

INFLUENCIA DE LOS ESTRIBOS EN EL MODELADO DINAMICO DE PUENTES

Gómez Lera M^a S.; Martínez A.; Alarcón E.
 Cátedra de Estructuras (E.T.S.I.I.). Universidad Politécnica de Madrid.
 José Gutierrez Abascal, 2. 28006-Madrid. Tfn (91) 5626200. FAX (91) 5618618

Resumen.- Se presenta un sencillo modelo dinámico para el análisis paramétrico de la influencia de las impedancias dinámicas de los estribos en el comportamiento sísmico de puentes con estribo integral, donde se puede observar la influencia que tanto sobre la frecuencia propia como sobre el amortiguamiento globales tiene una correcta cuantificación de aquéllas.

1. INTRODUCCION Y OBJETIVOS

La repetida puesta fuera de servicio de puentes sometidos a la acción sísmica ha despertado un interés creciente por la comprensión de su comportamiento. En puentes pequeños o medianos los terraplenes de acceso son una parte muy significativa de la estructura (vg. Un paso superior con un terraplen de 6 m de altura en estribos y una pendiente del 4% exige un desarrollo de 150 m). La práctica habitual de considerar los apoyos rígidos no representa adecuadamente la realidad, especialmente en puentes del tipo "integral" en que el estribo es solidario del tablero y los movimientos de este actúan directamente sobre el terraplen. El modelado de la rigidez y amortiguamiento de éste debe afectar a la frecuencia propia del sistema global en un sentido semejante al de los cimientos.

Por ello se propone estudiar el modelo de la

correspondientes al estribo. Las parejas $(k_h; C_h)$ y $(k_r; C_r)$ corresponden a las impedancias de traslación horizontal y rotación de las zapatas de un pilar intermedio (Figura 1c) y (m, k, C) representa las características inerciales elásticas y de amortiguamiento de la superestructura. Puesto que sólo existe una masa, sólo hay un grado de libertad.

2. FRECUENCIA PROPIA Y AMORTIGUAMIENTO DEL SISTEMA EQUIVALENTE

Las ecuaciones de equilibrio son:

Equilibrio superestructura

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (1)$$

Equilibrio global fuerzas horizontales

$$m\ddot{u} + k_h u_0 + \bar{k}_a(u_0 + h\phi) = 0 \quad (1)$$

Equilibrio global de momentos

$$m\ddot{u}'h + \bar{k}_r\phi + k_a(u_0 + h\phi)h = 0 \quad (1)$$

Puesto que

$$u' = u_0 + h\phi + u + u_g \quad (2)$$

donde u_g es el movimiento provocado por el sismo al pasar al dominio de la frecuencia

$$\ddot{u} = -\omega^2 u \quad (3)$$

y, tras los oportunos manejos las ecuaciones (1) se convierten en

$$\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_s^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2 + \omega_a^2 \left(1 + \frac{\omega_h^2}{\omega_r^2}\right)} \left(1 + \frac{\omega_h^2}{\omega_r^2}\right) \right] u = \frac{\omega^2}{\omega_s^2} u_g \quad (4)$$

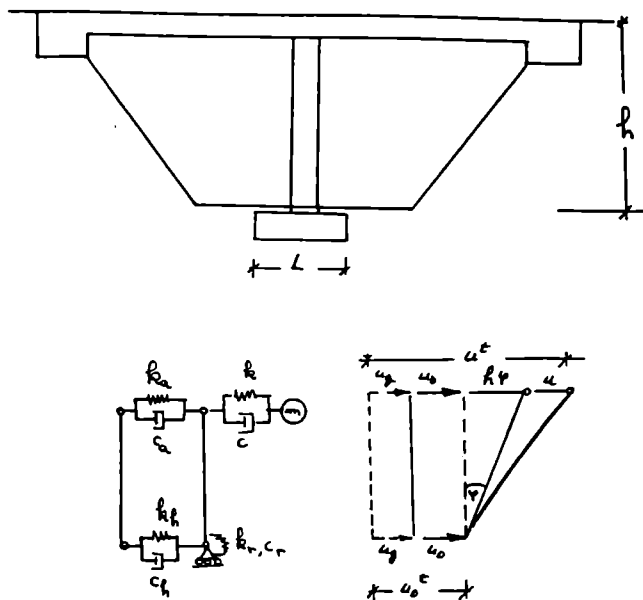


Figura 1

figura 1, que consiste en añadir al propuesto en las referencias 1 y 2 las características k_a y C_a .

donde

$$\begin{aligned} \overline{\omega_s^2} &= \frac{\overline{k}}{m} & \overline{\omega_h^2} &= \frac{\overline{k_h}}{m} \\ \overline{\omega_r^2} &= \frac{\overline{k_r}}{mh^2} & \overline{\omega_a^2} &= \frac{\overline{k_a}}{m} \end{aligned} \quad (5)$$

A su vez, las rigideces se pueden expresar teniendo en cuenta el amortiguamiento interno tanto del suelo ζ_g, ζ_{ga} , como de la estructura ζ , así como los amortiguamientos de radiación ζ_w, ζ_r y ζ_a en la forma compleja

$$\begin{aligned} \overline{k} &= k(1 + 2\zeta i) & \omega_s^2 &= \frac{k}{m} \\ \overline{k_h} &= k_h(1 + 2\zeta_h i + 2\zeta_g i) & \omega_h^2 &= \frac{k_h}{m} \\ \overline{k_r} &= k_r(1 + 2\zeta_r i + 2\zeta_g i) & \omega_r^2 &= \frac{k_r}{mh^2} \\ \overline{k_a} &= k_a(1 + 2\zeta_a i) + 2\zeta_{ga} i & \omega_a^2 &= \frac{k_a}{m} \end{aligned} \quad (6)$$

En un sistema con un grado de libertad, la ecuación paralela a la (4) es

$$\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega^{*2}} + i2\zeta^* \frac{\omega}{\omega^*} \right] u = \frac{\omega^2}{\omega^{*2}} u_g \quad (7)$$

donde ω^* es la frecuencia propia y ζ^* es el correspondiente índice de amortiguamiento.

Si se suponen nulos los amortiguamientos, la equivalencia de (4) y (7) permite definir como frecuencia del sistema equivalente de un grado de libertad

$$\frac{1}{\omega^{*2}} = \frac{1}{\omega_s^2} + \left[\frac{1}{1 + \omega_a^2 \left(\frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_r^2} \right)} \right] \left(\frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_r^2} \right) \quad (8)$$

que, caso de no existir la conexión al estribo $\omega_a = 0$ produce la misma fórmula descrita en la referencia 1.

Por otro lado, para obtener el amortiguamiento equivalente se hace $\omega = \omega^*$ y con ello

$$2\zeta^* \omega^* = \frac{\omega^*}{\omega_s^2} + \frac{(1 + 2\zeta_g) \left[\frac{1 - 2\zeta_h - 2\zeta_g}{\omega_h^2} + \frac{1 - 2\zeta_r - 2\zeta_g}{\omega_r^2} \right]}{1 + \omega_a^2 (1 + 2\zeta_g) \left[\frac{1 - 2\zeta_h - 2\zeta_g}{\omega_h^2} + \frac{1 - 2\zeta_r - 2\zeta_g}{\omega_r^2} \right]} \quad (9)$$

donde se han despreciado los cuadrados de los índices de amortiguamiento.

Tras el conveniente manejo algebraico, la ecuación (9) conduce a:

$$\begin{aligned} \zeta^* &= \zeta \frac{\omega^{*2}}{\omega_s^2} + \zeta_g \left(1 - \frac{\omega^{*2}}{\omega_s^2} \right) + \\ &+ \frac{\zeta_x \frac{\omega^{*2}}{\omega_h^2} + \zeta_r \frac{\omega^{*2}}{\omega_r^2}}{1 + \frac{\omega_a^2}{\omega_h^2} + \frac{\omega_a^2}{\omega_r^2}} \\ &+ \left(1 - \frac{\omega^{*2}}{\omega_s^2} \right) \frac{\frac{\omega_a^2}{\omega_h^2} + \frac{\omega_a^2}{\omega_r^2}}{1 + \frac{\omega_a^2}{\omega_h^2} + \frac{\omega_a^2}{\omega_r^2}} (\zeta_a + \zeta_{ga} - \zeta_g) - \\ &- \left(1 - \frac{\omega^{*2}}{\omega_s^2} \right) \frac{\zeta_x \frac{\omega_a^2}{\omega_h^2} + \zeta_r \frac{\omega_a^2}{\omega_r^2}}{1 + \frac{\omega_a^2}{\omega_h^2} + \frac{\omega_a^2}{\omega_r^2}} \end{aligned} \quad (10)$$

que, en el caso $\zeta_a = 0$ conduce a

$$\zeta_1^* = \zeta \frac{\omega^{*2}}{\omega_s^2} + \zeta_g \left(1 - \frac{\omega^{*2}}{\omega_s^2} \right) + \zeta_x \frac{\omega^{*2}}{\omega_h^2} + \zeta_r \frac{\omega^{*2}}{\omega_r^2} \quad (11)$$

tal como se indica en la referencia 1.

3. ANALISIS PARAMETRICO

Con objeto de reducir parámetros, se han utilizado las siguientes expresiones para las rigideces horizontal y de cabeceo de una zapata

$$k_h = 2(1 + \nu)GL$$

$$\frac{k_r}{k_h} = \frac{L^2}{4(1 - \nu^2)}$$

$$k_r = \frac{G}{2(1 - \nu)} L^3$$

(12)

es decir, para $\nu = 0,3$; $k_r = 0,28L^3 k_v$, donde L es el lado de la zapata. De esta forma,

$$\frac{\omega_h^2}{\omega_r^2} = \frac{k_h h^2}{k_r} = 3,6 \left(\frac{h}{L}\right)^2 \quad (13)$$

$$\omega_h^2 = \beta \omega_r^2 \quad \beta = 3,6 \left(\frac{h}{L}\right)^2$$

donde aparece como parámetro la relación altura del estribo-tamaño de la zapata central.
Si se domina

$$\gamma = \left(\frac{\omega_s^*}{\omega_s}\right)^2 \quad (14)$$

Se tiene

$$\frac{1}{\gamma} = 1 + \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_a}{\omega_h}\right)(1+\beta)} \left(\frac{\omega_s}{\omega_h}\right)^2 (1+\beta) \quad (15)$$

Además, se supone que el amortiguamiento material del terraplén es igual al del cemento y al de la superestructura, es decir,

$$\zeta = \zeta_g = \zeta_{ga} \quad (16)$$

y que es posible definir una relación entre ζ_r y ζ_h

$$\frac{\zeta_r}{\zeta_z} = \frac{0,4}{1-\nu} \frac{2-\nu}{4,6} L^2 \frac{8G}{2-\nu} \frac{3(1-\nu)}{8GL^2} = \frac{1,2}{4,6} = 0,26$$

(17)

Además, como

$$\frac{\omega^{*2}}{\omega_h^2} = \gamma \frac{k}{k_h} \quad (18)$$

$$\frac{\omega_a^2}{\omega_h^2} = \frac{k_a}{k_h}$$

la fórmula 10, se reduce a

$$\frac{\zeta^*}{\zeta} = 1 + \frac{\zeta_z}{\zeta} \frac{\gamma \frac{k}{k_h} (1 + \frac{\zeta_r}{\zeta_z} \beta)}{1 + \frac{k_a}{k_h} (1 + \beta)} + \frac{\zeta_{ga} (1 - \gamma)}{\zeta} \frac{\frac{k_a}{k_h} (1 + \beta)}{1 + \frac{k_a}{k_h} (1 + \beta)} - \frac{\zeta_z (1 - \gamma)}{\zeta} \frac{\frac{k_a}{k_h} (1 + \frac{\zeta_r}{\zeta_z} \beta)}{1 + \frac{k_a}{k_h} (1 + \beta)} \quad (19)$$

La figura 2 recoge la evolución de la frecuencia propia del sistema equivalente en función de los tamaños relativos entre estribo y zapata.

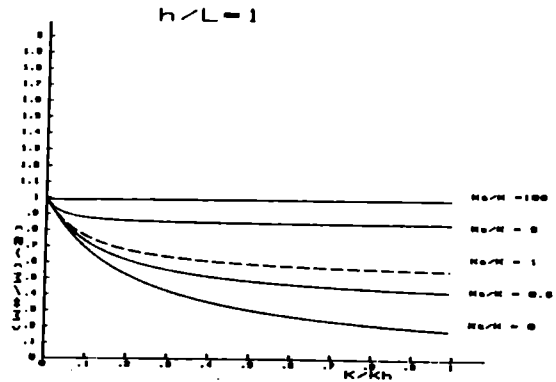


Figura 2a

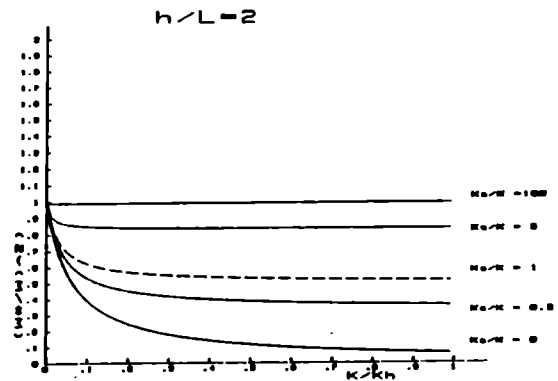


Figura 2b

Como puede verse, para valores muy altos de la rigidez del estribo en relación con la estructura (vg. $k_r/k_h = 100$) se obtiene la condición de sustentación rígida de la estructura y la frecuencia coincide con la de la superestructura.

Tan pronto como el estribo se va ablandando se produce una bajada de la frecuencia que es tanto más intensa cuanto más pequeño es k_h , es decir, cuanto más blando es el cemento del pilar central, lo que refleja que ambos fenómenos son aditivos. Obsérvese que la reducción de rigidez se acentúa cuando aumenta la relación h/L . Para valores de $k_r/k_h = 5$ la reducción es del orden del 15 %.

La figura 3 representa el amortiguamiento equivalente cuando el estribo no está conectado a la superestructura (fórmula 11) de modo que sólo existe el amortiguamiento en la zapata central. Como puede verse, los mayores incrementos se consiguen para suelos blandos en relación con la estructura. Un caso del tipo $k/k_h = 0,6$ en que el índice de amortiguamiento del movimiento horizontal fuese 8 veces el interno del suelo, produciría un amortiguamiento equivalente del orden del triple del interno de la estructura. Si además se tiene en cuenta el amortiguamiento producido por los estribos, se

observa (figura 4) que el efecto aumenta, lo que indica que no es despreciable el fenómeno.

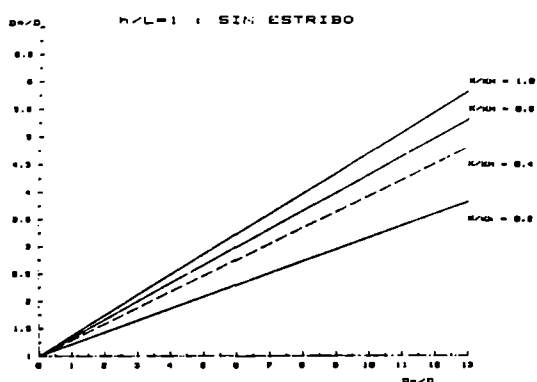


Figura 3

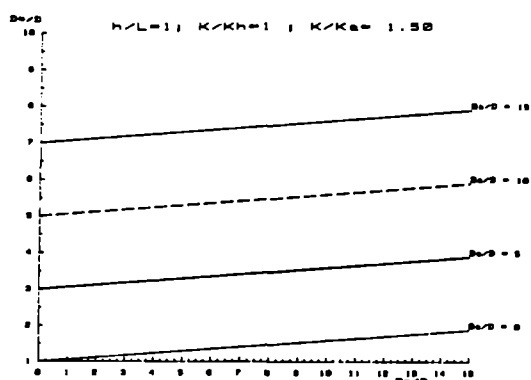


Figura 4a

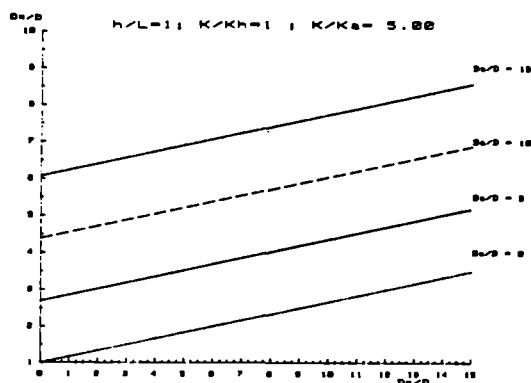


Figura 4b

AGRADECIMIENTOS

Se hace constar el agradecimiento de los autores a la Dirección General de Investigación de Ciencia y Tecnología, bajo cuyo contrato (C91055501) se ha desarrollado parte del presente trabajo.

REFERENCIAS

1. Wolf, J.P. (1985): "Dynamic soil-structure interaction". Prentice-Hall.
2. Maragakis, E.A. et al (1989): "A simple non-linear model for the investigation of the effects of the gap closure at the abutment joints of short bridges". Earth Engineer & Struc. Dynamics Vol 18; 1163;1178.