# El aprendizaje por indagación

Paco Gómez

## 1 Introducción

El artículo de este mes tiene carácter indagatorio. Al contrario que otros en esta columna, no muestra una conexión entre algunos fenómenos matemáticos y musicales, o analiza la obra de un compositor a la luz de técnicas matemáticas, sino que explora cómo se puede usar *el aprendizaje por indagación* en la enseñanza de las matemáticas y la música. En las matemáticas hace años que se emplea bajo múltiples formas: aprendizaje por resolución de problemas, el método Moore, aprendizaje por proyectos, aprendizaje orientado al proceso, entre otros. En la música, a la luz de nuestro más leal conocimiento, parece que apenas está implantado. En el artículo de este mes describiremos en qué consiste el aprendizaje por indagación en las matemáticas y en el artículo del mes que viene trataremos cómo se podría aplicar dicho aprendizaje a la música.

El aprendizaje por indagación se basa en la idea de adquirir conocimientos y destrezas a partir del planteamiento de preguntas y problemas. Este método -a la manera socrática- confronta al alumno con su propia ignorancia y le conmina a salir de ella a través de la indagación. Él construye el conocimiento y no se le da construido; se traspasa la responsabilidad de encontrar las fronteras de su conocimiento al alumno así como el compromiso de superarlas. De esta manera, el aprendizaje es más profundo e intenso, pues es el alumno quien participa activamente en su construcción. La materialización del aprendizaje por indagación -como ha demostrado la práctica pedagógica- puede ser numerosa y muy diversa. Como acabamos de decir, bajo este término se incluyen metodologías tales como el aprendizaje por resolución de problemas o el aprendizaje basado en proyectos; véase [BB08] para una taxonomía más amplia. Eick y Reed [ER02] definen el aprendizaje por indagación de la siguiente manera (mi traducción):

> *El aprendizaje por indagación no trata sobre la memorización de hechos —trata sobre la formulación de preguntas y el hallazgo de las soluciones adecuadas a las preguntas y problemas. La indagación puede ser una responsabilidad compleja y, por tanto, requiere un diseño y una fundamentación de la clase muy especializados para facilitar que los alumnos experimenten la emoción de resolver una tarea o un problema por ellos mismos. Un entorno de aprendizaje por indagación respaldado por un diseño de la clase cuidadoso puede ayudar a los alumnos en el proceso de transformar la información y los datos en conocimiento útil.*

Hace algún tiempo decidí aplicar el aprendizaje por indagación en mis cursos. Había llegado a la conclusión de que mi enseñanza basada en la clase magistral ya no era efectiva en absoluto. Para ser sinceros, había llegado a la conclusión de que era una farsa. Cierto es que con los años había mejorado en dar clases magistrales. Me había aplicado a una reflexión profunda para superar mis dolorosos errores, había estudiado a los mejores oradores, había leído muchos libros de pedagogía y psicología, había aplicado técnicas de actuación a la gestión de la clase, y en la medida de mis posibilidades dentro de mi departamento, había intentado definir un temario razonable y coherente. En suma, había intentado ser profundo, creativo y eficaz al dar la clase magistral. Y, en general y dicho con humildad, creo que lo conseguí. Sacaba buenas evaluaciones en las encuestas de los alumnos, estos agradecían el buen trato (e incluso el rigor) que les dispensaba, y parecían satisfechos con mi labor docente: siempre llevaba las clases preparadas, hacía menciones a la historia de los conceptos explicados, exponía las aplicaciones de las matemáticas. Sin embargo, eso solo era un espejismo. La realidad era muy otra. El perfil de los alumnos había cambiado lenta pero inexorablemente, y no solo no supe darme cuenta, sino que tampoco había sabido adaptarme a ese cambio. No eran ya los aprendientes autónomos que éramos en mis tiempos de estudiante, ni siquiera el aprendiente de hace diez años. El perfil del alumno universitario actual, al menos en mi facultad, es el de una persona que no aprende por mero contacto con el temario expuesto oralmente, que usa la tecnología de manera natural, que, en la mayoría de los casos, carece de constancia en el estudio, y que especula incesantemente con los resultados y el esfuerzo. Los alumnos se enfrentan a la materia empujados por las fechas de entrega y de exámenes parciales que tengan en ciernes. Les podría entretener mis clases magistrales, o incluso gustar, pero casi todos estudiaban la asignatura la semana antes del examen. Se habían convertido en lo que he dado en llamar *vomitadores*. Muchos alumnos solo querían su aprobado y les daba igual si les enseñaban a pensar, o adquirían habilidades sociales, o cómo estaban maltratando ellos mismos sus hábitos de estudio y aprendizaje. La mayoría solo perseguía aprobar con el mínimo esfuerzo.

Y yo seguía en la inopia, a pesar de las altas estadísticas de abandono, de suspensos y de repetidores. Aunque triste y revelador, era aun peor saber que las asignaturas de matemáticas solo representaban un obstáculo para la mayoría de alumnos y que la pura verdad era que *ni* les enseñaba a pensar *ni* a ser creativos. Esta era la farsa a la que me refería antes.

Y un día me desperté y dije ¡basta! No puedo permitirme ser ese tipo de profesor si amo la enseñanza y las matemáticas. No puedo ser ese tipo de persona.

Empecé a usar otros métodos para tratar desesperadamente de romper esa inercia. Los primeros años, solo en asignaturas optativas, empleé métodos colaborativos. Aprendí mucho de la psicología de los alumnos y comprendí y corroboré muchos hechos que había leído en libros y revistas académicas. Los métodos colaborativos implican un contacto intenso con los alumnos y eso nunca me importó; es más, siempre lo busqué, pues me pareció fundamental. Al contrario que algunos de mis colegas, yo no pienso que los profesores estemos para transmitir el conocimiento desde una postura totalmente aséptica y lo más alejada posible de las emociones y los valores. Un alumno aprende más por quién es su profesor que por lo que le enseña. No fue fácil, pero en poco tiempo la actitud de los alumnos cambió radicalmente; ahora estaban implicados en su propio aprendizaje y mi pasión por la asignatura -antes percibida como un extravagante exceso- ahora era compartida. Los alumnos además apreciaban el desarrollo de las habilidades sociales y de comunicación inherentes a este tipo de métodos.

Más tarde me atreví a usarlo con asignaturas troncales de primer curso, un toro muy distinto de torear a las asignaturas avanzadas de cuarto, con alumnos muy motivados. Desde entonces, he seguido como método principal una versión *modificada* del método Moore. Las principales modificaciones que introduje fueron dos: (1) hacer el método Moore *colaborativo*; (2) conceder a la *escritura* la importancia que posee en las matemáticas. La aplicación del método no ha sido fácil ni obvia. Antes bien, ha estado llena de dificultades: clases muy numerosas, alumnos con poca motivación, niveles muy heterogéneos, programa muy extenso, muchos alumnos "profesionales" del examen (eufemismo para los vomitadores), entre otros. Sin embargo, los resultados han sido buenos. Los alumnos poco a poco se han comprometido con el aprendizaje, se lo han pasado bien en clase, se han sentidoseguros en el examen, e incluso la mayoría de los alumnos cuyo nivel evidenciaba que no podrían con la asignatura han seguido el curso hasta el último día.

En la siguiente sección explicaré el método Moore y la versión modificada que aplico en mis clases.

# 2 El método Moore modificado

## 2.1 El método Moore original

El método Moore recibe su nombre por Robert Lee Moore, un famoso matemático (topólogo), que daba clases en la Universidad de Pensilvania. Originalmente, el método estaba diseñado para alumnos avanzados de matemáticas. Como primer paso, Moore distribuía unas hojas en que aparecían los axiomas que se iban a usar en la asignatura, unos cuantos ejemplos ilustrativos y después un conjunto de resultados que probar. Cada estudiante tenía que probar por sí mismo los resultados. Moore llamaba a la pizarra a los estudiantes y estos probaban los teoremas. Se producían discusiones entre ellos, en las que Moore intervenía ocasionalmente. Su método se basaba en una sana competencia individual. Cuando habían pasado unos cuantos días, Moore ya conocía cuál era el nivel de los estudiantes y los llamaba en orden inverso a su nivel (los de menor nivel salían más frecuentemente). Desde el principio, estuvo prohibido usar cualquier fuente de información externa; solo las hojas distribuidas por Moore y el fruto de las discusiones en clase constituían el único material —tanto teórico como práctico—. Como consecuencia de este método, la comprensión del material era muy profunda, más, obviamente, que en las clases magistrales. La experiencia de aprendizaje -según los testimonios de los alumnos- era más vívida. En los vídeos siguientes aparecen profesores de universidad describiendo el método Moore.

f6t6WiWYdgY

UVDfDTmqAuc

OMpNXJyrfSo

En el método Moore es absolutamente fundamental crear una atmósfera de seguridad emocional. Sin ella, el alumno tendrá miedo de salir a la pizarra, y lo que es aun peor, de cometer errores. Un matemático profesional está acostumbrado a cometer errores; es parte de su actividad. Igualmente, está acostumbrado a detectarlos, corregirlos y recuperarse de ellos. Un alumno, en principio, tiene que aprender todo esto. Moore tenía clases relativamente pequeñas, entre 8 y 15 alumnos, y era fácil crear ese buen ambiente de camaradería intelectual. Por otro lado, el método no funciona si los alumnos no respetan las reglas. Si hay alumnos que consultan las demostraciones en libros o las hacen a medias con otros, entonces la clase no funciona como debería. Moore contaba que esta situación raramente ocurría. En algunas universidades donde el método lleva años en práctica, como la Universidad de Texas, a los alumnos que copian les llegan a castigar prohibiéndoles matricularse en ningún curso con metodología Moore.

Otra cuestión delicada en el método Moore es la evaluación. Claro es que la evaluación continua es la mejor opción para este método. Hay todo un continuo de posibilidades en este sentido, que abarcan desde la pura evaluación del trabajo en clase hasta la combinación de este con exámenes y proyectos. En todo caso, con el método Moore es posible evaluar el esfuerzo de los alumnos y su progresión.

Para más información sobre el método Moore original, se puede consultar la página web de su legado, The legacy of R.L. Moore [Fou13].

## 2.2 El método Moore colaborativo

Dado la facultad en que enseño, la Escuela Universitaria de Informática (Universidad Politécnica de Madrid), con notas de corte de 5, con muchos alumnos ávidos de títulos y no de conocimiento, con alumnos poco motivados, con alumnos vomitadores profesionales, con clases grandes, sabía que no podía aplicar el método Moore en su formato original. Me di cuenta enseguida de que tenía necesariamente que centrar el aprendizaje en ellos mismos de manera expeditiva. Mis alumnos no eran los que tenía Moore, entusiastas de la materia y con sólidos hábitos de estudio. Y esto implicaba introducir el aprendizaje colaborativo. Eliminé la restricción de trabajar individualmente que Moore impuso originalmente. De hecho, ahora fomento el trabajo en grupo, aunque bajo ciertas condiciones. Las condiciones que he establecido son las siguientes (tomadas de la página de una asignatura que di el año pasado; véase [Góm13a]):

1. En la clase no se usan libros ni otras fuentes de información, sean electrónicas o impresas. El material lo prepara el profesor y lo distribuye a los alumnos.

2. El profesor no explica teoría ni hace problemas. La teoría se enuncia en el material que se distribuye. Los alumnos elaboran por sí mismos la teoría. Los problemas los resuelven los alumnos.

3. Cuando se resuelve un problema un alumno sale a la pizarra a explicarlo, este problema no se da por bueno hasta que la clase entera está de acuerdo. Esto puede llegar hasta una votación formal en la clase.

4. Todos los alumnos salen por estricta rotación. Los alumnos que tienen más dificultades salen más frecuentemente a la pizarra.

5. Se fomenta el trabajo en grupo durante las clases. Es posible que el profesor pida a dos alumnos que trabajen juntos en cierto problema y que uno se lo explique al otro. En este sentido, este método se basa en la creencia de que no hay mejor manera de aprender algo que tener que enseñarlo.

6. Las demostraciones y problemas se tienen que entregar al profesor. Cada alumno escribe sus *propias* demostraciones y soluciones. Además, como parte de una política de honestidad:

   (a) Si un alumno ha recibido ayuda de otro en la discusión de un problema ha de ponerlo explícitamente en las entregas: Problema 6 (con la ayuda de X).

   (b) Si a un alumno le ha leído el trabajo otro compañero ha de ponerlo explícitamente en las entregas: Problema 6 (leído por X).

   (c) Si un alumno ha trabajado con otro ha de ponerlo explícitamente en las entregas: Problema 6 (trabajo conjunto con X).

7. Está prohibido dejar soluciones o demostraciones a otro compañero. Si un alumno tiene problemas con un ejercicio, queda con otro compañero que lo pueda ayudar. No le pide la solución sin más y la copia. Ningún alumno debería ni pedir la solución ni dejar que la copie. El lema es *Entiende la explicación y escribe tu propia solución.*

8. El trabajo en equipo y colaborativo es esencial en esta metodología. El alumno va a recibir una carga de trabajo superior a la que es capaz de terminar con la única ayuda de su fuerza mental. Esto se hace para animar a los alumnos a que trabajen en equipo y para que acudan al profesor cuantas veces te haga falta (y con la tecnología que haga falta: Skype, correo, Twitter, etc.).

9. De vez en cuando habrá revisión de trabajo por pares. Esto significa que se darán los ejercicios de unos alumnos a otros para que los corrijan. Esto constituye un ejercicio de crítica y responsabilidad que resultará muy interesante e instructivo.

10. Esta metodología no funciona si no se siguen estas reglas al pie de la letra. No respetar las normas del método hace que se arruine por completo. Las copias de los ejercicios o demostraciones son siempre obvias.

Uno de los puntos delicados en la implementación del método es convencer a los alumnos de que pueden hacerlo. Sé que en las dos primeras semanas de clase mi trabajo consistirá en emplearme a fondo para ello. Algunos alumnos piensan que no tienen nivel para afrontar este reto, otros sencillamente ignoran las reglas del método y actúan por libre, especialmente lo referente a la colaboración. En el artículo [Góm13a] se recogen más detalles de la aplicación del método, así como ventajas e inconvenientes para alumnos y profesores.

## 2.3 La escritura en las matemáticas

Me preocupaba sobremanera la patente y creciente falta de recursos de comunicación de nuestros alumnos. En el caso de las matemáticas, y en particular en mi entorno académico, había llegado a límites insoportables. Los alumnos se habían acostumbrado a escribir una ristra de símbolos, sin apenas frases en castellano, o bien escritas como un telegrama, como sustituto de una respuesta bien estructurada, concisa y que demuestra la requerida claridad de pensamiento. Me daba cuenta de que ese era un problema que tenía que atacar, ya independientemente del método Moore. Investigué la bibliografía y descubrí que hacía al menos cuatro o cinco décadas ya había profesores que habían enseñado matemáticas basadas en la escritura. Aquí por escritura entiendo toda una plétora de posibilidades: pruebas formales, escritura libre, redacciones autobiográficas, diarios, periódicos, páginas web, resolución de problemas, poesía visual, informes, entre otros. Para el lector interesado recomiendo [Ste90], [MR98] y la compilación de recursos hecha por Michael Kinyon [Kin13].

Mis alumnos han sido extraordinariamente reacios a la idea de la escritura. Hasta entonces les habían dado todos los puntos por escupir *código interno* en los exámenes, esto es, les daban buenos puntos por una respuesta inconexa, escrita para ellos mismos, pespunteada con retazos de su confuso pensamiento, fruto de la habitual regurgitación del material. ¿Por qué iba a ser diferente a partir de ahora si desde el instituto tal cosa les fue permitida? No obstante, he sido estricto y en las entregas doy cinco puntos por las matemáticas y cinco puntos por la escritura. He escrito un documento en que les explico con detalle cómo redactar correctamente matemáticas, desde *el punto de vista formal* y desde *el punto de vista lingüístico*; véase [Góm13b]. He aquí un extracto de ese documento donde se argumenta por qué la escritura puede ser un buen método de enseñanza de las matemáticas.

> *Una buena escritura es un reflejo de un pensamiento claro. Un pensamiento deficiente nunca podrá producir una buena escritura. Demasiado frecuentemente, cometemos el error de confundir familiaridad con conocimiento. Lo que nos escriben nuestros alumnos en los exámenes es en la mayor parte de los casos una muestra de su familiaridad con el tema, probablemente adquirida a toda prisa los días previos al examen. Conocer o entender algo es muy distinto a reconocerlo. La escritura, por la carga de reflexión que lleva, permite ese asentamiento, esa vivencia del conocimiento. He aquí unas cuantas ventajas de la escritura como método de enseñanza:*
>
> 1. *Escribir matemáticas hace las clases más activas. El alumno tiene que escribir en las clases y mostrar su escritura al resto de la clase, quien hará los comentarios pertinentes para mejorarla.*

2. *Escribir matemáticas enfrenta a los alumnos a su propio conocimiento. Escribir una demostración correctamente implica un alto nivel de revisión que fuerza a que se aprenda el material con más profundidad.*
3. *Escribir siempre fomenta la creatividad, y ello es cierto también en el caso de la escritura matemática.*
4. *Escribir matemáticas hará mejores lectores a los alumnos. Tendrán que practicar la lectura comprensiva más a fondo.*
5. *La entrega de ejercicios escritos al profesor proporciona a este una valiosísima oportunidad de comprobar la comprensión de la materia y reaccionar en consecuencia (bien repitiendo explicaciones, poniendo ejercicios complementarios, dando material adicional a alumnos concretos, etc.).*
6. *La escritura matemática, sobre todo si se combina con métodos colaborativos, da lugar a discusiones muy fructíferas entre los alumnos.*

> *Sin embargo, la principal razón para que los alumnos escriban, y lo hagan con rigor y calidad, reside en los valores de las matemáticas. Los principales valores asociados a las matemáticas son la capacidad para ensanchar y agudizar los mecanismos de aprendizaje, el sentido del conocimiento y el genio del pensamiento profundo. Enseñar matemáticas a los alumnos a través de la escritura está en clara consonancia con esos valores. Estos valores, por supuesto, no son privativos de las matemáticas; están presentes también en otras áreas del saber.*

A pesar de este documento y mis advertencias, las primeras entregas estaban pésimamente escritas. Cuando han visto que les restaba una buena cantidad de la nota final de las entregas, han empezado a tomarlo más en serio. El nivel de escritura de la clase subió y ello se reflejó en las exposiciones en la pizarra. En ocasiones mandaba hacer una demostración a algún alumno en concreto y le daba una transparencia de acetato. Escribía la demostración sobre el acetato y a continuación la poníamos en el proyector y la clase discutía y criticaba la demostración.

En la bibliografía se pueden encontrar libros extraordinarios sobre cómo utilizar la escritura en el aula. Timothy Sipka en [Ste90] (páginas 11 y siguientes) sugiere varios, entre ellos, las redacciones. No parece un recurso de resultados deslumbrantes, pero es solo la apariencia. Periódicamente, les proponía temas a los alumnos, que iban desde su relación con las matemáticas, su opinión sobre el método Moore, la ansiedad matemática o incluso tema libre. La información que recababa de estas redacciones era valiosísima. Me daban una visión de los alumnos más personal, me permitía conocer sus preocupaciones e intereses, o sus relaciones con las matemáticas en el pasado y cómo afectaban a la clase en curso.

## 2.4 El método completo

Como he dicho, el método completo se basa en dos pilares: la versión colaborativa del método Moore y el énfasis en la escritura. Faltaría decir que también uso la idea de las *pruebas conceptuales* del método; véanse Mazur [Maz97] y [Maz13]. Estas pruebas conceptuales se presentan en la pantalla y los alumnos, individualmente, las piensan, normalmente durante uno o dos minutos. Al cabo de ese tiempo, votan la respuesta correcta con un mando especial (llamado *educlick*). Si la mayoría de los alumnos aciertan la respuesta correcta, se pasa a la siguiente; si no es así, el profesor invita a los alumnos a que discutan, ahora entre sí, cuál es la respuesta verdadera. Al cabo de unos cinco o diez minutos se vuelve a realizar la votación. Si sale la respuesta correcta por amplia mayoría, se pasa a la siguiente prueba conceptual; si no es así, un alumno desarrolla brevemente el concepto. Este sistema agiliza mucho la clase y permite programar repasos con gran efectividad.

Como ejemplo real de la aplicación del método, a continuación tenemos el principio de la hoja 2 de sucesiones; en la hoja 1 se estudia la definición de sucesión. En esta hoja se trata la definición de límite de una sucesión. Esta hoja se reparte al principio de la clase. Se empieza con un trabajo intuitivo sobre el concepto de sucesión. Quiero ver qué saben exactamente sobre el límite de una sucesión, pero dentro de un contexto relajado. Leen la definición 15 y a continuación, en el ejercicio 16 (segundo recuadro), escriben libremente, incluso con dibujos y gráficos, sobre su idea de límite de una sucesión. Este ejercicio de escritura dura unos 10 minutos. Me lo entregan y continuamos la clase con la definición formal.

**Definición 15 Definición intuitiva de sucesión convergente.** *La sucesión $a_n$ converge al límite $l$ si cuanto más avanzamos en la sucesión, más nos acercamos a $l$.*

**Ejercicio 16** *Interpreta gráficamente la definición. Haz esquemas o dibujos que ilustren la definición y pon ejemplos.*

**Definición 17 Sucesión convergente.** *Se dice que un número real $l$ es* límite *de una sucesión $a_n$ si y sólo si*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \textit{tal que} \quad \forall n \geq n_0 \quad |a_n - l| < \varepsilon$$

Si $l \in \mathbb{R}$ es límite de $a_n$, se dice que la sucesión es *convergente* o que *converge a $l$* y se designa por cualquiera de estas tres formas $\lim_{n\to\infty} a_n = l$, $\lim a_n = l$ o $a_n \to l$.

**Ejercicio 18 Interpretación gráfica de sucesión convergente.** *Interpreta gráficamente la definición 17.*

**Ejercicio 19** *Escribe la negación de la definición de sucesión convergente. Haz un gráfico que explique la negación de la definición.*

**Definición 20 Sucesión divergente.** *Una sucesión que no es convergente se dice* divergente.

Abajo tenemos un extracto de la hoja 3, que versa sobre convergencia y orden. Como se puede ver, no hay explicaciones entre los teoremas. Se las dan ellos en la pizarra fruto de las discusiones pertinentes. Los resultados no son meros ejercicios de aplicación directa, sino que se les pide que den demostraciones $\varepsilon - n_0$ como vendrían escritas en cualquier libro de texto. Toda la retórica asociada a una clase magistral se eliminado radicalmente en favor de las discusiones entre los alumnos. He presenciado discusiones realmente fructíferas y en varias ocasiones los alumnos han venido con demostraciones muy creativas, de inesperada profundidad. Tal cosa nunca habría ocurrido con las clases magistrales.

**Teorema 47 Convergencia y orden.**

1. *Si* $\lim a_n = l < m$ *(respectivamente,* $l > m$*), entonces existe* $n_0 \in \mathbb{N}$ *tal que, para todo* $n \geq n_0$*,* $a_n < m$ *(respectivamente,* $a_n > m$*).*
2. *Si* $a_n \geq 0$ *para todo* $n \in \mathbb{N}$ *y* $a_n$ *es convergente, entonces* $\lim a_n \geq 0$*.*
3. *Si* $a_n \geq b_n$ *para todo* $n$ *y ambas sucesiones son convergentes, entonces* $\lim a_n \geq \lim b_n$*.*

**Problema 48** *Proponer sucesiones* $a_n$ *tales que* $\lim a_n = 1$ *y además verifiquen cada una de las siguientes propiedades o justificar que no pueden existir:*

*(a)* $a_n < 1$ *para todo* $n \in \mathbb{N}$ *(b)* $a_n > 0'5$ *a partir de un término*

*(c)* $a_n < 0'5$ *a partir de un término* *(d)* $a_n$ *no es monótona*

**Teorema 49 Regla del sandwich.**

1. *Si* $a_n \leq b_n \leq c_n$ *para todo* $n \in \mathbb{N}$ *y* $\lim a_n = \lim c_n = l \in \mathbb{R}$*, entonces* $b_n$ *converge a* $l$*.*
2. *Si* $a_n \leq b_n$ *para todo* $n \in \mathbb{N}$ *y* $\lim a_n = \infty$*, entonces* $\lim b_n = \infty$*.*
3. *Si* $a_n \leq b_n$ *para todo* $n \in \mathbb{N}$ *y* $\lim b_n = -\infty$*, entonces* $\lim a_n = -\infty$*.*

**Ejemplo 50 Ejemplos de la regla del sandwich.**

1. *La sucesión* $\dfrac{n!}{n^n}$ *converge a 0.*
2. *La sucesión* $\sqrt[n]{n^{2n}+1}$ *tiene límite infinito.*

# 3 Conclusiones

El día que dije ¡basta! fue también el día en que me decidí no dar nunca más clase vía una lección magistral. Hay muy buenos profesores que dan clase magistral y, cuando nuestros alumnos eran aprendientes activos, ese era un buen método. Ya no lo es más en la inmensa mayoría de los casos. Nuestros alumnos son otros y, como profesores, hay que enfrentarse a la nueva realidad que tenemos. Me uno al *lamento de un matemático* de Paul Lockhart [Loc13]: *"Así que aparta los planes de estudio y tus proyectores, tus abominables libros de texto a todo color, tus CD-ROM, y el resto del circo ambulante que es la educación contemporánea, y ¡simplemente haz matemáticas con tus alumnos!"* (página 13). De eso se trata, de hacer matemáticas en el aula, como las hago en mi grupo de investigación: discutiendo, trayendo información, equivocándome, volviendo a la carga, estando sobre un problema durante días, poniendo eufórico por una idea feliz, escribiendo (y reescribiendo y reescribiendo, y revisando y revisando), y contándoles a mis colegas mis ideas y yo escuchando las suyas.

Por último, quería añadir que desde que usó este tipo de métodos el disfrute es mucho mayor que lo fue antes. Estoy deseando ir a clase; es más, el día que tengo clase estoy contento, en una especie de estado de excitación. ¿Qué pasará hoy?, ¿cómo puedo iluminarlos?, *¿qué me van a enseñar a mí hoy?*, ¿habrán asimilado el material bien?, ¿con qué nos vamos a reír? (sí, en este tipo de clases nos reímos; en otro artículo hablaré sobre el papel del humor en la enseñanza). El cambio fue, sin duda, para mejor.

## Bibliografía


[BB08] H. Banchi and R. Bell. The Many Levels of Inquiry. *The Learning Centre of the NSTA*, 2008.

[ER02] C.J. Eick and C.J. Reed. What Makes an Inquiry Oriented Science Teacher? The Influence of Learning Histories on Student Teacher Role Identity and Practice. *Science Teacher Education*, 86:401–416, 2002.

[Fou13] Educational Advancement Foundation. The legacy of R.L. Moore. http://legacyrlmoore.org/index.html, consultado en febrero de 2013.

[Góm13a] Paco Gómez. El método Moore o el aprendizaje por indagación . http://webpgomez.com/index.php?option=com_content&view=article&id=369:el-metodo-moore-o-el-aprendizaje-por-indagacion&catid=88:educacion&Itemid=192, consultado en febrero de 2013.

[Góm13b] Paco Gómez. Enseñanza de las matemáticas a través de la escritura. http://webpgomez.com/index.php?option=com_content&view=article&id=418:escritura-matematica&catid=101:analisis-matematico-1213&Itemid=240, consultado en febrero de 2013.

[Kin13] Michael K. Kinyon. Mathematics and writing. http://web.cs.du.edu/~mkinyon/mathwrite.html, consultado en febrero de 2013.

[Loc13] Paul Lockhart. El lamento de un matemático. http://www.rsme.es/gacetadigital/abrir.php?id=824&zw=175149, consultado en febrero de 2013.

[Maz97] E. Mazur. *Peer Instruction: A User's Manual*. Series in Educational Innovation. Prentice Hall, 1997.

[Maz13] Mazur Group. Mazur group website. http://mazur.harvard.edu/, consultado en febrero de 2013.

[MR98] John Meier and Thomas Rishel. *Writing in the teaching and learning of mathematics*. The Mathematical Association of America, 1998.

[Ste90] A. Sterrett(editor). Using writing to teach mathematics. *English Studies*, 16, 1990.