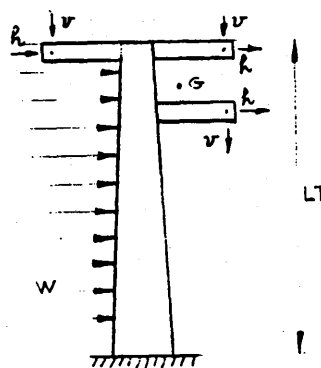


FIGURA 5.1

Los datos son los siguientes:

Coordenadas de los puntos de apoyo de los conductores.

Conductor 1: $Z = 11 \text{ m}$, $Y = 1'5 \text{ m}$

Conductor 2: $Z = 11 \text{ m}$, $Y = -1'5 \text{ m}$

Conductor 3: $Z = 8 \text{ m}$, $Y = 1'5 \text{ m}$

$N_c = 3$ $\rho_c = 8950 \text{ Kg/m}^3$

$\rho_h = 950 \text{ Kg/m}^3$

$L_t = 11 \text{ m}$

$C_{D_p} = 1'2$

$\rho_a = 1'29 \text{ Kg/m}^3$

$R \sim N(\mu_R, \sigma_R)$, $\mu_R = 240 \cdot 10^4 \text{ Kg/m}^2$

$\sigma_R = 20 \cdot 10^4 \text{ Kg/m}^2$

$E \sim N(\mu_E, \sigma_E)$, $\mu_E = 120 \cdot 10^7 \text{ Kg/m}^2$

$\sigma_E = 20 \cdot 10^7 \text{ Kg/m}^2$

$C_{D_c} = 1'2$ $DTL \sim N(\mu_{DTL}, \sigma_{DTL})$

$\mu_{DTL} = 0'18 \text{ m}$, $\sigma_{DTL} = 0'005 \text{ m}$

$L_c = 50 \text{ m}$ $DB \sim N(\mu_{DB}, \sigma_{DB})$

$\mu_{DB} = 0'40 \text{ m}$, $\sigma_{DB} = 0'005 \text{ m}$

$D_c = 0'025 \text{ m}$ $W \sim TI(\mu_W, \sigma_W)$

$\mu_W = 30 \text{ m/s}$, $\sigma_W = 5 \text{ m/s}$

$RI \sim N(\mu_{RI}, \sigma_{RI})$

$\mu_{RI} = 0'01 \text{ m}$, $\sigma_{RI} = 0'001 \text{ m}$

Con los datos anteriores se obtiene:

$L = 10 \text{ m}$

$a = 0'5 \text{ m}$

$DT \sim N(\mu_{DT}, \sigma_{DT})$, $\mu_{DT} = 0'2 \text{ m}$

$\sigma_{DT} = 0'005 \text{ m}$

Los valores iniciales de R , E , DT , DB , W y RI coinciden con sus medias, y los incrementos tomados para calcular las derivadas de la función de fallo son los valores medios divididos por 100.

Se ha tomado 0'001 como error admisible para el índice de fiabilidad.

Para la situación inicial las cargas son las siguientes:

$$P = \frac{1}{4} \rho_a C_{D_p} (DB + DT) \cdot W^2 \cdot \frac{1}{9'81} =$$

$$= 21'3 \text{ Kg/m}$$

$$V = N_c \cdot L_c \cdot \frac{\pi}{4} \cdot [\rho_c D_c^2 +$$

$$+ \rho_h (4RI^2 + 4RI \cdot D_c)] = 816 \text{ Kg}$$

$$H = [N_c \cdot \frac{1}{2} \rho_a \cdot C_{D_c} \cdot L_c \cdot (D_c + 2RI) +$$

$$+ \frac{1}{4} \rho_a C_{D_p} (DT + DTL)(LT - L)] \frac{W^2}{9'81} =$$

$$= 492 \text{ Kg}$$

$$M = V \cdot a = 408 \text{ Kg}$$

Las características del material y las dimensiones iniciales son:

$$R = 240 \text{ Kg/cm}^2$$

$$DT = 0'2 \text{ m}$$

$$E = 120000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$DB = 0'4 \text{ m}$$

$$L = 10 \text{ m}$$

Los resultados obtenidos son:

flecha $y_{\max} = 30 \text{ cm}$, inferior al 4% de la altura del poste.

Índice de fiabilidad, $\beta = 3'142$

Probabilidad de fallo, $P_f = 0'0839 \%$

Punto de diseño, $R = 200 \text{ Kg/cm}^2$

$E = 115000 \text{ Kg/cm}^2$

$DT = 0'197 \text{ m}$

$DB = 0'397 \text{ m}$

$W = 37'6 \text{ m/s}$

$RI = 0'0108 \text{ m}$

REFERENCIAS

1. ABRAMOWITZ, M. Y STEGUN, I.
"Handbook of Mathematical Functions"
Ed. Dover.
2. ANG, A. Y TANG, W.
"Probability Concepts in Engineering
Planning and design".
Ed. John Wiley & Sons.
3. BAUTISTA CARRASCOSA, A.
"Fiabilidad Estructural de Elementos
de Soporte Esbeltos en Voladizo".
Proyecto Ffn. de Carrera. E.T.S.I. In
dustriales. U.P.M. (Julio 1989).
4. CHISTENSEN, P. Y BAKER, M.
"Structural Reliability Theory and
its Applications".
Ed. Springer-Verlag.
5. ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J.G.;
GALAMBOS, T.V.; CORNELL, C.A.
"Probability Based Load Criteria;
Load Factors and Load Combinations"
ASCE, Vol. 108, No. ST5, Mayo 1982.
6. GALAMBOS, T.V.; ELLINGWOOD, B.;
MACGREGOR, J.M.; CORNELL, C.A.
"Probability Based Load Criteria:
Assessment of Current Design Prac-
tice".
ASCE, Vol. 108, No. ST5, Mayo 1982
7. GUEDES SOARES, C.
"Combination of Uncertainly Data
and Sensitivity Analysis Methods".
Advanced System Reliability Modelling.
Ispra Courses. Madrid, Septiembre
1988.
8. HART, G.C.
"Uncertainty Analysis, Loads and
Safety in Structural Engineering"
Ed. Prentice-Hall.
9. KIUREGHIAN, A. DER.
"Measures of Structural Safety under
Imperfect States of Knowledge".
Structural Engineering, Mechanics
and Materials.
Report No. UCB/SEMM-88/06.
University of California at Berkeley
10. MELCHERS, R.E.
"Structural Reliability Analysis
and Prediction".
Ed. John Wiley & Sons.
11. PEYROT, A.H.; CRISWELL, M.E.;
FOLSE, M.D.; AZNAVOUR, J.P.
"Reliability Analysis of Wood Trans-
mission Poles".
ASCE, Vol. 108, No. ST9, Sep. 1982
12. RIGGS, L.S.
"Numerical Approach for Generating
Beta Random Variates".
Journal of Computing in Civil Engi-
neering Vol, 3 No. 2 April 1989
ASCE.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado den-
tro del marco del proyecto de investiga-
ción "Determinación Experimental de Im-
pedancias Dinámicas de Zapatas Rígidas".
Subvencionado por la CICYT con número
C-89-555-02.