

ESTUDIO Y MODELADO DEL COMPORTAMIENTO DE UNA PLATAFORMA PARA ENSAYOS DINAMICOS DE ESTRUCTURAS.

Molina, J.; Alvarez, R., Alarcón, E.

E.T.S. Ingenieros Industriales. Universidad Politécnica de Madrid.

Resumen.- Las mesas vibrantes, o plataformas dinámicas, han sido empleadas con intensidad creciente durante los últimos años en la ingeniería sísmica y la dinámica de estructuras, en general, para estudiar experimentalmente los efectos en las estructuras cuando son excitadas en su base; especialmente en la calificación de equipos para plantas nucleares /1/. Este tipo de mesas son accionadas por actuadores hidráulicos dotados de servoválvulas y cuyo desplazamiento es controlado en bucle cerrado /2/. Sin embargo, las curvas de respuesta esperables para este tipo de sistema son frecuentemente alteradas por la presencia de la estructura a ensayar /3/ o la cimentación suspendida de la plataforma /4/.

En esta comunicación se exponen los modelos teóricos utilizados con éxito para reproducir el comportamiento de una mesa vibrante de 1700 Kg, haciendo una comparación entre curvas de respuesta teóricas y experimentales.

1. DESCRIPCION DEL SISTEMA

La mesa vibrante de la Cátedra de Estructuras de la E.T.S.I.I.M. está dotada de un grupo generador hidráulico que suministra aceite a una presión de trabajo de 210 Kgf/cm² y caudal entre 0 y 165 l/min, según sea solicitado por el actuador. Este es un cilindro de doble acción con un émbolo simétrico y está gobernado por una servoválvula que permite el paso o la salida de aceite a presión a cada cámara del cilindro; de esta manera se provoca una fuerza en el émbolo capaz de mover a éste y la plataforma a la que está rígidamente unido (fig.1). La carrera del actuador es de ± 125 mm y la sección útil del émbolo de 71 cm². La fuerza estática máxima se obtiene por el producto de esta sección por la presión de trabajo.

$$F_s = 71 \cdot 210 \approx 15.000 \text{ Kgf}$$

Sin embargo, la fuerza dinámica se ve disminuida a unos 10.000 Kgf por la aparición de una pérdida de carga en la servoválvula.

La plataforma es una plancha de acero rígida de 2x2 m² y 1700 Kg, a la que se ha de fijar la estructura a ensayar y que es impulsada por el actuador en una dirección inclinada 45º con la horizontal (fig.1). El cilindro no está fijo al suelo, sino a una masa de reacción de hormigón de unos 90.000 Kg que se halla suspendida mediante muelles neumáticos. La presencia de esta masa de reacción aísla al terreno de la fuerza del actuador dentro de cierto margen de frecuencias.

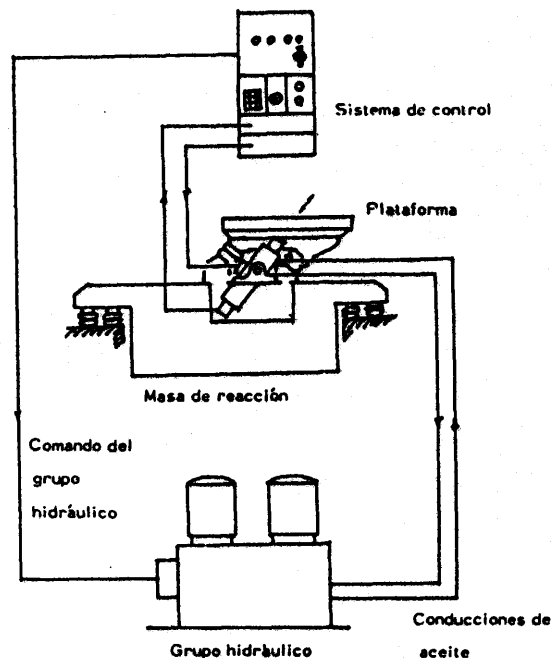


Fig. 1. Representación esquemática del conjunto

Para funcionamiento en régimen senoidal, se pueden estimar algunas de las limitaciones en cuanto a desplazamiento y velocidad relativas, así como en cuanto a aceleración absoluta de la plataforma. El desplazamiento está limitado por la carrera del actuador en 125 mm; la velocidad,

por la máxima amplitud de caudal en 0'58 m/s; y la aceleración (a altas frecuencias) por la fuerza dinámica del actuador en 5'8 g sin carga.

El módulo electrónico regulador (fig.1) genera la señal eléctrica que determina la posición del vástago de la servoválvula para controlar en bucle cerrado el movimiento de la plataforma. El desplazamiento "y" del émbolo del actuador, medido mediante un transductor LVDT /5/, es comparado con la consigna "x", que se utiliza como referencia, generando una señal proporcional a la diferencia entre ambas o error ϵ .

En la figura 2 se representa el bucle de control mediante un diagrama de bloques, cada uno de los cuales encierra un operador diferencial:

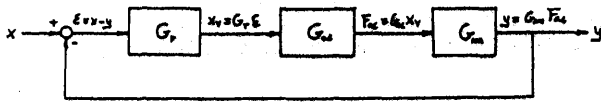


Fig. 2. Diagrama de bloques del sistema de control.

G_r es la ganancia del regulador. En este caso constante y de valor K_r ajustable.

G_{ac} relaciona un desplazamiento del vástago de la servoválvula x_v con la fuerza del actuador F_{ac} .

G_m representa la ganancia del sistema mecánico de la plataforma permitiendo conocer el desplazamiento de esta "y" a partir de la fuerza aplicada F_{ac} .

La combinación de estos 3 bloques nos da el valor de la función de transferencia en bucle abierto:

$$G = \frac{Y}{\epsilon} = G_r \cdot G_{ac} \cdot G_m \quad (1)$$

siendo la función de transferencia en bucle cerrado:

$$M = \frac{Y}{X} = \frac{G}{1+G} \quad (2)$$

2. FUNCIONES DE TRANSFERENCIA EXPERIMENTALES

Esperando que el comportamiento fuese lineal para pequeños desplazamientos, se introdujo una excitación a la mesa de tipo "ruido blanco" compuesta por frecuencias entre 0 y 50 Hz y con una amplitud equivalente de unos 6 mm de desplazamiento en valor medio cuadrático. La comparación de las transformadas de Fourier de la respuesta "y" y las excitaciones "ε" ó "x" permitió el trazado del desfase existente y la relación de amplitudes para cada frecuencia en la figura 3, gracias a

un analizador de señales de dos canales.

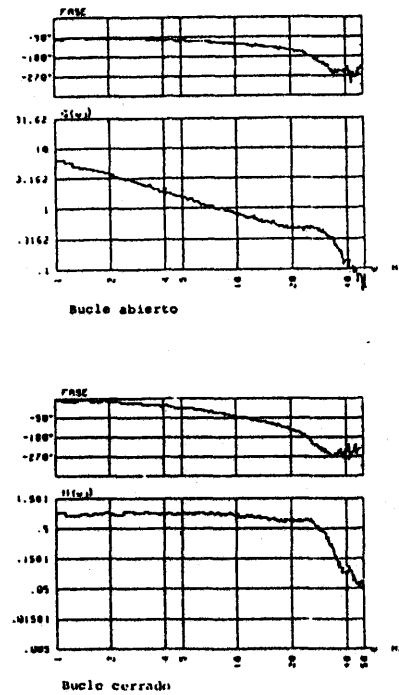


Fig. 3. Funciones de transferencia experimentales.

3. MODELO DE 1 G.D.L.

En este modelo, análogo al desarrollado en /4/, se toma la base del actuador como fija y se considera el desplazamiento del émbolo con la masa unida a él como el único grado de libertad. Para el actuador se utiliza un modelo lineal, justificado en /6/, y que define la fuerza sobre el émbolo mediante la ecuación:

$$F = K_{ac} \left(\frac{x_v}{\tau} - \dot{y} \right) \quad (3)$$

donde "y" es el desplazamiento del émbolo, " x_v " el desplazamiento del vástago de la servoválvula, " K_{ac} " la rigidez de la columna de aceite y " τ " el tiempo de retraso.

Si se incluyen además los previsibles efectos viscosos del aceite, este modelo equivale al introducido en la figura 4 siempre que:

$$F_{ac} = K_{ac} \frac{x_v}{\tau} \quad (4)$$

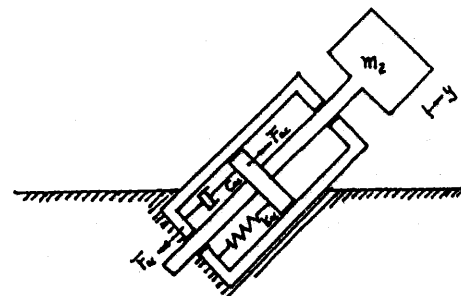


Fig. 4. Modelo de 1 g.d.l.

Si bien K_{ac} se puede estimar a través de la fórmula:

$$K_{ac} = \frac{4B\Omega^2}{V} \quad (5)$$

siendo B el coeficiente de compresibilidad, Ω el área útil del pistón y V el volumen total del aceite en el actuador; el valor de C_{ac} es prácticamente impredecible. Respecto a τ , no es interesante por sí solo puesto que en el sistema siempre aparece combinado con la ganancia del regulador y ésta es ajustable a capricho.

La ecuación de equilibrio para el modelo de la figura 4 es:

$$m_2 \ddot{y} + C_{ac} \dot{y} + K_{ac} y = F_{ac} \quad (6)$$

y la función de transferencia senoidal del sistema mecánico:

$$G_m = \frac{y}{F_{ac}} = \frac{1/K_{ac}}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ac}^2}) + 2\zeta_{ac} \frac{\omega}{\omega_{ac}} j} \quad (7)$$

donde j es la unidad imaginaria y:

$$\omega_{ac} = \sqrt{\frac{K_{ac}}{m_2}} \quad \zeta_{ac} = \frac{C_{ac}}{2\sqrt{K_{ac}m_2}} \quad (8)$$

Utilizando además la figura 2 y las expresiones (1) y (4) puede obtenerse la función de transferencia en bucle abierto:

$$G = \frac{Y}{E} = G_r \cdot G_{ac} \cdot G_m = K_r \cdot \frac{K_{ac}}{\tau \omega j} \cdot \frac{1/K_{ac}}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ac}^2}) + 2\zeta_{ac} \frac{\omega}{\omega_{ac}} j}$$

o bien,

$$G = \frac{K_r/\tau}{\omega j \left[(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ac}^2}) + 2\zeta_{ac} \frac{\omega}{\omega_{ac}} j \right]} \quad (9)$$

El módulo de esta función de ω , representado en escala logarítmica, presenta 2 asíntotas de pendientes -1 y -3 que se cruzan en el punto:

$$\omega_o = \omega_{ac} \quad (10)$$

$$|G|_o = \frac{K_r/\tau}{\omega_{ac}} \quad (11)$$

por otra parte, el valor de $|G|$ a esa frecuencia es:

$$|G(\omega_{ac})| = \frac{K_r/\tau}{2\zeta_{ac}\omega_{ac}} \quad (12)$$

y por tanto:

$$\frac{|G(\omega_{ac})|}{|G|_o} = \frac{1}{2\zeta_{ac}} \quad (13)$$

Tratando de identificar dicho punto en las curvas experimentales de la figura 3, para que se cumplan (10) y (13) es necesario:

$$\omega_{ac} \approx 164 \text{ rad/s} \quad (26 \text{ Hz})$$

$$\zeta_{ac} \approx 0.34 \quad (14)$$

En la figura 5 se ha representado la expresión (9) en fase y módulo para los valores estimados en (14) y junto con la correspondiente función en bucle cerrado obtenida de la definición (2). El valor de K_r/τ (9) se obtiene por tanteo fácilmente ya que su único efecto sobre la curva del módulo de G es un desplazamiento vertical.

Comparando las figuras 3 y 5 se deduce que el modelo de 1 grado de libertad es adecuado para el estudio del sistema de control utilizado para una zona de pequeños desplazamientos.

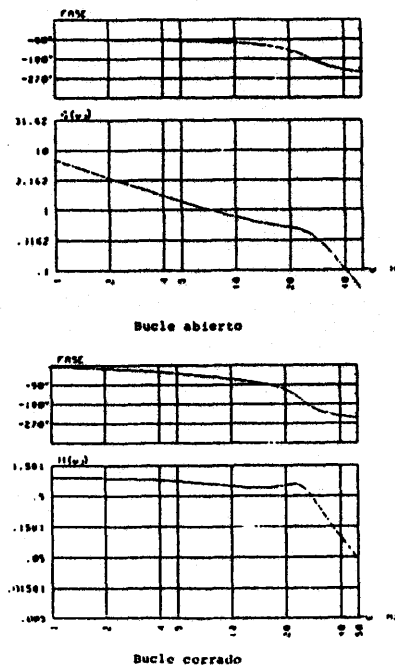


Fig. 5. Funciones de transferencia teóricas (modelo de 1 g.d.l.)

4. MODELO DE 4 G.D.L.

Con la intención de predecir los efectos de la masa de reacción sobre la respuesta de la plataforma, se propuso el modelo representado en la figura 6. En él aparecen cuatro coordenadas generalizadas, $q_1 \dots q_4$, en función de las cuales se pueden conocer los desplazamientos horizontal y vertical y el giro de ambas masas (masa de reacción y plataforma) dentro del plano:

$$\begin{aligned} x_1 &= q_1 & x_2 &= q_1 - R \sin\beta q_3 + \cos\alpha q_4 \\ y_1 &= q_2 & y_2 &= q_2 + R \cos\beta q_3 + \sin\alpha q_4 \\ \theta_1 &= q_3 & \theta_2 &= q_3 \end{aligned}$$

donde se suponen pequeños desplazamientos y, por tanto, constancia de los ángulos α y β y la distancia R entre centros de gravedad (fig.6) y la coordenada q_4 es el desplazamiento relativo del émbolo "y".

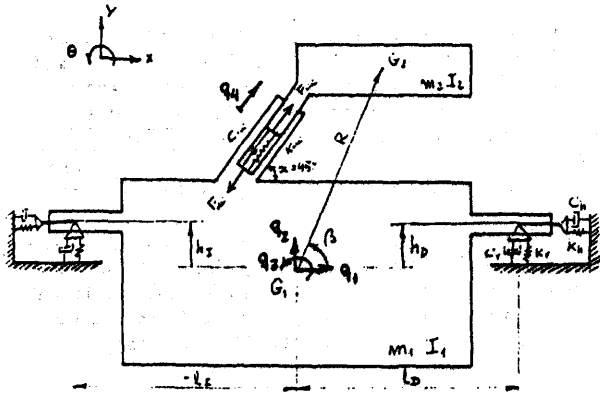


Fig. 6. Modelo de 4 g.d.l.

Por aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales o las Ecuaciones de Lagrange, se puede obtener el sistema de ecuaciones:

$$\underline{M} \ddot{\underline{q}} + \underline{C} \dot{\underline{q}} + \underline{K} \underline{q} = \underline{F} \quad (15)$$

donde:

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_{ac} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & -m_2 R \sin\beta & m_2 \cos\alpha \\ 0 & m_1 + m_2 & m_2 R \cos\beta & m_2 \sin\alpha \\ -m_2 R \sin\beta & m_2 R \cos\beta & I_1 + I_2 + m_2 R^2 & m_2 R \sin(\alpha - \beta) \\ m_2 \cos\alpha & m_2 \sin\alpha & m_2 R \sin(\alpha - \beta) & m_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 2C_h & 0 & -C_h(h_I + h_D) & 0 \\ 0 & 2C_v & C_v(l_I + l_D) & 0 \\ -C_h(h_D + h_I) & C_v(l_D + l_I) & C_h(h_D^2 + h_I^2) + C_v(l_D^2 + l_I^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{ac} \end{bmatrix}$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} 2K_h & 0 & -K_h(h_I + h_D) & 0 \\ 0 & 2K_v & K_v(l_I + l_D) & 0 \\ -K_h(h_D + h_I) & K_v(l_D + l_I) & K_h(h_D^2 + h_I^2) + K_v(l_D^2 + l_I^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{ac} \end{bmatrix}$$

La introducción de este modelo en el bucle de control de la figura 2 se puede llevar a cabo a través de la determinación de la función de transferencia mecánica:

$$G_m = \frac{q_4}{F_{ac}} \quad (17)$$

mediante la resolución del sistema (15), que en régimen senoidal se convierte en un sistema de ecuaciones con coeficientes complejos para cada frecuencia, siendo F_{ac} un valor arbitrario.

La función de transferencia en bucle abierto se obtiene a partir de (1), (4) y (17):

$$G = G_r \cdot G_{ac} \cdot G_m = K_r \frac{K_{ac}}{\tau \omega j} \frac{q_4}{F_{ac}}$$

En la figura 7 se representan los valores de G y los correspondientes de M para frecuencias entre 1 y 50 Hz, obtenidos según este modelo. Estas curvas son prácticamente las mismas a las obtenidas con el modelo de 1 g.d.l. (fig.5) y semejantes a las obtenidas experimentalmente (fig.3).

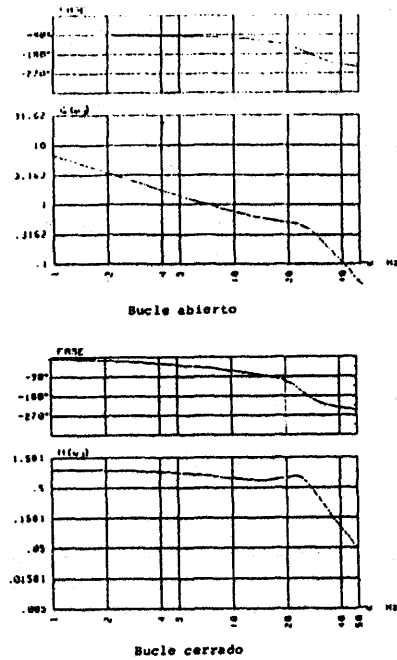


Fig. 7. Funciones de transferencia teóricas (modelo de 4 g.d.l.).

El desplazamiento de la plataforma relativo a la masa de reacción (coordenada q_4) parece, pues, no verse afectado por el resto de las coordenadas. En efecto, observando las matrices de la expresión (16), sólo se aprecian términos de acoplamiento en la matriz de masa, de manera que éstos solo serán importantes para frecuencias cercanas o superiores a las de resonancia de la columna de aceite (26 Hz). Sin embargo, la masa de reacción se diseña con bajas frecuencias propias y por este motivo q_1 , q_2 y q_3 son despreciables a partir de 10 Hz aproximadamente.

La principal aportación del modelo de 4 g. d.l. consiste en la posibilidad de estudiar el movimiento absoluto o las funciones de transferencia entre la consigna x y los desplazamientos horizontal, vertical o giro absolutos de la plataforma (x_2, y_2 y θ_2 de la fig.6) para el sistema de control existente.

$$M_h = \frac{x_2}{x} \quad M_v = \frac{y_2}{x} \quad M_r = \frac{\theta_2}{x}$$

En la figura 8 se representa como ejemplo M_v . El valor esperable para esta función es (fig.6)

$$\text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

pero aparecen anomalías debidas al sistema de control y a la presencia de la masa de reacción. Estas últimas se producen en torno a la frecuencia de 1,7 Hz y su magnitud se puede relacionar con el índice de amortiguamiento de la suspensión utilizada para dicha masa de reacción.

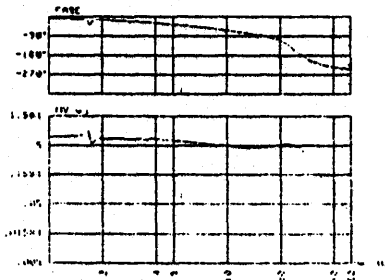


Fig. 8. Función de transferencia de movimiento vertical absoluto. (modelo de 4 g.d.l.)

5. CONCLUSIONES

En la presente comunicación se han presentado dos modelos lineales para intentar reproducir las curvas de respuesta en frecuencia de una mesa vibrante. Dichas curvas fueron obtenidas experimentalmente para pequeños desplazamientos.

El modelo de 1 g.d.l. parece ser suficiente para el estudio del sistema de control utilizado y esto es debido probablemente a que la variable controlada es el desplazamiento de la plataforma relativo a la masa de reacción y las frecuencias propias asociadas a ésta son muy inferiores a las que condicionan el bucle de control.

El modelo de 4 g.d.l. también reproduce fielmente la respuesta de dicho sistema de control; si bien, permite además estudiar el comportamiento de los desplazamientos absolutos de la plataforma. Estos desplazamientos presentan anomalías significativas a bajas frecuencias alejando este modelo del anterior.

Con estos y otros modelos se espera poder predecir los efectos en el comportamiento de la plataforma frente a cambios de las caracterís-

ticas del sistema tales como la suspensión de la masa de reacción, el módulo electrónico regulador o la propia estructura a ensayar, por ejemplo. También puede ser interesante la ampliación a modelos con grados de libertad fuera del plano para estudiar otras anomalías no comprendidas hasta ahora.

REFERENCIAS

1. Fabries, R., Buland, P., Lemaire, H.: "Qualification du Matériel sur table vibrante". Génie Parasismique (1985).
2. Livolant, M., Buland, P.: "Les tables vibrantes". Annales de L'Institut Technique du Bâtiment des Travaux Publics. Nº 442 (1986).
3. Bloudet, M., Esparza, C.: "Análisis de los efectos de interacción estructura-mesa vibradora durante ensayos de simulación sísmica". Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima (1985).
4. Rea, D., Abedi-Hayati, S., Takahashi, Y.: "Dynamic analysis of electrohidraulic shaking tables". EERC 77-29. University of California, Berkeley (1977).
5. Harris, Grede.: "Shock and vibration handbook". Mc. Graw-Hill (1961).
6. Molle, R.: "Les composants hydrauliques et pneumatiques de l'automatique". Dunod (1967).

NOTA. Este artículo ha sido realizado en el marco del proyecto de investigación "Métodos para calcular la seguridad de estructuras en centrales nucleares", subvencionado por la C.A.Y.C.I.T.