Informes de la Construcción
Vol. 62, 518, 33-42,
abril-junio 2010
ISSN: 0020-0883
eISSN: 1988-3234
doi: 10.3989/ic.08.045

Un criterio robusto para la medida del margen –coeficiente– de seguridad

A robust approach for measuring the margin –coefficient– of security

J. Cervera[(*)]

RESUMEN

En este trabajo se analizan en primer lugar algunos inconvenientes de los habituales coeficientes parciales de seguridad —factores multiplicadores de las cargas— como medida del alejamiento a las condiciones de colapso en el caso de las estructuras con anisotropías importantes, como son especialmente aquellas sin resistencia a la tracción —los arcos de fábrica, como ejemplo paradigmático— Para superar dichas dificultades se propone un criterio sencillo y robusto basado en la contracción de la superficie límite, criterio que aporta una medida coincidente con la habitual para los casos isótropos, pero que permite medir igualmente de forma consistente el alejamiento a las condiciones del colapso para el resto de las situaciones. Se aplica finalmente el modelo a la determinación de los márgenes de seguridad en secciones de doble simetría sometidas a compresión esviada para materiales sin, y con resistencia a tracción, así como al problema de la estabilidad de un prisma frente al vuelco, mostrando las mejoras que aporta para caracterizar dichos problemas.

401-11

Palabras Clave: seguridad, colapso plástico, superficie límite, criterios de fallo, arcos de fábrica.

SUMMARY

This paper offers a brief analysis of the drawbacks that can be found with the usual partial security coefficients, as loads multipliers, when employed for the measurement of the distance to the collapse condition in such structures, as masonry arches, that have important anisotropies or lacks tensile strength. To deal with such difficulties the paper presents a simple and robust security criterium based on a contraction of the yield surface. That criterium, that performs identically in isotropic structures to those usually employed, can however deal consistently with situations where former criteria fail. The criterium is applied to sections with double symmetry under axial load and unsymmetrical bending, in materials with and without tension resistance. It is also applied to the prism stability problem, showing the advantages in the caracterization of such problems.

Keywords: *security, plastic collapse, yield surface, failure criteria, masonry arches.*

[(*)]Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (España)

Persona de contacto/*Corresponding author*: jaime.cervera@upm.es (J. Cervera)

Fecha de recepción: 10-12-07
Fecha de aceptación: 18-01-10

ahora es que la geometría considerada para el cálculo permita el equilibrio, con $g_d \leq g/\gamma$. Puede verse un ejemplo de la aplicación de dicha estrategia en (1). Pero dicha estrategia no resulta suficientemente segura en el problema reseñado en los casos de cargas de pequeña magnitud si no se combina adecuadamente dicho modelo de seguridad con la previsión de hipótesis alternativas de carga, hipótesis en las que se tenga en cuenta la incertidumbre sobre su magnitud y su posición real.

Los casos citados corresponden a situaciones en las que el origen de la gráfica

2. Superficie de fluencia en junta de aro de fábrica.

3. Superficie límite y criterios de seguridad en una junta de aro sin resistencia a tracción.

4. Corrección de una situación insegura dependiente del criterio empleado.

2

3

El gradiente a la superficie en el punto de rotura más próximo al punto considerado define un vector *g* ortogonal al plano tangente a ésta en dicha posición de rotura. Viendo la Figura 5, podemos considerar como margen de seguridad, análogo al *coeficiente de seguridad* habitual para las cargas, al cociente entre las proyecciones sobre dicha dirección de los dos vectores siguientes:

• El vector que representa al de los esfuerzos, pero medido desde el punto de máxi-

casos, los denominaremos respectivamente **metales** y **fábricas**.

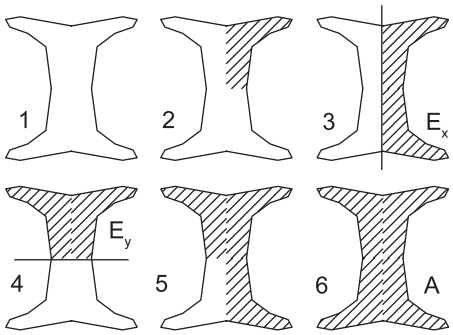
Para la simplificación que vamos a proponer supondremos además, como es habitual, que la superficie de fluencia para la combinación de esfuerzos de colapso por compresión excéntrica para cualquiera de los ejes es convexa, por lo que las superficies formadas por poliedros inscritos en dicha superficie está del lado de la seguridad.

Para determinar uno de los poliedros posibles, consideramos varias condiciones de colapso, de acuerdo con los seis criterios de la Figura 6, en la que pueden considerarse los dos sombreados como estados de tensión opuestos para los dos casos estudiados: en el caso de haber resistencia en tracción se tratará de estados de compresión o de tracción, según el sombreado, y en el caso de no haber resistencia en tracción, se tratará de una región comprimida y la otra sin tensión. Para cada criterio pueden determinarse las áreas resultantes y los momentos estáticos de dichas áreas con relación al centro de gravedad, que representará adecuadamente las resistencias axiales, o los momentos resistentes, si multiplicamos dichas constantes estáticas por la resistencia unitaria del material empleado.

Por ejemplo, si de acuerdo con los criterios de la figura llamamos A al área de la sección, y E_x, E_y a los momentos estáticos de media sección respecto del centro de gravedad, tendremos que para el caso de materiales metálicos plásticos, y en la nomenclatura habitual en los Eurocódigos, las constantes estáticas relevantes serán el área A, y los módulos plásticos $W_{pl,x} = 2E_x$ y $W_{pl,y} = 2E_y$, y tendrámos como límites de resistencia para los máximos esfuerzos positivos en cada uno de los los tres ejes independientes necesarios para representar los estados de flexocompresión o flexotracción:

$$N_R = A f_y;\ M_{x,R} = W_{pl,x} f_y;\ M_{y,R} = W_{pl,y} f_y$$

Hay que señalar que en la figura hay dos estados para los que la línea de paso de un estado de tensiones al opuesto es quebrada. Se trata de una simplificación del lado de la seguridad y por lo tanto admisible dado que, como puede verse en la Figura 7, establecer una **línea neutra** recta que separe las dos regiones manteniendo los valores de las áreas sombreadas supone siempre el alejamiento del centro de gravedad de la región respecto de la posición que ocupa con la forma quebrada lo que incrementa obviamente los correspondientes momentos estáticos.



6

6. Vértices para el poliedro de rotura.

7. Línea neutra recta.

8. Poliedros de rotura.

Tendremos, pues, que los valores estáticos representativos de las seis condiciones de rotura representadas en la figura 6 son, representados en formato vectorial, los siguientes:

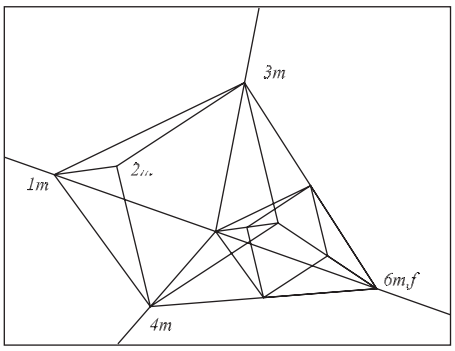
caso	metales	fábricas
1	$\begin{bmatrix}-A & 0 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}A & \frac{1}{2}W_{pl,x} & \frac{1}{2}W_{pl,y}\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}\frac{1}{4}A & \frac{1}{4}W_{pl,x} & \frac{1}{4}W_{pl,y}\end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix}0 & W_{pl,x} & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}\frac{1}{2}A & \frac{1}{2}W_{pl,x} & 0\end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix}0 & 0 & W_{pl,y}\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}\frac{1}{2}A & 0 & \frac{1}{2}W_{pl,y}\end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix}\frac{1}{2}A & \frac{1}{2}W_{pl,x} & \frac{1}{2}W_{pl,y}\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}\frac{3}{4}A & \frac{1}{4}W_{pl,x} & \frac{1}{4}W_{pl,y}\end{bmatrix}$
6	$\begin{bmatrix}A & 0 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}A & 0 & 0\end{bmatrix}$

Estos valores definen, por tanto, los vértices de los poliedros de rotura que estamos considerando y que podemos ver representados en la Figura 8, cuya escala corresponde a los adimensionales de comprobación siguientes, que obtenemos por referencia a las resistencias plásticas de secciones de las que hemos llamado **metálicas**.

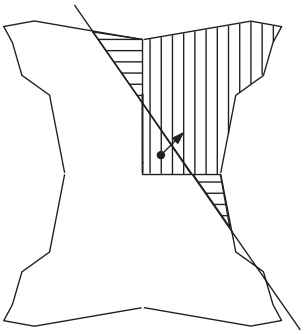
$$n = \frac{N_E}{N_R} = \frac{N_E}{A f_y}\ ,\ m_x = \frac{M_{E,x}}{M_{R,x}} = \frac{M_{E,x}}{W_{pl,x} f_y}\ ,\ m_y = \frac{M_{E,y}}{M_{R,y}} = \frac{M_{E,y}}{W_{pl,y} f_y}\ .$$

Se está representando sólo las regiones positivas en los valores de los momentos; las negativas podrán obtenerse por simetría.

Vemos que en dicha figura, los centros de cada poliedro corresponden a las coordenadas $\sigma_{0,m} = (0\ 0\ 0)$; $\sigma_{0,f} = (0,\ 5\ 0\ 0)$. Podemos, pues, determinar las comprobaciones apli-



8



7

cando los criterios definidos en el apartado anterior.

Consideremos el caso de los *metales* . Tendremos las comprobaciones de la tabla siguiente, fáciles de deducir de la expresión que resulta para la condición de $\sigma_{0,m} = (0\ 0\ 0)$:

(*)

(**)

(***)

donde ahora

tuales. Sea el prisma de base cuadrada de lado *a* y altura *h* con peso específico ρ . Si consideramos como efecto de perturbación para su equilibrio una fuerza horizontal *F*, situada en lo alto del prisma, tendremos como resultantes de esfuerzos los tres valores ($a^2h\rho$ Fh 0).

Consideremos ahora varios criterios de seguridad. El primero, clásico para el análisis de la estabilidad frente al vuelo, comparará los momentos estabilizante y desestabilizante suponiendo el vuelo en torno a la arista exterior.

El segundo corresponderá a la comparación de resistencia. Si suponemos que la base es capaz de soportar una tensión máxima *f*, podemos usar ahora la comparación clásica que combina linealmente las pérdidas de resistencia derivadas de tener que soportar simultáneamente axil y momento. Dicha expresión se usa sin dificultad en el caso de secciones con resistencia en tracción —y es la habitual en comparaciones plásticas en metales tal como las define, por ejemplo, el Eurocódigo 3— pero no es evidente su forma de empleo cuando los momentos se resisten sólo mediante las regiones comprimidas excéntricamente.

Usaremos, pese a todo, el área y el momento estático de media sección comprimida como referencias para los mayores valores de resistencia que puedan alcanzarse, de modo que:

expresión en la que hemos usado el valor obtenido para γ_1 en la expresión precedente

Se ha comprobado que dicho criterio resulta consistente con los habituales en los casos en que las condiciones de colapso son simétricas respecto de la situación de carga o esfuerzo nulo.

Se ha comprobado que dicho criterio puede aplicarse con eficacia y gran facilidad tanto al análisis de la resistencia de secciones de materiales perfectamente plásticos y con simetría en el comportamiento en tracciones y compresiones, como al análisis de la resistencia de secciones de materiales sin resistencia a la tracción.

En el caso de materiales plásticos y simétricos se ha comprobado que la aplicación de dicho criterio —que resulta en este caso idéntico al habitual— a secciones doblemente simétricas demuestra que en la comprobación de estados de flexocompresión esviada basta comprobar la resistencia para la interacción separada del esfuerzo axial con el momento sea en una o en otra de las direcciones, y la interacción de ambos momentos conjuntamente pero sin interacción del esfuerzo axial, es decir, considerando sólo todas las interacciones entre dichos esfuerzos tomados de dos en dos.

Se ha comprobado, finalmente, que dicho criterio permite unificar en un solo modelo criterios de comprobación considerados hasta ahora independientes, como es el caso de las condiciones de seguridad al vuelco de un prisma apoyado en una base de resistencia dada.

5. ANEJO 1: BREVES CONSIDERACIONES TÉCNICAS

La unificación entre los criterios históricamente diferenciados de estabilidad y de resistencia puede interpretarse con facilidad si obtenemos las comprobaciones de estabilidad como límite de series de comprobaciones de resistencia en las que la resistencia a tracción de las fábricas tiende a cero.

Puede asimismo justificarse el empleo de una función $F(\Sigma)$ para expresar la condición de rotura en casos en que Σ represente valores agregados representativos de un (comportamiento de sección —o pieza o estructura—. Para ello bastará

• que el material empleado tenga definida una función de plastificación $f(\sigma)$ válida para las tensiones de punto

La última cuestión a considerar responde a la métrica del espacio en que se representa la función de rotura: es evidente que en