Universidad Politécnica de Madrid

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de
Caminos, Canales y Puertos

**ESTUDIO DE LA RESPUESTA DINÁMICA
TRANSVERSAL DE VIADUCTOS ALTOS DE LÍNEAS
DE FERROCARRIL DE ALTA VELOCIDAD BAJO
LA ACCIÓN DE LAS CARGAS DE USO**

Tesis doctoral

José Manuel Olmos Noguera
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Madrid, 2015

Universidad Politécnica de Madrid

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de
Caminos, Canales y Puertos

**ESTUDIO DE LA RESPUESTA DINÁMICA
TRANSVERSAL DE VIADUCTOS ALTOS DE LÍNEAS
DE FERROCARRIL DE ALTA VELOCIDAD BAJO
LA ACCIÓN DE LAS CARGAS DE USO**

Tesis doctoral

José Manuel Olmos Noguera

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Director:

Miguel Ángel Astiz Suárez

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Madrid, 2015

Respuesta dinámica transversal de viaductos altos de líneas de ferrocarril de alta velocidad bajo la acción de las cargas de uso.

Tesis doctoral
Universidad Politécnica de Madrid

Madrid, 2015.

Autor: José Manuel Olmos Noguera
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Unidad Predepartamental de Ingeniería Civil
Universidad Politécnica de Cartagena
Paseo Alfonso XIII, nº52
Cartagena 30203

Correo electrónico: josemanuel.olmos@upct.es

Página web: <http://www.linkedin.com/pub/josé-manuel-olmos-noguera/87/94b/1b9>

Director: Miguel Ángel Astiz Suárez
Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Universidad Politécnica de Madrid
Profesor Aranguren s/n
Madrid 28040

Tribunal nombrado por el Magfco. y Excmo. Rector de la Universidad Politécnica
de Madrid, el día

Presidente D.

Vocal D.

Vocal D.

Vocal D.

Secretario D.

Suplente D.

Suplente D.

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el díadede 20...
en la *E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la U. P. M.*

Calificación:

EL PRESIDENTE

LOS VOCALES

EL SECRETARIO

*“La mecánica es el paraíso de las ciencias matemáticas,
porque con ella se alcanza el fruto matemático.”*

Leonardo da Vinci (1452-1519)

*“Si consigo ver más lejos es porque
he conseguido auparme a hombros de gigantes”*

Isaac Newton (1642-1727)

Quiero dedicar esta tesis a mi padre,
con el permiso de muchos.

Agradecimientos

Ver este trabajo terminado, sin duda es una gran satisfacción que compensa en parte el esfuerzo realizado. Sin embargo, las razones que te impulsan y te mantienen interesado por realizar una investigación como la de esta tesis hay que buscarlas en la inquietud por conocer, aprender y entender lo que no se conoce. Poder dar respuesta a las cuestiones de por qué, cómo y cuanto, es la verdadera recompensa al esfuerzo realizado durante este tiempo. Esfuerzo que, sin lugar a dudas, ha merecido la pena realizar.

Sin embargo, este trabajo no hubiera sido posible de no ser por el apoyo, que de una forma o de otra, me han dado muchas personas.

En primer lugar, quiero agradecer a Miguel Ángel Astiz, director de esta tesis, el haber sabido crear un marco de confianza desde el principio para poder desarrollar este trabajo, y haberme llevado de la mano, casi sin enterarme, a través de una investigación seguramente singular por su complejidad físico-matemática, y por la circunstancia de dedicación a tiempo parcial a la tesis por parte de este doctorando. Ha sido un verdadero placer. Gracias.

En segundo lugar, quiero también agradecer especialmente a Pascual Martí, profesor del departamento de *Estructuras y Construcción* de la UPCT, sus consejos y la ayuda prestada en cuanto a medios de computación y procedimientos para optimizar su uso.

Quiero agradecer también las opiniones y los comentarios acerca del contenido del presente trabajo, a aquellas personas con las que he tenido la oportunidad de compartirlo, en mayor o menor medida, a lo largo de estos años de investigación. Ellos son: Juan José Jorquera, profesor de puentes en la UPCT; Alfredo Cámara, Pablo Antolín y Javier Oliva, becarios del departamento de *Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras* de la UPM cuando los conocí en el congreso de Eurodyn en Bélgica en 2011, doctores desde hace tiempo; Arndt Goldack de la oficina *Schlaich Bergermann und Partner* de Stuttgart; Pedro Museros, profesor de la UPV; He Xia, profesor de la Universidad Jiaoton de Pekin; y Salvador Ivorra, profesor de la Universidad de Alicante. Todas ellas, personas a las que conocí gracias a la participación en congresos.

Me acuerdo, en este momento, de dos profesores que creo que han dejado su huella en esta tesis a través de los conocimientos, y no sólo de los conocimientos, que transmitían en sus clases cuando yo estudiaba en la Escuela de Caminos de Valencia. Ellos son Francisco Ramos y Pedro Fuster profesores de *Métodos Físico-Matemáticos de*

las Técnicas y Análisis Avanzado de Estructuras respectivamente. Gracias también a ellos.

En esta tesis, se ha podido disponer de la información relativa a los viaductos altos modelados, gracias a la colaboración desinteresada de varias oficinas de proyectos. De ellas voy a destacar a los siguientes profesionales con los que he tratado directamente: Miguel Ortega de IDEAM, Andrés del Valle de TORROJA Ingeniería; Vicente Puchol de KINESIA Ingeniería; Justo Carretero de INECO. Mi gratitud hacia ellos no sólo por su profesionalidad, sino también por el exquisito trato recibido.

Pero si hay alguien cuyo apoyo y ayuda ha hecho posible realizar este trabajo, esa persona es mi mujer Isabel, gracias por este regalo, te quiero.

Hoy en día ningún trabajo lo realiza una sola persona. Una tesis tampoco. En esta han participado mi mujer Isabel y mis hijos Manuel y Pedro, mis padres Isabel y Miguel, mis hermanos Miguel Angel y Rafa y mis suegros Isabel Barquero y Pedro Serna. Gracias a todos por quererme, y gracias especialmente a mi padre por su ayuda incondicional e incansable. Por último, quiero agradecer también a mis cuñados Mar y Antonio el soporte informático prestado en un momento clave de este trabajo.

Resumen

Es conocido que las dimensiones de los puentes de ferrocarril han ido cambiando debido a las estrictas condiciones de trazado impuestas en las líneas de alta velocidad. Además, la creciente preocupación de la sociedad por cuidar y proteger el medio ambiente, reflejado en la correspondiente normativa, ha generado nuevos condicionantes en el diseño de estas infraestructuras. En concreto, se ha limitado el movimiento de grandes volúmenes de terreno particularmente en los espacios protegidos. Por estas razones, hoy en día se proyectan y construyen puentes de ferrocarril más altos y más largos en todo el mundo.

En España se han construido varios viaductos de pilas altas para líneas de alta velocidad. Ejemplos de estas infraestructuras son el Viaducto O'Eixo y el Viaducto de Barbantiño, situados en la línea de alta velocidad Madrid-Galicia. Estos viaductos altos se caracterizan por tener una mayor flexibilidad lateral y una frecuencia fundamental de oscilación baja, de hasta 0.2 Hz.

La respuesta dinámica de este tipo de estructura puede aumentar como consecuencia de la aproximación entre las frecuencias propias de la misma y las de excitación debidas al paso del tren y a la acción del viento. Por lo tanto, estas estructuras pueden presentar problemas a la hora de cumplir con las limitaciones impuestas en las normas de diseño de puentes de ferrocarril, y otras, para garantizar la seguridad del tráfico y el confort de los viajeros.

La respuesta dinámica lateral de viaductos de pilas altas no ha sido suficientemente estudiada en la literatura científica. Se pueden intuir varios de los motivos para explicar esta carencia. El primero es la relativamente reciente aparición de este tipo de viaductos asociados al desarrollo de la alta velocidad. Por otro lado, se hace necesario, para estudiar este tema, construir nuevos modelos numéricos adecuados para el estudio de la interacción dinámica lateral del puente y del tren.

La interacción entre el puente y un tren viajando sobre él es un problema dinámico no lineal, dependiente del tiempo y de acoplamiento entre los dos subsistemas que intervienen (vehículo y puente). Los dos subsistemas, que pueden ser modelados como estructuras elásticas, interaccionan el uno con el otro a través de las fuerzas de contacto, que tiene una marcada naturaleza no lineal por el rozamiento entre rueda y carril, y por la geometría de los perfiles de estos dos elementos en contacto.

En esta tesis, se desarrolla la formulación completa de un modelo no lineal de interacción tren-vía-puente-viento que reproduce adecuadamente las fuerzas laterales de contacto rueda-carril, fuerzas que van a tener una gran influencia en los índices

de seguridad del tráfico. Este modelo se ha validado a partir de casos resueltos en la literatura científica, y de medidas experimentales tomadas en eventos dinámicos ocurridos en los viaductos de Arroyo de Valle y Arroyo de las Piedras. Puentes altos que han estado monitorizados en servicio durante dos años.

En los estudios realizados en este trabajo, se cuantifican, empleando el modelo construido, los niveles de seguridad del tráfico y de confort de los pasajeros de trenes ligeros de alta velocidad, como el tren articulado AVE S-100, que viajan sobre viaductos altos sometidos, o no, a fuertes vientos laterales racheados.

Finalmente, se ha obtenido el grado de mejora de la seguridad del tráfico y del confort de los viajeros, cuando se emplean pantallas anti-viento en el tablero y amortiguadores de masa sintonizados en la cabeza de las pilas de un viaducto alto. Resultando, el uso simultaneo de estos dos dispositivos (pantallas y amortiguadores de masa), en puentes altos de líneas de alta velocidad, una opción a considerar en la construcción de estas estructuras para elevar significativamente el nivel de servicio de las mismas.

Abstract

It is known that dimensions of railway bridges have been changing due to the strict high-speed lines layout parameters. Moreover, the growing concern of society to take care of and protect the environment, reflected in the corresponding regulations, has created new environment requirements for the design of these infrastructures. Particularly, the mentioned regulations do not allow designers to move far from terrain to build these railway lines. Due to all these reasons, longer and higher railway bridges are being designed and built around the world.

In Spain, several high pier railway viaducts have been built for high speed lines. Barbantiño Viaduct and Eixo Viaduct, belonging to the Madrid-Galicia high speed line, are examples of this kind of structures. These high viaducts have great lateral flexibility and a low fundamental vibration frequency of down to 0.2 Hz.

The dynamic response of high speed railway bridges may increase because of the approximation between the natural viaduct frequencies and the excitation ones due to the train travel and the wind action. Therefore, this bridge response could not satisfy the serviceability limits states, for traffic safety and for passenger comfort, considered by the design standards of high speed bridges. It is difficult to find papers in the scientific literature about the lateral response of high-speed trains travel over long viaducts with high piers. Several reasons could explain this issue. On one hand, the construction of this kind of viaduct is relatively recent and it is associated to the development of the high speed railway. On the other hand, in order to study the dynamic lateral interaction between the train and the high bridge, it is necessary to build new numerical and complex models.

The interaction between the bridge-track subsystem and the vehicle subsystem travelling over the bridge is a coupling, nonlinear and time dependent problem. Both subsystems, train and bridge, which can be modelled as elastic structures, interact each other through the contact forces. These forces have a strong nonlinear nature due to the friction and the geometry of rail and wheel profiles.

In this thesis, the full formulation of a train-track-bridge-wind nonlinear interaction model is developed. This model can reproduce properly the lateral contact wheel-rail forces, which have a great influence on traffic safety indices. The validation of the model built has been reached through interaction solved cases found in the scientific literature and experimental measures taken in dynamic events which happened at *Arroyo de las Piedras* and *Arroyo del Valle* Viaducts. These high bridges have been controlled during two years of service by means of structural health monitoring.

In the studies carried out for this thesis, the levels of traffic safety and passenger comfort are quantified using the interaction model built, in the cases of high speed and light trains, as AVE S-100, travelling over high pier bridges and with or without lateral turbulent winds acting.

Finally, the improvement rate of the traffic safety and passenger comfort has been obtained, when wind barriers are used at the bridge deck and tuned mass dampers are installed at the pier heads of a high viaduct. The installation of both devices, wind barriers and tuned mass damper, at the same time, turned out to be a good option to be considered in the design of high pier railway viaducts, to improve significantly the serviceability level of this kind of structures.

Contenido

Agradecimientos	VII
Resumen	IX
Abstract	XI
Índice de figuras	XXIX
Índice de tablas	XXXII

I. Introducción y modelos de interacción vehículo-puente-viento construidos	1
1. Introducción	3
1.1. Motivación y alcance	3
1.2. Objetivos	5
1.3. Metodología	6
1.4. Contenido	8
1.5. Publicaciones	10
2. Estado del arte	13
2.1. Introducción	13
2.2. Breve recorrido histórico sobre el estudio de la dinámica de puentes de ferrocarril	13
2.3. Interacción dinámica puente-tren.	15
2.3.1. Modelo del vehículo	16
2.3.2. Interacción eje-vía	23
2.3.3. Irregularidades de la vía	25
2.3.4. Ecuaciones de movimiento y métodos de solución numérica . .	27
2.4. Aportaciones de trabajos previos sobre la interacción dinámica lateral puente-tren	37
2.4.1. Proyecto ERRI D181 (1996)	37
2.4.2. Otros trabajos de investigación	41
2.5. La acción del viento en estudios de interacción	45

2.6.	Limitaciones impuestas en las normas a la respuesta dinámica lateral del tren y del puente por seguridad del tráfico y confort de los viajeros.	51
2.6.1.	Estados límites de seguridad del tráfico relativos a la respuesta del puente	51
2.6.2.	Índices de seguridad del tráfico asociados a la respuesta del vehículo	54
2.6.3.	Indicadores del confort de los viajeros	56
3.	Modelo del puente y de la vía	63
3.1.	Introducción	63
3.2.	Elementos finitos considerados	65
3.3.	Relaciones cinemáticas	67
3.4.	Masa estructural y no estructural	67
3.5.	Amortiguamiento del sistema	68
3.6.	Sistema de ecuaciones del puente. Implementación	70
3.7.	Características mecánicas, frecuencias y modos de vibración de la vía	71
3.8.	Viaductos altos modelados	72
3.8.1.	Viaducto de Arroyo del Valle	73
3.8.2.	Viaducto de Arroyo de las Piedras	76
3.8.3.	Viaducto con tablero del puente de Barbantiño	79
3.8.4.	Viaducto O'Eixo.	82
4.	Modelos multibody del vehículo	87
4.1.	Introducción	87
4.2.	Grados de libertad de los cuerpos rígidos del vehículo	87
4.3.	Sistema de ecuaciones del vehículo	88
4.4.	Hipótesis asumidas	88
4.5.	Tren tipo convencional	89
4.5.1.	Descripción	89
4.5.2.	Vector desplazamiento	91
4.5.3.	Matrices de Rigidez, Amortiguamiento y Masa.	92
4.5.4.	Características mecánicas del tren AVE S-103 (ICE-3)	96
4.5.5.	Frecuencias y modos de vibración	96
4.6.	Tren tipo articulado	96
4.6.1.	Descripción	96
4.6.2.	Vector desplazamiento	100
4.6.3.	Matrices de Rigidez, Amortiguamiento y Masa	101
4.6.4.	Características mecánicas del tren AVE-Alstom (TGV)	107
4.6.5.	Frecuencias y modos de vibración.	107
5.	Modelo de interacción Eje-Vía.	113
5.1.	Introducción	113
5.2.	Problema geométrico	115
5.2.1.	Relaciones cinemáticas eje-vía.	116

5.2.2.	Funciones geométricas para modelo con rueda de perfil cónico	118
5.2.3.	Funciones geométricas para modelo con perfil completo de rueda y carril	121
5.3.	Fuerza de contacto tangencial rueda-carril.	122
5.3.1.	Velocidades relativas. Creepages	123
5.3.2.	Teoría lineal de Kalker	124
5.3.3.	Rozamiento. Shen-Hedrick-Elkins	127
5.4.	Interacción normal rueda-carril	128
5.5.	Fuerzas de interacción sobre el eje. Ecuaciones de equilibrio del eje . .	129
5.5.1.	Fuerzas verticales de interacción eje-bogie $F_T^{L,R}$	129
5.5.2.	Fuerzas laterales de contacto rueda-carril $F_Y^{L,R}$	131
5.5.3.	Ecuaciones de equilibrio. Fuerzas verticales de contacto rueda-carril $F_Z^{L,R}$	132
6.	Irregularidades de la vía	133
6.1.	Introducción	133
6.2.	Clases. Clasificación F.R.A.	135
6.3.	Funciones de densidad espectral	135
6.4.	Método de representación espectral	135
6.5.	Ensamblaje de los tramos de irregularidades generados	137
6.6.	Elección de la calidad de la vía a considerar	138
6.7.	Derivadas respecto al tiempo de las irregularidades de la vía en la posición del eje del tren ($\dot{\mathbf{y}}_I(x)$, $\dot{\mathbf{z}}_I(x)$, $\ddot{\mathbf{y}}_I(x)$ y $\ddot{\mathbf{z}}_I(x)$)	139
7.	Presentación del problema no lineal completo. Formulación desarrollada	141
7.1.	Introducción	141
7.2.	Fuerzas de interacción sobre el vehículo	142
7.2.1.	Sobre el eje	142
7.2.2.	Sobre el bogie	144
7.2.3.	Ensamblaje del vector de fuerzas de interacción sobre el vehículo	146
7.3.	Modificación del sistema de ecuaciones del vehículo	146
7.4.	Fuerzas de contacto rueda-carril sobre los nudos del M.E.F puente-vía	148
7.4.1.	Modelo puente con vía flexible.	152
7.4.2.	Modelo puente sin vía.	152
7.4.3.	Ensamblaje del vector de fuerzas de interacción sobre el sistema puente.	152
7.5.	Modificación del sistema de ecuaciones del puente	153
7.5.1.	Modelo A de puente (con vía flexible)	153
7.5.2.	Modelo B de puente (sin vía)	155
7.5.3.	Ensamblaje de las matrices y fuerzas modificadas de elementos finitos carriles y tablero.	155
7.6.	Resumen	156

8. Solución numérica	159
8.1. Introducción	159
8.2. Naturaleza del problema matemático a resolver	159
8.3. Método β de Newmark. Diferencias finitas	160
8.3.1. Sistema vehículo	160
8.3.2. Sistema puente	162
8.4. Newton-Raphson. Sistemas de ecuaciones no lineales	163
8.5. Procedimiento iterativo implementado. Diagrama de flujo	165
8.6. Sobre la eficiencia del método de resolución. Comparación con otros métodos.	168
9. Validación del modelo de interacción construido	171
9.1. Introducción	171
9.2. Caso resuelto de interacción Vehículo-Puente. Puente de Yang (<i>Yang, Yao, y Wu (2004)</i>)	171
9.3. Casos resueltos de interacción Vehículo-Vía. Comprobaciones (<i>Iwnicki (1999)</i>)	176
9.3.1. Desplazamiento lateral relativo Eje-Vía	176
9.3.2. Velocidad de inestabilidad del Vehículo	177
9.3.3. Fuerza lateral máxima rueda-carril.	179
9.4. Tren articulado TGV. Mediciones in situ de la fuerza lateral máxima eje-vía(<i>Delfosse (1991)</i>)	180
9.5. Eventos dinámicos en puentes altos monitorizados	181
9.5.1. Trenes AVE S-100 (Altom) y AVE S-103 (Siemens) viajando sobre el Viaducto Arroyo de las Piedras (línea de A.V. Córdoba-Málaga)	182
9.5.2. Tren Alvia (Talgo 250) viajando sobre el Viaducto Arroyo del Valle (línea de A.V. Madrid-Segovia)	187
9.6. Conclusión	190
10. Viento lateral sobre el puente y el tren	195
10.1. Introducción	195
10.2. Modelo del viento	195
10.3. Parámetros y simplificaciones adoptadas en la simulación del viento.	198
10.4. Viento de diseño del puente O'Eixo y vientos generados	200
10.4.1. Viento de diseño y viento de referencia	200
10.4.1.1. Velocidad media del viento	200
10.4.1.2. Intensidad de turbulencia del viento	202
10.4.1.3. Escala longitudinal de turbulencia	202
10.4.1.4. Factor de ráfaga	203
10.4.2. Vientos generados	203
10.5. Acción del viento sobre el puente y sobre el vehículo	204
10.5.1. Fuerzas del viento sobre el tren y sobre el puente	204
10.5.2. Coeficientes de arrastre del tren y del puente	206

11. Amortiguadores de masa sintonizados	209
11.1. Introducción	209
11.2. Amortiguadores de masa sintonizados	209
11.3. Frecuencia principal de oscilación de la cabeza de cada pila	210
11.4. Sintonización de los amortiguadores de masa	212
 II. Estudios realizados	 217
12. Influencia de la flexibilidad de la vía en el comportamiento dinámico del tren y del puente	219
12.1. Introducción	219
12.2. Comportamiento dinámico del vehículo. Casos simulados	219
12.3. Comparación de resultados observados con vía flexible y con vía rígida	221
12.4. Comportamiento dinámico del puente	223
12.5. Inconvenientes de considerar la flexibilidad de la vía	224
12.6. Conclusión.	225
 13. Influencia del perfil de la rueda y de las características mecánicas del vehículo en la estabilidad del tren	 229
13.1. Introducción	229
13.2. Tren articulado Ave-Alstom. Rueda cónica y perfil completo	229
13.3. Tren ICE-3. Rueda cónica y perfil completo	231
13.4. Conclusiones	233
 14. Estudio de la respuesta dinámica lateral de viaductos altos de líneas de alta velocidad por el paso tren	 237
14.1. Introducción	237
14.2. Descripción de los casos simulados	237
14.3. Estados límites de servicio comprobados	239
14.4. Resultados observados	240
14.4.1. Análisis de los resultados observados. Primera fase del estudio	241
14.4.1.1. Caso puente de 120 m. de altura y velocidad del tren de 360 km/h.	241
14.4.1.2. Resultados globales. Seguridad del tráfico	244
14.4.1.3. Resultados globales. Confort de los viajeros	250
14.4.2. Segunda fase del estudio	250
14.5. Conclusiones	252
 15. Mejora de la respuesta dinámica transversal de un viaducto alto frente a la acción del tren de alta velocidad y del viento	 255
15.1. Introducción	255
15.2. Puente O'Eixo	255
15.3. Estados límites de servicio comprobados	256

15.4. Modelo de interacción tren-vía-puente utilizado	257
15.5. Casos simulados	257
15.5.1. Puentes modelados	258
15.5.2. Amortiguadores de masa sintonizados	259
15.5.3. Vientos actuantes considerados	259
15.5.4. Condiciones iniciales en las simulaciones dinámicas realizadas .	259
15.6. Análisis de los resultados observados en los casos simulados	260
15.6.1. Casos de puente sin pantallas anti-viento	260
15.6.1.1. Respuesta del puente	260
15.6.1.2. Respuesta del vehículo	262
15.6.1.3. Índices de seguridad del tráfico.	265
15.6.1.4. Índices de confort de los viajeros.	266
15.6.2. Casos de puente sin pantallas anti-viento y con amortiguadores de masa sintonizados bajo un viento lateral racheado de 25 m/s.	268
15.6.3. Casos de puente con pantallas y viento racheado de 35 m/s de velocidad media.	270
15.6.3.1. Respuesta del puente	270
15.6.3.2. Respuesta del vehículo	273
15.6.3.3. Índices de seguridad del tráfico.	275
15.6.3.4. Índices de confort de los viajeros.	276
15.6.4. Resultados globales del estudio. Velocidades críticas del tren. .	276
15.6.4.1. Velocidades críticas del tren por seguridad del tráfico	277
15.6.4.2. Velocidades críticas del tren por confort de los viajeros	278
15.7. Conclusiones	281
16. Conclusiones	289
16.1. Conclusiones	289
16.1.1. De los modelos empleados:	289
16.1.2. De los estudios realizados	290
16.1.2.1. Comprobaciones previas a los estudios	290
16.1.2.2. Estudio de la respuesta dinámica lateral de viaductos altos de líneas de alta velocidad por el paso tren . . .	290
16.1.2.3. Mejora de la respuesta dinámica transversal de un viaducto alto frente a la acción del tren de alta velocidad y del viento	291
16.2. Aportaciones de esta tesis	293
16.3. Trabajos futuros	294
Apéndices	297
A. Funciones geométricas. Perfiles de rueda S-1002 y carril UIC-60	299

B. Matrices de funciones de forma $\mathbf{G}(x_l)$, $\mathbf{G}_Y(x_l)$ y $\mathbf{G}_Z(x_l)$.	305
B.1. Movimientos de la vía $\mathbf{z}_D(\mathbf{u}_b)$ y $\mathbf{y}_D(\mathbf{u}_b)$ en función de los g.d.l. del modelo puente-vía.	305
B.1.1. Modelo puente con vía flexible.	306
B.1.2. Modelo puente sin vía.	307
B.1.3. Velocidades y aceleraciones de los carriles en los puntos de contacto en función de los movimientos del puente.	308
B.2. Matrices de funciones de forma.	309
B.2.1. Modelo puente con vía flexible.	309
B.2.2. Modelo puente sin vía.	310
C. Funciones geométricas $\beta_y^{L,R}(\Delta y_W)$, $\beta_{Ty}^{L,R}(\Delta y_W)$ y $\beta_{Rz}^{L,R}(\Delta y_W)$.	313
D. Jacobianas de los sistemas de ecuaciones del puente y del tren	315
D.1. Matriz Jacobiana del sistema de ecuaciones del vehículo	315
D.2. Matriz Jacobiana del sistema de ecuaciones del puente	320
Bibliografía	325

Índice de figuras

1.1. Viaducto O'Eixo	3
1.2. Viaducto de Barbantiño	4
1.3. M.E.F. Puente	6
1.4. Geometría del tren articulado AVE-Alston	7
2.1. Modelo Vehículo Completo 2D	18
2.2. Modelo Vehículo Completo 3D	19
2.3. Composición del Tren Thalys	20
2.4. Puente Antoin. Línea AV París-Bruselas.	20
2.5. Sección en U del tablero del Puente Antoin	21
2.6. Puente Yeon-Jae en Corea.	21
2.7. Nieve y hielo colisionando con las pilas de un puente.	22
2.8. Viaducto Sesia. Línea Torino - Milan.	23
2.9. Sección transversal del tablero del viaducto Sesia. Cotas en mm.	23
2.10. (a) Fuerzas de contacto eje-vía. (b) Funciones geométricas de Δy_w	24
2.11. Irregularidades de la vía.	26
2.12. Tren sobre puente. <i>Xia, Guo, Wu, Pi, y Bradford</i> (2008b)	42
2.13. (a) Puente Mimalong, (b) Puente Miandian.	42
2.14. Series de cargas verticales del tren sobre el puente	43
2.15. Historia temporal de la serie de cargas móviles sobre el puente.	45
2.16. Alzado del Puente Nanjing	47
2.17. Alzado del Puente Tianxingzhou	47
2.18. Sección transversal Puente Tianxingzhou. Cotas en mm.	47
2.19. Alzado del Puente Tsing Ma	48
2.20. Sección transversal del Puente Tsing Ma	48
2.21. Segmento del M.E.F. del viaducto estudiado por <i>Guo, Xia, Zhang, y Sun</i> (2011)	49
2.22. (a) Tablero con barrera simple, (b) Tablero con doble barrera antiviento <i>Guo et al.</i> (2011)	50
2.23. Viaducto sobre el río Ulla	50
2.24. Alabeo de tablero bajo vía	52
3.1. Modelo de elementos finitos del puente. Modelo A	65
3.2. Modelo de elementos finitos del puente. Modelo B	66
3.3. Amortiguamiento de Rayleigh. $\zeta_n = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \beta \cdot \frac{\omega_n}{2}$	69
3.4. Modelo vía de 7.2 m de longitud.	71

3.5. Modos de vibración laterales de la vía.	72
3.6. Modos de vibración verticales de la vía.	72
3.7. Modos de vibración de torsión de la vía.	73
3.8. Viaducto de Arroyo del Valle.	74
3.9. Alzado del viaducto de Arroyo del Valle. Cotas en m.	74
3.10. Sección del tablero del viaducto de Arroyo del Valle.	75
3.11. Pila del viaducto de Arroyo del Valle.	76
3.12. Modos de vibración del viaducto de Arroyo del Valle.	77
3.13. Viaducto de Arroyo de las Piedras.	77
3.14. Alzado del viaducto de Arroyo de las Piedras.	78
3.15. Sección en centro de vano del viaducto de Arroyo de las Piedras. . . .	78
3.16. Sección próxima al apoyo en pilas del viaducto de Arroyo de las Pie- dras.	79
3.17. Modos de vibración del viaducto Arroyo de las Piedras.	79
3.18. Sección del tablero y pila del viaducto de Barbantiño. Cotas en m. . .	81
3.19. Modelo de E.F. del puente de 120 m de altura. Barbantiño.	82
3.20. Viaducto O'Eixo	83
3.21. Sección del tablero y pila del Viaducto O'Eixo. Cotas en m.	84
3.22. Modos de vibración del viaducto O'Eixo.	85
4.1. Tren ICE-3 de Siemens. Similar al AVE S-103.	89
4.2. Modelo Vehículo Convencional.	90
4.3. Dispositivos anti-lazo.	91
4.4. Dimensiones en mm. del tren AVE S-100 (o Thalys).	98
4.5. Modelo vehículo articulado.	98
5.1. Fuerzas de contacto Eje-Vía.	115
5.2. Posición relativa del eje respecto a la vía.	116
5.3. Desplazamiento lateral relativo eje-vía con rueda cónica.	119
5.4. Rueda y carril derechos. Radios de curvatura.	120
5.5. Coeficiente f_{22} de la rueda izquierda L en función del desplazamiento relativo eje-vía Δy_W , cuando $Rz_W = 0$, y $N^{L,R} = (52/\cos\gamma^{L,R})$ kN. . .	127
5.6. Fuerzas de contacto Rueda-Carril. (a) Normal y tangencial. (b) Según ejes cartesianos.	130
5.7. Interacción vertical eje-bogie.	131
6.1. Irregularidad de elevación de la vía.	133
6.2. Irregularidad de alineamiento de la vía.	134
6.3. Irregularidad de superelevación.	134
6.4. Irregularidades de vía. Clase 5 F.R.A. Tramo 300 m.	138
6.5. Irregularidades de vía. Clase 5 F.R.A. Ensamblaje de tramos.	138
7.1. Fuerzas de contacto. (a) Actuando en los puntos de contacto. (b) Actuando según los g.d.l. del eje.	142
7.2. Fuerzas de contacto sobre los elementos finitos del modelo puente. . .	149

7.3. Elemento finito del tablero sobre el que actúa el eje l en un instante t . Modelo B de puente (sin vía flexible).	153
9.1. Sección del puente de Yang (<i>Yang et al. (2004)</i>)	172
9.2. Modelo vehículo (<i>Yang et al. (2004)</i>).	173
9.3. Modelo elementos finitos del puente (<i>Yang et al. (2004)</i>).	174
9.4. Desplazamiento vertical del tablero en el centro de vano simulado con varios modelos. Caso <i>Puente de Yang</i>	175
9.5. Aceleración de la caja del coche nº15 del tren en el caso <i>Puente de Yang</i> simulado con varios modelos.	176
9.6. Aceleración lateral de la caja del coche nº15 del tren. Caso Puente de Yang.	177
9.7. Fuera de contacto lateral de la rueda izquierda del eje 4 del coche 15 del tren. Caso <i>Puente de Yang</i>	178
9.8. Trazado en planta de la vía. Caso 2 Manchester Benchmarks.	178
9.9. Desplazamiento lateral relativo eje-vía. Caso 2 Manchester Benchmarks.	179
9.10. Desplazamiento lateral de la caja de vehículo. Caso 2 Manchester Benchmarks.	180
9.11. Movimiento inestable del eje del vehículo Manch-1. Modelo Tesis (perfil de rueda completo).	181
9.12. Trazado en planta de la vía. Caso 3 Manchester Benchmarks.	182
9.13. Fuerzas de contacto laterales $F_Y^{L,R}$ y verticales $F_Z^{L,R}$ de las ruedas del eje 1. Modelo Tesis. Caso 3 Manchester benchmarks.	183
9.14. Impronta dinámica del tren AVE S-100. Evento dinámico nº1.	184
9.15. Espectro de amplitudes de giros transversales en cabeza de la pila nº 10. Viaducto de Arroyo de las Piedras. Evento dinámico nº1.	185
9.16. Aceleración vertical del tablero del viaducto de Arroyo de las Piedras en el centro del vano nº15. Medida (azul) y simulada (rojo). Evento dinámico nº1.	186
9.17. Impronta dinámica del tren AVE S-103. Evento dinámico nº2.	187
9.18. Aceleración vertical del tablero del viaducto de Arroyo de las Piedras en el centro del vano nº10. Medida (azul) y simulada (rojo). Evento dinámico nº2.	188
9.19. Impronta dinámica del tren Alvia (Talgo 250). Evento dinámico nº3	189
9.20. Espectro de amplitudes de aceleraciones transversales del tablero sobre la pila nº 10. Viaducto de Arroyo del Valle. Evento dinámico nº3.	190
9.21. Aceleración transversal del tablero del viaducto de Arroyo de las Valle en sección de apoyo en la pila nº10. Medida (azul) y simulada (rojo). Evento dinámico nº3.	192
9.22. Croquis de instrumentación Viaducto de Arroyo de las Piedras.	193
9.23. Croquis de instrumentación del Viaducto Arroyo del Valle.	194

10.1. Puente O'Eixo. Pila y tablero con pantallas anti-viento. Dimensiones en m.	196
10.2. Coherencia entre dos puntos situados a una distancia r_j (<i>Li, Liao, y Qiang (2004)</i>).	200
10.3. Componentes horizontal (a) y vertical (b) de la velocidad del viento lateral generado de 40 m/s. de velocidad media en el nodo nº 60 (en vano 13).	204
11.1. Amortiguador de masa sintonizado (AMS) en cabeza de pila. Puente O'Eixo. Dimensiones en m.	210
11.2. Modos 1 y 2 de vibración lateral del puente O'Eixo.	211
11.3. Modos 3 y 4 de vibración lateral del puente O'Eixo.	211
11.4. Oscilación libre lateral de la cabeza de la pila nº 8 y nº 12 (arco) del puente O'Eixo.	212
11.5. Oscilación libre lateral de la cabeza de la pila nº 17 y nº 19 del puente O'Eixo.	213
11.6. Espectros de desplazamientos laterales de la cabeza de las pilas nº 8 y nº 12 (arco) del puente O'Eixo.	214
11.7. Espectros de desplazamientos laterales de la cabeza de las pilas nº 7 y nº 19 del puente O'Eixo.	214
11.8. Desplazamiento de lateral de la cabeza de pila (nº5 ó nº16) y del AMS correspondiente. Puente O'Eixo con pantallas anti-viento. Viento rachado actuante de $U_m = 44$ m/s. de velocidad media.	215
12.1. Modelo de elementos finitos de vía flexible.	220
12.2. Aceleración lateral de la maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.	222
12.3. Aceleración vertical de la maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.	223
12.4. Fuerza lateral eje-vía del eje nº1 de maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.	224
12.5. Fuerza lateral eje-vía <i>filtrada</i> del eje nº1 de maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.	225
12.6. Factor de descarrilamiento del eje nº1 de la maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida	226
12.7. Factor de pérdida de carga del eje nº1 de la maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.	226
12.8. Modelo de elementos finitos del puente con vía flexible. Modelo A	227
13.1. Aceleración lateral del coche nº5 del Tren Ave-Alstom, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.	230
13.2. Aceleración vertical del coche nº5 del Tren Ave-Alstom, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.	231

13.3. Fuerza lateral del eje-vía del eje nº 16 del Tren Ave-Alstom, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.	232
13.4. Desplazamiento lateral relativo eje-vía del eje nº 16 del Ave-Alstom, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.	233
13.5. Fuerza lateral de centrado por gravedad en eje con rueda cónica.	233
13.6. Fuerza lateral de centrado por gravedad en eje con perfiles completos de rueda.	234
13.7. Aceleración lateral del coche nº2 del Tren ICE-3, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.	234
13.8. Aceleración vertical del coche nº2 del Tren ICE-3, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.	235
13.9. Fuerza lateral del eje-vía del eje nº 8 del Tren ICE-3, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.	235
13.10Desplazamiento lateral relativo eje-vía del eje nº 8 del Tren ICE-3, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.	236
14.1. Modelo de elementos finitos del puente. Modelo A	238
14.2. Modelo de E.F. del puente de 120 m de altura. Barbantiño.	239
14.3. Caso H=120 m. V=360 km/h. Respuesta del Puente I. (a) Giro transversal del tablero (de eje longitudinal x) en el centro del vano nº5. (b) Desplazamiento lateral de la cabeza de la pila nº4.	241
14.4. Caso H=120 m. V=360 km/h. Respuesta del Puente II. (a) Aceleración vertical del tablero en el centro del vano nº1. (b) Aceleración lateral del tablero en el centro del vano nº5.	242
14.5. Caso H=120 m. V=360 km/h. Respuesta del Vehículo I. (a) Aceleración vertical de la caja del vehículo nº4. (b) Aceleración lateral de la caja del vehículo nº10.	243
14.6. Caso H=120 m. V=360 km/h. Respuesta del Vehículo II. (a) Aceleración angular de eje x del vehículo nº3. (b) Desplazamiento lateral absoluto y_W , y relativo Δy_W del primer eje del tren respecto a la vía.	243
14.7. Resultados globales. Respuesta del Puente I. (a) Máximo desplazamiento lateral de la cabeza de la pila nº5. (b) Máximo desplazamiento lateral relativo del tablero dentro del vano nº7.	244
14.8. Resultados globales. Respuesta del Puente II. (a) Máximo giro transversal del tablero en el centro del vano nº5. (b) Máximo giro horizontal (de eje z) del tablero en el estribo nº1.	245
14.9. Resultados globales. Respuesta del Puente III. (a) Mínimo radio de curvatura horizontal del tablero en el vano nº8 calculado con el método aproximado de la <i>IAPF-07</i> (2007). (b) Máxima aceleración lateral del tablero en el centro del vano nº6.	246
14.10Resultados globales. Respuesta del Puente IV. (a) Máxima aceleración lateral del tablero sobre la pila nº6. (b) Máxima aceleración vertical del tablero en el centro del vano nº1.	247

14.11	Resultados globales. Respuesta del Vehículo I. (a) Máxima aceleración lateral de la caja de un vehículo del tren. (b) Máxima aceleración vertical de la caja de un vehículo del tren.	248
14.12	Resultados globales. Respuesta del Vehículo II. (a) Máximo factor de descarrilamiento de un eje del tren. (b) Máxima fuerza lateral eje-vía.	249
14.13	Resultados globales. Respuesta del Vehículo III. (a) Máximo factor de pérdida de carga de un eje del tren. (b) Peor índice de confort medio de los vehículos del tren.	250
14.14	Resultados globales. Respuesta del Vehículo IV. (a) Peor índice de confort continuo lateral de un vehículo del tren. (b) Peor índice de confort continuo vertical de un vehículo del tren.	251
14.15	Máximo desplazamiento lateral relativo del tablero dentro del vano nº7 de varias versiones del puente de 120 m. de altura cuando el tren viaja a 380 km/h., versus la primera frecuencia natural de esa versión del puente de 120 m. de altura.	252
15.1.	Viaducto O'Eixo	256
15.2.	Puente O'Eixo con pantallas anti-viento y con amortiguador de masa sintonizado (AMS) en cabeza de pila. Dimensiones en m.	258
15.3.	Resultados Globales. Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del Puente I. (a) Máximo alabeo del tablero. (b) Máximo giro horizontal del tablero en el apoyo del estribo nº2.	261
15.4.	Resultados Globales. Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del Puente II. (a) Giro transversal del tablero en el vano nº6. (b) Máxima aceleración vertical del tablero en el centro del vano nº2.	262
15.5.	Puente sin pantallas anti-viento. Caso $v=320$ km/h. $U_m=30$ m/s. (a) Aceleración vertical del tablero en el centro del vano nº 2. (b) Modo de vibración nº 74. $F_{rb}=4.77$ Hz.	263
15.6.	Resultados Globales. Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del Puente III. (a) Máxima aceleración lateral del tablero en el apoyo en la pila nº7. (b) Máxima aceleración lateral del tablero en el centro del vano nº7.	264
15.7.	Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del Vehículo I. (a) Máxima aceleración lateral de la caja de los coches de pasajeros. (b) Máxima aceleración lateral de la caja de las locomotoras.	265
15.8.	Puente sin pantallas anti-viento. Caso $v=280$ km/h y $U_m=30$ m/s. (a) Aceleración lateral del vehículo nº 7 (Pasajeros). (b) Fuerza lateral eje-vía del primer eje del coche 7.	266
15.9.	Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del vehículo II. (a) Máxima aceleración vertical de los coches de pasajeros. (b) Máxima aceleración vertical de las locomotoras.	267
15.10	Puente sin pantallas anti-viento. Caso $v=220$ km/h. Sin viento. Aceleración vertical de la locomotora nº 1	267

15.11	Puente sin pantallas anti-viento. Índices de seguridad del tráfico I. (a) Máximo factor de vuelco del vehículo completo. (b) Máximo factor de pérdida de carga de un eje.	268
15.12	Puente sin pantallas anti-viento. Índices de seguridad del tráfico II. (a) Máximo factor de descarrilamiento. (b) Máxima fuerza lateral eje-vía.	269
15.13	Puente sin pantallas anti-viento. Índices de seguridad del tráfico III. Máximo índice Prud'Homme de los ejes del tren.	269
15.14	Puente sin pantallas anti-viento. Índices de confort de los viajeros I. (a) Índice de confort continuo en dirección lateral. (b) Índice de confort continuo en dirección vertical.	270
15.15	Puente sin pantallas anti-viento. Índices de confort de los viajeros I. (a) Índice de confort medio. (b) Índice de confort en eventos discretos (entrada en puente).	271
15.16	Puente sin pantallas anti-viento y con AMS. Velocidad media del viento $U_m = 25$ m/s. Respuesta del puente. (a) Máximas aceleraciones laterales de tablero en el centro del vano n°7. (b) Máximas aceleraciones lateral de la cabeza de la pila n°11.	272
15.17	Puente sin pantallas anti-viento y con AMS. Velocidad media del viento $U_m = 25$ m/s. Respuesta del tren. (a) Máximas aceleraciones laterales de los vehículos de pasajeros. (b) Máximas aceleraciones lateral de las locomotoras.	273
15.18	Puente sin pantallas anti-viento y con AMS. Velocidad media del viento $U_m = 25$ m/s. Seguridad y confort. (a) Índice de Prud'Homme (máxima fuerza lateral eje-vía) (b) Índice de confort continuo de los vehículos de pasajeros.	274
15.19	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del puente I. (a) Mínimo radio de curvatura horizontal del tablero el vano n° 9. (b). Desplazamiento lateral de la cabeza de la pila n°9.	275
15.20	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del puente II. (a) Máximo giro de eje vertical del tablero en el apoyo en el estribo 2. (b). Máximo giro transversal (de eje longitudinal) del tablero en el centro del vano n°6.	276
15.21	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del puente III. (a) Máximo alabeo del tablero (medido en secciones en cuartos de vano). (b) Máximas aceleraciones verticales del tablero en el centro del vano n°2.	277
15.22	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del puente IV. (a) Máximas aceleraciones laterales de la cabeza de la pila n°7 del puente. (b). Máximas aceleraciones laterales del tablero en el centro del vano n°7.	278

15.23	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del tren I. (a) Máximas aceleraciones laterales de los coches de pasajeros. (b). Máximas aceleraciones laterales de las locomotoras del tren AVE-Alstom.	279
15.24	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del Vehículo II. (a) Máximas aceleraciones verticales de los coches de pasajeros. (b). Máximas aceleraciones verticales de las locomotoras del tren AVE-Alstom.	280
15.25	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de seguridad del tráfico I. (a) Máximo índice de vuelco del los vehículos del tren. (b). Máximo factor de pérdida de carga de un eje.	281
15.26	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de seguridad del tráfico II. (a) Máximas fuerzas laterales de eje-vía. (b). Máximo índice de Prud'Homme de un eje del tren. . .	282
15.27	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de seguridad del tráfico III. Máximo factor de descarrilamiento de los ejes del tren.	282
15.28	Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de confort de los viajeros I. (a) Índice de confort continuo C_{cy} . (b). Índice de confort continuo C_{cz}	283
15.29	Puente sin pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de confort de los viajeros II. Índice de confort medio. . .	283
15.30	Velocidades críticas del tren por seguridad del tráfico I. (a) Por descarrilamiento. (b) Por índice Prud'Homme (máxima fuerza lateral eje-vía).	284
15.31	Velocidades críticas del tren por seguridad del tráfico II. (a) Por pérdida de carga de un eje. (b) Teniendo en cuenta todos los indice de seguridad.	284
15.32	Velocidades críticas del tren por confort. Viaje cómodo. (a) Por confort continuo Y , $C_{cy} < 0.3$. (b) Por confort continuo Z , $C_{cz} < 0.3$	285
15.33	Velocidades críticas del tren por confort. Viaje cómodo. (a) Por indice de confort medio $N_{mv} < 2.5$. (b) Considerando todos los criterios de confort (envolvente).	286
15.34	Velocidades críticas del tren por confort. Viaje con comodidad media. (a) Por indice de confort continuo C_{cy} , $C_{cz} < 0.4$. (b) Por índice de confort medio $N_{mv} < 3.5$	287
A.1.	Ángulo que la superficie de contacto de la rueda y carril izquierdos γ^L (o derechos γ^R) forma con el plano horizontal en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W	299
A.2.	Desplazamiento vertical relativo de la rueda izquierda Δz_W^L , y de la derecha Δz_W^R , respecto a la vía en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W	300

A.3.	Incremento del radio de giro de la rueda izquierda Δr^L , y derecha Δr^R , en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W . . .	300
A.4.	Curvatura del perfil trasversal del carril izquierdo $1/r_{r2}^L$, o derecho $1/r_{r2}^R$, en el punto de contacto en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W	301
A.5.	Curvatura del perfil trasversal de la rueda izquierda $1/r_{W2}^L$, o derecha $1/r_{W2}^R$, en el punto de contacto en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W	301
A.6.	Derivada del ángulo que la superficie de contacto de la rueda y carril izquierdos γ'^L (o derechos γ'^R) forma con el plano horizontal respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W	302
A.7.	Derivada del desplazamiento vertical relativo entre la rueda izquierda $\Delta z'^L_W$ (o la derecha $\Delta z'^R_W$) y la vía respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W	302
A.8.	Segunda derivada del desplazamiento vertical relativo entre la rueda izquierda $\Delta z''^L_W$ (o derecha $\Delta z''^R_W$) y la vía respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W	303
A.9.	Derivada del radio de giro de la rueda izquierda r'^L (o derecha r'^R) respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W	303
B.1.	Desplazamientos de los carriles en los puntos de contacto y nudos del modelo vía. Modelo A de puente (con vía flexible).	306
B.2.	Desplazamientos de los carriles en los puntos de contacto y de los nudos del tablero. Modelo B de puente (sin vía flexible).	307

Índice de tablas

2.1. Niveles de Confort. <i>IAPF-07 (2007)</i>	57
2.2. Niveles de confort medio	59
2.3. Niveles de confort continuo	59
2.4. Parámetros de las funciones de filtro analógico	61
3.1. Constantes de rigidez y amortiguamiento del balasto.	71
3.2. Propiedades mecánicas del tablero del viaducto de Arroyo del Valle.	75
3.3. Propiedades del tablero mixto del viaducto de Arroyo de las Piedras.	80
3.4. Propiedades mecánicas del tablero del viaducto de Barbantiño.	80
3.5. Altura de las pilas (m). Barbantiño.	80
3.6. Frecuencias naturales de los puentes (Hz). Barbantiño.	82
3.7. Propiedades del tablero Viaducto O'Eixo.	83
4.1. Parámetros geométricos del vehículo AVE S-103 (ICE-3)	96
4.2. Constantes de rigidez y amortig. del vehículo AVE S-103 (ICE-3)	96
4.3. Masa de los cuerpos rígidos del vehículo AVE S-103 (ICE-3)	97
4.4. Modos y frecuencias de vibración del vehículo AVE S-103 (ICE-3)	97
4.5. Parámetros geométricos de la locomotora del AVE S-100 (Thalys).	108
4.6. Parámetros geométricos del vehículo de transición del AVE S-100 (Thalys).	108
4.7. Parámetros geométricos del vehículo de pasajeros (coche A, bogie A) del AVE S-100 (Thalys).	108
4.8. Constantes de rigidez y amortig. de la locomotora del AVE S-100 (Thalys)	108
4.9. Constantes de rigidez y amortig. del vehículo de transición (coche B -bogie B) del AVE S-100 (Thalys)	109
4.10. Constantes de rigidez y amortig. del vehículo de pasajeros (coche A -bogie A) del AVE S-100 (Thalys)	109
4.11. Masa de los cuerpos rígidos de la locomotora del AVE S-100 (Thalys).	110
4.12. Masa de los cuerpos rígidos del vehículo de transición del AVE S-100 (Thalys).	110
4.13. Masa de los cuerpos rígidos del vehículo de pasajeros del AVE S-100 (Thalys).	110
4.14. Modos y frecuencias de vibración de la locomotora del AVE S-100 (Thalys)	111

4.15. Modos y frecuencias de vibración de la parte articulada del AVE S-100 (Thalys)	112
5.1. Coeficientes para el calculo de las funciones $m(\theta)$ y $n(\theta)$. <i>Shabana, Berzeri, y Sany</i> (2001)	126
6.1. Coeficientes de las funciones de densidad espectral de irregularidades de vía.	136
6.2. Máximas desviaciones tolerables para varias irregularidades de vía. . .	137
9.1. Velocidades de inestabilidad del vehículo Manch-1.	180
9.2. Frecuencias propias de vibración lateral del viaducto Arroyo de las Piedras. Calculadas con el M.E.F. y medidas en la cabeza de pila nº10.	184
9.3. Frecuencias propias de vibración lateral del viaducto Arroyo de las Valle. Calculadas con el M.E.F. y medidas en el tablero sobre pila nº10.	191
10.1. Parámetros del modelo del viento.	199
10.2. Características del viento de referencia en el Puente O'Eixo.	200
10.3. Velocidades medias en el tablero de los vientos transversales generados sobre el Puente O'Eixo.	203
10.4. Coeficientes aerodinámicos del puente y sus derivadas.	206
10.5. Coeficientes aerodinámicos del vehículo y sus derivadas.	207
11.1. Frecuencias de sintonización de cada AMS. Puente OEixo.	215
14.1. Longitudes de onda del movimiento lazo de los ejes del tren AVE S-103 (ICE-3)	247

Parte I.

Introducción y modelos de interacción vehículo-puente-viento construidos

1. Introducción

1.1. Motivación y alcance

Es conocido que las dimensiones de los puentes de ferrocarril han ido cambiando debido a las estrictas condiciones de trazado impuestas en las líneas de alta velocidad. Además, la creciente preocupación de la sociedad por cuidar y proteger el medio ambiente, reflejado en la correspondiente normativa, ha generado nuevos condicionantes en el diseño de estas infraestructuras. En concreto, se limita el movimiento de grandes volúmenes de terreno particularmente en los espacios protegidos. Por estas razones, hoy en día se proyectan y construyen puentes de ferrocarril más altos y más largos en todo el mundo.

En España se han construido varios viaductos de pilas altas para líneas de alta velocidad. Ejemplos de estas infraestructuras son el Viaducto O'Eixo (Figura 1.1) y el viaducto de Barbantiño (Figura 1.2) en la línea de alta velocidad Madrid-Galicia. Estos viaductos altos se caracterizan por tener una mayor flexibilidad lateral y una frecuencia fundamental de oscilación baja, de hasta 0.2 Hz.

Figura 1.1.: Viaducto O'Eixo

La respuesta dinámica de un puente de ferrocarril bajo la acción del tren es uno de los problemas fundamentales a estudiar en el diseño de este tipo de estructuras. El paso del tren induce vibraciones (impacto dinámico) sobre la estructura del puente. En puentes altos de líneas de ferrocarril de alta velocidad la respuesta de la estructura puede aumentar como consecuencia de la aproximación entre la frecuencias propias de la misma y las de excitación debidas al paso del tren y a la acción del viento.

A priori, estas estructuras pueden presentar problemas a la hora de cumplir con las limitaciones impuestas en las normas de diseño de puentes de ferrocarril (IAPF

Figura 1.2.: Viaducto de Barbantiño

(2007), Eurocódigos) para garantizar la seguridad del tráfico y el confort de los viajeros.

La respuesta dinámica lateral de viaductos de pilas altas no ha sido suficientemente estudiada en la literatura científica. Se pueden intuir varios de los motivos para explicar esta carencia. El primero es la relativamente reciente aparición de este tipo de viaductos asociados al desarrollo de la alta velocidad. Por otro lado, se hace necesario, para estudiar este tema, construir nuevos modelos numéricos adecuados para el estudio de la interacción dinámica lateral del puente y del tren.

El modelo dinámico de cargas móviles (verticales, de valor constante) actuando y “viajando” a una determinada velocidad sobre la estructura, obtiene, con suficiente precisión, gran parte de la respuesta dinámica de la estructura que se necesita para el proyecto de la misma. Sin embargo, existen ciertos aspectos a tener en cuenta, cuyo estudio no se puede realizar con el modelo citado. El confort de los viajeros, ligado a la respuesta dinámica del tren, y la respuesta dinámica transversal del puente debida a los movimientos del tren en esta dirección y a la acción del viento, son algunos de estos aspectos. Se hace necesario, por tanto, para el estudio dinámico del conjunto tren-vía-puente, el uso de modelos que tengan en cuenta la interacción vehículo-puente.

La interacción entre el puente y un tren viajando sobre él es un problema dinámico no lineal, dependiente del tiempo y de acoplamiento entre los dos subsistemas que intervienen (vehículo y puente). Los dos subsistemas, modelados como estructuras elásticas, interaccionan el uno con el otro a través de las fuerzas de contacto.

En esta tesis, para poder realizar el estudio de seguridad de tráfico en puentes altos de ferrocarril, se desarrolla un nuevo modelo de interacción vehículo-puente-viento y se aborda el problema de su resolución numérica cuya dificultad está asociada con los siguientes aspectos:

- Las no linealidades incluidas en los modelos de interacción dinámica lateral

eje-vía, asociadas al contacto rueda-carril.

- Las grandes dimensiones de los viaductos a modelar, con longitudes en torno a 1200 m. Dicho de otra forma, es necesario considerar un elevado número de grados de libertad en el modelo del subsistema puente dentro de un problema dinámico no lineal.

Este trabajo también estudia la mejora del comportamiento dinámico de uno de estos viaductos altos mediante el empleo simultáneo de pantallas anti-viento y de unos dispositivos de amortiguamiento colocados en las cabezas de las pilas. Así como la influencia de esa mejora en la seguridad del tráfico.

1.2. Objetivos

Los objetivos de esta tesis son los siguientes:

1. Conocer los niveles de seguridad del tráfico y de confort de los viajeros que se producen en puentes de ferrocarril de pilas altas sometidos al paso de trenes de alta velocidad (cargas de uso), a través del estudio del comportamiento dinámico del tren y del puente.
2. Emplear, para realizar el estudio citado, un modelo numérico adecuado que considere la interacción entre el vehículo y la estructura. Para ello, se construirá un modelo integrado por los siguientes: (1) Modelo dinámico de elementos finitos para las estructuras (puente y vía) que tenga en cuenta la rigidez del balasto. (2) Modelo dinámico multi-body completo para los vehículos. Los modelos de los vehículos ferroviarios considerarán un comportamiento de sólido rígido de sus componentes (body, bogies y ejes) y sistemas de muelles y amortiguadores para las suspensiones primaria y secundaria, con un número de grados de libertad adecuado por vehículo. (3) Modelo de interacción rueda-carril que considere las irregularidades de la vía y desplazamiento relativo entre el eje y la vía.
3. Analizar los resultados observados de las simulaciones realizadas para identificar los mecanismos causantes de resonancias en el comportamiento dinámico transversal del tren y del puente.
4. Incorporar la acción del viento turbulento esperado sobre el tren y el puente y estudiar su influencia en la seguridad del tráfico.
5. Estudiar el uso de dispositivos o elementos que puedan mejorar la respuesta dinámica lateral de la estructura y del tren como son las pantallas contra el viento y amortiguadores colocados en la cabeza de las pilas de estos puentes.
6. Si procede, proponer recomendaciones para el proyecto de puentes de ferrocarril de líneas de alta velocidad que permitan asegurar los estándares de seguridad del tráfico y de confort de los viajeros.

1.3. Metodología

Para conseguir los objetivos enumerados se ha seguido la siguiente metodología, para, de esta forma, llevar a cabo la investigación que se recoge en esta tesis:

1. Búsqueda y estudio de artículos y otras publicaciones relacionadas con el tema de la tesis.
2. Construcción del modelo dinámico de interacción Vehículo-Puente.
 - a) Modelo multibody del vehículo. Planteamiento del sistema de ecuaciones que domina el comportamiento dinámico del subsistema vehículo, a partir de las ecuaciones constitutivas, cinemáticas y de equilibrio de los grados de libertad de los trenes considerados. Se desarrollan modelos para trenes de viajeros de alta velocidad tipo convencional y tipo articulado.
 - b) Planteamiento del sistema de ecuaciones que domina el comportamiento dinámico del subsistema estructura (puente). Se desarrollan modelos de elementos finitos de la estructura que incluyen elementos para la superestructura, es decir, el balasto y las vías (carriles y traviesas).

Figura 1.3.: M.E.F. Puente

- c) Planteamiento del modelo de interacción eje-vía a través de las ecuaciones de equilibrio dinámico de Newton-Euler aplicadas al eje. Se desarrollan varios modelos:
 - 1) Modelo lineal de interacción eje-vía. Este modelo no tiene en cuenta la teoría del contacto rueda-carril y sus no linealidades. Sin embargo, sí considera las irregularidades de la vía y un movimiento lateral relativo predefinido (efecto lazo) entre los ejes del tren y la vía.
 - 2) Modelo de interacción eje-vía con ruedas de perfil cónico. Este modelo incorpora la teoría del contacto de Kalker considerando el rozamiento de forma simplificada y un perfil cónico equivalente. También tiene en cuenta las irregularidades de la vía.
 - 3) Modelo de interacción eje-vía considerando el perfil completo del carril UIC-60 y de la rueda empleada en alta velocidad S-1002 incluida su pestaña. Este modelo mejora al anterior por considerar un perfil más realista de la rueda.

3. Generación numérica de un perfil longitudinal de irregularidades, mediante un proceso estocástico, correspondiente a una vía no muy bien conservada de una línea de alta velocidad.
4. Búsqueda de valores realistas de los parámetros que caracterizan los modelos dinámicos desarrollados, entre ellos: Las características mecánicas de los vehículos (geometría, masas, amortiguamiento y rigidez de las suspensiones); características de las irregularidades de la vía; la rigidez y el amortiguamiento del balasto; el rozamiento y características geométricas de los perfiles de rueda y carril asociados a los modelos de interacción desarrollados, etc.

Figura 1.4.: Geometría del tren articulado AVE-Alston

5. Elección del método de resolución de los sistemas de ecuaciones no lineales, acoplados y dependientes del tiempo correspondientes a los modelos dinámicos planteados del vehículo, del puente y de la interacción eje-vía. Se desarrolla la formulación asociada al método y necesaria para su implementación en la correspondiente aplicación informática.
6. Desarrollo de una aplicación informática en lenguaje MatLab que trabajando con ANSYS obtenga las matrices de los sistemas de ecuaciones del puente, del tren y de la interacción rueda-carril, y resuelva el problema planteado empleando los algoritmos más adecuados.
7. Calibrado, comprobación y subsanación de deficiencias, tanto de los modelos de interacción contruidos como del funcionamiento de la aplicación informática desarrollada. Esto se realiza mediante la resolución numérica de problemas sencillos resueltos analítica o numéricamente en la literatura científica actual y con el análisis de casos estudiados entre otros en el documento *The Manchester Benchmarks for Rail Vehicle Simulation*, [Iwnicki \(1999\)](#).
8. Validación del modelo de interacción construido mediante la comparación de resultados de simulaciones numéricas con los registros de la respuesta del puente, obtenidos experimentalmente, y correspondientes a 3 eventos dinámicos ocurridos en los puentes altos en servicio de Arroyo del Valle (línea de alta velocidad Madrid-Segovia) y de Arroyo de las Piedras (línea Córdoba-Málaga).

9. Elaboración de un documento que recoja la formulación completa del problema que se plantea y el algoritmo de resolución numérica desarrollado.
10. Implementación de la acción del viento turbulento.
 - a) Generación del campo de velocidades del viento, en función del tiempo, en un conjunto de puntos situados tanto en las pilas como en el tablero del viaducto a estudiar a partir del método de representación espectral descrito por *Cao et al.* (2000). Se generan vientos esperados en el emplazamiento del puente con distintos periodos de retorno, es decir, de distintas intensidades o velocidades medias.
 - b) Cálculo de las fuerzas de viento sobre el vehículo y sobre el puente y su incorporación como acción externa en el modelo de interacción vehículo-puente construido.
 - c) Los coeficientes de arrastre del viento, en tablero y vehículo, utilizados se obtienen de estudios sobre tableros y trenes similares encontrados en la literatura científica.
11. Aplicación del modelo construido al análisis dinámico explícito del puente y del tren, mediante la resolución de casos, para estudiar la influencia de los siguientes parámetros en la respuesta dinámica del tren y del puente y en los niveles de confort de los viajeros y seguridad del tráfico: Altura de pila del puente, velocidad del tren, tipo de vehículo de alta velocidad y viento transversal.
12. Obtención de resultados de las simulaciones realizadas, análisis crítico de los mismos y formulación de conclusiones útiles.
13. Redacción de artículos, a lo largo del trabajo realizado, para revistas y congresos internacionales, con el fin de que esta investigación sea criticada por expertos, mediante el sistema de revisión por pares, y mejorarla en su caso.
14. Redacción de la memoria de la tesis.

1.4. Contenido

El presente documento consta de dos partes. La primera comprende los Capítulos del 1 al 11. Esta parte incluye la introducción de la tesis, una visión crítica del estado del arte de la interacción tren-puente, y una exposición detallada de los modelos de interacción vehículo-puente construidos. En la segunda parte, que comprende los Capítulos del 12 al 16, se recogen los resultados de diferentes estudios realizados a puentes altos de ferrocarril de líneas de alta velocidad y las conclusiones de la tesis.

En la primera parte de esta tesis:

El Capítulo 1 es la introducción de esta tesis donde se expone su motivación y alcance, los objetivos y la metodología utilizada.

El Capítulo 2 es una revisión del estado del arte de la metodología seguida en estudios previos de la interacción entre el tren y el puente. Se destacan aquí aspectos como la complejidad del modelo del vehículo empleado, la consideración de las irregularidades de la vía, el modelo de interacción rueda-carril utilizado, y el método de solución numérica seguido para resolver el problema matemático que plantea la interacción dinámica entre los sistemas tren y puente. Por otra parte, en este capítulo se analizan algunos resultados de estudios en los que, además de la interacción dinámica entre el puente y el tren, el viento actúa sobre cada uno de estos sistemas dinámicos. Por último, este capítulo recoge también, las especificaciones normativas sobre el comportamiento lateral del tren y del puente por seguridad del tráfico y confort de los viajeros.

El Capítulo 3 describe la metodología utilizada y las hipótesis consideradas para la construcción de un modelo paramétrico de elementos finitos, en rigidez directa, que idealiza el sistema dinámico vía-puente. Así mismo, este capítulo recoge la caracterización mecánica de los modelos de los puentes reales considerados en este trabajo. Estos son, los viaductos altos de líneas de ferrocarril de alta velocidad de Barbantiño, Eixo, Arroyo del Valle y Arroyo de las Piedras.

En el Capítulo 4 se describe el modelo 3D *multibody* empleado para la idealización del tren. En este capítulo, no sólo se aportan las características mecánicas de los dos trenes considerados en esta tesis, (el AVE S-103 de Siemens y el AVE S-100 de Alstom), sino que se detalla la formulación de las ecuaciones de movimiento del sistema dinámico tren. Esta formulación se ha traído aquí de la literatura científica, en el caso del tren tipo convencional, el AVE S-103 de Siemens, y se ha tenido que completar para esta tesis en el caso del tren articulado AVE S-100 de Alstom.

El Capítulo 5 trata el modelo de interacción eje-vía desarrollado para esta tesis. Este modelo va a permitir obtener, por un lado, los movimientos del eje no considerados en el modelo del vehículo, por no ser grados de libertad independientes, y por otro lado, las fuerzas de interacción que ejerce el vehículo sobre el sistema dinámico puente-vía, y los que ejerce el puente sobre el sistema vehículo, en función de los movimientos del puente y del tren.

En el Capítulo 6 se describe el procedimiento seguido y los parámetros utilizados para simular numéricamente las irregularidades geométricas de una vía no muy bien conservada perteneciente a una línea de alta velocidad.

Los Capítulos 7, 8 y 9 recogen respectivamente, la formulación completa del problema no lineal de interacción dinámica vehículo-vía-puente construido, el método de solución numérica empleado, y la validación de dicho modelo a partir de casos resueltos en la literatura científica, y de medidas experimentales tomadas en eventos dinámicos ocurridos en los puentes del Arroyo de Valle y Arroyo de las Piedras.

El Capítulo 10 recoge la metodología empleada y las hipótesis asumidas para la generación del campo de velocidades de varios vientos racheados considerados en los estudios realizados en esta tesis. También se determinan las fuerzas actuantes sobre los grados de libertad de los sistemas tren y puente debidas a los vientos generados.

El Capítulo 11, presenta los dispositivos propuestos y ensayados para la mejora del comportamiento dinámico del tren y del puente. Se tratan, en este Capítulo, las características mecánicas de los amortiguadores de masa sintonizados empleados e instalados en la cabeza de las pilas del puente alto.

En la segunda parte de esta tesis:

Los Capítulos 12 y 13 recogen un análisis previo de varios parámetros considerados en los modelos de interacción contruidos, con el objetivo de comprobar la idoneidad de dichos modelos para realizar los estudios recogidos en los Capítulos siguientes. En concreto se estudia: (a) la influencia de la flexibilidad de la vía en el comportamiento dinámico del tren y del puente; y (b) la influencia del perfil de la rueda y de las características mecánicas del vehículo en la estabilidad del tren.

En el Capítulo 14 se estudia la respuesta dinámica lateral de viaductos altos de líneas de alta velocidad debida exclusivamente al paso tren. Para ello se realiza un estudio paramétrico en el que se analiza la influencia de la altura de las pilas del puente en el comportamiento dinámico del tren y del puente.

En el Capítulo 15 se recogen los resultados del estudio realizado sobre la seguridad del tráfico ferroviario de alta velocidad, y el confort de los viajeros, cuando el tren viaja por un viaducto alto sobre el que actúa un viento racheado. Además, el citado estudio trata la mejora en la seguridad del tren, y en el confort de los pasajeros, que introduce el uso de pantallas anti-viento y amortiguadores de masa sintonizados instalados en la cabeza de las pilas.

Por último, el Capítulo 16 presenta las conclusiones y aportaciones de esta tesis, y varios trabajos futuros a desarrollar.

1.5. Publicaciones

Las publicaciones realizadas, hasta la fecha, a partir del trabajo desarrollado en esta tesis han sido las siguientes:

- Olmos, J. M., y M. A. Astiz (2014), Mejora de la respuesta dinámica transversal de un viaducto alto frente a la acción del tren y del viento, en *Actas del VI Congreso Internacional de Estructuras de la Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural ACHE Junio 2014*, Madrid
- Olmos, J. M., y M. A. Astiz (2013), Analysis of the lateral dynamic response of high pier viaducts under high-speed train travel, *Engineering Structures*, 56, 1384–1401, 10.1016/j.engstruct.2013.07.012.
- Olmos, J. M., y M. A. Astiz (2011a), Modelo dinámico de interacción vehículo-vía-puente. Formulación y solución numérica, en *Actas del Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería CMNE Junio 2011*, Coimbra (Portugal), APTAC y SEMNI.

- Olmos, J. M., y M. A. Astiz (2011b), Analysis of the dynamic response of high pier viaducts under high-speed train travel, in *Proceedings of the 8TH International Conference on Structural Dynamics. Eurodyn July 2011*, Leuven (Belgium), ISBN 978-90-760-1931-4

El autor de esta tesis también ha sido revisor de dos borradores de artículos para las siguientes revistas científicas:

- *International Journal of Mechanical Science* de la editorial ELSEVIER.
- *Engineering Structures* de la editorial ELSEVIER.

2. Estado del arte

2.1. Introducción

El presente capítulo recoge una breve revisión del estado del arte de la metodología seguida en estudios previos de la interacción entre el tren y el puente. Se destacan aquí aspectos como la complejidad del modelo del vehículo empleado, la consideración de las irregularidades de la vía, el modelo de interacción rueda-carril utilizado, y el método de solución numérica seguido para resolver el problema matemático que plantea la interacción dinámica entre los sistemas tren y puente. Además, como punto de partida del presente trabajo, se detallan las conclusiones más significativas del proyecto de investigación recogido en el documento *ERRI-D181* (1996), donde se estudiaba la fuerza lateral máxima ejercida por el eje de varios tipos de trenes sobre la vía en puentes de tableros bi-apoyados.

Por otra parte, en este capítulo se recogen algunos resultados de estudios en los que, además de la interacción dinámica entre el puente y el tren, el viento actúa sobre cada uno de estos sistemas dinámicos.

Por último se tratan aquí también, las especificaciones normativas sobre el comportamiento lateral del tren y del puente por seguridad del tráfico y confort de los viajeros.

2.2. Breve recorrido histórico sobre el estudio de la dinámica de puentes de ferrocarril

La respuesta dinámica de puentes causada por el paso de vehículos fue estudiada por primera vez por *Willis* (1849) y *Stokes* (1849). En sus trabajos se investiga el colapso del puente Chaster Rail en Inglaterra en 1847, que fue el primer caso de colapso de un puente de ferrocarril en la historia. En estos trabajos pioneros, el efecto de la inercia de la viga se ignoró, y el vehículo se consideró como una masa móvil concentrada y viajando a una velocidad constante. Aunque para este caso particular una solución exacta se puede obtener, su aplicación es limitada puesto que no se considera la inercia de la viga. Sin embargo, la contribución de Willis y Stokes se considera histórica por ser los primeros en tener en cuenta el problema del impacto dinámico de los vehículos en el diseño de tableros de puentes.

En los últimos treinta años, el número de trabajos de investigación publicados sobre las vibraciones en puentes de ferrocarril sometidos al paso del tren se ha incrementado más rápido que nunca, en parte debido al desarrollo de las líneas de alta velocidad en Japón, Europa y China. Resulta difícil, si no imposible, realizar una completa exposición de todos los trabajos de investigación en el tema de dinámica de puentes de ferrocarril. A continuación se citan algunos de los considerados más significativos.

Antes de la llegada del ordenador en los años cuarenta, cuando los cálculos manuales jugaban un papel muy importante en las oficinas de proyectos, las investigaciones en dinámica de puentes se centraban en desarrollar soluciones analíticas o aproximadas para algunos problemas simples y fundamentales. Investigadores de ese periodo son *Timoshenko* (1922), *Jeffcott* (1929) y *Lowan* (1935). El trabajo de *Inglis* (1934) contiene un tratado inicial de dinámica de puentes de ferrocarril que sentó las bases para desarrollos futuros.

La llegada de las computadoras, y mas tarde del ordenador personal, permitió a los investigadores realizar análisis con modelos de puente y vehículos ferroviarios más realistas. Los textos generales de *Timoshenko y Young* (1955) y *Biggs* (1964) de dinámica de estructuras tratan también problemas de cargas móviles. Otros textos a considerar son el de *Frýba* (1972), que analiza las vibraciones de estructuras sometidas al paso de series de cargas móviles, el trabajo de *Garg y Dukkipati* (1984), y el de *Frýba* (1996), que tratan el tema de las vibraciones en puentes de ferrocarril.

La acción del tren sobre una estructura, se puede entender como una secuencia de cargas móviles con intervalos regulares actuando sobre la misma. *Bolotin* (1964) estudió una viga sujeta a una secuencia de infinitas cargas iguales con un intervalo (distancia entre dos consecutivas) uniforme d y viajando a una velocidad constante v . En este estudio, el periodo d/v fue identificado como un parámetro clave. Para el mismo problema, *Frýba* (1972) concluye que la respuesta de vibraciones forzadas en la viga alcanza su máximo cuando el intervalo de tiempo entre dos cargas móviles consecutivas es igual a algún periodo de vibración natural de la viga, o a un múltiplo entero de él. *Wu y Dai* (1987) utiliza el método de la matriz de transferencia y la superposición modal para estudiar la respuesta de un puente multi-vano con tablero constituido por una viga continua sujeto al paso de dos series de cargas móviles viajando en el mismo sentido y en sentido opuestos. *Savin* (2001) obtiene una expresión analítica para el factor de amplificación dinámica y el espectro de respuesta de una serie de vigas con distintas condiciones de contorno sometidas al paso de cargas móviles.

La mayoría de los trabajos citados hasta el momento, estudian las vibraciones de estructuras o puentes, pero no las correspondientes al vehículo ferroviario. En los estudios donde se emplea el modelo de cargas móviles actuando y viajando sobre el puente a una velocidad constante, se obtiene la respuesta dinámica vertical del puente con suficiente precisión para considerarla en el diseño de dicha estructura. Sin embargo, con este modelo no se puede estudiar la respuesta del vehículo, para evaluar el confort de los viajeros, ni la respuesta dinámica lateral del puente.

El conocimiento de la dinámica de puentes de ferrocarril ha sido enormemente mejorado, en parte por las investigaciones de la ORE (Office for Research and Experiments) perteneciente a la Unión Internacional de Ferrocarril (UIC). Esta organización, la ORE y su sucesora el ERRI (European Rail Research Institute) han venido desarrollando proyectos de investigación, encargados a distintos comités de expertos, desde mitad de los años 50, en el ámbito del estudio del material rodante y de las líneas de ferrocarril en general, pero también en el análisis del comportamiento dinámico de los puentes de ferrocarril. En relación a los puentes de ferrocarril, los estudios teóricos y experimentales más importantes son, sin duda, los realizados por los comités de la ORE D23 y D128. La labor de estos comités se sintetizó en la ficha [UIC-Code776-1.R \(1979\)](#), documento que ha sido adoptado por diferentes administraciones ferroviarias, y desde entonces es una referencia fundamental en la elaboración de las distintas normativas internacionales sobre el diseño de puentes de ferrocarril. La ORE, a través de los citados comités, trabajó desde 1955, aprovechando el ordenador como recurso para construir modelos de interacción vehículo-puente adecuados para el análisis dinámico de estas estructuras. Un mayor detalle de los trabajos realizados por los comités citados se puede encontrar en [Frýba \(1972\)](#), [Domínguez \(2001\)](#), [Museros \(2002\)](#), [Delgado et al. \(2008\)](#) y [Doménech \(2014\)](#).

Su principal aportación es la recomendación de una metodología simplificada para considerar los efectos dinámicos en el diseño de los puentes. Es decir, el empleo de un coeficiente de impacto aplicado a los resultados de un cálculo estático para valorar la respuesta dinámica vertical del puente frente al paso del tren. Este método del coeficiente de impacto, consideraba diferentes factores que determinan el comportamiento dinámico vertical del sistema acoplado como son los efectos inerciales del vehículo, la disipación de energía de los sistemas de suspensión, el amortiguamiento estructural o las irregularidades de la vía. Sin embargo, como explica [Museros \(2002\)](#), el coeficiente de impacto se calibró en los estudios citados, a partir de los efectos dinámicos en esfuerzos y desplazamientos, sin considerar las aceleraciones verticales del tablero, factor que ha resultado finalmente clave en el dimensionamiento de las estructuras.

Por los problemas detectados de desconsolidación del balasto en algunos puentes europeos de líneas de alta velocidad se constituyó un nuevo comité de expertos, el ERRI D214 que emite su informe final en 1999 ([ERRI-D214 \(1999b\)](#)). El trabajo de este comité, se centró en el desarrollo de nuevos métodos de cálculo dinámico de puentes de líneas de alta velocidad. Los resultados de este trabajo se incorporaron a las distintas revisiones la ficha UIC code 776-1 cuya última versión es del año 2006. Tanto el Eurocodigo 1 como la instrucción española IAPF, incorporan métodos de cálculo dinámico basados en los trabajos del [ERRI-D214 \(1997,9,9\)](#).

2.3. Interacción dinámica puente-tren.

[Yang et al. \(2004\)](#), en su texto *Vehicle-Bridge Interaction Dynamics: With Applica-*

tions to High-Speed Railways, reconocen la siguiente frase: “Hoy en día, los potentes métodos numéricos, especialmente aquellos basados en los métodos de elementos finitos, pueden ser empleados para analizar el comportamiento dinámico de puentes y de los vehículos, sin que exista virtualmente ninguna limitación en la complejidad de los modelos usados para los dos subsistemas”.

La citada afirmación se puede aplicar al estudio del comportamiento de interacción dinámica vertical del tren y del puente. Sin embargo, cuando se trata de la interacción dinámica lateral, y su influencia en la seguridad del tráfico y en el confort de los viajeros, el problema se complica. Para estudiar el comportamiento dinámico lateral del tren y del puente, también cuando el puente es flexible lateralmente, que es el caso de los viaductos de pilas altas, es clave reproducir adecuadamente la fuerza lateral eje-vía. Para ello, es necesario considerar en los modelos las no linealidades derivadas del rozamiento en el contacto rueda-carril y de la geometría de los perfiles de la rueda y del carril (*Shabana et al. (2007)*, *Antolín et al. (2013)*). Como se verá en este epígrafe, apenas se encuentran trabajos, en la literatura científica, en los que se consideren las no linealidades citadas en estudio del comportamiento dinámico del tren y del puente.

El problema planteado de interacción vehículo-puente, usando modelos complejos que consideran la naturaleza del contacto rueda-carril, se convierte en un problema dinámico no lineal que va a requerir el desarrollo de métodos de resolución adaptados al mismo para conseguir la eficiencia necesaria en la obtención de resultados, a pesar de contar con los potentes medios de computación actuales. Para el estudio del problema mecánico objeto de la esta tesis, se propone y desarrolla un método de resolución para el citado problema matemático. El desarrollo de este método de resolución comienza, en este trabajo, con la presentación de una formulación propuesta para el problema mecánico planteado.

El presente epígrafe, hace un breve repaso a la metodología utilizada en la literatura científica para el estudio de la interacción dinámica entre tren y puente, y a los resultados obtenidos en cada caso. Se recogen consideraciones sobre el modelo del vehículo, el modelo de interacción eje-vía utilizado, las irregularidades de la vía, y los métodos de solución numérica empleados.

2.3.1. Modelo del vehículo

Modelo de cargas móviles

El modelo de *cargas móviles* es el modelo de vehículo más simple que se puede emplear para el estudio de vibraciones verticales inducidas en el puente por el paso del tren. Son muchos los estudios que se pueden encontrar en la literatura científica que emplean este modelo de cargas móviles. Como ejemplo se pueden citar los siguientes: *Tan y Shore (1968)*, *Frýba (1972)*, *Fertis (1973)*, *Galdos et al. (1993)*, y *Zheng y Cheung (1998)*. A pesar de su simplicidad, este modelo sigue siendo muy

utilizado por investigadores y proyectistas en la actualidad. Un ejemplo es el trabajo de [Carnerero \(2007\)](#), donde se analiza el comportamiento de tableros con elementos transversales a la dirección de la vía. Ya se ha dicho que con este modelo, se puede analizar con precisión suficiente el comportamiento dinámico vertical del puente a efectos de su diseño. Este modelo de cargas móviles ignora la interacción entre el tren y el vehículo. Aunque el efecto de la inercia del vehículo no se tiene en cuenta en la respuesta del puente, este modelo sigue siendo válido cuando la masa del tren es despreciable frente a la del tablero. Por otro lado, tampoco se tiene en cuenta la disipación de energía que se produce en la suspensiones del vehículo. Por este motivo la respuesta del puente resultará sobrestimada. Para corregir esta carencia del modelo de cargas móviles se puede emplear de forma complementaria el *método del amortiguamiento adicional* recogido en el Eurocódigo 1 que consiste en incrementar el porcentaje de amortiguamiento del puente en función de la rigidez del mismo. La gran limitación de este modelo de cargas móviles consiste en que con él no se obtiene la respuesta del vehículo. Respuesta que está asociada a estados límites de servicio de confort de los viajeros y de seguridad del tráfico.

Modelos de masa móvil y masa suspendida móvil

Otros modelos simplificados de vehículos son los modelos de *masa móvil* y de *masa suspendida móvil*. El primero tiene en cuenta la inercia del vehículo. Y el segundo además, la disipación de energía producida en la suspensión primaria del vehículo. Esta suspensión consiste en un sistema vertical de muelles y amortiguadores viscosos que unen los ejes con los bogies del vehículo. Sin embargo, la respuesta de la caja o body del vehículo no está bien reproducida todavía por estos modelos.

En el texto de [Frýba \(1972\)](#) se estudia la respuesta de la estructura debida al viaje del tren utilizando varios modelos simplificados de vehículos, como son el modelo de cargas móviles, el modelo de masa móvil y el modelo de masa suspendida móvil. En este texto, Frýba presenta tanto soluciones analíticas como numéricas para varios problemas de interacción.

Modelos completos 2D

Son los *modelos completos 2D* de vehículos los que son capaces reproducir la respuesta vertical de la caja del tren para poder evaluar, aunque sea parcialmente, el confort de los viajeros. Estos modelos 2D (Figura 2.1) se pueden considerar modelos multibody, o de cuerpos rígidos unidos por sistemas de muelles y amortiguadores lineales. Los ejes del tren se modelan como masas móviles que tienen el mismo movimiento, en dirección vertical, que el punto del tablero sobre el que se sitúan en cada instante del recorrido. Los ejes y los bogies están unidos por la suspensión primaria consistente en varias unidades verticales de muelles y amortiguadores. Los bogies se unen a la caja o body del vehículo por medio de la suspensión secundaria, formada

también por el mismo tipo de elementos (muelles y amortiguadores). En estos modelos 2D, el body, o caja, y los bogies tiene dos grados de libertad: el desplazamiento vertical y el giro de eje horizontal perpendicular a la dirección de la marcha del tren.

Figura 2.1.: Modelo Vehículo Completo 2D

En el texto de [Doménech \(2014\)](#) se recoge un estudio sobre la influencia del modelo empleado para el vehículo en la respuesta obtenida de la estructura, en términos de aceleraciones verticales máximas, desplazamientos verticales y fuerzas de contacto verticales. En este trabajo, se comparan resultados obtenidos de simulaciones utilizando el modelo de cargas móviles (TLM¹), un modelo de masa suspendida móvil (SIM²) y un modelo completo 2D (DIM³). Un mayor detalle sobre los modelos de vehículos citados se puede encontrar también en [Domínguez \(2001\)](#) y en [ERRI-D214 \(1997\)](#).

Modelos completos 3D

El uso de modelos completos 2D de vehículos es adecuado para el estudio de la interacción vertical tren-puente. Es decir, para obtener las respuestas dinámicas del tren y del puente en el plano vertical teniendo en cuenta la interacción entre estos dos subsistemas dinámicos. Sin embargo, cuando se desea estudiar la seguridad del tráfico y el confort de los viajeros asociados a la respuesta dinámica lateral del puente y del vehículo, es necesario el uso de *modelos completos 3D* para el vehículo (Figura 2.2).

Las aceleraciones laterales del tablero, al igual que ocurre con las verticales, pueden producir la desconsolidación del balasto, perdiendo la vía sus características geométricas y mecánicas, y poniendo en riesgo la seguridad del tráfico. Por otro lado, los índices que miden la seguridad del tráfico ferroviario, como son el índice de descarrilamiento, el índice de pérdida de carga y el índice de vuelco, están asociados,

¹TLM: Travelling load model

²SIM: Simplified interaction model

³DIM: Detailed interaction model

Figura 2.2.: Modelo Vehículo Completo 3D

en mayor o menor medida, a las fuerzas laterales de contacto rueda-carril y a las aceleraciones laterales de los vehículo. Por último, las aceleraciones laterales de la caja del vehículo también afectan al confort de los viajeros. Por lo tanto, se hace necesario el empleo de modelos completos 3D para poder obtener los parámetros de la respuesta lateral del vehículo y del puente citados. De esta forma, se puede evaluar la seguridad del tráfico y el confort de los viajeros en puentes susceptibles de moverse lateralmente, como son los puentes de pilas altas, o simplemente cuando un viento lateral pueda afectar al vehículo y al puente, entre otros casos.

[Wu et al. \(2001\)](#) emplean un modelo completo 3D para estudiar la interacción tren-vía-puente. Este modelo considera los cuerpos rígidos del vehículo con los siguientes grados de libertad: 3 g.d.l. para cada eje (aunque dependientes cinemáticamente de los movimientos del tablero), 5 g.d.l para cada bogie y 5 g.d.l. para la caja del vehículo. Estos cuerpos rígidos se unen entre si mediante las dos suspensiones del vehículo, modeladas por elementos muelles y amortiguadores dispuestos, en este caso, tanto en dirección vertical como en horizontal.

En el texto de [Yang et al. \(2004\)](#) se utilizan los modelos de cargas móviles, masas suspendidas móviles, modelos completos 2D y modelos completos 3D para estudiar varios aspectos de la interacción dinámica tren-puente como las resonancias, el efecto de las irregularidades de la vía, de la rigidez del balasto, de la suspensión del vehículo, así como la seguridad del trafico y la estabilidad del tren durante un sismo. Tanto en este trabajo como en el de [Wu et al. \(2001\)](#), el puente consiste en un tablero simplemente apoyado en estribos, y se modela con elementos finitos.

Son numerosos los estudios de interacción tren-puente realizados en la última dé-

cada coincidiendo con el desarrollo de las líneas ferroviarias de alta velocidad en todo el mundo. En estos estudios se utilizan modelos multibody completos 3D para el vehículo y de elementos finitos para el puente. Algunos de ellos se citan a continuación.

Song et al. (2003) desarrollan un modelo multibody completo 3D del tren coreano articulado, tipo TGV, para estudiar el comportamiento dinámico vertical de dos tableros de puentes ferroviarios. El primero es un tablero mixto bicaña biapoyado de 40 m. de luz, y el segundo es un tablero de hormigón pretensado de sección en cajón continuo de dos vanos de 40 m. de luz. Para modelar los tableros se utilizan aquí elementos finitos lámina. Además el modelo de elementos finitos tiene en cuenta la flexibilidad de los carriles de la vía y la rigidez del balasto. En este estudio se concluye que los tableros no presentan problemas de aptitud al servicio.

Xia et al. (2003b) estudian las vibraciones en un tren articulado como el tren Thalys (Figura 2.3) viajando sobre el puente Antoining (Figura 2.4), situado en la línea de alta velocidad París-Bruselas. Se trata de un puente de vanos simplemente apoyados de 50 metros de luz. El tablero es de hormigón pretensado con sección en U (Figura 2.5). En este trabajo se comparan resultados de las simulaciones dinámicas realizadas con el modelo de interacción con mediciones tomadas in situ. Los resultados de este estudio muestran que tanto las flechas verticales, que se producen en el tablero, como las aceleraciones laterales y verticales del tablero y de los vehículos, cumplen con las limitaciones impuestas por los estándares de seguridad del tráfico y confort de los viajeros.

Figura 2.3.: Composición del Tren Thalys

Figura 2.4.: Puente Antoining. Línea AV París-Bruselas.

Kwark et al. (2004) realizan un trabajo numérico y experimental para estudiar la interacción vertical entre el tren coreano articulado de alta velocidad, tipo TGV,

Figura 2.5.: Sección en U del tablero del Puente Antoinette

y un puente con tablero de hormigón pretensado de sección en cajón continuo de dos vanos de 40 m. de luz. La Figura 2.6 es una vista del puente Yeon-Jae. En él, el tablero estudiado por Kwark se repite sucesivamente sobre pilas. Este puente se considera un viaducto típico de líneas de alta velocidad coreanas. El estudio revela que hay parámetros del comportamiento dinámico del tablero que llegan a aproximarse a los límites permitidos por seguridad. La respuesta del tablero, por lo tanto, se ve aumentada significativamente por el paso del tren a velocidades críticas o de resonancia.

Figura 2.6.: Puente Yeon-Jae en Corea.

Xia y Zhang (2005) analizan la interacción dinámica tren-puente mediante un estu-

dio numérico, con un modelo completo 3D para el vehículo, y experimental, de un puente multivano de vigas cajón biapoyadas de 24 m de longitud. El puente está situado en la línea especial de pasajeros Qin-Shen en China. El tren estudiado es el China Star, tipo convencional, de alta velocidad. En este estudio no se encuentran problemas en el confort de los viajeros ni en la seguridad del tráfico.

Zhang et al. (2008) de nuevo estudian la interacción dinámica tren-puente numérica y experimentalmente. En este caso el tren modelado es el Pioneer, tipo convencional, y el puente está situado sobre el Río Gouhe. Se trata de un puente de 28 vano simplemente apoyados. El tablero consiste en mono-vigas cajón de hormigón pretensado de 24 m. de longitud. De la misma manera que en el estudio anterior, en este caso tampoco se detectan problemas de seguridad ni de confort de los viajeros. Hay que señalar que, tanto el puente estudiado en este trabajo, como los analizados en los trabajos citados hasta este momento, no son puentes de pilas altas.

Majka y Hartnett (2008) realizan un estudio paramétrico utilizando un modelo 3D completo del vehículo para establecer las variables más influyentes en el comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril. La velocidad del tren, las frecuencias de excitación que causa el tren debidas al espaciamiento de sus ejes y a su velocidad de circulación, el amortiguamiento del puente, la masa de puente y de vehículo, y la longitud de vano resultan identificadas como variables significativas. En este estudio no se aborda la respuesta lateral de tren y puente.

Otro ejemplo de estudio de interacción dinámica entre el tren y el puente es el realizado por *Xia et al. (2012b)*. En este trabajo se analiza numéricamente, con un modelo 3D del tren, la influencia en la seguridad del tráfico de las colisiones de objetos flotantes, como bloques de hielo (Figura 2.7), con las pilas del viaducto. En este caso el tren considerado es el de alta velocidad China Star. El viaducto es un puente de 7 vanos de 32 m de luz bi-apoyados en pilas, cuyo tablero es una sección en cajón de hormigón pretensado. Los resultados de este estudio muestran la gran influencia de estas colisiones en la pérdida de seguridad del tráfico ferroviario. El estudio establece una velocidad crítica del tren para la que ya no es seguro su paso por el puente cuando ocurren choques de este tipo.

Figura 2.7.: Nieve y hielo colisionando con las pilas de un puente.

Como ejemplo de estudio de la interacción vehículo-vía-puente en un viaducto ferroviario de tablero mixto, se puede citar el artículo de [Guo et al. \(2012\)](#). En este trabajo se estudia el comportamiento del tren de alta velocidad italiano ETR500Y a su paso por el viaducto Sesia (Figura 2.8), situado en la línea de alta velocidad entre Torino y Milan. Este puente esta formado por vanos bi-apoyados de 43.6 m de luz, con un tablero mixto de sección en cajón (Figura 2.9). El modelo de elementos finitos empleado para el puente tiene en cuenta la rigidez de la vía (carriles, traviesas y balasto). En este trabajo se comparan resultados de las simulaciones numéricas realizadas con algunas magnitudes medidas in situ. Los resultados muestran que el tablero mixto tiene la rigidez suficiente para que el tren pase sin problemas.

Figura 2.8.: Viaducto Sesia. Línea Torino - Milan.

Figura 2.9.: Sección transversal del tablero del viaducto Sesia. Cotas en mm.

2.3.2. Interacción eje-vía

En los modelos de vehículo completo 3D de [Wu et al. \(2001\)](#), [Xia et al. \(2003b\)](#), [Yang et al. \(2004\)](#), [Zhang et al. \(2008\)](#), y en el resto de modelos de vehículo utilizados en los estudios de interacción tren-puente citados en el epígrafe anterior

(Subsección 2.3.1), los puntos de contacto de la rueda y el carril se consideran fijos en dirección transversal al avance del tren. Es decir, no existe movimiento relativo lateral entre eje y vía. Por lo tanto, esos modelos no tienen en cuenta la teoría del contacto de cuerpos en movimiento.

Estos modelos, los podemos llamar modelos 3D lineales, por no considerar las no linealidades de la teoría del contacto rueda-carril. Con ellos se sobrestima la fuerza lateral eje-vía. Dos son los motivos principales que pueden explicar este handicap de los modelos 3D lineales. Por una parte, estos modelos no tienen en cuenta el rozamiento en el contacto rueda-carril que limita la fuerza tangencial entre estos dos cuerpos. Y por otra parte, al no considerar la teoría del contacto de cuerpos en movimiento, no se está teniendo en cuenta términos de amortiguamiento en la composición de la fuerza tangencial de contacto rueda-carril. Estos términos de amortiguamiento de la fuerza lateral, como se verá más adelante en esta tesis, son directamente proporcionales a la velocidad relativa lateral entre eje y vía e inversamente proporcionales a la velocidad del tren. Esto significa que para trenes que circulen a gran velocidad este amortiguamiento del contacto será más pequeño. Sin embargo, es necesario tenerlo en cuenta por la gran influencia que tiene la fuerza lateral eje-vía en los resultados de estudios de seguridad del tráfico.

No son muy abundantes todavía los estudios disponibles en la literatura científica sobre la interacción tren-puente que consideren, aunque sea de forma simplificada, la teoría del contacto entre rueda y carril. Se pueden citar los trabajos de *Li, Qiang, Liao, y Xu* (2005), *Dinh et al.* (2009b), *Zhang et al.* (2010a), *Zhang et al.* (2010b), *Lee y Kim* (2010) y *Antolín et al.* (2013). En la Figura 2.10 están representadas las fuerzas de contacto entre las ruedas y los carriles, y las funciones geométricas del eje que dependen del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_w para modelos de interacción no lineales.

Figura 2.10.: (a) Fuerzas de contacto eje-vía. (b) Funciones geométricas de Δy_w

En el estudio de [Dinh et al. \(2009b\)](#), se usa un modelo 3D de interacción tren-puente que tiene en cuenta el desplazamiento relativo rueda-carril utilizando un modelo simplificado de contacto. Además, en él, la fuerza de contacto lateral rueda-carril está compuesta por términos de rigidez y de amortiguamiento que dependen de forma no lineal de la fuerza normal de contacto. Este modelo se emplea en este trabajo para estudiar la influencia de las irregularidades de la vía en la respuesta dinámica de tren y puente. En este caso, la estructura es un puente continuo de sección en cajón de hormigón pretensado de dos vanos de 40 m. de luz.

La teoría del contacto de cuerpos en movimiento de [Kalker \(1979\)](#) es conocida, ha sido aplicada al estudio del contacto entre rueda y carril ([Dukkipati \(2000\)](#) y [Iwnicki \(2006\)](#)), y es utilizada frecuentemente en modelos de simulación dinámica de vehículos ferroviarios viajando sobre vía ([Shabana et al. \(2007\)](#) y [Iwnick \(1998\)](#)). El texto de [Iwnicki \(1999\)](#) recoge la resolución numérica de varios casos de vehículos viajando sobre vía, realizada con algunos de los paquetes de software comercial de simulación de vehículos que consideran la teoría completa del contacto rueda-carril en sus modelos.

Sin embargo, en el caso del problema de interacción dinámica tren-puente, la consideración de la teoría del contacto rueda-carril introduce una dificultad añadida. En este caso, el problema matemático consiste también en un problema dinámico no lineal, por la consideración de la teoría del contacto rueda-carril, pero con un gran número de grados de libertad debidos al modelo del sistema puente. La eficiencia en la resolución numérica del problema disminuye drásticamente con los métodos de resolución empleados habitualmente. Se convierte así la eficiencia de la resolución numérica del modelo, en un problema a resolver.

2.3.3. Irregularidades de la vía

Las irregularidades de la vía constituyen una importante fuente de excitación de los puentes durante el paso de vehículos ([Fryba \(1996\)](#)). Las irregularidades de la vía consisten en desviaciones de la posición ideal de los carriles. Se pueden distinguir cuatro tipos de irregularidades de vía (ver Figura 2.11):

1. Irregularidad de elevación: $0.5 \cdot (z_I^L + z_I^R)$
2. Irregularidad de alineamiento: $0.5 \cdot (y_I^L + y_I^R)$
3. Irregularidad de superelevación: $0.5 \cdot (z_I^L - z_I^R)$
4. Irregularidad de ancho: $0.5 \cdot (y_I^L - y_I^R)$

La irregularidad de ancho es menos importante por mantener las traviesas y las sujeciones de los carriles la distancia entre carriles de forma adecuada. Esta irregularidad se suele despreciar en los estudios de interacción.

En todos los estudios de interacción puente-tren citados en los dos epígrafes anteriores (Subsección 2.3.1 y Subsección 2.3.2) se consideran las irregularidades geométricas de la vía. En algunos de ellos se han considerado perfiles geométricos de vías

Figura 2.11.: Irregularidades de la vía.

reales que han sido medidos experimentalmente, como en los trabajos de [Xia y Zhang \(2005\)](#), [Zhang et al. \(2008\)](#), [Xia et al. \(2008b\)](#) y de [Zhang et al. \(2010a\)](#). En el resto, los perfiles de irregularidades de la vía se han generado numéricamente a partir de una funciones de densidad espectral de potencia (PSD) siguiendo el método descrito por [Claus y Schiehlen \(1998\)](#).

Las irregularidades de la vía se pueden considerar como un proceso estocástico estacionario y se caracterizan por una función de densidad espectral de potencia. Se podría decir que esta función mide la importancia de cada posible longitud de onda de desviación de la vía en el perfil de irregularidades de la vía. Los textos de [Garg y Dukkipati \(1984\)](#), y [Frýba \(1996\)](#), recogen una clasificación de calidades geométricas de vía elaborada por la F.R.A. (Federal Railroad Administration o Administración ferroviaria de Estados Unidos). Esta clasificación hace 6 grupos de vías, de menor (clase 1) a mayor calidad (clase 6). Y caracteriza las irregularidades de vía en cada grupo definiendo las funciones de densidad espectral de potencia en cada caso. Las tres últimas clases de vía (clases 4, 5 y 6) corresponden a calidades de vía de líneas de alta velocidad. El procedimiento para generar sintéticamente, a partir de las funciones PSD, las irregularidades de la vía se describe en el Capítulo 6 de esta tesis.

Para exponer de forma cualitativa la influencia de las irregularidades de la vía en el comportamiento del tren y del puente, se recogen aquí, brevemente, las conclusiones de un par de estudios sobre este tema.

[Majka y Hartnett \(2009\)](#) estudian, empleando el modelo de interacción lineal de su trabajo anterior ([Majka y Hartnett \(2008\)](#)), la influencia de las irregularidades de la vía y del esviaje del tablero en la respuesta de tren y puente. Observan que la respuesta vertical del puente apenas se ve afectada por las irregularidades de la vía, sin embargo la respuesta lateral del puente sí se ve incrementada cuando disminuye el mantenimiento de la geometría ideal de la vía. Por otro lado, se constata que la respuesta del tren es más sensible a las irregularidades de la vía que la respuesta del puente.

En el trabajo citado más arriba de [Dinh et al. \(2009b\)](#), donde se usa un modelo de interacción no lineal, se formulan las siguientes conclusiones relativas a las

irregularidades de la vía:

- Las irregularidades de la vía tienen una gran influencia en los desplazamientos laterales del tablero, en las aceleraciones de los vehículos y en el desplazamiento relativo eje-vía. Para velocidades del tren comprendidas entre 50 y 400 km/h, las irregularidades de longitudes de onda comprendidas entre 100 y 150 m tiene una menor contribución a las respuestas del tren y del puente citadas.
- La influencia de las irregularidades de la vía en el desplazamiento vertical del tablero es insignificante, en todos los rangos de longitudes de onda de dichas irregularidades.
- El desplazamiento lateral del tablero se vé afectado mayoritariamente por las longitudes de onda pequeñas, las comprendidas entre 0.5 y 25 m. Por otro lado, las aceleraciones verticales de los vehículos están dominadas por las irregularidades de rango de longitudes de onda de 50 a 75 m. Todo esto para velocidades del tren comprendidas entre 50 y 400 km/h.

2.3.4. Ecuaciones de movimiento y métodos de solución numérica

Ecuaciones de movimiento en problemas de interacción

Los modelos de interacción vehículo-puente empleados en la literatura científica suelen tener las siguientes características comunes:

- Para el subsistema tren (ó subsistema vehículo) se emplea un modelo multi-body 2D ó 3D, con las características descritas en la Subsección 2.3.1 y que se resumen aquí:
 - El tren está compuesto por una serie de vehículos. Cada vehículo está formado por una serie de cuerpos rígidos (coche, bogies y ejes).
 - Estos cuerpos rígidos están unidos entre si mediante las suspensiones del vehículo. La suspensión primaria une los ejes con los bogies del vehículo mediante un sistema de muelles lineales y amortiguadores viscosos dispuestos en vertical y también horizontal.
 - La suspensión secundaria une los bogies de los vehículos con los coches y también está compuesta por el mismo tipo de elementos (muelles y amortiguadores) que aparecen en la suspensión primaria.
 - Los cuerpos del vehículo (coches, bogies y ejes) tiene más o menos grados de libertad o movimientos de sólido rígido dependiendo de la complejidad del modelo 2D o 3D formulado.
 - El sistema de ecuaciones de movimiento de un modelo multibody de vehículo tiene la forma de la Ecuación 2.1. Donde $\ddot{\mathbf{u}}_v$, $\dot{\mathbf{u}}_v$, $\mathbf{u}_v$ son los vectores aceleración, velocidad y desplazamiento según los grados de libertad

considerados en los coches, bogies y ejes del tren. $\mathbf{M}_v$, $\mathbf{C}_v$, $\mathbf{K}_v$ son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez del sistema dinámico tren. Y $\mathbf{F}_{vb}$ es el vector de fuerzas de interacción ejercidas por el puente según los grados de libertad del sistema vehículo.

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb} \quad (2.1)$$

- Para el subsistema puente se suelen emplear modelos de elementos finitos:
 - En estos modelos se consideran los materiales estructurales elásticos y lineales.
 - Se desprecian las no linealidades geométricas de la estructura.
 - En este modelo de elementos finitos se puede emplear el método de la rigidez directa, o el de la superposición modal a la hora de plantear los grados de libertad a considerar.
 - El método de la rigidez directa es apropiado en el caso de puentes de luces cortas o en los que la rigidez es alta, o cuando se quieren considerar la contribución a la respuesta del puente de modos de vibración correspondientes a frecuencias altas. El sistema de ecuaciones de movimiento del que se obtendrá la respuesta del puente, se puede expresar, en este caso, como la Ecuación 2.2. Donde $\ddot{\mathbf{u}}_b$, $\dot{\mathbf{u}}_b$, $\mathbf{u}_b$ son los vectores aceleración, velocidad y desplazamiento de los nudos del modelo puente según los grados de libertad considerados. $\mathbf{M}_b$, $\mathbf{C}_b$, $\mathbf{K}_b$ son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez del sistema dinámico puente. Y $\mathbf{F}_{bv}$ es el vector de fuerzas de contacto ejercidas por el vehículo según los grados de libertad del puente. Estas fuerzas de interacción son función en todo caso de los movimientos del tren y del puente y de las irregularidades de la vía. Según el modelo de interacción eje-vía empleado (Subsección 2.3.2), estas fuerzas pueden depender, además de la geometría de los perfiles de la rueda y del carril, y del coeficiente de rozamiento, entre otros parámetros.

$$\mathbf{M}_b \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{C}_b \cdot \dot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{K}_b \cdot \mathbf{u}_b(t) = \mathbf{F}_{bv} \quad (2.2)$$

- El método de la superposición modal es apropiado para puentes de grandes luces de vano o de baja rigidez. En estos casos, considerando unos pocos modos de vibración (N), se puede aproximar la deformación de los elementos que soportan la vía. De esta forma, los grados de libertad considerados en el modelo puente se reducen enormemente. La Ecuación 2.3 expresa la respuesta del puente, en desplazamientos de los nudos del modelo, como suma de una serie de desplazamientos modales. Allí ϕ_n es el

vector de la forma modal n , y $q_n(t)$ es la coordenada modal o amplitud de esa forma modal n . En este caso, el sistema de ecuaciones del que se obtendrá el movimiento del puente se expresa en coordenadas modales ($\mathbf{q}_b(t)$). Ver Ecuación 2.4.

$$\mathbf{u}_b(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n \cdot q_n(t) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{m}_b \cdot \ddot{\mathbf{q}}_b(t) + \mathbf{c}_b \cdot \dot{\mathbf{q}}_b(t) + \mathbf{k}_b \cdot \mathbf{q}_b(t) = \mathbf{f}_{bv} \quad (2.4)$$

El problema dinámico de la interacción entre el puente y el tren requiere solución numérica en todos los casos, ya que no existe solución analítica para el problema matemático planteado. En este problema es necesario resolver dos sistemas de ecuaciones diferenciales de segundo orden acoplados. El acoplamiento de los dos sistemas de ecuaciones se debe a que la respuesta dinámica del puente depende de la respuesta del tren, y viceversa. En los dos sistemas de ecuaciones aparecen movimientos, tanto del puente como del tren, como incógnitas del problema (Ecuación 2.5). En la Ecuación 2.5, $\mathbf{u}_I$ es un vector de desplazamientos según los grados de libertad de los ejes causados por las irregularidades geométricas de la vía.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}_b \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{C}_b \cdot \dot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{K}_b \cdot \mathbf{u}_b(t) &= \mathbf{F}_{bv}(\ddot{\mathbf{u}}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_b, \ddot{\mathbf{u}}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \mathbf{u}_v, \mathbf{u}_I, t) \\ \mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v \cdot \mathbf{u}_v(t) &= \mathbf{F}_{vb}(\dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_v, \mathbf{u}_v, \mathbf{u}_I, t) \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Métodos de solución numérica

Para integrar estos sistemas de ecuaciones y obtener la respuesta dinámica de tren y puente en el tiempo, se suele emplear, en todos los casos, el Método- β de Newmark u otro que lo incluya. Este es un método de integración paso a paso en el tiempo, de diferencias finitas, y es incondicionalmente estable para sistemas lineales, en su versión llamada *de aceleración media constante*, cualquiera que sea el incremento de tiempo Δt elegido ([Chopra \(2007\)](#)). Sin embargo, este paso de tiempo Δt tiene que ser pequeño si se quiere precisión en la respuesta.

Aunque se utilice el Método- β de Newmark en la resolución numérica del problema, no siempre es suficiente para obtener la solución de la interacción tren-puente. A continuación se describen varios métodos de solución numérica empleados en estudios previos de interacción vehículo-puente. Estos métodos están asociados al planteamiento realizado en cada caso de las ecuaciones de movimiento de los sistemas dinámicos tren y puente.

A- Métodos que plantean un único sistema de ecuaciones de movimiento en problemas de interacción lineales

En problemas de interacción vehículo-puente lineales, es decir, donde no se consideran las no linealidades introducidas por la teoría del contacto entre rueda y carril, hay un grupo de autores que optan por plantar un único sistema de ecuaciones de movimiento.

En este caso la solución numérica del sistema único de ecuaciones se obtiene empleando el Método- β de Newmark para su integración en el tiempo, actualizando adecuadamente las matrices del sistema en cada paso de tiempo. Este planteamiento tiene la ventaja de no necesitar iteraciones en cada paso de tiempo. Sin embargo, su gran inconveniente consiste en que se pierde el ancho de banda en las matrices del sistema de ecuaciones único y esto eleva el coste computacional enormemente cuando se usa el método de rigidez directa en el modelo de elementos finitos. Método que emplea un gran número de grados de libertad. Se describen a continuación tres variantes de este planteamiento o procedimiento de solución numérica.

A1- En el caso de emplear el método de rigidez directa para el modelo de elementos finitos del puente, el sistema de ecuaciones único tiene la forma de la Ecuación 2.6. Este sistema se obtiene pasando al lado izquierdo de las ecuaciones de movimiento del tren y del puente, (Ecuación 2.5), los términos de las fuerzas de contacto acoplados. Es decir, los términos de las fuerzas de interacción $\mathbf{F}_{bv}$ y $\mathbf{F}_{vb}$ que dependen de los movimientos del tren y del puente. De esta manera, la Ecuación 2.6 está formada por una serie de nuevas matrices acopladas masa, amortiguamiento y rigidez, ($\mathbf{M}_{bb}(t)$, $\mathbf{C}_{bb}(t)$, $\mathbf{K}_{bb}(t)$, $\mathbf{C}_{bv}(t)$ y $\mathbf{K}_{bv}(t)$), cuyos coeficientes no son constantes en el tiempo, porque la posición de las fuerzas de interacción va cambiando durante el paso del tren sobre el puente, y va afectando a distintos grados de libertad del puente en cada instante. Los vectores $\mathbf{F}_b(t)$ y $\mathbf{F}_v(t)$ representan en la Ecuación 2.6 los términos de las fuerzas de interacción dependientes de la irregularidades geométricas de la vía y otras fuerzas exteriores aplicadas sobre los grados de libertad de puente y tren.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_b + \mathbf{M}_{bb}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_b(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}_v(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b + \mathbf{C}_{bb}(t) & \mathbf{C}_{bv}(t) \\ \mathbf{C}_{bv}^T(t) & \mathbf{C}_v + \mathbf{C}_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_b(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_v(t) \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_{bb}(t) & \mathbf{K}_{bv}(t) \\ \mathbf{K}_{bv}^T(t) & \mathbf{K}_v + \mathbf{K}_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b(t) \\ \mathbf{u}_v(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_b(t) \\ \mathbf{F}_v(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Este planteamiento es el que utiliza [Song et al. \(2003\)](#) para estudiar la interacción entre el tren de alta velocidad articulado coreano (modelo 3D) y dos tableros de puente.

A2- La variante más usada de este método de resolución numérica consiste en emplear la técnica de superposición modal en el modelo de elementos finitos. Este

es el planteamiento y el método de resolución empleado en los trabajos [Dukkipati \(2000\)](#), [Xia y Zhang \(2005\)](#), [Guo et al. \(2007\)](#), [Xia et al. \(2008b\)](#), [Xia et al. \(2008a\)](#), [Guo et al. \(2010\)](#), [Zhang et al. \(2010a\)](#), [Guo et al. \(2011\)](#), [Xia et al. \(2012b\)](#) y [Guo et al. \(2012\)](#). En este caso el sistema único tiene la forma la Ecuación 2.7. Esta ecuación se obtiene de forma análoga a la Ecuación 2.6. En este caso los grados de libertad del sistema puente son las coordenadas (o amplitudes) modales $\mathbf{q}_b(t) = \{q_1(t), \dots, q_n(t), \dots, q_N(t)\}^T$ (ver Ecuación 2.3). Ahora el número de grados de libertad del puente en las ecuaciones es pequeño (tantos como modos de vibración considerados para aproximar la respuesta de la estructura) lo que mejora la eficiencia de la resolución del problema. De la misma forma que en el método empleado por [Song et al. \(2003\)](#), al plantear un único sistema de ecuaciones, la integración directa con el método de Newmark sin iteraciones es suficiente para resolver numéricamente el problema.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{m}_b + \mathbf{m}_{bb}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}_v(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_b + \mathbf{c}_{bb}(t) & \mathbf{c}_{bv}(t) \\ \mathbf{c}_{bv}^T(t) & \mathbf{C}_v + \mathbf{C}_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_v(t) \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_b + \mathbf{k}_{bb}(t) & \mathbf{k}_{bv}(t) \\ \mathbf{k}_{bv}^T(t) & \mathbf{K}_v + \mathbf{K}_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_b(t) \\ \mathbf{u}_v(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_b(t) \\ \mathbf{F}_v(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.7)$$

A3- Un caso particular y muy habitual del planteamiento de un sistema de ecuaciones conjunto para el puente y el vehículo en el que se emplea el método de superposición modal, es aquel en el que el puente es un tablero bi-apoyado modelable como viga. En este caso, la respuesta del puente se aproxima mediante superposición de una serie de funciones de forma modales, $S_n(x)$, que pueden ser calculadas analíticamente, sin necesidad de emplear un modelo de elementos finitos para la estructura (Ecuación 2.8). Este es el caso de los trabajos realizados por [Matsuura \(1979\)](#), [López del Hierro et al. \(1994\)](#), [Museros \(2002\)](#) y [Doménech \(2014\)](#).

$$z_b(x, t) = \sum_{n=1}^N q_n(t) \cdot S_n(x) \quad (2.8)$$

B- Métodos que utilizan técnicas de optimización para resolver el acoplamiento de los dos sistemas dinámicos.

En los estudios de interacción puente-tren, es habitual el empleo de programas comerciales de elementos finitos para la construcción del modelo puente. En algunos casos, el mismo programa puede también construir el modelo multi-body del tren. También es habitual que estos programas no permitan el acceso a las matrices de la parte izquierda de los sistemas de ecuaciones de movimiento del puente y del tren (Ecuación 2.5). Una opción válida, cuando se construyen los modelos del tren y del

puente con estos programas, es utilizar las capacidades disponibles de ese software comercial para, por un lado, introducir el acoplamiento de los dos subsistemas dinámicos y, por otro lado, resolver numéricamente el problema de interacción.

Las condiciones del acoplamiento, que no las consideran los programas comerciales, se pueden introducir empleando técnicas utilizadas en problemas de optimización con restricciones.

Por ejemplo, en problemas de interacción vehículo-puente lineales, estas condiciones a introducir (restricciones, empleando la terminología usada en problemas de optimización), para poder considerar el acoplamiento de los dos sistemas de ecuaciones, se pueden formular de la siguiente manera: Los movimientos de los puntos de contacto de los ejes del vehículo con la vía deben ser los mismos, en cada instante del análisis, tanto si se calculan a partir de la resolución del sistema de ecuaciones del vehículo, como cuando se calculan con el sistema de ecuaciones de movimiento del puente. Estas condiciones o restricciones, para tener en cuenta el acoplamiento, se introducen en el problema mediante unas funciones de penalización en forma de fuerzas de interacción entre vehículo y puente. Estas funciones son nulas cuando se cumplen las restricciones impuestas.

Los métodos de optimización en los que se basa esta metodología son los llamados *método de la función de penalización*, *método de los multiplicadores de Lagrange* y *método de Lagrange aumentado*.

Con esta metodología, el programa comercial utilizado plantea un sistema de ecuaciones global, (Ecuación 2.9), que integra en el tiempo utilizando el método de Newmark u otro método que lo incluye.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_b(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}_v(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_b(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_v(t) \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b(t) \\ \mathbf{u}_v(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{bv}(\ddot{\mathbf{u}}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_b, \ddot{\mathbf{u}}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \mathbf{u}_v, \mathbf{u}_I, t) \\ \mathbf{F}_{vb}(\ddot{\mathbf{u}}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_b, \ddot{\mathbf{u}}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \mathbf{u}_v, \mathbf{u}_I, t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Esta es la metodología seguida en los trabajos de [Oliva et al. \(2013\)](#) y [Antolín et al. \(2013\)](#) y se puede consultar para un mayor detalle en estos trabajos y en los textos de [García de Jalón y Bayo \(1994\)](#) y [Xia, De Roeck, y Goicolea \(2012a\)](#). Esta metodología es aplicable a problemas de interacción vehículo-puente tanto lineales como no lineales.

En el caso de problemas de interacción no lineales, es decir, los que tienen en cuenta la teoría del contacto rueda-carril, esta metodología requiere evaluar numéricamente, en cada paso de tiempo del análisis, matrices jacobianas asociadas al sistema global de ecuaciones no lineales. Estas evaluaciones numéricas suponen un gran coste computacional. Los motivos por los que no se obtienen estas matrices de otra forma menos costosa pueden ser dos: la rigidez mencionada de los programas comerciales

utilizados y la propia naturaleza de la formulación del modelo de contacto rueda-carril elegido. Por otro lado, estas matrices jacobianas, que se pueden considerar matrices de masa, amortiguamiento y rigidez tangente del sistema global, pierden las propiedades de simetría y de ancho de banda, por el hecho de considerar los sistemas de ecuaciones de movimiento del tren y del puente conjuntamente, como un único sistema global. Este handicap también eleva el coste computacional de la solución numérica del problema.

C- Métodos que plantean dos sistemas de ecuaciones acoplados

Cuando por la complejidad de la estructura, o por otros motivos, se construye el modelo del puente utilizando el método de elementos finitos en rigidez directa, es decir, sin utilizar la técnica de superposición modal que aproxima la respuesta de la estructura con unos pocos modos de vibración, se suele elegir plantear el problema de interacción mediante dos sistemas de ecuaciones. Uno para el puente y el otro para el vehículo (Ecuación 2.5). Se tiene entonces un modelo dinámico del puente con gran número de grados de libertad. Con este planteamiento, las matrices de los dos sistemas de ecuaciones no pierden su ancho de banda, lo que permite no perder eficiencia en la resolución de cada sistema de ecuaciones por separado.

Sin embargo, en este caso, además de utilizar el Método- β de Newmark para la integración de los sistemas de ecuaciones de movimiento en el tiempo, es necesario recurrir a métodos iterativos u otras técnicas para resolver el acoplamiento entre estos dos sistemas de ecuaciones. Según las técnicas utilizadas para abordar el acoplamiento entre los dos sistemas de ecuaciones, se pueden establecer los siguientes sub-grupos de métodos empleados en estudios de interacción.

C1- Métodos que solucionan el acoplamiento de los dos sistemas de ecuaciones mediante procedimientos iterativos en problemas de interacción lineales. La mayoría de los estudios de interacción disponibles en la literatura científica utilizan un modelo de interacción tren-puente lineal, es decir, modelos en los que no se permite el desplazamiento lateral relativo entre los ejes y la vía, y por lo tanto, tampoco consideran la teoría del contacto rueda-carril. En este caso y cuando se construye el modelo puente con elementos finitos siguiendo el método de rigidez directa, es habitual encontrar procedimientos iterativos para resolver el problema de acoplamiento dinámico entre los dos sistemas de ecuaciones (Ecuación 2.5).

Estos procedimientos iterativos siguen un esquema como el siguiente, para cada instante del análisis paso a paso t :

1. Se obtienen de una iteración anterior los movimientos de los nodos del modelo de elementos finitos del puente $\dot{\mathbf{u}}_b^{j-1}$, $\ddot{\mathbf{u}}_b^{j-1}$ y $\mathbf{u}_b^{j-1}$.
2. Se calculan los movimientos de los puntos de contacto de los ejes con la vía, a partir de esos movimientos del puente $\dot{\mathbf{u}}_b^{j-1}$, $\ddot{\mathbf{u}}_b^{j-1}$ y $\mathbf{u}_b^{j-1}$ en ese instante, para

poder evaluar las fuerzas de interacción sobre los grados de libertad del sistema vehículo $\mathbf{F}_{vb}$.

3. Se resuelve el sistema de ecuaciones del vehículo utilizando el método de Newmark. Por iteraciones en el caso de plantear la Ecuación 2.10 ó directamente si el sistema de ecuaciones tiene la forma de la Ecuación 2.11. De esta manera obtiene la respuesta del vehículo $\dot{\mathbf{u}}_v^j$, $\ddot{\mathbf{u}}_v^j$ y $\mathbf{u}_v^j$ correspondiente a la iteración j .

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}(\dot{\mathbf{u}}_b^{j-1}, \mathbf{u}_b^{j-1}, \dot{\mathbf{u}}_v^{i-1}, \mathbf{u}_v^{i-1}, \mathbf{u}_I, t) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + (\mathbf{C}_v + \mathbf{C}_{vv}) \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + (\mathbf{K}_v + \mathbf{K}_{vv}) \cdot \mathbf{u}_v(t) = \\ = \mathbf{F}_{vb}^*(\dot{\mathbf{u}}_b^{j-1}, \mathbf{u}_b^{j-1}, \mathbf{u}_I, t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

4. Con esta respuesta del vehículo se obtiene el vector de fuerzas de interacción sobre los grados de libertad del puente $\mathbf{F}_{bv}$.
5. Se resuelve el sistema de ecuaciones de movimiento del puente con el método de Newmark, cualquiera de sus versiones (Ecuación 2.12 o Ecuación 2.13), para obtener la respuesta del puente $\ddot{\mathbf{u}}_b^j$, $\dot{\mathbf{u}}_b^j$ y $\mathbf{u}_b^j$ correspondiente a la iteración j .

$$\mathbf{M}_b \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b^j(t) + \mathbf{C}_b \cdot \dot{\mathbf{u}}_b^j(t) + \mathbf{K}_b \cdot \mathbf{u}_b^j(t) = \mathbf{F}_{bv}(\ddot{\mathbf{u}}_b^{j-1}, \dot{\mathbf{u}}_b^{j-1}, \mathbf{u}_b^{j-1}, \ddot{\mathbf{u}}_v^j, \dot{\mathbf{u}}_v^j, \mathbf{u}_v^j, \mathbf{u}_I, t) \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}_b + \mathbf{M}_{bb}(t)) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b^j(t) + (\mathbf{C}_b + \mathbf{C}_{bb}(t)) \cdot \dot{\mathbf{u}}_b^j(t) + (\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_{bb}) \cdot \mathbf{u}_b^j(t) = \\ = \mathbf{F}_{bv}^*(\ddot{\mathbf{u}}_v^j, \dot{\mathbf{u}}_v^j, \mathbf{u}_v^j, \mathbf{u}_I, t) \end{aligned} \quad (2.13)$$

6. Se considera $j = j + 1$ y se repiten los pasos del 1 al 5 hasta que se obtiene la convergencia, es decir, las respuestas de tren y puente de la iteración $j-1$ son prácticamente iguales a las de la iteración j .
7. Se pasa al siguiente instante del análisis $t = t + \Delta t$, y se vuelve a repetir el proceso iterativo en este nuevo instante del análisis.

De esta forma, se obtiene la respuesta de los sistemas puente y tren en todo el tiempo de análisis. Estos procedimientos iterativos no son incondicionalmente convergentes. Requieren un paso de tiempo Δt pequeño para garantizar la convergencia. Cuando en el procedimiento se emplean la Ecuación 2.11 y la Ecuación 2.13 para los sistemas vehículo y puente respectivamente, la convergencia mejora considerablemente. Este es el caso del procedimiento iterativo empleado en los trabajos [Wu et al. \(2001\)](#), [Majka y Hartnett \(2008\)](#) y [Majka y Hartnett \(2009\)](#). Sin embargo, cuando se construyen los modelos con programas comerciales, que no permiten obtener y operar el lado izquierdo de las ecuaciones de movimiento, sólo se puede plantear el problema con la Ecuación 2.10 para el vehículo y la Ecuación 2.12 para el puente. El coste comunicacional aumenta en este caso. Esta versión del procedimiento es la utilizada en los trabajos de [Zhang et al. \(2008\)](#), [Lee y Kim \(2010\)](#), [Kwark et al. \(2004\)](#), [Xia et al. \(2003b\)](#) y [Liu et al. \(2009\)](#).

C2- Método que soluciona el acoplamiento solo parcialmente en problemas lineales sin necesidad de procedimientos iterativos. En el trabajo de [Xia et al. \(2007\)](#), se resuelve el problema de la interacción lineal vehículo-puente de forma aproximada pero utilizando un procedimiento muy eficiente. Este procedimiento consiste en resolver mediante integración directa (Newmark) el sistema de ecuaciones de movimiento del puente en el tiempo (segunda línea de la Ecuación 2.5), pero utilizando un vector de fuerzas de interacción correspondiente a un modelo de cargas móviles del vehículo $\mathbf{F}_{cm}(t)$. De esta forma las ecuaciones de movimiento del puente no dependen de la respuesta del vehículo. Una vez obtenida la respuesta del puente en el tiempo $\ddot{\mathbf{u}}_b(t)$, $\dot{\mathbf{u}}_b(t)$ y $\mathbf{u}_b(t)$, se resuelve, en un segundo paso, el sistema de ecuaciones de movimiento del vehículo (Ecuación 2.14). En este segundo paso, se utilizan los movimientos de los puntos de contacto de los ejes con la vía, en cada instante, obtenidos de la respuesta en el tiempo del puente ya calculada en el primer paso. Para resolver el sistema vehículo, se puede emplear un procedimiento iterativo, si el sistema de ecuaciones tiene la forma de la Ecuación 2.14, donde aparecen las incógnitas del problema (los movimientos del vehículo según los grados de libertad considerados) en los dos lados de la ecuación. Este sistema de ecuaciones del vehículo, se puede resolver también mediante integración directa paso a paso en el tiempo (Newmark), sin necesidad del uso de procedimientos iterativos. Esta opción es posible si la Ecuación 2.14 se plantea con la forma de la Ecuación 2.15. En esta última ecuación los términos de las fuerzas de interacción que dependían de las incógnitas (movimientos del vehículo) han pasado al lado izquierdo de la ecuación.

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}(\dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_v, \mathbf{u}_v, \mathbf{u}_I, t) \quad (2.14)$$

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + (\mathbf{C}_v + \mathbf{C}_{vv}) \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + (\mathbf{K}_v + \mathbf{K}_{vv}) \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}^*(\dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_b, \mathbf{u}_I, t) \quad (2.15)$$

Este planteamiento para resolver el problema de interacción lineal vehículo-puente, no considera el efecto de la interacción en la respuesta dinámica del puente. La respuesta del puente se obtiene sin considerar el efecto de las fuerzas de contacto laterales entre los ejes y la vía. Las posibles resonancias en el puente debidas al movimiento lazo de los ejes del tren no van a poder ser estudiadas. Por lo tanto, este método no es adecuado para estudiar la respuesta lateral del puente debida a la acción del tren, estudio que es uno de los objetivos de esta tesis.

C3- Método que soluciona el acoplamiento de los dos sistemas de ecuaciones en problemas lineales sin necesidad de procedimientos iterativos en cada instante del análisis. En el trabajo de [Zhang y Xia \(2013\)](#), se presenta un método de solución numérica para problemas de interacción lineales que obtiene la respuesta dinámica del puente y del tren por separado. Se eliminan de este método las iteraciones en cada paso de tiempo del análisis. Con este método es fácil emplear un

programa comercial de elementos finitos para el sistema puente y la parte a programar del problema se reduce. Es un método muy eficiente, si no es el más eficiente, para resolver problemas lineales de interacción vehículo puente. A continuación se explican brevemente los pasos a seguir con este método.

1. Se resuelve el sistema de ecuaciones del vehículo en el tiempo (con el Método de Newmark), teniendo en cuenta las irregularidades de vía y suponiendo que el sistema puente es rígido, es decir, considerando $\ddot{\mathbf{u}}_b^1(t) = \dot{\mathbf{u}}_b^1(t) = \mathbf{u}_b^1(t) = 0$. Se obtienen la historia de las fuerzas de interacción eje-vía $\mathbf{F}_{vb}^1(t)$.
2. Se resuelve el sistema puente en el tiempo (con el método de Newmark) utilizando las fuerzas de interacción, calculadas en el paso 1, aplicadas a los grados de libertad del tablero $\mathbf{F}_{bv}^1(t)$. De esta forma se obtiene una respuesta dinámica del puente en el tiempo actualizada $\ddot{\mathbf{u}}_b^2(t)$, $\dot{\mathbf{u}}_b^2(t)$ y $\mathbf{u}_b^2(t)$.
3. Se resuelve de nuevo el sistema vehículo en el tiempo, pero considerando ahora, junto con las irregularidades de la vía, los movimientos en los puntos de contacto en cada instante obtenidos a partir de la respuesta del puente calculada en el paso 2. De esta forma, se obtienen actualizadas la respuesta dinámica del tren $\ddot{\mathbf{u}}_v^3(t)$, $\dot{\mathbf{u}}_v^3(t)$ y $\mathbf{u}_v^3(t)$ y las fuerzas de interacción en el tiempo sobre el sistema vehículo $\mathbf{F}_{vb}^3(t)$.
4. Se calcula el error cometido comparando las fuerzas de interacción sobre el vehículo (sobre todos su ejes) obtenidas en el paso 3 con las obtenidas en el paso 1. De esta forma se comprueba la convergencia del proceso. Si el error es grande se vuelve al paso 2.

La convergencia se produce en unos pocos pasos cuando, debido a las características de los sistemas dinámicos tren y puente, las altas frecuencias tienen poco peso en las fuerzas de interacción. El procedimiento de solución numérica descrito se puede emplear cuando en el modelo de elementos finitos del puente se emplea el método de la rigidez directa, o cuando se usa la técnica de superposición modal.

Sin embargo, este procedimiento no es aplicable a problemas de interacción vehículo-puente no lineales, es decir, cuando se tiene en cuenta la teoría del contacto rueda carril en el modelo de interacción eje-vía. Ya que, para resolver el sistema dinámico no lineal del vehículo o del puente, aunque sea por separado, va a ser necesario utilizar además del método de Newmark, el método de Newton-Rapson, que requiere iteraciones en cada paso de tiempo del análisis.

C4- Métodos que solucionan el acoplamiento de los dos sistemas de ecuaciones mediante procedimientos iterativos de Newton-Raphson en problemas de interacción no lineales. En los trabajos de *Dinh et al.* (2009b) y *Dinh, Kim, y Warnitchai* (2009a), se emplea un modelo de interacción tren-puente no lineal que tiene en cuenta la teoría del contacto rueda-carril. En estos trabajos se resuelve numéricamente el problema matemático empleando un procedimiento iterativo que soluciona por separado el sistema de ecuaciones del puente y del tren, en cada

instante del análisis en el tiempo. El método empleado se puede clasificar como el descrito en el grupo de métodos C1 de esta tesis para problemas de interacción lineales. Cuando se utilizan versiones linealizadas de la teoría del contacto rueda carril o cuando el modelo de interacción no tiene en cuenta el perfil geométrico completo de la rueda y el carril, como ocurre en el trabajo de [Olmos y Astiz \(2013\)](#), es suficiente para conseguir la convergencia el utilizar métodos iterativos como los descritos en el citado grupo C1. Sin embargo, cuando se incluye la no linealidad de la geometría de los perfiles de rueda y carril en el modelo de contacto, es necesario utilizar, junto con el método de Newmark, procedimientos iterativos de Newton-Rapson para solucionar el problema de interacción. Este es el caso del estudio de [Ju \(2013\)](#).

En esta tesis se va a desarrollar un método iterativo de Newton-Raphson que soluciona las ecuaciones de movimiento del puente y del tren por separado en cada paso o instante del análisis. De esta forma, las matrices de las ecuaciones a resolver no pierden las propiedades de ancho de banda y de simetría. Además, el método de solución numérica que se va exponer en este documento, estima, a partir de una formulación desarrollada, las matrices jacobianas (matrices de masa, amortiguamiento y rigidez tangentes) de los sistemas de ecuaciones de movimiento del tren y del puente. De esta forma, se consigue un método eficiente para resolver el problema de interacción no lineal entre el vehículo y el puente.

2.4. Aportaciones de trabajos previos sobre la interacción dinámica lateral puente-tren

2.4.1. Proyecto ERRI D181 (1996)

El ERRI (European Rail Research Institute) desarrolló un proyecto de investigación sobre la dinámica lateral de puentes de ferrocarril, encargado a expertos asociados a varias administraciones ferroviarias. Este proyecto, ERRI D181, llevaba por título *Fuerzas laterales sobre puentes ferroviarios*. Y culminó con la publicación de su informe final en 1996.

Los puentes estudiados, tanto en la campaña experimental como en el estudio paramétrico posterior, realizado mediante simulaciones numéricas, son puentes bi-apoyados y de vía simple, alguno de ellos esviado. A excepción de un puente de vía doble en la fase experimental.

El objetivo del comité ERRI D181 fue el de elaborar una serie de reglas que sirvieran al ingeniero de puentes para la concepción de los parámetros laterales de diseño en puentes nuevos, o de refuerzo en puentes existentes.

En este trabajo se realizó una campaña de ensayos in situ, en seis puentes ferroviarios existentes, y un estudio paramétrico empleando el programa VAMPIRE. Programa que fue validado a partir de registros obtenidos en la campaña experimental.

Los objetivos de la campaña de ensayos experimentales fueron los siguientes:

1. Medir las fuerzas laterales sobre el puente.
2. Registrar el comportamiento del puente bajo la influencia de las fuerzas laterales medidas
3. Determinar el efecto del tipo y de la velocidad del tren sobre esas fuerzas laterales y sobre el comportamiento del puente.

En esta fase se midieron: aceleraciones y desplazamientos laterales a mitad del tablero, fuerzas laterales de los ejes sobre la vía, aceleraciones verticales y laterales en locomotora y vagones de un tren de ensayo de alta velocidad. Aunque sólo se utilizó un tren de ensayo para tomar las aceleraciones de los vehículos, se tomaron las medidas en los puentes durante el paso de trenes de viajeros de alta velocidad, trenes de viajeros a velocidad normal y trenes de mercancías.

Una primera fase del estudio paramétrico consistió en la simulación de una serie de casos en los que se consideraron los tipos de trenes empleados en la fase experimental (mercancías, viajeros normal y viajeros de alta velocidad) viajando a varias velocidades. Las calidades de vía empleadas fueron acordes con las encontradas y medidas en líneas reales de cada tipo de tráfico. Y para el puente se estudiaron varias configuraciones de puentes bi-apoyados de vía simple, variando los siguientes parámetros: Luz de vano, rigidez de flexión lateral y masa por unidad de longitud del puente.

Una segunda fase del estudio paramétrico se centró en estudiar:

1. La influencia de la repetición de vados bi-apoyados (viaducto) en el comportamiento de los tableros.
2. Influencia de la calidad de la vía y los parámetros del contacto como la conicidad de la rueda.
3. Influencia de los efectos de las resonancias.

Los resultados y las conclusiones recogidas en el informe final de este proyecto de investigación, resultan de enorme interés como punto de partida de la presente tesis. A continuación se citan cualitativamente y en forma resumida las consideradas más relevantes:

1. Las aceleraciones laterales de la caja de los vehículos y la fuerza lateral de los ejes sobre la vía apenas se ven afectada por la variación de rigidez o masa de los tableros de estos puentes.
2. Las fuerzas laterales sobre vía no están o están poco influenciadas por la presencia del puente. En esta tesis se verá que cuando el puente está excitado no solo por el paso del tren, sino también por el viento actuando sobre el tablero con pantallas, las fuerzas laterales que ejercen los ejes sobre la vía sí que se ven afectadas por una mayor aceleración lateral experimentada por tablero de un puente lateralmente flexible.

3. La calidad de la vía, la velocidad del tren, la carga vertical de los ejes, la conicidad de las ruedas y la suspensión de los vehículos tienen todos una influencia marcada sobre las fuerzas laterales máximas de los ejes sobre la vía. Una calidad de vía mediocre, una conicidad elevada y un viaje del tren a una velocidad próxima a su velocidad teórica máxima aumentan la fuerza lateral máxima probable generada en las ruedas.
4. La fuerza lateral máxima de un eje del tren de alta velocidad viajando a 200 km/h. medida en la campaña experimental ha sido de 35.7 kN. Esta fuerza es el esfuerzo lateral acumulado máximo medido sobre 4 traviesas consecutivas de vía en puente. Asimilable a la fuerza de un eje sobre la vía en puente. Este valor medido ha sido filtrado a 20 Hz. Es decir, se ha eliminado la influencia de frecuencias mayores de 20 Hz en este valor.
5. Sólo las fuerzas correspondientes a frecuencias $\leq$ a 10 Hz actuarán un tiempo suficientemente largo para dar lugar a una flecha lateral de un puente. Sin embargo, si que se registran frecuencias mayores en aceleraciones laterales de los tableros.
6. Se identifican tres mecanismos de resonancia en el comportamiento del puente.
 - a) Cuando la frecuencia de repetición de los ejes coincide con la del primer modo de vibración lateral de puente. Se detecta que para que se produzca resonancia en el comportamiento del puente por este mecanismo, la frecuencia de paso de los ejes debe estar dentro de una estrecha franja en torno a la del primer modo lateral del puente. Esta resonancia ha sido detectada en los desplazamientos laterales del tablero.
 - b) Cuando la frecuencia cinemática de los vehículos, o del movimiento lazo de los ejes, coincide con la del primer modo de flexión lateral. En este caso el efecto de la resonancia es mucho menos pronunciado que en el caso de la frecuencia de paso de los ejes. Sin embargo, la banda de frecuencias en torno a la del primer modo lateral, en la que debe estar incluida la frecuencia cinemática para que se produzca la resonancia, es mucho mayor. Esta resonancia ha sido detectada también en los desplazamientos laterales del tablero.
 - c) Cuando la longitud de onda del movimiento cinemático de los ejes, coincide con la luz del vano. En este caso la resonancia ha sido medida en términos de aceleraciones laterales de los tableros. Y el efecto de la resonancia es igual de pronunciado que cuando ocurre por el mecanismo descrito en el punto a).
7. En una configuración de puente en viaducto, donde los vanos sobre pilas son todos bi-apoyados y de la misma luz, no se aprecia un aumento de movimientos en el puente de un vano a otro, incluso cuando se produce el mecanismo resonante descrito en el punto anterior 6-a).

Como conclusiones generales del estudio se destacan las siguientes:

1. En el estudio realizado por el comité ERRI D181 se evidencian los efectos de interacción dinámica vehículo-puente donde varios parámetros juegan un papel importante: tipo de tráfico (trenes de mercancías, trenes de viajeros a velocidad “normal”, trenes de gran velocidad), la luz de estos puentes y la rigidez transversal de sus tableros, las irregularidades de la vía, contacto rueda-carril (su conicidad), frecuencias propias laterales de los puentes, etc.
2. Se ha demostrado que las irregularidades de la vía, especialmente la de alineación lateral, juegan un papel esencial en cuanto al comportamiento dinámico interactivo del puente y de los vehículos que ahí circulan. Y del mismo modo se ha puesto en evidencia el importante papel de la conicidad de la rueda en la interacción vehículo-puente.

El estudio concluye con una serie de recomendaciones para el diseño de puentes ferroviarios. Se establece un modelo de cargas laterales a considerar en el diseño de estos puentes. Se limita la flexibilidad lateral de los tableros ($L^3/EI_z \leq 3 \text{ mm/kN}$, donde L es la luz de vano, E el módulo de Young, y I_z el momento de inercia correspondiente a la flexión lateral del tablero). Y de la misma forma, se limita la primera frecuencia lateral del puente. Esta frecuencia debe ser mayor de 1.2 Hz. para evitar que coincida, esta frecuencia lateral del tablero, con las frecuencias de vibración lateral de los vehículos (0.7-1.0 Hz locomotoras y 0.5-0.7 Hz. pasajeros).

Además, se dan una serie de recomendaciones relativas a la calidad de la vía y a la conicidad de las ruedas a utilizar en cada caso. En ellas se limita la conicidad de la ruedas de los vehículos en función de su velocidad de circulación, y se recomienda una determinada calidad de vía limitando la desviación típica de las irregularidades de vía en función del tráfico que vaya a circular por esa vía.

A partir de las conclusiones generales de este estudio, se han elegido los parámetros que debe incluir el modelo de interacción puente-tren, desarrollado en esta tesis, para estudiar el comportamiento dinámico lateral de los dos sistemas, vehículo y puente, en el caso de viaductos altos y de trenes de alta velocidad. Entre estos parámetros están el tipo de tren y los relativos al contacto rueda-carril. En la presente tesis se han modelado 2 de los 5 trenes de alta velocidad ($v > 200 \text{ km/h.}$) que circulan en la red de alta velocidad española. Estos trenes son el AVE-S100 o tren articulado tipo TGV de la marca Alstom, y el AVE S-103 o tren tipo convencional ICE-3 de Siemens. Y por otro lado, el modelo de interacción desarrollado aquí considera el rozamiento entre rueda y carril, y la geometría completa de los perfiles de rueda S-1002 y del carril UIC-60, utilizados en alta velocidad.

Es conveniente destacar las diferencias entre el estudio del comité ERRI D181 y el estudio realizado aquí. De esta forma nos podemos hacer una idea, por un lado, del ámbito de validez de las conclusiones del estudio ERRI, y por otro, de las nuevas aportaciones del presente estudio al conocimiento de la dinámica lateral de puentes ferroviarios.

1. Los resultados del estudio paramétrico realizado en el proyecto ERRI D181 se refieren a puentes bi-apoyados y de vía simple. En cambio los viaductos altos,

objeto del presente trabajo, y mencionados en el Capítulo 1, son puentes de dintel continuo apoyados sobre pilas altas y soportan doble vía.

2. En el proyecto ERRI D181 actúan como máximo 3 vehículos ferroviarios simultáneamente sobre el puente. En cambio sobre los viaductos altos va a actuar todo el tren, ya que la longitud de estos viaductos es del orden de 5 veces, como mínimo, la longitud del tren.
3. En el informe final del proyecto de investigación del ERRI no se dice nada sobre la influencia de las vibraciones de la vía en la fuerza lateral de los ejes, ni en el comportamiento del tren y del puente.
4. En el ERRI D181 no se contempla otra acción lateral que no sea la del tren sobre el puente. Algunas de las conclusiones del estudio ERRI D181 no van a ser aplicables a los viaductos altos de ferrocarril cuando actué el viento. Concretamente, como se verá más adelante, la fuerza lateral de los ejes sobre la vía sí se va a ver afectada por las aceleraciones del tablero del puente con pantallas provocadas por el viento. Y además, como es de esperar, estas fuerzas laterales eje-vía van a aumentar por la acción dinámica del viento sobre el tren en viaducto sin pantallas anti-viento.
5. En la presente tesis, se pone el foco, no sólo en el comportamiento dinámico del puente, sino también en comprobar una serie de estados límites relacionados con la seguridad del tráfico y el confort de los viajeros asociados a la respuesta dinámica del tren. Estos estados límites se describen en la Sección 2.6

2.4.2. Otros trabajos de investigación

Análisis de la interacción dinámica lateral de un sistema tren-viga-pila (*Xia et al.* (2008b)).

En el trabajo de *Xia et al.* (2008b) se analiza de forma numérica y experimental el comportamiento dinámico lateral de tren y puente para cuatro casos de puentes de pilas altas. Dos de ellos se representan en la Figura 2.12 y en la Figura 2.13. Estos puentes están formados por tableros bi-apoyados en pilas, es decir, el tablero no es continuo. La altura de la pila más alta de estos viaductos es 55 m. y la frecuencias de oscilación lateral más baja 1.05 Hz. Aunque el tráfico ferroviario de estos puentes no es de alta velocidad, se detectan resonancias en el movimiento lateral de las pilas causadas por el movimiento lazo de los ejes del tren. En este trabajo se emplea un modelo numérico de interacción lineal, donde el movimiento lazo de los ejes se introduce como un movimiento senoidal de amplitud y longitud de onda conocidas a priori. A pesar de detectarse una amplificación de la respuesta lateral del puente por resonancia, esta no causa problemas en la seguridad del tráfico. El desplazamiento lateral máximo observado en las cabezas de las pilas es sólo de 1.5 mm. Una particularidad a destacar de este trabajo es que los puentes estudiados son de vía única.

Figura 2.12.: Tren sobre puente. *Xia et al. (2008b)*

Figura 2.13.: (a) Puente Mimalong, (b) Puente Miandian.

Análisis de las condiciones y mecanismos de resonancia en el sistema tren-puente (*Xia et al. (2006b)*)

Xia et al. (2006b) identifican y discuten los mecanismos de resonancia y las condiciones para que se produzca este fenómeno en la respuesta del puente bajo la acción del paso del tren. En este artículo, no solo se habla de las resonancias del puente en dirección vertical, también se tratan las correspondientes a la flexión lateral. El planteamiento expuesto se realiza en este trabajo a partir, por un lado, de la ecuación de movimiento de la viga bi-apoyada bajo cargas móviles y su solución analítica y, por otro lado, de simulaciones numéricas y datos de mediciones experimentales.

Los mecanismos de resonancia identificados en este trabajo son los siguientes:

- **Primera condición de resonancia:** la frecuencia de repetición de las cargas del tren coincide con alguna frecuencia de vibración del puente. La Ecuación 2.16 recoge esta primera condición de resonancia. Allí v es la velocidad del tren, d_v es la distancia entre las cargas de los vehículos del tren (Figura 2.14) y f_{bn} la frecuencia natural correspondiente al modo n . Con este mecanismo de resonancia, la amplitud del modo de vibración de frecuencia f_{bn} va aumentando con el paso de cada carga repetida hasta una amplitud de N veces mayor a la correspondiente al paso de la primera carga.

$$\frac{v_{cr}}{d_v} \cdot i = f_{bn} \rightarrow v_{cr} = \frac{f_{bn} \cdot d_v}{i}, (n = 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots, d_v = l_v, l_c, l_w) \quad (2.16)$$

Figura 2.14.: Series de cargas verticales del tren sobre el puente

- **Segunda condición de resonancia:** la frecuencia de excitación de las cargas móviles sobre el puente ($n \cdot v / (2 \cdot L_b)$, siendo L_b la longitud del puente) coincide con la n -ésima frecuencia de oscilación del puente f_{bn} . La respuesta del puente por esta segunda condición de resonancia puede ser mucho mayor de la que pueda producir la primera condición descrita. Esto se deduce del análisis de la solución analítica de una viga simplemente apoyada sometida a una serie de cargas móviles, ya que con esta condición hay un factor de amplificación de la respuesta mayor según [Xia et al. \(2006b\)](#). En la Ecuación 2.17, L_b es la longitud del puente de un vano simplemente apoyado. Esta condición da unas velocidades críticas de resonancia muy altas y fuera del rango de velocidades operables por los trenes de alta velocidad en el caso de los citados puentes bi-apoyados sin pilas.

$$\frac{n \cdot v_{cr}}{2 \cdot L_b} = f_{bn} \rightarrow v_{cr} = \frac{2 \cdot f_{bn} \cdot L_b}{n}, \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (2.17)$$

En este trabajo de [Xia et al. \(2006b\)](#) se confirma, mediante simulaciones con modelos de interacción, que las dos condiciones de resonancia descritas son válidas también para la respuesta lateral del puente. Estas dos condiciones de resonancia provocan respuestas amplificadas laterales en el puente en los siguientes casos: a) cuando actúa sobre el vehículo un viento lateral, que provoca una carga de los ejes contra la vía de media constante y distinta de cero; b) cuando sobre la vía en el puente actúa la fuerza centrífuga por la curvatura del trazado en planta.

En este trabajo también se demuestra, mediante simulaciones numéricas, que los mecanismos descritos aparecen como condiciones de resonancia lateral en puentes de pilas altas de vanos bi-apoyados. Y se dice, en este caso, que el comportamiento

dinámico lateral del tablero del puente de pilas altas se puede asimilar al del tablero bi-apoyado de un puente sin pilas de la misma longitud y frecuencias de oscilación lateral.

Sin embargo, en puentes de pilas altas, de tablero continuo y de gran longitud, que es el caso de los puentes estudiados en esta tesis, no sería aplicable directamente la segunda condición de resonancia aunque se cumpla alguna de las condiciones adicionales de viento lateral sobre el vehículo o fuerza centrífuga actuando. Esto se debe a que la longitud de onda de los modos de vibración lateral de estos viaductos no tiene porque coincidir con el doble de la longitud del puente dividido por n . Como se verá más adelante, la longitud de onda de los modos laterales de estos viaductos altos, es mucho menor que su longitud total. Cabe pensar que se podría reformular la segunda condición de resonancia con la Ecuación 2.18, donde $L_{f_{bn}}$ es la longitud de onda de la forma modal asociada a la frecuencia de oscilación f_{bn} .

$$\frac{v_{cr}}{L_{f_{bn}}} = f_{bn} \rightarrow v_{cr} = f_{bn} \cdot L_{f_{bn}} \quad (2.18)$$

- **Tercera condición de resonancia:** la frecuencia del movimiento lazo de los ejes coincide con alguna frecuencia natural de oscilación lateral del puente. Como ejemplo de este tipo de resonancia lateral se cita el trabajo de mediciones experimentales realizado en dos puentes altos de la línea Chengdu-Kunming en el suroeste de China (Figura 2.13). Estos puentes son puentes altos de ferrocarril convencional, de vanos simplemente apoyados y vía simple.

$$\frac{v_{cr}}{l_h} \cdot i = f_{bn} \rightarrow v_{cr} = \frac{f_{bn} \cdot l_h}{i}, (n = 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots) \quad (2.19)$$

Si se comparan los mecanismos de resonancia lateral de los puentes ferroviarios identificados en el Proyecto [ERRI-D181](#) (1996) y en este trabajo de [Xia et al. \(2006b\)](#), podemos completar el estudio de [Xia et al. \(2006b\)](#) incorporando una **cuarta condición de resonancia** debida a la coincidencia de la longitud de onda del movimiento lazo del tren y la luz del puente (en el caso de puente de un solo vano simplemente apoyado). Además de esta comparación, se puede añadir que, como se demuestra en el Proyecto [ERRI-D181](#) (1996), para que se produzca resonancia en el comportamiento lateral de un tablero de puente ferroviario, por el mecanismo de la primera condición de resonancia descrita, no es necesario que actúe además un viento lateral sobre el vehículo o la fuerza centrífuga sobre el puente.

Para que se produzca el fenómeno de la resonancia en la respuesta vertical o lateral de tableros de puentes ferroviarios, además de que se cumpla alguna de las condiciones de resonancia expuestas, es necesario que la acción sobre la estructura (fuerza) se pueda considerar una acción periódica ([Xia et al. \(2006b\)](#)). Esta acción periódica de los ejes del tren sobre el puente no siempre es obvia. Depende de la relación entre

las longitudes de vano (para resonancias verticales) o del puente (para resonancias laterales) L_b y la separación de las cargas l_v . En la Figura 2.15 se representa la acción sobre el puente de la serie de cargas móviles en función del tiempo. En las dos ultimas gráficas de esta figura, cuando la longitud del puente es mayor que la de los vehículos o incluso que la del tren l_T , la periodicidad en la gráfica de carga sobre la estructura no es obvia, por lo tanto el fenómeno de la resonancia tampoco. La última gráfica de la Figura 2.15 se podría referir a la fuerza lateral sobre el tablero ejercida por el tren cuando actúa un viento lateral sobre él en un viaducto de pilas altas. O de la misma forma, a la gráfica del momento de eje x (dirección longitudinal del puente) actuando en cabeza de pila de los citados viaductos durante el paso del tren cuando el puente es de vía doble.

Figura 2.15.: Historia temporal de la serie de cargas móviles sobre el puente.

En la presente tesis se identificaran los mecanismos causantes de las resonancias verticales y laterales detectadas en el comportamiento, tanto del viaducto de pilas altas como del tren.

2.5. La acción del viento en estudios de interacción

La acción del viento puede llegar a ocasionar problemas de estabilidad en la circulación del tren sobre vía. Cuando el tren pasa por un viaducto, cuyo tablero se encuentra a una altura considerable sobre terreno, valle o río, el viento esperado para un determinado periodo de retorno será más importante. Por lo tanto, el problema que pueda ocasionar el viento en la circulación del tren sera mayor.

No sólo la altura del tablero del puente es un factor que aumenta el problema ocasionado por el viento en la circulación del tren. Los viaductos de ferrocarril lateralmente flexibles, como son los viaductos altos de dintel continuo que se estudian en esta tesis, los puentes colgantes y los atirantados, tienen frecuencias naturales de oscilación lateral dentro del rango de frecuencias de oscilación de la velocidad del

viento (0-2 Hz). Además, la frecuencia fundamental de vibración lateral de la caja de los vehículos ferroviarios, tanto locomotoras como coches de pasajeros, también está dentro del citado rango de frecuencias propias del viento. Por este motivo, a priori, la respuesta dinámica de tren y puente lateralmente flexible puede verse aumentada por la acción de un viento lateral esperado.

La longitud de los viaductos puede ser otro factor que influya en el problema de la circulación del tren cuando actúa un viento lateral, ya que, en viaductos largos, el viento actuará más tiempo excitando al vehículo.

Ya es considerable el número de trabajos disponibles en la literatura científica en los que se estudia numéricamente el problema de la interacción tren-puente-viento. En estos estudios, para considerar el viento actuando sobre el tren y el puente se procede de la siguiente manera:

- Se genera un campo de velocidades de un viento esperado en la zona, en el dominio del tiempo, siguiendo el método de representación espectral.
- Se obtienen las fuerzas de viento actuando en el tiempo sobre los grados de libertad del vehículo y del puente a partir de las velocidades de viento generadas y de las propiedades aerodinámicas de los sistemas tren y puente. Estas propiedades aerodinámicas, concretamente los coeficientes de arrastre del tren y el tablero, se determinan mediante pruebas experimentales en túnel de viento.
- Se realiza la simulación numérica para obtener la respuesta en el tiempo de los sistemas tren y puente, sobre los que, ahora, además de fuerzas de interacción ejes-vía, actúa el viento.

Se pueden citar varios de los trabajos más completos como ejemplo.

En el trabajo de [Li et al. \(2005\)](#) se estudia la acción de un viento de 25 m/s. de velocidad media sobre el puente atirantado Nanjing (Figura 2.16) que cruza el Río Yangtze (en China) durante el paso del tren a 250 Km/h. Este puente pertenece a la línea de alta velocidad Pekín-Shanghai. El puente tiene dos vanos principales de 488 m. de longitud y tres pilonos de 170 m. de altura. El tablero está formado por una losa aligerada de hormigón pretensado y dos vigas rigidizadoras en celosía metálica sobre dicha losa. Las frecuencias fundamentales en dirección vertical, lateral y de torsión son 0.197, 0.200 y 0.793 Hz. respectivamente. El modelo de interacción vehículo-puente utilizado aquí tiene en cuenta la teoría del contacto rueda-carril. Se echa de menos, en este trabajo, el estudio de las velocidades críticas tren y viento, superadas las cuales el tren no circularía con seguridad por el puente.

En el artículo de [Xia et al. \(2008a\)](#) se recoge el estudio de interacción de un puente colgante de ferrocarril (Figura 2.17) sobre el Río Yangtze en Tianxingzhou (China) cuando actúa el viento. Este puente tiene un vano principal de 864 m. y dos adyacentes de 96. El tablero está formado por dos vigas principales en celosía de 13 m. de canto. Aunque el tráfico ferroviario circula por un tablero inferior a las celosías (Figura 2.18), el tren recibe la acción directa del viento. Este puente tiene los 20 primeros modos de vibración con frecuencias que oscilan entre 0.13 y 0.57 Hz. Los

Figura 2.16.: Alzado del Puente Nanjing

resultados del estudio muestran que con velocidades medias del viento superiores a 25 m/s. los índices de seguridad del tráfico exceden los límites permitidos. En este caso el modelo de interacción vehículo-puente empleado es un modelo lineal.

Figura 2.17.: Alzado del Puente Tianxingzhou

Figura 2.18.: Sección transversal Puente Tianxingzhou. Cotas en mm.

Guo et al. (2010) estudian también la seguridad del tráfico ferroviario en el puente colgante Tsing Ma (Figura 2.19) situado en Hong Kong bajo la acción de vientos racheados de diferentes velocidades medias. Este puente tiene una longitud total de 2160 m. y un vano principal de 1377 m. entre sus dos pilonos. Este puente tiene una primera frecuencia natural de 0.38 Hz. La situación del tráfico ferroviario en su sección transversal (Figura 2.20) no permite que el viento actúe directamente sobre el tren. Sin embargo el tablero, tiene un canto considerable expuesto al viento.

En este trabajo, la respuesta de este puente simulada con el modelo de interacción lineal utilizado, ha sido comparada con movimientos medidos experimentalmente. Los resultados del estudio muestran que con velocidades medias del viento de 20 m/s. el tráfico ferroviario tendría que pasar por el puente a velocidades menores de 125 km/h. para cumplir los estándares de seguridad. Y con vientos de 30 m/s. de velocidad media, ninguna velocidad del tren es segura. Este trabajo es un ejemplo de como solamente los movimientos del tablero (aceleraciones y desplazamientos), excitado por el viento, pueden aumentar la respuesta del tren a través de la interacción vía-ejes hasta niveles no admitidos por seguridad. No sólo aumentan las aceleraciones laterales de la caja de los vehículos, sino también las fuerzas laterales eje-vía que intervienen en los índices de seguridad del tráfico, como se verá en la Sección 2.6

Figura 2.19.: Alzado del Puente Tsing Ma

Figura 2.20.: Sección transversal del Puente Tsing Ma

Guo et al. (2011) estudian la seguridad del tráfico ferroviario en un viaducto largo de vanos de 32 m. de luz, simplemente apoyados sobre pilas de 10 m. de altura, de la línea de alta velocidad en construcción entre Lanzhou y Urumqi, en el oeste de China (Figura 2.21). En el emplazamiento del viaducto se esperan vientos de hasta 50-60 m/s. La sección transversal del viaducto es un cajón de hormigón pretensado

y cuenta con dos posibles configuraciones de pantallas o barreras de contra el viento (Figura 2.22). Los resultados del estudio, realizado con un modelo de interacción lineal, muestran que el tren de alta velocidad puede cruzar el viaducto de forma segura si se emplean las barreras anti-viento propuestas incluso bajo la acción de vientos de las citadas velocidades medias (50-60 m/s). En este trabajo el puente estudiado es lateralmente más rígido que los anteriores. El empleo de pantallas para que el vehículo este protegido de la acción directa del viento crea una mayor superficie expuesta del tablero, lo que origina una acción mayor del viento sobre él. Sin embargo, la respuesta del tablero no llega a causar problemas a la circulación del vehículo ferroviario como ocurría en el puente Tsing Ma (Figura 2.19), donde el tren también estaba protegido por el tablero de la acción del viento (Figura 2.20). Esto se debe a que, en este caso, la rigidez lateral del puente es mucho mayor a la del puente colgante Tsing Ma. Además, en el trabajo de [Guo et al. \(2011\)](#), las frecuencias naturales de vibración de este viaducto (primera frecuencia vertical: 3.33 Hz, y primera frecuencia lateral: 5.32 Hz.) están fuera del rango de frecuencias de oscilación de la velocidad del viento (0 - 2 Hz.).

Figura 2.21.: Segmento del M.E.F. del viaducto estudiado por [Guo et al. \(2011\)](#)

En el trabajo de [Antolín \(2013\)](#), se estudian los efectos del viento lateral en la seguridad del tráfico y el confort de los viajeros del tren AVE S103 (Siemens Velaro) viajando sobre el viaducto del río Ulla (Figura 2.23). Este viaducto está situado en la línea de alta velocidad Madrid-Galicia. Se trata de un puente arco de hormigón de 631.5 m de longitud. El tablero llega a tener 120 m de altura sobre el terreno. Este tablero es una viga continua de sección en cajón de hormigón pretensado de 3.89 m de canto. Este puente tiene las frecuencias correspondientes a los 5 primeros modos de vibración lateral comprendidas entre 0.23 y 1.13 Hz, siendo la primera frecuencia asociada a un modo de vibración vertical de 0.68 Hz. El modelo empleado para este estudio es un modelo de interacción no lineal puente-tren que tiene en cuenta la teoría del contacto rueda-carril. Los resultados de este estudio muestran que para vientos de velocidad media en el tablero mayor de 25 m/s, un tren viajando a una velocidad igual o mayor de 280 km/h. no cumple con los estándares de seguridad del tráfico. Sin embargo, con vientos de velocidad media de 31 m/s, el paso del tren por el viaducto a la velocidad habitual de circulación en el tramo (en torno a

Figura 2.22.: (a) Tablero con barrera simple, (b) Tablero con doble barrera anti-viento *Guo et al. (2011)*

200 km/h) es seguro. Además, en este trabajo se realiza un riguroso estudio sobre el confort de los viajeros, resultando que su comodidad no es buena para las velocidades altas del viento estudiadas (hasta 31 m/s de velocidad media en el tablero). Una comprobación realizada en este trabajo, y a destacar aquí, es que la flexibilidad del viaducto (lateral entre otras) no influye prácticamente en la seguridad del tráfico, ni en el confort de los viajeros de un tren que cruza el puente en situación de viento lateral. Es decir, el movimiento del puente en presencia de un viento lateral importante apenas aumenta la respuesta del vehículo. Por lo tanto, se puede decir que la causa de la pérdida de seguridad del tráfico y del confort de los viajeros, o de otra forma, la causa del aumento de la respuesta dinámica del tren cuando pasa por el puente se encuentra en la acción del viento actuando directamente sobre el tren.

Figura 2.23.: Viaducto sobre el río Ulla

2.6. Limitaciones impuestas en las normas a la respuesta dinámica lateral del tren y del puente por seguridad del tráfico y confort de los viajeros.

Los estados límites, por seguridad del tráfico y confort de los viajeros, a comprobar en la fase de diseño de un viaducto ferrocarril de una línea alta velocidad, son estos límites de servicio según la [IAPF-07 \(2007\)](#) (*Instrucción española de acciones a considerar en puentes de ferrocarril*), y el eurocódigo [EN-1990:2002/A2 \(2005\)](#) (*Basis of structural design. Annex A2: Application for bridges*). Por lo tanto, en el presente trabajo se han comprobado los estados límites, que se describen en esta sección, utilizando coeficientes parciales de seguridad (γ_F) para la acción de la sobrecargas de tráfico y para la acción del viento de valor unidad. Las sobrecargas de tráfico empleadas son las correspondientes a los modelos construidos de los trenes reales AVE S-100 (tipo TGV de Alstom) y AVE S-103 (tipo ICE-3 de Siemens). En el caso de las simulaciones realizadas en las que actúa el viento cuando pasa el tren por el puente, se ha considerado un coeficiente de combinación para el viento (ψ_0) de valor unidad. Cada situación de viento ensayada queda vinculada, en este estudio, a su periodo de retorno correspondiente, según el Eurocodigo 1 ([EN-1991-1-4 \(2005\)](#)) y la [IAP-11 \(2011\)](#).

2.6.1. Estados límites de seguridad del tráfico relativos a la respuesta del puente

En esta tesis se han comprobado los estados límites por seguridad del tráfico que se citan a continuación. Estos estados límite, están recogidos tanto en la instrucción española [IAPF-07 \(2007\)](#) como en el eurocódigo [EN-1990:2002/A2 \(2005\)](#). Para el caso de viaductos de alta velocidad, de tablero continuo, estos estados límites se formulan de la siguiente manera:

Aceleración vertical del tablero

La aceleración vertical máxima del tablero tiene que cumplir la Ecuación 2.20 en puentes de vía con balasto.

$$a_{v,max} \leq 0.35 \cdot g \quad (2.20)$$

Considerando modos de vibración con frecuencias menores de 30 Hz, o del doble de la primera frecuencia propia (vertical), tomando el mayor de ambos límites. Siendo g la aceleración de la gravedad.

Alabeos del tablero bajo vía y alabeo total de la vía

En el caso de puente con vías de ancho internacional ($s = 1435$ mm), el **máximo alabeo del tablero t bajo una vía** (Figura 2.24), medido entre dos secciones separadas 3 m, debe cumplir:

$$\begin{aligned} t &\leq 3 \text{ mm}/3\text{m} && (\text{para } 120 < v \leq 220 \text{ km/h}) \\ t &\leq 1.5 \text{ mm}/3\text{m} && (\text{para } v > 220 \text{ km/h}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Figura 2.24.: Alabeo de tablero bajo vía

Las cargas a considerar para la comprobación de máximo alabeo del tablero bajo una vía son las sobrecargas de uso.

La comprobación del alabeo total de la vía t_{total} , se calcula como suma del alabeo de la vía en curva y el producido en el tablero bajo la vía por la acción de las sobrecargas de uso, las cargas térmicas y las sobrecargas de viento. Este alabeo total debe cumplir:

$$t_{total} \leq 7.5 \text{ mm}/3\text{m} \quad (2.22)$$

En este trabajo no se han considerado las cargas térmicas para evaluar el alabeo total.

Para el cálculo de los alabeos del tablero bajo la vía, producidos por los trenes considerados y por el viento actuando sobre tren y tablero, se ha seguido el siguiente procedimiento:

- Se ha calculado la posición de los 4 puntos del rectángulo representado en la Figura 2.24 y situado en la losa superior del tablero bajo una vía, a partir de la respuesta del tablero en cada instante del análisis.
- Cálculo de la ecuación del plano definido por la posición de 3 de los 4 puntos del tablero en cada instante del análisis.
- Cálculo de la distancia (alabeo del tablero t) comprendida entre la posición del cuarto punto al plano citado, en cada instante del análisis.

Deformación horizontal del tablero

El giro horizontal máximo del tablero respecto al estribo (θ_H), debe cumplir:

$$\begin{aligned}\theta_H &\leq 0.0020 \text{ rad} && (\text{para } 120 < v \leq 220 \text{ km/h}) \\ \theta_H &\leq 0.0015 \text{ rad} && (\text{para } v > 220 \text{ km/h})\end{aligned}\tag{2.23}$$

El radio de curvatura horizontal del tablero (R), medido en cualquier punto del mismo, debe cumplir:

$$\begin{aligned}R &\geq 6000 \text{ m} && (\text{para } 120 < v \leq 220 \text{ km/h}) \\ R &\geq 14000 \text{ m} && (\text{para } v > 220 \text{ km/h})\end{aligned}\tag{2.24}$$

Para el cálculo del radio de curvatura horizontal del tablero no se ha empleado la formula aproximada propuesta en la instrucción, por estimar esta formula radios demasiado pequeños en comparación con otros métodos de cálculo más exactos. Se ha calculado este radio a partir del circulo que pasa por la posición en planta de 3 puntos próximos del tablero en cada instante del análisis. Este estado límite se ha evaluado en todos los vanos del puente.

Giro transversal del tablero

El giro de cualquier sección transversal del tablero (θ_t) alrededor de un eje longitudinal, debe cumplir:

$$\begin{aligned}\theta_t &\leq 0.0027 \text{ rad} && (\text{para } 120 < v \leq 220 \text{ km/h}) \\ \theta_t &\leq 0.0013 \text{ rad} && (\text{para } v > 220 \text{ km/h})\end{aligned}\tag{2.25}$$

Esta limitación del giro de torsión del tablero sólo se encuentra en la [IAPF-07 \(2007\)](#). No se dice nada al respecto en el eurocódigo [EN-1990:2002/A2 \(2005\)](#).

Vibración transversal del tablero

Según la instrucción [IAPF-07 \(2007\)](#), para evitar fenómenos de resonancia lateral en vehículos, se debe comprobar que la **primera frecuencia natural de flexión transversal del tablero**, considerado como un elemento aislado independiente de la subestructura, **no será inferior a 1.2 Hz**.

En el eurocódigo [EN-1990:2002/A2 \(2005\)](#), se recomienda la misma limitación de frecuencia para la primera frecuencia natural de vibración lateral de un vano. Limitación equivalente a la de la instrucción española.

Además, en la instrucción española, se limita el **desplazamiento máximo transversal relativo entre dos puntos cualesquiera de un vano**, por deformación lateral de este, según un eje horizontal perpendicular a la directriz del tablero. Este desplazamiento no será mayor de **6 mm**. De esta forma la amplitud de la vibración lateral del tablero será de pequeña amplitud.

En este trabajo se verá como afecta a la seguridad del tráfico que los puentes estudiados presenten frecuencias de vibración lateral mucho menores que la citada. Aunque en el caso de puentes de pilas altas, la frecuencias bajas de oscilación lateral corresponden a la estructura conjunta, tablero y pilas.

Aceleración transversal del tablero

El *código chino de puentes de ferrocarril de alta velocidad* contempla la limitación de la aceleración del tablero en dirección transversal por seguridad del tráfico ([Zhang et al. \(2008\)](#)). Esta limitación es la que indica la Ecuación 2.26.

$$a_{h,max} \leq 1.4 \text{ m/s}^2 \quad (2.26)$$

Ni la [IAPF-07 \(2007\)](#) ni la [EN-1990:2002/A2 \(2005\)](#) limitan la aceleración lateral del tablero.

2.6.2. Índices de seguridad del tráfico asociados a la respuesta del vehículo

Para evaluar la seguridad del tráfico a partir de la respuesta del tren sobre el puente, se han calculado, en esta tesis, los siguientes índices de seguridad, considerando sus correspondientes valores límite establecidos en las normas de seguridad del tráfico.

Criterio de PRUD'HOMME. Máxima fuerza lateral eje-vía

$$\sum Y < 10 + \frac{P_0}{3} \text{ (kN)} \quad (2.27)$$

En la Ecuación 2.27, $\sum Y$ es la suma de los esfuerzos de guiado de un juego de ruedas, es decir, la fuerza lateral de un eje contra la vía. Y P_0 es la carga estática vertical de un eje en kN. Este criterio, el de la máxima fuerza lateral eje-vía, define el límite de adherencia entre la traviesa y el balasto bajo los efectos de los esfuerzos dinámicos laterales. De esta forma se limita el riesgo de que la vía deslice sobre el balasto.

Factor de descarrilamiento

$$DF = \frac{Y}{Q} < 0.8 \quad (2.28)$$

El factor de descarrilamiento (Ecuación 2.28) es el cociente entre la fuerza lateral y vertical que ejerce una rueda del vehículo sobre el carril. Este cociente no superará el valor límite de 0.8.

Estos dos índices citados, con sus valores límites correspondientes, están recogidos en la [TSI \(2008\)](#) *Especificación Técnica de Interoperabilidad del subsistema de material rodante del sistema ferroviario transeuropeo de alta velocidad* (punto 4.2.3.4.2), además de encontrarse en otras normas como el *Código chino para el diseño de ferrocarriles de alta velocidad* ([Guo et al. \(2012\)](#))

La norma [EN-14363 \(2005\)](#) contiene definiciones del contenido de frecuencia, métodos de medición y condiciones para el cálculo de estos dos índices citados. Siguiendo esta norma, en esta tesis se ha aplicado un filtro de paso bajo, con una frecuencia de corte de 20 Hz, y un filtro de media móvil, de 2 m de longitud, a la señal (digital) calculada de estos índices, en las simulaciones realizadas.

Factor de pérdida de carga de una rueda

$$OF = \frac{\Delta Q}{Q_0} < 0.8 \quad (2.29)$$

En este factor, Q_0 es la carga vertical media de la rueda, o carga vertical estática, y ΔQ es lo que desciende el valor de la carga vertical dinámica respecto a la carga estática. ($\Delta Q = Q_0 - Q$). Se puede decir que con este índice se evalúa la resistencia al vuelco del bogie ([EN-14363 \(2005\)](#)). Este índice, recogido en la norma [EN-14363 \(2005\)](#), y otro similar que tiene en cuenta la pérdida de carga de dos ruedas de un mismo bogie ([EN-14067-6 \(2010\)](#)), se emplean, en estas normas europeas, para evaluar la seguridad del material rodante, según unos test en los que se fijan unas condiciones deterministas de la vía y del viento transversal. En este trabajo, se ha seguido la metodología encontrada en varios estudios de interacción tren-puente ([Xia y Zhang \(2005\)](#), [Xia et al. \(2008a\)](#), [Zhang et al. \(2008\)](#), [Guo et al. \(2010\)](#), [Guo et al. \(2011\)](#) y [Guo et al. \(2012\)](#)) para el cálculo de este factor. En estos estudios de simulación numérica, su valor límite es de 0.8, siguiendo el *Código chino para el diseño de ferrocarriles de alta velocidad*. Sin embargo, igual que se procede en la norma [EN-14067-6 \(2010\)](#) con el índice allí descrito, que mide el riesgo de vuelco del bogie, en este trabajo se le ha aplicado un filtro pasa bajos a este factor de pérdida de carga con una frecuencia de corte de 2Hz.

Índice de vuelco completo del vehículo

$$D = \frac{\sum M_{Dest}}{\sum M_{Est}} < 0.8 \quad (2.30)$$

El índice de vuelco del vehículo se define ([Xia et al. \(2008a\)](#)) como el cociente entre los momentos desestabilizadores o volcadores y los momentos estabilizadores o antivuelco que actúan sobre un vehículo (un coche). En los momentos volcadores ($\sum M_{Dest}$) se tienen en cuenta las fuerzas laterales, verticales y momentos que produce el viento sobre el coche, las fuerzas de inercia sobre las masas o cuerpos rígidos del vehículo (body, bogies y ejes), y la inclinación del vehículo por el giro de torsión del tablero. En los momentos estabilizadores ($\sum M_{Est}$), se consideran las fuerzas de gravedad actuando sobre body, bogies y ejes del coche.

Aunque este índice de seguridad de vuelco de un vagón, no aparece en las normas citadas sobre el material rodante, se ha querido considerar, en este trabajo, para poder comparar el riesgo de vuelco, con el riesgo de pérdida de seguridad que miden el resto de índices. Se ha calculado sin aplicar ningún filtro de frecuencias.

Aceleraciones de la caja del vehículo

El citado *Código chino para el diseño de ferrocarriles de alta velocidad* considera las aceleraciones laterales ($\ddot{u}_{V,y}$) y verticales de la caja o body ($\ddot{u}_{V,z}$) de los vehículos como índices de estabilidad de la circulación de los trenes ([Zhang et al. \(2008\)](#)). La limitación de esta respuesta del vehículo según dicho código es la siguiente:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{V,y} &\leq 1.0 \text{ m/s}^2 \text{ (aceleración lateral)} \\ \ddot{u}_{V,z} &\leq 1.3 \text{ m/s}^2 \text{ (aceleración vertical)} \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.6.3. Indicadores del confort de los viajeros

Según la instrucción [IAPF-07 \(2007\)](#)

La instrucción española considera que el nivel de confort de los usuarios del tren es función exclusiva de la **aceleración vertical máxima** en el interior del tren. Y limita esta aceleración vertical máxima según tres niveles de confort (Tabla 2.1).

Según la norma [EN-12299 \(2009\)](#)

La norma [EN-12299 \(2009\)](#) “*Aplicaciones ferroviarias. Comodidad de viaje para los pasajeros. Medición y evaluación*”, que también es una norma UNE, evalúa el confort de los pasajeros de transporte ferroviario de una forma más rigurosa.

Nivel de confort	Aceleración vertical en interior del vehículo
Muy bueno	$\leq 1.0 \text{ m/s}^2$
Bueno	$\leq 1.3 \text{ m/s}^2$
Aceptable	$\leq 2.0 \text{ m/s}^2$

Cuadro 2.1.: Niveles de Confort. *IAPF-07 (2007)*

El confort de los pasajeros del tren depende de numerosos factores (temperatura, ruido, vibraciones, etc). Esta norma sólo se centra en el confort de los pasajeros asociado a las vibraciones y movimientos del vehículo ferroviario.

El confort de los pasajeros es una compleja sensación, producida por el movimiento de la caja (body) del vehículo y transmitida a todo el cuerpo del pasajero a través de una interfaz (pies, en el caso de estar de pie, o piernas, brazos, espalda etc, en el caso de estar sentado). Como sensación, el confort es un parámetro subjetivo. Cada persona tendrá una percepción diferente de la comodidad o falta de ella durante el viaje. A pesar de eso, esta norma propone unos índices, asociados a las aceleraciones de la caja del vehículo, y unos niveles de comodidad correspondientes.

Por otra parte, el cuerpo humano es un sistema dinámico que recibe unas vibraciones a través de una o varias interfaces y produce una respuesta dinámica. Cada parte del cuerpo (órganos, cabeza, extremidades, etc.) tiene unas características dinámicas (frecuencias naturales, masa, rigidez y amortiguamiento), y por lo tanto, responderá a la excitación externa de forma diferente. Estas respuestas dinámicas, de las distintas partes del cuerpo, provocarán en cada persona la sensación de falta de comodidad.

En las señales, medidas o calculadas, de aceleraciones de la caja del vehículo, no todas las frecuencias registradas van a causar sensación de incomodidad al pasajero. Habrá ciertas frecuencias, las asociadas al sistema dinámico del cuerpo humano que tengan un mayor peso en la falta de confort del pasajero. Por este motivo, en los procedimientos para obtener los índices de comodidad se aplican unos filtros a las señales de aceleraciones verticales y laterales de la caja del vehículo. Estos filtros los podemos clasificar como *filtros pasabanda* y *filtros de ponderación*. Los primeros eliminan de la señal la contribución de ciertas frecuencias que no van a causar respuesta significativa en el cuerpo humano. Los segundos aplican unos pesos a la contribución de las frecuencias de las aceleraciones de vehículo consideradas importantes en la respuesta del cuerpo humano que causa sensación de incomodidad.

Los índices de confort de los pasajeros recogidos en esta norma, y que se han considerado en el presente trabajo, son tres. El *confort medio*, el *confort continuo* y el *confort en eventos discretos*. A continuación se detalla el procedimiento seguido para la obtención de estos índices.

Para el cálculo del *confort medio* y el *confort continuo*, se ha utilizado el método normal, de esta norma, que considera las aceleraciones del suelo del vehículo. En este método:

1. Se miden (o calculan) aceleraciones longitudinales, laterales y verticales en varios puntos del suelo del coche ($\ddot{x}_i(t)$, $\ddot{y}_i(t)$, $\ddot{z}_i(t)$). En este trabajo se han considerado dos puntos en cada vagón de pasajeros, los situados en una esquina delantera y en otra trasera de cada coche.
2. Estas señales de aceleraciones se filtran mediante filtros digitales para obtener las señales filtradas ($\ddot{x}_i^{Wd}(t)$, $\ddot{y}_i^{Wd}(t)$, $\ddot{z}_i^{Wb}(t)$). Los superíndices Wd y Wb de las expresiones anteriores denotan el tipo de funciones de filtro analógico de las que obtener los filtros digitales. Los filtros deben ser digitales ya que la señal a filtrar es digital, es decir, solamente hay registros o valores de las aceleraciones en determinados instantes del tiempo. Estos instantes están separados por un paso de tiempo Δt . Por este motivo la señal es discreta y tiene una frecuencia de muestreo igual a $1/\Delta t$. Las funciones de los filtros digitales se detallan más abajo.
3. Se calcula la media cuadrática (rms) de la señal filtrada en intervalos de 5 segundos ($a_{iX}^{Wd}(t)$, $a_{iY}^{Wd}(t)$, $a_{iZ}^{Wb}(t)$):

$$\begin{aligned} a_{iX}^{Wd}(t) &= \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^t (\ddot{x}_i^{Wd}(\tau))^2 \cdot d\tau \right]^{0.5}; \quad a_{iY}^{Wd}(t) = \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^t (\ddot{y}_i^{Wd}(\tau))^2 \cdot d\tau \right]^{0.5} \\ a_{iZ}^{Wb}(t) &= \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^t (\ddot{z}_i^{Wb}(\tau))^2 \cdot d\tau \right]^{0.5}; \quad T = 5 \text{ s} \end{aligned} \quad (2.32)$$

4. Se calcula el percentil del 95 % de las citadas medias cuadráticas anteriores de un registro de 5 minutos de duración (a_{iX95}^{Wd} , a_{iY95}^{Wd} , a_{iZ95}^{Wb}). Para este cálculo se puede proceder ordenando de menor a mayor los 60 valores de medias cuadráticas de 5 segundos (de una aceleración) que se obtienen de una muestra filtrada de 5 minutos, y seleccionando el valor número 57. Como el tiempo de paso de un tren de alta velocidad por un viaducto alto es pequeño (entre 14.24 s y 28.5 s para velocidades del tren comprendidas entre 180 y 360 km/h y un viaducto de 1224 m de longitud), y es mucho menor de 5 min., se ha optado, en presente trabajo, por considerar el máximo (percentil del 100 %) de los pocos valores de las medias cuadráticas calculadas para los cortos tiempos referidos de registro de la señal.
5. El índice de **comfort medio** medido en un punto i del coche se calcula con la Ecuación 2.33.

$$N_{MVi} = 6 \cdot \sqrt{(a_{iX95}^{Wd})^2 + (a_{iY95}^{Wd})^2 + (a_{iZ95}^{Wb})^2} \quad (2.33)$$

6. Los índices de **comfort continuo**, que son funciones del tiempo, medidos en un punto i del coche y en las tres direcciones del espacio, son directamente las medias cuadráticas calculadas en el paso 3 de este procedimiento.

$$C_{iCx}(t) = a_{iX}^{Wd}(t); \quad C_{iCy}(t) = a_{iY}^{Wd}(t); \quad C_{iCz}(t) = a_{iZ}^{Wb}(t) \quad (2.34)$$

Esta norma [EN-12299 \(2009\)](#) recoge los niveles de confort expresados en la Tabla 2.2 y en la Tabla 2.3 para los índices de *confort medio* y *confort continuo* respectivamente:

N_{MV}	Nivel
$N_{MV} < 1.5$	Muy cómodo
$1.5 \leq N_{MV} < 2.5$	Cómodo
$2.5 \leq N_{MV} < 3.5$	Medio
$3.5 \leq N_{MV} < 4.5$	Incomodo
$N_{MV} \geq 4.5$	Muy incomodo

Cuadro 2.2.: Niveles de confort medio

Indices	Nivel
$C_{Cy}(t), C_{Cz}(t) < 0.2 \text{ m/s}^2$	Muy cómodo
$0.2 \leq C_{Cy}(t), C_{Cz}(t) < 0.3 \text{ m/s}^2$	Cómodo
$0.3 \leq C_{Cy}(t), C_{Cz}(t) < 0.4 \text{ m/s}^2$	Medio
$0.4 \leq C_{Cy}(t), C_{Cz}(t) \text{ m/s}^2$	Menos cómodo

Cuadro 2.3.: Niveles de confort continuo

El **índice de confort en eventos discretos** P_{DE} mide, según esta norma ([EN-12299 \(2009\)](#)), el porcentaje de pasajeros descontentos por una repentina variación de la aceleración lateral del vehículo, (evento discreto), provocada por una irregularidad de vía local, como puede ser una junta de vía situada al inicio de un puente. En este trabajo se ha considerado interesante utilizar este índice para evaluar el confort de los pasajeros ante un evento discreto de otra naturaleza. El evento discreto considerado corresponde a la entrada del tren en un puente alto sometido a un viento importante. En episodios de viento lateral, cuando el tren circula sobre vía aproximándose al viaducto alto, es común que lo haga en trinchera o atravesando un túnel. Y por lo tanto, está protegido de la acción directa del viento. Cuando el tren entra en el viaducto alto, sometido a la acción de un viento importante, sufrirá un golpe de viento. Es decir, la acción del viento sobre el tren pasará de ser despreciable a ser importante rápidamente. Este evento provocará un aumento repentino de la aceleración lateral de los vehículos del tren.

El procedimiento recogido en la norma citada para calcular el índice de confort en eventos discretos P_{DE} es el siguiente:

1. Se miden (o calculan) aceleraciones laterales en puntos del suelo del coche ($\ddot{y}_i(t)$). Como en los índices de confort medio y confort continuo, se han considerado, aquí, dos puntos en vagón de pasajeros, los situados en una esquina delantera y en otra trasera de cada coche.

2. Se filtra la señal digital con un filtro digital de paso bajo correspondiente a la función analógica de filtro W_p . De esta forma se obtiene la señal de aceleración lateral filtrada en un punto i del suelo del vehículo ($\ddot{y}_i^{Wp}(t)$)
3. Se calcula el valor absoluto de la media de la señal filtrada en ventanas (o periodos) de 2 segundos. La nueva señal se refiere a la posición central de los intervalos de 2 segundos en los que se ha discreteado el tiempo de registro. Ver Ecuación 2.35.

$$|\ddot{y}_{2s}(t)| = \frac{1}{T} \left| \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \ddot{y}_i^{Wp}(\tau) \cdot d\tau \right|; \quad T = 2 \text{ s} \quad (2.35)$$

4. Se calcula la amplitud (de pico a pico) de la señal filtrada en periodos de tiempo de 2 segundos (Ecuación 2.36).

$$\ddot{y}_{pp}(t) = \max \left[\ddot{y}_i^{Wp}(\tau), \tau \in \left(t - \frac{T}{2}, t + \frac{T}{2} \right) \right] - \min \left[\ddot{y}_i^{Wp}(\tau), \tau \in \left(t - \frac{T}{2}, t + \frac{T}{2} \right) \right]; \quad T = 2 \text{ s} \quad (2.36)$$

5. El **índice de confort en eventos discretos** P_{DE} se calcula utilizando la Ecuación 2.37 para pasajeros que están de pie, y de acuerdo con la Ecuación 2.38 para pasajeros que están sentados. En ambos casos, las unidades de las señales $\ddot{y}_{pp}(t)$ e $|\ddot{y}_{2s}(t)|$ deben ser m/s^2 .

$$P_{DE}(t) = 100 \cdot \max [0.1662 \cdot \ddot{y}_{pp}(t) + 0.2701 \cdot |\ddot{y}_{2s}(t)| - 0.37; 0] \quad (2.37)$$

$$P_{DE}(t) = 100 \cdot \max [0.0846 \cdot \ddot{y}_{pp}(t) + 0.1305 \cdot |\ddot{y}_{2s}(t)| - 0.217; 0] \quad (2.38)$$

Para poder calcular los índices de confort, siguiendo los procedimientos descritos, solo queda definir las funciones de filtro analógico (Wd, Wb, Wp) recogidas en la norma [EN-12299 \(2009\)](#), describir el procedimiento para su transformación a filtros digitales, y poder así aplicar estos últimos filtros a las señales digitales mediante sus ecuaciones en diferencias.

Para definir funciones de filtro analógico (Wb, Wd, Wp), la norma [EN-12299 \(2009\)](#) primero define los siguientes filtros:

- Filtro pasabanda

$$H_{h,l}(f) = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f}\right)^2 - j \cdot \frac{f_1}{Q_1 \cdot f}} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_2}\right)^2 + j \cdot \frac{f}{Q_2 \cdot f_2}} \quad (2.39)$$

- Filtro de ponderación de la aceleración y de la velocidad

$$H_t(f) = \frac{\left(1 + i \cdot \frac{f}{f_3}\right)}{1 - \left(\frac{f}{f_4}\right)^2 + j \cdot \frac{f}{Q_2 \cdot f_4}} \quad (2.40)$$

- Filtro de ponderación de gradiente positivo

$$H_s(f) = K \cdot \frac{1 - \left(\frac{f}{f_5}\right)^2 + j \cdot \frac{f}{Q_3 \cdot f_5}}{1 - \left(\frac{f}{f_6}\right)^2 + j \cdot \frac{f}{Q_4 \cdot f_6}} \quad (2.41)$$

En las funciones anteriores la letra f se refiere a la frecuencia de la señal analógica en Hz, la j es $\sqrt{-1}$ y el resto de parámetros se recogen en la Tabla 2.4.

Filtros W	f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	f_4 [Hz]	f_5 [Hz]	f_6 [Hz]	Q_1 [-]	Q_2 [-]	Q_3 [-]	Q_4 [-]	K [-]
W_b	0.4	100	16	16	2.5	4	$1/\sqrt{2}$	0.63	0.8	0.8	0.4
W_d	0.4	100	2	2	-	-	$1/\sqrt{2}$	0.63	-	-	-
W_p	-	100	2	2	-	-	$1/\sqrt{2}$	0.63	-	-	-

Cuadro 2.4.: Parámetros de las funciones de filtro analógico

A partir de las funciones de filtro anteriores se definen las funciones de filtro analógico W_d , W_b y W_p (Ecuación 2.42), con los parámetros correspondientes de la Tabla 2.4.

$$\begin{aligned} W_b(f) &= H_{h,l}(f) \cdot H_t(f) \cdot H_s(f) \\ W_d(f) &= H_{h,l}(f) \cdot H_t(f) \\ W_p(f) &= H_{h,l}(f) \cdot H_t(f) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Estos filtros analógicos se han transformado en filtros digitales siguiendo el procedimiento que se describe a continuación. Una vez transformados los filtros se han aplicados a los registros (digitales) de las aceleraciones verticales y laterales en el interior de los vehículos, obtenidos mediante simulaciones numéricas con el modelo de interacción dinámica viento-tren-puente desarrollado en esta tesis, para evaluar así el confort de los viajeros.

El procedimiento seguido para “digitalizar” los filtros es el siguiente:

- Se realiza el siguiente cambio de variable $f = s/(2\pi j)$ en las funciones de filtro analógico $W(f)$ definidas arriba, para obtener las funciones $W^*(s)$.

- Se realiza la transformación bilineal definida por el cambio de variable indicado en la Ecuación 2.43 a las funciones $W^*(s)$. En esta ecuación, T_m es el periodo de muestreo de la señal digital. En nuestro caso, T_m es el paso de tiempo Δt utilizado en las simulaciones numéricas para obtener la respuesta dinámica de tren y puente.

$$s = \frac{1}{T_m} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (2.43)$$

- Con la transformación anterior se obtienen las funciones de transferencia de los filtros digitales con la forma:

$$G_W(z) = \frac{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + \dots + a_N \cdot z^{-N}}{1 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + b_3 \cdot z^{-3} + \dots + b_M \cdot z^{-M}} \quad (2.44)$$

- Para aplicar estos filtros digitales a las aceleraciones simuladas numéricamente del interior del vehículo (señales digitales), se puede emplear la ecuación en diferencias del filtro (Ecuación 2.45).

$$\begin{aligned} y[n] = & a_0 \cdot x[n] + a_1 \cdot x[n-1] + a_2 \cdot x[n-2] + \dots + a_N \cdot x[n-N] + \\ & -b_1 \cdot y[n-1] - b_2 \cdot y[n-2] - b_3 \cdot y[n-3] - \dots - b_M \cdot y[n-M] \end{aligned} \quad (2.45)$$

En la esta ecuación en diferencias, $x[n]$ representa el valor n de la secuencia de valores que constituye la señal digital de entrada o sin filtrar. De la misma forma, $y[n]$ es el valor n de la señal digital de salida o filtrada. La ecuación Ecuación 2.45 calcula los valores de la señal digital filtrada, que no es más que una combinación lineal de valores de la señal digital de entrada y también de valores anteriores de la serie de la señal de salida. Los coeficientes $[a_0, a_1, \dots, a_N]$ y $[b_1, b_2, \dots, b_M]$ que aparecen en la ecuación en diferencias del filtro digital (Ecuación 2.45) son los mismos que los que aparecen en la función de transferencia del filtro digital (Ecuación 2.44). En estas dos ecuaciones N y M son enteros menores o iguales al número de valores que constituye la serie de la señal digital a filtrar.

3. Modelo del puente y de la vía

3.1. Introducción

Para estudiar la interacción dinámica vehículo-puente en viaductos altos, se ha construido un modelo paramétrico de elementos finitos, en rigidez directa (ver Subsección 2.3.4), que idealiza el sistema dinámico vía-puente. Para construir este modelo se han empleado conjuntamente los programas MATLAB y ANSYS.

Como se quiere estudiar el comportamiento del puente bajo cargas de servicio, se ha asumido un comportamiento elástico y lineal de los materiales. Además se han despreciado los efectos de segundo orden o no linealidades geométricas de las pilas. Los puentes cuyo comportamiento dinámico reproduce este modelo son puentes o viaductos de dintel continuo, recto, y con pilas verticales de sección y alturas variables. El puente puede contar un arco ojival formado por dos puntales, con directriz en arco de circunferencia, para materializar el punto fijo longitudinal del tablero. El tablero puede ser metálico o de hormigón pretensado y con sección variable.

Para realizar los estudios recogidos en esta tesis se han construido dos modelos de elementos finitos del puente. El primer modelo, modelo A (Figura 3.1), considera la flexibilidad de la vía. Este modelo incorpora elementos finitos para modelar el balasto, las traviesas y los carriles de la vía. El segundo modelo, modelo B (Figura 3.2), considera la vía infinitamente rígida. Con este modelo, los movimientos de los carriles en los puntos de contacto rueda-carril se obtienen a partir de los movimientos de la sección correspondiente del tablero, utilizando relaciones cinemáticas de sección rígida.

El sistema de referencia cartesiano global, elegido para el modelo de interacción desarrollado, se define de la siguiente forma:

- El origen de coordenadas está situado en el centro de gravedad (c.d.g.) de la sección de apoyo del tablero en el estribo 1 del puente.
- El eje x lleva la dirección horizontal longitudinal del puente. Su sentido positivo coincide con el sentido de la marcha del tren.
- El eje y lleva la dirección horizontal transversal del puente. Su sentido positivo es el de la derecha si nos situamos en el tren avanzando por el puente.
- El eje z es de dirección vertical. Su sentido positivo es hacia abajo.

En la Figura 3.1 y en la Figura 3.2 se representan las direcciones y los sentidos de los ejes del sistema de referencia elegido.

El modelo puente, en sus dos versiones, A y B, queda en función de las características geométricas y mecánicas (parámetros) siguientes:

nv	número de vanos del viaducto,
lv	luz de los vanos intermedios,
lve_1, lve_2	luz de los vanos extremos,
h_{pj}	altura de la pila j ,
$Dens_k$	densidad de los materiales estructurales (hormigones y acero estructural),
E_k	módulo de Young de los distintos materiales,
ν_k	coeficiente de Poisson de los materiales,
At_i	área de la sección i del tablero,
$I_{yt_i}, I_{zt_i}, J_{t_i}$	momentos de inercia de flexión y torsión en secciones del tablero,
Mt	masa (estructural y no estructural) por unidad de longitud en un tramo de tablero,
IMt	momento de inercia de la masa (estructural y no estructural) de un tramo del tablero respecto al eje x (eje longitudinal del puente),
A_{p1}, A_{p2}	área de la sección de la pila (o puntal) en cabeza (sección maciza y sección hueca),
$I_{x_{p1}}, I_{x_{p2}}$	momentos de inercia de la sección de la pila (o puntal) en cabeza (sección maciza y sección hueca) respecto al eje x ,
$I_{y_{p1}}, I_{y_{p2}}$	momentos de inercia de la sección de la pila (o puntal) en cabeza (sección maciza y sección hueca) respecto al eje y (dirección transversal del puente),
J_{p1}, J_{p2}	inercia a torsión de la sección de la pila (o puntal) en cabeza (sección maciza y sección hueca),
e_x, e_y	espesores de las paredes de la pila (o puntal),
a_{cp}, b_{cp}, h_{cp}	anchos y altura de la cabeza de la pila
t_p	talud de la pared de la pila para conocer la variación de ancho de esta,
fle_1, fle_2	flecha de los puntales que forma en arco ojival si existe,
A_r, I_{y_r}, I_{z_r}	área e inercias de flexión de la sección de los carriles
kv, cv, kh, ch	coeficientes de rigidez y amortiguamiento (vertical y horizontal) del balasto en el punto de apoyo del carril con la traviesa.

El resto de parámetros geométricos considerados en el modelo están representados en la Figura 3.1 y en la Figura 3.2.

Para completar la lista de características mecánicas del modelo puente quedaría citar el amortiguamiento de la estructura. El amortiguamiento del puente se trata en la Sección 3.5

Figura 3.1.: Modelo de elementos finitos del puente. Modelo A

3.2. Elementos finitos considerados

Los elementos finitos empleados en el modelo del puente son del tipo:

1. *Elemento Viga Elástica de sección variable*. Viga con funciones de forma cúbicas (hermíticas). Es un elemento uniaxial que trabaja a compresión, tracción, torsión y flexión. Tiene dos nodos, uno en cada extremo del elemento, con 6 grados de libertad (g.d.l.) en cada uno. Los tres de traslación y los tres giros. El *Elemento Viga* se ha empleado en este modelo en el tablero, en los carriles de la vía, en las pilas y en los puntales del arco, con sus características mecánicas correspondientes en cada caso.
2. *Elemento Masa*. Es un elemento puntual. Tiene 6 g.d.l. Los tres giros y las tres

Figura 3.2.: Modelo de elementos finitos del puente. Modelo B

traslaciones del nodo en el que se sitúa. Se caracteriza mecánicamente por la masa (M_x , M_y , y M_z) y las inercias de masa respecto a los ejes del elemento (IM_x , IM_y , y IM_z). Este tipo de elemento se ha colocado en los nodos en los que está discretizada la viga del tablero. Y se emplea para considerar la masa no estructural del mismo.

3. *Elemento Spring-Damper.* Es un elemento uniaxial que sólo trabaja a compresión y tracción. Se caracteriza mecánicamente por las constantes de rigidez k_v (ó kh) y de amortiguamiento c_v (ó ch). Este elemento cuenta con tres grados de libertad en cada uno de sus dos nodos, los de traslación. En el modelo A (puente con vía), se emplea para reproducir la rigidez y el amortiguamiento tanto vertical como horizontal del balasto. Ver Figura 3.1.
4. *Elemento Barra Articulada.* Es un elemento uniaxial que sólo trabaja a compresión o a tracción. Se caracteriza mecánicamente por la rigidez axial resultante de su sección y del material elástico del elemento estructural que modela. Tiene sólo 3 g.d.l. de traslación en cada uno de los dos nodos extremos. Este elemento se ha empleado en el modelo A del puente para las traviesas de la primera vía.

3.3. Relaciones cinemáticas

En los modelos del puente, tanto en el Modelo A como en el modelo B, se han establecido una serie de relaciones cinemáticas entre los grados de libertad de los nodos cabeza de pila y los g.d.l. del tablero para establecer las vinculaciones entre pila y tablero. De esta forma, en el modelo, el giro de eje vertical relativo entre pila y tablero está permitido en todos los apoyos del tablero excepto su punto fijo. Este punto fijo está situado en el apoyo del tablero sobre el arco, o sobre un estribo, según el caso de puente modelado. Ver Sección 3.8. El giro relativo de eje x, eje horizontal longitudinal, y el desplazamiento lateral relativo entre cabeza de pilas y tablero están impedidos.

En el modelo A, como se aprecia en la Figura 3.1, se ha discretizado el tablero y los carriles con elementos finitos de una longitud st , que es la separación entre las traviesas en la vía. De esta forma se permite que en cada vano existan $\frac{lv}{st} + 1$ secciones del tablero y vía, contando las dos de apoyos, con las siguientes características:

1. Cada una de estas secciones contienen el nodo del tablero y el nodo de cada uno de los carriles de la vía.
2. También contienen estas secciones, o planos, el elemento finito tipo barra de la traviesa, los elementos finitos tipo Spring-Damper, y sus nodos extremos, que modelan la rigidez y amortiguamiento tanto vertical como horizontal del balasto.
3. Dentro de cada una de estas secciones, se han ligado con relaciones cinemáticas los grados de libertad de varios de los nodos contenidos. De esta forma se introduce la hipótesis de tablero con sección transversal indeformable y se compatibilizan en 3D los modelos del tablero y de la vía.

En el modelo B (Figura 3.2) no se modela la vía. En este modelo no aparecen los elementos finitos para balasto, traviesas y carriles. Por lo tanto, no es necesario establecer relaciones cinemáticas entre los g.d.l. de los nodos extremos de los citados elementos y los nodos del tablero, al contrario de lo que ocurría en el modelo A. Por todo esto, la separación entre los nodos del tablero no está condicionada por la separación de las traviesas. En este modelo B, la longitud de los elementos finitos tipo viga puede ser mayor. El modelo B, reduce considerablemente el número de elementos finitos, y por lo tanto, el número de grados de libertad considerados en comparación con el modelo A.

3.4. Masa estructural y no estructural

La matriz de masas $\mathbf{M}_b$ del sistema dinámico puente se ha formado en este modelo, tanto en su versión A como en su versión B, a partir de:

- por un lado, de las matrices de masas consistentes de los elementos finitos estructurales tipo viga y barra,
- y por otro lado, de la matriz de masas discreta de los elementos de masa puntual.

Los elementos finitos viga y barra, se caracterizan, a efectos de su masa, por el área su sección, su longitud y la densidad del material. A partir de estas características el modelo considera la masa distribuida a lo largo de la longitud del elemento y calcula la matriz consistente de masa del elemento.

Los elementos de masa puntual, descritos en la Sección 3.2, recogen las propiedades de masa no estructural del tablero. Esta masa corresponde al balasto, las traviesas y los carriles no modelados como elementos estructurales, las impostas, las barreras contra el viento si existen, los muretes que confinan el balasto, etc. Como ya se ha dicho, los elementos masa puntual están situados en los nodos de los elementos viga del tablero. Por lo tanto, esta masa no estructural se considera en el modelo de forma discreta.

Las matrices de masas de los elementos finitos estructurales y no estructurales se ensamblan convenientemente para obtener la matriz de masas $\mathbf{M}_b$ del sistema dinámico puente.

3.5. Amortiguamiento del sistema

La matriz de amortiguamiento del sistema dinámico puente, $\mathbf{C}_b$, se ha obtenido empleando la siguiente expresión:

$$\mathbf{C}_b = \alpha \cdot \mathbf{M}_b + \beta \cdot \mathbf{K}_b + \sum_k^{Nel} \mathbf{C}_k \quad (3.1)$$

donde

- $\alpha \cdot \mathbf{M}_b + \beta \cdot \mathbf{K}_b$ es la matriz de amortiguamiento estructural de Rayleigh con α y β obtenidos de:

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \frac{2 \cdot \zeta}{\omega_i + \omega_j} \begin{Bmatrix} \omega_i \cdot \omega_j \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

donde ζ es el ratio de amortiguamiento modal, respecto al amortiguamiento crítico, de los modos de vibración asociados a las frecuencias angulares ω_i y ω_j ,

- C_k es la matriz de amortiguamiento de un elemento de amortiguamiento o amortiguador del modelo de vía incluido en el modelo A de puente,
- M_b y K_b son las matrices de masa y de rigidez, respectivamente, del sistema dinámico puente.

El ratio de amortiguamiento ζ y las dos frecuencias ω_i y ω_j se eligen de forma que los modos de vibración (asociados a frecuencias ω_n) a considerar en el comportamiento dinámico de la estructura tengan un amortiguamiento ζ_n realista. $\zeta_n = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega_n} + \beta \cdot \frac{\omega_n}{2}$. En la Sección 3.8 se recogen los valores ζ , ω_i y ω_j elegidos para los diferentes puentes modelados.

En la Figura 3.3 se representa gráficamente (línea verde) el ratio de amortiguamiento ζ_n asociado a la frecuencia ω_n según Rayleigh. Con este planteamiento existe un rango de frecuencias donde el amortiguamiento asociado será el que se pretende, es decir, realista. Sin embargo, para frecuencias altas, los modos de vibración asociados estarán muy amortiguados.

Figura 3.3.: Amortiguamiento de Rayleigh. $\zeta_n = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega_n} + \beta \cdot \frac{\omega_n}{2}$

En el modelo A del sistema puente-vía se tiene por un lado el puente que tendrán un rango de frecuencias de vibración bajo comparado con el rango de frecuencias con las que vibra la vía. Con el amortiguamiento del sistema puente-vía elegido, de Rayleigh, el modelo dinámico de elementos finitos va a reproducir las vibraciones de la vía demasiado amortiguadas. La rigidez de la vía sí está bien recogida en este modelo A.

A pesar de esta limitación que se introduce en el modelo por considerar el amortiguamiento de Rayleigh, se ha elegido este tipo de amortiguamiento del sistema por que construye una matriz de amortiguamiento C_b que mantiene el ancho de banda de las matrices de masas y de rigidez del sistema dinámico puente-vía. De esta forma, la resolución numérica del sistema dinámico no lineal de interacción vehículo-puente no perderá eficiencia drásticamente.

En el Capítulo 12 se estudia la influencia de las vibraciones de la vía en las fuerzas de contacto rueda-carril y en el comportamiento dinámico del tren. Para este estudio

se ha construido un modelo de elementos finitos de vía como en el modelo tipo A (Figura 3.1) pero sin puente. En este modelo, la matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}_b$ se obtiene principalmente como suma o ensamblaje de las matrices de los elementos amortiguadores de la vía.

$$\mathbf{C}_b = \sum_{k=1}^{Nel} \mathbf{C}_k \quad (3.3)$$

Con este modelo de la vía, las vibraciones de la misma ya no están sobreamortiguadas. En el citado Capítulo 12 se compara la respuesta de un vehículo ferroviario sobre vía flexible y sobre vía indeformable.

3.6. Sistema de ecuaciones del puente. Implementación

El sistema de ecuaciones de movimiento del que se obtendrá la respuesta dinámica del puente, se puede expresar, como se explicó en la Subsección 2.3.4, como la Ecuación 3.4. Donde $\ddot{\mathbf{u}}_b$, $\dot{\mathbf{u}}_b$, $\mathbf{u}_b$ son los vectores aceleración, velocidad y desplazamiento de los nudos del modelo puente según los grados de libertad considerados. $\mathbf{M}_b$, $\mathbf{C}_b$, $\mathbf{K}_b$ son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez del sistema dinámico puente. $\mathbf{F}_{bv}$ es el vector de fuerzas de contacto ejercidas por el vehículo sobre los grados de libertad del puente. Estas fuerzas de interacción son función en todo caso de los movimientos del tren y del puente y de las irregularidades de la vía. Según el modelo de interacción eje-vía empleado las fuerzas pueden depender además de la geometría de los perfiles de la rueda y del carril y del coeficiente de rozamiento entre otros parámetros. Por último, $\mathbf{F}_{bwind}$ es el vector de fuerzas que causa el viento según los grados de libertad del puente.

$$\mathbf{M}_b \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{C}_b \cdot \dot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{K}_b \cdot \mathbf{u}_b(t) = \mathbf{F}_{bv}(t) + \mathbf{F}_{bwind}(t) \quad (3.4)$$

Para la construcción del modelo dinámico paramétrico descrito, se ha desarrollado un programa en lenguaje MATLAB, *IRBridges* (*Interacction in Railway Bridges*), que genera un archivo de ordenes de ANSYS. *IRBridge* abre ANSYS en modo *batch*, para que ANSYS construya el modelo de elementos finitos. Una vez construido, ANSYS guarda las matrices $\mathbf{M}_b$, $\mathbf{C}_b$, $\mathbf{K}_b$ del modelo dinámico. Estas matrices del modelo dinámico, son ya matrices no singulares, es decir, se han tratado con la información de las ecuaciones cinemáticas descritas que ligan ciertos grados de libertad del modelo, y de las condiciones de contorno o coacciones introducidas en base de pilas y extremos del tablero y de la vía. El programa desarrollado, transforma el formato de

las matrices citadas para convertirlas en variables de MATLAB. A partir de aquí, *IRBridges*, construye el resto del modelo de interacción y resuelve numéricamente el problema planteado.

3.7. Características mecánicas, frecuencias y modos de vibración de la vía

La vía considerada en el modelo de elementos finitos tipo A (Figura 3.1) está formada por carriles UIC-60, traviesas monobloque de 320 kg y balasto con las características de rigidez y amortiguamiento que se indican en la Tabla 3.1. Las características mecánicas del balasto se han tomado del modelo de una vía tipo de la publicación de *Iwnicki (1999)*.

kv	50 MN/m
cv	0.20 MN · s/m
kh	37 MN/m
ch	0.24 MN · s/m

Cuadro 3.1.: Constantes de rigidez y amortiguamiento del balasto.

Con estas características y utilizando los elementos finitos descritos en la Sección 3.2 para el modelo vía (Figura 3.4), se obtienen las frecuencias propias y las formas modales de vibración tras un análisis modal de un tramo de vía de 7.2 m de longitud.

Figura 3.4.: Modelo vía de 7.2 m de longitud.

Con este modelo de vía, los siete primeros modos de vibración de esta corresponden a modos de vibración lateral (Figura 3.5). Y sus frecuencias naturales asociadas están comprendidas entre 48.66 Hz. y 73.02 Hz. Las siete siguientes frecuencias de vibración oscilan entre 80.26 Hz. y 97.35 Hz, y corresponden a modos de vibración verticales (Figura 3.6). En el rango de frecuencias 118.88 Hz - 149.35 Hz. se encuentran 5 modos de vibración de torsión de la vía (Figura 3.7).

Figura 3.5.: Modos de vibración laterales de la vía.

Figura 3.6.: Modos de vibración verticales de la vía.

Con modelos que consideran una longitud de vía mayor que la considerada en este análisis (Figura 3.4), aparece un mayor número de modos de vibración de la vía por ser posibles más formas modales. Sin embargo, los rangos de frecuencias naturales de oscilación de la vía son los mismos que los ya descritos.

3.8. Viaductos altos modelados

En esta sección se describen, a través de sus propiedades mecánicas, los cuatro viaductos altos que se ha modelado para su estudio. Estos puentes ferroviarios son el viaducto de Arroyo del Valle, el viaducto de Arroyo de las Piedras, el viaducto de Barbantiño y el viaducto O'Eixo.

Los dos primeros puentes ferroviarios se han modelado para validar el modelo construido mediante la comparación de resultados numéricos, obtenidos de simulaciones, y mediciones experimentales de la respuesta de estas estructuras. Las citadas estructuras fueron monitorizadas en servicio por ADIF (Administrador de Infraestructuras Ferroviarias en España) durante un periodo de dos años, y se ha podido disponer de

Figura 3.7.: Modos de vibración de torsión de la vía.

los correspondientes registros experimentales para el presente trabajo. La validación del modelo numérico construido se trata en Capítulo 9 de esta tesis.

El modelo de los dos últimos puentes altos citados, viaducto de Barbantiño y viaducto O'Eixo, ha servido para realizar el estudio de la respuesta dinámica lateral de viaductos altos por el paso del tren (Capítulo 14), y para estudiar la mejora de la respuesta dinámica lateral de un viaducto alto sometido a la acción del tren y del viento (Capítulo 15) respectivamente.

3.8.1. Viaducto de Arroyo del Valle

El viaducto de Arroyo del Valle (Figura 3.8) es un puente alto de tablero continuo, con sección en cajón de hormigón pretensado, de 1755 m de longitud. Está situado en la línea de alta velocidad Madrid-Valladolid (eje Norte-Noroeste). Su tablero tiene 27 vanos de $52.5+25 \times 66+52.5$ m (Figura 3.9). El canto del tablero oscila entre los 3.30 m en centro de vanos y apoyo en estribos y los 5.00 m. en apoyo en pilas. La variación de canto se produce en un entorno de 13.5 m a cada lado del apoyo en pilas. La sección variable del tablero y la geometría de la pila están representados en la Figura 3.10 y en la Figura 3.11 respectivamente.

El punto fijo del tablero, en lo que se refiere a su movimiento longitudinal, está situado sobre un arco ojival formado por dos puntales. Estos puntales son arcos de circunferencia con flechas de 2.17 m aproximadamente. Los puntales tienen su arranque en la cimentación de las pilas contiguas y su fin en la clave del arco que corresponde al apoyo intermedio número 15 del tablero. La Figura 3.8 es una fotografía de este arco ojival. La sección de los puntales es un cajón rectangular de anchuras 6 y 3 m en dirección transversal y longitudinal del puente respectivamente. Las paredes de este cajón tienen 0.40 m de espesor.

La altura máxima de la rasante sobre el terreno es aproximadamente 80 m, y se produce sobre la pila número 11.

Este viaducto se ha modelado con un modelo tipo B (ver Sección 3.1). Las características mecánicas del tablero están recogidas en la Tabla 3.2.

Figura 3.8.: Viaducto de Arroyo del Valle.

Figura 3.9.: Alzado del viaducto de Arroyo del Valle. Cotas en m.

Como se ha indicado más arriba, el modelo de este puente se utiliza en esta tesis para validar el modelo numérico de interacción construido, a partir de la comparación de la respuesta del puente medida experimentalmente y la respuesta simulada con dicho modelo. Para reproducir la rigidez de la estructura de forma realista, buscando que las frecuencias naturales de vibración del puente calculadas mediante un análisis modal coincidan con las medidas experimentalmente, se ha utilizado el módulo de elasticidad tangente E_j correspondiente a los hormigones empleados en la construcción del puente con una edad de 4 años. Cuatro años es la edad media estimada del hormigón de este puente hasta la fecha de los registros de los eventos dinámicos utilizados en este trabajo. El módulo de elasticidad empleado es el módulo tangente por el carácter dinámico de la carga lateral producida por el tren, y en general, por la corta duración de las cargas de uso, correspondientes a tráfico ferroviario de alta velocidad, sobre la estructura del puente.

Las constantes α y β del amortiguamiento estructural de Rayleigh (Ecuación 3.1 y Ecuación 3.2) se han determinado a partir de dos frecuencias de vibración y considerando un ratio de amortiguamiento para ellas de $\zeta = 1.5\%$. La primera de estas frecuencias corresponde a la frecuencia del primer modo, y para la segunda se ha

Figura 3.10.: Sección del tablero del viaducto de Arroyo del Valle.

Sección en centro de vano	
At área (m^2)	10,32
I_{yt} inercia a flexión eje $y - y$ (m^4)	15,06
I_{zt} inercia a flexión eje $z - z$ (m^4)	122,42
Jt inercia a torsión (m^4)	33,06
Sección en apoyo en pilas	
At área (m^2)	13,18
I_{yt} inercia a flexión eje $y - y$ (m^4)	56,93
I_{zt} inercia a flexión eje $z - z$ (m^4)	136,60
Jt inercia a torsión (m^4)	75,12
* Masa no estructural sobre el tablero	
Mt^* masa (Kg/m)	13.946,18
IMt^* inercia másica eje $x - x$ ($m^2 \cdot Kg/m$)	203.570,30

Cuadro 3.2.: Propiedades mecánicas del tablero del viaducto de Arroyo del Valle.

considerado un valor en torno a 4.55 Hz. De esta forma, los ratios ζ_i de amortiguamiento para los modos de vibración más relevantes del modelo del puente de Arroyo del Valle son los siguientes:

- Los 17 primeros modos de flexión lateral del puente tienen frecuencias comprendidas entre 0.319 y 1.778 Hz. y sus correspondientes ratios de amortiguamiento oscilan entre 1.5 % - 0.74 % - 0.80 %.
- Los 7 primeros modos de flexión vertical del tablero tienen frecuencias comprendidas entre 1.48 y 1.80 Hz con ratios de amortiguamiento entre 0.75 % y 0.80 %.

En la Figura 3.12 se representa la forma modal del primer y sexto modo de vibración lateral de este viaducto de Arroyo del Valle.

Figura 3.11.: Pila del viaducto de Arroyo del Valle.

3.8.2. Viaducto de Arroyo de las Piedras

El viaducto de Arroyo de las Piedras (Figura 3.13) está situado en la línea de alta velocidad Córdoba-Málaga. Es un viaducto de tablero continuo mixto de 20 vanos, de luces $50,4 + 17 \times 63,5 + 44 + 35$ m (Figura 3.14). En total tiene una longitud de 1208.9 m. El tablero es un tablero bijacena formado por dos vigas armadas de 3.85 m de canto y una losa superior de hormigón armado de 0.315 m de espesor medio y 14 m de ancho. El tablero mantiene un canto constante de 4.26 m. En el entorno de los apoyos en pilas, el tablero cuenta con una losa inferior con la que consigue la doble acción mixta. En la Figura 3.15 y en la Figura 3.16 están representadas tanto la sección del tablero en centro de vano como la correspondiente al apoyo en pilas. La Tabla 3.3 recoge las propiedades de masa y rigidez del tablero. Para el cálculo de estas constantes se ha tenido en cuenta la fisuración de la losa superior del tablero en zona de momentos flectores negativos.

El punto fijo en este puente, a efectos de movimientos longitudinales del tablero, se materializa mediante el uso de apoyos fijos (en dirección longitudinal), sobre las pilas centrales del viaducto (pilas 8, 9, 10 y 11). Se podría hablar, en este caso, de un punto fijo con la flexibilidad en dirección longitudinal de las pilas citadas. Por otro lado, aunque el comportamiento longitudinal de los viaductos no lo reproduce

Figura 3.12.: Modos de vibración del viaducto de Arroyo del Valle.

el modelo de interacción construido para este trabajo, ya que el movimiento en esta dirección no es el objeto de la presente tesis, las vinculaciones entre apoyos (pilas y estribos) y el tablero en el punto fijo sí va a afectar al comportamiento de flexión lateral del puente. En los apoyos del tablero en las citadas pilas (nº 8, 9, 10 y 11) se ha impedido, en el modelo de este puente, el giro relativo de eje vertical entre tablero y pila.

Este viaducto se ha modelado con un modelo tipo B (ver Sección 3.1)

Figura 3.13.: Viaducto de Arroyo de las Piedras.

La pila más alta de este viaducto tiene una altura de 93.35 m. La pila tiene una sección rectangular en cajón de hormigón armado. El ancho de la pila paralelo a la dirección transversal al puente es de 6.70 m. El ancho de esta en la dirección longitudinal es variable, su mínimo es 2.5 m en cabeza y va aumentando hasta un máximo en la cimentación. El talud de las dos caras de la pila para la variación del ancho citado es 1.65:100. Los espesores de las paredes de la pila varían escalonadamente en función de la altura. Estos espesores pueden ser de 0.30, 0.40 ó 0.5 m.

Como ocurre con el modelo construido del viaducto de Arroyo del Valle, en este modelo del puente de Arroyo de las Piedras, se ha considerado el modulo de elas-

Figura 3.14.: Alzado del viaducto de Arroyo de las Piedras.

Figura 3.15.: Sección en centro de vano del viaducto de Arroyo de las Piedras.

tividad longitudinal tangente del hormigón de las pilas correspondiente a 4 años de edad de estas. Este es el tiempo medio estimado transcurrido desde ejecución de las pilas hasta las mediciones de la respuesta real del puente tomadas durante algunos eventos dinámicos (paso de trenes).

Las constantes α y β del amortiguamiento estructural de Rayleigh se han elegido en este caso de tal forma que los ratios de amortiguamiento de los principales modos de vibración del viaducto sean los siguientes:

- Los 10 primeros modos de flexión lateral del puente tienen frecuencias comprendidas entre 0.340 y 1.270 Hz. y sus correspondientes ratios de amortiguamiento oscilan entre 1.2 % - 0.61 %.
- Los 9 primeros modos de flexión vertical del tablero tiene frecuencias comprendidas entre 1.363 y 1.958 Hz con ratios de amortiguamiento entre 0.61 % y 0.67 %.

Se puede observar que para los modos de vibración laterales de este viaducto de tablero mixto, en los que intervienen las pilas de hormigón armado, los índices de amortiguamiento están comprendidos entre 1.5 % y 0.6 %, que son los ratios recomendados por la *IAP-11* (2011) para estudios dinámicos de puentes en servicio de hormigón armado y mixtos respectivamente. Y para los modos de vibración vertical, donde solamente interviene la estructura mixta del tablero, los índices de amortigua-

Figura 3.16.: Sección próxima al apoyo en pilas del viaducto de Arroyo de las Piedras.

miento modal están próximos a 0.6 %. Por lo tanto, se ha seguido también, para los modos verticales, la recomendación de amortiguamiento modal de la citada [IAP-11 \(2011\)](#).

Figura 3.17.: Modos de vibración del viaducto Arroyo de las Piedras.

3.8.3. Viaducto con tablero del puente de Barbantiño

El viaducto de Barbantiño (Figura 1.2) está situado en el eje ferroviario Orense-Santiago dentro del corredor de alta velocidad Noroteste Madrid-Galicia.

Para el estudio recogido en el Capítulo 14 se han construido cuatro modelos tipo A de puentes ficticios, pero que consideran las propiedades mecánicas de tablero y de la pila del viaducto de Barbantiño (Figura 3.18). Estos puentes ficticios están formados por 8 vanos cada uno y su tablero está situado a una altura diferente sobre el terreno en cada modelo. Los vanos extremos de estos puentes son de 52 m

Sección en centro de vano (homogeneizada en acero)	
At área (m^2)	1,152
I_{yt} inercia a flexión eje $y - y$ (m^4)	1,784
I_{zt} inercia a flexión eje $z - z$ (m^4)	15,455
Jt inercia a torsión (m^4)	3,338
Sección en apoyo en pilas (homogeneizada en acero)	
At área (m^2)	0,977
I_{yt} inercia a flexión eje $y - y$ (m^4)	1,877
I_{zt} inercia a flexión eje $z - z$ (m^4)	6,225
Jt inercia a torsión (m^4)	6,013
Masa estructural y no estructural del tablero	
Mt masa (Kg/m)	33.117,91
IMt inercia másica eje $x - x$ ($m^2 \cdot Kg/m$)	390.230,20

Cuadro 3.3.: Propiedades del tablero mixto del viaducto de Arroyo de las Piedras.

de longitud, mientras que los vanos centrales tienen 67 m de longitud. Estos puentes cruzan un valle con forma de V (Figura 3.19). La altura del puente para los cuatro modelos construidos es 60, 80, 100 y 120 m respectivamente.

Las propiedades mecánicas del tablero de Barbantiño, las mismas para los cuatro modelos construidos, se recogen en la Tabla 3.4. Y la altura de las pilas en cada uno de los cuatro modelos construidos se muestra en la Tabla 3.5.

At área (m^2)	12,97
I_{yt} inercia a flexión eje $y - y$ (m^4)	45,63
I_{zt} inercia a flexión eje $z - z$ (m^4)	109,27
Jt inercia a torsión (m^4)	54,63
Mt masa (Kg/m) incluida la no estructural	45.852,27
IMt inercia másica eje $x - x$ ($m^2 \cdot Kg/m$)	652.580,28

Cuadro 3.4.: Propiedades mecánicas del tablero del viaducto de Barbantiño.

Altura del puente	Pila 1 y 7	Pila 2 y 6	Pila 3,4 y 5
Modelo 1: 60 m	30	45	60
Modelo 2: 80 m	40	60	80
Modelo 3: 100 m	50	75	100
Modelo 4: 120 m	60	90	120

Cuadro 3.5.: Altura de las pilas (m). Barbantiño.

Con las propiedades mecánicas descritas, cada modelo presenta las frecuencias naturales, asociadas a los tres primeros modos de vibración, recogidas en la Tabla 3.6.

Figura 3.18.: Sección del tablero y pila del viaducto de Barbantiño. Cotas en m.

El amortiguamiento se ha considerado en estos modelos de forma análoga al considerado en los modelos de los viaductos de Arroyo del Valle y de Arroyo de las Piedras. Las constantes α y β del amortiguamiento estructural de Rayleigh se han determinado a partir de dos frecuencias de vibración y considerando un ratio de amortiguamiento para ellas de $\zeta = 1.5\%$. La primera de estas frecuencias corresponde a la frecuencia del primer modo, y para la segunda se ha considerado un valor en torno a 4.55 Hz. De esta forma, los ratios ζ_i de amortiguamiento para los modos más relevantes del modelo de puente de 120 m de altura, por ejemplo, son los siguientes:

- Los 12 primeros modos de flexión lateral del puente tienen frecuencias comprendidas entre 0.173 y 4.55 Hz. y sus correspondientes ratios de amortiguamiento oscilan entre 1.5 % - 0.54 % - 1.5 %. Algunos de estos 12 modos de

Figura 3.19.: Modelo de E.F. del puente de 120 m de altura. Barbantiño.

Altura del puente	Modo 1	Modo 2	Modo 3
Modelo 1: 60 m	0.386	0.534	0.812
Modelo 2: 80 m	0.276	0.433	0.663
Modelo 3: 100 m	0.213	0.357	0.583
Modelo 4: 120 m	0.173	0.309	0.534

Cuadro 3.6.: Frecuencias naturales de los puentes (Hz). Barbantiño.

vibración lateral del puente no son relevantes para el presente estudio porque no muestran desplazamiento lateral del tablero ni de la cabeza de las pilas.

- Los 5 primeros modos de flexión vertical del tablero tienen frecuencias comprendidas entre 3.12 y 4.02 Hz con ratios de amortiguamiento entre 1.07 % y 1.34 %.

Los ratios de amortiguamiento modal adoptados se pueden considerar realistas de acuerdo con los estudios experimentales de puentes de hormigón pretensado de [Xia et al. \(2003a\)](#) y [Lin et al. \(2009\)](#).

3.8.4. Viaducto O'Eixo.

Al igual que el viaducto de Barbantiño, el viaducto O'Eixo (Figura 3.20) también está situado en el eje ferroviario Orense-Santiago dentro del corredor de alta velocidad Noroeste Madrid-Galicia. Se trata de un puente alto de tablero continuo de sección en cajón de hormigón pretensado. Su longitud es de 1224 m. Consta de 20 vanos de luces 42.5+23 x 50 +31.9 m. El tablero es de canto variable. Este canto es de 3.14 m en secciones centrales de vano y de 4.64 m en apoyo en pilas. La variación del canto se produce en un entorno de 10.5 m a cada lado de la sección de apoyo en pilas.

Las secciones de tablero y pila de este puente están representadas en la Figura 3.21.

Figura 3.20.: Viaducto O'Eixo

El punto fijo del tablero, está situado sobre un arco ojival formado por dos puntales. Los puntales son arcos de circunferencia con flechas de 1.7 m aproximadamente. Los puntales tienen su arranque en la cimentación de las pilas contiguas y su fin en la clave del arco que corresponde al apoyo intermedio número 12 del tablero. La sección de los puntales es un cajón rectangular de anchuras 5.5 y 4 m en dirección transversal y longitudinal del puente respectivamente. La pared de este cajón tiene 0.50 m de espesor. En el apoyo del tablero en el arco se ha impedido, en el modelo, el giro relativo de eje vertical entre tablero y cabeza del arco.

Este viaducto tiene una altura máxima de la rasante sobre el terreno de unos 87 m sobre la pila número 9. El viaducto se ha modelado con un modelo tipo B (ver Sección 3.1), es decir considerando la vía infinitamente rígida.

Sección en centro de vano	
At área (m^2)	9,651
I_{yt} inercia a flexión eje $y - y$ (m^4)	12,525
I_{zt} inercia a flexión eje $z - z$ (m^4)	96,611
Jt inercia a torsión (m^4)	22.585
Sección en apoyo en pilas	
At área (m^2)	12,362
I_{yt} inercia a flexión eje $y - y$ (m^4)	38,256
I_{zt} inercia a flexión eje $z - z$ (m^4)	108,257
Jt inercia a torsión (m^4)	52,546
* Masa no estructural sobre el tablero. Sin pantallas	
Mt^* masa (Kg/m)	13.906,18
IMt^* inercia másica eje $x - x$ ($m^2 \cdot Kg/m$)	203.536,89
* Masa no estructural sobre el tablero. Incluso pantallas	
Mt^* masa (Kg/m)	24.650,18
IMt^* inercia másica eje $x - x$ ($m^2 \cdot Kg/m$)	676.430,09

Cuadro 3.7.: Propiedades del tablero Viaducto O'Eixo.

En cuanto a las frecuencias de vibración obtenidas de un análisis modal y los índices de amortiguamiento modales considerados en el modelo de este puente, se dice lo

Figura 3.21.: Sección del tablero y pila del Viaducto O'Eixo. Cotas en m.

siguiente:

- Los 14 primeros modos de flexión lateral del puente tienen frecuencias comprendidas entre 0.23 y 1.98 Hz. y sus correspondientes ratios de amortiguamiento oscilan entre 1.5 % - 0.70 % - 0.79 %.
- Los 6 primeros modos de flexión vertical del tablero tienen frecuencias comprendidas entre 2.10 y 2.44 Hz con ratios de amortiguamiento entre 0.82 % y 0.9 %.

En la Figura 3.22 se representan las formas modales de los modos de vibración 1 y 6 de este puente.

Figura 3.22.: Modos de vibración del viaducto O'Eixo.

4. Modelos multibody del vehículo

4.1. Introducción

Para el tren se va a utilizar un modelo 3D *multibody* formado por una serie de cuerpos rígidos, correspondientes a los coches, bogies y ejes, que están unidos entre sí mediante las suspensiones del tren.

Existen dos tipos de suspensiones en un tren. La suspensión primaria une los ejes con los bogies del vehículo mediante un sistema de muelles y amortiguadores dispuestos en vertical y también en horizontal. La suspensión secundaria une los bogies de los vehículos con los coches y también está compuesta por el mismo tipo de elementos (muelles y amortiguadores) que aparecen en la suspensión primaria.

En este trabajo se van a considerar dos modelos *multibody* 3D del tren. El modelo de un tren tipo convencional (modelo convencional, Figura 4.2) y el modelo de un tren tipo articulado (modelo articulado, Figura 4.5). Estos modelos del vehículo se integrarán en el modelo de interacción tren-puente.

4.2. Grados de libertad de los cuerpos rígidos del vehículo

En ambos modelos 3D *multibody* considerados para el tren, los cuerpos rígidos (coches, bogies ó ejes) del tren cuentan con los siguientes grados de libertad:

- Cada coche (caja o body) de un vehículo cuenta con 5 g.d.l. en el modelo vehículo. Corresponden a los desplazamientos lateral y vertical de su centro de gravedad (c.d.g.), y a los giros de este cuerpo respecto a los ejes locales x , y y z que pasan por el citado c.d.g. La Ecuación 4.1 expresa el vector desplazamiento del coche (o body) i del tren.

$$\mathbf{u}_{Ci} = \begin{bmatrix} y_C & z_C & Rx_C & Ry_C & Rz_C \end{bmatrix}_i^T \quad (4.1)$$

- Cada bogie de un vehículo cuenta con 5 g.d.l. De nuevo los desplazamientos lateral y vertical del c.d.g. de este cuerpo y los tres giros. El vector desplazamiento del bogie j del tren se muestra en la Ecuación 4.2.

$$\mathbf{u}_{Tj} = \begin{bmatrix} y_T & z_T & Rx_T & Ry_T & Rz_T \end{bmatrix}_j^T \quad (4.2)$$

- Cada eje del tren cuenta con 2 g.d.l. Corresponden al desplazamiento lateral de su c.d.g. y al giro de eje vertical. El eje l del tren tiene el siguiente vector de desplazamiento en el modelo (Ecuación 4.3).

$$\mathbf{u}_{Wl} = \begin{bmatrix} y_W & Rz_W \end{bmatrix}_l^T \quad (4.3)$$

En cualquiera de las dos versiones del modelo vehículo, convencional o articulado, el desplazamiento vertical z_W y el giro Rx_W de eje x , (eje longitudinal de la vía), de un eje del tren, dependen de los movimientos verticales de los carriles en los puntos de contacto, de las irregularidades de la vía, y también del desplazamiento lateral relativo entre el eje del tren y la vía, como se detallará más adelante. Este desplazamiento vertical z_W y este giro Rx_W , aunque son desplazamientos considerados en el modelo, no son grados de libertad independientes del eje.

En la Figura 4.2 y en la Figura 4.5, donde están representados los modelos de vehículo convencional y articulado respectivamente, se indican los g.d.l citados de cada cuerpo rígido del tren.

4.3. Sistema de ecuaciones del vehículo

Como se vio en la Subsección 2.3.4, el sistema de ecuaciones de movimiento de un modelo *multibody* de vehículo tiene la forma de la Ecuación 4.4. Donde $\ddot{\mathbf{u}}_v$, $\dot{\mathbf{u}}_v$, $\mathbf{u}_v$ son los vectores aceleración, velocidad y desplazamiento según los grados de libertad considerados en los coches, bogies y ejes del tren. $\mathbf{M}_v$, $\mathbf{C}_v$, $\mathbf{K}_v$ son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez del sistema dinámico tren. Y $\mathbf{F}_{vb}(t)$ es el vector de fuerzas de interacción ejercidas por el puente sobre los grados de libertad del sistema vehículo. Por último, $\mathbf{F}_{v,wind}(t)$ es el vector de fuerzas de viento actuando sobre el tren, según sus grados de libertad.

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}(t) + \mathbf{F}_{v,wind}(t) \quad (4.4)$$

Este sistema de ecuaciones se obtiene tras aplicar sistemática y convenientemente las ecuaciones de equilibrio dinámico de Newton-Euler a cada uno de los cuerpos rígidos (coches, bogies y ejes) del tren.

En los siguientes apartados de este capítulo se detallan el vector desplazamiento $\mathbf{u}_v$ y las matrices $\mathbf{M}_v$, $\mathbf{C}_v$, $\mathbf{K}_v$ de cada uno de los dos modelos de vehículo considerados (convencional y articulado).

4.4. Hipótesis asumidas

Con los modelos *multibody* de vehículos adoptados para este trabajo se están asumiendo las siguientes hipótesis:

- El coche, los bogies y los ejes del tren, se consideran rígidos, despreciando su deformación elástica.
- Los cuerpos rígidos del tren tienen al menos dos planos de simetría. Estos planos corresponden a los dos planos verticales $y=0$ y $x=0$, considerando un sistema de referencia local con origen en el c.d.g. del cuerpo rígido que está representado en la Figura 4.2 y en la Figura 4.5. De esta forma no van a aparecer productos de inercia másica en la matriz de masas del tren $\mathbf{M}_v$. Esta matriz será una matriz diagonal.
- La masa del tren no varía durante el viaje del mismo. $\mathbf{M}_v$ es, por lo tanto, una matriz constante.
- Las velocidades angulares de los cuerpos rígidos se suponen pequeñas. De esta forma se pueden despreciar los términos de las ecuaciones equilibrio de Newton-Euler en los que aparecen productos de velocidades angulares.
- Las conexiones entre el coche, bogies y ejes se modelan con sistemas lineales de muelle y amortiguador viscoso. Por lo tanto, $\mathbf{C}_v, \mathbf{K}_v$ son también constantes.
- En estos modelos de tren, se asume que no existe el movimiento relativo, en dirección longitudinal (paralelo al eje x), entre los centros de gravedad de los ejes, bogies y coches.

4.5. Tren tipo convencional

4.5.1. Descripción

El tren tipo convencional, que se ha modelado para el estudio de la respuesta dinámica lateral de viaductos altos cuando pasa el tren de alta velocidad (Capítulo 14), es el tren AVE S-103 de marca Siemens. En Alemania se llama ICE- 3. Es uno de los últimos trenes adquiridos por RENFE. Además, es el tren de alta velocidad más pesado de los que circulan en España. Siendo un tren ligero por ser de alta velocidad.

Figura 4.1.: Tren ICE-3 de Siemens. Similar al AVE S-103.

Todos los coches de este tren son de pasajeros. El tren tiene la tracción repartida en varios coches. Las características mecánicas (dimensiones, masas, y suspensiones)

de todos los vehículos del tren son similares. Por estos motivos, en este trabajo se ha modelado este tren como una sucesión de 10 vehículos iguales.

En un tren tipo convencional, cada vehículo o vagón está formado por un coche, dos bogies y cuatro ejes. Cada vehículo tiene, por tanto, 23 g.d.l. (5 del coche, 5 de cada bogie y 2 de cada eje). Con el modelo construido para este tipo de tren, los grados de libertad de un vagón son independientes de los de sus vagones contiguos en el convoy.

Como se ha dicho, en la Figura 4.2 está representado el modelo de un vehículo de este tipo. Esta figura recoge la nomenclatura de las siguientes variables y parámetros: los desplazamientos de los g.d.l., geometría, constantes de rigidez y amortiguamiento de los elementos de las suspensiones, y las constantes de masa de los cuerpos rígidos.

Figura 4.2.: Modelo Vehículo Convencional.

Es interesante destacar dos elementos de las suspensiones del vehículo que no se encuentran en otros modelos de interacción puente-tren. El primero es la barra anti-giro en la suspensión secundaria. Se puede considerar como un muelle rotacional que coacciona el giro relativo de eje x (eje longitudinal de la vía) entre el coche y el bogie con una rigidez k_{RX2} . El segundo elemento es un dispositivo anti-lazo, situado también en la suspensión secundaria del vehículo. Este elemento coacciona el giro relativo de eje vertical entre el coche y un bogie en el vehículo. El dispositivo anti-lazo se puede modelar mediante un muelle lineal y un amortiguador viscoso dispuestos en serie. Este elemento está orientado en dirección longitudinal del tren (eje x). Para considerar este sistema de muelle y amortiguador en serie con una formulación sencilla de las matrices de las ecuaciones del sistema vehículo, se han introducido 4 g.d.l. más por coche en este modelo de vehículo convencional. Estos 4 g.d.l. extras corresponden al desplazamiento en dirección longitudinal de cuatro pequeñas masas m_X situadas en los cuatro elementos anti-lazo de cada coche. En

concreto cada una de estas masas se sitúa entre el muelle y el amortiguador de un elemento anti-lazo. En el modelo se ha considerado el dispositivo recogido por la Figura 4.3b, que es equivalente al representado en la Figura 4.3a haciendo $c_{X2,1}$ y $k_{X2,2}$ igual a cero.

(a) Elemento anti-lazo.

(b) Sistema equivalente.

Figura 4.3.: Dispositivos anti-lazo.

4.5.2. Vector desplazamiento

El vector desplazamiento del sistema dinámico tren $\mathbf{u}_v$ se compone de los vectores desplazamiento de cada vehículo del tren $\mathbf{u}_{Vi}$.

$$\mathbf{u}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{V1} & \mathbf{u}_{V2} & \dots & \mathbf{u}_{V_{nvh}} \end{bmatrix}^T \quad (4.5)$$

A su vez el vector desplazamiento de un vehículo i del tren $\mathbf{u}_{Vi}$ está formado por los vectores de desplazamiento de los cuerpos rígidos del vehículo (coches, bogies y ejes),

$$\mathbf{u}_{Vi} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_C & \mathbf{u}_{T1} & \mathbf{u}_{T2} & \mathbf{u}_{W1} & \mathbf{u}_{W2} & \mathbf{u}_{W3} & \mathbf{u}_{W4} & \mathbf{u}_X \end{bmatrix}_i^T \quad (4.6)$$

donde los vectores $\mathbf{u}_C$, $\mathbf{u}_{Tj}$ y $\mathbf{u}_{Wl}$ se han definido en la Sección 4.2 y $\mathbf{u}_X$ es un vector que recoge los desplazamientos de las cuatro masas auxiliares consideradas en el modelo.

$$\mathbf{u}_X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T \quad (4.7)$$

4.5.3. Matrices de Rigidez, Amortiguamiento y Masa.

Las matrices del sistema de ecuaciones del vehículo, o lo que es lo mismo, la formulación del modelo este vehículo tipo convencional, se ha obtenido modificando la formulación de un modelo similar recogido en el artículo de [Zhang et al. \(2010a\)](#) para tener en cuenta el sistema anti-lazo y la barra anti-giro de la suspensión secundaria del vehículo. Para ello se han planteado las ecuaciones de equilibrio de Newton-Euler a los cuerpos rígidos del vehículo afectados por los nuevos elementos de la suspensión secundaria incorporados al modelo.

La matriz de rigidez del sistema dinámico tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{V1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{V2} & \cdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{Vnvh} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Es una matriz diagonal por bloques. En la diagonal de esta matriz de submatrices se encuentran las matrices de rigidez de cada vehículo o coche del tren $\mathbf{k}_{Vi}$.

$$\mathbf{k}_{Vi} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{TC} & \text{sim.} \\ \mathbf{k}_{WT} & \mathbf{k}_W \\ \mathbf{k}_{X_2CT} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{X_2} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Las submatrices que forman la matriz de rigidez de un vehículo i del tren $\mathbf{k}_{Vi}$ se detallan a continuación.

$$\mathbf{k}_{TC} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{CC} & \text{sim.} \\ \mathbf{k}_{TC,1} & \mathbf{k}_{TT,C} + \mathbf{k}_{TT,W2} \\ \mathbf{k}_{TC,-1} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{TT,C} + \mathbf{k}_{TT,W2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{k}_{WT} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WT,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WT,-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WT,1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WT,-1} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{k}_W = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{WW} & \text{sim.} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WW} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WW} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WW} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{k}_{X_2CT} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{X_2C,1} & \mathbf{k}_{X_2T,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_{X_2C,-1} & \mathbf{k}_{X_2T,-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_{X_2C,1} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{X_2T,1} \\ \mathbf{k}_{X_2C,-1} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{X_2T,-1} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$\mathbf{k}_{X2}$ es una matriz diagonal con la rigidez $k_{X2,1} + k_{X2,2}$ en cada uno de los cuatro elementos de su diagonal.

A su vez, las submatrices de las matrices expresadas en la Ecuación 4.10 y en la Ecuación 4.11 son las siguientes:

$$\mathbf{k}_{CC} = \begin{bmatrix} 4k_{Y2} & & & & \text{sim.} \\ 0 & 4k_{Z2} & & & \\ -4k_{Y2}h_1 & 0 & 4k_{Y2}h_1 + 4k_{Z2}b_2^2 + & & \\ & & +2k_{RX2} & & \\ 0 & 0 & 0 & 4k_{X2}h_1^2 + 4k_{Z2}d_2^2 + & \\ & & & +4k_{X2,2}h_1^2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4k_{X2}b_2^2 + 4k_{Y2}d_2^2 + \\ & & & & +4k_{X2,2}b_3^2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{k}_{TC,j} = \begin{bmatrix} -2k_{Y2} & 0 & 2k_{Y2}h_1 & 0 & -2jk_{Y2}d_2 \\ 0 & -2k_{Z2} & 0 & 2jk_{Z2}d_2 & 0 \\ -2k_{Y2}h_2 & 0 & 2k_{Y2}h_1h_2 - 2k_{Z2}b_2^2 - k_{RX2} & 0 & -2jk_{Y2}d_2h_2 \\ 0 & 0 & 0 & 2k_{X2}h_1h_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2k_{X2}b_2^2 \end{bmatrix}_{j=1,-1} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{k}_{TT,C} = \begin{bmatrix} 2k_{Y2} & & & & \text{sim.} \\ 0 & 2k_{Z2} & & & \\ 2k_{Y2}h_2 & 0 & 2k_{Y2}h_2^2 + 2k_{Z2}b_2^2 + k_{RX2} & & \\ 0 & 0 & 0 & 2k_{X2,1}h_2^2 + 2k_{X2}h_2^2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_{X2,1}b_3^2 + 2k_{X2}b_2^2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{k}_{TT,W2} = \begin{bmatrix} 4k_{Y1} & & & & \text{sim.} \\ 0 & 4k_{Z1} & & & \\ -4k_{Y1}h_3 & 0 & 4k_{Y1}h_3^2 + 4k_{Z1}b_1^2 & & \\ 0 & 0 & 0 & 4k_{X1}h_3^2 + 4k_{Z1}d_1^2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4k_{X1}b_1^2 + 4k_{Y1}d_1^2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{k}_{WT,j} = \begin{bmatrix} -2k_{Y1} & 0 & 2k_{Y1}h_3 & 0 & -2jk_{Y1}d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2k_{X1}b_1^2 \end{bmatrix}_{j=1,-1} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{k}_{WW} = \begin{bmatrix} 2k_{Y1} & 0 \\ 0 & 2k_{X1}b_1^2 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{k}_{X_2C,j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -k_{X2,2}h_1 & -j \cdot k_{X2,2}b_3 \end{bmatrix}_{j=1,-1} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{k}_{X_2T,j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -k_{X2,1}h_2 & -j \cdot k_{X2,1}b_3 \end{bmatrix}_{j=1,-1} \quad (4.19)$$

Las constantes geometrías y de rigidez que aparecen en la matriz de rigidez detallada de un vehículo convencional tienen el siguiente significado (ver Figura 4.2):

h_1, h_2, h_3 son distancias, medidas en dirección vertical, que separan el c.d.g. del coche y el punto de aplicación de la suspensión secundaria en el coche, este último punto y el c.d.g. un bogie, y el c.d.g. un bogie y el c.d.g. de un eje respectivamente.

$2d_1, 2d_2$ son las distancias, medidas en la dirección longitudinal del tren, que separan los c.d.g. de dos ejes de un mismo bogie ($2d_1$), y los c.d.g. de los dos bogies de un vehículo convencional ($2d_2$).

$2b_1, 2b_2, 2b_3$ son distancias, medidas en la dirección transversal del tren, que separan los puntos donde actúa la suspensión primaria un el eje, los puntos donde actúa la suspensión secundaria en un coche, y los puntos donde actúan los dos sistemas anti-lazo de un bogie respectivamente.

ls es la distancia, medida en la dirección longitudinal del tren que separa el c.d.g. de un bogie y el final de un vehículo.

k_{X1}, k_{Y1}, k_{Z1} son constantes de rigidez de los muelles de la suspensión primaria dispuestos en las direcciones x , y y z (del sistema de referencia global del modelo de interacción y también local del vehículo, en lo sucesivo direcciones x , y y z).

k_{X2}, k_{Y2}, k_{Z2} son constantes de rigidez de los muelles de la suspensión secundaria dispuestos en las direcciones x , y y z respectivamente.

$k_{X2,1}, k_{X2,2}$ son constantes de rigidez del dispositivo anti-lazo (ver Figura 4.3).

k_{RX2} es la constante de rigidez de la barra anti-giro de la suspensión secundaria.

La matriz de amortiguamiento del sistema dinámico tren $\mathbf{C}_v$ tiene la misma estructura que la matriz de rigidez $\mathbf{K}_v$. Y se puede describir diciendo que para esta matriz $\mathbf{C}_v$ vale la formulación recogida desde la Ecuación 4.8 hasta la Ecuación 4.19 sustituyendo la letra k por la letra c en dicha formulación. Esto se explica por la existencia de amortiguadores paralelos a todos los muelles de las suspensiones de los vehículo.

La matriz de masas del sistema dinámico tren $\mathbf{M}_v$ es una matriz diagonal. Está formada por una sucesión de matrices $\mathbf{m}_{Vi}$, dispuestas en diagonal, que corresponden a las matrices de masas de cada vehículo del convoy.

$$\mathbf{M}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{V1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_{V2} & \cdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{m}_{Vnvh} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

La matriz de masas de cada vehículo $\mathbf{m}_{Vi}$ es una matriz diagonal por bloques que se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathbf{m}_{Vi} = \text{diag} [\mathbf{m}_C, \mathbf{m}_T, \mathbf{m}_T, \mathbf{m}_W, \mathbf{m}_W, \mathbf{m}_W, \mathbf{m}_W, \mathbf{m}_X] \quad (4.21)$$

Las submatrices que forman la matriz de masas de cada vehículo $\mathbf{m}_{Vi}$ son matrices diagonales de masas correspondientes a los cuerpos rígidos que forman un vehículo (coche, bogies, ejes y masas auxiliares de los sistemas anti-lazo):

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_C &= \text{diag} [m_C, m_C, I_{XC}, I_{YC}, I_{ZC}] \\ \mathbf{m}_T &= \text{diag} [m_T, m_T, I_{XT}, I_{YT}, I_{ZT}] \\ \mathbf{m}_W &= \text{diag} [m_W, I_{ZW}] \\ \mathbf{m}_X &= \text{diag} [m_X, m_X, m_X, m_X] \end{aligned} \quad (4.22)$$

Las constantes de masa que aparecen en la matriz de masa de cada vehículo tienen el siguiente significado:

m_C, m_T, m_W masa de un coche, un bogie y un eje respectivamente de un vehículo convencional.

m_X masa auxiliar correspondiente a un sistema anti-lazo de la suspensión secundaria de un vehículo.

I_{XC}, I_{YC}, I_{ZC} momentos de inercia de masa de un coche o caja de un vehículo respecto a los ejes x, y y z .

I_{XT}, I_{YT}, I_{ZT} momentos de inercia de masa de un bogie respecto a los ejes x, y y z .

I_{ZW} momento de inercia de masa de un eje del vehículo respecto al eje z del sistema de referencia.

4.5.4. Características mecánicas del tren AVE S-103 (ICE-3)

Los valores de los parámetros geométricos y de las constantes de rigidez, de amortiguamiento y de masa que caracterizan mecánicamente el vehículo AVE S-103 (ICE-3) están recogidas por las siguientes tablas (de la Tabla 4.1 a la Tabla 4.3). Estos datos se pueden encontrar también en los documentos de [Antolín \(2013\)](#), [Nguyen \(2013\)](#) y [Doménech \(2014\)](#).

Distancias long. (m)		Alturas (m)		Anchuras (m)	
$2d_1$	2.50	h_1	0.04	b_1	1.00
$2d_2$	17.375	h_2	0.35	b_2	1.23
l_s	3.75	h_3	0.55	b_3	1.50

Cuadro 4.1.: Parámetros geométricos del vehículo AVE S-103 (ICE-3)

Rigidez (MN/m)			Amortig. (KN · s/m)		
Suspensión primaria					
k_{X1}	k_{Y1}	k_{Z1}	c_{X1}	c_{Y1}	c_{Z1}
12.5	120	1.2	9	27.9	10
Suspensión secundaria					
k_{X2}	k_{Y2}	k_{Z2}	c_{X2}	c_{Y2}	c_{Z2}
0.24	0.24	0.35	30	30	20
Sistemas anti-lazo y barra anti-giro					
$k_{X2.1}$	$k_{X2.2}$	k_{RX2} (MN · m/rad)	$c_{X2.1}$	$c_{X2.2}$	c_{RX2}
0	12	1.5	400	0	0

Cuadro 4.2.: Constantes de rigidez y amortig. del vehículo AVE S-103 (ICE-3)

4.5.5. Frecuencias y modos de vibración

Con el modelo descrito, este vehículo presenta las frecuencias naturales y los modos de vibración que se recogen en la Tabla 4.4.

4.6. Tren tipo articulado

4.6.1. Descripción

El segundo tren elegido para este estudio es el tren articulado tipo AVE S-100 de marca Alstom de 10 vehículos. Es el mismo tipo de tren que el Thalys o el TGV francés. Es uno de los primeros trenes de alta velocidad que se utilizan en España.

Masa (T)	Momentos de inercia (T · m ²)		
Coche			
m_C	I_{XC}	I_{YC}	I_{ZC}
53.5	70	2621.5	2621.5
bogie			
m_T	I_{XT}	I_{YT}	I_{ZT}
3.5	1.715	3.15	5.6
eje			
m_W	I_{XC}	-	I_{ZC}
1.8	1.0	-	1.0
masa auxiliar sist anti-lazo $m_X = 20$ Kg			

Cuadro 4.3.: Masa de los cuerpos rígidos del vehículo AVE S-103 (ICE-3)

Modos		Frecuencias (Hz)
<i>Coche (o caja)</i>		
1	Balanceo alto y lateral	0.613
2	Vertical	0.760
3	Giro de eje z	0.845
4	Cabeceo (giro eje y)	0.944
5	Balanceo bajo (giro eje x)	1.198
<i>Bogies</i>		
6	Vertical - fuera de fase	6.316
7	Vertical - en fase	6.320
8	Cabeceo - en fase	7.837
9	Cabeceo - fuera de fase	7.837

Cuadro 4.4.: Modos y frecuencias de vibración del vehículo AVE S-103 (ICE-3)

Se ha escogido este tren para el estudio de su comportamiento frente al viento (Capítulo 15) porque es un tren con vehículos de pasajeros ligeros, y por lo tanto, presenta mayores problemas frente a las cargas de viento. Los vehículos de pasajeros son más ligeros en este tren que en el AVE S-103 descrito antes. El convoy del AVE S-100 está formado por dos locomotoras, dos coches de transición con pasajeros y 6 coches de pasajeros. La Figura 4.4 recoge las dimensiones de los tres tipos de vehículos de este tren. Como se puede observar los vehículos tipo 2 y 3 comparten bogie con el vehículo siguiente. En cambio esto no sucede con las locomotoras que son vehículos tipo convencional.

En la Figura 4.5 se representa el modelo *multibody* de los vehículos nº 2 a nº 9 del convoy. En ella se puede observar que los coches del nº 2 al nº 9, además de compartir bogie, están unidos con los coches vecinos por amortiguadores dispuestos en las direcciones longitudinal y transversal del tren. Por todo esto, a diferencia de

Figura 4.4.: Dimensiones en mm. del tren AVE S-100 (o Thalys).

lo que ocurría en un tren tipo convencional, los grados de libertad de estos vehículos (del nº 2 al nº 9) de este tren están ligados con los de sus vehículos vecinos.

En la parte articulada del tren, como se puede observar en la Figura 4.5 existen dos tipos de vehículos. Los coches de transición, o coches tipo B, están situados en los extremos de la parte articulada del tren. Mientras que los coches de pasajeros, o coches tipo A, componen el resto de esta parte articulada del tren. De la misma forma, este convoy articulado, (vehículos del nº 2 al nº 9 del tren), cuenta con dos tipos de bogies. Los bogies tipo B son los bogies extremos (Figura 4.5), y los bogies tipo A son los centrales.

Figura 4.5.: Modelo vehículo articulado.

Para la obtención de las expresiones analíticas de las matrices de la Ecuación 4.4 de movimiento de este tren, ha sido necesario plantear las ecuaciones de equilibrio dinámico de Newton-Euler a los cuerpos rígidos del mismo. Ya que la formulación de sistemas *multibody* de trenes articulados encontrada en la literatura científica ([Xia et al. \(2003b\)](#)) no incluía los g. d. l. de los ejes. Tampoco consideraban [Xia et al.](#)

(2003b) algunos elementos de lo que vamos a llamar aquí suspensión terciaria. Los elementos de esta suspensión ligan los g.d.l. de la caja (o coche) de un vehículo con los g.d.l. de la caja del vehículo vecino.

En la Figura 4.5 se recoge la nomenclatura de los parámetros geométricos y mecánicos de la parte articulada del tren. Esta nomenclatura se utilizará en la formulación de las matrices $\mathbf{M}_v$, $\mathbf{C}_v$, $\mathbf{K}_v$ de este tren tipo articulado y tiene el siguiente significado:

- h_{1B2} , h_{2B} , h_{3B} son distancias, medidas en dirección vertical, que separan el c.d.g. de un coche de transición y el punto de aplicación de la suspensión secundaria del bogie B en este coche, este último punto y el c.d.g. del bogie B, y el c.d.g. del bogie B y el c.d.g. de uno de sus eje respectivamente.
- h_{1B1} es la distancia, medida en dirección vertical, que separa el c.d.g. de un coche de transición y el punto de aplicación de la suspensión secundaria del bogie A en este coche.
- h_{1A} , h_{2A} , h_{3A} son distancias, medidas en dirección vertical, que separan el c.d.g. de un coche de pasajeros y el punto de aplicación de la suspensión secundaria su bogie A en este coche, este último punto y el c.d.g. del bogie A, y el c.d.g. del bogie A y el c.d.g. de uno de sus eje respectivamente.
- h_{4A} , h_{5A} son distancias, medidas en dirección vertical, que separan el c.d.g. de la caja de un vehículo de pasajeros del punto de aplicación superior e inferior respectivamente de los elementos de la suspensión terciaria. La suspensión terciaria está formada por amortiguadores que ligan los desplazamientos de la caja de un vehículo con la caja del vehículo siguiente en un tren articulado.
- h_{4B} , h_{5B} son distancias, medidas en dirección vertical, que separan el c.d.g. de la caja de un vehículo de transición del punto de aplicación superior e inferior respectivamente de los elementos de la suspensión terciaria.
- $2d_{1A}$, $2d_{1B}$ son las distancias, medidas en la dirección longitudinal del tren, que separan los c.d.g. de dos ejes de un mismo bogie tipo A o tipo B respectivamente.
- d_{2A} es la distancia, medida en la dirección longitudinal del tren, que separa el c.d.g. de un coche de pasajeros del c.d.g. de uno de sus bogies tipo A. Coincide con la mitad de la longitud del coche de pasajeros.
- d_{2B1} , d_{2B2} son las distancias, medidas en la dirección longitudinal del tren, que separan los c.d.g. de un coche de transición y el c.d.g. de su bogie tipo A o tipo B respectivamente.
- $2b_{1A}$, $2b_{2A}$ son distancias, medidas en la dirección transversal del tren, que separan los puntos donde actúa la suspensión primaria en un eje y los puntos donde actúa la suspensión secundaria en un coche. Se refieren a un bogie tipo A.

$2b_{1B}, 2b_{2B}$ idem respecto a un bogie tipo B.

$2b_4$ es la distancia, medida en la dirección transversal del tren, que separa los puntos de aplicación de los elementos longitudinales de la suspensión terciaria (amortiguadores que ligan los desplazamientos de la caja de un vehículo con la caja del vehículo siguiente en un tren articulado).

ls_B es la distancia, medida en la dirección longitudinal del tren que separa el c.d.g. de un bogie B y el final de un vehículo de transición.

$k_{X1A}, k_{Y1A}, k_{Z1A}$ son constantes de rigidez de los muelles de la suspensión primaria de un bogie tipo B dispuestos en las direcciones x, y y z .

$k_{X1B}, k_{Y1B}, k_{Z1B}$ son constantes de rigidez de los muelles de la suspensión primaria de un bogie tipo B.

$k_{X2A}, k_{Y2A}, k_{Z2A}$ son constantes de rigidez de los muelles de la suspensión secundaria de un bogie tipo A dispuestos en las direcciones x, y y z respectivamente.

$k_{X2B}, k_{Y2B}, k_{Z2B}$ idem de un bogie tipo B.

k_{RX2A}, k_{RX2B} son la constante de rigidez de la barra anti-giro de la suspensión secundaria de un bogie tipo A y tipo B respectivamente.

m_{CB}, m_{TB} masa de un coche de transición y de un bogie tipo B respectivamente en un tren articulado.

m_{CAc}, m_{TA} masa de un coche de pasajeros y un bogie tipo A respectivamente en un tren articulado.

$I_{XCA}, I_{YCA}, I_{ZCA}$ momentos de inercia de masa de un coche o caja de un vehículo de pasajeros del tren articulado respecto a los ejes x, y y z .

$I_{XTA}, I_{YTA}, I_{ZTA}$ momentos de inercia de masa de un bogie tipo A respecto a los ejes x, y y z .

$I_{XCB}, I_{YCB}, I_{ZCB}$ momentos de inercia de masa de un coche o caja de un vehículo de transición del tren articulado respecto a los ejes x, y y z .

$I_{XTB}, I_{YTB}, I_{ZTB}$ momentos de inercia de masa de un bogie tipo B respecto a los ejes x, y y z .

m_W, I_{ZW} masa y momento de inercia de masa de un eje del vehículo del tren articulado respecto al eje z del sistema de referencia.

4.6.2. Vector desplazamiento

El vector desplazamiento se puede expresar como composición de tres subvectores (Ecuación 4.23). Los vectores desplazamiento $\mathbf{u}_{Loc1}$ y $\mathbf{u}_{Loc2}$ correspondientes a los g.d.l. de las locomotoras del tren, que son el primer y último vehículo del tren, y el

vector $\mathbf{u}_{Art}$ correspondiente a los g.d.l. de los vehículos articulados (vehículos del n° 2 a n° 9 del convoy).

$$\mathbf{u}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{Loc1} & \mathbf{u}_{Art} & \mathbf{u}_{Loc2} \end{bmatrix}^T \quad (4.23)$$

Con el modelo presentado aquí para este tren, el tren cuenta con 23 g.d.l. de cada locomotora, 14 de cada vehículo articulado (5 del coche, 5 del bogie y 4 de los dos ejes de ese bogie), a los que hay que sumar 9 g.d.l. más, correspondientes a los 5 del segundo bogie del último vehículo articulado y 4 de sus dos ejes. De esta forma los 10 vehículos del tren tiene en total $23+121+23=167$ g.d.l.

Los vectores desplazamiento de las locomotoras del tren tiene los siguientes elementos:

$$\mathbf{u}_{Locj} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_C & \mathbf{u}_{T1} & \mathbf{u}_{T2} & \mathbf{u}_{W1} & \mathbf{u}_{W2} & \mathbf{u}_{W3} & \mathbf{u}_{W4} \end{bmatrix}_j^T \quad (4.24)$$

donde los vectores $\mathbf{u}_C$, $\mathbf{u}_{Tj}$ y $\mathbf{u}_{Wl}$ se han definido en la Sección 4.2.

El vector desplazamiento de la parte articulada del tren $\mathbf{u}_{Art}$ se define como:

$$\mathbf{u}_{Art} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{T1} & \mathbf{u}_{W1.1} & \mathbf{u}_{W1.-1} & \mathbf{u}_{C1} & \mathbf{u}_{T2} & \mathbf{u}_{W2.1} & \mathbf{u}_{W2.-1} & \mathbf{u}_{C2} & \dots \\ \dots & \mathbf{u}_{Tn} & \mathbf{u}_{Wn.1} & \mathbf{u}_{Wn.-1} & \mathbf{u}_{Cn} & \dots & \mathbf{u}_{TN} & \mathbf{u}_{WN.1} & \mathbf{u}_{WN.-1} & \mathbf{u}_{CN} \\ & & & & \mathbf{u}_{TN+1} & \mathbf{u}_{WN+1.1} & \mathbf{u}_{WN+1.-1} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

En este vector $\mathbf{u}_{Cn}$ y $\mathbf{u}_{Tn}$ corresponden a los vectores desplazamiento del coche y del primer bogie del vehículo n del convoy articulado, que lo forman los vehículos del n° 2 a n° 9 del tren. De la misma forma $\mathbf{u}_{Wn.1}$ y $\mathbf{u}_{Wn.-1}$ son los vectores desplazamiento los g.d.l. de los ejes delantero y trasero respectivamente del primer bogie del vehículo n . Cuando $n = N$, los vectores corresponden al último vehículo de la parte articulada del tren, es decir, al vehículo n°9 del tren. Por último, los vectores $\mathbf{u}_{TN+1}$, $\mathbf{u}_{WN+1.1}$ y $\mathbf{u}_{WN+1.-1}$ son los vectores desplazamiento de los g.d.l. del segundo bogie y de los dos ejes de este en el vehículo N de la parte articulada del tren, el citado vehículo n° 9 del tren. Los desplazamientos de cada vector tipo $\mathbf{u}_{Cn}$, $\mathbf{u}_{Tn}$ y $\mathbf{u}_{Wn,j}$ ya se han definido en la Sección 4.2.

4.6.3. Matrices de Rigidez, Amortiguamiento y Masa

Matriz de rigidez

La matriz de rigidez de este tren articulado tiene la estructura recogida en la Ecuación 4.26. Donde $\mathbf{k}_{Loc}$ es la matriz de rigidez del la locomotora del tren (vehículo

los n° 1 y n° 10), y $\mathbf{k}_{Art}$ es la matriz de rigidez de la parte articulada del tren (vehículos del n° 2 al n° 9).

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{Loc} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{Art} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{Loc} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{k}_{Loc} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{TC} & \mathbf{k}_{WT}^T \\ \mathbf{k}_{WT} & \mathbf{k}_W \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Las submatrices de la matriz de rigidez de la locomotora $\mathbf{k}_{Loc}$ (Ecuación 4.27) se definieron en la Subsección 4.5.3.

$$\mathbf{k}_{Art} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{1,1} & \mathbf{k}_{1,2} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_{2,1} & \mathbf{k}_{2,2} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{k}_{n-1,n-1} & \mathbf{k}_{n-1,n} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{k}_{n,n-1} & \mathbf{k}_{n,n} & \mathbf{k}_{n,n+1} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{n+1,n} & \mathbf{k}_{n+1,n+1} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{k}_{N,N} & \mathbf{k}_{N,N+1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{k}_{N+1,N} & \mathbf{k}_{N+1,N+1} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

En la matriz $\mathbf{k}_{Art}$ (Ecuación 4.28), la submatriz $\mathbf{k}_{n,n}$ es una matriz de 14 x 14 elementos:

$$\mathbf{k}_{n,n} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{TT,C} + \mathbf{k}_{TT,W2} & & & \text{sim.} \\ & \mathbf{k}_{WT,1} & & \\ & \mathbf{k}_{WT,-1} & \mathbf{k}_{WW} & \\ & \mathbf{k}_{CT1} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WW} \\ & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{CC} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

De esta matriz $\mathbf{k}_{n,n}$ (Ecuación 4.29), las submatrices $\mathbf{k}_{TT,C}$, $\mathbf{k}_{TT,W2}$, $\{\mathbf{k}_{WT,j}\}_{j=1,-1}$ y $\mathbf{k}_{WW}$ se definieron en la Subsección 4.5.3 (de la Ecuación 4.14 a la Ecuación 4.17). La submatriz $\mathbf{k}_{CT1}$ es la matriz transpuesta de la matriz $\mathbf{k}_{TC,1}$, que se definió en la ecuación Ecuación 4.10.

La submatriz $\mathbf{k}_{CC}$ se define ahora de la siguiente forma:

$$\mathbf{k}_{CC} = \mathbf{k}_{CC,1} + \mathbf{k}_{CC,T} + \mathbf{k}_{CC,-1} \quad (4.30)$$

donde:

$$\mathbf{k}_{CC,j} = \begin{bmatrix} k_{YJ} + 2k_3 & & & & \text{sim.} \\ 0 & k_{ZJ} & & & \\ k_{Y3}h_4 + & & k_{YJ}h_1^2 + & & \\ -k_{YJ}h_1 + & 0 & +k_{Y3}h_4^2 + & & \\ -k_{Y3}h_5 & & +k_{Y3}h_5^2 & & \\ & 0 & -k_{ZJ}jd_2 & 0 & 2k_{X3}h_4^2 + \\ & & & & +2k_{X3}h_5^2 + \\ & & & & +k_{ZJ}d_2^2 \\ k_{YJ}jd_2 + & & -k_{YJ}jd_2h_1 + & & \\ +2k_{Y3}jd_2 & 0 & +k_{Y3}jd_2h_4 + & 0 & (2k_{Y3} + k_{YJ})d_2^2 + \\ & & -k_{Y3}jd_2h_5 & & +4k_{X3}b_4^2 \end{bmatrix}_{j=1,-1} \quad (4.31)$$

$$\mathbf{k}_{CC,T} = \begin{bmatrix} 2k_{Y2} & & & & \text{sim.} \\ 0 & 2k_{Z2} & & & \\ 2k_{Y2}h_1 & 0 & 2k_{Y2}h_1^2 + & & \\ & & +2k_{Z2}b_2^2 + & & \\ & & +k_{RX2} & & \\ 0 & -2k_{Z2}d_2 & 0 & 2k_{X2}h_1^2 + & \\ & & & +2k_{Z2}d_2^2 & \\ 2k_{Y2}d_2 & 0 & 2k_{Y2}d_2h_1 & 0 & 2k_{X2}b_3^2 + \\ & & & & +2k_{Y2}d_2^2 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Cuando se cumple que n es mayor que 1 y menor que 8 ($1 < n < 8$), la matriz $\mathbf{k}_{n,n}$ corresponde a un vehículo de pasajeros formado por su coche y el bogie tipo A (con sus ejes correspondientes) que comparte con el vehículo anterior. En este caso los parámetros geométricos y las constantes de rigidez de las suspensiones primaria y secundaria que aparecen en estas matrices, estos son $h_i, b_i, d_i, k_{X1}, k_{Y1}, k_{Z1}, k_{X2}, k_{Y2}, k_{Z2}$, y k_{RX2} , adoptan los valores $h_{iA}, b_{iA}, d_{iA}, k_{X1A}, k_{Y1A}, k_{Z1A}, k_{X2A}, k_{Y2A}, k_{Z2A}$ y k_{RX2A} (ver Figura 4.5).

Cuando n es 1, la matriz $\mathbf{k}_{n,n}$ es ahora $\mathbf{k}_{1,1}$, y corresponde al coche y al bogie tipo B (con sus ejes correspondientes) del primer vehículo de la parte articulada del tren, es decir, del vehículo n° 2 del tren. Este vehículo es un coche de transición con pasajeros. Esta matriz $\mathbf{k}_{1,1}$ se obtiene particularizando la matriz $\mathbf{k}_{n,n}$ (Ecuación 4.29) de la siguiente forma:

- Los parámetros geométricos y las constantes de rigidez citadas antes, adoptan ahora los valores $h_{iB}, b_{iB}, d_{iB}, k_{X1B}, k_{Y1B}, k_{Z1B}, k_{X2B}, k_{Y2B}, k_{Z2B}$ y k_{RX2B} , excepto las distancias h_1 y d_2 cuyos valores son los siguientes (ver Figura 4.5):

- En las submatrices $\mathbf{k}_{CC,T}$ y $\mathbf{k}_{CT1}$, $d_2 = d_{2B2}$ y $h_1 = h_{1B2}$.
- En la submatriz $\mathbf{k}_{CC,-1}$, $d_2 = d_{2B1}$ y $h_1 = h_{1B1}$.
- La submatriz $\mathbf{k}_{CC,1}$ es una matriz de ceros, puesto que la caja de este vehículo de transición no tiene conexión, mediante suspensión terciaria con la caja de la locomotora.

Cuando n es igual a N , la matriz $\mathbf{k}_{N,N}$ correspondiente a la caja y al primer bogie (el de tipo A, con sus ejes correspondientes) del último vehículo de la parte articulada del tren, es decir, del vehículo nº 9 del tren. Este vehículo es también un coche de transición con pasajeros. La matriz $\mathbf{k}_{N,N}$ se construye como la matriz $\mathbf{k}_{n,n}$ (Ecuación 4.29) pero con las siguientes particularidades:

- Los parámetros geométricos y las constantes de rigidez citadas, adoptan los valores h_{iA} , b_{iA} , d_{iA} , k_{X1A} , k_{Y1A} , k_{Z1A} , k_{X2A} , k_{Y2A} , k_{Z2A} , y k_{RX2A} , excepto las distancias h_1 , h_4 , h_5 y d_2 cuyos valores son los siguientes (ver Figura 4.5):
 - En las submatrices $\mathbf{k}_{CT,1}$, $\mathbf{k}_{CC,1}$, y $\mathbf{k}_{CC,T}$, $d_2 = d_{2B1}$, $h_1 = h_{1B1}$, $h_4 = h_{4B}$ y $h_5 = h_{5B}$.
- Además, a la submatriz $\mathbf{k}_{CC}$ hay que sumarle una nueva matriz ($\mathbf{k}_{CC,T2}$) a además de las contempladas en la Ecuación 4.30. De esta forma la caja queda vinculada al segundo bogie (bogie tipo B) de este vehículo de transición N . Esta nueva matriz $\mathbf{k}_{CC,T2}$ se obtiene al sustituir en $\mathbf{k}_{CC,T}$ (Ecuación 4.32) los siguientes valores: $d_2 = -d_{2B2}$, $h_1 = h_{1B2}$, $h_4 = h_{4B}$ y $h_5 = h_{5B}$.
- La submatriz $\mathbf{k}_{CC,-1}$ es, en este caso, una matriz de ceros. Puesto que la caja de este vehículo de transición no tiene conexión, mediante suspensión terciaria, con la caja de la locomotora.

En la matriz $\mathbf{k}_{Art}$ (Ecuación 4.26), la submatriz $\mathbf{k}_{n+1,n}$ es una matriz de 14 x 14 elementos (Ecuación 4.33):

$$\mathbf{k}_{n+1,n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{Cn+1,Cn} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

donde:

$$\mathbf{k}_{Cn+1,Cn} = \begin{bmatrix} -k_{YJ} - 2k_{Y3} & 0 & k_{YJ}h_{1D} + \\ & & -k_{Y3}h_{4D} + \\ & & +k_{Y3}h_{5D} & 0 & k_{YJ}d_{2D} + \\ & & & & +2k_{Y3}d_{2D} \\ 0 & -k_{ZJ} & 0 & -k_{ZJ}d_{2D} & 0 \\ k_{YJ}h_{1E} + & & -k_{YJ}h_{1D}h_{1E} + & & -k_{YJ}h_{1E}d_{2D} + \\ -k_{Y3}h_{4E} + & 0 & -k_{Y3}h_{4D}h_{4E} + & 0 & +k_{Y3}h_{4E}d_{2D} + \\ +k_{Y3}h_{5E} & & -k_{Y3}h_{5D}h_{5E} & & -k_{Y3}h_{5E}d_{2D} \\ & & & k_{YJ}d_{2D}d_{2E} + & \\ 0 & k_{ZJ}d_{2E} & 0 & -2k_{X3}h_{4D}h_{4E} + & 0 \\ & & & -2k_{X3}h_{5D}h_{5E} & \\ -k_{YJ}d_{2E} + & & k_{YJ}d_{2E}h_{1D} + & & k_{YJ}d_{2D}d_{2E} + \\ -2k_{Y3}d_{2E} + & 0 & -k_{Y3}d_{2E}h_{4D} + & 0 & -4k_{X3}b_4^2 + \\ & & k_{Y3}d_{2E}h_{5D} & & 2k_{Y3}d_{2D}d_{2E} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

En esta última submatriz $\mathbf{k}_{Cn+1,Cn}$ (Ecuación 4.34), los subíndices D y E tienen el siguiente significado:

- Cuando n es mayor o igual a 2 y menor que $N-1$ ($2 \leq n < 7$), los subíndices D y E se sustituyen por A .
- Cuando n es 1, en la matriz $\mathbf{k}_{C2,C1}$ el subíndice D se sustituye por $B1$ en los parámetros d_{2D} y en h_{1D} , y por B en h_{4D} y h_{5D} . Y el subíndice E se sustituye por A .
- Cuando n es $N-1$ ($N-1=7$), en la matriz $\mathbf{k}_{CN,CN-1}$ el subíndice E se sustituye por $B1$ en los parámetros d_{2E} y en h_{1E} , y por B en h_{4E} y h_{5E} . Y el subíndice D se sustituye por A .

Por otro lado, en la matriz $\mathbf{k}_{Art}$ (Ecuación 4.26), las submatrices del tipo $\mathbf{k}_{n,n+1}$ (Ecuación 4.35) se obtienen transponiendo las submatrices $\mathbf{k}_{n+1,n}$ obtenidas de la Ecuación 4.33.

$$\mathbf{k}_{n,n+1} = \mathbf{k}_{n+1,n}^T \quad (4.35)$$

Para completar la formulación de la matriz de rigidez de la parte articulada del tren $\mathbf{k}_{Art}$ (Ecuación 4.26), queda definir las submatrices $\mathbf{k}_{N+1,N+1}$, $\mathbf{k}_{N+1,N}$ y $\mathbf{k}_{N,N+1}$.

La matriz $\mathbf{k}_{N+1,N+1}$ corresponde a la rigidez del segundo bogie (tipo B, con sus dos ejes correspondientes) del coche de transición N , este es el coche nº 9 del tren. Es una matriz de 9 x 9 elementos:

$$\mathbf{k}_{N+1,N+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{TT,C} + \mathbf{k}_{TT,W2} & \text{sim.} \\ \mathbf{k}_{WT,1} & \mathbf{k}_{WW} \\ \mathbf{k}_{WT,-1} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{WW} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

De esta matriz $\mathbf{k}_{N+1,N+1}$ (Ecuación 4.36), las submatrices $\mathbf{k}_{TT,C}$, $\mathbf{k}_{TT,W2}$, $\{\mathbf{k}_{WT,j}\}_{j=1,-1}$ y $\mathbf{k}_{WW}$ se definieron en la Subsección 4.5.3 (de la Ecuación 4.14 a la Ecuación 4.17). En esta ocasión, al tratarse de un bogie tipo B, los parámetros geométricos y las constantes de rigidez h_i , b_i , d_1 , k_{X1} , k_{Y1} , k_{Z1} , k_{X2} , k_{Y2} , k_{Z2} , y k_{RX2} , que aparecen en los elementos de las citadas submatrices de $\mathbf{k}_{N+1,N+1}$, toman los valores h_{iB} , b_{iB} , d_{1B} , k_{X1B} , k_{Y1B} , k_{Z1B} , k_{X2B} , k_{Y2B} , k_{Z2B} y k_{RX2B} .

La submatriz $\mathbf{k}_{N+1,N}$ de la matriz $\mathbf{k}_{Art}$ (Ecuación 4.26) es una matriz de 9 x 14 elementos y se define en la Ecuación 4.37 :

$$\mathbf{k}_{N+1,N} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{CT,-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

donde la submatriz $\mathbf{k}_{CT,-1}$ se puede obtener como la matriz traspuesta de $\mathbf{k}_{TC,-1}$ (Ecuación 4.13) y sustituyendo los parámetros h_1 , b_2 , d_2 , k_{X2} , k_{Y2} , k_{Z2} , y k_{RX2} por h_{1B2} , h_{2B} , b_{2B} , d_{2B2} , k_{X2B} , k_{Y2B} , k_{Z2B} , y k_{RX2B} .

Por ultimo, $\mathbf{k}_{N,N+1}$ es igual a la matriz traspuesta de $\mathbf{k}_{N+1,N}$.

Matriz de amortiguamiento

La expresión analítica de la matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}_v$ de un modelo *multibody* de un tren articulado se obtiene al sustituir la letra k por la letra c en los elementos de la matriz de rigidez $\mathbf{C}_v$ descrita de este modelo.

Matriz de masa

De la misma forma que la matriz de rigidez de un tren articulado (Ecuación 4.38), la matriz de masa esta compuesta por las submatrices de masa de las locomotoras $\mathbf{m}_{Loc}$ y la submatriz de la parte articulada del tren $\mathbf{m}_{Art}$, es decir, la que corresponde a los vehículos de transición y los de pasajeros.

$$\mathbf{M}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{Loc} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_{Art} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{m}_{Loc} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

La matriz de masa de cada locomotora del convoy $\mathbf{m}_{Loc}$ es una matriz diagonal, y se puede expresar como la siguiente matriz diagonal por bloques:

$$\mathbf{m}_{Loc} = \text{diag} [\mathbf{m}_C, \mathbf{m}_T, \mathbf{m}_T, \mathbf{m}_W, \mathbf{m}_W, \mathbf{m}_W, \mathbf{m}_W]_{Loc} \quad (4.39)$$

Las submatrices que forman la matriz de masas de la locomotora $\mathbf{m}_{Loc}$ son matrices diagonales de masas correspondientes a los cuerpos rígidos que forman este vehículo tipo convencional (1 coche, 2 bogies y 4 ejes):

$$\begin{aligned}\mathbf{m}_C &= \text{diag} [m_C, m_C, I_{XC}, I_{YC}, I_{ZC}]_{Loc} \\ \mathbf{m}_T &= \text{diag} [m_T, m_T, I_{XT}, I_{YT}, I_{ZT}]_{Loc} \\ \mathbf{m}_W &= \text{diag} [m_W, I_{ZW}]_{Loc}\end{aligned}\tag{4.40}$$

Las constantes de masa que aparecen en la matriz de masa de la locomotora tienen el mismo significado que las constantes de la matriz de masa de un vehículo convencional descrita en la Subsección 4.5.3.

La matriz de masa de la parte articulada del tren $\mathbf{m}_{Art}$ también es una matriz diagonal que se puede expresar como la siguiente serie de submatrices,

$$\begin{aligned}\mathbf{m}_{Art} &= \text{diag} [\mathbf{m}_{TB1}, \mathbf{m}_{WB1}, \mathbf{m}_{WB1}, \mathbf{m}_{CB1}, \mathbf{m}_{TA2}, \mathbf{m}_{WA2}, \mathbf{m}_{WA2}, \mathbf{m}_{CA2}, \dots \\ &\dots, \mathbf{m}_{TAn}, \mathbf{m}_{WAn}, \mathbf{m}_{WAn}, \mathbf{m}_{CBn}, \dots, \mathbf{m}_{TAN}, \mathbf{m}_{WAN}, \mathbf{m}_{WAN}, \mathbf{m}_{CBN} \\ &\mathbf{m}_{TBN+1}, \mathbf{m}_{WBN+1}, \mathbf{m}_{WBN+1}]\end{aligned}\tag{4.41}$$

donde las submatrices son las siguientes matrices diagonales:

$$\begin{aligned}\mathbf{m}_{CAj} &= \text{diag} [m_{CA}, m_{CA}, I_{XCA}, I_{YCA}, I_{ZCA}] \\ \mathbf{m}_{TAj} &= \text{diag} [m_{TA}, m_{TA}, I_{XTA}, I_{YTA}, I_{ZTA}] \\ \mathbf{m}_{WAj} &= \text{diag} [m_{WA}, I_{ZWA}] \\ \mathbf{m}_{CBj} &= \text{diag} [m_{CB}, m_{CB}, I_{XCB}, I_{YCB}, I_{ZCB}] \\ \mathbf{m}_{TBj} &= \text{diag} [m_{TB}, m_{TB}, I_{XTB}, I_{YTB}, I_{ZTB}] \\ \mathbf{m}_{WBj} &= \text{diag} [m_{WB}, I_{ZWB}]\end{aligned}\tag{4.42}$$

4.6.4. Características mecánicas del tren AVE-Alstom (TGV)

Los valores de los parámetros geométricos, de las constantes de rigidez, de amortiguamiento y de masas que caracterizan mecánicamente al tren tipo AVE S-100 (Thalys o TGV) marca Alstom se recogen en las siguientes tablas (de la Tabla 4.5 a la Tabla 4.13). Estos datos se pueden encontrar también en los trabajos de [Song et al. \(2003\)](#), [Kwark et al. \(2004\)](#) y [Lee y Kim \(2010\)](#).

4.6.5. Frecuencias y modos de vibración.

Con el modelo descrito para el tren tipo articulado, este tren presenta las frecuencias naturales y modos de vibración que se muestran en la Tabla 4.14 y en la Tabla 4.15.

Distancias long. (m)	Alturas (m)	Anchuras (m)
$2d_1$ 3.00	h_1 0.66	b_1 1.00
$2d_2$ 14.00	h_2 0.50	b_2 1.25
l_s 3.13	h_3 0.10	b_3 1.25

Cuadro 4.5.: Parámetros geométricos de la locomotora del AVE S-100 (Thalys).

Distancias long. (m)	Alturas (m)	Anchuras (m)
$2d_{1B}$ 3.00	h_{1B1} 0.475	b_{1B} 1.00
d_{2B1} 10.92	h_{1B2} 0.487	b_{2B} 1.25
d_{2B2} 7.78	h_{2B} 0.50	b_{3B} 1.25
l_{sB} 3.14	h_{3B} 0.10	b_4 1.35
	h_{4B} 0.488	
	h_{5B} 0.312	

Cuadro 4.6.: Parámetros geométricos del vehículo de transición del AVE S-100 (Thalys).

Distancias long. (m)	Alturas (m)	Anchuras (m)
$2d_{1A}$ 3.00	h_{1A} 0.563	b_{1A} 1.00
$2d_{2A}$ 10.92	h_{2A} 0.50	b_{2A} 1.25
l_{sA} 0.00	h_{3A} 0.10	b_{3A} 1.25
	h_{4A} 0.40	
	h_{5A} 0.40	

Cuadro 4.7.: Parámetros geométricos del vehículo de pasajeros (coche A, bogie A) del AVE S-100 (Thalys).

Rigidez (MN/m)			Amortig. (kN · s/m)		
Suspensión primaria					
k_{X1}	k_{Y1}	k_{Z1}	c_{X1}	c_{Y1}	c_{Z1}
40.0	9.0	1.225	22	10	10
Suspensión secundaria					
k_{X2}	k_{Y2}	k_{Z2}	c_{X2}	c_{Y2}	c_{Z2}
0.302	0.302	1.268	4230.0	30	20
barra anti-giro					
k_{RX2} (MN · m/rad)			c_{RX2} (kN · m · s/rad)		
0.0			0.0		

Cuadro 4.8.: Constantes de rigidez y amortig. de la locomotora del AVE S-100 (Thalys)

Rigidez (MN/m)			Amortig. (kN · s/m)		
Suspensión primaria (Eje-Bogie B)					
k_{X1B}	k_{Y1B}	k_{Z1B}	c_{X1B}	c_{Y1B}	c_{Z1B}
40.0	9.0	1.225	21	10	10
Suspensión secundaria (Bogie B-Coche B)					
k_{X2B}	k_{Y2B}	k_{Z2B}	c_{X2B}	c_{Y2B}	c_{Z2B}
0.10	0.15	0.37	4230.0	30	20
barra anti-giro (Bogie B-Coche B)					
k_{RX2B} (MN · m/rad)			c_{RX2B} (kN · m · s/rad)		
3.80			0.0		

Cuadro 4.9.: Constantes de rigidez y amortig. del vehículo de transición (coche B -bogie B) del AVE S-100 (Thalys)

Rigidez (MN/m)			Amortig. (KN · s/m)		
Suspensión primaria (Eje-Bogie A)					
k_{X1A}	k_{Y1A}	k_{Z1A}	c_{X1A}	c_{Y1A}	c_{Z1A}
40.0	9.0	1.225	21	10	10
Suspensión secundaria (Bogie A-Coche A)					
k_{X2A}	k_{Y2A}	k_{Z2A}	c_{X2A}	c_{Y2A}	c_{Z2A}
0.10	0.15	0.37	4230.0	30	20
Susp. terciaria (Coche A- Coche A o B)					
k_{X3}	k_{Y3}		c_{X3}	c_{Y3}	
0.00	0.00		57.80	72.50	
Junta de tracción (Coche A- Coche A o B)					
k_{YJ}	k_{ZJ}		c_{YJ}	c_{ZJ}	
0.30	0.60		0.00	0.00	
barra anti-giro (Bogie A-Coche A)					
k_{RX2A} (MN · m/rad)			c_{RX2A}		
3.80			0.00		

Cuadro 4.10.: Constantes de rigidez y amortig. del vehículo de pasajeros (coche A -bogie A) del AVE S-100 (Thalys)

Masa (T)	Momentos de inercia (T · m ²)		
Coche			
m_C	I_{XC}	I_{YC}	I_{ZC}
54.916	59.40	1131.9	1112.0
bogie			
m_T	I_{XT}	I_{YT}	I_{ZT}
2.446	1.645	2.593	3.068
eje			
m_W	I_{XW}		I_{ZW}
2.048	1.03		1.03

Cuadro 4.11.: Masa de los cuerpos rígidos de la locomotora del AVE S-100 (Thalys).

Masa (T)	Momentos de inercia (T · m ²)		
Coche B			
m_{CB}	I_{XCB}	I_{YCB}	I_{ZCB}
42.758	55.57	1643.62	1697.07
Bogie B			
m_{TB}	I_{XTB}	I_{YTB}	I_{ZTB}
3.076	2.07	3.26	3.86
Eje B			
m_{WB}	I_{XWB}		I_{ZWB}
2.104	1.03		1.03

Cuadro 4.12.: Masa de los cuerpos rígidos del vehículo de transición del AVE S-100 (Thalys).

Masa (T)	Momentos de inercia (T · m²)		
Coche A			
m_{CA}	I_{XCA}	I_{YCA}	I_{ZCA}
25.673	33.36	955.29	955.29
Bogie A			
m_{TA}	I_{XTA}	I_{YTA}	I_{ZTA}
3.018	2.03	3.20	3.79
Eje A			
m_{WA}	I_{XWA}		I_{ZWA}
2.104	1.03		1.03

Cuadro 4.13.: Masa de los cuerpos rígidos del vehículo de pasajeros del AVE S-100 (Thalys).

Modos		Frecuencias (Hz)
<i>Coche (o caja)</i>		
1	Lateral	0.643
2	Giro de eje z	1.156
3	Vertical	1.235
4	Balanceo (giro eje x)	1.548
5	Cabeceo (giro eje y)	1.893
<i>Bogies</i>		
6	Vertical - fuera de fase	8.822
7	Vertical - en fase	8.888
8	Cabeceo - en fase	11.172
9	Cabeceo - fuera de fase	11.172

Cuadro 4.14.: Modos y frecuencias de vibración de la locomotora del AVE S-100 (Thalys)

Modos		Frecuencias (Hz)
<i>Coches (o cajas)</i>		
1	1ª Lateral de CT y CP	0.388
2	2ª Lateral de CT y CP	0.450
3	3ª Lateral de CT y CP	0.617
4	1ª Vertical de CT y CP	0.623
5	Lateral de CT	0.669
6	2ª Vertical de CT y CP	0.710
7	3ª Vertical de CT y CP	0.951
8	Vertical de CT	1.035
9	Balanceo y lateral de CP	1.051
10	Balanceo de CT	1.120
11	1ª Balanceo de CT y CP	1.376
12	2ª Balanceo de CT y CP	1.537
13	3ª Balanceo de CT y CP	1.645
14	Vertical de CP	1.860
<i>Bogies</i>		
15	Vertical bogie A, CT y CP	2.315
16	Vertical bogie B	5.743
17	Vertical bogie A	6.826
18	Cabeceo bogie A	8.751
19	Cabeceo bogie B	9.924
20	Balanceo bogie A	10.023
21	Balanceo bogie B	10.973
22	Lateral bogie B	17.482
23	Lateral bogie A	19.445
CT: Coche de transición. CP: Coche de pasajeros		

Cuadro 4.15.: Modos y frecuencias de vibración de la parte articulada del AVE S-100 (Thalys)

5. Modelo de interacción Eje-Vía.

5.1. Introducción

El modelo de interacción eje-vía va a permitir obtener, por un lado, los movimientos del eje no considerados en el modelo del vehículo, por no ser grados de libertad independientes, y por otro lado, las fuerzas de interacción que ejerce el vehículo sobre el sistema dinámico puente-vía y el puente sobre el sistema vehículo en función de los movimientos del puente y del tren. Con la obtención de estas variables, el modelo de interacción eje-vía completa el modelo de interacción vehículo-puente.

Los movimientos de los eje no considerados en el modelo del vehículo son los siguientes:

$z_W, \dot{z}_W, \ddot{z}_W$ movimientos (desplazamiento, velocidad y aceleración) verticales del c.d.g. de un eje del tren.

$Rx_W, \dot{R}x_W, \ddot{R}x_W$ giro de eje x (longitudinal de la vía) de un eje del tren y sus derivadas respecto al tiempo.

Las fuerzas de interacción que ejerce el vehículo sobre el sistema dinámico puente-vía están representadas en este modelo por el vector $\mathbf{F}_{bv}(t)$. Vector que aparece en la Ecuación 3.4 o ecuación de movimiento del puente. De la misma manera, las fuerzas de interacción que ejerce el sistema dinámico puente sobre el vehículo, a través de la vía, componen el vector $\mathbf{F}_{vb}(t)$. Este vector aparece en el lado derecho de la ecuación de movimiento del tren (Ecuación 4.4). Como ya se ha dicho más arriba, las fuerzas de interacción dependen de los movimientos de los dos sub-sistemas dinámicos tren y puente. Además de las irregularidades de la vía, al considerar la teoría del contacto de cuerpos en movimiento, estas fuerzas de interacción van a depender también de las propiedades elásticas de los materiales de las ruedas y del carril, del coeficiente de rozamiento entre rueda y carril, y de la geometría de estos dos elementos.

El modelo de interacción eje-vía empleado aquí es un modelo no lineal simplificado que considera el movimiento relativo rueda-carril y la geometría de los perfiles de estos elementos incluyendo la pestaña de la rueda. Las principales fuentes de no linealidad del problema son, por un lado, el rozamiento rueda-carril que limita la fuerza tangencial de contacto, y por otro lado, la geometría de los perfiles de la rueda y del carril.

Este modelo de interacción eje-vía se ha construido a partir del planteamiento de los siguientes grupos de ecuaciones:

1. **Ecuaciones de equilibrio dinámico** del eje del vehículo (Figura 5.1). En estas ecuaciones intervienen las fuerzas de rigidez y amortiguamiento que llegan al eje a través la suspensión primaria del vehículo, las fuerzas de contacto rueda-carril y las fuerzas de inercia del eje.
2. **Ecuaciones constitutivas o de comportamiento.** Con estas ecuaciones se introduce la teoría del contacto rueda-carril. De ellas y del siguiente grupo de ecuaciones se obtiene, para el modelo construido, la expresión de las fuerzas tangenciales en los puntos de contacto rueda-carril. En la Ecuación 5.1, $T_X^{L,R}$, $T_Y^{L,R}$ son fuerzas tangenciales longitudinales y laterales respectivamente en el punto de contacto de la rueda con el carril. El superíndice L denota que el contacto se produce entre la rueda izquierda del eje y el carril izquierdo de la vía. El superíndice R se refiere al contacto entre la rueda y el carril derechos. En lo sucesivo, cuando aparece como índice L,R , significa que la expresión es válida tanto para el contacto izquierdo como el derecho del eje con la vía. $N^{L,R}$ es la fuerza normal en el contacto rueda-carril. E es el módulo de deformación longitudinal del acero. ν es el coeficiente de Poisson del acero. μ es el coeficiente de rozamiento. $\Delta y_w, \Delta \dot{y}_w$ son el desplazamiento lateral relativo y la velocidad lateral relativa entre el eje y la vía. $\Delta R z_w, \Delta \dot{R} z_w$, son el giro y velocidad de giro relativo de eje vertical entre el eje del tren y la vía, y t el tiempo.

$$\begin{aligned} T_X^{L,R} &= T_X^{L,R}(N^{L,R}, E, \nu, \mu, \Delta y_w, \Delta \dot{y}_w, \Delta R z_w, \Delta \dot{R} z_w, t) \\ T_Y^{L,R} &= T_Y^{L,R}(N^{L,R}, E, \nu, \mu, \Delta y_w, \Delta \dot{y}_w, \Delta R z_w, \Delta \dot{R} z_w, t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

3. **Ecuaciones de compatibilidad o cinemáticas.** Algunos desplazamientos de un eje del tren están relacionados entre si mediante unas funciones geométricas. Cuando un eje ferroviario se desliza lateralmente sobre la vía, el giro de eje x , $\Delta R x_w$, y el desplazamiento vertical de eje del tren respecto al la vía, Δz_w , quedan completamente definidos por unas funciones cinemáticas que consideran la geometría de la vía y del eje (Ecuación 5.2). Otra función geométrica a destacar es la que relaciona el ángulo que forma la superficie de contacto rueda-carril con la horizontal $\gamma^{L,R}$ y el desplazamiento lateral Δy_w del eje sobre la vía (Figura 5.2). En la formulación del modelo construido que se presenta en este trabajo, el angulo de la superficie de contacto en la rueda izquierda γ^L es positivo en sentido horario, mientras que el angulo de la superficie de contacto en la rueda derecha γ^R es positivo en sentido anti-horario (Ecuación 5.2). Además de las funciones geométricas citadas, se establecen en el modelo una serie de relaciones cinemáticas entre los desplazamientos del eje del tren, los de la vía y la medida de las irregularidades de la vía en los puntos

de contacto rueda carril.

$$\begin{aligned}\Delta z_W &= \Delta z_W(\Delta y_W) \\ \Delta R x_W &= \Delta R x_W(\Delta y_W) \\ \gamma^{L,R} &= \gamma^{L,R}(\Delta y_w)\end{aligned}\tag{5.2}$$

El problema de la interacción eje-vía se puede dividir en tres partes: El problema geométrico, el problema de la fuerza tangencial de contacto rueda-carril y la interacción normal rueda-carril.

Figura 5.1.: Fuerzas de contacto Eje-Vía.

5.2. Problema geométrico

En este trabajo se han considerado dos modelos geométricos para la rueda y el carril. En el primer modelo considera que la rueda tiene un perfil transversal cónico y el carril se asume con sección transversal circular. El segundo modelo tiene en cuenta la geometría completa de los perfiles de rueda y carril. En ambos casos se ha considerado que el tren y la vía cuentan con el perfil de rueda S1002 y el carril UIC-60. Ambos perfiles son los normalmente empleados en alta velocidad.

Figura 5.2.: Posición relativa del eje respecto a la vía.

5.2.1. Relaciones cinemáticas eje-vía.

Para los dos modelos geométricos empleados, cónico y completo, se establecen las siguientes definiciones y relaciones cinemáticas entre los desplazamientos de la vía y los del eje del tren.

El desplazamiento, la velocidad y la aceleración lateral relativa entre eje y vía (Δy_W , $\Delta \dot{y}_W$, $\Delta \ddot{y}_W$) se definen con las siguientes expresiones:

$$\Delta y_W = y_W - \left(\frac{y_D^L + y_D^R}{2} + y_I \right) \quad (5.3)$$

$$\Delta \dot{y}_W = \dot{y}_W - \left(\frac{\dot{y}_D^L + \dot{y}_D^R}{2} + \dot{y}_I \right) \quad (5.4)$$

$$\Delta \ddot{y}_W = \ddot{y}_W - \left(\frac{\ddot{y}_D^L + \ddot{y}_D^R}{2} + \ddot{y}_I \right) \quad (5.5)$$

En estas expresiones:

y_W , $\dot{y}_W$, $\ddot{y}_W$ son el desplazamiento, la velocidad y la aceleración lateral respectivamente del eje del tren. Estos movimientos corresponden a un grado de libertad del modelo vehículo.

$y_D^{L,R}$, $\dot{y}_D^{L,R}$, $\ddot{y}_D^{L,R}$ son los desplazamientos laterales de los carriles izquierdo y derecho respectivamente de la vía en los puntos de contacto con el eje y sus derivadas respecto al tiempo. Estos desplazamientos dependen de los movimientos del sistema puente-vía según sus grados de libertad. La relación entre estos desplazamientos $y_D^{L,R}(\mathbf{u}_b)$ y los grados de libertad del puente se explica en el Apéndice B.

y_I , $\dot{y}_I$, $\ddot{y}_I$ son la medida de la irregularidad de alineamiento (lateral) de la vía en la posición del eje y sus derivadas respecto al tiempo. Estas funciones $y_I(x)$, $\dot{y}_I(x)$ y $\ddot{y}_I(x)$ se explican en el Capítulo 6 .

El desplazamiento lateral relativo de una rueda respecto a un carril $\Delta y_W^{L,R}$ también se va a considerar en el modelo de interacción:

$$\Delta y_W^{L,R} = y_W - (y_D^{L,R} + y_I) \quad (5.6)$$

Los movimientos absolutos de los ejes, no considerados g.d.l. en el modelo vehículo, (z_W , $\dot{z}_W$, $\ddot{z}_W$, Rx_W , $\dot{R}x_W$, $\ddot{R}x_W$) se obtienen estableciendo las siguientes relaciones cinemáticas, donde intervienen las funciones geométricas citadas en la Ecuación 5.2 ($\Delta Rx_W(\Delta y_W)$ y $\Delta z_W(\Delta y_W)$) y los movimientos de la vía y sus irregularidades.

$$\begin{aligned} z_W &= \frac{z_D^L + z_D^R}{2} + \frac{z_I^L + z_I^R}{2} + \Delta z_W(\Delta y_W) \\ z_W^{L,R} &= z_D^{L,R} + z_I^{L,R} + \Delta z_W^{L,R}(\Delta y_W^{L,R}) \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} Rx_W &= \frac{z_D^R - z_D^L}{g_0} + \frac{z_I^R - z_I^L}{g_0} + \Delta Rx_W(\Delta y_W) \\ \dot{z}_W &= \frac{\dot{z}_D^L + \dot{z}_D^R}{2} + \frac{\dot{z}_I^L + \dot{z}_I^R}{2} + \Delta \dot{z}_W(\Delta \dot{y}_W) \\ \dot{z}_W^{L,R} &= \dot{z}_D^{L,R} + \dot{z}_I^{L,R} + \Delta \dot{z}_W^{L,R}(\Delta \dot{y}_W^{L,R}) \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{R}x_W &= \frac{\dot{z}_D^R - \dot{z}_D^L}{g_0} + \frac{\dot{z}_I^R - \dot{z}_I^L}{g_0} + \Delta \dot{R}x_W(\Delta \dot{y}_W) \\ \ddot{z}_W &= \frac{\ddot{z}_D^L + \ddot{z}_D^R}{2} + \frac{\ddot{z}_I^L + \ddot{z}_I^R}{2} + \Delta \ddot{z}_W(\Delta \ddot{y}_W) \\ \ddot{z}_W^{L,R} &= \ddot{z}_D^{L,R} + \ddot{z}_I^{L,R} + \Delta \ddot{z}_W^{L,R}(\Delta \ddot{y}_W^{L,R}) \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\ddot{R}x_W = \frac{\ddot{z}_D^R - \ddot{z}_D^L}{g_0} + \frac{\ddot{z}_I^R - \ddot{z}_I^L}{g_0} + \Delta \ddot{R}x_W(\Delta \ddot{y}_W)$$

En estas relaciones cinemáticas:

$z_W^{L,R}$, $\dot{z}_W^{L,R}$, $\ddot{z}_W^{L,R}$ son el desplazamiento vertical de la rueda izquierda y derecha respectivamente del eje del tren y sus derivadas respecto al tiempo (velocidad y aceleración).

$z_D^{L,R}$, $\dot{z}_D^{L,R}$, $\ddot{z}_D^{L,R}$ son los desplazamientos verticales de los carriles izquierdo y derecho respectivamente de la vía en los puntos de contacto con el eje y sus derivadas respecto al tiempo. Estos desplazamientos dependen de los movimientos según los grados de libertad del modelo puente y vía. La relación entre estos desplazamientos $z_D^{L,R}(\mathbf{u}_b)$ y los grados de libertad del puente se explica en el Apéndice B.

$z_I^{L,R}$, $\dot{z}_I^{L,R}$, $\ddot{z}_I^{L,R}$ son la medida de la irregularidad de elevación (vertical) de cada carril (izquierdo y derecho respectivamente) de la vía en el punto de contacto con la rueda y sus derivadas respecto al tiempo. Estas funciones $z_I^{L,R}(x)$ se explican en el Capítulo 6.

Para establecer las relaciones cinemáticas expresadas en las ecuaciones anteriores se ha despreciado el desplazamiento relativo entre rueda y carril en la dirección normal al contacto. Es decir, se desprecia la penetración de la rueda en el carril, a estos efectos.

5.2.2. Funciones geométricas para modelo con rueda de perfil cónico

Con el modelo geométrico de rueda cónica, el modelo de interacción eje-vía, que se presenta aquí, puede obtener valores realistas de las fuerzas de contacto rueda-carril cuando la pestaña no interviene (*Shen, Hedrick, y Elkins (1983)* y *Kalker (1991)*). Este es el caso del tren tipo ICE-3 viajando sobre un puente alto sin viento. Como veremos en los resultados de las simulaciones, la pestaña de la rueda no entra en contacto con el carril en el viaje de este tren cuando no actúa el viento. Los inconvenientes de este modelo geométrico se analizarán en Capítulo 13.

En este modelo geométrico (Figura 5.3) el perfil de la rueda S1002, usada en alta velocidad, se considera un cono, de conicidad $\gamma = 0.045$, y el carril UIC-60 como un cilindro de radio 300 mm.

Con estas hipótesis geométricas, las funciones geométricas citadas en la Ecuación 5.2 quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\Delta z_W &= 0 \\ \Delta R x_W &= -\frac{2 \tan \gamma}{g_0} \cdot \Delta y_W \\ \gamma^{L,R} &= \gamma = cte\end{aligned}\tag{5.10}$$

Figura 5.3.: Desplazamiento lateral relativo eje-vía con rueda cónica.

Según la Ecuación 5.10 el giro relativo entre el eje del tren y la vía ΔR_{x_W} depende linealmente del desplazamiento lateral relativo entre el eje y la vía Δy_W . Por otro lado, se puede decir que no hay desplazamiento vertical relativo Δz_W entre el eje del tren y la vía con la geometría asumida. Además, el ángulo que forma la superficie de contacto rueda-carril con la horizontal se puede considerar constante e igual a la conicidad de la rueda. g_0 es la distancia entre los puntos de contacto izquierdo y derecho del eje con la vía (Figura 5.3). Esta distancia se considera constante.

Otras funciones geométricas linealizadas, por tratarse del modelo geométrico cónico, y que van a aparecer en la formulación de las fuerzas de contacto, son las siguientes:

$$\Delta z_W^{L,R} = \pm \text{tg} \gamma \cdot \Delta y_W \quad (5.11)$$

$$\Delta r^{L,R} = r^{L,R} - r_W = \mp \text{tg} \gamma \cdot \Delta y_W \quad (5.12)$$

En la Ecuación 5.11, el símbolo $\pm$ ha de interpretarse como “+” para la función del desplazamiento vertical relativo de la rueda izquierda respecto su carril Δz_W^L , y como “-” para la función del desplazamiento vertical relativo de la rueda derecha respecto al carril derecho carril Δz_W^R .

En la Ecuación 5.12, $r^{L,R}$ se refiere al radio de giro del punto de contacto, izquierdo o derecho, respecto al eje de la rueda (eje y). Ver Figura 5.4. r_W es el radio nominal de la rueda o radio de giro del punto de contacto de la rueda respecto a su eje, cuando el eje del tren está centrado en la vía, es decir, cuando $\Delta y_W = 0$.

Las siguientes derivadas respecto al tiempo de las funciones geométricas establecidas

Figura 5.4.: Rueda y carril derechos. Radios de curvatura.

van a aparecer también en la formulación del problema de interacción.

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{z}_W &= 0 \\
 \Delta \dot{R}_{XW} &= -\frac{2 \cdot \text{tg} \gamma}{g_0} \Delta \dot{y}_W \\
 \Delta \dot{z}_W^{L,R} &= \pm \text{tg} \gamma \cdot \Delta \dot{y}_W \\
 \Delta \ddot{z}_W^{L,R} &= \pm \text{tg} \gamma \cdot \Delta \ddot{y}_W
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

De la misma forma, las derivadas de las funciones geométricas respecto a la variable Δy_W también se requieren.

$$\begin{aligned}
 \Delta z_W'^{L,R} &= \pm \text{tg} \gamma \\
 \Delta z_W''^{L,R} &= 0 \\
 \gamma'^{L,R} &= 0 \\
 r'^{L,R} &= \mp \text{tg} \gamma
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Por último, son también funciones geométricas a emplear en el modelo de interacción las de la curvatura de los perfiles transversales del carril (Ecuación 5.15) y de la rueda (Ecuación 5.16) en el punto de contacto en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W . Ver Figura 5.4. Estas dos funciones de curvatura, para el perfil

cónico de la rueda y el carril cilíndrico supuesto en este modelo geométrico, son constantes:

$$curv_{r_2}^{L,R} = 1/r_2^{L,R}(\Delta y_W) = 3.333 \text{ m}^{-1} \quad (5.15)$$

$$curv_{W_2}^{L,R} = 1/r_{W_2}^{L,R}(\Delta y_W) = 0 \quad (5.16)$$

5.2.3. Funciones geométricas para modelo con perfil completo de rueda y carril

En el caso del modelo geométrico que considera los perfiles completos de la rueda y del carril, las funciones geométricas ya no son lineales.

Las funciones geométricas, citadas en la Ecuación 5.2, para los perfiles de rueda S-1002 y de carril UIC-60, y para el ancho internacional de vía, se han obtenido a partir de las funciones $\gamma^{L,R}(\Delta y_W)$, $\Delta z_W^{L,R}(\Delta y_W)$ y $r^{L,R}(\Delta y_W)$, que están resueltas de forma discreta (por puntos), para los perfiles citados, en el manual del programa de simulación dinámica de vehículos ferroviarios GENSYS ([DEsolver \(2011\)](#)). Se ha realizado un ajuste con curvas polinómicas a las funciones calculadas por GENSYS para convertirlas en funciones continuas y derivables. A partir de las funciones anteriores se obtienen las siguientes funciones geométricas, necesarias para este modelo, y sus derivadas respecto al tiempo:

$$\Delta z_W(\Delta y_W) = \frac{\Delta z_W^L(\Delta y_W) + \Delta z_W^R(\Delta y_W)}{2} \quad (5.17)$$

$$\Delta R_{XW}(\Delta y_W) = \frac{-\Delta z_W^L(\Delta y_W) + \Delta z_W^R(\Delta y_W)}{g_0} \quad (5.18)$$

$$\Delta \dot{z}_W(\Delta y_W) = \frac{\Delta z_W'^L + \Delta z_W'^R}{2} \cdot \Delta \dot{y}_W \quad (5.19)$$

$$\Delta \dot{R}_{XW}(\Delta y_W) = \frac{-\Delta z_W'^L + \Delta z_W'^R}{g_0} \cdot \Delta \dot{y}_W \quad (5.20)$$

$$\Delta \dot{z}_W^{L,R} = \Delta z_W'^{L,R} \cdot \Delta \dot{y}_W \quad (5.21)$$

$$\Delta \ddot{z}_W^{L,R} = \Delta z_W''^{L,R} \cdot \Delta \dot{y}_W^2 + \Delta z_W'^{L,R} \cdot \Delta \ddot{y}_W, \text{ con } \Delta \dot{y}_W^2 \approx 0 \quad (5.22)$$

Por último, las funciones geométricas de la curvatura de los perfiles transversales de carril (Ecuación 5.23) y rueda (Ecuación 5.24) en el punto de contacto en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W , para la vía y las ruedas citadas, están resueltas en el trabajo de [Gerlici y Lack \(2011\)](#). Ver Figura 5.4.

$$curv_{r_2}^{L,R} = 1/r_{r_2}^{L,R}(\Delta y_W) \quad (5.23)$$

$$curv_{W2}^{L,R} = 1/r_{W2}^{L,R}(\Delta y_W) \quad (5.24)$$

Todas estas funciones geométricas y sus derivadas respecto a la variable Δy_W , correspondientes a este modelo geométrico de perfil completo de la rueda y del carril, están recogidas en el Apéndice A de esta tesis.

Como alternativa al cálculo del programa GENSYS, las funciones geométricas $\gamma^{L,R}(\Delta y_W)$, $\Delta z_W^{L,R}(\Delta y_W)$ y $r_W^{L,R}(\Delta y_W)$ se podían haber obtenido de forma simplificada, por puntos, a partir de la geometría de los perfiles de rueda S-1002 y carril UIC-60, empleando AUTOCAD y siguiendo el procedimiento de la figura 4.6 de la publicación de [Ayasse y Chollet \(2006\)](#).

5.3. Fuerza de contacto tangencial rueda-carril.

La fuerza tangencial de contacto rueda-carril se calcula inicialmente, en este modelo de interacción, según la teoría lineal del contacto de cuerpos en movimiento de [Kalker \(1979\)](#), y se modifica según [Shen et al. \(1983\)](#) para tener en cuenta el rozamiento en el contacto.

Las fuerzas tangenciales de contacto en la teoría lineal de Kalker son funciones de los *creepages* ($\zeta_X^{L,R}, \zeta_Y^{L,R}, \varphi^{L,R}$) y de los coeficientes f_{ij} (Ecuación 5.25). Estos coeficientes f_{ij} dependen, como veremos, de la fuerza normal de contacto $N^{L,R}$, de las propiedades elásticas y geométricas de la rueda y del carril, y de la forma y dimensiones de la superficie de contacto de acuerdo con la teoría del contacto normal de Hertz.

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_X \\ \bar{T}_Y \end{bmatrix}_{L,R} = \begin{bmatrix} -f_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -f_{22} & -f_{23} \end{bmatrix}_{L,R} \cdot \begin{bmatrix} \zeta_X \\ \zeta_Y \\ \varphi \end{bmatrix}_{L,R} \quad (5.25)$$

Como aclaración, se puede apuntar que la formulación del modelo de interacción, que se recoge en el presente documento a partir de este punto, es válida tanto para el modelo geométrico de rueda cónica como para el que considera el perfil completo de rueda y carril, sin más que considerar las funciones geométricas del modelo de rueda cónica (Subsección 5.2.2) o dichas funciones correspondientes al modelo de perfil completo de rueda y carril (Subsección 5.2.3).

5.3.1. Velocidades relativas. Creepages

Los *creepages* son velocidades relativas normalizadas de la rueda y del carril en el punto de contacto. Están definidos en la Ecuación 5.26. En esta ecuación $\mathbf{t}_1^r$, $\mathbf{t}_2^r$ y $\mathbf{n}^r$ son, respectivamente, los vectores unitarios ortogonales tangentes y normal a la superficie de contacto en el carril (Figura 5.2), v es la velocidad del tren y $\mathbf{v}^k$ y ω^k son los vectores velocidad de traslación o angular de los puntos de contacto en la rueda o en el carril.

$$\begin{cases} \zeta_X = \frac{(\mathbf{v}^w - \mathbf{v}^r)^T \mathbf{t}_1^r}{v} \\ \zeta_Y = \frac{(\mathbf{v}^w - \mathbf{v}^r)^T \mathbf{t}_2^r}{v} \\ \varphi = \frac{(\omega^w - \omega^r)^T \mathbf{n}^r}{v} \end{cases} \quad (5.26)$$

Según [Shabana et al. \(2007\)](#) y [Xia, Cole, y Wolfs \(2006a\)](#) la formulación utilizada para calcular los *creepages* tiene mucha influencia en el movimiento obtenido del eje del tren y en las fuerzas del contacto calculadas. En la aproximación utilizada para el cálculo de los *creepages* en este trabajo (Ecuación 5.27), sólo se han despreciado los términos de segundo orden. En otros estudios de interacción vehículo-puente ([Zhang et al. \(2010a\)](#) y [Zhang et al. \(2010b\)](#)), las simplificaciones asumidas en la formulación de los *creepages* no permite simular correctamente el movimiento lazo de los ejes del tren.

$$\begin{cases} \zeta_X^{L,R} = \pm \frac{g_0}{2v} \Delta \dot{R} z_W + \frac{r^{L,R} - r_W}{r_W} \\ \zeta_Y^{L,R} = \frac{1}{v} \left[(\Delta \dot{y}_W^{L,R} - r^{L,R} \cdot \Delta \dot{R} x_W) \cos \gamma^{L,R} + (\pm \Delta \dot{z}_W - \frac{g_0}{2} \cdot \Delta \dot{R} x_W) \sin \gamma^{L,R} \right] + \\ - \Delta \dot{R} z_W \cos \gamma^{L,R} - \frac{g_0}{2r_W} \Delta \dot{R} z_W \sin \gamma^{L,R} \\ \varphi^{L,R} = \pm \frac{1}{r_W} \sin \gamma^{L,R} + \frac{1}{v} \Delta \dot{R} z_W \cos \gamma^{L,R} \end{cases} \quad (5.27)$$

En el presente trabajo, el giro y la velocidad de giro relativo de eje vertical entre la rueda y la vía $\Delta Rz_w, \Delta \dot{R}z_w$, que aparecen en la Ecuación 5.27, se han aproximado por el giro y la velocidad de giro del eje del tren $Rz_w, \dot{R}z_w$ respectivamente, por ser despreciables los correspondientes giros en la vía.

Se puede observar que en los *creepages*, y por lo tanto en las fuerzas de contacto, existen términos de rigidez que dependen de los desplazamientos relativos entre el eje y la vía, y términos de amortiguamiento que dependen de las velocidades de los g.d.l de los ejes y de la vía. Otra cuestión a destacar es que los términos de amortiguamiento están divididos por la velocidad del tren. Por lo tanto, a velocidades altas del tren estos términos serán menos importantes.

5.3.2. Teoría lineal de Kalker

La Ecuación 5.25 y la Ecuación 5.27 permiten calcular las fuerzas tangenciales de contacto según la teoría lineal de Kalker a partir de los movimientos relativos eje-vía. De la Ecuación 5.25 queda por definir los coeficientes f_{ij} según la citada teoría:

$$\begin{aligned} f_{11}^{L,R} &= G \cdot a^{L,R} \cdot b^{L,R} \cdot c_{11}^{L,R} \\ f_{22}^{L,R} &= G \cdot a^{L,R} \cdot b^{L,R} \cdot c_{22}^{L,R} \\ f_{23}^{L,R} &= G \cdot a^{L,R} \cdot b^{L,R} \cdot \sqrt{a^{L,R} \cdot b^{L,R}} \cdot c_{23}^{L,R} \end{aligned} \quad (5.28)$$

En la Ecuación 5.28:

G es el módulo de elasticidad transversal del acero.

$a^{L,R}, b^{L,R}$ son los semiejes longitudinal y transversal respectivamente de la superficie elíptica de contacto de la rueda izquierda (L) o derecha (R) según la teoría del contacto normal entre dos cuerpos de Hertz (1882). Ver Figura 5.4.

$c_{ij}^{L,R}$ son los coeficientes de rigidez c de la teoría lineal de Kalker para el contacto de cuerpos en movimiento.

Los coeficientes c_{ij} se pueden aproximar según [Ayasse y Chollet \(2006\)](#), para el caso del acero (coef. Poisson $\nu = 0.27$), con las siguientes expresiones polinómicas (validas para $1/25 \leq b/a \leq 25$):

$$\begin{aligned} c_{11} &= 3.2893 + \frac{0.975}{b/a} - \frac{0.012}{(b/a)^2} \\ c_{22} &= 2.4014 + \frac{1.3179}{b/a} - \frac{0.02}{(b/a)^2} \\ c_{23} &= 0.4147 + \frac{1.0184}{b/a} - \frac{0.0565}{(b/a)^2} - \frac{0.0013}{(b/a)^3} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Los semiejes de la superficie elíptica de contacto rueda-carril (de la rueda izquierda L o derecha R) valen según Hertz:

$$\begin{aligned} a^{L,R} &= m^{L,R} (3\pi \cdot N^{L,R} \cdot (K_1 + K_2) / 4K_3^{L,R})^{1/3} \\ b^{L,R} &= n^{L,R} (3\pi \cdot N^{L,R} \cdot (K_1 + K_2) / 4K_3^{L,R})^{1/3} \end{aligned} \quad (5.30)$$

donde:

$$K_1 = K_2 = \frac{1 - \nu^2}{\pi E}, \quad (5.31)$$

$$K_3^{L,R} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_{W1}^{L,R}} + \frac{1}{r_{W2}^{L,R}} + \frac{1}{r_{r1}} + \frac{1}{r_{r2}} \right). \quad (5.32)$$

En la Ecuación 5.31, E y ν corresponden al modulo de elasticidad longitudinal y al coeficiente de Poisson del acero. Por otro lado, la curvatura longitudinal de la rueda (izquierda o derecha) en el punto de contacto ($1/r_{W1}^{L,R}$) que aparece en la Ecuación 5.32 ha de calcularse como:

$$\frac{1}{r_{W1}^{L,R}} = \frac{1}{(r^{L,R} / \cos \gamma^{L,R})} \quad (5.33)$$

Los coeficientes m y n de Hertz se pueden aproximar en función de un parámetro angular θ (rad.) con las siguientes expresiones (Ecuación 5.34 y Ecuación 5.35) propuestas por Berzeri (*Shabana et al. (2001)*) cuyos coeficientes recoge la Tabla 5.1.

$$m^{L,R} = A_m \tan(\theta_{L,R} - \pi/2) + \frac{B_m}{\theta_{L,R}^{C_m}} + D_m \quad (5.34)$$

$$n^{L,R} = \frac{1}{A_n \tan(\theta_{L,R} - \pi/2) + 1} + B_n \theta_{L,R}^{C_n} + D_n \sin \theta_{L,R} \quad (5.35)$$

El parámetro angular θ se obtiene a partir de la Ecuación 5.36 con el parametro K_4 calculado con la Ecuación 5.37 y el K_3 con la Ecuación 5.32.

$$\theta = \cos^{-1}(K_4/K_3) \quad (5.36)$$

Coef.	Valor	Coef.	Valor
A_m	-1.086419052477	A_n	-0.773444080706
B_m	-0.106496432832	B_n	0.256695354565
C_m	1.350000000000	C_n	0.200000000000
D_m	1.057885958251	D_n	-0.280958376499

Cuadro 5.1.: Coeficientes para el calculo de las funciones $m(\theta)$ y $n(\theta)$. *Shabana et al. (2001)*

$$K_4^{L,R} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{r_{W1}^{L,R}} - \frac{1}{r_{W2}^{L,R}}\right)^2 + \left(\frac{1}{r_{r1}} - \frac{1}{r_{r2}^{L,R}}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{r_{W1}^{L,R}} - \frac{1}{r_{W2}^{L,R}}\right)\left(\frac{1}{r_{r1}} - \frac{1}{r_{r2}^{L,R}}\right)\cos(2Rz_W)} \quad (5.37)$$

En la Ecuación 5.32 y en la Ecuación 5.37, las curvaturas transversales de los perfiles de rueda ($1/r_{W2}^{L,R}$) y carril ($1/r_{r2}^{L,R}$) han de considerarse positivas cuando el contorno del cuerpo (rueda o carril) es convexo hacia el exterior del mismo. De la misma forma, si el contorno del perfil transversal del cuerpo (rueda o carril) es cóncavo, en el punto de contacto, hacia el exterior de dicho cuerpo, la curvatura ha de ser negativa. Por otro lado, la curvatura longitudinal de la rueda ($1/r_{W1}^{L,R}$) es siempre positiva (convexa) y la curvatura longitudinal del carril ($1/r_{r1}$) es cero (Figura 5.4).

Como se puede observar, con la formulación expuesta, en el caso de modelo geométrico completo de rueda y carril, para una fuerza normal en el contacto dada por $N^{L,R} = Fg/\cos\gamma^{L,R}$, donde Fg es la carga vertical estática por rueda, los coeficientes $f_{ij}^{L,R}$ son funciones no lineales de Δy_W y de Rz_W , ya que dependen de las funciones geométricas: $r^{L,R}$, $1/r_{W2}^{L,R}$, $1/r_{r2}^{L,R}$, y $\gamma^{L,R}$. Estas funciones geométricas están descritas en la Subsección 5.2.3 y en el Apéndice A.

Como ejemplo se ha representado en la Figura 5.5 el coeficiente f_{22} de la rueda izquierda (L) en función del desplazamiento relativo eje-vía Δy_W , para $Rz_W = 0$, y tomando la fuerza normal al contacto como $N^{L,R} = (52/\cos\gamma^{L,R})$ kN. En esta figura, está representada tanto la función f_{22}^L correspondiente al modelo geométrico de perfiles completos de rueda S-1002 y carril UIC-60 (línea continua), como dicha función correspondiente al modelo geométrico de rueda cónica (línea discontinua). Se puede comprobar que, en el caso de modelo de rueda cónica, el coeficiente f_{22}^L no sólo es una función lineal de Δy_W , sino que es prácticamente constante. Para el cálculo de f_{22}^L correspondiente al perfil completo de rueda y carril, se han considerado las funciones geométricas suavizadas recogidas en Apéndice A.

Para el computo de estos coeficientes f_{ij} de la teoría contacto lineal de Kalker en el programa desarrollado, se emplea la fuerza normal en el contacto $N_{k-1}^{L,R}$ correspondiente a la iteración anterior del procedimiento de resolución numérica.

Figura 5.5.: Coeficiente f_{22} de la rueda izquierda L en función del desplazamiento relativo eje-vía Δy_W , cuando $Rz_W = 0$, y $N^{L,R} = (52/\cos\gamma^{L,R})$ kN.

Las derivadas de estos coeficientes respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía $f'_{ij}(\Delta y_W)$ serán también necesarias para la resolución numérica del problema de interacción formulado. Estas derivadas se evalúan numéricamente mediante diferencias finitas.

5.3.3. Rozamiento. Shen-Hedrick-Elkins

El límite de adhesión entre el carril y la rueda se ha tenido en cuenta en este modelo mediante la modificación de las fuerzas tangenciales de contacto, obtenidas con la teoría lineal de Kalker, según el modelo no lineal de [Shen et al. \(1983\)](#).

La resultante de las fuerzas tangenciales de contacto, obtenidas mediante la teoría lineal de Kalker, es:

$$\bar{T}^{L,R} = \sqrt{\bar{T}_X^2 + \bar{T}_{Y_{L,R}}^2} \quad (5.38)$$

Esta fuerza tangencial en el contacto $\bar{T}^{L,R}$ está limitada mediante el siguiente valor no lineal.

$$T^{L,R} = \begin{cases} \mu N^{L,R} \left[\left(\frac{\bar{T}^{L,R}}{\mu N^{L,R}} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{\bar{T}^{L,R}}{\mu N^{L,R}} \right)^2 + \frac{1}{27} \left(\frac{\bar{T}^{L,R}}{\mu N^{L,R}} \right)^3 \right], & \bar{T}^{L,R} \leq 3\mu N^{L,R} \\ \mu N^{L,R}, & \bar{T}^{L,R} > 3\mu N^{L,R} \end{cases} \quad (5.39)$$

En la Ecuación 5.39, μ es el coeficiente de rozamiento en la superficie (punto) de contacto rueda-carril. Como en el proyecto [ERRI-D181 \(1996\)](#), en el presente trabajo, el valor usado en este coeficiente ha sido $\mu = 0.3$. El coeficiente reductor de la fuerza tangencial de contacto es:

$$\alpha^{L,R} = \frac{T^{L,R}}{\bar{T}^{L,R}} \quad (5.40)$$

Como explica el texto de [Shabana et al. \(2007\)](#), el modelo de fuerzas tangenciales no lineales de contacto rueda-carril según [Shen et al. \(1983\)](#) viene dado por:

$$\begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \end{bmatrix}_{L,R} = \alpha^{L,R} \begin{bmatrix} \bar{T}_X \\ \bar{T}_Y \end{bmatrix}_{L,R} \quad (5.41)$$

La consideración del rozamiento introducida por [Shen et al. \(1983\)](#) se puede expresar modificando la ecuación Ecuación 5.25 de Kalker de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \end{bmatrix}_{L,R} = \begin{bmatrix} -f_{\alpha 11} & 0 & 0 \\ 0 & -f_{\alpha 22} & -f_{\alpha 23} \end{bmatrix}_{L,R} \cdot \begin{bmatrix} \zeta_X \\ \zeta_Y \\ \varphi \end{bmatrix}_{L,R} \quad (5.42)$$

donde los coeficientes $f_{\alpha ij}^{L,R}$ son:

$$f_{\alpha ij}^{L,R} = \alpha^{L,R} \cdot f_{ij}^{L,R} \quad (5.43)$$

5.4. Interacción normal rueda-carril

En la mayoría de los modelos de interacción puente-tren descritos en la literatura científica, se asume que el punto de contacto de la rueda tiene el mismo movimiento en dirección normal que su correspondiente punto de contacto en el carril ([Majka y Hartnett \(2008,0\)](#); [Wu et al. \(2001\)](#); [Xia y Zhang \(2005\)](#); [Xia et al. \(2003b,0\)](#); [Yang et al. \(2004\)](#); [Zhang et al. \(2008,1,1\)](#)). Esto implica que se está considerando una relación lineal entre el desplazamiento relativo rueda-carril en dirección normal y la fuerza de interacción normal. En otros estudios, la interacción normal entre la rueda y el carril se establece según la teoría de contacto no lineal elástica de Hertz ([Chen y Zhai \(2004\)](#); [Dinh et al. \(2009a\)](#); [Liu et al. \(2009\)](#)). Como explican [Zhang et al. \(2010a\)](#), los resultados de los dos métodos son muy similares en la mayoría de los casos porque la variación en la rigidez de Hertz es pequeña en el rango habitual de

deformaciones. Por esta razón, se ha adoptado en este trabajo el primer método. Con esta hipótesis, el desplazamiento vertical z_W y el giro Rx_W del eje del tren se pueden expresar en función del desplazamiento vertical de los puntos de contacto de los carriles, del perfil longitudinal de los carriles (irregularidades de la vía), y del desplazamiento lateral relativo eje-vía, según se estableció en la Ecuación 5.7.

Las fuerzas normales de contacto rueda-carril $N^{L,R}$ se obtienen planteando las ecuaciones de equilibrio dinámico de Newton-Euler de sumatorio de fueras en dirección vertical y de sumatorio de momentos respecto al eje x, una vez conocidas el resto de fuerzas que actúan sobre el eje (Figura 5.6). Estas ecuaciones se tratan en la siguiente sección.

5.5. Fuerzas de interacción sobre el eje. Ecuaciones de equilibrio del eje

Esta sección recoge el procedimiento para obtener las expresiones de las fuerzas de interacción que actúan sobre el eje (Figura 5.6) en función de los movimientos de los g.d.l. del eje y del bogie en el modelo vehículo, y de los movimientos de los g.d.l. establecidos en el modelo puente-vía. En la Figura 5.6 están representadas las fuerzas de contacto rueda-carril y las fuerzas verticales de interacción bogie-eje. Para completar las fuerzas actuantes sobre un eje faltarían las fuerzas horizontales de interacción bogie-eje y las fuerzas de inercia del eje actuando en su c.d.g.

Las fuerzas de interacción horizontales eje-bogie, tanto laterales como longitudinales, están incluidas en el modelo dinámico del vehículo, ya que el desplazamiento lateral y_W y el giro Rz_W del eje del tren son grados de libertad en ese modelo. El resto de fuerzas sobre el eje se tratan a continuación.

5.5.1. Fuerzas verticales de interacción eje-bogie $F_T^{L,R}$

Las fuerzas verticales de interacción eje-bogie $F_T^{L,R}$ (Figura 5.7) se transmiten a través de los elementos verticales de la suspensión primaria del vehículo. Utilizando las ecuaciones de comportamiento de un muelle y un amortiguador lineal, estas fuerzas valen:

$$\begin{aligned} F_T^L &= k_{Z1}(z_1 - z_3) + c_{Z1}(\dot{z}_1 - \dot{z}_3) \\ F_T^R &= k_{Z1}(z_2 - z_4) + c_{Z1}(\dot{z}_2 - \dot{z}_4) \end{aligned} \tag{5.44}$$

En esta Ecuación 5.44 aparecen las constantes de amortiguamiento y rigidez verticales (k_{Z1} , c_{Z1}) y los desplazamientos y velocidades verticales de los puntos 1,2,3

Figura 5.6.: Fuerzas de contacto Rueda-Carril. (a) Normal y tangencial. (b) Según ejes cartesianos.

y 4 (Figura 5.7), que son los puntos del eje y del bogie que ligan los mencionados elementos verticales de la suspensión primaria.

Estas fuerzas $F_T^{L,R}$ se pueden expresar en función de los movimientos de los g.d.l. del bogie y de los movimientos del c.d.g. del eje:

$$F_T^L = k_{Z1}(z_T - j \cdot d_1 R y_T - b_1 R x_T) - k_{Z1}(z_W - b_1 R x_W) + c_{Z1}(\dot{z}_T - j \cdot d_1 \dot{R} y_T - b_1 \dot{R} x_T) - c_{Z1}(\dot{z}_W - b_1 \dot{R} x_W) \quad (5.45)$$

$$F_T^R = k_{Z1}(z_T - j \cdot d_1 R y_T + b_1 R x_T) - k_{Z1}(z_W + b_1 R x_W) + c_{Z1}(\dot{z}_T - j \cdot d_1 \dot{R} y_T + b_1 \dot{R} x_T) - c_{Z1}(\dot{z}_W + b_1 \dot{R} x_W)$$

En la Ecuación 5.45, el parámetro j toma el valor 1 ó -1 según se trate del eje delantero o trasero del bogie.

Si se sustituye en la Ecuación 5.45, las expresiones cinemáticas de los movimientos del eje, $(z_W, R x_W$ y $\dot{z}_W, \dot{R} x_W$), recogidas en la Ecuación 5.7 y en la Ecuación 5.8, y utilizando las funciones geométricas (Subsección 5.2.2 y Subsección 5.2.3), se puede obtener la expresión de estas fuerzas en función de los movimientos de los g.d.l. de los sistemas vehículo y puente y de las irregularidades de la vía:

$$F_T^{L,R} = F_T^{L,R}(k_{Z1}, c_{Z1}, \mathbf{u}_T, \dot{\mathbf{u}}_T, \mathbf{u}_W, \dot{\mathbf{u}}_W, y_I, \dot{y}_I, z_I^{L,R}, \dot{z}_I^{L,R}, y_D^{L,R}(\mathbf{u}_b), \dot{y}_D^{L,R}, z_D^{L,R}(\mathbf{u}_b), \dot{z}_D^{L,R}, t) \quad (5.46)$$

Figura 5.7.: Interacción vertical eje-bogie.

5.5.2. Fuerzas laterales de contacto rueda-carril $F_Y^{L,R}$

Si se expresan las fuerzas de contacto, tangenciales y normales, según las direcciones de los ejes x , y , y z (Figura 5.6) se tiene:

$$\begin{aligned}
 F_X^{L,R} &= T_X^{L,R} \\
 F_Y^{L,R} &= T_Y^{L,R} \cdot \cos \gamma^{L,R} \pm N^{L,R} \cdot \sin \gamma^{L,R} \\
 F_Z^{L,R} &= N^{L,R} \cdot \cos \gamma^{L,R} \mp T_Y^{L,R} \cdot \sin \gamma^{L,R}
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

En este modelo de interacción las fuerzas longitudinales y laterales ($F_X^{L,R}$, $F_Y^{L,R}$) de contacto se calculan con la Ecuación 5.47 utilizando las fueras tangenciales ($T_X^{L,R}$, $T_Y^{L,R}$) calculadas según la formulación presentada en la Sección 5.3. De esta forma, y utilizando además las relaciones cinemáticas (Subsección 5.2.1) y las funciones geométricas de los perfiles de rueda y carril (Subsección 5.2.2 y Subsección 5.2.3) se tiene:

$$\begin{aligned}
 F_X^{L,R} &= F_X^{L,R}(N_{k-1}^{L,R}, E, \nu, \mu, \mathbf{u}_W, \dot{\mathbf{u}}_W, y_I, \dot{y}_I, z_I^{L,R}, \dot{z}_I^{L,R}, y_D^{L,R}(\mathbf{u}_b), \dot{y}_D^{L,R}, z_D^{L,R}(\mathbf{u}_b), \dot{z}_D^{L,R}, t) \\
 F_Y^{L,R} &= F_Y^{L,R}(N_{k-1}^{L,R}, E, \nu, \mu, \mathbf{u}_W, \dot{\mathbf{u}}_W, y_I, \dot{y}_I, z_I^{L,R}, \dot{z}_I^{L,R}, y_D^{L,R}(\mathbf{u}_b), \dot{y}_D^{L,R}, z_D^{L,R}(\mathbf{u}_b), \dot{z}_D^{L,R}, t)
 \end{aligned} \tag{5.48}$$

Para el computo de estas fuerzas $(F_X^{L,R}, F_Y^{L,R})$, se utiliza, en este modelo, los valores de las fuerzas normales de contacto $N_{k-1}^{L,R}$ calculados en la iteración anterior $k - 1$ del procedimiento de resolución numérica.

5.5.3. Ecuaciones de equilibrio. Fuerzas verticales de contacto rueda-carril $F_Z^{L,R}$.

Para obtener las expresiones de las fuerzas verticales de contacto (Figura 5.6b) en función de los movimientos de los g.d.l. del eje en el modelo vehículo se plantean dos de las ecuaciones de equilibrio dinámico de Newton-Euler de un eje del tren. Estas son:

$$\begin{aligned}\sum F_Z &= m_W \cdot \ddot{z}_W \\ \sum M_X &= Ix_W \cdot \ddot{R}x_W\end{aligned}\tag{5.49}$$

Despejando F_Z^L y F_Z^R se tiene:

$$F_Z^{L,R} = \frac{F_g}{2} - \frac{m_W}{2} \ddot{z}_W \pm \frac{Ix_W}{g_0} \ddot{R}x_W + \frac{r_W}{g_0} (F_Y^L + F_Y^R) + \left(\frac{1}{2} \pm \frac{b_1}{g_0}\right) F_T^L + \left(\frac{1}{2} \mp \frac{b_1}{g_0}\right) F_T^R \tag{5.50}$$

En esta Ecuación 5.50, la fuerza F_g es la fuerza estática por eje del vehículo. Si ahora en la Ecuación 5.50 se sustituyen los movimientos del eje $\ddot{z}_W$ y $\ddot{R}x_W$ por sus expresiones cinemáticas (Ecuación 5.9), se utilizan las funciones geométricas de los perfiles de rueda y carril, y las expresiones de las fuerzas $F_Y^{L,R}$ y $F_T^{L,R}$ calculadas, se obtiene una expresión de las fuerzas verticales de contacto $F_Z^{L,R}$ de la forma que se pretendía:

$$\begin{aligned}F_Z^{L,R} &= F_Z^{L,R}(N_{k-1}^{L,R}, E, \nu, \mu, m_W, Ix_W, \mathbf{u}_T, \dot{\mathbf{u}}_T, \mathbf{u}_W, \dot{\mathbf{u}}_W, \ddot{\mathbf{u}}_W, y_I, \dot{y}_I, \ddot{y}_I, \dots \\ &\dots z_I^{L,R}, \dot{z}_I^{L,R}, \ddot{z}_I^{L,R}, y_D^{L,R}(\mathbf{u}_b), \dot{y}_D^{L,R}, \ddot{y}_D^{L,R}, z_D^{L,R}(\mathbf{u}_b), \dot{z}_D^{L,R}, \ddot{z}_D^{L,R}, t)\end{aligned}\tag{5.51}$$

Por último, para el computo de la fuerza normal de contacto rueda-carril $N^{L,R}$ en la iteración actual k del procedimiento de resolución numérica se utiliza la expresión siguiente:

$$N^{L,R} = \frac{F_Z^{L,R} \pm T_Y^{L,R} \cdot \sin \gamma^{L,R}}{\cos \gamma^{L,R}}\tag{5.52}$$

Para la obtención de la Ecuación 5.52 se ha despejado $N^{L,R}$ de la Ecuación 5.47c.

6. Irregularidades de la vía

6.1. Introducción

Como se indicó en la Subsección 2.3.3, las irregularidades de la vía consisten en desviaciones de la posición ideal de los carriles de la vía.

Se distinguen cuatro tipos de irregularidades de vía:

1. Irregularidad de elevación de la vía: $r_v(x)$ (Figura 6.1).
2. Irregularidad de alineamiento de la vía: $r_h(x)$ (Figura 6.2).
3. Irregularidad de superelevación de la vía: $r_c(x)$ (Figura 6.3).
4. Irregularidad de ancho de la vía: $r_g(x)$ (Figura 6.2).

La irregularidad de ancho es menos importante por mantener las traviesas y las sujeciones de los carriles la distancia entre carriles de forma adecuada. Esta irregularidad se suele despreciar en los estudios de interacción.

Figura 6.1.: Irregularidad de elevación de la vía.

En la formulación del modelo de interacción, construido para este trabajo, se han considerado las siguientes funciones de irregularidades:

$y_I(x)$	Irregularidad de alineamiento del carril: Desvío respecto al trazado ideal del carril medido en dirección transversal a la vía (eje y). Tanto el carril izquierdo como el derecho tienen la misma función de irregularidad de alineamiento $y_I(x) = y_I^{L,R}(x)$ en este trabajo. Es una función de la coordenada x del punto de la vía considerado.
$z_I^{L,R}(x)$	Irregularidad de elevación del carril: Desvío respecto al trazado ideal del carril (izquierdo L o derecho R respectivamente) medido en dirección vertical (eje z).

Figura 6.2.: Irregularidad de alineamiento de la vía.

Figura 6.3.: Irregularidad de superelevación.

Estos perfiles de irregularidades de los carriles tiene la siguiente relación con los perfiles de irregularidades de vía:

$$\begin{aligned}
 y_I(x) &= r_h(x) \\
 z_I^L(x) &= r_v(x) - r_c(x) \\
 z_I^R(x) &= r_v(x) + r_c(x)
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

Las irregularidades de vía se pueden considerar como un proceso estocástico estacionario y se caracterizan por una función de densidad espectral (PSD) en el dominio de la frecuencia. En este caso la frecuencia es espacial, es decir, la inversa de la longitud de onda ($1/L_r$). Las irregularidades de la vía se han generado numéricamente, para este trabajo, siguiendo el método de representación espectral descrito por [Claus y Schiehlen \(1998\)](#) a partir de las funciones de densidad espectral de la

F.R.A. (Federal Railroad Administration o Administración ferroviaria de Estados Unidos).

En este capítulo se describe el procedimiento seguido y los parámetros utilizados para simular numéricamente las irregularidades de la vía.

6.2. Clases. Clasificación F.R.A.

Los textos de *Garg y Dukkipati (1984)* y *Frýba (1996)* recogen una clasificación de calidades geométricas de vía elaborada por la F.R.A. Esta clasificación hace 6 grupos de vías, de menor (clase 1) a mayor calidad (clase 6). Y caracteriza las irregularidades de vía en cada grupo definiendo las funciones de densidad espectral en cada caso. Las tres últimas clases de vía (clases 4, 5 y 6) corresponden a calidades de vía de líneas de alta velocidad.

6.3. Funciones de densidad espectral

Las funciones de densidad espectral de la F.R.A. que caracterizan las irregularidades de alineamiento $S_h(\Omega)$, elevación $S_v(\Omega)$ y superelevación $S_c(\Omega)$ para las clases de vía 4, 5 y 6 son las siguientes (*Fries y Coffey (1990)*):

$$S_h(\Omega) = S_v(\Omega) = \frac{A_v \Omega_c^2}{(\Omega^2 + \Omega_r^2)(\Omega^2 + \Omega_c^2)} \quad (6.2)$$

$$S_c(\Omega) = \frac{4A_v}{g_0^2} \frac{\Omega_c^2 \Omega^2}{(\Omega^2 + \Omega_r^2)(\Omega^2 + \Omega_c^2)(\Omega^2 + \Omega_s^2)} \quad (6.3)$$

En las expresiones anteriores $\Omega = 2\pi/L_r$ es la frecuencia espacial (rad/m). L_r es la longitud de onda de la irregularidad (m). g_0 es la ya descrita distancia entre carriles de la vía (Figura 6.3). La Tabla 6.1 recoge los valores de los coeficientes A_v, Ω_r, Ω_c y Ω_s de las funciones de densidad espectral.

6.4. Método de representación espectral

Siguiendo el método de representación espectral como hacen *Claus y Schiehlen (1998)* se pueden obtener mediante las siguientes expresiones las funciones de irregularidades de vía de elevación $r_v(x)$, alineamiento $r_h(x)$ y superelevación $r_c(x)$.

$$r_v(x) = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{N-1} A_n \cos(\Omega_n x + \alpha_n) \quad (6.4)$$

F.R.A.	Clase 4	Clase 5	Clase 6
A_v	$2.39 \cdot 10^{-5}$	$9.35 \cdot 10^{-5}$	$1.50 \cdot 10^{-6}$
$\Omega_s(\text{rad/m})$	1.130	0.821	0.438
$\Omega_r(\text{rad/m})$	$2.06 \cdot 10^{-2}$	$2.06 \cdot 10^{-2}$	$2.06 \cdot 10^{-2}$
$\Omega_c(\text{rad/m})$	0.825	0.825	0.825

Cuadro 6.1.: Coeficientes de las funciones de densidad espectral de irregularidades de vía.

$$r_h(x) = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{N-1} B_n \cos(\Omega_n x + \beta_n) \quad (6.5)$$

$$r_c(x) = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{N-1} C_n \cos(\Omega_n x + \gamma_n) \quad (6.6)$$

En las expresiones anteriores N es el número total de frecuencias espaciales discretas consideradas, y Ω_n es la n -ésima frecuencia discreta, que se obtiene como:

$$\Omega_n = n \cdot \Delta\Omega = n \cdot \frac{\Omega_u - \Omega_l}{N}, \quad (6.7)$$

donde Ω_u y Ω_l son respectivamente la frecuencia más alta y más baja consideradas, y $n = 1, 2, \dots, N - 1$.

Los coeficientes A_n , B_n y C_n se definen como:

$$A_0 = B_0 = C_0 = 0$$

$$A_1 = B_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi} S_v(\Delta\Omega) + \frac{4}{6\pi} S_v(0)\right) \cdot \Delta\Omega} \quad (6.8)$$

$$C_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi} S_c(\Delta\Omega) + \frac{4}{6\pi} S_c(0)\right) \cdot \Delta\Omega}$$

$$A_2 = B_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi} S_v(2\Delta\Omega) + \frac{4}{6\pi} S_v(0)\right) \cdot \Delta\Omega} \quad (6.9)$$

$$C_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi} S_c(2\Delta\Omega) + \frac{4}{6\pi} S_c(0)\right) \cdot \Delta\Omega}$$

$$A_n = B_n = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi} S_v(n \cdot \Delta\Omega)\right) \cdot \Delta\Omega}$$

$$C_n = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi} S_c(n \cdot \Delta\Omega)\right) \cdot \Delta\Omega}$$
(6.10)

donde $n = 3, 4, \dots, N - 1$. Los parámetros α_n, β_n y γ_n son ángulos de fase aleatorios que siguen una distribución de probabilidad uniforme en el intervalo $[0, 2\pi]$.

Una vez generados los perfiles de irregularidades de la vía de esta forma, han de ser normalizados para que estas funciones de irregularidades $r_v(x)$, $r_h(x)$ y $r_c(x)$ alcancen los máximos descritos en la Tabla 6.2.

F.R.A.	Clase 4	Clase 5	Clase 6
$r_{v,max}(\text{mm})$	4.05	3.38	2.70
$r_{h,max}(\text{mm})$	5.10	4.25	3.40
$r_{c,max}(\text{mm})$	1.50	1.25	1.00

Cuadro 6.2.: Máximas desviaciones tolerables para varias irregularidades de vía.

Siguiendo el procedimiento descrito se han generado los perfiles de irregularidades correspondiente a 300 m. de vía para las tres clases de vía citadas (4, 5 y 6). Ver Figura 6.4.

En las simulaciones de estos perfiles de vía, el rango de longitudes de onda considerado ha sido el comprendido entre 3 m. y 70 m. Según el proyecto [ERRI-D181 \(1996\)](#), longitudes de onda mayores tienen poca influencia en la fuerzas laterales de contacto eje vía. El número de longitudes de onda (o el número de frecuencias espaciales) consideradas ha sido $N = 3540$.

6.5. Ensamblaje de los tramos de irregularidades generados

Como las necesidades de longitud de vía con irregularidades excede del tramo generado (300 m), se ha seguido el procedimiento utilizado por [Majka y Hartnett \(2009\)](#); [Yang et al. \(2004\)](#) para obtener longitudes mayores de vía irregular mediante ensamblaje de tramos. El tramo de perfil de vía generado de 300 m. de longitud se ha ido repitiendo, de forma simétrica respecto a los puntos frontera entre tramos, para garantizar la continuidad en dichos puntos de unión (Figura 6.5). Se ha comprobado que la longitud de onda ficticia introducida en las irregularidades de la vía al ensamblar tramos generados no va a inducir resonancias en el movimiento del vehículo para las velocidades del tren estudiadas.

Figura 6.4.: Irregularidades de vía. Clase 5 F.R.A. Tramo 300 m.

Figura 6.5.: Irregularidades de vía. Clase 5 F.R.A. Ensamblaje de tramos.

6.6. Elección de la calidad de la vía a considerar

La norma europea [EN-13848-5 \(2009\)](#) define los requisitos mínimos de calidad geométrica de la vía en líneas de alta velocidad. En este documento se fijan límites de alarma para actuar sobre la vía y corregir la pérdida de calidad geométrica. Para el perfil de irregularidades verticales con longitud de onda comprendida entre 3 y 25 m. la desviación típica de las irregularidades tiene un límite de 1.5 mm. Y para el perfil de irregularidades de alineamiento (horizontal) de la vía el límite de su desviación típica estándar es 1 mm.

Los perfiles de irregularidades de vía de clase 5 (F.R.A.), generados siguiendo el procedimiento descrito en este capítulo, tienen una desviación típica de 1.4 mm. en elevación vertical y 1.6 mm. en alineamiento (horizontal). Por lo tanto, la clase 5

(F.R.A.) de calidad de vía se puede considerar que corresponde a una vía de alta velocidad no muy bien conservada.

Por los motivos expuestos, en este trabajo se ha optado por emplear esta calidad de vía, la clase 5 (F.R.A.), para todos los casos simulados con el modelo de interacción vehículo-puente construido.

6.7. Derivadas respecto al tiempo de las irregularidades de la vía en la posición del eje del tren ($\dot{\mathbf{y}}_I(x)$, $\dot{\mathbf{z}}_I(x)$, $\ddot{\mathbf{y}}_I(x)$ y $\ddot{\mathbf{z}}_I(x)$)

El perfil de la vía con irregularidades no cambia durante el paso de un tren. Sin embargo la “percepción” de un eje del tren que viaja a velocidad constante v por la vía es diferente. En un sistema de referencia que viaja con un eje del tren, la vía se desplaza vertical y lateralmente, y gira (se torsiona) debido a sus irregularidades o desvíos de la geometría ideal.

Estos movimientos de la vía que “percibe” un eje del tren viajando a velocidad constante v se han llamado aquí *derivadas respecto al tiempo de las irregularidades de la vía en la posición del eje del tren* ($\dot{\mathbf{y}}_I(x)$, $\dot{\mathbf{z}}_I(x)$, $\ddot{\mathbf{y}}_I(x)$ y $\ddot{\mathbf{z}}_I(x)$).

Y se han obtenido derivando respecto al tiempo t las expresiones de la Ecuación 6.1:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{y}}_I(x) &= v \cdot r'_h(x) \\ \dot{\mathbf{z}}_I^L(x) &= v \cdot (r'_v(x) - r'_c(x))\end{aligned}\tag{6.11}$$

$$\dot{\mathbf{z}}_I^R(x) = v \cdot (r'_v(x) + r'_c(x))$$

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{y}}_I(x) &= v^2 \cdot r''_h(x) \\ \ddot{\mathbf{z}}_I^L(x) &= v^2 \cdot (r''_v(x) - r''_c(x))\end{aligned}\tag{6.12}$$

$$\ddot{\mathbf{z}}_I^R(x) = v^2 \cdot (r''_v(x) + r''_c(x))$$

En las expresiones anteriores $r'_h(x)$, $r'_v(x)$, $r'_c(x)$, $r''_h(x)$, $r''_v(x)$, y $r''_c(x)$ son las derivadas primeras y segundas respecto a la variable x de las funciones de irregularidades de alineación, elevación y sobreelevación de la vía respectivamente. Se han calculado derivando respecto x las expresiones recogidas en la Ecuación 6.4 y siguientes.

Por último, estas funciones de irregularidades verticales y laterales, y sus derivadas respecto al tiempo se pueden agrupar en los siguientes vectores:

$$\mathbf{z}_I = \begin{bmatrix} z_I^L & z_I^R \end{bmatrix}^T \quad (6.13)$$

$$\mathbf{y}_I = \begin{bmatrix} y_I & y_I \end{bmatrix}^T$$

$$\dot{\mathbf{z}}_I = \begin{bmatrix} \dot{z}_I^L & \dot{z}_I^R \end{bmatrix}^T \quad (6.14)$$

$$\dot{\mathbf{y}}_I = \begin{bmatrix} \dot{y}_I & \dot{y}_I \end{bmatrix}^T$$

$$\ddot{\mathbf{z}}_I = \begin{bmatrix} \ddot{z}_I^L & \ddot{z}_I^R \end{bmatrix}^T \quad (6.15)$$

$$\ddot{\mathbf{y}}_I = \begin{bmatrix} \ddot{y}_I & \ddot{y}_I \end{bmatrix}^T$$

Estos vectores aparecerán en la formulación del problema de interacción tren-puente recogida en el Capítulo 7.

7. Presentación del problema no lineal completo. Formulación desarrollada

7.1. Introducción

En este capítulo se presenta la formulación, en formato matricial, del modelo de interacción vehículo-puente descrito. Concretamente el objeto de este capítulo es obtener el vector de fuerzas de interacción $\mathbf{F}_{vb}(\mathbf{u}_b, \mathbf{u}_v, t)$ del sistema de ecuaciones del vehículo (Ecuación 4.4) y el vector $\mathbf{F}_{bv}(\mathbf{u}_b, \mathbf{u}_v, t)$ del sistema de ecuaciones del puente (Ecuación 3.4). En la formulación de estos vectores de fuerzas aparecerán una serie de vectores, funciones y variables que han sido definidas en capítulos anteriores o se definen en apéndices de esta tesis y que se recuerdan aquí:

- Vectores de movimientos de los puntos de contacto eje-vía $(\mathbf{y}_D, \dot{\mathbf{y}}_D, \ddot{\mathbf{y}}_D, \mathbf{z}_D, \dot{\mathbf{z}}_D, \ddot{\mathbf{z}}_D)$ definidos en el Apéndice B.
- Vectores de irregularidades de la vía y sus derivadas respecto al tiempo $(\mathbf{y}_I, \dot{\mathbf{y}}_I, \ddot{\mathbf{y}}_I, \mathbf{z}_I, \dot{\mathbf{z}}_I, \ddot{\mathbf{z}}_I)$ definidos en el Capítulo 6.
- Vectores de movimientos del eje l según sus grados de libertad en el modelo vehículo $(\mathbf{u}_{wl}, \dot{\mathbf{u}}_{wl})$ definidos en la Ecuación 4.3 del Capítulo 4.
- Vectores de movimientos del bogie del eje l según los g.d.l. del bogie en el modelo dinámico del vehículo $(\mathbf{u}_T, \dot{\mathbf{u}}_T)$ definidos en la Ecuación 4.2 del Capítulo 4.
- Desplazamientos del eje l no considerados grados de libertad $(z_W, z_W^{L,R}, Rx_W)$ y sus derivadas respecto al tiempo, definidos mediante relaciones cinemáticas en la Subsección 5.2.1.
- Funciones geométricas $\Delta z_W, \Delta z_W^{L,R}, \Delta Rx_W, \gamma^{R,L}$ y $\Delta r^{R,L}$, y sus derivadas respecto al tiempo y respecto a la variable Δy_W , definidas en la Subsección 5.2.2, en la Subsección 5.2.3 y en el Apéndice A.
- Coeficientes de Kalker-Shen $f_{\alpha ij}^{L,R} = f_{\alpha ij}^{L,R}(\Delta y_W)$, que son funciones del desplazamiento lateral relativo eje-vía, definidas en la Sección 5.3.
- Coeficientes geométricos $\beta_y^{L,R}, \beta_{Ty}^{L,R}$ y $\beta_{Rz}^{L,R}$, que también son funciones del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W , definidas en el Apéndice C.

7.2. Fuerzas de interacción sobre el vehículo

7.2.1. Sobre el eje

El vector de fuerzas de contacto eje-vía actuando sobre un eje l según sus g.d.l. en el modelo vehículo es el siguiente:

$$\mathbf{F}_{Wl} = \begin{bmatrix} F_{YW} \\ M_{ZW} \end{bmatrix}_l = \begin{bmatrix} F_Y^L + F_Y^R \\ \frac{g_o}{2} F_X^L - \frac{g_o}{2} F_X^R \end{bmatrix}_l \quad (7.1)$$

En la expresión anterior, $F_Y^{L,R}$ y $F_X^{L,R}$ son las fuerzas de contacto rueda-carril sobre el eje l obtenidas como se explicó en la Subsección 5.5.2. (Ver Figura 7.1).

Figura 7.1.: Fuerzas de contacto. (a) Actuando en los puntos de contacto. (b) Actuando según los g.d.l. del eje.

De esta forma, el vector de fuerzas de contacto eje-vía actuando sobre un eje l según sus g.d.l. $\mathbf{F}_{Wl}$ se puede expresar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{Wl} = \begin{bmatrix} F_{YW} \\ M_{ZW} \end{bmatrix}_l &= \mathbf{K}_{Wy}(\Delta y_W^{L,R}) \cdot \mathbf{u}_W + \mathbf{C}_{Wy}(\Delta y_W) \cdot \dot{\mathbf{u}}_W + \\ &- \mathbf{C}_{DIy}(\Delta y_W^{L,R}) \cdot (\dot{\mathbf{y}}_D + \dot{\mathbf{y}}_I) + \mathbf{K}_{W2}(\Delta y_W^{L,R}) + \mathbf{D}_{Z1}(\Delta y_W^{L,R}) \cdot \mathbf{F}_Z^{k-1} \end{aligned} \quad (7.2)$$

En la expresión anterior, las matrices son:

$$\mathbf{K}_{Wy}(\Delta y_W) = \begin{bmatrix} 0 & f_{\alpha 22}^L \beta_{Rz}^L \beta_{Ty}^R + f_{\alpha 22}^R \beta_{Rz}^R \beta_{Ty}^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.3)$$

$$\mathbf{C}_{Wy}(\Delta y_W) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{v}(f_{\alpha 22}^L \beta_y^L \beta_{Ty}^L + f_{\alpha 22}^R \beta_y^R \beta_{Ty}^R) & -\frac{1}{v}(f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \cos \gamma^L + f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \cos \gamma^R) \\ 0 & -\frac{g_0^2}{4v}(f_{\alpha 11}^L + f_{\alpha 11}^R) \end{bmatrix}, \quad (7.4)$$

$$\mathbf{C}_{DIy}(\Delta y_W) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{v} f_{\alpha 22}^L \beta_y^L \beta_{Ty}^L & -\frac{1}{v} f_{\alpha 22}^R \beta_y^R \beta_{Ty}^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.5)$$

$$\mathbf{K}_{W2}(\Delta y_W) = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_W}(-f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \sin \gamma^L + f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \sin \gamma^R) \\ \frac{g_0}{2r_W}(f_{\alpha 11}^L \Delta r^L - f_{\alpha 11}^R \Delta r^R) \end{bmatrix}, \quad (7.6)$$

$$\mathbf{D}_{Z1}(\Delta y_W) = \begin{bmatrix} \tan \gamma^L & -\tan \gamma^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.7)$$

y

$$\mathbf{F}_Z^{k-1} = \begin{bmatrix} F_Z^L \\ F_Z^R \end{bmatrix}_{k-1} \quad (7.8)$$

$\mathbf{F}_Z^{k-1}$ es el vector de fuerzas de contacto verticales que actúan sobre el eje l , calculadas en una iteración anterior en el prendimiento de resolución numérica del problema de interacción (Subsección 5.5.3).

Se recuerda que en las expresiones anteriores v es la velocidad del tren, g_0 es la distancia entre los puntos de contacto de la rueda derecha e izquierda de un eje considerada constante, y r_W es el radio nominal de la rueda del eje.

Notese que el vector de fuerzas $\mathbf{F}_{Wl}$ de contacto sobre el eje l , no solo depende de los movimientos de eje, (desplazamientos $\mathbf{u}_W = [y_W \ Rz_W]^T$, o velocidades $\dot{\mathbf{u}}_W = [\dot{y}_W \ \dot{Rz}_W]^T$, sino que depende también de los movimientos del sistema puente-vía a través de $\dot{\mathbf{y}}_D$ (vector de velocidades laterales de los carriles en los puntos de contacto con el eje, calculado según el Apéndice B), y del desplazamiento lateral de los carriles en los puntos de contacto $y_D^{L,R}$, puesto que los elementos de las matrices de la Ecuación 7.2 son funciones de $\Delta y_W^{L,R} = y_W - (y_D^{L,R} + y_I)$.

Para poder ser utilizado más abajo, al primer termino del vector de fuerza $\mathbf{F}_{Wl}$ (Ecuación 7.2) se le va a llamar $\mathbf{F}_{Wyl}^K$, al segundo término $\mathbf{F}_{Wyl}^c$ y al resto de la fuerza $\mathbf{F}_{Wl}$ se le va a llamar $\mathbf{F}_{Wl}^*$. De esta forma se tiene:

$$\mathbf{F}_{Wyl}^K = \mathbf{K}_{Wy}(\Delta y_W^{L,R}) \cdot \mathbf{u}_W \quad (7.9)$$

$$\mathbf{F}_{Wyl}^C = \mathbf{C}_{Wy}(\Delta y_W^{L,R}) \cdot \dot{\mathbf{u}}_W \quad (7.10)$$

$$\mathbf{F}_{Wl} = \mathbf{F}_{Wyl}^K + \mathbf{F}_{Wyl}^C + \mathbf{F}_{Wl}^* \quad (7.11)$$

7.2.2. Sobre el bogie

La interacción vertical eje-bogie como consecuencia de los movimientos en el plano vertical del eje, provoca unas fuerzas verticales entre el bogie y el eje ($F_T^{L,R}$) que han sido descritas en la Subsección 5.5.1 (Figura 5.7). El vector de fuerzas de interacción vertical ejes-bogie $\mathbf{F}_{Ti}$ recoge estas fuerzas pero aplicadas según los grados de libertad del bogie i .

$$\mathbf{F}_{Ti} = \begin{bmatrix} F_{Ty} & F_{Tz} & M_{TRx} & M_{TRy} & M_{TRz} \end{bmatrix}_i^T \quad (7.12)$$

En este modelo de interacción vehículo-puente, el vector $\mathbf{F}_{Ti}$ se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}_{Ti} = \sum_{j=-1}^{j=1} [\mathbf{K}_{WTj} \cdot (\mathbf{z}_{Dj} + \mathbf{z}_{Ij} + \Delta \mathbf{z}_{Wj}) + \mathbf{C}_{WTj} \cdot (\dot{\mathbf{z}}_{Dj} + \dot{\mathbf{z}}_{Ij} + \Delta \dot{\mathbf{z}}_{Wj})], \quad (7.13)$$

donde:

$$\mathbf{K}_{WTj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_{Z1} & k_{Z1} \\ -\frac{2}{g_0} k_{Z1} b_1^2 & \frac{2}{g_0} k_{Z1} b_1^2 \\ -j \cdot k_{Z1} d_1 & -j \cdot k_{Z1} d_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.14)$$

$$\mathbf{C}_{WTj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c_{Z1} & c_{Z1} \\ -\frac{2}{g_0} c_{Z1} b_1^2 & \frac{2}{g_0} c_{Z1} b_1^2 \\ -j \cdot c_{Z1} d_1 & -j \cdot c_{Z1} d_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.15)$$

En la dos matrices anteriores k_{Z1} y c_{Z1} son características mecánicas de la suspensión primaria del vehículo, y b_1 y d_1 son parámetros geométricos del bogie. Estos parámetros mecánicos y geométricos están representados en la Figura 4.2 y en la Figura 4.5, y descritos en la Subsección 4.5.3.

El vector $\Delta \mathbf{z}_{Wj}$ es un vector de las funciones geométricas desplazamientos verticales relativos entre rueda y carril

$$\Delta \mathbf{z}_{Wj} = \begin{bmatrix} \Delta z_W^L(\Delta y_W) \\ \Delta z_W^R(\Delta y_W) \end{bmatrix}_j. \quad (7.16)$$

Su derivada respecto al tiempo $\Delta \dot{\mathbf{z}}_{Wj}$ se puede expresar como sigue:

$$\Delta \dot{\mathbf{z}}_{Wj} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{z}_W^L(\Delta y_W) \\ \Delta \dot{z}_W^R(\Delta y_W) \end{bmatrix}_j = \mathbf{D}_{BZ1j} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wj} - \mathbf{D}_{BZ2j} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_{Dj} + \dot{\mathbf{y}}_{Ij}), \quad (7.17)$$

con

$$\mathbf{D}_{BZ1j} = \begin{bmatrix} \Delta z_W^{L'} & 0 \\ \Delta z_W^{R'} & 0 \end{bmatrix}_j, \quad (7.18)$$

$$\mathbf{D}_{BZ2j} = \begin{bmatrix} \Delta z_W^{L'} & 0 \\ 0 & \Delta z_W^{R'} \end{bmatrix}_j. \quad (7.19)$$

$\Delta z_W^{L,R'}$ son las derivadas de las funciones geométricas $\Delta z_W^{L,R}(\Delta y_W)$ respecto a la variable Δy_W .

En la Ecuación 7.13 y siguientes el índice j puede tomar los valores 1 ó -1, que corresponden a los ejes delantero y trasero del bogie i respectivamente.

Como ocurría en el vector de fuerzas de interacción sobre el eje $\mathbf{F}_{Wl}$, el vector de fuerzas de interacción vertical ejes-bogie $\mathbf{F}_{Ti}$ depende de los movimientos de los ejes según sus grados de libertad ($\dot{\mathbf{u}}_{Wj}$, y_W) y de los movimientos del puente según sus g.d.l a través de los movimientos de los carriles en los puntos de contacto ($\mathbf{z}_{Dj}(\mathbf{u}_b)$, $\dot{\mathbf{z}}_{Dj}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)$, $\dot{\mathbf{y}}_{Dj}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)$, $y_D^{L,R}(\mathbf{u}_b)$). Estos últimos movimientos se obtienen con el procedimiento descrito en el Apéndice B.

Para ser utilizado más abajo, el vector de fuerzas de interacción sobre el bogie i $\mathbf{F}_{Ti}$ se vá a descomponer de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}_{Ti} = \mathbf{F}_{Ti}^* + \mathbf{F}_{T\Delta z,i}^C \quad (7.20)$$

donde

$$\mathbf{F}_{T\Delta z,i}^C = \sum_{j=-1}^{j=1} \mathbf{C}_{WTj} \cdot \mathbf{D}_{BZ1j} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wj}. \quad (7.21)$$

7.2.3. Ensamblaje del vector de fuerzas de interacción sobre el vehículo

Para obtener el vector de fuerzas de interacción sobre el tren $\mathbf{F}_{vb}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, t)$ no hay mas que ensamblar los vectores fuerzas de interacción de los ejes $\mathbf{F}_{Wl}$ y de los bogies $\mathbf{F}_{Ti}$ según el orden de los g.d.l. del sistema vehículo:

$$\mathbf{F}_{VW} = \sum_l \mathbf{F}_{Wl} \quad (7.22)$$

$$\mathbf{F}_{VT} = \sum_i \mathbf{F}_{Ti} \quad (7.23)$$

$$\mathbf{F}_{vb}(t) = \mathbf{F}_{VW} + \mathbf{F}_{VT} \quad (7.24)$$

En la Ecuación 7.22 y en la Ecuación 7.23, y en lo sucesivo, los sumatorios $\sum_i$ y $\sum_l$ denotan ensamblaje además de suma. Es decir, los vectores $\mathbf{F}_{VT}$ y $\mathbf{F}_{VW}$ tiene tantos elementos como g.d.l. tiene el modelo multibody del tren (*dofv*) y esos elementos siguen orden correspondiente de dichos g.d.l.

De esta manera se completa la formulación del sistema de ecuaciones del vehículo a falta de las cargas de viento.

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, t) \quad (7.25)$$

7.3. Modificación del sistema de ecuaciones del vehículo

Para facilitar la resolución numérica del sistema de ecuaciones no lineales del vehículo (Ecuación 7.25), se va a modificar este sistema de ecuaciones.

Utilizando la Ecuación 7.11 y la Ecuación 7.20, el vector de fuerzas interacción actuando sobre el vehículo $\mathbf{F}_{vb}(t)$, que aparece en el lado derecho de la Ecuación 7.25, o ecuación de movimiento del tren, se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{F}_{vb}(t) = \mathbf{F}_{VW} + \mathbf{F}_{VT} = \mathbf{F}_{VWy}^K + \mathbf{F}_{VWy}^C + \mathbf{F}_{VT\Delta z}^C + \mathbf{F}_{VW}^* + \mathbf{F}_{VT}^*. \quad (7.26)$$

Los vectores sumandos de esta expresión se obtienen ensanblando los de la Ecuación 7.11 y la Ecuación 7.20. Es decir:

$$\mathbf{F}_{VWy}^K = \sum_l \mathbf{K}_{Wyl}(\Delta y_{Wl}^{L,R}) \cdot \mathbf{u}_{Wl}, \quad (7.27)$$

$$\mathbf{F}_{VWy}^C = \sum_l \mathbf{C}_{Wyl}(\Delta y_{Wl}^{L,R}) \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl}, \quad (7.28)$$

$$\mathbf{F}_{VT\Delta z}^C = \sum_i \mathbf{F}_{T\Delta z,i}^C = \sum_i \sum_{j=-1}^{j=1} \mathbf{C}_{WTi,j} \cdot \mathbf{D}_{BZ1i,j} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wi,j} \quad (7.29)$$

$$\mathbf{F}_{VW}^* = \sum_l \mathbf{F}_{Wl}^* \quad (7.30)$$

$$\mathbf{F}_{VT}^* = \sum_i \mathbf{F}_{Ti}^* \quad (7.31)$$

Agrupando ahora los términos con idéntico superíndice de la Ecuación 7.26 se tiene que el vector de fuerzas de interacción sobre el sistema vehículo (tren) es:

$$\mathbf{F}_{vb}(t) = \mathbf{F}_{Vb}^K(t) + \mathbf{F}_{Vb}^C(t) + \mathbf{F}_{Vb}^*(t), \quad (7.32)$$

Con la formulación expuesta, los vectores de fuerzas $\mathbf{F}_{Vb}^K$ y $\mathbf{F}_{Vb}^C$, de esta última ecuación, se pueden expresar como los siguientes productos:

$$\mathbf{F}_{Vb}^K(t) = \mathbf{K}_{vb}(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \mathbf{u}_v(t) \quad (7.33)$$

$$\mathbf{F}_{Vb}^C(t) = \mathbf{C}_{vb}(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) \quad (7.34)$$

De esta forma la Ecuación 7.25, ecuación de movimiento del sistema vehículo (tren), queda:

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{K}_{vb}(\Delta y_{wl}, t) \cdot \mathbf{u}_v(t) + \mathbf{C}_{vb}(\Delta y_{wl}, t) \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{F}_{vb}^*(t) \quad (7.35)$$

Pasando al lado izquierdo de la ecuación los dos primeros términos de la fuerza de interacción sobre el vehículo, se obtiene la ecuación de movimiento del sistema tren modificada que se pretendía.

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + (\mathbf{C}_v + \mathbf{C}_{vb}(\Delta y_{wl}, t)) \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + (\mathbf{K}_v + \mathbf{K}_{vb}(\Delta y_{wl}, t)) \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}^*(t) \quad (7.36)$$

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v^*(t) \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v^*(t) \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}^*(t) \quad (7.37)$$

7.4. Fuerzas de contacto rueda-carril sobre los nudos del M.E.F puente-vía

De la misma manera que ocurre con los desplazamientos de los carriles en los puntos de contacto, las fuerzas de contacto rueda-carril que actúan sobre los carriles se pueden llevar a los nudos de los elementos carriles, en el caso de utilizar el modelo A de puente (con vía flexible), o a los nudos del elemento tablero sobre el que está situado el eje en un instante t , en el caso de tratarse del modelo B de puente (sin vía), utilizando matrices de funciones de forma de los citados elementos finitos.

Se define el vector $\mathbf{f}_{pl}$ como el vector de fuerzas en los puntos de contacto rueda-carril del eje l (Figura 7.2a).

$$\mathbf{f}_{pl} = \begin{bmatrix} f_{Yp}^L & f_{Zp}^L & m_{Zp}^L & f_{Yp}^R & f_{Zp}^R & m_{Zp}^R \end{bmatrix}^T \quad (7.38)$$

Con el modelo de interacción descrito en el Capítulo 5, el vector de fuerzas anterior vale (Figura 7.2b):

$$\mathbf{f}_{pl} = \begin{bmatrix} -F_Y^L & F_Z^L & 0 & -F_Y^R & F_Z^R & 0 \end{bmatrix}^T \quad (7.39)$$

siendo $F_Y^{L,R}$ y $F_Z^{L,R}$ las fuerzas de contacto calculadas según la Ecuación 5.48 y la Ecuación 5.50 del citado Capítulo 5.

Figura 7.2.: Fuerzas de contacto sobre los elementos finitos del modelo puente.

De esta forma el vector de fuerzas del eje l sobre los puntos de contacto de los carriles se puede expresar como sigue:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_{pl} = & \mathbf{f}_{pl}^g - \mathbf{M}_{BWzl} \cdot (\ddot{\mathbf{z}}_{Dl} + \ddot{\mathbf{z}}_{Il} + \mathbf{D}_{BZ1l} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{Wl} - \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot (\ddot{\mathbf{y}}_{Dl} + \ddot{\mathbf{y}}_{Il})) + \\
 & + \mathbf{C}_{BWzl} \cdot (\dot{\mathbf{z}}_{Dl} + \dot{\mathbf{z}}_{Il} + \mathbf{D}_{BZ1l} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl} - \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_{Dl} + \dot{\mathbf{y}}_{Il})) + \mathbf{C}_{BWyl} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wyl} + \\
 & - \mathbf{C}_{BDIl} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_{Dl} + \dot{\mathbf{y}}_{Il}) + \mathbf{C}_{BTl} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Tl} + \mathbf{K}_{BWzl} \cdot (\mathbf{z}_{Dl} + \mathbf{z}_{Il} + \Delta \mathbf{z}_{Wl}) \\
 & + \mathbf{K}_{BWyl} \cdot \mathbf{u}_{Wyl} + \mathbf{K}_{BWyl} \cdot \mathbf{u}_{Wyl} + \mathbf{K}_{BTl} \cdot \mathbf{u}_{Tl} + \mathbf{D}_{Byl} \cdot \mathbf{F}_Z^{k-1}
 \end{aligned} \quad (7.40)$$

El vector $\mathbf{f}_{pl}^g$ de la Ecuación 7.40 es el vector de fuerzas estáticas por eje actuando en los puntos de contacto rueda carril. Este vector vale:

$$\mathbf{f}_{pl}^g = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}f_l^g & 0 & 0 & \frac{1}{2}f_l^g & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (7.41)$$

siendo f_l^g la carga estática del vehículo en el eje l .

A continuación se describen las matrices que aparecen en la Ecuación 7.40 :

$$\mathbf{M}_{BWzl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{4}m_W + \frac{1}{g_0^2}I_{XW} & \frac{1}{4}m_W - \frac{1}{g_0^2}I_{XW} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{4}m_W - \frac{1}{g_0^2}I_{XW} & \frac{1}{4}m_W + \frac{1}{g_0^2}I_{XW} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (7.42)$$

$$\mathbf{C}_{BWzl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}c_{Z1} - \frac{2}{g_0^2}b_1^2 \cdot c_{Z1} & -\frac{1}{2}c_{Z1} + \frac{2}{g_0^2}b_1^2 \cdot c_{Z1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}c_{Z1} + \frac{2}{g_0^2}b_1^2 \cdot c_{Z1} & -\frac{1}{2}c_{Z1} + \frac{2}{g_0^2}b_1^2 \cdot c_{Z1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (7.43)$$

$$\mathbf{C}_{BWyl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{v}f_{\alpha 22}^L\beta_y^L\beta_{Ty}^L & \frac{1}{v}f_{\alpha 23}^L\beta_{Ty}^L\cos\gamma^L \\ -\frac{r_W}{v \cdot g_0}(f_{\alpha 22}^L\beta_y^L\beta_{Ty}^L + f_{\alpha 22}^R\beta_y^R\beta_{Ty}^R) & -\frac{r_W}{v \cdot g_0}(f_{\alpha 23}^L\beta_{Ty}^L\cos\gamma^L + f_{\alpha 23}^R\beta_{Ty}^R\cos\gamma^R) \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{v}f_{\alpha 22}^R\beta_y^R\beta_{Ty}^R & \frac{1}{v}f_{\alpha 23}^R\beta_{Ty}^R\cos\gamma^R \\ \frac{r_W}{v \cdot g_0}(f_{\alpha 22}^L\beta_y^L\beta_{Ty}^L + f_{\alpha 22}^R\beta_y^R\beta_{Ty}^R) & \frac{r_W}{v \cdot g_0}(f_{\alpha 23}^L\beta_{Ty}^L\cos\gamma^L + f_{\alpha 23}^R\beta_{Ty}^R\cos\gamma^R) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (7.44)$$

$$\mathbf{C}_{BDIl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{v}f_{\alpha 22}^L\beta_y^L\beta_{Ty}^L & 0 \\ -\frac{r_W}{v \cdot g_0}f_{\alpha 22}^L\beta_y^L\beta_{Ty}^L & -\frac{r_W}{v \cdot g_0}f_{\alpha 22}^R\beta_y^R\beta_{Ty}^R \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{v}f_{\alpha 22}^R\beta_y^R\beta_{Ty}^R \\ \frac{r_W}{v \cdot g_0}f_{\alpha 22}^L\beta_y^L\beta_{Ty}^L & \frac{r_W}{v \cdot g_0}f_{\alpha 22}^R\beta_y^R\beta_{Ty}^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (7.45)$$

$$\mathbf{C}_{BTl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{Z1} & -\frac{2}{g_0}b_1^2 \cdot c_{Z1} & -j \cdot d_1 \cdot c_{Z1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{Z1} & \frac{2}{g_0}b_1^2 \cdot c_{Z1} & -j \cdot d_1 \cdot c_{Z1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (7.46)$$

En la matriz $\mathbf{C}_{BTl}$, j puede tomar el valor 1 ó -1 según se trate del eje delantero o trasero del bogie respectivamente.

La matriz $\mathbf{K}_{BWzl}$ se construye sustituyendo en $\mathbf{C}_{BWzl}$ (Ecuación 7.43) c por k .

$$\mathbf{K}_{BWyl} = \begin{bmatrix} 0 & -f_{\alpha 22}^L\beta_{Rz}^L\beta_{Ty}^L \\ 0 & \frac{r_W}{g_0}(f_{\alpha 22}^L\beta_{Rz}^L\beta_{Ty}^L + f_{\alpha 22}^R\beta_{Rz}^R\beta_{Ty}^R) \\ 0 & 0 \\ 0 & -f_{\alpha 22}^R\beta_{Rz}^R\beta_{Ty}^R \\ 0 & -\frac{r_W}{g_0}(f_{\alpha 22}^L\beta_{Rz}^L\beta_{Ty}^L + f_{\alpha 22}^R\beta_{Rz}^R\beta_{Ty}^R) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.47)$$

$$\mathbf{K}_{BWyl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_W} f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \sin \gamma^L \\ \frac{1}{g_o} (-f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \sin \gamma^L + f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \sin \gamma^R) \\ 0 \\ \frac{1}{r_W} f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \sin \gamma^R \\ \frac{1}{g_o} (f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \sin \gamma^L - f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \sin \gamma^R) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.48)$$

La matriz $\mathbf{K}_{BTl}$ se obtiene sustituyendo en $\mathbf{C}_{BTl}$ (Ecuación 7.46) c por k .

$$\mathbf{D}_{Byl} = \begin{bmatrix} -\tan \gamma^L & 0 \\ \frac{r_W}{g_o} \tan \gamma^L & -\frac{r_W}{g_o} \tan \gamma^R \\ 0 & 0 \\ 0 & \tan \gamma^L \\ -\frac{r_W}{g_o} \tan \gamma^L & \frac{r_W}{g_o} \tan \gamma^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.49)$$

Resulta un buen ejercicio identificar la dependencia del vector de fuerzas del eje l sobre los puntos de contacto de los carriles $\mathbf{f}_{pl}$ de los movimientos del puente ($\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b$) y de los movimientos del vehículo ($\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v$). El vector de fuerzas $\mathbf{f}_{pl}$ (Ecuación 7.40) depende de los movimientos del puente a través de los vectores de movimientos de los carriles en los puntos de contacto $\mathbf{z}_{Dl}(\mathbf{u}_b), \dot{\mathbf{z}}_{Dl}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b), \ddot{\mathbf{z}}_{Dl}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b), \dot{\mathbf{y}}_{Dl}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)$ y $\ddot{\mathbf{y}}_{Dl}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b)$. Estos vectores de movimientos de los carriles son una combinación lineal de los movimientos de los nudos del sistema puente ($\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b$). Ver Sección B.1 en el Apéndice B. De la misma forma el vector $\mathbf{f}_{pl}$ (Ecuación 7.40) depende de los vectores de movimientos del eje l y del bogie correspondiente ($\mathbf{u}_{Wyl}, \dot{\mathbf{u}}_{Wyl}, \mathbf{u}_{Tl}, \dot{\mathbf{u}}_{Tl}$) que son movimientos del sistema vehículo ($\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v$). Por otro lado, el vector $\mathbf{f}_{pl}$ también depende de los movimientos laterales del eje l ($y_W, \dot{y}_W$) y de los movimientos laterales de los carriles ($y_D^{L,R}, \dot{y}_D^{L,R}$) a través de las funciones no lineales $f_{\alpha ij}^{L,R}(\Delta y_W)$ y $\beta_{\alpha ij}^{L,R}(\Delta y_W)$ que aparecen en elementos de varias matrices de la Ecuación 7.40. Se recuerda que $\Delta y_W^{L,R} = y_W - (y_D^{L,R} + y_I)$.

Para llevar estas fuerzas $\mathbf{f}_{pl}$ de contacto a los nudos de los elementos finitos del puente, cargados por el eje l , se utiliza la siguiente expresión:

$$\mathbf{f}_{n,l} = \mathbf{G}^T(x_l) \cdot \mathbf{f}_{pl} \quad (7.50)$$

donde $\mathbf{G}(x_l)$ es una matriz de funciones de forma de los elementos del modelo puente que se describe en la Sección B.2. Obviamente, esta matriz de funciones de forma es distinta si se considera el modelo A (con vía flexible) o el modelo B (sin vía) para el puente.

7.4.1. Modelo puente con vía flexible.

En el caso de que el modelo elementos finitos del sistema puente-vía corresponda al modelo A (con vía flexible), el vector de fuerzas $\mathbf{f}_{n,l}$ de la Ecuación 7.50 esta formado por:

$$\mathbf{f}_{n,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{n1} & \mathbf{f}_{n2} & \mathbf{f}_{n3} & \mathbf{f}_{n4} \end{bmatrix}_l^T \quad (7.51)$$

donde los vectores $\mathbf{f}_{njl}$ corresponden a los vectores de fuerzas según los g.d.l. de cada uno de los 4 nudos de los elementos carril sobre los que se encuentra el eje l en un instante t del análisis (Figura 7.2a).

$$\mathbf{f}_{njl} = \begin{bmatrix} fx_{nj} & fy_{nj} & fz_{nj} & mx_{nj} & my_{nj} & mz_{nj} \end{bmatrix}_l^T \quad (7.52)$$

7.4.2. Modelo puente sin vía.

En cambio, el vector $\mathbf{f}_{n,l}$ de la Ecuación 7.50 es el vector de fuerzas según los g.d.l. de los dos nudos del elemento viga del tablero, sobre el que se sitúa el eje l , si el modelo de elementos finitos considerado para el puente es el modelo B (Figura 7.3).

$$\mathbf{f}_{n,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{n1}^L & \mathbf{f}_{n2}^L & \mathbf{f}_{n1}^R & \mathbf{f}_{n2}^R \end{bmatrix}_l^T \quad (7.53)$$

En esta expresión, $\mathbf{f}_{n1}^L$, y $\mathbf{f}_{n2}^L$ son los vectores de fuerzas sobre los nudos 1 y 2 del elemento finito del tablero sobre el que actúa el eje l en un instante t de análisis (Figura 7.3), correspondientes a las fuerzas de contacto en el carril izquierdo. De la misma forma se explican las fuerzas $\mathbf{f}_{n1}^R$ y $\mathbf{f}_{n2}^R$.

7.4.3. Ensamblaje del vector de fuerzas de interacción sobre el sistema puente.

Para obtener el vector de fuerzas de interacción sobre el puente $\mathbf{F}_{bv}(t)$ no hay mas que ensamblar los vectores fuerzas de contacto sobre los nudos de los elementos carril o tablero $\mathbf{f}_{n,l}$, según se trate del modelo de puente A o B.

$$\mathbf{F}_{bv}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v, t) = \sum_l \mathbf{f}_{n,l} \quad (7.54)$$

Figura 7.3.: Elemento finito del tablero sobre el que actúa el eje l en un instante t . Modelo B de puente (sin vía flexible).

El vector $\mathbf{F}_{bv}(\mathbf{u}_b, \mathbf{u}_v, t)$ tiene tantos elementos como g.d.l. tiene el modelo Puente (*dofb*), y esos elementos fuerza siguen el orden correspondiente de dichos g.d.l. De esta manera se completa la formulación del sistema de ecuaciones del puente a falta de las cargas de viento.

$$\mathbf{M}_b \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{C}_b \cdot \dot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{K}_b \cdot \mathbf{u}_b(t) = \mathbf{F}_{bv}(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, t) \quad (7.55)$$

7.5. Modificación del sistema de ecuaciones del puente

De la misma forma que se procedía con el sistema de ecuaciones del vehículo, se va a modificar el sistema de ecuaciones del puente para facilitar su resolución numérica.

7.5.1. Modelo A de puente (con vía flexible)

Para el modelo A de puente (con vía flexible) podemos plantear la ecuación de movimiento de los elementos finitos carriles sobre los que actúa el eje l (Figura 7.2a).

$$\mathbf{M}_e \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{C}_e \cdot \dot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{u}_{n,l} = \mathbf{f}_{n,l} \quad (7.56)$$

En esta ecuación $\mathbf{u}_{n,l}$ es:

$$\mathbf{u}_{n,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n1} & \mathbf{u}_{n2} & \mathbf{u}_{n3} & \mathbf{u}_{n4} \end{bmatrix}_l^T, \quad (7.57)$$

donde los vectores $\mathbf{u}_{nj}$ corresponden a los vectores desplazamiento según los g.d.l. cada uno de los 4 nudos de los elementos carril sobre los que se encuentra el eje l en un instante t del análisis.

$$\mathbf{u}_{nj} = \begin{bmatrix} x_{nj} & y_{nj} & z_{nj} & \theta x_{nj} & \theta y_{nj} & \theta z_{nj} \end{bmatrix}^T \quad (7.58)$$

El vector de fuerzas $\mathbf{f}_{n,l}$, de la Ecuación 7.56, es el ya descrito en la Ecuación 7.50 y siguientes. Pues bien, este vector $\mathbf{f}_{n,l}$ se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{f}_{n,l} = \mathbf{f}_{n,l}^D + \mathbf{f}_{n,l}^* = \mathbf{G}^T(x_l) \cdot (\mathbf{f}_{pl}^D + \mathbf{f}_{pl}^*), \quad (7.59)$$

donde el vector de fuerzas $\mathbf{f}_{pl}^D$ agrupa los términos donde aparecen los vectores $\mathbf{z}_{Dl}, \dot{\mathbf{z}}_{Dl}, \ddot{\mathbf{z}}_{Dl}, \dot{\mathbf{y}}_{Dl}$ y $\ddot{\mathbf{y}}_{Dl}$ de la Ecuación 7.40. Este vector $\mathbf{f}_{pl}^D$ se puede expresar como:

$$\mathbf{f}_{pl}^D = \mathbf{M}_e^{bvl} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{C}_e^{bvl} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{K}_e^{bvl} \cdot \mathbf{u}_{n,l}, \quad (7.60)$$

utilizando la Ecuación B.10 y siguientes del Sección B.2.

Si pasamos el termino $\mathbf{f}_{n,l}^D = \mathbf{G}^T(x_l) \cdot \mathbf{f}_{pl}^D$ al lado derecho de la Ecuación 7.56 de movimiento de los elementos carriles, esta ecuación queda:

$$\mathbf{M}_{e,l}^* \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{C}_{e,l}^* \cdot \dot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{K}_{e,l}^* \cdot \mathbf{u}_{n,l} = \mathbf{f}_{n,l}^*, \quad (7.61)$$

donde:

$$\mathbf{M}_{e,l}^* = \mathbf{M}_e + \mathbf{G}^T(x_l) \cdot [\mathbf{M}_{BWzl} \cdot \mathbf{G}_Z(x_l) - \mathbf{M}_{BWzl} \cdot \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}_Y(x_l)] \quad (7.62)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{e,l}^* = & \mathbf{C}_e + \mathbf{G}^T(x_l) \cdot [2v \cdot \mathbf{M}_{BWzl} \cdot \mathbf{G}'_Z(x_l) - 2v \cdot \mathbf{M}_{BWzl} \cdot \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}'_Y(x_l)] + \\ & + \mathbf{G}^T(x_l) \cdot [-\mathbf{C}_{BWzl} \cdot \mathbf{G}_Z(x_l) + \mathbf{C}_{BWzl} \cdot \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}_Y(x_l) + \mathbf{C}_{BDIl} \cdot \mathbf{G}_Y(x_l)] \end{aligned} \quad (7.63)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{e,l}^* = & \mathbf{K}_e + \mathbf{G}^T(x_l) \cdot [v^2 \cdot \mathbf{M}_{BWzl} \cdot \mathbf{G}''_Z(x_l) - v^2 \cdot \mathbf{M}_{BWzl} \cdot \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}''_Y(x_l)] + \\ & + \mathbf{G}^T(x_l) \cdot [-v \cdot \mathbf{C}_{BWzl} \cdot \mathbf{G}'_Z(x_l) + v \cdot \mathbf{C}_{BWzl} \cdot \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}'_Y(x_l) + v \cdot \mathbf{C}_{BDIl} \cdot \mathbf{G}'_Y(x_l)] + \\ & - \mathbf{G}^T(x_l) \cdot \mathbf{K}_{BWzl} \cdot \mathbf{G}_Z(x_l) \end{aligned} \quad (7.64)$$

7.5.2. Modelo B de puente (sin vía)

Para el modelo de puente sin vía es válida la expresión

$$\mathbf{M}_e \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{C}_e \cdot \dot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{u}_{n,l} = \mathbf{f}_{n,l}, \quad (7.65)$$

pero ahora se refiere al sistema de ecuaciones del elemento finito tablero (Figura 7.3) sobre el que actúa un eje l del tren en un instante t del análisis.

El vector $\mathbf{u}_{n,l}$ es ahora es el vector de desplazamientos según los g.d.l. de los dos nudos del elemento viga del tablero sobre el que se sitúa el eje l

$$\mathbf{u}_{n,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n1} & \mathbf{u}_{n2} & \mathbf{u}_{n1} & \mathbf{u}_{n2} \end{bmatrix}^T \quad (7.66)$$

Con estas consideraciones, para modificar la Ecuación 7.65 de movimiento del elemento finito tablero y obtener

$$\mathbf{M}_{e,l}^* \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{C}_{e,l}^* \cdot \dot{\mathbf{u}}_{n,l} + \mathbf{K}_{e,l}^* \cdot \mathbf{u}_{n,l} = \mathbf{f}_{n,l}^*, \quad (7.67)$$

son válidas aquí las ecuaciones planteadas para el modelo A (Ecuación 7.59 y siguientes), sin más que considerar la matrices de funciones de forma $\mathbf{G}(x_l)$, $\mathbf{G}_Z(x_l)$ y $\mathbf{G}_Y(x_l)$ y sus derivadas respecto a la variable x_l correspondientes al modelo B de puente (Subsección B.2.2 en Apéndice B).

7.5.3. Ensamblaje de las matrices y fuerzas modificadas de elementos finitos carriles y tablero.

Para obtener la ecuación de movimiento modificada del sistema puente (Ecuación 7.72) se ensamblan las matrices y vectores definidos en los apartados anteriores de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}_{bv}^*(\Delta y_W, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, t) = \sum_l \mathbf{f}_{n,l}^* \quad (7.68)$$

$$\mathbf{M}_b^*(\Delta y_W, t) = \mathbf{M}_b + \sum_{e,l} (\mathbf{M}_{e,l}^*(\Delta y_W, t) - \mathbf{M}_e) \quad (7.69)$$

$$\mathbf{C}_b^*(\Delta y_W, t) = \mathbf{C}_b + \sum_{e,l} (\mathbf{C}_{e,l}^*(\Delta y_W, t) - \mathbf{C}_e) \quad (7.70)$$

$$\mathbf{K}_b^*(\Delta y_W, t) = \mathbf{K}_b + \sum_{e,l} (\mathbf{K}_{e,l}^*(\Delta y_W, t) - \mathbf{K}_e) \quad (7.71)$$

$$\mathbf{M}_b^*(\Delta y_W, t) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{C}_b^*(\Delta y_W, t) \cdot \dot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{K}_b^*(\Delta y_W, t) \cdot \mathbf{u}_b(t) = \mathbf{F}_{bv}^*(\Delta y_W, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, t) \quad (7.72)$$

7.6. Resumen

En el presente capítulo se ha presentado la formulación de los vectores de fuerzas de interacción $\mathbf{F}_{vb}(t)$ y $\mathbf{F}_{bv}(t)$, que aparecen en las ecuaciones de movimiento del tren (Ecuación 7.73) y del puente (Ecuación 7.74) respectivamente. Formulación desarrollada a partir del modelo de interacción eje-vía considerado y recogido en el Capítulo 5 de esta tesis.

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}(\Delta y_{Wl}, \mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, t) \quad (7.73)$$

$$\mathbf{M}_b \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{C}_b \cdot \dot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{K}_b \cdot \mathbf{u}_b(t) = \mathbf{F}_{bv}(\Delta y_{Wl}, \mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v, t) \quad (7.74)$$

Las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez ($\mathbf{M}_v$, $\mathbf{C}_v$ y $\mathbf{K}_v$, Ecuación 7.73) del sistema dinámico multibody del vehículo (tren) están recogidas en el Capítulo 4, tanto para el caso de tren convencional como para el caso de tren articulado.

De la misma forma, las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez ($\mathbf{M}_b$, $\mathbf{C}_b$ y $\mathbf{K}_b$, Ecuación 7.74), corresponden a los modelos de elementos finitos del puente, se han descrito en el Capítulo 3.

Para abordar la resolución numérica de estos dos sistemas de ecuaciones diferenciales de segundo orden, no lineales, y acoplados, se han modificado dichos sistemas de ecuaciones. En el caso de la ecuación de movimiento del vehículo (Ecuación 7.73), se han reagrupando los términos en los que aparecen los vectores $\mathbf{u}_v$ y $\dot{\mathbf{u}}_v$. De esta forma se ha obtenido la ecuación de movimiento del vehículo modificada (Ecuación 7.75).

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v^*(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v^*(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}^*(\Delta y_{Wl}, \mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, t) \quad (7.75)$$

En el caso de la ecuación de movimiento del puente (Ecuación 7.74), se han reagrupando los términos en los que aparecen los vectores $\mathbf{u}_b$, $\dot{\mathbf{u}}_b$ y $\ddot{\mathbf{u}}_b$, obteniéndose la ecuación modificada (Ecuación 7.76).

$$\mathbf{M}_b^*(\Delta y_{wl}, t) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{C}_b^*(\Delta y_{wl}, t) \cdot \dot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{K}_b^*(\Delta y_{wl}, t) \cdot \mathbf{u}_b(t) = \mathbf{F}_{bv}^*(\Delta y_{wl}, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, t) \quad (7.76)$$

Con la formulación expuesta en este capítulo, se puede observar que los elementos de las matrices y de los vectores de fuerzas de la Ecuación 7.75 y de la Ecuación 7.76 son funciones no lineales del desplazamiento lateral relativo entre los ejes y la vía Δy_{wl} (y también de $\Delta \dot{y}_{wl}$).

8. Solución numérica

8.1. Introducción

En este capítulo se va a exponer el método de solución numérica empleado para obtener la respuesta del tren y del puente. Este método se puede enmarcar en el grupo de métodos **C4** al que se refiere la Subsección 2.3.4. Se trata de un método iterativo de Newton-Raphson que soluciona las ecuaciones de movimiento del puente y del tren por separado en cada paso o instante del análisis. De esta forma, las matrices de las ecuaciones a resolver no pierden el ancho de banda. Además, el método de solución numérica que se va a exponer en este capítulo, estima, con poco coste computacional, las matrices jacobianas (matrices de masa, amortiguamiento y rigidez tangentes) de los sistemas de ecuaciones de movimiento tren y puente. La estimación de las citadas matrices jacobianas se realiza derivando por diferencias finitas sólo lo necesario, y utilizando la técnica de ensamblaje de sub-matrices jacobianas en el sistema. De esta forma, se consigue un método muy eficiente para resolver el problema de interacción no lineal entre el vehículo y el puente.

8.2. Naturaleza del problema matemático a resolver

El problema matemático a resolver consiste en dos sistemas de ecuaciones diferenciales de segundo grado no lineales y acoplados.

Para solucionar numéricamente problemas de dinámica de estructuras no lineales, el texto de [Chopra \(2007\)](#) recomienda el uso del método de Newmark para integrar las ecuaciones de movimiento en el tiempo, junto con el procedimiento iterativo de Newton-Raphson, en cada instante del análisis, para resolver el sistema no lineal. Chopra se refiere en su texto a estructuras con comportamiento dinámico no lineal por considerar la no linealidad del material y/o la no linealidad geométrica. En ese caso, las no linealidades están asociadas a la matriz de rigidez de sistema de ecuaciones de movimiento. En el caso del problema de interacción vehículo-puente, que se aborda en esta tesis, las no linealidades están asociadas al vector de fuerzas de interacción sobre los grados de libertad de puente y del tren. Al modificar los sistemas de ecuaciones del tren y del puente reagrupando términos (Ecuación 8.2 y Ecuación 7.76), las no linealidades aparecen también en las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez modificadas de los dos sistemas.

El método de solución numérica que se desarrolla aquí es una adaptación del método descrito por Chopra para poder resolver también el acoplamiento entre los dos sistemas dinámicos (tren y puente). El método iterativo de Newton-Raphson empleado aquí se puede considerar un procedimiento de Newton-Raphson en dos direcciones generalizadas. En cada instante del análisis, y para cada iteración del procedimiento Newton-Raphson para resolver el sistema de ecuaciones del puente, se resuelve por Newton-Raphson el sistema de ecuaciones del tren.

8.3. Método β de Newmark. Diferencias finitas

El método β de Newmark es un método de integración de las ecuaciones de sistemas dinámicos paso a paso en el tiempo, mediante diferencias finitas, y es incondicionalmente estable para sistemas lineales, en su versión llamada *de aceleración media constante*, cualquiera que sea el incremento de tiempo Δt elegido ([Chopra \(2007\)](#)). Sin embargo, este paso de tiempo Δt tiene que ser pequeño si se quiere precisión en la respuesta.

Este método discretiza el tiempo de análisis o de respuesta de los sistemas dinámicos en una serie de instantes separados un incremento o paso de tiempo Δt . De esta forma se obtendrá la respuesta de tren y puente en cada uno de esos instantes.

8.3.1. Sistema vehículo

Se definen los vectores incremento de desplazamientos de los g.d.l. del vehículo mediante la Ecuación 8.1.

$$\mathbf{u}_{v,t+\Delta t} = \mathbf{u}_{v,t} + \Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t} \quad (8.1)$$

Con método de Newmark se obtiene la respuesta dinámica del vehículo en el instante $t + \Delta t$, es decir $\mathbf{u}_{v,t+\Delta t}$, $\dot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}$ y $\ddot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}$, conociendo la respuesta del vehículo en el instante t (instante anterior del análisis), y resolviendo un sistema de ecuaciones cuyo vector de incógnitas es el definido $\Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}$ de incrementos de desplazamientos de los g.d.l. del vehículo entre los citados instantes t y $t + \Delta t$.

La ecuación de movimiento del sistema dinámico vehículo (Ecuación 8.2), obtenida según la formulación de Capítulo 7, se puede poner de forma incremental siguiendo el método de Newmark (Ecuación 8.3 y Ecuación 8.4).

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{C}_v^*(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \dot{\mathbf{u}}_v(t) + \mathbf{K}_v^*(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \mathbf{u}_v(t) = \mathbf{F}_{vb}^*(\Delta y_{Wl}, \mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, t) \quad (8.2)$$

$$\mathbf{M}_v \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t} + \mathbf{C}_{v,t+\Delta t}^* \cdot \dot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t} + \mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^* \cdot \Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t} = \mathbf{F}_{vb,t+\Delta t}^* (\Delta y_{Wl}, \mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b) - \mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^* \cdot \mathbf{u}_{v,t} \quad (8.3)$$

$$\mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^{equ} \cdot \Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t} = \mathbf{F}_{vb,t+\Delta t}^* (\Delta y_{Wl,t+\Delta t}, \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}, \dot{\mathbf{u}}_{b,t+\Delta t}) - \mathbf{Q}_{v,t}^{equ} \quad (8.4)$$

En esta Ecuación 8.4, la matriz de rigidez equivalente $\mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^{equ}$ y el vector de fuerzas equivalente $\mathbf{Q}_{v,t}^{equ}$ son:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^{equ} &= a_0 \cdot \mathbf{M}_v + a_1 \cdot \mathbf{C}_{v,t+\Delta t}^* + \mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^* \\ \mathbf{Q}_{v,t}^{equ} &= \mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^* \cdot \mathbf{u}_{v,t} - \mathbf{M}_v \cdot (a_2 \cdot \dot{\mathbf{u}}_{v,t} + a_3 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{v,t}) - \mathbf{C}_{v,t+\Delta t}^* \cdot (a_4 \cdot \dot{\mathbf{u}}_{v,t} + a_5 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{v,t}) \end{aligned} \quad (8.5)$$

Una vez resuelta la Ecuación 8.4 para un instante del análisis, por lo tanto conocido el vector $\Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}$, se obtiene la respuesta del vehículo en ese instante $t + \Delta t$ ($\mathbf{u}_{v,t+\Delta t}$, $\dot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}$ y $\ddot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}$), mediante la Ecuación 8.1 y las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t} &= a_0 \cdot \Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t} - a_2 \cdot \dot{\mathbf{u}}_{v,t} - a_3 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{v,t} \\ \dot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t} &= \dot{\mathbf{u}}_{v,t} + a_6 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{v,t} + a_7 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t} \end{aligned} \quad (8.6)$$

Los coeficientes $a_0, a_1, \dots, a_7$ que aparecen en las expresiones anteriores valen lo siguiente:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2}, \quad a_1 = \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t}, \quad a_2 = \frac{1}{\beta \cdot \Delta t}, \\ a_3 &= \frac{1}{2\beta} - 1, \quad a_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1, \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \cdot \left(\frac{\gamma}{\beta} - 2 \right), \\ a_6 &= \Delta t \cdot (1 - \gamma), \quad a_7 = \gamma \cdot \Delta t, \end{aligned} \quad (8.7)$$

donde $\beta = 1/4$ y $\gamma = 1/2$.

8.3.2. Sistema puente

Análogamente se aplica el método de Newmark al sistema de ecuaciones diferenciales del puente (Ecuación 8.8).

$$\mathbf{M}_b^*(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{C}_b^*(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \dot{\mathbf{u}}_b(t) + \mathbf{K}_b^*(\Delta y_{Wl}, t) \cdot \mathbf{u}_b(t) = \mathbf{F}_{bv}^*(\Delta y_{Wl}, \mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, t) \quad (8.8)$$

La ecuación de movimiento del sistema puente de forma incremental es la siguiente:

$$\mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ} \cdot \Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} = \mathbf{F}_{bv,t+\Delta t}^*(\Delta y_{Wl,t+\Delta t}, \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}, \dot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}, \ddot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}) - \mathbf{Q}_{b,t}^{equ} \quad (8.9)$$

En esta Ecuación 8.9, la matriz de rigidez equivalente $\mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ}$ y el vector de fuerzas equivalente $\mathbf{Q}_{b,t}^{equ}$ son:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ} &= a_0 \cdot \mathbf{M}_{b,t+\Delta t}^* + a_1 \cdot \mathbf{C}_{v,t+\Delta t}^* + \mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^* \\ \mathbf{Q}_{b,t}^{equ} &= \mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^* \cdot \mathbf{u}_{b,t} - \mathbf{M}_{b,t+\Delta t}^* \cdot (a_2 \cdot \dot{\mathbf{u}}_{b,t} + a_3 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{b,t}) - \mathbf{C}_{b,t+\Delta t}^* \cdot (a_4 \cdot \dot{\mathbf{u}}_{b,t} + a_5 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{b,t}) \end{aligned} \quad (8.10)$$

Resolviendo la Ecuación 8.9 para un instante del análisis, por lo tanto conocido el vector $\Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}$, se puede obtener la respuesta del puente en ese instante $t + \Delta t$ ($\mathbf{u}_{b,t+\Delta t}$, $\dot{\mathbf{u}}_{b,t+\Delta t}$ y $\ddot{\mathbf{u}}_{b,t+\Delta t}$), mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} &= \mathbf{u}_{b,t} + \Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{b,t+\Delta t} &= a_0 \cdot \Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} - a_2 \cdot \dot{\mathbf{u}}_{b,t} - a_3 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{b,t} \\ \dot{\mathbf{u}}_{b,t+\Delta t} &= \dot{\mathbf{u}}_{b,t} + a_6 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{b,t} + a_7 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{b,t+\Delta t} \end{aligned} \quad (8.11)$$

Los coeficientes $a_0, a_1, \dots, a_7$ son los ya descritos en la Ecuación 8.7.

8.4. Newton-Raphson. Sistemas de ecuaciones no lineales

Para explicar el método de Newton-Raphson se va a considerar un sistema n ecuaciones no lineales con n incógnitas:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \iff \begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (8.12)$$

Se supone que la función $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ es continua y derivable en un dominio cerrado D del espacio $\mathbb{R}^n$, es decir, es de clase $(C^1(D))^n$. Entonces para cualquier vector $\mathbf{x}^{(0)} \in D$ se puede aproximar la función $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ por el primer término de su desarrollo en serie de Taylor, y decir:

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*) \simeq \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) + [\mathbf{J}_f(\mathbf{x}^{(0)})] \cdot \Delta \mathbf{x}^{(0)} \quad (8.13)$$

En la expresión anterior el vector $\mathbf{x}^*$ es la solución del sistema no lineal, $\Delta \mathbf{x}^{(0)} = (\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(0)})$, y la matriz $\mathbf{J}_f(\mathbf{x}^{(0)})$ es la matriz jacobiana del sistema no lineal evaluada en $\mathbf{x}^{(0)}$. Esta matriz jacobiana es:

$$\mathbf{J}_f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (8.14)$$

La Ecuación 8.13 se puede expresar de la siguiente forma:

$$\Delta \mathbf{x}^{(0)} \simeq - [\mathbf{J}_f(\mathbf{x}^{(0)})]^{-1} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) \quad (8.15)$$

Pues bien, el método de Newton-Raphson consiste en, dado un vector $\mathbf{x}^{(0)}$, generar la sucesión:

$$\left\{ \mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} - [\mathbf{J}_f(\mathbf{x}^{(i)})]^{-1} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(i)}) \right\}_{i=0}^{\infty} \quad (8.16)$$

Esta sucesión converge de forma cuadrática a la única solución ($\mathbf{x}^*$) del sistema de ecuaciones no lineales $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ en el dominio D , si se cumplen las siguientes hipótesis:

1. $\exists \alpha_1 \in \mathbb{R}_+ / \|\mathbf{J}_f(\mathbf{x}) - \mathbf{J}_f(\mathbf{y})\| \leq \alpha_1 \cdot \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in D$
2. $\exists \beta_1 \in \mathbb{R}_+ / \|\mathbf{J}_f(\mathbf{x})^{-1}\| \leq \beta_1 \quad \forall \mathbf{x} \in D$

En las hipótesis anteriores, el símbolo $\|\cdot\|$ significa norma vectorial o matricial.

Naturalmente cuanto más pequeños sean los coeficientes α_1 y β_1 de las condiciones de convergencia mejor será esta. El criterio de parada del método es el siguiente:

$$\|\mathbf{x}^{(i+1)} - \mathbf{x}^{(i)}\| \leq \varepsilon, \quad \|\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(i+1)})\| \leq \kappa, \quad (8.17)$$

donde ε y κ son tolerancias en la solución.

El método de Newton-Raphson se aplica, en el instante $t + \Delta t$ del análisis, a la Ecuación 8.4, o ecuación de movimiento del vehículo expresada de forma incremental según Newmark. Este sistema de ecuaciones no lineales del vehículo se puede expresar de la forma:

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^{equ}(\Delta y_{Wl,t+\Delta t}) \cdot \Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t} - \mathbf{F}_{vb,t+\Delta t}^*(\Delta y_{Wl,t+\Delta t}, \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}, \dot{\mathbf{u}}_{b,t+\Delta t}) + \mathbf{Q}_{v,t}^{equ} = \mathbf{0} \\ & \text{ó} \\ & \mathbf{f}_v(\mathbf{x}_v) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (8.18)$$

En esta expresión del sistema de ecuaciones no lineales del vehículo, el vector de incógnitas es $\Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}$ que vale:

$$\Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t} = \mathbf{u}_{v,t+\Delta t} - \mathbf{u}_{v,t} \quad (8.19)$$

De la misma forma, el método Newton-Raphson se aplica, en el instante $t + \Delta t$ del análisis, a la Ecuación 8.9, o ecuación de movimiento del puente expresada de forma

incremental según Newmark. Este sistema de ecuaciones no lineales del puente se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ}(\Delta y_{wl,t+\Delta t}) \cdot \Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} - \mathbf{F}_{bv,t+\Delta t}^*(\Delta y_{wl,t+\Delta t}, \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}, \dot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}, \ddot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}) + \mathbf{Q}_{b,t}^{equ} = \mathbf{0}$$

ó

$$\mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b) = \mathbf{0} \quad (8.20)$$

donde vector de incógnitas es $\Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}$, que vale:

$$\Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} = \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} - \mathbf{u}_{b,t} \quad (8.21)$$

8.5. Procedimiento iterativo implementado. Diagrama de flujo

Como se puede observar, el sistema de ecuaciones no lineales del vehículo (Ecuación 8.18) y sistema de ecuaciones no lineales del puente (Ecuación 8.20) están acoplados. En el del vehículo aparecen movimientos del puente y viceversa. Para solucionar el acoplamiento se ha optado por emplear un procedimiento iterativo. Como ya se ha dicho, con este procedimiento, en cada instante del análisis, y para cada iteración del procedimiento de Newton-Raphson para resolver el sistema de ecuaciones del puente, se resuelve por Newton-Raphson el sistema de ecuaciones del tren. A continuación se describe paso a paso dicho procedimiento iterativo:

1. Se leen los datos mecánicos y geométricos del puente, del tren y del contacto rueda-carril.
2. Se construyen las matrices masa, amortiguamiento y rigidez ($\mathbf{M}_b$, $\mathbf{C}_b$ y $\mathbf{K}_b$) del sistema dinámico puente, y que forman parte de la Ecuación 7.55 o ecuación de movimiento del puente. Este paso se puede realizar con ayuda de un programa como ANSYS que construye el modelo de elementos finitos y guarda las matrices citadas.
3. Se construyen las matrices del sistema multibody del tren ($\mathbf{M}_v$, $\mathbf{C}_v$ y $\mathbf{K}_v$), con la formulación recogida en el Capítulo 4. Estas matrices son las que aparecen en la Ecuación 7.25 o ecuación de movimiento del vehículo.
4. Se especifican las condiciones iniciales de la vía, puente y vehículo. Para un análisis de interacción tren-puente con vía y sin viento, estas condiciones iniciales (en el instante $t = 0$) pueden ser las siguientes: Cada vehículo del tren

está situado centrado en la vía, teniendo en cuenta sus irregularidades, y fuera del puente $(x_{l,0}, \mathbf{u}_{v,0})$. La vía está deformada debido a las cargas estáticas del tren $(\mathbf{u}_{b,0})$. Las velocidades y aceleraciones de los g.d.l. del sistema puente-vía $(\dot{\mathbf{u}}_{b,0} = \ddot{\mathbf{u}}_{b,0} = \mathbf{0})$ y del sistema tren son cero $(\dot{\mathbf{u}}_{v,0} = \ddot{\mathbf{u}}_{v,0} = \mathbf{0})$.

5. Para un nuevo instante del análisis $t + \Delta t$, se calcula la posición de los ejes $(x_{l,t+\Delta t} = x_{l,t} + v \cdot \Delta t)$ y se evalúan las irregularidades de la vía y sus derivadas respecto al tiempo $\mathbf{y}_I, \dot{\mathbf{y}}_I, \ddot{\mathbf{y}}_I, \mathbf{z}_I, \dot{\mathbf{z}}_I, \ddot{\mathbf{z}}_I$ descritas en el Capítulo 6.
6. Para una nueva iteración $k + 1$ del bucle de Newton-Raphson que resuelve la ecuación de movimiento de Newmark del sistema puente-vía (Ecuación 8.20) en el actual instante del análisis $t + \Delta t$ es necesario calcular:

a) La respuesta del vehículo $(\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t}^{k+1}$ en el actual instante del análisis $t + \Delta t$ y en la actual iteración $k + 1$, resolviendo la ecuación de movimiento de Newmark del sistema vehículo (Ecuación 8.18). Para resolver esta ecuación y obtener la respuesta del vehículo se necesita otro bucle o procedimiento iterativo de Newton-Raphson:

- 1) Para una nueva iteración $m + 1$ en el bucle de Newton-Raphson que resuelve el sistema vehículo, la respuesta del sistema puente-vía tiene que ser evaluada: (i) Usando la respuesta del puente del instante anterior del análisis t $(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t}^{m+1} = (\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)_t$, si es la primera iteración de bucle del puente $k = 1$. (ii) Usando la respuesta del puente calculada en la iteración anterior del bucle del puente k $(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t}^{m+1} = (\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t}^k$, si $k > 1$.
- 2) En esta iteración $m+1$ se calcula la función vectorial $\mathbf{f}_v(\mathbf{x}_v^m)_{t+\Delta t}$ asociada al sistema de ecuaciones no lineales del vehículo (Ecuación 8.18). Para ello se utiliza la respuesta del puente calculada en 1) y la respuesta del tren calculada en una iteración anterior m $(\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t}^m$. El cálculo de la función vectorial $\mathbf{f}_v(\mathbf{x}_v^m)_{t+\Delta t}$ implica evaluar las matrices $\mathbf{C}_{v,t+\Delta t}^*$ y $\mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^*$ y el vector $\mathbf{F}_{vb,t+\Delta t}^*$ siguiendo la formulación presentada en el Capítulo 7, además de evaluar la matriz de $\mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^{equ}$ y el vector $\mathbf{Q}_{v,t}^{equ}$ según la Ecuación 8.5.
- 3) También se calcula en esta iteración $m+1$ del bucle del vehículo, la matriz jacobiana $\mathbf{J}_{fv}(\mathbf{x}_v^m)_{t+\Delta t}$ asociada a la Ecuación 8.18 no lineal del sistema vehículo: $\mathbf{f}_v(\mathbf{x}_v)_{t+\Delta t} = \mathbf{0}$. Para este paso se utilizan las expresiones y el procedimiento descrito en el Apéndice D.
- 4) Resolviendo un sistema lineal de ecuaciones, con ancho de banda, se obtiene una mejor aproximación del vector de incógnitas del sistema no lineal del vehículo: $(\mathbf{x}_v^{m+1} = \mathbf{x}_v^m - [\mathbf{J}_{fv}(\mathbf{x}_v^m)]^{-1} \cdot \mathbf{f}_v(\mathbf{x}_v^m))_{t+\Delta t}$. Se recuerda que este vector es $\mathbf{x}_v^{m+1} = \Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}^{m+1} = \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}^{m+1} - \mathbf{u}_{v,t}$, por lo tanto se obtienen los desplazamientos del vehículo en esta iteración $\mathbf{u}_{v,t+\Delta t}^{m+1}$, y usando la Ecuación 8.6, también el resto de movimientos del vehículo $(\dot{\mathbf{u}}_v^{m+1}, \ddot{\mathbf{u}}_v^{m+1})_{t+\Delta t}$.

- 5) La respuesta del vehículo obtenida en el paso 4) se toma como input del paso 2). Se repiten los pasos del 2) al 4) hasta que el error en la respuesta normalizada del vehículo es menor que un determinado valor. En este trabajo el criterio de parada de este bucle del vehículo ha sido el expresado en la Ecuación 8.22. De esta forma, se obtiene la respuesta del vehículo $(\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t}^{k+1}$ en la actual iteración $k+1$ del bucle del puente, en el actual instante del análisis $t + \Delta t$.

$$\frac{\|\mathbf{u}_{v,t+\Delta t}^{m+1} - \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}^m\|}{\|\mathbf{u}_{v,t+\Delta t}^{m+1} - \mathbf{u}_{v,t}\|} \leq 10^{-5}, \quad \mathbf{f}_v(\mathbf{x}_v^{m+1})_{t+\Delta t} \leq 10^{-3} \quad (8.22)$$

- b) En la actual iteración $k + 1$ del bucle de Newton-Raphson para resolver el sistema de ecuaciones del puente (Ecuación 8.20), se calcula la función vectorial $\mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b^k)_{t+\Delta t}$ asociada al citado sistema de ecuaciones no lineales del puente. Para ello se utiliza la respuesta del vehículo calculada en 5) $(\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t}^{k+1}$, y la respuesta del puente calculada en una iteración anterior k $(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t}^k$. El cálculo de la función vectorial $\mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b^k)_{t+\Delta t}$ implica evaluar las matrices $\mathbf{M}_{b,t+\Delta t}^*$, $\mathbf{C}_{b,t+\Delta t}^*$ y $\mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^*$ y el vector $\mathbf{F}_{bv,t+\Delta t}^*$ siguiendo la formulación presentada en el Capítulo 7, además de evaluar la matriz de $\mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ}$ y el vector $\mathbf{Q}_{b,t}^{equ}$ según la Ecuación 8.10.
- c) También se calcula, en esta iteración $k+1$ del bucle del puente, la matriz jacobiana $\mathbf{J}_{fb}(\mathbf{x}_b^k)_{t+\Delta t}$ asociada a la Ecuación 8.20 no lineal del sistema puente: $\mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b)_{t+\Delta t} = \mathbf{0}$. Para este paso se utilizan las expresiones y el procedimiento descrito en el Apéndice D.
7. Resolviendo un sistema lineal de ecuaciones, con ancho de banda, se obtiene una mejor aproximación del vector de incógnitas del sistema no lineal del puente: $\left(\mathbf{x}_b^{k+1} = \mathbf{x}_b^k - [\mathbf{J}_{fb}(\mathbf{x}_b^k)]^{-1} \cdot \mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b^k) \right)_{t+\Delta t}$. Se recuerda que este vector es $\mathbf{x}_b^{k+1} = \Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}^{k+1} = \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}^{k+1} - \mathbf{u}_{v,t}$, por lo tanto se obtienen los desplazamientos de los g.d.l. del puente en esta iteración $\mathbf{u}_{b,t+\Delta t}^{k+1}$, y usando la Ecuación 8.11, también el resto de movimientos del sistema puente $(\dot{\mathbf{u}}_b^{k+1}, \ddot{\mathbf{u}}_b^{k+1})_{t+\Delta t}$.
8. La respuesta del puente obtenida en el paso 7) se toma como input del paso 6). Se repiten los pasos 6) y 7) hasta que el error en la respuesta normalizada del puente es menor que un determinado valor. El criterio de parada de este bucle del puente ha sido el que se indica en la Ecuación 8.23. De esta forma, se obtiene la respuesta del puente $(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t} = (\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t}^{k+1}$ y la del vehículo $(\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t} = (\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t}^{k+1}$ en el actual instante del análisis $t + \Delta t$.

$$\frac{\|\mathbf{u}_{b,t+\Delta t}^{k+1} - \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}^k\|}{\|\mathbf{u}_{b,t+\Delta t}^{k+1} - \mathbf{u}_{b,t}\|} \leq 10^{-5}, \quad \mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b^{k+1})_{t+\Delta t} \leq 10^{-3} \quad (8.23)$$

9. Se vuelve al paso 5. para iniciar el análisis en el siguiente instante $t + \Delta t$.

8.6. Sobre la eficiencia del método de resolución. Comparación con otros métodos.

El método de solución numérica empleado aquí para resolver el problema no lineal de interacción dinámica entre el tren y el puente, al que se le puede llamar Newmark-Newton-Raphson en dos direcciones generalizadas (la correspondiente a las variables del tren y a las del puente), tiene las siguientes características a destacar:

1. Resuelve por separado el sistema de ecuaciones no lineales del tren y del puente en cada instante del análisis.
2. Calcula la matriz jacobiana de cada uno de estos dos sistemas de ecuaciones no lineales (del tren y del puente) utilizando la técnica de ensamblaje de las matrices jacobianas de la ecuación no lineal de movimiento del elemento finito tablero (o vía) y de la ecuación no lineal de movimiento del eje del tren. Este procedimiento se detalla en el Apéndice D.

Estas características del método de solución numérica utilizado lo hacen muy eficiente por los siguientes motivos:

- Al resolver por separado los sistemas de ecuaciones de tren y puente, estos conservan su ancho de banda. Es decir, sus matrices jacobianas conservan el ancho de banda de las matrices de rigidez de cada sistema dinámico. Si por el contrario, se hubiera optado por resolver un sistema único de ecuaciones no lineales, correspondientes a sistema dinámico tren más puente, la matriz jacobiana de este sistema único perdería el ancho de banda pequeño. Por lo tanto, el coste computacional en cada iteración del método de Newton-Raphson, en la que se resuelve un sistema lineal de ecuaciones, con ese ancho de banda ahora grande, sería mucho mayor.
- El método utilizado para la evaluación de las matrices jacobianas de los sistemas tren y puente resulta muy eficiente. Solo se calculan las derivadas parciales, por diferencias finitas, estrictamente necesarias para componer dichas matrices jacobianas. Estas derivadas parciales son las asociadas a los g.d.l. de los ejes del tren y a los de los elementos finitos tablero o vía que soportan ejes. Los métodos que evalúan numéricamente las matrices jacobianas de forma genérica, tienen un coste computacional muy elevado en sistemas no lineales de muchos g.d.l.

Para utilizar este método de solución numérica se necesita poder operar matemáticamente con las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de los sistemas dinámicos tren y puente.

El método de solución numérica, expuesto en este Capítulo, está basado en los métodos empleados por [Yang et al. \(2004\)](#) y [Majka y Hartnett \(2008\)](#) para resolver

el problema de interacción lineal, sin considerar la teoría del contacto, entre tren y puente, y el método de Newton-Raphson descrito en el texto de [Chopra \(2007\)](#) para obtener la respuesta dinámica de sistemas estructurales no lineales.

9. Validación del modelo de interacción construido

9.1. Introducción

El presente capítulo recoge una serie de casos de interacción vehículo-puente, o vehículo-vía, resueltos en la literatura científica mediante simulaciones dinámicas realizadas con modelos numéricos más sencillos que el desarrollado para el presente trabajo.

Además, se ha conseguido disponer de una serie de mediciones in situ de varios eventos dinámicos correspondientes a trenes de alta velocidad viajando sobre los viaductos de Arroyo de las Piedras (línea Córdoba-Málaga) y de Arroyo de Valle (línea Madrid-Segovia). Estos dos viaductos estuvieron monitorizados en servicio durante dos años.

Tanto los mencionados casos resueltos de la literatura científica, como los eventos dinámicos reales registrados, van a servir para validar el modelo de interacción construido y descrito en esta tesis, mediante su simulación numérica con dicho modelo.

9.2. Caso resuelto de interacción Vehículo-Puente. Puente de Yang (*Yang et al. (2004)*)

El capítulo 10 del texto de *Yang et al. (2004)* describe los resultados obtenidos de la simulación numérica del paso de un vehículo de alta velocidad tipo Shinkansen serie 300, formado por 15 coches iguales, a 360 km/h por un puente de doble vía. Este puente está constituido por un sólo vano bi-apoyado de 30 m de longitud, de sección en cajón de hormigón pretensado (Figura 9.1). A este caso se le ha llamado en esta tesis “Puente de Yang”.

El modelo de interacción vehículo-vía utilizado por Yang para la simulación dinámica de este caso es un modelo de interacción 3D lineal ya descrito en la Subsección 2.3.1 y en la Subsección 2.3.2. (Figura 9.2)

Por otro lado, el modelo del puente que emplea Yang para este caso, es un modelo de elementos finitos que tiene en cuenta la rigidez de la vía tanto dentro como fuera del puente (Figura 9.3). La vía cuenta con perfiles de irregularidades de elevación,

Figura 9.1.: Sección del puente de Yang ([Yang et al. \(2004\)](#))

alineamiento y superelevación clase 4 F.R.A. generados con el procedimiento descrito en el Capítulo 6 .

Las características mecánicas, tanto del vehículo como del puente y de la vía, están recogidas en la citada referencia de [Yang et al. \(2004\)](#).

El modelo de interacción 3D lineal de Yang no simula el movimiento relativo eje-vía, y por lo tanto, la fuerza lateral eje-vía y el comportamiento dinámico lateral del tren y del puente no están adecuadamente reproducidos. Por este motivo, este caso del puente de Yang se ha utilizado aquí para validar sólo el comportamiento dinámico vertical del puente y de la caja del vehículo reproducido por el modelo construido para esta tesis. Se recuerda que este modelo construido es un modelo de interacción no lineal vehículo-puente que considera la teoría del contacto y el perfil completo de rueda y de carril.

Además, en este caso del puente de Yang, se ha comparado la fuerza lateral eje-vía y la aceleración lateral de la caja del vehículo, obtenidas con modelos de interacción lineales ([Yang et al. \(2004\)](#) y [Olmos y Astiz \(2011a\)](#)), con las obtenidas con el modelo de interacción no lineal construido para esta tesis. Las diferencias observadas justificarán el empleo de modelos de interacción no lineales cuando lo que se quiere estudiar es el comportamiento lateral del puente, pero sobre todo del tren.

En la Figura 9.4 se representa el desplazamiento vertical del tablero en el centro de vano, para este caso de Puente de Yang, simulado con los tres modelos citados ([Yang et al. \(2004\)](#) , [Olmos y Astiz \(2011a\)](#) y presente tesis). En este caso reproducido se cumple la primera condición de resonancia descrita en la Subsección 2.4.2. La velocidad del tren 360 km/h. (100 m/s) es una velocidad muy próxima a la velocidad crítica de resonancia $99.5 \text{ m/s} = v_{cr} = f_{bn} \cdot d_v$, donde $f_{bn} = 3.98 \text{ Hz}$ es la primera frecuencia (vertical) de oscilación del tablero y $d_v = 25 \text{ m}$ es la longitud de un coche tipo Shikansen s-300. Como se puede observar en la citada figura, la amplitud del desplazamiento vertical del tablero va aumentando con el paso de cada uno de los 15 coches del tren ensayado. También se puede apreciar que la respuesta del tablero

Figura 9.2.: Modelo vehículo (*Yang et al. (2004)*).

es prácticamente la misma con los tres modelos de interacción empleados.

En la Figura 9.5 está recogida la aceleración vertical del centro de gravedad de la caja del coche número 15 del convoy frente al tiempo de viaje. Este coche entra en el puente en el instante adimensional $v \cdot t/L = 11.68$ y sale en $v \cdot t/L = 13.32$. L es la longitud del puente. En esta figura, se observa que la aceleración vertical del vehículo está muy influenciada, fuera del puente, por el perfil de irregularidades de vía generado. Las simulaciones realizadas con el modelo de interacción lineal de *Olmos y Astiz (2011a)* y con el modelo construido para esta tesis, cuentan con el mismo perfil de irregularidades. Sin embargo, este perfil es distinto del empleado por Yang aunque los dos tengan las mismas propiedades estocásticas, es decir, se hayan generado a partir de la misma función de densidad espectral. La diferencia de estos dos perfiles se explica por la componentes aleatorias introducidas en el procedimiento, descrito en el Capítulo 6, para generar dicho perfil a partir una función de densidad espectral. A pesar de que los perfiles de irregularidades empleados por Yang y por el autor de esta tesis no sean los mismos, y esto vaya a influir en la respuesta obtenida del vehículo, si se pueden realizar las siguientes observaciones a la Figura 9.5:

Figura 9.3.: Modelo elementos finitos del puente (*Yang et al. (2004)*).

- La aceleración vertical del vehículo obtenida con los dos modelos lineales coincide en amplitud tanto fuera como dentro del puente.
- La respuesta del vehículo obtenida con el modelo no lineal (tesis) está más amortiguada, tanto fuera como dentro del puente, en comparación con la obtenida con los modelos lineales. Esto se puede explicar, por un lado, por la presencia en el modelo de la tesis de los sistemas muelle-amortiguador de la suspensión primaria en dirección x , que no aparecen en los modelos 3D lineales del vehículo y , y por otro lado, por los términos de amortiguamiento en la fuerza de contacto tangencial rueda-carril que aparecen al tener en cuenta la teoría del contacto de cuerpos en movimiento.
- La aceleración vertical del vehículo no se ve tan afectada por el perfil de irregularidades cuando se encuentra dentro del puente en este caso del puente de Yang.

Por todo lo dicho, se puede concluir que el modelo desarrollado para esta tesis reproduce la respuesta dinámica vertical, tanto del vehículo como del puente, adecuadamente.

En cuanto al comportamiento dinámico lateral del vehículo y del puente, ya se ha dicho que el modelo lineal de Yang no puede reproducirlo correctamente por considerar la interacción lateral eje-vía de forma muy simplificada. La respuesta lateral de estos sistemas, simulada con el modelo de Yang, no va a servir para validar el modelo desarrollado en esta tesis. Los resultados del modelo construido relativos al comportamiento lateral del vehículo y del puente se validarán en los apartados siguientes. Sin embargo, se han traído aquí dos gráficas relativas a la aceleración lateral del vehículo y a la fuerza lateral de contacto rueda-carril de las simulaciones del caso del *Puente de Yang* para comentar las diferencias en los resultados obtenidos con los modelos lineales y con el modelo no lineal de esta tesis. Diferencias que pueden justificar el empleo de modelos de interacción vehículo-puente no lineales para el estudio de la respuesta lateral de estos sistemas dinámicos.

Figura 9.4.: Desplazamiento vertical del tablero en el centro de vano simulado con varios modelos. Caso *Puente de Yang*.

En la Figura 9.6, se representa la aceleración lateral del centro de gravedad de la caja del coche número 15 del tren. En ella se observa que esta respuesta también está influenciada por el perfil de irregularidades de la vía. La presencia del puente parece no influir. Por otro lado, la amplitud de esta aceleración es apreciablemente menor cuando se obtiene con el modelo de esta tesis.

La Figura 9.7 recoge la fuerza lateral de la rueda izquierda del último eje del coche 15 del tren obtenida con los dos modelos lineales y con el modelo no lineal de esta tesis. Mientras que esta fuerza tiene una amplitud similar en el caso de los dos modelos lineales, es mucho más pequeña cuando se emplea el modelo no lineal. La fuerza máxima lateral rueda-carril es del orden de menos de la mitad en el caso del modelo no lineal que tiene en cuenta la teoría del contacto. Por otro lado, la longitud de onda del movimiento lazo de este eje del tren se puede observar en la gráfica correspondiente al modelo no lineal.

Dado que varios índices de seguridad del tráfico asociados a la respuesta de vehículo (Subsección 2.6.2) dependen del valor de la fuerzas lateral de contacto rueda-carril, esta fuerza debe ser reproducida con modelos que consideren el fenómeno del contacto de cuerpos en movimiento para obtener un resultado realista. Sobre todo en estudios de la seguridad del tráfico cuando el viento actúa sobre el vehículo donde los índices de descarrilamiento y vuelco se intuyen determinantes.

Figura 9.5.: Aceleración de la caja del coche nº15 del tren en el caso *Puente de Yang* simulado con varios modelos.

9.3. Casos resueltos de interacción Vehículo-Vía. Comprobaciones (*Iwnicki (1999)*)

Para comprobar la respuesta dinámica lateral del vehículo viajando sobre vía se han elegido dos casos resueltos, (caso 2 y caso 3), en la publicación de *Iwnick (1998)* titulada *Manchester Benchmarks for Rail Vehicle Simulation*. Este trabajo recoge los resultados de las simulaciones de casos de interacción vehículo-vía realizadas con varios modelos implementados en programas comerciales de dinámica de vehículos ferroviarios, como son Gensys y Nucars. Estos modelos de dinámica de vehículos ferroviarios tienen en cuenta el perfil completo de la rueda y la teoría variacional de Kalker del contacto rueda-carril.

9.3.1. Desplazamiento lateral relativo Eje-Vía

El caso 2 de la citada publicación consiste en el viaje del vehículo de pruebas Manch-1 a 45 m/s sobre 200 m de un perfil determinista de vía de ancho internacional sobre balasto. Este perfil consiste en un primer tramo recto de 50 m de vía, seguido de un desplazamiento lateral del eje central de la vía de 5 mm que se produce en 0.1 m de vía. La vía no está peraltada y es un tramo horizontal. El trazado en planta de este perfil de vía está dibujado en la Figura 9.8. El vehículo Manch-1 es un coche de pasajeros convencional con dos bogies y una suspensión primaria simple. Este vehículo está basado en el coche ERRI B176 con algunas simplificaciones. Las características mecánicas del vehículo, y de la vía se pueden consultar en la citada publicación (*Iwnicki (1999)*).

Figura 9.6.: Aceleración lateral de la caja del coche nº15 del tren. Caso Puente de Yang.

Este caso se ha elegido para comprobar el desplazamiento lateral relativo eje-vía obtenido con el modelo construido, tanto en su versión de rueda cónica como la que considera el perfil completo de la rueda y del carril.

La Figura 9.9 recoge el desplazamiento lateral relativo a la vía del primer eje del vehículo en su viaje, (caso 2 descrito), simulado por los modelos comerciales Nucars y Gensys, y por los dos modelos de interacción tren-vía desarrollados en este trabajo. A pesar de que los modelos Nucars y Gensys consideran la teoría completa del contacto rueda-carril, sin las simplificaciones asumidas en esta tesis, los desplazamientos calculados con los dos modelos de esta tesis, (rueda cónica y perfil completo de rueda y carril), presentan una buena concordancia en amplitud y longitud de onda con calculados con Nucars y Gensys. La misma concordancia se aprecia en el desplazamiento lateral de la caja del vehículo (Figura 9.10) simulado con los modelos de esta tesis en este caso 2 (Manchester Benchmarks).

9.3.2. Velocidad de inestabilidad del Vehículo

Otra de las pruebas recogidas en la publicación de *Iwnicki (1999)* consistía en comparar los modelos comerciales de simulación dinámica de vehículos ferroviarios en la determinación de la velocidad de inestabilidad del vehículo Manch-1. Se trataba de simular viajes del vehículo Manch-1 por la vía del caso 2, a varias velocidades, para determinar la velocidad a partir de la cual el desplazamiento relativo eje-vía no se amortigua, es decir, su amplitud crece durante el viaje, y por lo tanto el vehículo descarrila.

Figura 9.7.: Fuerza de contacto lateral de la rueda izquierda del eje 4 del coche 15 del tren. Caso *Puente de Yang*.

Figura 9.8.: Trazado en planta de la vía. Caso 2 Manchester Benchmarks.

Estas velocidades críticas determinadas con varios modelos comerciales y con el modelo de esta tesis, que considera los perfiles completos de rueda y carril, están recogidas en la Tabla 9.1. Como se puede apreciar en la tabla, la velocidad crítica determinada con el modelo construido está dentro de la horquilla de valores arrojados por los modelos comerciales.

En la Figura 9.11 está representado el movimiento lateral, respecto a la vía, del primer eje del vehículo Manch-1 de dos simulaciones realizadas con el modelo de interacción de esta tesis. Estas dos simulaciones corresponden a la velocidad de viaje del vehículo de 73.5 m/s y de 74 m/s por la vía de la Figura 9.8 (caso 2). Como se aprecia en la gráfica, el movimiento del eje cuando el vehículo viaja a 74 m/s es un movimiento inestable. La amplitud del movimiento lateral del eje respecto a la vía aumenta con el tiempo. Por lo tanto, la velocidad crítica buscada está en torno a 73.5 m/s.

Figura 9.9.: Desplazamiento lateral relativo eje-vía. Caso 2 Manchester Benchmarks.

9.3.3. Fuerza lateral máxima rueda-carril.

Ya se ha comentado, (en la Sección 9.2), la influencia de la fuerza máxima lateral rueda-carril en los índices de seguridad del tráfico relativos a la respuesta dinámica del vehículo. Esta fuerza está ligada en gran medida a los resultados de estudios de seguridad del tráfico ferroviario. Para comprobar el valor de esta fuerza, calculada por el modelo construido, en condiciones de circulación donde la pestaña de la rueda va a entrar en contacto con el carril, se ha elegido el caso 3 la de comentada publicación de *Iwnicki (1999)*. Este caso consiste en el viaje del vehículo Manch-1 por el trazado irregular de vía representado en la Figura 9.12, a una velocidad de 22.5 m/s.

En la Figura 9.13, están representados los valores de las fuerzas de contacto rueda-carril vertical y lateral de las dos ruedas del primer eje del vehículo Manch-1 en la simulación del caso 3 de *Iwnicki (1999)*, realizada con el modelo de interacción vehículo-vía de perfil completo de rueda desarrollado en esta tesis. Como se puede observar, la fuerza lateral pico obtenida está en torno a 37 kN. Con los modelos comerciales citados en la Tabla 9.1 se obtiene una fuerza lateral pico de contacto rueda-carril de 34 kN. Por lo tanto, el modelo presentado aquí reproduce esta fuerza de manera adecuada para los estudios a realizar.

Figura 9.10.: Desplazamiento lateral de la caja de vehículo. Caso 2 Manchester Benchmarks.

Modelo	Velocidad crítica [m/s]
Vampire	74
Gensys	77.05
Simpack	70
Adams	72
Nucars	79
Mod. Tesis (Perf. Comp.)	73.5

Cuadro 9.1.: Velocidades de inestabilidad del vehículo Manch-1.

9.4. Tren articulado TGV. Mediciones in situ de la fuerza lateral máxima eje-vía(*Delfosse (1991)*)

En 1991 Pierre Delfosse publico los resultados de unas pruebas experimentales realizadas con el tren francés de alta velocidad (TGV) sobre vía (*Delfosse (1991)*). En este experimento el tren TGV llegó a alcanzar una velocidad de 515.3 km/h. A esta velocidad se midieron fuerzas laterales eje-vía en coches de pasajeros de este tren de 35 kN (*Yang et al. (2004)*).

Como parte del presente trabajo, se ha simulado, con el modelo desarrollado (perfil completo rueda-carril), el viaje del tren tipo TGV, descrito en la Sección 4.6, a la velocidad mencionada de 515.3 km/h sobre 340 m de vía fuera de puente, considerando un perfil de irregularidades F.R.A. clase 5 (irregularidades en vía de alta

Figura 9.11.: Movimiento inestable del eje del vehículo Manch-1. Modelo Tesis (perfil de rueda completo).

velocidad no muy bien conservada). Con esta simulación se han obtenido fuerzas máximas laterales eje-vía de 40 kN/m en ejes de coches de pasajeros de este tren. La diferencia observada en esta fuerza se puede deber una mejor calidad de la vía real ensayada y a un mejor comportamiento del vehículo real respecto al modelado. A pesar de las diferencias encontradas, se puede dar por válido el modelo desarrollado para reproducir esta fuerza, ya que los resultados de los estudios de seguridad del tráfico que se van a realizar quedarán del lado de la seguridad.

9.5. Eventos dinámicos en puentes altos monitorizados

Con el fin de validar también el modelo de interacción vehículo-puente con mediciones de puentes reales en servicio, se han utilizado registros de eventos dinámicos reales (paso de trenes por puentes altos en servicio) de los viaductos de Arroyo del Valle y de Arroyo de las Piedras.

Tanto estos dos puentes altos como sus modelos construidos han sido descritos en la Sección 3.8.

Para cada uno de los tres eventos dinámicos elegidos, que se describen más abajo, se ha realizado la correspondiente simulación con el modelo de esta tesis (perfil completo rueda-carril) utilizando el mismo tipo de tren viajando a la velocidad registrada.

Figura 9.12.: Trazado en planta de la vía. Caso 3 Manchester Benchmarks.

El perfil de irregularidades de la vía utilizado en las simulaciones corresponde al generado de clase F.R.A. 5 (Capítulo 6). Las simulaciones se han realizado despreciando la acción del viento, ya que la velocidad máxima del viento registrado en los citados eventos no supera los 5 m/s.

Las magnitudes comparadas son las siguientes:

- Frecuencias de vibración en el movimiento lateral del tablero (a partir de los registros de giros en cabeza de pila o de aceleraciones laterales del tablero).
- Aceleración vertical del tablero en centro de vano.
- Aceleración lateral del tablero en apoyo en pila.

9.5.1. Trenes AVE S-100 (Altom) y AVE S-103 (Siemens) viajando sobre el Viaducto Arroyo de las Piedras (línea de A.V. Cordoba-Málaga)

En el caso del Viaducto de Arroyo de las Piedras, descrito en la Subsección 3.8.2, se han elegido dos eventos dinámicos.

Evento dinámico nº1

El primero de estos eventos corresponde al paso del tren articulado AVE S-100 en sentido Málaga a una velocidad estimada de 204.6 km/h. Este evento, al que llamaremos *evento dinámico nº1*, ocurrió el 23 de Julio de 2008 a las 12:03 h.

Para determinar la velocidad e identificar el tren de este evento se han utilizado los registros de las galgas extensométricas instaladas en los carriles en las secciones de vía inicial y final del puente. En la Figura 9.14, se representa gráficamente el registro de la galga G001 situada en un carril de la vía en la sección inicial del puente. En ella se identifica la distancia entre ejes del tren una vez conocida la velocidad del

Figura 9.13.: Fuerzas de contacto laterales $F_Y^{L,R}$ y verticales $F_Z^{L,R}$ de las ruedas del eje 1. Modelo Tesis. Caso 3 Manchester benchmarks.

mismo. El tren articulado AVE S-100 ha sido descrito geométrica y mecánicamente en la Sección 4.6.

Para comprobar que el modelo construido de este puente reproduce frecuencias propias de vibración realistas del movimiento lateral del tablero, se ha utilizado el registro del clinómetro transversal (C102) instalado en la cabeza de la pila n° 10 de este viaducto. Este aparato mide los giros en la cabeza de la pila, en el plano vertical-transversal al tablero. Para evitar “contaminar” las frecuencias propias de oscilación del puente con las correspondientes a la excitación producida por el tren, se ha tomado un tramo temporal de este registro que comienza cuando el tren ya ha salido del puente en este evento. A partir de este registro se ha calculado mediante una transformada de Fourier (FFT) el espectro de amplitudes de este giro de la cabeza de la pila n°10. No está de más recordar que con un comportamiento lineal del puente, este giro es proporcional al desplazamiento lateral de la cabeza de la pila. Por lo tanto, las frecuencias del espectro calculado, lo son también de los desplazamientos laterales del tablero en la sección de apoyo en la pila n° 10. El citado espectro se representa en la Figura 9.15.

La Tabla 9.2 compara las primeras 8 frecuencias de oscilación lateral del puente, calculadas en un análisis modal con el modelo de elementos finitos construido de este puente, con las frecuencias detectadas en el registro del clinómetro situado en la cabeza de la pila n°10. Dado que esta pila no interviene en todos los modos

s

Figura 9.14.: Impronta dinámica del tren AVE S-100. Evento dinámico nº1.

de vibración lateral del puente, existen algunas frecuencias propias del puente no detectadas en el registro del clinómetro. Las frecuencias calculadas con el modelo, correspondientes a los modos de vibración lateral del puente en los que la pila 10 si interviene, prácticamente coinciden con las detectadas en las mediciones registradas por el clinómetro C102.

nº	Frec. Modelo E.F. (Hz)	Frec. medidas (Hz)	Error (%)
1	0.34	0.34	0.0
2	0.44	0.45	-2.2
3	0.54	—	—
4	0.61	—	—
5	0.68	0.71	-4.4
6	0.76	—	—
7	0.87	—	—
8	0.99	0.96	3.1

Cuadro 9.2.: Frecuencias propias de vibración lateral del viaducto Arroyo de las Piedras. Calculadas con el M.E.F. y medidas en la cabeza de pila nº10.

Otra comprobación realizada con este evento se refiere a la aceleración vertical del tablero. Se ha utilizado el registro de este evento dinámico nº1 recogido por el acelerómetro AV151 situado en el centro del vano nº15 de este viaducto de Arroyo de las Piedras. Dado que este aparato recoge frecuencias en la señal de la aceleración mucho más altas de las que el modelo es capaz de reproducir, y que varias de esas frecuencias corresponden a modos locales de vibración (modos de las chapas de las vigas armadas), se ha filtrado la señal de este acelerómetro con un filtro digital pasa-bajos con una frecuencia de corte de 15 Hz. De la misma forma, se le ha aplicado el mismo filtro a la aceleración calculada con el modelo de esta tesis para poder

Figura 9.15.: Espectro de amplitudes de giros transversales en cabeza de la pila nº 10. Viaducto de Arroyo de las Piedras. Evento dinámico nº1.

así comparar señales homogéneas. En la Figura 9.16 se representan gráficamente estas aceleraciones verticales del centro del vano nº 15 del viaducto por el paso del tren AVE S-100 a la citada velocidad de 204.6 km/h en sentido Málaga. En esta Figura 9.16, se observa que para la banda de frecuencias de 0-15 Hz la amplitud de la aceleración, expresada en función de la aceleración de la gravedad g , es del mismo orden de magnitud. La aceleración calculada con el modelo es un 20 % mayor que la medida. También se aprecia que la señal medida recoge frecuencias mayores, aunque han sido atenuadas por el filtro aplicado. Las mayores aceleraciones se producen tanto en la señal medida como en la gráfica calculada cuando el tren se encuentra cargando el vano nº15.

En este trabajo, no se ha podido utilizar la señal de aceleraciones laterales del tablero de este puente. El único acelerómetro lateral instalado en el tablero del viaducto de Arroyo de las Piedras no ha recogido adecuadamente esta magnitud. En su señal no se identifican ninguna de las frecuencias de oscilación lateral del puente, sí recogidas por los clinómetros y reproducidas por el modelo.

Evento dinámico nº2

El segundo evento dinámico elegido para validar el modelo corresponde al paso del tren convencional AVE S-103 por el viaducto de Arroyo de las Piedras en sentido Málaga a una velocidad estimada de 202.7 km/h. Este evento, al que llamaremos

Figura 9.16.: Aceleración vertical del tablero del viaducto de Arroyo de las Piedras en el centro del vano n°15. Medida (azul) y simulada (rojo). Evento dinámico n°1.

evento dinámico n°2, ocurrió el mismo día del evento n°1, el 23 de Julio de 2008, a las 09:54 h.

Para la determinación de la velocidad de paso de este tren por el viaducto se ha procedido como en el evento n°1. En la Figura 9.17 se representa gráficamente el registro de la galga G001 situada en un carril de la vía en la sección inicial del puente. En este registro se identifica, conociendo la velocidad de viaje, la distribución espacial de los ejes del convoy AVE S-103 de 8 coches. Este tren AVE S-103 ha sido descrito geométrica y mecánicamente en la Sección 4.5.

En este evento, se ha vuelto a comprobar la aceleración vertical del tablero. Esta vez utilizando el registro del acelerómetro vertical AV101 situado en el centro del vano n°10. Igual que se hacía con la señal del acelerómetro AV151 en el evento n°1, la señal registrada por este aparato AV101 se ha filtrado con un filtro digital pasa-bajos de 15 Hz de frecuencia de corte. El mismo filtro se le ha aplicado también a la aceleración calculada con el modelo en la simulación de este evento n°2. La comparación de las aceleraciones medidas y calculadas se muestra en la Figura 9.18. En ella se puede observar que la aceleración calculada no está tan amortiguada como la medida, en el intervalo de tiempo desde la entrada del tren en el puente hasta la entrada del tren en el vano n° 10. Sin embargo, en ese intervalo la frecuencia principal de oscilación vertical de este punto del tablero en el centro del vano 10 coincide. Esta Figura 9.18 pone de manifiesto una limitación de los modelos dinámicos de elementos finitos que utilizan el amortiguamiento de Rayleigh. En estos modelos no se puede elegir de forma precisa el amortiguamiento modal de todos los modos de vibración.

Figura 9.17.: Impronta dinámica del tren AVE S-103. Evento dinámico nº2.

9.5.2. Tren Alvia (Talgo 250) viajando sobre el Viaducto Arroyo del Valle (línea de A.V. Madrid-Segovia)

El Viaducto de Arroyo del Valle, se describió en la Subsección 3.8.1. A pesar de que no hay registros del paso por este puente de los trenes modelados en esta tesis, (AVE S-100 ó AVE S-103), durante el periodo en el que estuvo monitorizado, se han utilizado mediciones de su respuesta para la validación del modelo construido por dos motivos:

- Se trata de un puente alto de tablero continuo de sección en cajón hormigón (pretensado), como la mayoría de estos viaductos.
- En este puente se ha medido correctamente la aceleración lateral del tablero.

Evento dinámico nº3

De este puente se ha elegido un evento, *evento dinámico nº3*, que corresponde al paso del tren Alvia (Talgo 250) en sentido Segovia a una velocidad estimada de 191.93 km/h. Este evento ocurrió el 10 de Diciembre de 2009 a las 13:45 h.

En este caso, la velocidad del tren, a su paso por el puente, se ha calculado utilizando el registro de la única galga extensométrica, (G101), situada en un carril en la sección de apoyo del tablero en la pila nº10. Conociendo la distancia (174.45 m) que separa el primer y el último eje de este convoy de 13 vehículos, se ha medido el tiempo

Figura 9.18.: Aceleración vertical del tablero del viaducto de Arroyo de las Piedras en el centro del vano n°10. Medida (azul) y simulada (rojo). Evento dinámico n°2.

transcurrido entre el paso del primer eje por la galga y el paso del último eje por la misma. La Figura 9.19 representa gráficamente el registro de la citada galga G101 cuando pasa el tren Alvia sobre la sección de la vía donde está situada.

En la simulación de este evento n°3 con el modelo construido, el tren considerado ha sido el AVE S-100 de 10 vehículos, por compartir bogie los coches de pasajeros como ocurre en el Alvia, y por ser el más ligero de los dos trenes modelados en este trabajo.

Para comprobar que el modelo construido de este puente reproduce frecuencias propias de vibración realistas del movimiento lateral del tablero, se ha utilizado el registro del acelerómetro transversal AT104. Este acelerómetro está instalado en la sección del tablero que apoya en la pila n° 10. El espectro de amplitudes de aceleraciones transversales del tablero en esta sección se representa en la Figura 9.20. En esta gráfica aparecen las frecuencias de oscilación natural del tablero (puente) en la sección de apoyo en la pila n°10. El registro utilizado para calcular el espectro de la Figura 9.20, a partir de su transformada de Fourier, corresponde a la aceleración transversal del tablero sobre la pila 10 cuando el tren ya ha salido del puente. De esta forma solo aparecen frecuencias propias del puente.

La Tabla 9.3 compara las primeras 13 frecuencias de oscilación lateral del puente, calculadas en un análisis modal con el modelo de elementos finitos construido de

Figura 9.19.: Impronta dinámica del tren Alvia (Talga 250). Evento dinámico nº3

este puente de Arroyo del Valle, con las frecuencias detectadas en el registro del acelerómetro transversal AT104 situado en el tablero sobre la pila nº10. Dado que esta pila no interviene en todos los modos de vibración lateral del puente, existen algunas frecuencias propias del puente no detectadas en el registro del acelerómetro. Las frecuencias calculadas con el modelo correspondientes a los modos de vibración lateral del puente en los que la pila 10 sí interviene, prácticamente coinciden con las detectadas en las mediciones registradas por el acelerómetro transversal AT104.

En este evento del viaducto de Arroyo del Valle se ha comprobado la aceleración lateral del tablero utilizando el registro del ya mencionado acelerómetro AT104. De la misma forma que se procedía con la señal de las aceleraciones verticales, se ha filtrado este registro de aceleraciones laterales del tablero con un filtro digital pasa-bajos con una frecuencia de corte de 15 Hz. Igualmente se le ha pasado el mismo filtro a la aceleración lateral del tablero sobre la pila 10 calculada con el modelo de esta tesis para poder así comparar señales homogéneas. Para su comparación, estas dos señales de la aceleración lateral, calculada y medida, están representadas gráficamente en la Figura 9.21. En ella se observa que la aceleración lateral medida tiene una amplitud un 15 % mayor que la calculada. Esta diferencia se puede deber a los siguientes motivos:

- El tren utilizado en la simulación no es el mismo que el que realmente pasa por el puente en este evento.
- Las frecuencias altas de vibración lateral del tablero de la señal calculada en

Figura 9.20.: Espectro de amplitudes de aceleraciones transversales del tablero sobre la pila n^o 10. Viaducto de Arroyo del Valle. Evento dinámico n^o3.

la simulación están demasiado amortiguadas. Como ya se ha explicado, esto es una limitación de los modelos dinámicos de elementos finitos que utilizan la amortiguamiento de Rayleigh. No se puede elegir con precisión el amortiguamiento de todos los modos de vibración.

- La señal medida puede que esté recogiendo frecuencias de modos de vibración local que no corresponden a la vibración lateral de la losa superior del tablero.

La Figura 9.22 y la Figura 9.23 presentan los croquis de localización de los instrumentos de medida instalados en los viaductos Arroyo de las Piedras y Arroyo del Valle respectivamente.

Para el tratamiento de los datos registrados por los instrumentos de monitorización de estos viaductos, de los que ha sido posible disponer para el presente trabajo, se ha empleado el software imc FAMOS v7.0 con licencia de estudiante.

9.6. Conclusión

A pesar de las diferencias encontradas en las magnitudes dinámicas evaluadas a lo largo del trabajo recogido en este capítulo, el modelo de interacción dinámica vehículo-puente no lineal desarrollado para esta tesis reproduce con suficiente precisión la respuesta del tren y del puente para poder realizar estudios fiables de

nº	Frec. Modelo E.F. (Hz)	Frec. medidas (Hz)	Error (%)
1	0.319	0.31	2.9
2	0.40	0.43	-7.0
3	0.46	—	—
4	0.52	—	—
5	0.64	—	—
6	0.69	0.67	3.0
7	0.78	0.79	-1.3
8	0.86	—	—
9	0.98	0.98	0.0
10	1.07	1.10	-2.7
11	1.19	—	—
12	1.29	—	—
13	1.30	1.30	0.0

Cuadro 9.3.: Frecuencias propias de vibración lateral del viaducto Arroyo de las Valle. Calculadas con el M.E.F. y medidas en el tablero sobre pila nº10.

seguridad del tráfico y confort de los viajeros de trenes que viajan sobre viaductos altos.

Figura 9.21.: Aceleración transversal del tablero del viaducto de Arroyo de las Valle en sección de apoyo en la pila nº10. Medida (azul) y simulada (rojo). Evento dinámico nº3.

Figura 9.22.: Croquis de instrumentación Viaducto de Arroyo de las Piedras₁₉₃

194 **Figura 9.23.:** Croquis de instrumentación del Viaducto Arroyo del Valle.

10. Viento lateral sobre el puente y el tren

10.1. Introducción

En este capítulo, se describe el modelo del viento empleado y los campos de velocidades de viento generados para el estudio de seguridad del tráfico y confort de los viajeros que recoge el Capítulo 15. También se indica el procedimiento para el cálculo los vectores ($\mathbf{F}_{b,wind}(t)$, $\mathbf{F}_{v,wind}(t)$) de fuerzas de viento, que actuarán sobre el puente y el tren, y que aparecen en las ecuaciones de movimiento de estos dos sistemas dinámicos (Ecuación 3.4 y Ecuación 4.4).

10.2. Modelo del viento

Para considerar un viento lateral actuando sobre el puente O'Eixo, descrito en la Subsección 3.8.4, se ha generado numéricamente el campo de velocidades de viento (Ecuación 10.1) utilizando el método de representación espectral descrito por [Cao et al. \(2000\)](#) y que se recoge a continuación.

$$\left. \begin{aligned} U_j(t) &= Um_j + u_j(t) \\ V_j(t) &= v_j(t) \\ W_j(t) &= w_j(t) \end{aligned} \right\} \quad (10.1)$$

En la Ecuación 10.1 el subíndice j se refiere a un punto de los n en los que se generan las componentes vertical y horizontal, (transversal al puente), de la velocidad del viento. Estos n puntos están distribuidos a lo largo del tablero y de las pilas del puente. Um_j es la velocidad media del viento según esta dirección y (Figura 10.1) en el punto j , que depende, entre otros parámetros, de la cota de ese punto. En este modelo, se ha considerado que los puntos del tablero tienen la misma cota, igual a la altura media del puente ($z_j = z_d$), a efectos del cálculo de la velocidad media del viento Um en el tablero, y de la intensidad de turbulencia I_u también en el tablero.

La matriz de funciones de densidad espectral cruzada (considerada una matriz real en adelante) viene dada por:

Para estas funciones de densidad espectral se ha considerado el espectro de Kaimal, adoptado por el Eurocódigo *EN-1991-1-4* (2005) y la *IAP-11* (2011), cuando se genera $u_j(t)$, y el espectro de Lumley y Panofsky cuando se genera $w_j(t)$ (*Simiu y Scanlan* (1996)):

196

En la Ecuación 10.3 anterior, ω es la frecuencia angular de oscilación de la velocidad del viento, z_j es la altura del punto j de generación de viento respecto al terreno, y Iu_j es la intensidad de turbulencia del viento en el punto j , que está relacionada con la desviación típica de la velocidad del viento σ_{uj} .

En detalle, estas funciones de densidad espectral son las siguientes:

$$\begin{aligned} S_{u_{jj}}^0(\omega) &= \frac{U_{*j}^2}{\omega} \cdot \frac{200 \cdot f_j}{(1+50 \cdot f_j)^{5/3}} \\ S_{w_{jj}}^0(\omega) &= \frac{U_{*j}^2}{\omega} \cdot \frac{3.36 \cdot f_j}{(1+10 \cdot f_j)^{5/3}} \end{aligned} \quad (10.4)$$

donde f_j y U_{*j}^2 se calculan según la siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} f_j &= \frac{(\omega/2\pi) \cdot z_j}{Um_j} \\ U_{*j}^2 &= \frac{\sigma_{uj}^2}{6} = \frac{(Iu_j \cdot Um_j)^2}{6} \end{aligned} \quad (10.5)$$

El cálculo de Um_j (velocidad horizontal media del viento en el punto j) y de Iu_j (intensidad de turbulencia del viento en el punto j) se detalla en la Subsubsección 10.4.1.1 y en la Subsubsección 10.4.1.2 respectivamente.

Para las funciones de densidad espectral cruzadas se consideran las siguientes expresiones:

$$S_{jm}^0(\omega) = \sqrt{S_{jj}^0(\omega) \cdot S_{mm}^0(\omega)} \cdot Coh(\Delta_{jm}, \omega); \quad j, m = 1, 2 \dots n \quad j \neq m \quad (10.6)$$

$$Coh(\Delta_{jm}, \omega) = \exp \left(-\frac{7 \cdot \omega \cdot \Delta_{jm}}{\pi \cdot (Um_j + Um_m)} \right) \quad (10.7)$$

La Ecuación 10.7 define la función de coherencia que penaliza la densidad espectral cruzada correspondiente a los puntos j y m cuando estos están alejados. Es decir, cuando dos puntos están muy alejados la influencia del viento generado en uno de los puntos en el viento generado en el otro será pequeña. Δ_{jm} es la distancia entre estos puntos. El coeficiente de disminución de la coherencia se ha tomado igual a 7 en esta Ecuación 10.7.

Para la simulación de cada componente de la velocidad del viento en un punto, por ejemplo $u_j(t)$, se ha seguido el esquema de Shinozuka y Jan (1972 y 1989):

$$u_j(t) = \sqrt{2(\Delta\omega)} \sum_{m=1}^j \sum_{l=1}^N |H_{jm}(\omega_{jm})| \cos(\omega_{ml}t + \Phi_{ml}) \quad (10.8)$$

$$\omega_{ml} = (l - 1)\Delta\omega + \frac{m}{n}\Delta\omega, \quad l = 1, 2, \dots, N \quad (10.9)$$

En estas ecuaciones N es suficientemente grande; ω_{up} es la frecuencia de corte o la frecuencia mas alta considerada; $\Delta\omega = (\omega_{up}/N)$ es el incremento de frecuencia; $\Phi_{1l}, \Phi_{1l}, \dots, \Phi_{jl}$ son secuencias independientes de ángulos de fase aleatorios generados a partir de una distribución uniforme de intervalo $[0, 2\pi]$; y $H_{jm}(\omega_{jm})$ es un elemento típico de la matriz triangular obtenida a partir de la descomposición de Cholesky de la matriz de funciones de densidad espectral cruzada $\mathbf{S}^0(\omega)$. Es decir:

$$\mathbf{S}^0(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \cdot \mathbf{H}^T(\omega) \quad (10.10)$$

Para poder realizar la descomposición de Cholesky de las matrices de funciones de densidad espectral cruzada $\mathbf{S}_u^0(\omega)$ y $\mathbf{S}_w^0(\omega)$, estas han de ser definidas positivas. Se ha comprobado que el orden de numeración de los puntos j de generación de velocidades del viento influye en esta propiedad de las matrices $\mathbf{S}_u^0(\omega)$ y $\mathbf{S}_w^0(\omega)$. En este trabajo se ha numerado estos puntos siguiendo la siguiente secuencia:

1. Puntos del primer vano del tablero
2. Puntos de la primera pila del tablero
3. Puntos del segundo vano del tablero
4. Puntos de la segunda pila del tablero
5. ...

10.3. Parámetros y simplificaciones adoptadas en la simulación del viento.

La Tabla 10.1 recoge los parámetros adoptados en la generación del campo de velocidades del viento sobre el puente O'Eixo.

Por otro lado, la obtención del campo de velocidades del viento para este puente siguiendo el procedimiento descrito se hace computacionalmente imposible. Con este método (ver Ecuación 10.8), para realizar la simulación de cada componente del viento (horizontal o vertical) a una velocidad media determinada y con una intensidad determinada, es necesario evaluar $(n \times N)$ matrices $\mathbf{S}^0(\omega)$, realizar sus correspondientes descomposiciones de Cholesky y evaluar $(n \times N \times n_t)$ funciones coseno.

Para poder abordar este problema con tiempos de cálculo razonables, se han tenido en cuenta las siguientes simplificaciones, donde se consideran las características dinámicas de la estructura de la que se quiere estudiar su respuesta frente al viento:

Parámetro	Valor	Descripción
$n = n_d + n_p$	247=121+126	Nº de puntos de generación en tablero y pilas
$\Delta d_{j,j+1}, \Delta p_{j,j+1}$	10 m	Dist. entre puntos consecutivos del tablero y pilas resp.
ω_{up}	2 Hz	Frecuencia mas alta considerada para el viento
N	1000	Nº de frecuencias de viento.
$\Delta\omega = (\omega_{up}/N)$	0,002 Hz	Intervalo de frecuencia
Δt_{wind}	0,05 s	Paso de tiempo en la simulación
t_{sim}	10 min	Tiempo de la simulación del viento
$n_t = \frac{t_{sim}}{\Delta t_{wind}}$	12000	Nº de pasos de tiempo

Cuadro 10.1.: Parámetros del modelo del viento.

- No se ha generado la componente longitudinal del viento $v_j(t)$, ya que su influencia en el comportamiento del tren, del tablero y de las pilas es despreciable. En el caso de las pilas, esta componente del viento no afecta a los modos de vibración lateral de estas.
- No se pueden considerar independientes el campo de velocidades de viento en el tablero respecto al generado en las pilas, ya que existen puntos de generación de viento en pilas cercanos a los del tablero. Además, en los modos de vibración laterales del puente participan las pilas y el tablero. Es decir, las pilas y el tablero no se mueven independientemente. Por lo tanto, se deben generar las componentes del campo de velocidades del viento considerando los puntos del tablero y pilas conjuntamente.
- La coherencia, Ecuación 10.7, entre dos puntos situados a más de 100 m de distancia es despreciable para el rango de las principales frecuencias de vibración lateral del puente y de los coches del tren (0,2 – 2,0 Hz.) (Figura 10.2, [Li et al. \(2004\)](#)). De esta forma se pueden eliminar de la Ecuación 10.8 los sumandos correspondientes a las parejas de puntos j y m si distan más de 100 m.
- El valor de $S_{jm}^0(\omega)$, y por lo tanto el de $H_{jm}(\omega)$, decrece rápidamente cuando Δ_{jm} y ω aumentan su valor. Según [Cao et al. \(2000\)](#), si se cumple $H_{jm}(\omega)/\sqrt{S_{jj}^0(\omega)} < 10^{-3}$ se puede eliminar el sumando con factor $H_{jm}(\omega)$ de la Ecuación 10.8, y por lo tanto, no calcular el coseno asociado. Esta condición la cumplen más del 80 % de los sumandos de la citada Ecuación 10.8.

Figura 10.2.: Coherencia entre dos puntos situados a una distancia r_j (*Li et al. (2004)*).

10.4. Viento de diseño del puente O'Eixo y vientos generados

10.4.1. Viento de diseño y viento de referencia

El viento de diseño a considerar para el proyecto de un puente de este tipo corresponde con el que sucede con un periodo de retorno de 100 años y tiene una duración de 10 min. El viento de periodo de retorno de 50 años solo tiene un 4 % menos de velocidad media. Sus características en el emplazamiento del Puente O'Eixo se recogen en la Tabla 10.2 como viento de referencia.

Parámetro	Descripción
$T=50$ años	Periodo de retorno
Entorno tipo II	Según IAPF-07
$c_g^2=1.9$	Factor Ráfaga (fuerza)
$Um = 42,7$ m/s	Velocidad media en tablero
10 min.	Duración
$Iu=0.129$	Intensidad de turbulencia en el tablero
$L_u^x = 157$ m.	Escala longitudinal de turbulencia
$z_d = 57.6$ m	altura media del tablero

Cuadro 10.2.: Características del viento de referencia en el Puente O'Eixo.

10.4.1.1. Velocidad media del viento

La velocidad media del viento Um_j en un punto j situado a una altura z_j sobre el terreno, dependerá de la rugosidad del terreno, de la topografía y de una velocidad

básica del viento $U_b(T)$ asociada a un periodo de retorno considerado T , en este caso $T = 50$ años. Según la [IAP-11 \(2011\)](#), esta velocidad básica del viento en el emplazamiento del puente O'Eixo (Galicia Norte), y para un periodo de retorno de 50 años es $U_b = 29$ m/s. Según la citada norma de acciones, Um_j se calcula como:

$$Um_j = c_r(z_j) \cdot c_o \cdot U_b(T) \quad (10.11)$$

donde

c_o es el factor de topografía. En valles en los que se pueda producir un encauzamiento del viento actuante sobre el puente, como es el caso, se toma para este factor un valor de 1.1.

$c_r(z_j)$ es el factor de rugosidad que se obtiene con la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} c_r(z_j) &= k_r \cdot \ln\left(\frac{z_j}{z_0}\right) \quad \text{para } z_j \geq z_{min} \\ c_r(z_j) &= c_r(z_{min}) \quad \text{para } z_j < z_{min} \end{aligned} \quad (10.12)$$

siendo

k_r el factor del terreno, de valor 0.19 para el emplazamiento de este puente (entorno tipo II) según la tabla 4.2-b de la norma [IAP-11 \(2011\)](#)

z_0 la longitud de rugosidad, de valor 0.05 m para este puente (entorno tipo II)

z_{min} la altura mínima, 2 m para el emplazamiento de este puente (entorno tipo II).

El mencionado entorno tipo II ([IAP-11 \(2011\)](#)) corresponde a una zona rural con vegetación baja y obstáculos aislados, (árboles, construcciones pequeñas, etc.), con separaciones de al menos 20 veces la altura de los obstáculos.

Con la formulación presentada y para un entorno tipo II donde se sitúa el puente O'Eixo, la velocidad media del viento en el tablero para un periodo de retorno de 50 años es de $Um = 42,7$ m/s. Para este cálculo se ha utilizado la altura media del tablero sobre el terreno ($z_d = 57.6$ m).

Observe que todos los puntos de generación de la velocidad del viento situados en el tablero obtienen la misma velocidad media $Um(T)$ de viento asociada a un periodo de retorno T . Para el cálculo de la velocidad media del viento $Um_j(T)$ en un punto j de generación de velocidad del viento situado en las pilas o en el arco del viaducto, asociada a un determinado periodo de retorno T , se ha empleado la siguiente expresión:

$$Um_j(T) = \frac{c_r(z_j)}{c_r(z_d)} \cdot Um(T)$$

donde $Um(T)$ es la velocidad media del viento en el tablero asociada al periodo de retorno T de cada viento generado.

10.4.1.2. Intensidad de turbulencia del viento

La intensidad de turbulencia del viento en un punto j , situado a una altura z_j sobre el terreno, se ha obtenido con la expresión recogida en el Eurocódigo [EN-1991-1-4 \(2005\)](#) (Ecuación 10.13). Este parámetro nos da un valor normalizado de la desviación típica σ_{uj} de la velocidad del viento respecto a su media Um_j .

$$I_{uj} = \frac{\sigma_{uj}}{Um_j} = \frac{k_l}{c_o \cdot \ln(z_j/z_0)} \quad \text{para } z_j \geq z_{min} \quad (10.13)$$

donde k_l es el factor de turbulencia que toma un valor recomendado de 1. El resto de los parámetros de la Ecuación 10.13 ya han sido descritos más arriba.

Para el viento de referencia de 50 años de periodo de retorno, la intensidad de turbulencia del viento en el tablero del puente O'Eixo es de 0.129.

10.4.1.3. Escala longitudinal de turbulencia

La escala longitudinal de turbulencia L_u^x representa el tamaño medio de la ráfaga en la dirección longitudinal o paralela al tablero. Según el Anejo B del Eurocódigo [EN-1991-1-4 \(2005\)](#), este valor se calcula con la expresión:

$$\begin{aligned} L_u^x(z_j) &= 300 \left(\frac{z_j}{200} \right)^\gamma \quad \text{para } z_j \geq z_{min} \\ L_u^x(z_j) &= L_u^x(z_{min}) \quad \text{para } z_j < z_{min} \end{aligned} \quad (10.14)$$

con $\gamma = 0.67 + 0.05 \cdot \ln(z_0)$ y el resto de parámetros ya descritos. Para el viento de referencia de 50 años de periodo de retorno, la escala longitudinal de turbulencia en el tablero del puente O'Eixo es de 157 m.

10.4.1.4. Factor de ráfaga

El factor de ráfaga $c_g(z_j)$ es un parámetro que, al ser multiplicado por la velocidad media del viento en un punto, se obtiene una estimación de la velocidad máxima de ráfaga en ese punto. Este factor ha servido en este trabajo para comprobar los valores máximos de la velocidad del viento en los vientos generados. Este factor de ráfaga se ha calculado según la siguiente expresión de la norma [IAPF-07 \(2007\)](#):

$$c_g(z_j) = \sqrt{1 + \frac{7 \cdot k_r}{c_r(z_j) \cdot c_o}} \quad (10.15)$$

Los parámetros implicados en la ecuación anterior ya han sido descritos. Este factor de ráfaga es de 1.38 en el tablero del puente O'Eixo. El cuadrado de este factor c_g^2 multiplicado por la fuerza estática del viento sobre la estructura, (asociada con la velocidad media del viento), nos da una estimación de la fuerza máxima que ejerce el viento sobre ella. El cuadrado del factor de ráfaga para el viento de referencia en el tablero del puente O'Eixo tiene un valor de 1.9.

10.4.2. Vientos generados

Para el estudio realizado en esta tesis y recogido en el Capítulo 15, se han generado los vientos transversales en el emplazamiento del Puente O'Eixo, según el modelo descrito, con las velocidades medias en el tablero recogidas en la Tabla 10.3. En la Figura 10.3 se representan gráficamente las velocidades $U_j(t)$ y $w_j(t)$ de un viento transversal generado de 40 m/s de velocidad media, en el nodo $j = 60$, situado en el vano nº 13 del tablero del puente O'Eixo.

U_m en tablero	Periodo de retorno
44.43 m/s (160 km/h)	T = 100 años
40 m/s (144 Km/h)	T = 17 años
35 m/s (126 Km/h)	T = 3 años
30 m/s (108 Km/h)	T = 1.2 años
25 m/s (90 Km/h)	T < 1 año
20 m/s (72 Km/h)	T < 1 año

Cuadro 10.3.: Velocidades medias en el tablero de los vientos transversales generados sobre el Puente O'Eixo.

Figura 10.3.: Componentes horizontal (a) y vertical (b) de la velocidad del viento lateral generado de 40 m/s. de velocidad media en el nodo n° 60 (en vano 13).

10.5. Acción del viento sobre el puente y sobre el vehículo

Para definir la acción del viento transversal (Figura 10.1) sobre el puente y el tren, se han considerado, tanto el tren como el puente, estructuras lineales de gran longitud, y se han despreciado los efectos de borde del viento sobre el tren (en locomotoras). De esta forma, se demuestra (*Tanaka y Davenport (1982)*; *Chiu y Squireb (1992)*) que las fuerzas por unidad de longitud, estáticas (en inglés static loads), y de ráfaga (en inglés buffeting loads), del viento sobre el puente y el tren respectivamente, se pueden evaluar con la Ecuación 10.16 y la Ecuación 10.17.

Las fuerzas de viento de auto-excitación (self-excited loads), sobre el tren y sobre el puente, no se han considerado en este trabajo. Estas fuerzas dependen de los movimientos de tablero y tren respectivamente, y de la velocidad del viento, además de unos coeficientes aeroelásticos del tren y del puente. Tanto los movimientos de tren y puente, como la velocidad del viento son todavía poco importantes como para desarrollar fuerzas de auto-excitación a considerar.

10.5.1. Fuerzas del viento sobre el tren y sobre el puente

Las fuerzas del viento consideradas en este trabajo actuando sobre el puente (Ecuación 10.16) y el tren (Ecuación 10.17) se evalúan de la siguientes forma:

$$\left. \begin{aligned} F_D^b &= 0.5 \cdot \rho \cdot H \cdot C_D^b(\alpha) \cdot U_R^2 \\ F_L^b &= 0.5 \cdot \rho \cdot B \cdot C_L^b(\alpha) \cdot U_R^2 \\ M^b &= 0.5 \cdot \rho \cdot B^2 \cdot C_M^b(\alpha) \cdot U_R^2 \end{aligned} \right\} \quad (10.16)$$

$$\left. \begin{aligned} F_D^v &= 0.5 \cdot \rho \cdot A_v \cdot C_D^v(\alpha) \cdot U_R^2 \\ F_L^v &= 0.5 \cdot \rho \cdot A_v \cdot C_L^v(\alpha) \cdot U_R^2 \\ M^v &= 0.5 \cdot \rho \cdot A_v \cdot h_v \cdot C_M^v(\alpha) \cdot U_R^2 \end{aligned} \right\} \quad (10.17)$$

donde: F_D , F_L y M representan las acciones horizontal, vertical y momento (de eje x) del viento sobre el puente y el vehículo respectivamente; ρ es la densidad del aire; H es la altura del tablero (balasto y vía incluida y/o pantallas incluidas) o la anchura de la pila; B es la anchura del tablero; A_v es el área expuesta del vehículo por unidad de longitud; h_v es generalmente la altura del c.d.g. del vehículo respecto a la vía; $C_D(\alpha)$, $C_L(\alpha)$, $C_M(\alpha)$ son las funciones de los coeficientes de arrastre del tablero, pilas o vehículo; y por último, U_R es la resultante de las componentes horizontal transversal y vertical de la velocidad del viento (Ecuación 10.18).

$$\begin{aligned} U_R(t) &= \sqrt{(Um + u(t))^2 + w(t)^2} \\ \alpha(t) &= \arctan \frac{w(t)}{Um + u(t)} \end{aligned} \quad (10.18)$$

En el caso de las fuerzas del viento sobre el puente, primero se evalúan esas fuerzas en los puntos del tablero y las pilas donde se han generado las velocidades del viento (Ecuación 10.19).

$$\left. \begin{aligned} F_{Dj}^b &= F_{Dj}^b(Um_j, u_j(t), w_j(t)) \\ F_{Lj}^b &= F_{Lj}^b(Um_j, u_j(t), w_j(t)) \\ M_j^b &= M_j^b(Um_j, u_j(t), w_j(t)) \end{aligned} \right\} \quad (10.19)$$

Y después se llevan esas fuerzas a los nudos, tanto del tablero como de las pilas, del modelo de elementos finitos del puente utilizando las matrices de funciones de forma de dichos elementos. De esta forma se obtiene el vector $\mathbf{F}_{b,wind}(t)$ de fuerzas del viento del sistema de ecuaciones del puente (Ecuación 3.4).

En el caso de las fuerzas de viento sobre los coches del tren, estas actúan sobre el c.d.g de la caja (body) de cada vehículo i . Se obtienen empleando una media ponderada de las resultantes de velocidad de viento ($U_{Rj}(t)$, $U_{Rm}(t)$) generadas en los dos puntos del tablero (j y m) más próximos a la posición del citado c.d.g de

cada coche del tren en cada instante (Ecuación 10.20).

$$\left. \begin{aligned} F_{Di}^v &= F_{Di}^v(U_{Rj}(t), U_{Rm}(t)) \\ F_{Li}^v &= F_{Li}^v(U_{Rj}(t), U_{Rm}(t)) \\ M_i^v &= M_i^v(U_{Rj}(t), U_{Rm}(t)) \end{aligned} \right\} \quad (10.20)$$

Las fuerzas de viento anteriores se ordenan entonces para formar el vector $\mathbf{F}_{v,wind}(t)$ de fuerzas de viento del sistema de ecuaciones del tren (Ecuación 4.4).

10.5.2. Coeficientes de arrastre del tren y del puente

Las funciones de los coeficientes de arrastre se han aproximado con los dos primeros términos de su desarrollo en serie de Taylor en $\alpha = 0$. Ver como ejemplo la Ecuación 10.21. Estos coeficientes aerodinámicos de arrastre (Tabla 10.4 y Tabla 10.5), utilizados en este estudio, son los empleados en las publicaciones de [Li et al. \(2005\)](#) y [Guo et al. \(2011\)](#) para tableros, con y sin pantallas, y trenes similares. Los coeficiente de arrastre de las pilas y del arco se han calculado siguiendo la [IAPF-07 \(2007\)](#) considerando que tienen sección rectangular.

$$\begin{aligned} C_D(\alpha) &= C_{D0} + C_{D0}' \cdot \alpha \\ C_{D0} &= C_D(\alpha = 0); \quad C_{D0}' = C_D'(\alpha = 0) \end{aligned} \quad (10.21)$$

Coef.	Tablero		Pilas y Arco
	sin pantallas	con pantallas	
C_{D0}	1,090	2,444	C_{D0} IAPF-07 (2007)
C_{L0}	0,468	-0,426	0
C_{M0}	0,148	0,451	0
C_{D0}'	3,054	1,875	0
C_{L0}'	0,481	-0,865	0
C_{M0}'	-0,401	-0,413	0

Cuadro 10.4.: Coeficientes aerodinámicos del puente y sus derivadas.

Coef.	Tren sobre puente	
	sin pantallas	con pantallas
C_{D0}	1,013	0,226
C_{L0}	-0,152	0,050
C_{M0}	-0,103	0,001
C'_{D0}	0,359	0
C'_{L0}	1,458	0
C'_{M0}	1,296	0

Cuadro 10.5.: Coeficientes aerodinámicos del vehículo y sus derivadas.

11. Amortiguadores de masa sintonizados

11.1. Introducción

En este capítulo, se describe un dispositivo llamado amortiguador de masa sintonizado. Este dispositivo se incorpora al modelo del puente para realizar un estudio sobre la mejora de la respuesta de un viaducto alto (puente O'Eixo) frente a la acción del tren y del viento. Este estudio se presenta en el Capítulo 15.

11.2. Amortiguadores de masa sintonizados

Un amortiguador de masa sintonizado (AMS) consiste en una masa, un resorte y un amortiguador viscoso, que colocado en el sistema vibrante principal (estructura) atenúa las vibraciones no deseadas, cuando esta sintonizado con la frecuencia de la estructura principal.

En el presente trabajo, el AMS utilizado en las simulaciones del estudio recogido en el Capítulo 15 sólo cuenta con el resorte, y no con el amortiguador viscoso.

En la Figura 11.1 está representado un esquema de este amortiguador AMS situado en la cabeza de una pila tipo del Puente O'Eixo. La masa, dibujada como un prisma rectangular, puede desplazarse sólo en dirección transversal al puente, y está sujeta a la cabeza de la pila mediante el correspondiente resorte. Para el estudio de mejora de la respuesta dinámica de un viaducto alto (puente O'Eixo) frente a la acción del tren y del viento, se ha colocado, en el modelo de elementos finitos de dicho viaducto, un AMS en la cabeza de cada una de sus pilas. Se pretende estudiar la atenuación de las vibraciones laterales del puente y su influencia en la mejora de la seguridad del tráfico y en el confort de los viajeros. Los parámetros de masa y rigidez elegidos para estos AMS se explican en el presente Capítulo.

Para introducir este dispositivo en el modelo de elementos finitos del puente, se ha empleado el *elemento masa puntual* y el elemento *spring-damper* descritos en la Sección 3.2.

Figura 11.1.: Amortiguador de masa sintonizado (AMS) en cabeza de pila. Puente O'Eixo. Dimensiones en m.

11.3. Frecuencia principal de oscilación de la cabeza de cada pila

Los amortiguadores de masa sintonizados, para que funcionen correctamente, deben tener un valor de masa y un valor de rigidez del muelle tales que su frecuencia de oscilación coincida con la frecuencia principal de vibración del punto de la estructura donde se coloca.

La frecuencia antes citada suele ser la frecuencia fundamental de la estructura en el caso de tratarse de un edificio. En este trabajo los AMS se colocan en un viaducto alto y de gran longitud. La cabeza de una pila de este viaducto va a vibrar lateralmente con una frecuencia principal que puede ser distinta de la del resto de las pilas. En esta Sección se va a determinar la frecuencia principal de oscilación lateral de cada pila de este viaducto.

En la Figura 11.2 y en la Figura 11.3, se representan los primeros 4 modos de vibración (lateral) del puente O'Eixo, y se indican sus frecuencias asociadas. Se puede observar que hay pilas que participan en varios modos de vibración del puente. Por

ejemplo, la pila nº 8 participa en los cuatro primeros modos de vibración, aunque en el modo 3 parece moverse menos. La pila nº 19, contando el arco como pila nº 12, sólo participa en los modos 3 y 4 (de los representados en las figuras). Estas dos pilas, 8 y 19, van vibrar con las frecuencias asociadas a los modos en los que participan. Como los AMS solo pueden actuar en una frecuencia (Ecuación 11.1), se plantea el problema de determinar cual es la frecuencia principal en el movimiento lateral de cada pila.

$$Fr_{AMS} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{AMS}}{m_{AMS}}} \quad (11.1)$$

Figura 11.2.: Modos 1 y 2 de vibración lateral del puente O'Eixo.

Figura 11.3.: Modos 3 y 4 de vibración lateral del puente O'Eixo.

Para determinar esta frecuencia en cada pila, se han realizado 24 simulaciones dinámicas, una por pila. En cada una de ellas se ha aplicado una carga inicial de 1000 kN en dirección transversal al puente en la cabeza de la pila en cuestión. Para después dejar oscilar libremente la estructura. Se ha medido, o registrado, el desplazamiento lateral de la cabeza de la pila considerada. Mediante una transformada de Fourier discreta se han identificado las frecuencias que participan en este movimiento de la cabeza de la pila, y se ha determinado también la frecuencia de mayor peso en ese movimiento.

Figura 11.4.: Oscilación libre lateral de la cabeza de la pila nº 8 y nº 12 (arco) del puente O'Eixo.

En la Figura 11.4 y en la Figura 11.5 se representan los desplazamientos laterales obtenidos en las simulaciones citadas en las cabezas de las pilas 8, 12, 17 y 19.

La Figura 11.6 y la Figura 11.7 son las transformadas de Fourier de los anteriores desplazamientos. De ellas se ha obtenido la frecuencia principal de oscilación lateral de la cabeza de cada pila de este viaducto. Esta frecuencia corresponde al pico más alto de cada una de estas gráficas. Esta frecuencia va a ser a la que se sintonice el AMS colocado en la correspondiente pila.

11.4. Sintonización de los amortiguadores de masa

Las frecuencias de sintonización de los AMS de cada pila están recogidas en la Tabla 11.1

Para conseguir que los amortiguadores AMS se muevan con esta frecuencia se ha elegido la masa y la rigidez del resorte de la siguiente manera:

- La masa de estos AMS $m_{AMS,j}$ toma el valor del 1 % de la masa estructural y no estructural del tramo del tablero que carga la pila j más el 1 % de la masa de la mitad superior de la pila j .
- Una vez conocida la masa de los AMS, la rigidez $k_{AMS,j}$ del resorte del AMS colocado en la pila j se obtiene de la siguiente expresión:

$$k_{AMS,j} = (2\pi \cdot Fr_{pila,j})^2 \cdot m_{AMS,j} \quad (11.2)$$

siendo $Fr_{pila,j}$ la frecuencia de vibración principal de la cabeza de la pila j , calculada en la sección anterior y recogida en Tabla 11.1.

Figura 11.5.: Oscilación libre lateral de la cabeza de la pila n° 17 y n° 19 del puente O'Eixo.

La expresión de la Ecuación 11.2 se ha obtenido despejando la rigidez $k_{AMS,j}$ de la siguiente ecuación:

$$Fr_{AMS,j} = Fr_{pila,j} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{AMS,j}}{m_{AMS,j}}} \quad (11.3)$$

En la Figura 11.8 se representan los desplazamientos laterales de las cabezas de las pilas 5 y 16 del puente O'Eixo, que cuenta con pantallas anti-viento en esta simulación, y de sus amortiguadores sintonizados instalados en ellas. Sobre el puente está actuando un viento lateral racheado de 44 m/s. de velocidad media. En las gráficas de esta figura se puede observar que mientras el amortiguador oscila con una única frecuencia, (la de sintonización), las pilas se mueven con varias frecuencias por participar en varios modos de vibración del puente. En estas gráficas se puede ver también que el máximo desplazamiento lateral relativo entre pila y AMS es de unos 35 cm.

Para el diseño y la instalación de estos amortiguadores, se debe pensar en el volumen que ocupará la masa del amortiguador, entre otros parámetros. Los AMS con el 1 % de la masa de referencia tiene un peso de unas 30 toneladas. Esta masa se podría construir de fundición (7.25 t/m^3). De esta forma , el AMS 1 % ocuparía un volumen de 4.14 m^3 , o lo que es lo mismo, un cubo de 1.6 m. de lado.

Figura 11.6.: Espectros de desplazamientos laterales de la cabeza de las pilas n^o 8 y n^o 12 (arco) del puente O'Eixo.

Figura 11.7.: Espectros de desplazamientos laterales de la cabeza de las pilas n^o 7 y n^o 19 del puente O'Eixo.

Pila n ^o	Frec. AMS (Hz) Puente sin Pantallas	Frec. AMS (Hz) Puente con Pantallas
1	1.19	1.06
2	0.88	0.78
3	0.62	0.55
4	0.42	0.37
de 5 a 11	0.23	0.20
de 12 a 15	0.28	0.25
de 16 a 18	0.34	0.30
19 y 20	0.50	0.45
21	0.74	0.66
22	1.02	0.91
23	1.74	1.57
24	2.84	2.20

Cuadro 11.1.: Frecuencias de sintonización de cada AMS. Puente OEixo. **Figura 11.8.:** Desplazamiento de lateral de la cabeza de pila (n°5 ó n°16) y del AMS correspondiente. Puente O'Eixo con pantallas anti-viento. Viento racheado actuante de $U_m = 44$ m/s. de velocidad media.

Parte II.

Estudios realizados

12. Influencia de la flexibilidad de la vía en el comportamiento dinámico del tren y del puente

12.1. Introducción

En el Capítulo 15 de esta tesis, se recogen los resultados del estudio realizado sobre la seguridad del tráfico ferroviario de alta velocidad, y el confort de los viajeros, cuando el tren viaja por un viaducto alto sobre el que actúa un viento racheado. Además, el citado estudio trata la mejora en la seguridad del tren, y en el confort de los pasajeros, que introduce el uso de pantallas anti-viento y amortiguadores de masa sintonizados. Para ese estudio se ha elegido un modelo de elementos finitos para el puente que considera la vía infinitamente rígida, (Modelo B, Capítulo 3), y un modelo de interacción eje-vía, desarrollado para este trabajo (Capítulo 5), que considera el perfil completo de la rueda y la teoría no lineal del contacto entre cuerpos en movimiento (rueda y carril) expuesta mas arriba.

En el presente capítulo se pretende justificar el modelo elegido para realizar las simulaciones dinámicas del estudio recogido en mencionado Capítulo 15. Para ello se van a estudiar las diferencias que se producen en el comportamiento del vehículo al considerar, o no, la flexibilidad de la vía. Finalmente, se explica porqué se decide considerar la vía como infinitamente rígida en el estudio citado del Capítulo 15.

12.2. Comportamiento dinámico del vehículo. Casos simulados

Se han simulado dos eventos dinámicos de la máquina del tren articulado AVE S-100 (Thalys o TGV) viajando en ambos casos a 360 km/h por un tramo recto de 400 metros de vía, fuera de puente, con irregularidades geométricas del tipo Clase 5 F.R.A. La calidad geométrica de la vía ensayada corresponde a una vía de alta velocidad no muy bien conservada ([EN-13848-5 \(2009\)](#)).

Caso1

En el primer evento, la máquina de este tren viaja sobre vía flexible. El modelo de elementos finitos construido para esta vía se representa en la Figura 12.1. En este modelo se han empleado elementos muelle-amortiguador (en paralelo) para modelar el balasto, y elementos viga para las traviesas y los carriles. Las propiedades mecánicas consideradas para caracterizar el modelo se han descrito en la Sección 3.7 y en la Tabla 3.1, y se pueden encontrar también en la publicación de [Iwnicki \(1999\)](#).

Figura 12.1.: Modelo de elementos finitos de vía flexible.

En este modelo la matriz de amortiguamiento C_b se obtiene principalmente como suma o ensamblaje de las matrices de los elementos amortiguadores de la vía.

$$C_b = \sum_{k=1}^{Nel} C_k \quad (12.1)$$

Se ha comprobado que el ratio de amortiguamiento modal de los primeros 7 modos de vibración de la vía, que corresponden a modos de vibración lateral con frecuencias comprendidas entre los 48.66 Hz. y 73.02 Hz, está en torno al 97 %. Esto es, el amortiguamiento de estos modos es del orden del 97 % del amortiguamiento crítico, que es aquel que no permite que el sistema oscile una vez libremente tras la acción de una fuerza o de un desplazamiento inicial. El ratio de amortiguamiento de los 5 primeros modos de vibración vertical de la vía, con frecuencias comprendidas entre 80.26 Hz. y 97.35 Hz, oscila entre el 80 y el 90 %.

Por lo tanto, se puede decir que la vía es un sistema dinámico muy amortiguado. Sin embargo, la flexibilidad de este sistema va a permitir desplazamientos en los carriles en los puntos de contacto con las ruedas del tren. Estos desplazamientos van a tener cierta influencia en las fuerzas de contacto rueda-carril y en el comportamiento del vehículo (aceleraciones de los coches), como se observa en los resultados del estudio recogido en el presente capítulo.

Caso2

En el segundo evento, el tren circula por una vía infinitamente rígida en la que los carriles no se mueven por la acción de las fuerzas de contacto que ejercen las ruedas sobre ellos.

12.3. Comparación de resultados observados con vía flexible y con vía rígida

Respuesta del vehículo relacionada con el confort de los viajeros

En primer lugar, se comparan las aceleraciones lateral y vertical de la caja del vehículo, que aunque se trate en este caso de la máquina del tren AVE S-100 donde no viajan pasajeros, están asociadas al confort, o falta de él, que perciben las personas durante el viaje del tren.

En la Figura 12.2 y en la Figura 12.3, se observa que, tanto la aceleración lateral como la aceleración vertical de la caja de la máquina del tren AVE S-100, aumentan ligeramente si se considera la flexibilidad de la vía en el modelo. Este aumento de las aceleraciones se cuantifica en un 10.2 % en el caso de la aceleración lateral y del 6 % en el caso de la aceleración vertical. Siendo en ambos casos poco significativa la influencia de la flexibilidad de la vía en las aceleraciones del vehículo.

Variables dinámicas relacionadas con la seguridad del tráfico

Las fuerzas laterales eje-vía del eje nº1 del vehículo, obtenidas de la simulación con vía flexible y con vía rígida, están representadas gráficamente en la Figura 12.4. En este caso, sí se aprecian diferencias significativas en cada pico de las gráficas comparadas. A pesar de ello, la fuerza lateral máxima de este eje de la máquina del tren AVE S-100, registrada en las dos simulaciones, sólo difiere un 9.9 %, siendo mayor la correspondiente al caso que cuenta con vía flexible.

Si se filtra la señal de esta fuerza lateral eje-vía con un filtro pasa-bajos de 20 Hz de frecuencia de corte, y con otro de media móvil de 2 m. de longitud, tal como pide la norma [EN-14363 \(2005\)](#) para evaluar el criterio de PRUD'HOMME, se obtiene la gráfica de la Figura 12.5. El criterio de Prud'Homme se definió en la Subsección 2.6.2. Este criterio de seguridad del tráfico limita la fuerza lateral máxima eje-vía para controlar el riesgo de deslizamiento de la vía sobre el balasto.

En la Figura 12.5, se observa que, una vez aplicados los filtros digitales mencionados a las señales de la fuerza lateral eje-vía obtenidas en las dos simulaciones, la diferencia de valores pico es ahora del 8.9 %, correspondiendo el mayor valor al caso donde la vía es rígida.

Figura 12.2.: Aceleración lateral de la maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.

Por lo expuesto, se puede concluir que la flexibilidad de la vía no va a influir significativamente en el riesgo de deslizamiento de la vía sobre el balasto causado por las fuerzas laterales de los ejes contra la vía.

Como se explicó en la Sección 2.6, el factor de descarrilamiento es el cociente entre la fuerza lateral y vertical que ejerce una rueda del vehículo sobre el carril. La Figura 12.6 compara este factor en los dos casos simulados, una vez se han filtrado ambas señales como pide la norma [EN-14363 \(2005\)](#) (Subsección 2.6.2). Se aprecia un incremento de este factor de descarrilamiento cuando se considera la flexibilidad de la vía. Sin embargo, si comparamos los máximos factores de descarrilamiento que alcanza el eje nº1 del vehículo en este tramo de vía en los dos casos simulados, la diferencia es sólo del 7.8 %.

$$OF = \frac{\Delta Q}{Q_0} \quad (12.2)$$

Como se describió en la Subsección 2.6.2, el factor de pérdida de carga (Ecuación 12.2) evalúa la resistencia al vuelco del bogie ([EN-14363 \(2005\)](#)). En este factor, Q_0 es la carga vertical media de la rueda, o carga vertical estática, y ΔQ es lo que desciende el valor de la carga vertical dinámica respecto a la carga estática. ($\Delta Q = Q_0 - Q$). Tras aplicar a esta señal el filtro correspondiente (Subsección 2.6.2), se ha representado la Figura 12.7. Se observa que la flexibilidad de la vía no implica un incremento significativo de este factor. La diferencia en las dos señales es de un 7.2 %.

Figura 12.3.: Aceleración vertical de la maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.

12.4. Comportamiento dinámico del puente

Para estudiar la influencia de la flexibilidad de la vía en el comportamiento dinámico del puente no se han realizado simulaciones dinámicas en este trabajo utilizando diferentes modelos. Sin embargo, para concluir que esta flexibilidad tiene poca influencia en la respuesta del puente, en desplazamientos y aceleraciones, se puede realizar el siguiente razonamiento apoyado en resultados de estudios previos.

Los efectos de la flexibilidad de la vía se van a transmitir al puente a través de las fuerzas de contacto eje-vía. En la sección anterior de este capítulo se ha visto que las fuerzas laterales máximas eje-vía, al igual que ocurre con las verticales, sufren un incremento al considerar la flexibilidad de la vía. Sin embargo, este incremento en las fuerzas de contacto no es significativo cuando se filtra la señal y se elimina la contribución de frecuencias mayores de 20 Hz.

En las conclusiones del informe final del proyecto de investigación *ERRI-D181 (1996)* *Fuerzas laterales sobre puentes ferroviarios*, se dice que “sólo las fuerzas correspondientes a frecuencias menores a 10 Hz actuarán un tiempo suficientemente largo para dar lugar a una flecha lateral de un puente. Sin embargo, sí que se registran frecuencias mayores en aceleraciones laterales de los tableros”.

Los aumentos en las fuerzas de contacto (en la banda de frecuencias altas), por considerar la flexibilidad de la vía, no se van a traducir en incremento de las flechas en los tableros, y por lo tanto, los esfuerzos en la estructura tampoco serán mayores.

Figura 12.4.: Fuerza lateral eje-vía del eje nº1 de máquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.

En ese mismo estudio, se filtran las fuerzas laterales eje-vía medidas experimentalmente con una frecuencia de corte de 20 Hz porque se piensa que frecuencias mayores a esa no van a influir en la respuesta del puente.

En el eurocódigo [EN-1990:2002/A2](#) (2005) y en la instrucción española [IAPF-07](#) (2007), se evalúa la seguridad del tráfico asociada al comportamiento vertical del puente limitando la aceleración vertical del tablero, pero eliminando la contribución de frecuencias mayores de 30 Hz.

Las frecuencias de vibración natural de más peso en el comportamiento dinámico de los puentes no son tan altas como las correspondientes a las vibraciones de la vía (mayores de 48 Hz). Se puede pensar que estas últimas no van a influir significativamente en la respuesta del puente.

Por lo tanto, se puede concluir que la flexibilidad de la vía no va a influir significativamente en la respuesta dinámica del puente.

12.5. Inconvenientes de considerar la flexibilidad de la vía

Los inconvenientes, consecuencia de considerar la flexibilidad de la vía en estudios de interacción tren-puente o tren-puente-viento, son principalmente los siguientes:

- El modelo de puente y vía flexible (Figura 12.8), descrito en el Capítulo 3, considera un elevado número de grados de libertad al modelar la vía con numerosos elementos. Esto es un gran inconveniente en sistemas no lineales y

Figura 12.5.: Fuerza lateral eje-vía *filtrada* del eje nº1 de máquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.

más en sistemas dinámicos no lineales. El coste computacional se incrementa enormemente por tener que evaluar, durante la resolución numérica, matrices jacobianas de gran tamaño, en cada paso de tiempo y en cada iteración de Newton-Raphson del sistema puente.

- Los movimientos de los carriles introducen un ruido de alta frecuencia que afecta negativamente a la convergencia de procedimiento de solución numérica, aumentando de nuevo el gasto computacional.

12.6. Conclusión.

Por los inconvenientes expuestos derivados de considerar la flexibilidad de la vía en estudios de interacción vehículo-puente, y por la escasa influencia que tiene dicha flexibilidad en la seguridad del tráfico ferroviario y en el confort de los pasajeros, se decide utilizar el modelo B de puente en el estudio que recoge el Capítulo 15. Este modelo de puente (Capítulo 3) considera la vía rígidamente unida al tablero.

Figura 12.6.: Factor de descarrilamiento del eje nº1 de la maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida .

Figura 12.7.: Factor de pérdida de carga del eje nº1 de la maquina del tren AVE S-100 viajando a 360 km/h. sobre vía flexible y sobre vía rígida.

Figura 12.8.: Modelo de elementos finitos del puente con vía flexible. Modelo A

13. Influencia del perfil de la rueda y de las características mecánicas del vehículo en la estabilidad del tren

13.1. Introducción

En el Capítulo 14 de este trabajo, se recogen los resultados del estudio realizado sobre la respuesta dinámica lateral de viaductos altos de líneas de alta velocidad por el paso del tren. Para ese estudio se usó un modelo de puente que incorpora la flexibilidad de la vía (Modelo A, Capítulo 3), y un modelo de interacción eje-vía que considera la teoría no lineal del contacto rueda-carril, expuesta más arriba (Capítulo 5), y un perfil cónico de la rueda. Este estudio se realizó con el tren tipo AVE S-103 (o ICE-3) de marca Siemens.

En el presente capítulo se pretende justificar el modelo y el tipo de vehículo elegidos para realizar las simulaciones dinámicas del estudio recogido en el mencionado Capítulo 14. Para ello se van a estudiar las diferencias que se producen en el comportamiento de los dos tipos de vehículos de alta velocidad modelados en esta tesis, el Ave S100 de Alstom (Thalys) y el AVE S-103 de Siemens (ICE-3), cuando se emplea primero, un modelo de interacción eje-vía con perfil de rueda cónica, y después, un modelo de interacción eje-vía que considera el perfil completo de la rueda.

13.2. Tren articulado Ave-Alstom. Rueda cónica y perfil completo

Para evaluar la influencia del modelo de interacción de rueda cónica en el comportamiento dinámico del tren articulado Ave-Alstom, se ha simulado un evento dinámico que se describe a continuación. Se trata de un tren de este tipo con 5 vehículos viajando a lo largo de 380 m de vía fuera de puente a 360 km/h. La calidad de la vía corresponde a la clase 5 F.R.A. (Capítulo 6). De los 5 vehículos del convoy, 2 son locomotoras, 2 son vehículos de transición y uno es un coche de pasajeros. Las características mecánicas de este tren están recogidas en la Sección 4.6.

De este evento, se simulan dos casos, el primero utilizando el modelo de interacción de perfil completo de la rueda (Subsección 5.2.3), y el segundo usando el modelo de interacción de rueda cónica con conicidad equivalente de 0.045 (Subsección 5.2.2).

Las variables dinámicas registradas de estas simulaciones han sido, la aceleración lateral y vertical de la caja del vehículo nº5 del tren (Figura 13.1 y Figura 13.2), la fuerza lateral eje-vía del eje nº 16 del tren (Figura 13.3), y el desplazamiento lateral relativo entre el eje nº 16 y la vía (Figura 13.4).

Figura 13.1.: Aceleración lateral del coche nº5 del Tren Ave-Alstom, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.

Excepto la aceleración vertical del vehículo de este tren Ave-Alstom, que es prácticamente la misma con los dos modelos usados, en el resto de gráficas recogidas aquí, se observa que el movimiento lateral del tren Ave-Alstom es un movimiento inestable cuando se emplea el modelo de rueda cónica.

La explicación a este comportamiento inestable del tren Ave-Alstom, cuando se utiliza un modelo de interacción con rueda cónica, está en la inexistencia de fuerza lateral de centrado por gravedad del eje. Como se cuenta en el texto de [Iwnicki \(2006\)](#), cuando el perfil de la rueda es perfectamente cónico, las reacciones laterales $Q \cdot \tan \gamma$, a las fuerzas normales estáticas son idénticas en ambas ruedas (Figura 13.5). Sin embargo, cuando el perfil de las ruedas es cóncavo (perfil completo de la rueda, Figura 13.6), las fuerzas normales debidas a la carga estática del eje, no permanecen iguales con el desplazamiento lateral del eje. En este caso, una fuerza lateral de centrado por gravedad aparece en el eje al sumar las proyecciones horizontales de las fuerzas normales citadas.

Por lo visto en estas pruebas al tren Ave-Astom, se puede afirmar que el modelo de

Figura 13.2.: Aceleración vertical del coche nº5 del Tren Ave-Alstom, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.

interacción eje-vía que considera la rueda cónica no es adecuado para reproducir el comportamiento dinámico del tren.

13.3. Tren ICE-3. Rueda cónica y perfil completo

Para comparar las diferencias en el comportamiento dinámico del tren tipo ICE-3, que se producen al emplear el modelo de interacción eje-vía con un perfil cónico de rueda o el que considera el perfil completo de la rueda, se ha simulado el siguiente evento dinámico. Se trata de un tren de 5 coches iguales tipo ICE-3, con las características mecánicas recogidas en la Sección 4.5, que recorre 380 m. de vía fuera de puente, con irregularidades F.R.A. clase 5, a 360 km/h.

Con el tren ICE-3, se han simulado dos casos para el evento dinámico descrito. El primero se simula con el modelo de interacción que considera el perfil completo de la rueda (Subsección 5.2.3). El segundo se simula con un modelo de interacción eje-vía que considera un perfil cónico de la rueda, con una conicidad equivalente de 0.045 (Subsección 5.2.2).

En primer lugar, se comparan las aceleraciones laterales de la caja del coche nº 2 del tren. En la Figura 13.7 se observa que la aceleración lateral del vehículo con el modelo de rueda cónica es ligeramente mayor que con el modelo de rueda con perfil completo. Además, no se aprecia inestabilidad en el movimiento de lateral de la caja del vehículo con ninguno de los dos modelos.

Figura 13.3.: Fuerza lateral del eje-vía del eje nº 16 del Tren Ave-Alstom, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.

Igual que ocurría con el tren articulado, el tren ICE-3 presenta prácticamente la misma gráfica de aceleraciones verticales, (Figura 13.8), con los dos modelos de interacción eje-vía utilizados en la simulación de este evento.

La fuerza lateral eje-vía registrada con los dos modelos para este tren presenta diferencias significativas (Figura 13.9). La fuerza máxima lateral eje-vía se registra con el modelo de perfil completo de rueda. Esta fuerza máxima es del orden del doble de la que se calcula empleando el modelo de rueda cónica, no superando sin embargo los 12 kN. Estas diferencias en la fuerza lateral eje-vía se explican por la presencia, cuando se usa el modelo de perfil completo, de la fuerza lateral de guiado por gravedad eje-vía. Con el modelo de rueda cónica esta fuerza lateral de guiado por gravedad no aparece.

El desplazamiento lateral relativo del eje respecto a la vía (Figura 13.10), también presenta diferencias en los dos modelos usados. Este desplazamiento es de 4 mm como máximo en el caso de emplear el perfil cónico de la rueda, mientras que solo alcanza 1 mm con el modelo de perfil completo. Estas diferencias también se explican por la presencia de la fuerza lateral de centrado por gravedad en el modelo de perfil completo de la rueda, que reduce la amplitud de este movimiento lateral eje-vía .

Además de lo dicho, se pueden realizar las siguientes observaciones:

- Con ningún modelo de rueda este tren llega a tocar con la pestaña en el carril para el evento simulado.
- El movimiento lateral de este tren no es inestable. Al contrario de lo que ocurría con el tren articulado Ave-Alstom, este tren ICE-3 no presenta un aumento

Figura 13.4.: Desplazamiento lateral relativo eje-vía del eje n° 16 del Ave-Alstom, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.

Figura 13.5.: Fuerza lateral de centrado por gravedad en eje con rueda cónica.

progresivo en el desplazamiento lateral eje-vía, aunque se use el modelo de rueda cónica. A pesar de que con el modelo de rueda cónica no aparece la fuerza lateral de centrado por gravedad descrita, debido a las buenas características mecánicas de este vehículo, el movimiento lateral del eje se estabiliza por las fuerzas de rigidez y amortiguamiento que le transmite la suspensión primaria.

13.4. Conclusiones

Por todo lo expuesto, aunque el modelo de interacción eje-vía que considera el perfil completo de la rueda reproduce mejor el comportamiento del tren, en el caso del ICE-3, se puede usar el modelo de rueda cónica para estudiar la seguridad del tráfico

Figura 13.6.: Fuerza lateral de centrado por gravedad en eje con perfiles completos de rueda.

Figura 13.7.: Aceleración lateral del coche nº2 del Tren ICE-3, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.

y el confort de los viajeros, cuando la fuerza lateral eje-vía no sea determinante en el estudio. Este va a ser el caso del estudio cuyos resultados se recogen en el Capítulo 14.

Por otro lado, cuando se utilice el tren articulado Ave-Alstom, para estudios de interacción, va a ser necesario el empleo del modelo de interacción que considera el perfil completo de la rueda, ya que el otro modelo, el de rueda cónica, simula una respuesta lateral inestable, no real, de este tren.

Figura 13.8.: Aceleración vertical del coche nº2 del Tren ICE-3, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.

Figura 13.9.: Fuerza lateral del eje-vía del eje nº 8 del Tren ICE-3, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.

Figura 13.10.: Desplazamiento lateral relativo eje-vía del eje nº 8 del Tren ICE-3, con perfil completo de la rueda y con perfil de rueda cónica.

14. Estudio de la respuesta dinámica lateral de viaductos altos de líneas de alta velocidad por el paso tren

14.1. Introducción

El objetivo del estudio, cuyos resultados se recogen en el presente capítulo, es conocer la influencia de la altura de pila, o de la flexibilidad lateral del puente, en la seguridad del tráfico ferroviario y en el confort de los pasajeros cuando el tren viaja sobre un viaducto de una línea de alta velocidad. Para este estudio se han realizado una serie de simulaciones dinámicas utilizando los siguientes modelos dinámicos que ya han sido descritos en capítulos previos:

- Modelo A de puente. Considera la flexibilidad de la vía (Capítulo 3 y Figura 14.1).
- Modelo de interacción no lineal eje-vía con perfil cónico de la rueda (Capítulo 5).
- Modelo multibody para vehículo tipo convencional (Sección 4.5).

El tren de alta velocidad considerado en este estudio es el AVE S-103 (Tipo ICE-3) cuyas características dinámicas están recogidas en la Subsección 4.5.4 de este documento.

El Capítulo 13 presenta una justificación de la elección del modelo de interacción eje-vía y del tipo de tren para este estudio.

14.2. Descripción de los casos simulados

El presente estudio se ha desarrollado en dos fases. En la primera, se estudia la influencia de la altura de pila en la respuesta del tren y del puente. Los puentes estudiados en esta fase han sido cuatro. El tablero es el mismo en los cuatro puentes. Este tablero tiene 8 vanos (Figura 14.2). Los vanos inicial y final tienen una luz de 52 m., mientras que la luz de los intermedios es de 67 m. La altura de los cuatro puentes es de 60 m., 80 m., 100 m. y 120 m. respectivamente. Los cuatro

Figura 14.1.: Modelo de elementos finitos del puente. Modelo A

puentes cruzan un valle en forma de V. Las características mecánicas de estos cuatro puentes modelados, que utilizan la sección del tablero del puente de Barbantño (eje ferroviario Orense-Santiago), así como la altura de todas sus pilas, están recogidas en la Subsección 3.8.3 de esta tesis. Las propiedades de la vía se contaron en la Sección 3.7. Las irregularidades geométricas de la vía considerada corresponden a la Clase 5 F.R.A. (Sección 6.6). Para este estudio, el perfil de irregularidades de vía generado tiene una longitud de 100 m, y se ha repetido (ensamblado) para configurar el perfil completo de la vía.

Para cada uno de estos cuatro puentes se han realizado varias simulaciones dinámicas con el tren viajando a distintas velocidades. En concreto el tren viaja 10 veces por cada puente con velocidades comprendidas entre los 200 km/h. y los 380 km/h., (con incrementos de velocidad de 20 km/h desde 200 para obtener las velocidades

Figura 14.2.: Modelo de E.F. del puente de 120 m de altura. Barbantiño.

intermedias).

Para corregir la respuesta del puente, obtenida en la primera fase, referente a una comprobación de deformación lateral del tablero recogida en la [IAPF-07 \(2007\)](#), se ha llevado a cabo una segunda fase del estudio. En esta segunda fase, para mejorar la respuesta del puente, varias versiones del puente de 120 m. de altura con diferentes cambios en sus propiedades dinámicas (rigidez de las pilas, masa del tablero y frecuencia natural de vibración) han sido estudiadas con el viaje del tren a 380 km/h.

14.3. Estados límites de servicio comprobados

Los estados límites de servicio comprobados en este estudio, por seguridad del tráfico y por confort de los viajeros, referentes a la respuesta dinámica del puente y del tren se relacionan a continuación. Todos ellos ha sido descritos en la Sección 2.6:

- Por seguridad del tráfico:
 - Asociados a la respuesta del puente ([IAPF-07 \(2007\)](#) y Eurocódigo [EN-1990:2002/A2 \(2005\)](#)):
 - Aceleración vertical del tablero $a_{v,max} \leq 0.35 \cdot g$.
 - Giro horizontal máximo (de eje vertical) del tablero respecto al estribo $\theta_H \leq 0.0015 \text{ rad}$ (para $v > 220 \text{ km/h}$).
 - Mínimo radio de curvatura horizontal del tablero $R \geq 14000 \text{ m}$ (para $v > 220 \text{ km/h}$).
 - El giro de cualquier sección transversal del tablero (θ_t) alrededor de un eje longitudinal (eje x) $\theta_t \leq 0.0013 \text{ rad}$ (para $v > 220 \text{ km/h}$). (Sólo [IAPF-07 \(2007\)](#)).

- Desplazamiento máximo transversal relativo entre dos puntos cualesquiera de un vano del tablero. Menor de 6 mm. (Sólo [IAPF-07 \(2007\)](#)).
 - Aceleración transversal del tablero. $a_{h,max} \leq 1.4 \text{ m/s}^2$ (Sólo *Código chino de diseño de puentes de ferrocarril de alta velocidad*).
- Asociados a la respuesta del vehículo ([TSI \(2008\)](#) y [EN-14363 \(2005\)](#)):
 - Máxima fuerza lateral eje-vía. Criterio de PRUD'HOMME $(\sum Y)/(10 + \frac{P_0}{3} \text{ (kN)}) < 1$ (Ver Subsección 2.6.2).
 - Factor de descarrilamiento de un eje $DF = \frac{Y}{Q} < 0.8$.
 - Factor de pérdida de carga de una rueda $OF = \frac{\Delta Q}{Q_0} < 0.8$.
 - Aceleración lateral de la caja del vehículo $\ddot{u}_{V,y} \leq 1.0 \text{ m/s}^2$ (Sólo [Zhang et al. \(2008\)](#) y *Código chino*).
 - Aceleración vertical de la caja del vehículo $\ddot{u}_{V,z} \leq 1.3 \text{ m/s}^2$ (Sólo [Zhang et al. \(2008\)](#) y *Código chino*).
- Por confort de los viajeros. Estados límite asociados a la respuesta en aceleraciones en puntos de la caja de los vehículos de pasajeros. ([EN-12299 \(2009\)](#)):
 - Índice de confort medio $N_{MV} < 2.5$ (viaje cómodo).
 - Índices de confort continuo lateral y vertical: $C_{Cy}(t), C_{Cz}(t) < 0.3 \text{ m/s}^2$ (viaje cómodo).

14.4. Resultados observados

El grupo de figuras comprendidas entre la Figura 14.3 y la Figura 14.14 muestran algunos de los resultados obtenidos en la primera parte de este estudio. Estos resultados consisten en la respuesta del puente (Figura 14.3 y Figura 14.4) y la del tren (Figura 14.5 y Figura 14.6) correspondientes a un caso en el que el tren viaja a 360 km/h. sobre el puente de 120 m. de altura. Además, se recogen aquí, los valores máximos de la respuesta del puente (de la Figura 14.7 a la Figura 14.10) y de la respuesta del tren (de la Figura 14.11 a la Figura 14.14) de todos los casos estudiados en la primera fase de este estudio.

Los resultados obtenidos en la segunda fase de este estudio se muestran en la Figura 14.15. Allí, como ya se ha mencionado, el valor de un parámetro de la respuesta dinámica del puente es mejorado por medio de cambios introducidos en las propiedades dinámicas del puente de 120 m. de altura.

14.4.1. Análisis de los resultados observados. Primera fase del estudio

14.4.1.1. Caso puente de 120 m. de altura y velocidad del tren de 360 km/h.

Antes del análisis de los resultados, es interesante destacar que, al inicio de todas las simulaciones realizadas, el primer eje del tren está situado 10 m. antes del puente. Y en el instante final de las simulaciones, el último eje del tren sale del puente. Por ejemplo, en el caso simulado en el que el tren viaja a 360 km/h. por el puente de 120 m. de altura, el tren, o parte de él, está sobre el puente desde el instante $t = 0.1$ s. al instante $t = 7.597$ s.

En este caso, sólo una oscilación principal se produce en el giro transversal del tablero en el centro del vano n^o5 (Figura 14.3a) y en el desplazamiento lateral de la pila (Figura 14.3b) durante el tiempo de simulación.

Figura 14.3.: Caso $H=120$ m. $V=360$ km/h. Respuesta del Puente I. (a) Giro transversal del tablero (de eje longitudinal x) en el centro del vano n^o5. (b) Desplazamiento lateral de la cabeza de la pila n^o4.

Observando la Figura 14.4a y la Figura 14.4b, se pueden encontrar mayores frecuencias de oscilación en las aceleraciones verticales y laterales del tablero. En la aceleración vertical del tablero en el centro del vano n^o1 (Figura 14.4a), se detecta claramente la frecuencia de 4.02 Hz (periodo de 0.248 s.). Además, la amplitud de esta aceleración en este punto del tablero crece suavemente hasta un determinado momento. Esta es una gráfica típica que muestra un caso de resonancia en el puente inducida por el paso del tren. De hecho, en este caso, la velocidad del tren ($v = 100$ m/s.) es una velocidad de resonancia. Esta velocidad corresponde a una frecuencia de excitación de $v/l_v = 4.02$ Hz., donde l_v es la longitud del vehículo. Esta frecuencia de excitación coincide, en este caso, con la frecuencia natural correspondiente al quinto modo de flexión vertical del tablero. La mayoría de la flexión del tablero

sucede en el primer y último vano del puente en este modo de vibración. Por otro lado, aunque se observe un fenómeno de resonancia en la respuesta vertical del primer vano del puente, la aceleración máxima obtenida es todavía baja en relación al límite permitido en las normas (3.5 m/s^2).

Figura 14.4.: Caso $H=120 \text{ m}$. $V=360 \text{ km/h}$. Respuesta del Puente II. (a) Aceleración vertical del tablero en el centro del vano n°1. (b) Aceleración lateral del tablero en el centro del vano n°5.

En la Figura 14.4b se representa la aceleración lateral del tablero en el centro del vano n°5. En ella, se pueden detectar claramente dos frecuencias de este movimiento. Estas frecuencias de vibración son la primera de flexión lateral del puente (0.173 Hz .) y la ya citada quinta de flexión vertical del tablero (4.02 Hz .). Aunque esta última es una frecuencia que corresponde al movimiento vertical del puente, está también claramente presente en el movimiento lateral del puente. Este fenómeno puede ser explicado de la siguiente manera. Esta frecuencia del movimiento vertical del tablero se transmite al vehículo porque no existe movimiento vertical relativo entre tablero (vía) y ejes del tren. De esta forma, las fuerzas de contacto verticales también registran esta frecuencia de oscilación. Como las fuerzas de contacto laterales dependen de las fuerzas normales (verticales) de contacto de acuerdo con la teoría de Kalker, las fuerzas laterales ejercidas por los ejes sobre el puente transmiten esa frecuencia de oscilación al comportamiento lateral del tablero.

En las Figuras 14.5a, 14.5b, y 14.6a, están representadas las aceleraciones verticales, laterales y de balanceo, (giro de eje longitudinal), de la caja de los vehículos 4, 10 y 3 del tren respectivamente. Esta respuesta del vehículo corresponde a la citada simulación del un tren viajando a 360 km/h . sobre el puente de 120 m . de altura. En este caso estudiado, la respuesta del vehículo es muy buena. En otras palabras, las aceleraciones de la caja o cabina de los vehículos del tren son bajas y la respuesta del tren va a cumplir con los requisitos de seguridad y confort como se verá en los resultados globales del estudio.

En la Figura 14.6b, se representa el desplazamiento lateral absoluto del eje n° 1 del tren y el desplazamiento lateral relativo de dicho eje respecto a la vía en este

Figura 14.5.: Caso $H=120$ m. $V=360$ km/h. Respuesta del Vehículo I. (a) Aceleración vertical de la caja del vehículo n°4. (b) Aceleración lateral de la caja del vehículo n°10.

caso simulado. Aunque el desplazamiento lateral absoluto alcanza los 12 mm. debido a los movimientos de la vía y del puente, y a las irregularidades de la vía, el desplazamiento relativo no es mayor que 4 mm. De esta manera las ruedas no llegan a tocar con la pestaña el carril durante el viaje de este tren sobre un puente alto. Ese contacto pestaña-carril ocurre cuando el desplazamiento lateral relativo es aproximadamente de ± 7 mm. (*Iwnicki (2006)*). Este resultado, reafirma la idea expuesta en el Capítulo 13 de que el modelo de interacción de rueda de perfil cónico es adecuado para el estudio de la interacción dinámica puente-tren cuando el tren modelado es el ICE-3 (AVE S-103).

Figura 14.6.: Caso $H=120$ m. $V=360$ km/h. Respuesta del Vehículo II. (a) Aceleración angular de eje x del vehículo n°3. (b) Desplazamiento lateral absoluto y_w , y relativo Δy_w del primer eje del tren respecto a la vía.

14.4.1.2. Resultados globales. Seguridad del tráfico

Como resultados globales se han representado la máxima respuesta de los cuatro modelos de puentes empleados y la máxima respuesta del vehículo frente las velocidades del tren en las simulaciones realizadas. De esta manera, es posible observar la evolución de esas respuestas cuando la velocidad del tren y la rigidez lateral del puente cambian.

Sobre la respuesta del puente: Los desplazamientos laterales de las cabezas de las pilas (Figura 14.7a), y del tablero (Figura 14.7b), su giro transversal (Figura 14.8a), y los giros debidos a flexiones laterales del tablero (Figura 14.8b), crecen con la altura de pilas, y en general con la velocidad del tren. Sin embargo, el radio de curvatura mínimo decrece con la velocidad del tren. Estos resultados se pueden explicar por el incremento de la flexibilidad de los puentes que se han estudiado, y al aumento de la acción del tren sobre el puente cuando aumenta su velocidad.

Figura 14.7.: Resultados globales. Respuesta del Puente I. (a) Máximo desplazamiento lateral de la cabeza de la pila n°5. (b) Máximo desplazamiento lateral relativo del tablero dentro del vano n°7.

Es de destacar que, en las Figuras 14.7a y 14.7b, no se detectan resonancias en los desplazamientos laterales de los puentes. No hay picos en los gráficos. Sin embargo, si aparecen resonancias en la respuesta de los puentes en aceleraciones laterales y verticales, en los casos estudiados. En las Figuras 14.9b, 14.10a y 14.10b, donde se representan aceleraciones laterales de las cabezas de las pilas y del tablero, y aceleraciones verticales del tablero, si se detectan picos en las gráficas.

Las resonancias en la respuesta vertical del puente son mucho más claras que en la dirección lateral. En la Figura 14.10b se pueden observar dos picos en la aceleración vertical del tablero en el centro del vano n°1. El primero sucede con el viaje del tren

Figura 14.8.: Resultados globales. Respuesta del Puente II. (a) Máximo giro transversal del tablero en el centro del vano n°5. (b) Máximo giro horizontal (de eje z) del tablero en el estribo n°1.

a 280 km/h. A esta velocidad, la serie de cargas verticales de los ejes del tren inducen una frecuencia de excitación de $v/l_v=3.12$ Hz. ($l_v = 24.875$ es la longitud del vehículo AVE S-103). Esta es también la primera frecuencia natural de vibración vertical del tablero en los cuatro puentes modelados. La resonancia vertical del tablero relativa al segundo pico encontrado en la gráfica de la Figura 14.10b se puede explicar también con el mismo mecanismo. En este caso la frecuencia de excitación, ya comentada más arriba, corresponde a una velocidad del tren de 360 km/h. (4.02 Hz) está muy próxima a la quinta frecuencia de flexión vertical del tablero de los cuatro puentes ensayados.

El análisis de la respuesta dinámica lateral de los puentes de pilas altas modelados se puede realizar comparando los resultados obtenidos de su respuesta vertical y lateral. Se observan varias diferencias significativas:

- Los valores obtenidos en aceleraciones laterales son 10 veces mas bajos que los observados en aceleraciones verticales.
- Las curvas de aceleraciones laterales (picos incluidos) son diferentes en cada puente ensayado (figuras 14.9b y 14.10a).
- Los picos detectados en las curvas de aceleraciones laterales son más pequeños que los observados en aceleraciones verticales.

Las diferencias anteriores se pueden explicar con los siguientes argumentos. Las fuerzas laterales ejercidas por los ejes del tren sobre la vía, (sobre el puente), son mucho más pequeñas que las verticales. Las frecuencias naturales de oscilación correspondientes a modos de flexión lateral son diferentes en cada modelo de puente estudiado, sin embargo, la vertical es prácticamente la misma en todos los puentes.

Figura 14.9.: Resultados globales. Respuesta del Puente III. (a) Mínimo radio de curvatura horizontal del tablero en el vano n°8 calculado con el método aproximado de la *IAPF-07* (2007). (b) Máxima aceleración lateral del tablero en el centro del vano n°6.

Por otro lado, el posible mecanismo de resonancia de la respuesta lateral del puente es diferente al correspondiente al comportamiento vertical del puente.

Mientras que la resonancia vertical de los puentes es inducida por series periódicas de cargas móviles, con valor medio de 166 kN por eje, la posible resonancia lateral del puente puede ser inducida por las oscilantes cargas laterales de los ejes contra la vía (efecto lazo). Estas cargas laterales por eje tienen un valor medio de cero y un valor máximo sobre 7 kN por eje (en este estudio). La oscilación de estas cargas laterales de interacción eje-vía se debe al movimiento de lazo de los ejes, debido a la conicidad de las ruedas entre otros parámetros, y a las irregularidades geométricas de la vía. Ahora, la principal frecuencia de excitación lateral del puente puede ser calculada como v/l_S . Donde, v es la velocidad del tren y l_S es la longitud de onda del movimiento lazo del vehículo. Las longitudes de onda del movimiento lazo del tren AVE S-103 utilizado en este estudio se recogen, junto con las frecuencias de excitación correspondientes, en la Tabla 14.1. Estas longitudes de onda ha sido calculadas con el modelo de interacción vía-tren empleado en este estudio.

En el ferrocarril de alta velocidad, esas frecuencias de excitación lateral son relativamente altas comparadas con las primeras frecuencias de vibración lateral de los viaductos de pilas altas. Por lo tanto, los modos laterales del puente que pueden ser excitados son poco relevantes. Además, en viaductos largos, cuando la longitud del tren (l_T) es mas pequeña que la del puente (l_b), todos los ejes del tren actúan sobre el puente al mismo tiempo. En este caso, las resonancias laterales no son obvias debido a la cancelación de las fueras laterales de los ejes moviéndose con diferentes fases (*Xia et al.* (2006b)).

A pesar de las resonancias encontradas, todas las deformaciones (giros y despla-

Figura 14.10.: Resultados globales. Respuesta del Puente IV. (a) Máxima aceleración lateral del tablero sobre la pila n°6. (b) Máxima aceleración vertical del tablero en el centro del vano n°1.

Velocidad del tren (km/h)	Longitud de onda (m)	Frecuencia de excitación (Hz)
180	41,00	1,22
220	43,88	1,29
260	46,51	1,55
300	49,00	1,70
340	51,38	1,84
380	53,41	1,88

Cuadro 14.1.: Longitudes de onda del movimiento lazo de los ejes del tren AVE S-103 (ICE-3)

mientos) y las aceleraciones verticales y laterales del tablero satisfacen las limitaciones impuestas por seguridad del tráfico citadas en la Sección 14.3.

Se puede comentar la limitación impuesta a la deformación lateral del tablero por la *IAPF-07* (2007), para controlar las vibraciones laterales del mismo. Esta norma limita el desplazamiento máximo transversal relativo entre dos puntos cualesquiera de un vano del tablero, considerándolo como un movimiento aislado independiente de la subestructura. Esta limitación es de 6 mm. La Figura 14.7b recoge los valores del mencionado parámetro de deformación lateral del tablero en los casos simulados pero sin considerar el tablero como un elemento aislado de las pilas. En esta gráfica se observa que cuando el tren viaja a más de 320 km/h sobre el puente de 100 m. de altura, o a más de 200 km/h en el puente de 120 m. de altura, este parámetro supera los 6 mm. Sin embargo, el cálculo correcto del parámetro de la norma se tendría que realizar considerando las pilas infinitamente rígidas frente a su desplazamiento

lateral. Como en la gráfica de la Figura 14.7b, la deformación calculada no supera los 6 mm para ninguna velocidad del tren en el puente de 60 metros de altura de pila, tampoco lo hará para un puente con las pilas infinitamente rígidas o de altura cero. Por lo tanto, el tablero considerado en este estudio satisface este estado límite de servicio por seguridad del tráfico.

Figura 14.11.: Resultados globales. Respuesta del Vehículo I. (a) Máxima aceleración lateral de la caja de un vehículo del tren. (b) Máxima aceleración vertical de la caja de un vehículo del tren.

Sobre la respuesta del tren: Las aceleraciones laterales y verticales máximas de la caja del vehículo no depende prácticamente de la flexibilidad lateral del puente, es decir, no depende de la altura de pila del viaducto como se puede apreciar en las gráficas de las Figuras 14.11a y 14.11b. Las cuatro curvas azules de estas gráficas prácticamente coinciden. Estas aceleraciones, sin embargo, si crecen con la velocidad del tren. En estas figuras, y en las siguientes, se han representado 5 curvas, que corresponden a la respuesta del vehículo viajando por los 4 puentes modelados, y cuando viaja sobre vía sin la presencia del puente. En todas las simulaciones realizadas para elaborar las 5 curvas de resultados de estas figuras, se ha utilizado la misma vía con el mismo perfil de irregularidades geométricas.

En la Figura 14.11a, se puede observar que no se producen resonancias en la aceleración lateral del vehículo. Las resonancias en las aceleraciones laterales del tablero no se transmiten, o son filtradas por el sistema dinámico vehículo, de forma que no se aprecian en la respuesta de la caja o cabina del mismo.

En la gráfica de la Figura 14.11b, si se aprecia un fenómeno de resonancia en la aceleración vertical del coche cuando el tren viaja a 280 km/h. sobre cualquiera de los 4 puentes modelados. Se observa también que este fenómeno también sucede cuando el tren viaja sobre vía sin puente, por lo que se puede pensar que el comportamiento del tren es casi independiente de la existencia de estos puentes. La resonancia

Figura 14.12.: Resultados globales. Respuesta del Vehículo II. (a) Máximo factor de descarrilamiento de un eje del tren. (b) Máxima fuerza lateral eje-vía.

encontrada en esta aceleración vertical del vehículo se debe a las características mecánicas del mismo y a las de las irregularidades de la vía generadas. En concreto, esta resonancia en el comportamiento vertical del vehículo se debe al acoplamiento de su movimiento vertical de 0.76 Hz, a la velocidad de 280 km/h. (77.77 m/s), con la longitud de onda artificial de 100 m. introducida al ensamblar los tramos de irregularidades de vía generados. Aunque esta resonancia en el comportamiento vertical del vehículo no debería existir, se han dejado aquí estos resultados de las simulaciones realizadas porque no van a afectar a las conclusiones del presente estudio.

En las dos figuras citadas (14.11a y 14.11b), y en casi todas las siguientes, se observa que la respuesta del vehículo es algo mayor sobre puente que sobre vía sin puente. Esto se puede explicar por la diferencia de amortiguamiento que existe entre el que tiene sistema estructural puente más vía, y el del sistema estructural vía sola. La vía es un sistema dinámico muy amortiguado, con ratios de amortiguamiento modales próximos al 100 % del amortiguamiento crítico. En cambio, el sistema estructural puente tiene ratios de amortiguamiento modales próximos al 1 % en sus principales modos.

Por otro lado, las aceleraciones en la caja del vehículo están muy lejos de superar los valores límite, por seguridad del tráfico, recogidos en el Código chino ($\ddot{u}_{V,y} \leq 1.0 \text{ m/s}^2$ acel. lateral y $\ddot{u}_{V,z} \leq 1.3 \text{ m/s}^2$ acel. vertical).

En las gráficas de las Figuras 14.12a, 14.12b y 14.13a, se recogen los índices de seguridad del tráfico de factor de descarrilamiento, factor de pérdida de carga de un eje y máxima fuerza lateral eje-vía (criterio Prud'Homme) respectivamente. Estos índices, definidos en la Sección 2.6 y que han sido calculados aplicando los filtros correspondiente, también están muy lejos de alcanzar los valores límite de 0.8 en

los dos primeros y de 65.35 kN en el tercero para este tren. Por otro lado, de estas gráficas se puede comentar que, en el caso del factor de descarrilamiento y en el de máxima fuerza lateral eje-vía, se observa que estos índices no dependen de la flexibilidad lateral del puente hasta la velocidad del tren de 320 km/h. A partir de esta velocidad, si se aprecian diferencias en estos índices. Los puentes más altos ocasionan peores índices de seguridad del tráfico. Por otra parte, el factor de pérdida de carga de un eje, asociado sólo a cargas verticales de las ruedas, es prácticamente independiente de la flexibilidad lateral de la estructura y de la presencia del puente para todas las velocidades del tren estudiadas.

Figura 14.13.: Resultados globales. Respuesta del Vehículo III. (a) Máximo factor de pérdida de carga de un eje del tren. (b) Peor índice de confort medio de los vehículos del tren.

14.4.1.3. Resultados globales. Confort de los viajeros

El índice de confort medio N_{MV} , y los de confort continuo lateral $C_{Cy}(t)$ y vertical $C_{Cz}(t)$, están asociados a las aceleraciones que se producen en la caja o cabina de los coches de pasajeros. Estos índices han sido definidos en la Subsección 2.6.3. Se han calculado según la norma [EN-12299 \(2009\)](#), y se recogen en las Figuras 14.13b, 14.14a y 14.14b, sus valores máximos, correspondientes a peor confort. Se observa en ellas que, como ocurría con las aceleraciones de la caja de los vehículos, no dependen prácticamente de la flexibilidad del puente ensayado. Se aprecia también que la presencia del puente aumenta estos índices, es decir, empeora el confort del viaje para los pasajeros. Sin embargo, los valores máximos de estos índices quedan dentro de los límites de un viaje cómodo en todos los casos ($N_{MV} < 2.5$, $C_{Cy}(t)$, $C_{Cz}(t) < 0.3 \text{ m/s}^2$)

14.4.2. Segunda fase del estudio

En la primera fase de este estudio se ha visto que todos los parámetros de la respuesta del tren y del puente estudiados cumplen las limitaciones impuestas en las normas

Figura 14.14.: Resultados globales. Respuesta del Vehículo IV. (a) Peor índice de confort continuo lateral de un vehículo del tren. (b) Peor índice de confort continuo vertical de un vehículo del tren.

por seguridad del tráfico y confort de los viajeros para todos los casos simulados del paso del tren por puentes de pilas altas. Sin embargo, se ha querido realizar una segunda fase de este estudio para tratar de mejorar un parámetro de la respuesta del puente. El desplazamiento lateral relativo entre dos puntos cualesquiera del tablero dentro de un vano. Los máximos valores de este parámetro se han representado en la Figura 14.7b para los diferentes casos. Si se pretendiera que este parámetro, calculado considerando la flexibilidad de las pilas, bajara de 6 mm., se podría intentar cambiando las características mecánicas del puente (rigidez de las pilas, masa del tablero y frecuencia de oscilación lateral del puente).

En esta segunda fase del estudio se han construido 12 nuevos modelos de puente alto. Estos nuevos modelos son el resultado de cambiar la masa del tablero (4 nuevos modelos), la rigidez lateral de las pilas (otros 4 nuevos modelos), o la frecuencia fundamental del puente (los últimos 4 nuevos modelos) del modelo de puente de 120 m. de altura empleado antes.

En los 4 primeros nuevos modelos, la masa del tablero ha sido afectada respectivamente por los siguientes coeficientes $\text{coefM} = \{1/1.25, 1/1.5, 1/2, 1/2.5\}$. En los siguientes 4 segundos modelos construidos, la rigidez lateral de las pilas ha sido multiplicada por los siguientes factores $\text{coefK} = \{1.25, 1.5, 2, 2.5\}$. Y en los últimos 4 nuevos modelos, para cambiar la frecuencia fundamental de oscilación del puente, pero esta vez, modificando tanto la masa como la rigidez de la pila, se han considerado los siguientes factores: factores que afectan respectivamente a la masa del tablero en cada uno de los 4 últimos modelo, $\text{coefM2} = \{(1/1.25)^{0.5}, (1/1.5)^{0.5}, (1/2)^{0.5}, (1/2.5)^{0.5}\}$; factores que afectan respectivamente a la rigidez de la pila en estos 4 últimos modelos, $\text{coefK2} = \{1.25^{0.5}, 1.5^{0.5}, 2^{0.5}, 2.5^{0.5}\}$.

Se ha realizado una simulación por cada uno de las 12 nuevas versiones del puente de 120 m. de altura. El tren AVE S-103 (ICE-3) ha viajado a 380 km/h. sobre esos

puentes ensayados en esas 12 nuevas simulaciones.

En la Figura 14.15 están representados los valores máximos del desplazamiento lateral relativo entre dos puntos cualesquiera del vano n° 7 de los nuevos puentes cuando pasa el tren sobre ellos. Después de analizar estos resultados, se puede formular la siguiente conclusión. La mejor forma de mejorar este parámetro de la respuesta del puente es incrementar la rigidez lateral de la pila. En este estudio, para mantener el desplazamiento lateral relativo, medido entre dos puntos pertenecientes a un vano, por debajo de 6 mm., las pilas de 120 m. de altura deben tener 1.6 veces más rigidez. Este valor de la rigidez se puede alcanzar cambiando el ancho constante de la pila de 5.9 m a 8.0 m. aproximadamente. (Ver Figura 14.1). Otros cambios en las propiedades dinámicas del puente (en la masa o en la frecuencia) para conseguir este objetivo no so realistas.

Figura 14.15.: Máximo desplazamiento lateral relativo del tablero dentro del vano n°7 de varias versiones del puente de 120 m. de altura cuando el tren viaja a 380 km/h., versus la primera frecuencia natural de esa versión del puente de 120 m. de altura.

14.5. Conclusiones

Aunque en cada nuevo diseño de un puente alto para el ferrocarril de alta velocidad se deben comprobar todos los estados limites de servicio relativos a la seguridad de tráfico y al confort de los viajeros, se pueden formular las siguientes afirmaciones:

- Respecto a la respuesta dinámica del tren a su paso por viaductos altos se puede decir:
 - El comportamiento dinámico de los trenes de alta velocidad cumple con los exigencias impuestas por las normas de seguridad del tráfico y de

confort de los pasajeros cuando viajan por viaductos de pilas altas de tablero continuo.

- Las propiedades dinámicas de esta clase de viaductos, su baja rigidez lateral y las bajas frecuencias de vibración lateral, no afectan significativamente a la respuesta del tren de alta velocidad. Varias razones pueden justificar esta conclusión: (a) Respecto al confort de los pasajeros, asociado a las aceleraciones en la caja del vehículo, aunque el puente tenga frecuencias de vibración similares a las frecuencias de vibración de la caja los vehículos (0.6 - 1.2 Hz), las fuerzas de contacto laterales no son capaces de transmitir las vibraciones del puente en estas frecuencias a la caja de los vehículos. Los modos de vibración del puente en el citado rango de frecuencias son además poco significativos en el comportamiento del puente. (b) Respecto a la seguridad del tráfico, la principal componente de los índices de seguridad estudiados es la fuerza lateral máxima eje-vía. Esta fuerza es pequeña y no se vé afectada por los lentos movimientos del tablero de estos puentes.
- Respecto a la respuesta dinámica del puente:
- La respuesta dinámica de los viaductos de pilas altas bajo la acción del tren de alta velocidad cumple con los estándares de seguridad del tráfico impuestos en las correspondientes normas.
 - Respecto al comportamiento lateral de estos puentes, no se aprecian resonancias claras. El único posible mecanismo que puede causar resonancias laterales en puentes rectos sometidos exclusivamente al paso del tren se debe a la acción periódica sobre el puente producida por la oscilación de la fuerzas laterales de contacto del tren. Es decir, por el llamado efecto lazo de los ejes del tren. En el caso de viaductos largos, las resonancias laterales en el tablero no son obvias por la cancelación entre fuerzas de todos los ejes moviéndose con diferentes fases.
 - Respecto al comportamiento vertical del puente, se han encontrado resonancias en la respuesta del tablero. En esas situaciones, el vehículo puede incrementar su respuesta. De todas formas, tanto la respuesta vertical del puente como la del vehículo están todavía muy lejos de los límites impuestos por las normas.

15. Mejora de la respuesta dinámica transversal de un viaducto alto frente a la acción del tren de alta velocidad y del viento

15.1. Introducción

Los vientos esperados a la altura de los tableros de viaductos altos, van a causar problemas de seguridad de tráfico. Como se verá en este estudio, un viento de 100 km/h. (30 m/s) de velocidad media, que tiene un periodo de retorno estimado de sólo 1.2 años en el tablero del puente O'Eixo, es incompatible con el paso de un tren ligero de alta velocidad sobre dicho viaducto. En estas situaciones el tren tiene que parar antes de llegar al puente, siguiendo los protocolos de seguridad frente al viento establecidos en las líneas de alta velocidad.

El presente capítulo recoge los resultados de un estudio sobre la seguridad del tráfico, y sobre el confort de los pasajeros, cuando el tren viaja sobre un viaducto alto en el que se han instalado pantallas contra el viento y amortiguadores de masa en las cabezas de las pilas, y sobre el que actúan diferentes vientos racheados. El uso combinado de estos dispositivos va a mejorar la respuesta dinámica del vehículo, pero también la del puente, para conseguir viajes del tren de alta velocidad por el viaducto en condiciones de confort y seguridad, bajo la acción de vientos racheados de 100 km/h de velocidad media o más.

15.2. Puente O'Eixo

Como ejemplo de viaducto alto se ha elegido el puente O'Eixo (Figura 15.1), situado en el eje ferroviario Ourense-Santiago dentro del corredor de alta velocidad Madrid-Galicia. Este viaducto ha sido descrito mecánicamente en la Subsección 3.8.4 de este documento.

Figura 15.1.: Viaducto O'Eixo

15.3. Estados límites de servicio comprobados

Los estados límites de servicio comprobados en este estudio, por seguridad del tráfico y por confort de los viajeros, referentes a la respuesta dinámica del puente y del tren se relacionan a continuación. Todos ellos ha sido descritos en la Sección 2.6:

- Por seguridad del tráfico:
 - Asociados a la respuesta del puente (*IAPF-07* (2007) y Eurocódigo *EN-1990:2002/A2* (2005)):
 - Aceleración vertical del tablero $a_{v,max} \leq 0.35 \cdot g$.
 - Giro horizontal máximo (de eje vertical) del tablero respecto al estribo $\theta_H \leq 0.0015 \text{ rad}$ (para $v > 220 \text{ km/h}$).
 - Mínimo radio de curvatura horizontal del tablero $R \geq 14000 \text{ m}$ (para $v > 220 \text{ km/h}$).
 - El giro de cualquier sección transversal del tablero (θ_t) alrededor de un eje longitudinal (eje x) $\theta_t \leq 0.0013 \text{ rad}$ (para $v > 220 \text{ km/h}$). (Sólo *IAPF-07* (2007)).
 - Alabeo del tablero por el paso del tren $t \leq 1.5 \text{ mm/3m}$ (para $v > 220 \text{ km/h}$).
 - Aceleración transversal del tablero. $a_{h,max} \leq 1.4 \text{ m/s}^2$ (Sólo *Código chino de diseño de puentes de ferrocarril de alta velocidad*).
 - Asociados a la respuesta del vehículo (*TSI* (2008) y *EN-14363* (2005)):
 - Máxima fuerza lateral eje-vía. Criterio de PRUD'HOMME ($\sum Y)/(10 + \frac{P_0}{3}) \text{ (kN)} < 1$ (Ver Subsección 2.6.2).
 - Factor de descarrilamiento de un eje $DF = \frac{Y}{Q} < 0.8$.
 - Factor de pérdida de carga de una rueda $OF = \frac{\Delta Q}{Q_0} < 0.8$.
 - Índice de vuelco completo del vehículo $D = \frac{\sum M_{Dest}}{\sum M_{Est}} < 0.8$ (Sólo *Xia et al.* (2008a))

- Aceleración lateral de la caja del vehículo $\ddot{u}_{V,y} \leq 1.0 \text{ m/s}^2$ (Sólo [Zhang et al. \(2008\)](#) y *Código chino*).
- Aceleración vertical de la caja del vehículo $\ddot{u}_{V,z} \leq 1.3 \text{ m/s}^2$ (Sólo [Zhang et al. \(2008\)](#) y *Código chino*).
- Por confort de los viajeros. Estados límite asociados a la respuesta en aceleraciones en puntos de la caja de los vehículos de pasajeros. ([EN-12299 \(2009\)](#)):
 - Índice de confort medio $N_{MV} < 2.5$ (viaje cómodo).
 - Índices de confort continuo lateral y vertical: $C_{Cy}(t), C_{Cz}(t) < 0.3 \text{ m/s}^2$ (viaje cómodo).
 - Índice de confort en eventos discretos P_{DE} . (Entrada del tren en el puente).

15.4. Modelo de interacción tren-vía-puente utilizado

Para ese estudio se ha elegido un modelo de elementos finitos para el puente que considera la vía infinitamente rígida, (Modelo B, Capítulo 3), y un modelo de interacción eje-vía, desarrollado para esta tesis (Capítulo 5), que considera el perfil completo de la rueda y la teoría no lineal del contacto entre cuerpos en movimiento (rueda y carril).

En el Capítulo 12 de este documento, se expone una justificación del modelo de interacción utilizado en el presente estudio.

El modelo multibody empleado para el tren AVE-Alstom de este estudio, corresponde al modelo de tren articulado descrito en la Sección 4.6. Allí se puede encontrar tanto la formulación del modelo como las características mecánicas de este tren.

Para mejorar la respuesta de tren y puente frente al viento, se emplean en este estudio los ya citados amortiguadores de masa sintonizados, instalados en la cabeza de las pilas (Figura 15.2). Para introducir este dispositivo en el modelo de elementos finitos del puente, se ha empleado el *elemento masa puntual* y el elemento *spring-damper* descritos en la Sección 3.2.

15.5. Casos simulados

Con las simulaciones dinámicas realizadas en este estudio, se ensaya, entre otras cosas, el comportamiento de 4 modelos diferentes del puente O'Eixo frente a vientos de varias velocidades medias (de 20 m/s a 40 m/s), y por lo tanto, de varias intensidades, cuando el tren AVE-Alston pasa a velocidades comprendidas entre los 180 km/h y los 380 km/h.

Figura 15.2.: Puente O'Eixo con pantallas anti-viento y con amortiguador de masa sintonizado (AMS) en cabeza de pila. Dimensiones en m.

15.5.1. Puentes modelados

Los 4 modelos construidos del puente OEixo corresponden a:

1. Puente sin pantallas anti-viento (Figura 15.1).
2. Puente sin pantallas anti-viento y con amortiguadores de masa sintonizados en las cabezas de pilas, cuya masa es aproximadamente el 1 % de la masa de referencia. Esta masa de referencia es la masa de un vano y la mitad de la de la pila correspondiente (AMS1 %).
3. Puente con pantallas anti-viento (Pan).
4. Puente con pantallas anti-viento y con amortiguadores de masa sintonizados con el 1 % de la masa de referencia (Pan + AMS1 %).
5. Además de los 4 modelos de puente anteriores, se ha considerado un quinto modelo de subestructura correspondiente a vía fuera de puente. (Vía sin puente). Pero con el mismo perfil de irregularidades geométricas de vía que se ha empleado sobre los puentes.

15.5.2. Amortiguadores de masa sintonizados

Los amortiguadores de masa sintonizados (AMS), empleados en varios de los modelos de puente anteriores, han sido descritos en el Capítulo 11. Consisten en un muelle y una masa situados en las cabezas de las pilas del viaducto. La rigidez de su muelle se ha elegido para que la masa se mueva con la frecuencia principal de oscilación lateral de la pila sobre la que está instalado.

Estos dispositivos se han colocado en el puente con pantallas y en el puente sin pantallas. Las frecuencias de sintonización de estos dispositivos están recogidas en la Tabla 11.1.

15.5.3. Vientos actuantes considerados

En el caso del puente O'Eixo sin pantallas, se han considerado vientos de 20, 25 y 30 m/s de velocidad media actuando sobre tren y puente para cada uno de los 11 viajes del tren a velocidades comprendidas entre 180 km/h y 380 km/h.

En el caso del puente O'Eixo con pantallas anti-viento, las velocidades medias consideradas del viento que actúa sobre el puente y el tren, (aunque sobre el tren en menor medida), en cada uno de los 11 viajes mencionados, han sido de 30, 35 y 40 m/s.

Las características de los mencionados vientos, el proceso de generación numérica de sus campos de velocidades, así como el cálculo de las fuerzas de viento dinámicas actuantes sobre tren y puente, han sido explicados en el Capítulo 10.

15.5.4. Condiciones iniciales en las simulaciones dinámicas realizadas

La duración de cada campo de velocidades de viento racheado (asociado a una velocidad media en el tablero), generado según se explicó en el Capítulo 10, es de 10 minutos. Para las simulaciones dinámicas realizadas en el presente estudio, en las que el tren viaja sobre el puente bajo la acción de un determinado viento, se ha escogido un fragmento de esos 10 minutos de 90 segundos de duración. De esos 90 segundos, los 60 primeros se emplean en mover el puente (con o sin amortiguadores de masa sintonizados), antes de que el tren entre en él. Los siguientes 30 segundos, el viento actúa sobre el puente y sobre el tren, (o sobre la parte de él que está en el puente). El fragmento de 90 segundos de cada viento se ha escogido, en la medida de lo posible, de forma que en el punto de generación de velocidades de viento central del tablero, ocurra la máxima velocidad de viento transversal cuando el tren está en la mitad del puente.

Sobre el tren no actúa el viento hasta que no entra en el puente. De esta forma se simula la habitual situación de existencia de un túnel o trinchera antes del viaducto.

Por otro lado, para evitar fuertes aceleraciones en los movimientos iniciales del puente cuando comienza la simulación dinámica con viento fuerte, en el instante inicial de la simulación se ha introducido una deformación inicial del puente calculada con un viento estático correspondiente al campo de velocidades de viento que ocurre en el instante inicial de esos 90 segundos elegidos.

Con estas condiciones iniciales, el puente está excitado por el viento racheado antes de que el tren llegue a él. Y en caso de que el puente cuente con los amortiguadores de masa sintonizados, estos han trabajado durante 60 segundos en la mejora de la respuesta del puente antes de que el tren entre en el puente.

15.6. Análisis de los resultados observados en los casos simulados

15.6.1. Casos de puente sin pantallas anti-viento

15.6.1.1. Respuesta del puente

Bajo los vientos de velocidad media de 20, 25 y 30 m/s. y cuando pasa el tren, el tablero no sufre alabeos considerables. La Figura 15.3a muestra los valores máximos de este parámetro registrados en el tablero de este puente. El alabeo no supera el valor límite de 1.5 mm en ningún caso. Este buen comportamiento del tablero se explica por la gran rigidez a torsión que tiene un tablero de puente de sección en cajón. La seguridad del tráfico no está comprometida por esta deformación del tablero.

Otra deformación del tablero a controlar por seguridad del tráfico en un puente de ferrocarril, es el giro horizontal del tablero, (giro de eje vertical), en los extremos del mismo. La Figura 15.3b recoge los valores máximos de este giro en el estribo 2 del puente O'Eixo. Se puede observar que esta deformación aumenta cuando el viento actuante es mayor. La velocidad del tren no parece tener influencia significativa en este giro. Sólo cuando la velocidad del tren es mayor de 300 km/h. esta deformación aumenta ligeramente con dicha velocidad. Sin embargo, este giro calculado queda muy por debajo del máximo permitido en las normas (0.0015 rad).

Con el viento y el paso del tren, el tablero también gira alrededor de su eje longitudinal. Este giro se debe al desplazamiento lateral de las pilas, trabajando como ménsula, y a la torsión del tablero. En un viaducto de pilas altas, el mecanismo que hace inclinarse la plataforma de la vía en un plano transversal al tablero es, mayoritariamente el movimiento lateral del puente, y en menor medida la torsión del tablero. La Figura 15.4a recoge los valores máximos de giro transversal de secciones del tablero registrados en las simulaciones realizadas de puente sin pantallas anti-viento, y sometido a la acción del viento. Estos valores de giro son inferiores,

Figura 15.3.: Resultados Globales. Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del Puente I. (a) Máximo alabeo del tablero. (b) Máximo giro horizontal del tablero en el apoyo del estribo n°2.

en todos los casos, al valor máximo permitido (0.0013 rad), excepto cuando actúa el viento de 30 m/s de velocidad media.

La Figura 15.4b recoge las aceleraciones verticales máximas del tablero del puente en el centro de su vano n°2. En ella se puede observar que esta aceleración vertical no depende de la velocidad del viento. En esta aceleración no influye prácticamente el comportamiento lateral del puente, que si se vé afectado por el viento. Se observa también que esta aceleración sí está influenciada por la velocidad del tren. Se detecta una velocidad del tren (320 km/h) que produce un aumento significativo de esta aceleración vertical del tablero en ese punto. Este comportamiento del tablero se explica con la primera condición de resonancia (Subsección 2.4.2). La frecuencia de excitación en este caso es $v/d_v = 4.75$ Hz. Es decir, la velocidad del tren ($v = 320$ km/h) dividida por la longitud del vehículo $d_v = 18.7$ m. Esta frecuencia de excitación está muy cerca del la frecuencia natural del puente $Fr_b = 4.77$ Hz. La Figura 15.5a recoge el registro de la aceleración vertical del centro de vano n°2 cuando pasa el tren a 320 km/h y el viento de 30 m/s de velocidad media actúa. En esta gráfica, se observa que la aceleración va aumentando con el paso de los coches del tren por el vano 2. Cuando el tren ya ha pasado por los vanos iniciales del puente, la aceleración vertical del vano 2 se atenúa. En la Figura 15.5b se representa la forma modal asociada a la frecuencia natural del puente de $Fr_b = 4.77$ Hz. Se observa, que esta frecuencia corresponde a un modo de vibración vertical de los primeros vanos del puente.

En cualquier caso, las aceleraciones verticales del tablero, registradas en las simulaciones realizadas de puente sin pantallas anti-viento, quedan muy por debajo del límite de 3.5 m/s^2 recogido en las normas por seguridad del tráfico.

Las máximas aceleraciones laterales del tablero, sobre pilas (Figura 15.6a), y en

Figura 15.4.: Resultados Globales. Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del Puente II. (a) Giro transversal del tablero en el vano n°6. (b) Máxima aceleración vertical del tablero en el centro del vano n°2.

centro de vano (Figura 15.6b), sí dependen de la intensidad del viento. Sin embargo, en las aceleraciones laterales del tablero no se aprecian resonancias claras por el paso de los trenes. Es decir, no aparecen picos significativos en las gráficas de las figuras citadas. Estas aceleraciones máximas laterales del tablero también están muy por debajo del límite de 1.4 m/s^2 establecido en el *Código chino de diseño de puentes de ferrocarril de alta velocidad* por seguridad del tráfico.

15.6.1.2. Respuesta del vehículo

La respuesta dinámica del vehículo, en los casos en los que el puente no tiene pantallas anti-viento no va a ser tan buena como la del tablero. El viento racheado actuando directamente sobre el tren va a ser la causa de la pérdida de la seguridad del tráfico, sin que el comportamiento del puente influya significativamente como se verá.

En las Figuras 15.7a, 15.7b y siguientes, se representan parámetros de la respuesta dinámica del vehículo, en este caso sin pantallas anti-viento, cuando el tren viaja por: (a) vía fuera de puente y sin viento (Sin puente); (b) puente sin que actúe el viento ($U_m = 0 \text{ m/s}$); (c) puente cuando actúa un viento racheado de 20 m/s de velocidad media ($U_m = 20 \text{ m/s}$); (d) puente con viento de $U_m = 25 \text{ m/s}$; y (e) puente con viento de $U_m = 30 \text{ m/s}$.

En estas dos primeras Figuras 15.7a y 15.7b, se recogen aceleraciones laterales máximas del centro de gravedad de la caja de los vehículos de pasajeros y de la de la locomotora. En ellas podemos observar lo siguiente:

- Cuando actúa el viento, las aceleraciones máximas laterales registradas en los coches de pasajeros son mayores que las registradas en la locomotora. Los

Figura 15.5.: Puente sin pantallas anti-viento. Caso $v=320$ km/h. $U_m=30$ m/s. (a) Aceleración vertical del tablero en el centro del vano nº 2. (b) Modo de vibración nº 74. $F_{rb}= 4.77$ Hz.

vehículos de pasajeros son más ligeros, y son movidos más fácilmente por el viento.

- Si comparamos la gráfica *Sin puente* con la $U_m=0$ m/s, se observa que coinciden en ambas figuras. Esto quiere decir que el comportamiento lateral de los coches de pasajeros y de la locomotora no se vé afectado por la presencia del puente. En ambos casos la vía se ha modelado como vía rígida.
- Tanto en el caso de los coches de pasajeros como en el de las locomotoras, la aceleración lateral no parece depender significativamente de la velocidad del tren. Sí depende de la velocidad media del viento.
- En el caso de los coches de pasajeros, para un viento de 25 m/s de velocidad media, las aceleraciones máximas sobrepasan el límite de 1 m/s^2 establecido en el *Código chino* por seguridad del tráfico.
- En la Figura 15.7a se observa un fenómeno de resonancia en el comportamiento lateral del vehículo de pasajeros que se hace más claro a mayor velocidad del viento. A la velocidad de circulación del tren de $v = 280$ km/h. (77.77 m/s.) el vehículo de pasajeros aumenta su aceleración lateral. Esto ocurre porque a esa velocidad el movimiento de oscilación lateral de la cabina de este vehículo (Figura 15.8a), de $Fr=0.388$ Hz de frecuencia, que también se observa en los ejes de ese vehículo (Figura 15.8b), tiene una longitud de onda ($L = v/Fr$) de $L= 200$ m. que es exactamente 4 veces mayor a la distancia entre pilas del puente. Por lo tanto, el acoplamiento entre la deformación lateral del tablero y el movimiento lateral del vehículo es posible.

Las Figuras 15.9a y 15.9b recogen las aceleraciones verticales máximas de los vehículos de pasajeros y de las locomotoras respectivamente para las simulaciones de viaje del tren sin pantallas anti-viento. En estas figuras se puede observar que:

Figura 15.6.: Resultados Globales. Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del Puente III. (a) Máxima aceleración lateral del tablero en el apoyo en la pila n°7. (b) Máxima aceleración lateral del tablero en el centro del vano n°7.

- La intensidad del viento transversal racheado si que incrementa la aceleración vertical de los vehículos. De nuevo aquí, el vehículo ligero (de pasajeros) es el más excitado por el viento.
- También se puede comentar que la presencia del puente, sin viento, si influye en la aceleración vertical de la locomotora. Cuando el tren viaja por vía sin puente y sin viento, su locomotora tiene menos aceleración vertical que cuando lo hace sobre el puente. Por lo tanto, se puede decir que el comportamiento dinámico vertical del puente influye en el comportamiento de la locomotora. Esto no sucede en el caso del vehículo de pasajeros. La explicación a este fenómeno observado puede estar en la mayor masa de la locomotora, y en su peor suspensión primaria, que no es capaz de filtrar los movimientos verticales del puente.
- Por otro lado, se observa un fenómeno de resonancia claro en la aceleración vertical de la locomotora, cuando viaja a una velocidad de 220 km/h. Eso sucede independientemente de la velocidad media del viento que actúe. En este caso, a esa velocidad $v = 61.11$ m/s (220 km/h), la longitud de onda del movimiento vertical de la locomotora, con su primera frecuencia de vibración vertical ($Fr = 1.235$ Hz), es $L = v/Fr = 49.5$ m. Prácticamente la longitud de vano del puente, 50 m. La Figura 15.10 recoge el registro de la aceleración vertical de la caja de la locomotora cuando el tren viaja a esa velocidad (220 km/h.) sin viento. En ella se identifica la frecuencia citada (1.235 Hz) del movimiento vertical de la máquina y el aumento de la aceleración en cada vano. Hacia el vano n° 12 se interrumpe este aumento de la aceleración, quizás debido a que ese vano corresponde al primer vano que apoya en el arco. El apoyo del tablero sobre el arco es menos rígido, (verticalmente), que cualquier

Figura 15.7.: Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del Vehículo I. (a) Máxima aceleración lateral de la caja de los coches de pasajeros. (b) Máxima aceleración lateral de la caja de las locomotoras.

otro sobre pila.

A pesar de las resonancias encontradas en la aceleración vertical de los vehículos, este parámetro de la respuesta dinámica del tren no supera el valor límite de 1.3 m/s^2 recogido en el *Código chino* por seguridad del tráfico (*Zhang et al. (2008)*).

15.6.1.3. Índices de seguridad del tráfico.

Aunque se ha estimado la seguridad del tráfico, o falta de ella, mediante los valores obtenidos de aceleración en la caja de los vehículos, es en este epígrafe, donde se evalúa de una forma más precisa para el caso de puente sin pantallas anti-viento.

Las siguientes Figuras, (de la Figura 15.11a a la Figura 15.13), recogen los valores peores de los índices de seguridad del tráfico considerados. Estos son, el índice de vuelco del vehículo completo, el factor de pérdida de carga de un eje del tren, el factor de descarrilamiento de un eje del tren y la carga lateral máxima eje-vía (criterio Prud'Homme). Estos índices de seguridad del tráfico, dependientes de la respuesta del vehículo se han calculado según lo expuesto en la Sección 2.6 de este documento.

En las Figuras 15.11a y 15.11b, se puede observar como, ni el índice de vuelco del vehículo, ni el factor de pérdida de carga de un eje alcanzan su valor límite de 0.8 para los casos estudiados de viento de hasta 30 m/s de velocidad media, actuando sobre tren y puente.

Atendiendo solamente al factor de descarrilamiento (Figura 15.12a), sólo el caso de viaje del tren a 380 km/h . sobre el puente cuando actúa el viento de 30 m/s . de velocidad media, sería inseguro.

Figura 15.8.: Puente sin pantallas anti-viento. Caso $v=280$ km/h y $U_m=30$ m/s. (a) Aceleración lateral del vehículo nº 7 (Pasajeros). (b) Fuerza lateral eje-vía del primer eje del coche 7.

Por otro lado, va ha ser el criterio de Prud'Homme, que limita la fuerza lateral eje-vía para evitar el deslizamiento de la vía sobre el balasto, el índice de seguridad del tráfico determinante. Según este criterio, el viaje del tren a cualquier velocidad, cuando el viento que actúa es el de 30 m/s. de velocidad media, no es seguro (Figura 15.13). Además, cuando actúa el viento racheado de 25 m/s. de velocidad media, el tren tampoco viajaría en condiciones de seguridad a más de 340 km/h.

15.6.1.4. Índices de confort de los viajeros.

Los índices de confort de los viajeros, definidos en la norma [EN-12299 \(2009\)](#) y en la Subsección 2.6.3 de este documento, están asociados a las aceleraciones laterales y verticales registradas en puntos interiores de la cabina de los coches de pasajeros. Con los resultados obtenidos en este estudio, se constata que estos índices son sensibles a los vientos ensayados, cuando actúan directamente sobre el vehículo estudiado. Es decir, cuando no existen pantallas anti-viento instaladas en el puente.

El índice de confort continuo en dirección lateral Ccy , (Figura 15.14a), permanece en valores de comodidad cuando el tren viaja sobre vía o sobre el puente sin que actúe el viento. Cuando actúa un viento de 20 m/s. de velocidad media, los valores de este índice pasan a ser de comodidad media. Y con vientos mayores, este índice alcanza valores de viajes menos cómodos.

El índice de confort continuo en dirección vertical Ccz (Figura 15.14b) indica que el viaje del tren con viento de 20 m/s de velocidad media es cómodo. Esto también ocurre cuando actúa un viento de 25 m/s para todas las velocidades del tren excepto para 300 km/h. Para vientos mayores el viaje ya no es cómodo según este índice de confort continuo en dirección vertical (Ccz).

Figura 15.9.: Puente sin pantallas anti-viento. Respuesta del vehículo II. (a) Máxima aceleración vertical de los coches de pasajeros. (b) Máxima aceleración vertical de las locomotoras.

Figura 15.10.: Puente sin pantallas anti-viento. Caso $v=220 \text{ km/h.}$ Sin viento. Aceleración vertical de la locomotora $n^\circ 1$

El índice de confort continuo determinante es entonces Ccy , ya que el índice Ccz indica mayor comodidad para las mismas velocidades de viento.

El índice de confort medio Nmv (Figura 15.15a), que considera tanto aceleraciones verticales como laterales del vehículo, se sitúa en valores de comodidad cuando no actúa el viento, o cuando actúa el viento de 20 m/s y el tren no supera los 220 km/h. Para vientos mayores el viaje es incomodo o de comodidad media según este índice.

El índice de confort en eventos discretos mide el porcentaje de pasajeros descontentos por la incomodidad generada en un evento como la salida del tren de un túnel, o el paso por una discontinuidad de la vía. En este caso, se ha utilizado este índice para medir ese porcentaje de viajeros descontentos cuando el tren entra en un puente sometido a fuertes vientos. En este estudio, sólo se ha aplicado el viento sobre el tren cuando está en el puente. No hay viento actuando en el vehículo cuando este

Figura 15.11.: Puente sin pantallas anti-viento. Índices de seguridad del tráfico I. (a) Máximo factor de vuelco del vehículo completo. (b) Máximo factor de pérdida de carga de un eje.

está fuera del puente. De esta forma se ha querido reproducir la situación habitual de que la vía situada antes del puente se encuentre en desmonte o dentro de un túnel, y por lo tanto, el vehículo está protegido del viento en esa zona.

En la Figura 15.15b se observa que para vientos de 20 m/s de velocidad media, este índice de confort en eventos discretos es cero. Para vientos de 25 m/s de velocidad media, el porcentaje de viajeros descontentos llega al 5 %. Y cuando actúa un viento de 30 m/s. de velocidad media, ese porcentaje alcanza el 25 % de los pasajeros.

15.6.2. Casos de puente sin pantallas anti-viento y con amortiguadores de masa sintonizados bajo un viento lateral racheado de 25 m/s.

Cuando se emplean los amortiguadores de masa sintonizados en el puente sin pantallas anti-viento, en teoría estos mejorarán la respuesta dinámica del tablero. Las Figuras 15.16a y 15.16b, recogen las máximas aceleraciones del tablero en el centro del vano 7 y sobre apoyo en la pila nº 11 respectivamente, actuando un viento lateral racheado de 25 m/s de velocidad media, cuando el puente cuenta con los AMS y cuando no. En estas figuras se observa, en primer lugar, que las aceleraciones registradas en el tablero no son importantes, y en segundo lugar, que los amortiguadores apenas mejoran la respuesta lateral del puente.

En el caso de puente sin pantallas, gran parte del tablero tiene un canto expuesto al viento de sólo 3 m, por lo que la excitación del tablero por el viento no es tan grande como cuando este cuenta con las pantallas anti-viento. En este último caso, la superficie expuesta del tablero en centro de vano tiene 8 m de altura.

Figura 15.12.: Puente sin pantallas anti-viento. Indices de seguridad del tráfico II.
(a) Máximo factor de descarrilamiento. (b) Máxima fuerza lateral eje-vía.

Figura 15.13.: Puente sin pantallas anti-viento. Indices de seguridad del tráfico III. Máximo índice Prud'Homme de los ejes del tren.

Las aceleraciones máximas laterales de los vehículos de pasajeros (Figuras 15.17a), en estos casos de puente sin pantallas, son del orden del doble que la del tablero. El viento actúa directamente sobre el vehículo ligero aumentando su movimiento lateral.

En las Figuras 15.17a y 15.17b, se observa que tanto en el caso de los vehículos de pasajeros como en el caso de las locomotoras, la presencia de los amortiguadores en el puente no mejora la respuesta del tren. Las aceleraciones laterales máximas de los vehículos son prácticamente las mismas cuando viajan por el puente con amortiguadores o sin ellos.

Como consecuencia de la insignificante mejora del comportamiento del puente, cuando usa los amortiguadores, y de la prácticamente nula mejora de la respuesta de los vehículos, los índices de seguridad del tráfico y de confort de los viajeros son prác-

Figura 15.14.: Puente sin pantallas anti-viento. Índices de confort de los viajeros I. (a) Índice de confort continuo en dirección lateral. (b) Índice de confort continuo en dirección vertical.

ticamente los mismos cuando el puente cuenta con los AMS y cuando no.

Para ilustrar esto, se han traído las Figuras 15.18a y 15.18b. En ellas se recoge el índice de Prud'Homme asociado a la máxima carga lateral eje-vía, y el índice de confort continuo de los vehículos de pasajeros.

15.6.3. Casos de puente con pantallas y viento racheado de 35 m/s de velocidad media.

Este epígrafe recoge los resultados observados de los parámetros estudiados de la respuesta del puente y del tren, en el caso en el que actúa un viento racheado de 35 m/s de velocidad media sobre el puente O'Eixo con pantallas anti-viento. En estos gráficos se puede comprobar la mejora de la respuesta de ambos sistemas dinámicos cuando se emplean, además de las pantallas, amortiguadores de masa sintonizados (AMS 1 %).

15.6.3.1. Respuesta del puente

El mínimo radio de curvatura horizontal, medido en el tablero del puente con pantallas, cuando actúa el mencionado viento de 35 m/s. de velocidad media, es de 50000 m (Figura 15.19a). Cuando se emplean los AMS 1 %, este parámetro sube a 75000 m. En ambos casos, sin amortiguadores y con amortiguadores, el mínimo radio de curvatura cumple con la especificación del Eurocódigo y la *IAPF-07 (2007)* ($R \geq 14000$ m) por seguridad del tráfico.

Por otro lado, el desplazamiento lateral del tablero en secciones de apoyo en pilas se recoge en el gráfico de la Figura 15.19b. El uso de los amortiguadores de masa

Figura 15.15.: Puente sin pantallas anti-viento. Índices de confort de los viajeros I. (a) Índice de confort medio. (b) Índice de confort en eventos discretos (entrada en puente).

sintonizados reduce este desplazamiento de 39 cm a 33 cm en la pila n°9 del viaducto. Este desplazamiento no está limitado en las normas.

El giro de eje vertical del tablero en sus extremos está limitado por seguridad del tráfico. Como se ha visto en la Sección 15.3, este giro no debe ser mayor de 0.0015 rad. La Figura 15.20a recoge este giro del tablero en su extremo del estribo 2 para el caso de viento de 35 m/s y puente con pantallas anti-viento. Se observa, en esta figura, que los AMS 1 % no mejoran prácticamente este parámetro de la respuesta del tablero. Esta zona de tablero oscila lateralmente con frecuencias relativamente altas (2.20 Hz), debido a que la última pila del tablero ya no es una pila alta, y por lo tanto, es más rígida. Estas frecuencias tienen más presencia en las aceleraciones que en los desplazamientos. Los AMS disminuyen poco estos giros o desplazamientos porque ya son pequeños. Al margen de esto, este giro es mucho menor que el límite recogido en las normas por seguridad del tráfico.

El giro transversal del tablero, si se vé mejorado por el uso de los AMS (Figura 15.20b), sobre todo para velocidades del tren altas. Sin embargo, los valores observados de este giro de eje longitudinal, para este viento sobre el puente con pantallas, incumplen la limitación impuesta en la *IAPF-07* (2007) $\theta_t \leq 0.0013$ rad (para $v > 220$ km/h). El empleo de los AMS no llega a mejorar la respuesta de este giro lo suficiente.

El autor de esta tesis no entiende esta limitación por seguridad del tráfico. Según ella, la vía no puede superar una pendiente transversal del 1.3 por mil. Cuando se intuye que el peralte de la vía, tanto el compensado en curva como el no compensado en transiciones, puede ser mucho mayor que el citado. Por otro lado, llama la atención que esta limitación en la inclinación lateral del tablero sólo se encuentre en la instrucción *IAPF-07* (2007) y no en el Eurocódigo. En este trabajo, no se va a tener en cuenta esta limitación para la elaboración de los gráficos de velocidades

Figura 15.16.: Puente sin pantallas anti-viento y con AMS. Velocidad media del viento $U_m = 25$ m/s. Respuesta del puente. (a) Máximas aceleraciones laterales de tablero en el centro del vano n°7. (b) Máximas aceleraciones lateral de la cabeza de la pila n°11.

críticas del tren y del viento por seguridad del tráfico (Subsección 15.6.4).

Los máximos alabeos registrados en las simulaciones realizadas para este viento transversal y la configuración del puente O'Eixo con pantallas se recogen en el gráfico de la Figura 15.21a. En ella se observa que los AMS son capaces de reducir el alabeo en el tablero. De todas formas, los alabeos observados están muy por debajo del límite permitido de 1.5 mm/3m. Esto sucede tanto para el puente con pantallas y sin amortiguadores como para el puente con pantallas y amortiguadores.

Las máximas aceleraciones verticales del tablero del puente O'Eixo con pantallas anti-viento, cuando actúa el viento citado ($U_m=35$ m/s), están expresadas gráficamente en la Figura 15.21b. Estas aceleraciones suceden en el centro del vano n°2. En esta figura se pone de manifiesto que los amortiguadores no mejoran la respuesta vertical del tablero. Como cabía esperar, las máximas aceleraciones verticales del tablero son las mismas cuando el puente cuenta con AMS y cuando no están instalados. La resonancia que se aprecia en esta Figura 15.21b está asociada al mismo modo de vibración del puente recogido en la Figura 15.5b. En este caso, la frecuencia de oscilación de ese modo de vibración del puente ha bajado por el aumento de masa en el tablero por la instalación de las pantallas anti-viento. Esta frecuencia es de $Fr_b = 4.16$ Hz, y coincide prácticamente con la frecuencia de excitación de $v/d_v = 4.16$ Hz. Es decir, la velocidad del tren ($v = 280$ km/h) dividida por la longitud del vehículo $d_v = 18.7$ m. A pesar de la resonancia vertical detectada, las aceleraciones verticales máximas del tablero con pantallas, bajo la acción del citado viento, quedan muy por debajo del límite de 3.5 m/s^2 recogido en las normas para evitar la desconsolidación del balasto.

Las Figuras 15.22a y 15.22b, muestran las aceleraciones laterales máximas del tablero que se producen en el apoyo en la pila n°7, y en el centro del vano n°7, para la

Figura 15.17.: Puente sin pantallas anti-viento y con AMS. Velocidad media del viento $U_m = 25$ m/s. Respuesta del tren. (a) Máximas aceleraciones laterales de los vehículos de pasajeros. (b) Máximas aceleraciones lateral de las locomotoras.

configuración citada de puente con pantallas y viento de 35 m/s de velocidad media. Se observa que los amortiguadores reducen considerablemente estas aceleraciones laterales del tablero. Esto va a contribuir, como se verá en próximos resultados, a la mejora de la respuesta del vehículo, mejorando así la seguridad del tráfico. Cuando actúa viento sobre un viaducto que tiene instaladas pantallas anti-viento para proteger al tren, la superficie del tablero expuesta al viento es considerablemente mayor. El tablero aumenta sus movimientos laterales y se los transmite al vehículo a través de las fuerzas de contacto eje-vía. Mejorando la respuesta del tablero también mejora la respuesta del vehículo. De todas formas, las aceleraciones laterales registradas del tablero en este caso cumplen la limitación impuesta ($a_{h,max} \leq 1.4$ m/s²) en la norma china.

15.6.3.2. Respuesta del vehículo

Las Figuras 15.23a y 15.23b representan las gráficas de aceleraciones laterales máximas, para las velocidades del tren ensayadas, de los vehículos de pasajeros y de las locomotoras respectivamente. En ellas se observa que la aceleración de los vehículos de pasajeros es mayor que la de las locomotoras. Es decir, el movimiento lateral del puente con pantallas, bajo la acción del viento de 35 m/s. de velocidad media, afecta más a los vehículos ligeros, (los de pasajeros), que a las máquinas de tren. También se aprecia que el uso de los amortiguadores de masa (AMS 1 %) mejora la respuesta del tren, es decir, reduce las aceleraciones laterales tanto de los coches de pasajeros como de las locomotoras. Esta mejora se produce porque los amortiguadores reducen las aceleraciones laterales del tablero, y por lo tanto, este transmite una menor excitación al tren a través de las fuerzas de contacto eje-vía.

En el caso de los vehículos de pasajeros, las aceleraciones laterales máximas se reducen de 2.5 a 1.5 m/s² con el uso de los amortiguadores. En el caso de las

Figura 15.18.: Puente sin pantallas anti-viento y con AMS. Velocidad media del viento $U_m = 25$ m/s. Seguridad y confort. (a) Índice de Prud'Homme (máxima fuerza lateral eje-vía) (b) Índice de confort continuo de los vehículos de pasajeros.

locomotoras, las aceleraciones laterales máximas se reducen de 1.45 a 0.9 m/s^2 . Los amortiguadores AMS 1 % no consiguen reducir, en el caso de los vehículos de pasajeros viajando sobre el puente con pantallas y cuando actúa un viento lateral de 3.5 m/s de velocidad media, las citadas aceleraciones laterales a niveles menores de 1 m/s^2 , como recomienda el código chino de diseño de puentes de ferrocarril de alta velocidad por seguridad del tráfico.

Las Figuras 15.24a y 15.24b representan gráficamente las aceleraciones verticales máximas de la caja de los coches de pasajeros y de las locomotoras del tren respectivamente. Como ocurría con las aceleraciones verticales del tablero, en el caso de la respuesta dinámica vertical de los vehículos, el uso de los amortiguadores AMS en puentes con pantallas anti-viento cuando actúa un viento lateral racheado, no afecta prácticamente a las aceleraciones verticales de los coches del tren. Es decir, la respuesta vertical del tren no mejora por el uso de los AMS.

Sin embargo, en estas dos Figuras (15.24a y 15.24b), merecen comentario los picos encontrados en las aceleraciones verticales de los vehículos. En el caso de la locomotora, a la velocidad de 220 km/h, velocidad de resonancia (a la que aparece el pico en la Figura 15.24b), la longitud de onda del movimiento vertical de la locomotora, según su primera frecuencia de vibración vertical $Fr = 1.235$ Hz., coincide con la longitud del vano ($L=50$ m). Esto ya se explicó cuando se comentó la Figura 15.9b.

En el caso de los vehículos de pasajeros (Figura 15.24a), la resonancia que ocurre a la velocidad de 340 km/h (94.4 m/s), se produce porque se acopla la longitud de onda del movimiento vertical de estos vehículos según su primera frecuencia de oscilación vertical $Fr=0.623$ Hz, es decir $L = v/Fr = 151.5$ m, con la longitud del vano del viaducto multiplicada por tres. De la misma forma, la resonancia que ocurre a la velocidad de 260 km/h (72.22 m/s), sucede porque a esa velocidad, la longitud de onda del movimiento vertical de los vehículos ligeros del tren según su segunda

Figura 15.19.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del puente I. (a) Mínimo radio de curvatura horizontal del tablero el vano nº 9. (b). Desplazamiento lateral de la cabeza de la pila nº9.

frecuencia de oscilación vertical ($Fr=0.71$ Hz), es decir $L = v/Fr = 101.7$ m, se acopla con la longitud del vano del viaducto multiplicada por dos.

También se ha comprobado que los movimientos verticales y deformaciones verticales, que experimenta el tablero por el viento lateral actuante, acentúan los picos registrados, (resonancias), en las aceleraciones verticales de los vehículos, sobre todo las de los vehículos ligeros. Esta conclusión se puede deducir al comparar la gráfica de aceleraciones verticales de los coches de pasajeros cuando el tren viaja por el puente sin viento $U_m = 0$ m/s. (Figura 15.9a) con la de la Figura 15.24a.

En cualquier caso, y a pesar de las resonancias encontradas en el movimiento vertical de los vehículos del tren, las aceleraciones verticales de estos vehículos, en este caso ($U_m=35$ m/s), quedan por debajo de límite establecido en la norma china por seguridad del tráfico, que es de 1.3 m/s².

15.6.3.3. Índices de seguridad del tráfico.

Los índices de seguridad del tráfico de vuelco del vehículo completo y pérdida de carga de un eje, para el caso estudiado de puente con pantallas y viento de 35 m/s de velocidad media, se expresan gráficamente en las Figuras 15.25a y 15.25b respectivamente. En ellas se observa que ninguno de los dos índices alcanza el límite de 0.8 para ninguna velocidad del tren. Además, el uso de los AMS en el puente mejora la respuesta del vehículo según ambos índices.

Los índices de seguridad del tráfico de Prud'Homme, (Figura 15.26), y de descarrilamiento, (Figura 15.27), sí que van a alcanzar el límite permitido en este caso estudiado. El tren no puede superar la velocidad de 280 km/h por seguridad según estos dos criterios. Sin embargo, con el uso de los amortiguadores en las cabezas de las pilas, el tren sí que puede circular en condiciones de seguridad hasta 380 km/h

Figura 15.20.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del puente II. (a) Máximo giro de eje vertical del tablero en el apoyo en el estribo 2. (b). Máximo giro transversal (de eje longitudinal) del tablero en el centro del vano nº6.

cuando actúa el citado viento lateral de 35 m/s de velocidad media en el puente con pantallas.

15.6.3.4. Índices de confort de los viajeros.

Los índices de confort de los viajeros para este caso de viento lateral fuerte ($U_m=35$ m/s), Figuras 15.28a, 15.28b y Figura 15.29, muestran que no es posible, ni con el uso de los AMS, que el paso del tren por el puente resulte cómodo para los viajeros. Si se plantea como objetivo conseguir que el viaje sobre el puente resulte con una comodidad media, este objetivo se alcanza para velocidades del tren iguales o inferiores a 320 km/h, según el índice de confort medio (Figura 15.29), cuando se emplean los AMS en el puente. Para que el índice de confort continuo (Figura 15.28) quede en niveles de comodidad media, el tren debe viajar a velocidades menores o iguales a 200 km/h sobre el puente con los amortiguadores instalados.

A pesar del fuerte viento ensayado en este caso, el uso de amortiguadores de masa sintonizados mejora el confort de los viajeros cuando el puente cuenta con pantallas anti-viento.

15.6.4. Resultados globales del estudio. Velocidades críticas del tren.

Utilizando los valores máximos de los índices de seguridad del tráfico, (o de falta de ella), y de confort de los viajeros, (o de pérdida de confort), de todos los casos simulados en este estudio, para las distintas configuraciones de puente consideradas (con

Figura 15.21.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del puente III. (a) Máximo alabeo del tablero (medido en secciones en cuartos de vano). (b) Máximas aceleraciones verticales del tablero en el centro del vano n°2.

o sin pantallas anti-viento y con o sin AMS), para los distintos vientos considerados y para los viajes del tren a distintas velocidades, se han confeccionado una serie de gráficos de velocidades críticas del tren (Figuras de la 15.30a a la 15.34b).

En estos gráficos se representa en abscisas la velocidad media de varios vientos laterales, y en el eje de ordenadas la velocidad de circulación del tren. Las distintas curvas que aparecen corresponden a las configuraciones del puente: (a) sin pantallas, (b) con pantallas anti-viento, y (c) con pantallas anti-viento y amortiguadores de masa sintonizados en la cabeza de las pilas. El área bajo las curvas de estas figuras, por ejemplo la curva correspondiente a puente con pantallas, se refiere a casos de velocidad media del viento y velocidades de viaje del tren que cumplen con el criterio de seguridad o confort elegido. Es decir, con esa velocidad del tren y con ese viento lateral racheado, el viaje del tren es seguro, o es cómodo, cuando el tren viaja por el puente con pantallas anti-viento, según el criterio de seguridad o confort con el que se ha elaborado la gráfica. Por otro lado, los puntos que quedan por encima de las curvas corresponden a casos de vientos actuando sobre el puente y a viajes del tren a ciertas velocidades no compatibles con la seguridad o el confort, según sea el criterio elegido para dicha gráfica.

15.6.4.1. Velocidades críticas del tren por seguridad del tráfico

Por seguridad del tráfico, se han calculado cuatro gráficos de velocidades críticas del tren. Los tres primeros (Figuras 15.30a, 15.30b y 15.31a) corresponden a los criterios de seguridad de descarrilamiento, pérdida de carga de un eje, y al criterio de Prud'Homme. Y el cuarto (Figura 15.31b) es la envolvente de los tres anteriores. Es decir, el gráfico de la Figura 15.31b tiene en cuenta los tres criterios de seguridad

Figura 15.22.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del puente IV. (a) Máximas aceleraciones laterales de la cabeza de la pila nº7 del puente. (b). Máximas aceleraciones laterales del tablero en el centro del vano nº7.

del tráfico citados.

Según las curvas de esta Figura 15.31b, un tren podría circular a 340 km/h, cumpliendo los tres criterios de seguridad, por el puente sin pantallas anti-viento cuando actúa un viento lateral de 25 m/s de velocidad media. Ese mismo tren, y con esa misma velocidad de viaje (340 km/h), puede viajar de forma segura por el puente con pantallas anti-viento bajo un viento lateral de 32 m/s de velocidad media.

En el caso de que el puente, además de contar con las pantallas anti-viento, tenga instalados los AMS, el tren que circula a 340 km/h lo hará en condiciones de seguridad para vientos de $U_m=37.5$ m/s.

Por lo tanto, se ha podido comprobar y cuantificar la mejora en la seguridad del tráfico que supone el uso combinado de pantallas anti-viento y amortiguadores de masa sintonizados.

Es de destacar que el viento de 25 m/s de velocidad media tiene un periodo de retorno de menos de un año, mientras que el viento de 37.5 m/s de velocidad media sucede, en el emplazamiento del puente, cada 7 años. Si la velocidad del tren de 340 km/h fuera la velocidad específica del tramo donde se sitúa el puente, probablemente el tren no tendría que bajar la velocidad por fuertes vientos en 7 años, o más, por razones de seguridad.

15.6.4.2. Velocidades críticas del tren por confort de los viajeros

Como se verá en este epígrafe, los vientos soportables por el puente y el tren, en condiciones de viaje cómodo para los viajeros, son menores que los descritos en la sección anterior por seguridad del tráfico. Es decir, si además de la seguridad del

Figura 15.23.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del tren I. (a) Máximas aceleraciones laterales de los coches de pasajeros. (b). Máximas aceleraciones laterales de las locomotoras del tren AVE-Alstom.

tráfico se quiere conseguir el confort de los viajeros, los vientos laterales soportables son de menor velocidad media.

Para elaborar las curvas de velocidades críticas del tren por confort de los viajeros se han considerado el índice de confort continuo y el índice de confort medio. El índice de confort continuo se ha separado en índice de confort continuo por aceleración lateral C_{cy} , e índice de confort continuo por aceleración vertical de vehículo C_{cz} . Además, se han marcado dos niveles de comodidad. Estos son:

- Viaje cómodo
- Viaje de comodidad media.

Viaje cómodo Con el objetivo de un viaje cómodo se han confeccionado las curvas de velocidades críticas de tren y viento para los criterios citados de índice de confort continuo $C_{cy} < 0.3$ (Figura 15.32a), índice de confort continuo $C_{cz} < 0.3$ (Figura 15.32b) e índice de confort medio $N_{mv} < 2.5$ (Figura 15.33a). Y una última gráfica envolvente de las tres anteriores (Figura 15.33b).

Por definición el índice de confort continuo es más exigente que el índice de confort medio. Para que el índice de confort continuo (C_{cy} , Figura 15.32a) quede dentro del nivel de confort de viaje cómodo, el tren que viaja a 340 km/h no puede soportar vientos mayores de 12.5 m/s de velocidad media cuando pasa por el puente sin pantallas anti-viento. Ese mismo tren, viajando a esa velocidad, puede pasar el puente en condiciones de comodidad soportando un viento lateral de 25 m/s (velocidad media), si el puente cuenta con las pantallas anti-viento estudiadas. Si además el puente tiene instalados los AMS, el viaje cómodo de este tren se asegura para vientos laterales de velocidad media de 27 m/s. Si en lugar del índice de confort continuo, se elige el índice de confort medio (Figura 15.33a), y se quiere mantener este índice en

Figura 15.24.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Respuesta del Vehículo II. (a) Máximas aceleraciones verticales de los coches de pasajeros. (b). Máximas aceleraciones verticales de las locomotoras del tren AVE-Alstom.

niveles de viaje cómodo, el viento soportable por ese tren, viajando a 340 km/h por el puente con pantallas y amortiguadores, llega a ser de 32 m/s de velocidad media en el tablero.

El índice de confort continuo según las aceleraciones verticales del vehículo C_{cz} (Figura 15.32b), no es limitante para conseguir un viaje cómodo.

Por otro lado, la envolvente de velocidades críticas del tren y del viento (Figura 15.33b) para conseguir un viaje cómodo considerando los índices de confort continuo y confort medio, coincide con la gráfica de la Figura 15.32a, que corresponde al índice de confort continuo por las aceleraciones laterales del vehículo $C_{cy} < 0.3$.

Viaje con comodidad media Si se quisiera bajar el nivel de confort de los pasajeros del tren cuando este pasa por el puente a un viaje con comodidad media, se obtendrían las gráficas de velocidades críticas de tren y viento de las Figuras 15.34a y 15.34b. En la primera Figura (15.34a) se observa que el viaje del tren a 340 km/h por el puente con pantallas (y amortiguadores), cuando el viento actúa con una velocidad media de 30 m/s, alcanzaría ese nivel de comodidad media según el índice de confort continuo ($C_{cy}, C_{cz} < 0.4$).

Análogamente, ese tren, que circula por el puente con pantallas y amortiguadores, con un nivel de comodidad media, lo podría hacer cuando el viento actúa con una velocidad media de 32 m/s, si nos fijamos en el índice de confort medio $N_{mv} < 3.5$ (Figura 15.34b).

Figura 15.25.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de seguridad del tráfico I. (a) Máximo índice de vuelco de los vehículos del tren. (b). Máximo factor de pérdida de carga de un eje.

15.7. Conclusiones

De los resultados observados en el estudio realizado y recogido en este capítulo se pueden formular las siguientes conclusiones:

- **En los casos simulados de viento de hasta 30 m/s de velocidad media actuando sobre tren y puente (sin pantallas anti-viento)** se ha comprobado que el tablero cumple los estados límites de deformaciones y de aceleraciones por seguridad del tráfico. Sin embargo, la excitación del tren debida al viento lateral racheado actuando directamente sobre él, conlleva que la respuesta dinámica de este tren supere los límites permitidos de aceleraciones, índices de seguridad de tráfico, e índices de confort de los viajeros:
 - El viaje de tren deja de ser seguro para velocidades del tren superiores a 340 km/h cuando sopla un viento de 25 m/s de velocidad media. Con vientos mayores el tren no viaja en condiciones de seguridad a ninguna velocidad.
 - El mecanismo de pérdida de seguridad observado corresponde al de máxima fuerza lateral eje-vía (Criterio Prud'Homme).
 - Con esta configuración del puente (sin pantallas-antiviento), el viaje del tren deja de ser cómodo, para cualquier velocidad del tren, con velocidades de viento de 20 m/s o menores, según el índice de confort continuo. Según el índice de confort medio, el viaje de tren deja de ser cómodo para velocidades del tren superiores a 240 km/h cuando el viento actúa con una velocidad media de 20 m/h. Para vientos mayores el viaje no es cómodo para ninguna velocidad del tren.
 - Los vehículos más excitados por el viento (en cuanto a aceleraciones laterales y verticales) son los vehículos de pasajeros, al presentar menores

Figura 15.26.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de seguridad del tráfico II. (a) Máximas fuerzas laterales de eje-vía. (b). Máximo índice de Prud'Homme de un eje del tren.

Figura 15.27.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de seguridad del tráfico III. Máximo factor de descarrilamiento de los ejes del tren.

inercias de masas.

- Se han detectado resonancias en el comportamiento vertical de las locomotoras viajando a 220 km/h, por acoplamiento de la longitud de onda del movimiento vertical de dicha locomotor según su primera frecuencia de vibración vertical, con la longitud de vano del puente. Esta resonancia, detectada en las aceleraciones verticales del vehículo, es independiente de la velocidad del viento.
- De la misma manera se han detectado resonancias en las aceleraciones laterales de los vehículos de pasajeros por acoplarse, a cierta velocidad del tren (280 km/h), el movimiento lateral del vehículo, según su primera frecuencia de oscilación lateral, con cierto número de veces la luz del vano (4×50 m). Esta resonancia aumenta con la velocidad del viento, puesto

Figura 15.28.: Puente con pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de confort de los viajeros I. (a) Índice de confort continuo Ccy. (b). Índice de confort continuo Ccz.

Figura 15.29.: Puente sin pantallas anti-viento. Velocidad media del viento $U_m = 35$ m/s. Índices de confort de los viajeros II. Índice de confort medio.

que la deformación lateral del puente (flechas laterales del tablero en los vanos) también aumenta. Esta resonancia no se produce sin viento.

- Se han encontrado resonancias en el comportamiento vertical del tablero por coincidencia entre frecuencia de excitación por serie de cargas móviles verticales de los ejes, con una frecuencia propia vibración vertical del tablero. Resonancias independientes de la velocidad del viento.
- No se han encontrado resonancias en el comportamiento lateral del tablero.
- Las resonancias detectadas en el comportamiento de los vehículos, así como las encontradas en el comportamiento vertical del tablero, no han influido en los resultados de este estudio en cuanto a confort de los viajeros y seguridad del tráfico.

Figura 15.30.: Velocidades críticas del tren por seguridad del tráfico I. (a) Por descarrilamiento. (b) Por índice Prud'Homme (máxima fuerza lateral eje-vía).

Figura 15.31.: Velocidades críticas del tren por seguridad del tráfico II. (a) Por pérdida de carga de un eje. (b) Teniendo en cuenta todos los índices de seguridad.

- Con los resultados obtenidos de los casos simulados de viento actuando sobre tren y puente (sin pantallas), cuando el puente cuenta con amortiguadores de masa sintonizados instalados en las pilas, se confirma que estos dispositivos (amortiguadores) prácticamente no mejoran la respuesta del puente, ni mejoran la del tren en cuanto a seguridad del tráfico o confort de los viajeros. En estos casos, el viento sigue actuando directamente sobre el tren. Y es la excitación directa del vehículo por el viento el mecanismo que causa la pérdida de confort y de seguridad. Los resultados de velocidades críticas del tren y del viento, por seguridad del tráfico y confort de los viajeros, son los mismos que los obtenidos con el puente sin pantallas y sin los amortiguadores de masas.
- El uso de pantallas anti-viento mejora la seguridad del tráfico y el confort de los viajeros cuando actúan vientos laterales racheados. Sin embargo, se

Figura 15.32.: Velocidades críticas del tren por confort. Viaje cómodo. (a) Por confort continuo Y, $C_{cy} < 0.3$. (b) Por confort continuo Z, $C_{cz} < 0.3$

observa que la respuesta dinámica del puente (horizontal y vertical) frente al viento aumenta más que significativamente (más del doble en aceleraciones). Como era de esperar, el puente tiene una mayor respuesta dinámica frente al viento porque cuenta ahora, con las pantallas anti-viento, es decir, con una mayor superficie expuesta.

- **El uso de amortiguadores de masa sintonizados, en la cabeza de las pilas del puente con pantallas anti-viento**, mejora significativamente todos los parámetros estudiados de la respuesta dinámica lateral del puente y del tren. El uso de estos amortiguadores no mejora sin embargo, la respuesta vertical del tren ni del tablero:
 - Con esta configuración de puente, los amortiguadores reducen la respuesta dinámica lateral del tablero, y por lo tanto, este transmite una menor excitación al vehículo a través de las fuerzas de contacto. Al disminuir las fuerzas de contacto eje-vía mejoran los índices de seguridad del tráfico.
 - El aumento del confort de los viajeros por la mejora de la respuesta del vehículo en aceleraciones debida al uso de los amortiguadores en el puente, no es tan significativa como la mejora de los índices de seguridad del tráfico.
- **El uso combinado de amortiguadores de masa sintonizados y pantallas anti-viento en el puente:**
 - Permite que un tren circule a 340 km/h por un viaducto alto como el estudiado, en condiciones de seguridad, cuando actúa un viento lateral racheado de 37.5 m/s de velocidad media (135 km/h de velocidad media y 189 km/h de velocidad pico). Ese tren, a esa velocidad (340 km/h), y por seguridad del tráfico, sólo podría soportar vientos de 25 m/s de velocidad

Figura 15.33.: Velocidades críticas del tren por confort. Viaje cómodo. (a) Por índice de confort medio $Nmv < 2.5$. (b) Considerando todos los criterios de confort (envolvente).

media (90 km/h) si el puente no tuviera instaladas las pantallas ni los amortiguadores.

- Permite que un tren circule a 340 km/h por un viaducto alto como el estudiado, en niveles de confort correspondientes a un viaje cómodo, (según el índice de comodidad media), cuando actúa un viento lateral racheado de 32 m/s de velocidad media (115 km/h de velocidad media y 160 km/h de velocidad pico). Ese tren a esa velocidad, por confort de los viajeros, sólo podría viajar por el puente sin pantallas ni amortiguadores con vientos laterales de aproximadamente 16 m/s de velocidad media (57.6 km/h)

Figura 15.34.: Velocidades críticas del tren por confort. Viaje con comodidad media. (a) Por índice de confort continuo $C_{cy}, C_{cz} < 0.4$. (b) Por índice de confort medio $N_{mv} < 3.5$.

16. Conclusiones

16.1. Conclusiones

16.1.1. De los modelos empleados:

- Para estudiar el comportamiento dinámico del tren cuando pasa por viaductos altos, y por tanto lateralmente flexibles, de líneas de alta velocidad, se ha desarrollado un modelo no lineal de interacción dinámica tren-vía-puente-viento con las siguientes características:
 - El modelo de interacción cuenta con un modelo paramétrico de elementos finitos, en rigidez directa, que idealiza el sistema dinámico puente-vía, con la posibilidad de reproducir la flexibilidad de la vía.
 - Para los trenes se han empleado dos modelos *multibody* 3D, uno para vehículos tipo convencional y otro para vehículos articulados. Con ellos se han podido modelar dos trenes de alta velocidad de uso en España. Uno de última generación, (AVE S-103 de Siemens), y otro tipo articulado más ligero (AVE S-100 de Alstom).
 - Se ha desarrollado para este trabajo la formulación de un modelo de interacción no lineal eje-vía, (o rueda-carril), que considera las irregularidades geométricas de la vía, el desplazamiento relativo eje-vía, el rozamiento entre rueda y carril (de forma simplificada) y la geometría completa de los perfiles de rueda S1002 y del carril UIC-60. Este modelo de interacción eje-vía se ha construido a partir del planteamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico del eje, de las ecuaciones constitutivas o de comportamiento, con las que se introduce la teoría del contacto rueda-carril, y de las ecuaciones cinemáticas o de compatibilidad, con las que se relacionan algunos desplazamientos de los ejes del tren mediante unas funciones geométricas asociadas a los perfiles de rueda y carril empleados.
- Se ha logrado emplear de forma eficiente un método de solución numérica del problema matemático no lineal que plantea la interacción dinámica vehículo-puente. Para ello, se ha desarrollado la formulación necesaria para que resulte eficiente la aplicación de un método iterativo de Newton-Raphson que soluciona las ecuaciones de movimiento del puente y del tren por separado en cada paso o instante del análisis.

- El modelo construido ha sido validado de forma satisfactoria mediante la comparación de resultados obtenidos de simulaciones realizadas, con los de estudios previos disponibles en la literatura científica, y con medidas experimentales de la respuesta del puente tomadas en eventos dinámicos ocurridos en dos puentes altos monitorizados en servicio.

16.1.2. De los estudios realizados

16.1.2.1. Comprobaciones previas a los estudios

- Se ha comprobado que la flexibilidad de la vía aumenta los valores máximos de la respuesta del vehículo de alta velocidad, (en cuanto a fuerza lateral eje-vía, aceleraciones laterales y verticales), en cantidades no superiores al 10 %. Por lo tanto, en estudios donde no se tenga en cuenta este parámetro, la flexibilidad de la vía, se observarán resultados menores en respuesta del vehículo y ligeramente mejores de lo que deberían en cuanto a seguridad y confort.
- El empleo de un modelo de interacción que considera un perfil cónico de la rueda aumenta los resultados de la respuesta lateral del vehículo, en aceleraciones y desplazamientos, cuando se trata del tren tipo convencional AVE S-103 de Siemens. En concreto, las aceleraciones laterales del vehículo aumentan ligeramente, y sin embargo, las fuerzas laterales eje-vía son del orden de la mitad de las que arroja el modelo de perfil completo de rueda (12 kN), cuando este tren viaja a alta velocidad y sin viento. Este modelo, (de rueda cónica), sería válido para descartar problemas del tren citado en la seguridad del tráfico y en el confort de los viajeros cuando viaja sobre viaductos altos. Sin embargo, el modelo de interacción de rueda cónica no es posible utilizarlo con el tren articulado AVE S-100 de Alstom porque se produce la inestabilidad del tren. El movimiento lateral del vehículo aumenta indefinidamente. Las suspensiones del vehículo no son capaces por sí solas de estabilizar el movimiento lateral del tren, se necesita además una rueda con perfil completo, en este caso.

16.1.2.2. Estudio de la respuesta dinámica lateral de viaductos altos de líneas de alta velocidad por el paso tren

- El paso del tren por un viaducto alto de tablero continuo y sección en cajón, no supone un riesgo para la seguridad ni para el confort de los viajeros. El viaje del tren es seguro y cómodo para todas las velocidades ensayadas (200-380 km/h).
- La respuesta dinámica de los viaductos de pilas altas bajo la acción del tren de alta velocidad cumple con los estándares de seguridad del tráfico impuestos en las correspondientes normas.

- Las propiedades dinámicas de esta clase de viaductos, su baja rigidez lateral y las bajas frecuencias de vibración lateral, no afectan significativamente a la respuesta del tren de alta velocidad, ni en aceleraciones laterales ni en la fuerza lateral eje-vía. En concreto, la altura de pila, no influye prácticamente en la respuesta del tren ni en la del puente.
- Sí que se aprecian diferencias entre la situación de viaje del tren de alta velocidad sobre vía fuera de puente, y viaje sobre el puente. La presencia del puente, aumenta ligeramente la respuesta del vehículo en aceleraciones y en la fuerza lateral eje-vía. La causa hay que buscarla en la diferencia de amortiguamiento estructural que existe entre el que tiene el sistema dinámico puente más vía, y el que tiene la vía sola. La estructura tiene un amortiguamiento mucho menor que la vía sola.
- No se han encontrado fenómenos de resonancias claras en el comportamiento lateral del tablero ni del vehículo. El único posible mecanismo que puede causar resonancias laterales en el comportamiento de tableros de puentes rectos, sometidos exclusivamente al paso del tren, se debe a la acción periódica sobre el puente producida por la oscilación de las fuerzas laterales de contacto del tren. Es decir, por el llamado efecto lazo de los ejes del tren. En el caso de viaductos largos, las resonancias laterales en el tablero no son obvias por la cancelación entre fuerzas de todos los ejes moviéndose con diferentes fases.
- En cambio, sí que se han detectado resonancias en la aceleración vertical del tablero. El mecanismo causante de estas resonancias ha sido la coincidencia entre la frecuencia de paso de los ejes del tren (a una determinada velocidad) con alguna frecuencia de oscilación vertical del tablero del puente. De todas formas, tanto la respuesta vertical del puente como la del vehículo están todavía muy lejos de los límites impuestos por las normas.

16.1.2.3. Mejora de la respuesta dinámica transversal de un viaducto alto frente a la acción del tren de alta velocidad y del viento

- Cuando actúa el viento sobre el tren y el puente, sin pantallas anti-viento, el tablero cumple los estados límites de deformaciones y de aceleraciones por seguridad del tráfico. Sin embargo, la excitación del tren debida al viento lateral racheado actuando directamente sobre él, conlleva que la respuesta dinámica de este tren supere los límites permitidos de aceleraciones, índices de seguridad de tráfico, e índices de confort de los viajeros. El viaje del tren deja de ser seguro para velocidades del tren superiores a 340 km/h cuando sopla un viento de 25 m/s de velocidad media. Con vientos mayores el tren no viaja en condiciones de seguridad a ninguna velocidad. El mecanismo de pérdida de seguridad observado corresponde al de máxima fuerza lateral eje-vía (Criterio Prud'Homme). Los vehículos más excitados por el viento (en cuanto

a aceleraciones laterales y verticales) son los vehículos de pasajeros, por ser vehículos más ligeros y presentar menores inercias.

- Con los resultados obtenidos de los casos simulados de viento actuando sobre tren y puente (sin pantallas), cuando el puente cuenta con amortiguadores de masa sintonizados instalados en las pilas, se confirma que estos dispositivos (amortiguadores) prácticamente no mejoran la respuesta del puente, ni mejoran la del tren en cuanto a seguridad del tráfico o confort de los viajeros. En estos casos, el viento sigue actuando directamente sobre el tren. Y es la excitación directa del vehículo por el viento el mecanismo que causa la pérdida de confort y de seguridad. Los resultados de velocidades críticas del tren y del viento, por seguridad del tráfico y confort de los viajeros, son los mismos que los obtenidos con el puente sin pantallas y sin los amortiguadores de masas.
- El uso de amortiguadores de masa sintonizados, en la cabeza de las pilas del puente con pantallas anti-viento, mejora significativamente todos los parámetros estudiados de la respuesta dinámica lateral del puente y del tren. El uso de estos amortiguadores no mejora sin embargo, la respuesta vertical del tren ni del tablero:
 - Con esta configuración de puente, los amortiguadores reducen la respuesta dinámica lateral del tablero, y por lo tanto, éste transmite una menor excitación al vehículo a través de las fuerzas de contacto. Al disminuir las fuerzas de contacto eje-vía mejoran los índices de seguridad del tráfico.
 - El aumento del confort de los viajeros por la mejora de la respuesta del vehículo en aceleraciones debida al uso de los amortiguadores en el puente, no es tan significativo como la mejora de los índices de seguridad del tráfico.
- El uso combinado de amortiguadores de masa sintonizado y pantallas anti-viento en el puente:
 - Permite que un tren circule a 340 km/h por un viaducto alto como el estudiado, en condiciones de seguridad, cuando actúa un viento lateral racheado de 37.5 m/s de velocidad media (135 km/h de velocidad media y 189 km/h de velocidad pico). Ese tren, a esa velocidad (340 km/h), y por seguridad del tráfico, sólo podría soportar vientos de 25 m/s de velocidad media (90 km/h) si el puente no tuviera instaladas las pantallas ni los amortiguadores.
 - Permite que un tren circule a 340 km/h por un viaducto alto como el estudiado, en niveles de confort correspondientes a un viaje cómodo, (según el índice de confort medio), cuando actúa un viento lateral racheado de 32 m/s de velocidad media (115 km/h de velocidad media y 160 km/h de velocidad pico). Ese tren a esa velocidad, por confort de los viajeros, sólo podría viajar por el puente sin pantallas ni amortiguadores con vientos laterales de aproximadamente 16 m/s de velocidad media (57.6 km/h).

- En este estudio, se han detectado resonancias en las aceleraciones laterales y verticales de los vehículos y en las aceleraciones verticales del tablero. Las resonancias detectadas, o aumento de los movimientos del tren y/o del puente, a ciertas velocidades del tren, no han influido prácticamente, en la elaboración de las curvas finales de velocidades críticas del tren por seguridad del tráfico y confort de los viajeros. El parámetro determinante en estas curvas ha sido la velocidad media del viento en el tablero.
- El mecanismo de pérdida de seguridad observado en este estudio corresponde al de máxima fuerza lateral eje-vía (Criterio Prud'Homme). No ha resultado tan determinante en la pérdida de seguridad del tren el índice de descarrilamiento, el índice de pérdida de carga de un eje, ni el índice de vuelco del vehículo completo.
- Se ha comprobado que, frente a las aceleraciones verticales, las aceleraciones laterales en la caja de los vehículos de pasajeros han sido determinantes en los resultados obtenidos en cuanto a la pérdida de confort de los viajeros.
- Comparando los resultados obtenidos en este trabajo con resultados de estudios, encontrados en la literatura científica, de viaductos de pilas cortas, es decir, más rígidos, que cuentan con pantallas anti-viento, y sometidos a vientos laterales importantes, se ha comprobado que la flexibilidad lateral del puente, con esta configuración de puente con pantallas, aumenta la fuerza lateral eje-vía, la respuesta lateral del tren y del puente, e influye en la pérdida de confort de los viajeros y de seguridad del tráfico.
- Hay que recordar que en este estudio no se ha tenido en cuenta la flexibilidad de la vía, que puede aumentar la respuesta del vehículo en un 10 % según se ha estimado en este trabajo, y por lo tanto, los resultados de seguridad del tráfico y de confort de los viajeros son ligeramente optimistas.

16.2. Aportaciones de esta tesis

- Se aporta una visión crítica del estado del arte de la interacción dinámica vehículo-puente, con la que se analizan los modelos empleados, los parámetros utilizados, los métodos de solución numérica y los resultados obtenidos en los estudios previos disponibles en la literatura científica. Se ha prestado especial atención a los siguientes estudios: (a) Proyecto *ERRI-D181* (1996), que lleva título *Fuerzas laterales sobre puentes ferroviarios*; (b) *Análisis de las condiciones y mecanismos de resonancia en el sistema tren-puente* (*Xia et al. (2006b)*).
- Se desarrolla la formulación completa de un nuevo modelo no lineal de interacción tren-vía-puente-viento que reproduce adecuadamente las fuerzas laterales de contacto rueda-carril, fuerzas que van a tener una gran influencia en los índices de seguridad del tráfico.

- Se propone y desarrolla la formulación de un eficiente método de solución numérica, adaptado al problema matemático no lineal planteado, para obtener la respuesta dinámica del tren y del puente. Se trata de un método iterativo de Newton-Raphson que soluciona las ecuaciones de movimiento del puente y del tren por separado en cada paso o instante del análisis.
- Se ha validado el modelo de interacción construido mediante la comparación de resultados obtenidos de respuesta del tren y del puente con los de estudios numéricos previos, disponibles en la literatura científica, y con los registros de eventos dinámicos correspondientes al paso del tren sobre los viaductos de Arroyo de Valle y de Arroyo de las Piedras, puentes altos que han estado monitorizados en servicio durante dos años.
- Se cuantifican, empleando el modelo construido, los niveles de seguridad del tráfico y de confort de los pasajeros de trenes ligeros de alta velocidad que viajan sobre viaductos altos sometidos, o no, a fuertes vientos laterales racheados. Se ha comprobado que los fenómenos de resonancia observados en el comportamiento del tren y del puente, no tienen tanta influencia en los índices de seguridad y confort como la velocidad media del viento en el tablero.
- Así mismo, se ha obtenido el grado de mejora de la seguridad del tráfico y del confort de los viajeros, cuando se emplean pantallas anti-viento en el tablero y amortiguadores de masa sintonizados en la cabeza de las pilas de viaductos altos. Resultando, el uso simultáneo de estos dos dispositivos (pantallas y amortiguadores de masa) en puentes altos de líneas de alta velocidad, una opción a considerar en la construcción de estas estructuras para elevar significativamente el nivel de servicio de las mismas.

16.3. Trabajos futuros

Se relacionan aquí una serie de trabajos futuros dentro de esta línea de investigación correspondiente a la interacción dinámica tren-puente en líneas de alta velocidad.

Sobre los modelos:

- Se trabajará en la mejora del modelo no lineal de interacción vehículo-puente construido para salvar sus limitaciones actuales. En concreto, se pretenderá mejorar la precisión de los valores de fueras tangenciales longitudinales de contacto rueda-carril cuando el contacto se produce en la pestaña de la rueda. Para ello, se incorporará al modelo construido y a la formulación desarrollada la teoría variacional de Kalker, o alguna aproximación a la misma.
- Se mejorará el método de solución numérica, mediante el uso de una mejor aproximación de las matrices jacobianas de los sistemas de ecuaciones no lineales del puente y del vehículo. De esta forma se podrá mejorar, si cabe, la eficiencia del método de solución numérica del problema matemático planteado por la interacción tren-puente.

- Se empleará el método de superposición modal en el modelo de elementos finitos del puente para reducir los grados de libertad de la estructura, y conseguir menores costes computacionales en la resolución numérica del problema. Se estudiará el número de modos de vibración de la estructura a considerar para obtener precisión en los resultados. De esta forma, se podrá también controlar mejor el amortiguamiento introducido en el modelo de la estructura.

Sobre las aplicaciones o los estudios a realizar en puentes ferroviarios:

- Se estudiará la mejora en la respuesta del viaducto alto y del tren frente a la acción del viento, como consecuencia del uso de otro tipo de amortiguadores. En este caso se tratará de amortiguadores no lineales que vinculen los desplazamientos laterales del tablero y de la cabeza de las pilas.
- Se estudiará la mejora de la respuesta del tren y del puente alto, así como la seguridad del tráfico y el confort de los viajeros, durante un terremoto por el uso de amortiguadores en puentes altos.
- Se aplicará la metodología y modelos desarrollados para el estudio de otras tipologías de puentes de ferrocarril lateralmente flexibles, como son los puentes atirantados, los puentes arco o los puentes colgantes.
- Se realizarán estudios de seguridad del tráfico y de confort de los viajeros en puentes atirantados que cuenten con pantallas anti-viento, o en los que el tren circule por el interior de un cajón, para determinar el aumento en los niveles de servicio de dichos puentes, bajo la acción de vientos laterales importantes, como consecuencia del uso de amortiguadores de masa sintonizados instalados a lo largo del tablero.

Apéndice

A. Funciones geométricas. Perfiles de rueda S-1002 y carril UIC-60

Este epígrafe recoge las funciones geométricas correspondientes a un eje del tren con ruedas S-1002 y a la vía de ancho internacional con carriles UIC-60 cuya inclinación es 1:40.

Para el modelo de interacción construido para este trabajo, se han adoptado como funciones geométricas las funciones aproximadas expresadas en los siguientes gráficos con el fin de garantizar la convergencia de la solución del problema. Estas funciones aproximadas, representadas con línea continua en las siguientes figuras, se han obtenido a partir de “suavizar” las funciones geométricas calculadas, representadas con línea discontinua.

Figura A.1.: Ángulo que la superficie de contacto de la rueda y carril izquierdos γ^L (o derechos γ^R) forma con el plano horizontal en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_w

Figura A.2.: Desplazamiento vertical relativo de la rueda izquierda Δz_W^L , y de la derecha Δz_W^R , respecto a la vía en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W

Figura A.3.: Incremento del radio de giro de la rueda izquierda Δr_W^L , y derecha Δr_W^R , en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W

Figura A.4.: Curvatura del perfil transversal del carril izquierdo $1/r_{r2}^L$, o derecho $1/r_{r2}^R$, en el punto de contacto en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_w

Figura A.5.: Curvatura del perfil transversal de la rueda izquierda $1/r_{w2}^L$, o derecha $1/r_{w2}^R$, en el punto de contacto en función del desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_w

Figura A.6.: Derivada del ángulo que la superficie de contacto de la rueda y carril izquierdos γ'^L (o derechos γ'^R) forma con el plano horizontal respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W

Figura A.7.: Derivada del desplazamiento vertical relativo entre la rueda izquierda $\Delta z'_W$ (o la derecha $\Delta z'_W$) y la vía respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W

Figura A.8.: Segunda derivada del desplazamiento vertical relativo entre la rueda izquierda $\Delta z''^L_W$ (o derecha $\Delta z''^R_W$) y la vía respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W

Figura A.9.: Derivada del radio de giro de la rueda izquierda r'^L (o derecha r'^R) respecto al desplazamiento lateral relativo eje-vía Δy_W

B. Matrices de funciones de forma

$\mathbf{G}(x_l)$, $\mathbf{G}_Y(x_l)$ y $\mathbf{G}_Z(x_l)$.

Los desplazamientos y giros de un punto intermedio de una viga (elemento finito) se pueden expresar como una combinación lineal de los desplazamientos que se producen en los extremos de esa viga. De la misma manera, las fuerzas actuantes en un punto intermedio de la viga, son una combinación lineal de un sistema de fuerzas equivalente actuando sobre los nudos extremos de esa viga. Las constantes de proporcionalidad en los dos casos se obtienen evaluando las funciones de forma del elemento finito en el citado punto intermedio de la viga.

En este apéndice, se recogen las expresiones de los desplazamientos de un punto intermedio de los carriles en función de los desplazamientos de los nudos del modelo de elementos finitos del puente. Además, se obtiene la expresión de las fuerzas de contacto rueda-carril actuando en los nudos del modelo de elementos finitos del puente.

Las expresiones anteriores se obtienen para los dos modelos de puente considerados en este trabajo: El modelo de puente con vía flexible (Modelo A: Figura 3.1) y el modelo de puente sin vía (Modelo B: Figura 3.2).

B.1. Movimientos de la vía $\mathbf{z}_D(\mathbf{u}_b)$ y $\mathbf{y}_D(\mathbf{u}_b)$ en función de los g.d.l. del modelo puente-vía.

Se definen los vectores $\mathbf{z}_D$ y $\mathbf{y}_D$ como vectores de desplazamiento vertical y lateral respectivamente de los carriles en los puntos de contacto (Figura B.1 y Figura B.2):

$$\mathbf{z}_D = \begin{bmatrix} z_D^L & z_D^R \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{y}_D = \begin{bmatrix} y_D^L & y_D^R \end{bmatrix}^T$$

Estos vectores de desplazamientos se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_D &= \mathbf{G}_Z(x_l) \cdot \mathbf{u}_n \\ \mathbf{y}_D &= \mathbf{G}_Y(x_l) \cdot \mathbf{u}_n \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

donde $\mathbf{G}_Z(x_l)$ y $\mathbf{G}_Y(x_l)$ son matrices de funciones de forma que se describen en la Sección B.2. El parametro x_l marca la posición de eje l dentro del elemento finito del modelo puente en el que se sitúa el eje l en un determinado instante t (Figura B.1 y Figura B.2).

B.1.1. Modelo puente con vía flexible.

En el caso de que el modelo de elementos finitos del sistema puente-vía corresponda al modelo A (con vía flexible), el vector $\mathbf{u}_n$ de la Ecuación B.2 esta formado por:

$$\mathbf{u}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n1} & \mathbf{u}_{n2} & \mathbf{u}_{n3} & \mathbf{u}_{n4} \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.3})$$

donde los vectores $\mathbf{u}_{nj}$ corresponden a los vectores desplazamiento según los g.d.l. cada uno de los 4 nudos de los elementos carril sobre los que se encuentra el eje l en un instante t del análisis (Ecuación B.4 y Figura B.1).

$$\mathbf{u}_{nj} = \begin{bmatrix} x_{nj} & y_{nj} & z_{nj} & \theta x_{nj} & \theta y_{nj} & \theta z_{nj} \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.4})$$

Figura B.1.: Desplazamientos de los carriles en los puntos de contacto y nudos del modelo vía. Modelo A de puente (con vía flexible).

Con la siguiente expresión se relaciona el vector desplazamiento $\mathbf{u}_n$ de los nudos de los carriles sobre los que se encuentra el eje l con el vector desplazamiento de los g.d.l. de modelo de elementos finitos del puente $\mathbf{u}_b$.

$$\mathbf{u}_n = \mathbf{D}_n \cdot \mathbf{u}_b \quad (\text{B.5})$$

En la Ecuación B.5 la matriz $\mathbf{D}_n$ es una matriz de ceros y unos de dimensiones $24 \times dof_b$. Siendo dof_b el número de g.d.l. (independientes) considerados en el modelo puente. Notese que para cada elemento vía (dos elementos carriles paralelos), la matriz $\mathbf{D}_n$ es diferente.

De esta forma, con la Ecuación B.5 y la Ecuación B.2 se obtiene la expresión de los desplazamientos de los puntos de contacto en función de los g.d.l. del modelo puente ($\mathbf{z}_D(\mathbf{u}_b)$ y $\mathbf{y}_D(\mathbf{u}_b)$).

B.1.2. Modelo puente sin vía.

En cambio, $\mathbf{u}_n$ en la Ecuación B.2 es el vector de desplazamientos según los g.d.l. de los dos nudos del elemento viga del tablero sobre el que se sitúa el eje l , si el modelo considerado de elementos finitos del puente es el modelo B (Figura B.2).

$$\mathbf{u}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n1} & \mathbf{u}_{n2} & \mathbf{u}_{n1} & \mathbf{u}_{n2} \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.6})$$

Figura B.2.: Desplazamientos de los carriles en los puntos de contacto y de los nudos del tablero. Modelo B de puente (sin vía flexible).

De la misma forma que sucedía con el modelo A de puente, aquí se puede obtener $\mathbf{z}_D(\mathbf{u}_b)$ y $\mathbf{y}_D(\mathbf{u}_b)$ utilizando la ecuación Ecuación B.2 y la siguiente:

$$\mathbf{u}_n = \mathbf{DD}_n \cdot \mathbf{u}_b \quad (\text{B.7})$$

donde la matriz $\mathbf{DD}_n$ es también una matriz de ceros y unos de dimensiones $24 \times dof_b$.

B.1.3. Velocidades y aceleraciones de los carriles en los puntos de contacto en función de los movimientos del puente.

Para ambos modelos de puente, las velocidades y aceleraciones verticales y laterales de los carriles en los puntos de contacto con las ruedas (izquierda y derecha) se pueden agrupar en los siguientes vectores:

$$\dot{\mathbf{z}}_D = \begin{bmatrix} \dot{z}_D^L & \dot{z}_D^R \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.8})$$

$$\dot{\mathbf{y}}_D = \begin{bmatrix} \dot{y}_D^L & \dot{y}_D^R \end{bmatrix}^T$$

$$\ddot{\mathbf{z}}_D = \begin{bmatrix} \ddot{z}_D^L & \ddot{z}_D^R \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.9})$$

$$\ddot{\mathbf{y}}_D = \begin{bmatrix} \ddot{y}_D^L & \ddot{y}_D^R \end{bmatrix}^T$$

Estos vectores de velocidades y aceleraciones de los carriles en los puntos de contacto se expresan en función de los movimientos de los nudos del modelo puente correspondiente de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{z}}_D = \frac{d(\mathbf{G}_Z(x_l) \cdot \mathbf{u}_n)}{dt} = \mathbf{G}_Z(x_l) \cdot \dot{\mathbf{u}}_n + v \cdot \mathbf{G}'_Z(x_l) \cdot \mathbf{u}_n \quad (\text{B.10})$$

$$\dot{\mathbf{y}}_D = \frac{d(\mathbf{G}_Y(x_l) \cdot \mathbf{u}_n)}{dt} = \mathbf{G}_Y(x_l) \cdot \dot{\mathbf{u}}_n + v \cdot \mathbf{G}'_Y(x_l) \cdot \mathbf{u}_n$$

$$\ddot{\mathbf{z}}_D = \frac{d^2(\mathbf{G}_Z(x_l) \cdot \mathbf{u}_n)}{dt^2} = \mathbf{G}_Z(x_l) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_n + 2v \cdot \mathbf{G}'_Z(x_l) \cdot \dot{\mathbf{u}}_n + v^2 \cdot \mathbf{G}''_Z(x_l) \cdot \mathbf{u}_n \quad (\text{B.11})$$

$$\ddot{\mathbf{y}}_D = \frac{d^2(\mathbf{G}_Y(x_l) \cdot \mathbf{u}_n)}{dt^2} = \mathbf{G}_Y(x_l) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_n + 2v \cdot \mathbf{G}'_Y(x_l) \cdot \dot{\mathbf{u}}_n + v^2 \cdot \mathbf{G}''_Y(x_l) \cdot \mathbf{u}_n$$

En estas ecuaciones, v es la velocidad del tren, y las matrices tipo $\mathbf{G}'_Z(x_l)$ y $\mathbf{G}''_Z(x_l)$ son las derivadas respecto a x de las funciones de forma de los elementos finitos de los carriles o del tablero según el modelo de puente considerado. Estas matrices se describen en la Sección B.2 de este apéndice. $\ddot{\mathbf{u}}_n$ y $\dot{\mathbf{u}}_n$ son los vectores aceleración y velocidad de los nudos de los elementos finitos de los carriles o del tablero según los g.d.l. de esos nudos.

Utilizando la Ecuación B.10, la Ecuación B.11 y la derivada respecto al tiempo de la Ecuación B.5 (o Ecuación B.7) se obtienen las expresiones de $\dot{\mathbf{z}}_D$, $\ddot{\mathbf{z}}_D$, $\dot{\mathbf{y}}_D$ y $\ddot{\mathbf{y}}_D$ en función de los movimientos del puente según los g.d.l. considerados en el modelo ($\mathbf{u}_b$, $\dot{\mathbf{u}}_b$ y $\ddot{\mathbf{u}}_b$).

B.2. Matrices de funciones de forma.

B.2.1. Modelo puente con vía flexible.

En el modelo A de puente (puente con vía flexible), las matrices $\mathbf{G}_Y(x_l)$, $\mathbf{G}_Z(x_l)$ y $\mathbf{G}(x_l)$ empleadas en la Ecuación B.2 y en la Ecuación 7.50, se construyen de la siguiente forma:

$$\mathbf{G}_Y(x_l) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_V(x_l) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_V(x_l) \end{bmatrix}_{2 \times 24} \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{G}_Z(x_l) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_W(x_l) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_W(x_l) \end{bmatrix}_{2 \times 24} \quad (\text{B.13})$$

$$\mathbf{G}(x_l) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_V(x_l) & & \\ \mathbf{G}_W(x_l) & \mathbf{0} & \\ \mathbf{G}_{\theta z}(x_l) & & \\ & \mathbf{G}_V(x_l) & \\ & \mathbf{G}_W(x_l) & \\ & \mathbf{G}_{\theta z}(x_l) & \end{bmatrix}_{6 \times 24} \quad (\text{B.14})$$

En estas tres expresiones anteriores $\mathbf{G}_V(x_l)$ y $\mathbf{G}_W(x_l)$ son:

$$\mathbf{G}_V(x_l) = \begin{bmatrix} 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & \overline{N}_1 \frac{L_e}{2} & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & \overline{N}_2 \frac{L_e}{2} \end{bmatrix}_{1 \times 12} \quad (\text{B.15})$$

$$\mathbf{G}_W(x_l) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_1 & 0 & -\overline{N}_1 \frac{L_e}{2} & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & -\overline{N}_2 \frac{L_e}{2} & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 12} \quad (\text{B.16})$$

donde L_e es la longitud de elemento finito carril (o tablero en el caso de modelo B de puente), y

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3) \\ N_2 &= \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3) \\ \overline{N}_1 &= \frac{1}{4}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) \\ \overline{N}_2 &= \frac{1}{4}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$$\xi = \frac{2 \cdot x_l}{L_e} - 1 \quad (\text{B.18})$$

El vector de funciones de forma $\mathbf{G}_{\theta z}(x_l)$ es:

$$\mathbf{G}_{\theta z}(x_l) = \mathbf{G}'_V(x_l) \quad (\text{B.19})$$

Las matrices $\mathbf{G}'_Y(x_l)$, $\mathbf{G}'_Z(x_l)$, $\mathbf{G}''_Y(x_l)$ y $\mathbf{G}''_Z(x_l)$, que aparecían en la Ecuación B.10 y en la Ecuación B.11, se obtienen derivando una o dos veces las matrices $\mathbf{G}_Y(x_l)$ y $\mathbf{G}_Z(x_l)$ descritas respecto a x_l .

En el caso de utilizar el modelo B de puente (puente sin vía flexible), las matrices $\mathbf{G}_Y(x_l)$, $\mathbf{G}_Z(x_l)$ y $\mathbf{G}(x_l)$ empleadas en la Ecuación B.2 y en la Ecuación 7.50, se construyen como sigue:

$$\mathbf{G}_Y(x_l) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_V(x_l) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_V(x_l) \end{bmatrix}_{2 \times 24} + \begin{bmatrix} (v1 + dv2) \cdot \mathbf{G}_{\theta x}(x_l) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (v1 + dv2) \cdot \mathbf{G}_{\theta x}(x_l) \end{bmatrix}_{2 \times 24} \quad (\text{B.20})$$

$$\mathbf{G}_Z(x_l) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_W(x_l) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_W(x_l) \end{bmatrix}_{2 \times 24} + \begin{bmatrix} dh1 \cdot \mathbf{G}_{\theta x}(x_l) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (dh1 + g_0) \cdot \mathbf{G}_{\theta x}(x_l) \end{bmatrix}_{2 \times 24} \quad (\text{B.21})$$

$$\mathbf{G}(x_l) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_V(x_l) & & \\ \mathbf{G}_W(x_l) & \mathbf{0} & \\ \mathbf{G}_{\theta z}(x_l) & & \\ & \mathbf{G}_V(x_l) & \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_W(x_l) & \\ & \mathbf{G}_{\theta z}(x_l) & \end{bmatrix}_{6 \times 24} + \begin{bmatrix} (v1 + dv2) \cdot \mathbf{G}_{\theta x}(x_l) & & \\ dh1 \cdot \mathbf{G}_{\theta x}(x_l) & \mathbf{0} & \\ 0 & & \\ & (v1 + dv2) \cdot \mathbf{G}_{\theta x}(x_l) & \\ \mathbf{0} & (dh1 + g_0) \cdot \mathbf{G}_{\theta x}(x_l) & \\ & 0 & \end{bmatrix}_{6 \times 24}$$

(B.22)

En las tres expresiones anteriores:

$v1, dv2, dh1$ y g_0 son parámetros geométricos representados en la Figura B.2, y

$\mathbf{G}_V(x_l)$, $\mathbf{G}_W(x_l)$ y $\mathbf{G}_{\theta z}(x_l)$ son los vectores de funciones de forma descritos en Subsección B.2.1.

El vector $\mathbf{G}_{\theta x}(x_l)$ vale:

$$\mathbf{G}_{\theta x}(x_l) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & N_1^{\theta x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^{\theta x} & 0 & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 12} \quad (\text{B.23})$$

donde

$$\begin{aligned} N_1^{\theta x} &= \frac{1-\xi}{2} \\ N_2^{\theta x} &= \frac{1+\xi}{2} \\ \xi &= \frac{2 \cdot x_l}{L_e} - 1 \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

De la misma forma que ocurría cuando se emplea el modelo A de puente, las matrices $\mathbf{G}'_Y(x_l)$, $\mathbf{G}'_Z(x_l)$, $\mathbf{G}''_Y(x_l)$ y $\mathbf{G}''_Z(x_l)$, que aparecen en la Ecuación B.10 y en la Ecuación B.11, se obtienen derivando una o dos veces respecto a x_l las matrices $\mathbf{G}_Y(x_l)$ y $\mathbf{G}_Z(x_l)$, descritas ahora en la Ecuación B.20 y en la Ecuación B.21.

C. Funciones geométricas

$$\beta_y^{L,R}(\Delta y_W), \beta_{Ty}^{L,R}(\Delta y_W) \text{ y } \beta_{Rz}^{L,R}(\Delta y_W).$$

Las funciones $\beta(\Delta y_W)$, que aparecen en la formulación del problema de interacción vehículo-puente desarrollado en este trabajo, se describen aquí. Son funciones geométricas no lineales. En su formulación aparecen otras funciones geométricas definidas en la Subsección 5.2.2, si se trata del modelo cónico de rueda, o en la Subsección 5.2.3 y el Apéndice A, si se considera el perfil completo de la rueda y del carril.

Estas funciones β son las siguientes:

$$\beta_y^{L,R}(\Delta y_W) = \cos\gamma^{L,R} - \frac{r^{L,R}}{g_0}(\Delta z'_W{}^R - \Delta z'_W{}^L) \cdot \cos\gamma^{L,R} \pm \Delta z'_W{}^{L,R} \sin\gamma^{L,R} \quad (C.1)$$

$$\beta_{Ty}^{L,R}(\Delta y_W) = \cos\gamma^{L,R} \pm \frac{\sin^2\gamma^{L,R}}{\cos\gamma^{L,R}} \quad (C.2)$$

$$\beta_{Rz}^{L,R}(\Delta y_W) = \cos\gamma^{L,R} + \frac{g_0}{2r_W} \sin\gamma^{L,R} \quad (C.3)$$

Para resolver los dos sistemas de ecuaciones no lineales acoplados (Ecuación 7.75 y Ecuación 7.76), que corresponden al problema de interacción vehículo-puente planteado, se utiliza el método iterativo de Newton-Raphson que se describe en el Capítulo 8. En este procedimiento, es necesario evaluar las matrices jacobianas de los dos sistemas de ecuaciones citados. En los elementos de estas matrices jacobianas, que se detallan en el Apéndice D, aparecen las derivadas respecto a la variable Δy_W de las funciones geométricas $\beta(\Delta y_W)$ descritas. Estas derivadas son las siguientes:

- Para ser utilizadas en la matriz jacobiana del sistema de ecuaciones del puente:

$$\begin{aligned}\beta_y^{L,R}(\Delta y_W) = & -\gamma'^L \sin \gamma^L + \frac{\Delta z''^L_W}{g_0} \cdot r^L \cdot \cos \gamma^L + \\ & -\frac{(\Delta z'^R_W - \Delta z'^L_W)}{g_0} \cdot (r'^L \cdot \cos \gamma^L - r^L \cdot \sin \gamma^L \cdot \gamma'^L) + \\ & + \Delta z''^L_W \cdot \sin \gamma^L + \Delta z'^L_W \cdot \cos \gamma^L \cdot \gamma'^L\end{aligned}\quad (C.4)$$

$$\begin{aligned}\beta_y^{R,R}(\Delta y_W) = & -\gamma'^R \sin \gamma^R - \frac{\Delta z''^R_W}{g_0} \cdot r^R \cdot \cos \gamma^R + \\ & -\frac{(\Delta z'^R_W - \Delta z'^L_W)}{g_0} \cdot (r'^R \cdot \cos \gamma^R - r^R \cdot \sin \gamma^R \cdot \gamma'^R) + \\ & - \Delta z''^R_W \cdot \sin \gamma^R - \Delta z'^R_W \cdot \cos \gamma^R \cdot \gamma'^R\end{aligned}\quad (C.5)$$

- Para ser utilizadas en la matriz jacobiana del sistema de ecuaciones del tren:

$$\begin{aligned}\beta_y^{L,R}(\Delta y_W) = & -\gamma'^{L,R} \sin \gamma^{L,R} + \frac{(\Delta z''^R_W - \Delta z''^L_W)}{g_0} \cdot r^{L,R} \cdot \cos \gamma^{L,R} + \\ & -\frac{(\Delta z'^R_W - \Delta z'^L_W)}{g_0} \cdot (r'^{L,R} \cdot \cos \gamma^{L,R} - r^{L,R} \cdot \sin \gamma^{L,R} \cdot \gamma'^{L,R}) + \\ & \pm \Delta z''^{L,R}_W \cdot \sin \gamma^{L,R} \pm \Delta z'^{L,R}_W \cdot \cos \gamma^{L,R} \cdot \gamma'^{L,R}\end{aligned}\quad (C.6)$$

- Para ser utilizadas en la matriz jacobiana del sistema de ecuaciones del tren y en la del sistema de ecuaciones del puente:

$$\beta_{Ty}^{L,R}(\Delta y_W) = -\gamma'^{L,R} \cdot \sin \gamma^{L,R} \pm 2\gamma'^{L,R} \cdot \sin \gamma^{L,R} \pm \frac{\sin^3 \gamma^{L,R}}{\cos^2 \gamma^{L,R}} \cdot \gamma'^{L,R} \quad (C.7)$$

$$\beta_{Rz}^{L,R}(\Delta y_W) = -\gamma'^{L,R} \cdot \sin \gamma^{L,R} + \frac{g_0}{2r_W} \cdot \gamma'^{L,R} \cdot \cos \gamma^{L,R} \quad (C.8)$$

D. Jacobianas de los sistemas de ecuaciones del puente y del tren

D.1. Matriz Jacobiana del sistema de ecuaciones del vehículo

En este epígrafe se describe un procedimiento para aproximar la matriz jacobiana $\mathbf{J}_{\mathbf{f}_v}(\mathbf{x}_v^m)_{t+\Delta t}$, asociada a la ecuación de movimiento de Newmark del sistema vehículo (Ecuación 8.18), tal como se requiere en el paso 6.a)3) del procedimiento iterativo de solución numérica del problema de interacción puente-tren recogido en la Sección 8.5. Esta matriz jacobiana se evaluaba empleando la respuesta dinámica del puente $(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t}^k$, calculada en una iteración anterior del bucle de Newton-Raphson del sistema puente, y la respuesta dinámica del vehículo $(\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t}^m$, calculada en una iteración anterior del bucle de Newton-Raphson de sistema vehículo.

Como primer paso se va a plantear la ecuación de movimiento del eje l del tren, suponiendo que los bogies y coches del tren no se mueven:

$$\mathbf{m}_W \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{Wl} + \mathbf{c}_W \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl} + \mathbf{k}_W \cdot \mathbf{u}_{Wl} = \mathbf{F}_{Wl} \quad (\text{D.1})$$

$$\mathbf{F}_{Wl} = \mathbf{K}_{Wly}(\Delta y_{Wl}^{L,R}) \cdot \mathbf{u}_{Wl} + \mathbf{C}_{Wly}(\Delta y_{Wl}^{L,R}) \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl} + \mathbf{F}_{Wl}^*(\Delta y_W^{L,R}) \quad (\text{D.2})$$

En esta Ecuación D.1, las matrices $\mathbf{m}_W$, $\mathbf{c}_W$ y $\mathbf{k}_W$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del eje descritas en el Capítulo 4. El vector $\mathbf{F}_{Wl}$, descrito en la Subsección 7.2.1, es el vector de fuerzas de contacto actuando según los g.d.l. del eje l . Estos g.d.l. del eje l están recogidos en el vector $\mathbf{u}_{Wl} = \begin{bmatrix} y_W & Rz_W \end{bmatrix}_l^T$.

La Ecuación D.1 de movimiento del eje l puesta de forma incremental según Newmark queda:

$$(\mathbf{k}_W^{equ} + \mathbf{K}_{Wly}^{equ})_{t+\Delta t} \cdot \Delta \mathbf{u}_{Wl,t+\Delta t} - \mathbf{F}_{Wl,t+\Delta t}^* + \mathbf{Q}_{Wl,t}^{equ} = \mathbf{0}, \quad (\text{D.3})$$

donde

$$\mathbf{k}_W^{equ} = a_0 \cdot \mathbf{m}_W + a_1 \cdot \mathbf{c}_W + \mathbf{k}_W, \quad (\text{D.4})$$

$$\mathbf{K}_{Wly,t+\Delta t}^{equ} = -a_1 \cdot \mathbf{C}_{Wly,t+\Delta t} - \mathbf{K}_{Wly,t+\Delta t}, \quad (\text{D.5})$$

$$\mathbf{Q}_{Wl,t}^{equ} = \mathbf{k}_{Wl,t+\Delta t}^* \cdot \mathbf{u}_{Wl,t} - \mathbf{m}_W \cdot (a_2 \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl,t} + a_3 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{Wl,t}) - \mathbf{c}_{Wl,t+\Delta t}^* (a_4 \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl,t} + a_5 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{Wl,t}) \quad (\text{D.6})$$

En esta última expresión $\mathbf{k}_{Wl,t+\Delta t}^*$ y $\mathbf{c}_{Wl,t+\Delta t}^*$ valen:

$$\mathbf{k}_{Wl,t+\Delta t}^* = \mathbf{k}_W - \mathbf{K}_{Wly,t+\Delta t} \quad (\text{D.7})$$

$$\mathbf{c}_{Wl,t+\Delta t}^* = \mathbf{c}_W - \mathbf{C}_{Wly,t+\Delta t} \quad (\text{D.8})$$

En la Ecuación D.3, $\Delta \mathbf{u}_{Wl,t+\Delta t}$ es:

$$\Delta \mathbf{u}_{Wl,t+\Delta t} = \mathbf{u}_{Wl,t+\Delta t} - \mathbf{u}_{Wl,t} = \begin{bmatrix} y_{Wl} \\ Rz_{Wl} \end{bmatrix}_{t+\Delta t} - \begin{bmatrix} y_{Wl} \\ Rz_{Wl} \end{bmatrix}_t \quad (\text{D.9})$$

Los coeficientes a_o y a_1 , que también aparecerán más abajo, son los coeficientes de Newmark definidos en la Ecuación 8.7.

Sea el operador $\mathbf{J}_W [\mathbf{f}(y_W, Rz_W)]$, de la función vectorial

$$\mathbf{f}(y_W, Rz_W) = \begin{bmatrix} f_1(y_{Wl}, Rz_{Wl}) \\ f_2(y_{Wl}, Rz_{Wl}) \end{bmatrix}, \quad (\text{D.10})$$

definido como sigue:

$$\mathbf{J}_W [\mathbf{f}(y_{Wl}, Rz_{Wl})] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_{Wl}} & \frac{\partial f_1}{\partial Rz_{Wl}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial y_{Wl}} & \frac{\partial f_2}{\partial Rz_{Wl}} \end{bmatrix}. \quad (\text{D.11})$$

Se aplica ahora dicho operador a varios términos de la Ecuación D.3:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{J}_W \left[(\mathbf{k}_W^{equ} + \mathbf{K}_{Wly}^{equ})_{t+\Delta t} \cdot \Delta \mathbf{u}_{Wl,t+\Delta t} \right]_{mk} = \\
& = (\mathbf{k}_W^{equ} + \mathbf{K}_{Wly}^{equ}) - (y_{Wl,t+\Delta t}^{(m)} - y_{Wl,t}) \cdot a_1 \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{v}(f_{\alpha 22}^L \beta_y^L \beta_{Ty}^L + f_{\alpha 22}^R \beta_y^R \beta_{Ty}^R)' & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{mk}
\end{aligned} \tag{D.12}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{J}_W \left[-\mathbf{F}_{Wl,t+\Delta t}^* \right]_{mk} = [\mathbf{C}'_{DIy} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_D + \dot{\mathbf{y}}_I) \quad \mathbf{0}]_{l,mk} + \\
& - [\mathbf{K}'_{W2} \quad \mathbf{0}]_{l,m} - [\mathbf{D}'_{Z1} \cdot \mathbf{F}_Z \quad \mathbf{0}]_{l,m} - [\mathbf{D}_{Z1} \cdot \mathbf{F}'_Z \quad \mathbf{0}]_{l,mk}
\end{aligned} \tag{D.13}$$

En estas expresiones y en lo sucesivo, el apóstrofe ' significa derivada $\frac{d(\cdot)}{d\Delta y_{Wl}}$ respecto a Δy_{Wl} , que es el desplazamiento lateral relativo entre el eje l y la vía. Estas derivadas se pueden evaluar mediante diferencias finitas cuando se trata de derivar funciones de Kalker-Shen $f_{\alpha ij}^{L,R}$. Y se pueden utilizar directamente las expresiones del Apéndice A y del Apéndice C, cuando se trata de derivar funciones geométricas.

También en las expresiones anteriores, y en las que vienen, los subíndices m y k significan que las funciones de estas expresiones se evalúan con la respuesta del vehículo $(\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t}^m$ calculada la iteración m anterior del bucle de Newto-Raphson del vehículo, y con la respuesta del puente $(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t}^k$ calculada en la iteración k anterior del bucle de Newton-Raphson del puente (Sección 8.5).

Se define un nuevo operador diferencial $\mathbf{J}_{TW} [\mathbf{g}(y_W, Rz_W)]$, de la función vectorial

$$\mathbf{g}(y_W, Rz_W) = \begin{bmatrix} g_1(y_{Wl}, Rz_{Wl}) \\ g_2(y_{Wl}, Rz_{Wl}) \\ g_3(y_{Wl}, Rz_{Wl}) \\ g_4(y_{Wl}, Rz_{Wl}) \\ g_5(y_{Wl}, Rz_{Wl}) \end{bmatrix}, \tag{D.14}$$

de la siguiente forma:

$$\mathbf{J}_{TW} [\mathbf{g}(y_{wl}, Rz_{wl})] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial y_{wl}} & \frac{\partial g_1}{\partial Rz_{wl}} \\ \frac{\partial g_2}{\partial y_{wl}} & \frac{\partial g_2}{\partial Rz_{wl}} \\ \frac{\partial g_3}{\partial y_{wl}} & \frac{\partial g_3}{\partial Rz_{wl}} \\ \frac{\partial g_4}{\partial y_{wl}} & \frac{\partial g_4}{\partial Rz_{wl}} \\ \frac{\partial g_5}{\partial y_{wl}} & \frac{\partial g_5}{\partial Rz_{wl}} \end{bmatrix}. \quad (\text{D.15})$$

Se va a aplicar este operador al vector de fuerzas de interacción actuando sobre el bogie, según sus g.d.l. ($y_T \ z_T \ Rx_T \ Ry_T \ Rz_T$), y debidas a los movimientos del eje l y de la vía en el plano vertical (transversal a la vía). Este vector es:

$$\mathbf{F}_{Tl} = [\mathbf{K}_{WTl} \cdot (\mathbf{z}_{Dl} + \mathbf{z}_{Il} + \Delta \mathbf{z}_{Wl}) + \mathbf{C}_{WTl} \cdot (\dot{\mathbf{z}}_{Dl} + \dot{\mathbf{z}}_{Il} + (\mathbf{D}_{BZ1l} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl} - \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_{Dl} + \dot{\mathbf{y}}_{Il})))] , \quad (\text{D.16})$$

Las matrices y vectores que aparecen en la expresión anterior están descritos en la Subsección 7.2.2.

Antes de aplicar el operador diferencial $\mathbf{J}_{TW} []$ al vector de fuerzas $\mathbf{F}_{Tl}$, se ha considerado que este vector forma parte de la ecuación incremental de movimiento del vehículo de Newmark (Ecuación 8.18). Por lo tanto se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{TW} [\mathbf{F}_{Tl}]_{mk} &= \mathbf{J}_{TW} [\mathbf{K}_{WTl} \cdot \Delta \mathbf{z}_{Wl}]_{mk} + \mathbf{J}_{TW} [\mathbf{C}_{WTl} \cdot \mathbf{D}_{BZ1l} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl}]_{mk} \\ &+ \mathbf{J}_{TW} [-\mathbf{C}_{WTl} \cdot \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_{Dl} + \dot{\mathbf{y}}_{Il})]_{mk} \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

$$\mathbf{J}_{TW} [\mathbf{K}_{WTl} \cdot \Delta \mathbf{z}_{Wl}]_{mk} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_{Z1} \cdot (\Delta z_{Wl}^L ' + \Delta z_{Wl}^R ') & 0 \\ -\frac{2}{g_0} k_{Z1} b_1^2 \cdot (\Delta z_{Wl}^L ' - \Delta z_{Wl}^R ') & 0 \\ -j \cdot k_{Z1} d_1 \cdot (\Delta z_{Wl}^L ' + \Delta z_{Wl}^R ') & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{mk} \quad (\text{D.18})$$

$$\mathbf{J}_{TW} [\mathbf{C}_{WTl} \cdot \mathbf{D}_{BZ1l} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{Wl}]_{mk} = a_1 \cdot [\mathbf{C}_{WTl} \cdot \mathbf{D}_{BZ1l}]_{mk} +$$

$$+ a_1 \cdot (y_{Wl,t+\Delta t}^{(m)} - y_{Wl,t}) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c_{Z1} \cdot (\Delta z_{Wl}^{L''} + \Delta z_{Wl}^{R''}) & 0 \\ -\frac{2}{g_0} c_{Z1} b_1^2 \cdot (\Delta z_{Wl}^{L''} - \Delta z_{Wl}^{R''}) & 0 \\ -j \cdot c_{Z1} d_1 \cdot (\Delta z_{Wl}^{L''} + \Delta z_{Wl}^{R''}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{mk} \quad (\text{D.19})$$

$$\mathbf{J}_{TW} [-\mathbf{C}_{WTl} \cdot \mathbf{D}_{BZ2l} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_{Dl} + \dot{\mathbf{y}}_{Il})]_{mk} =$$

$$- \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{WTl} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_{Dl} + \dot{\mathbf{y}}_{Il}) & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{mk} =$$

$$- \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c_{Z1} \cdot (\Delta z_{Wl}^{L''} \cdot (\dot{y}_I^L + \dot{y}_D^L) + \Delta z_{Wl}^{R''} \cdot (\dot{y}_I^R + \dot{y}_D^R)) & 0 \\ -\frac{2}{g_0} c_{Z1} b_1^2 \cdot (\Delta z_{Wl}^{L''} \cdot (\dot{y}_I^L + \dot{y}_D^L) - \Delta z_{Wl}^{R''} \cdot (\dot{y}_I^R + \dot{y}_D^R)) & 0 \\ -j \cdot c_{Z1} d_1 \cdot (\Delta z_{Wl}^{L''} \cdot (\dot{y}_I^L + \dot{y}_D^L) + \Delta z_{Wl}^{R''} \cdot (\dot{y}_I^R + \dot{y}_D^R)) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{mk} \quad (\text{D.20})$$

En las expresiones anteriores, el parámetro j puede tomar el valor 1 ó -1 según sea el eje l delantero o trasero de su bogie.

Pues bien, la matriz jacobiana asociada a la Ecuación D.21 no lineal de movimiento del vehículo, en forma incremental, se ha aproximado en este trabajo como se expresa en la Ecuación D.22.

$$\mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^{equ}(\Delta y_{Wl,t+\Delta t}) \cdot \Delta \mathbf{u}_{v,t+\Delta t} - \mathbf{F}_{vb,t+\Delta t}^*(\Delta y_{Wl,t+\Delta t}, \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}, \dot{\mathbf{u}}_{b,t+\Delta t}) + \mathbf{Q}_{v,t}^{equ} = \mathbf{0}$$

ó

$$\mathbf{f}_v(\mathbf{x}_v) = \mathbf{0} \quad (\text{D.21})$$

$$\mathbf{J}_{fv}(\mathbf{x}^m)_{t+\Delta t} = [\mathbf{K}_{v,t+\Delta t}^{equ}]_{mk} + \sum_l \mathbf{J}_W [\mathbf{K}_{Wly,t+\Delta t}^{equ} \cdot \Delta \mathbf{u}_{Wl,t+\Delta t}] + \sum_l \mathbf{J}_W [-\mathbf{F}_{Wl,t+\Delta t}^*]_{mk} +$$

$$+ \sum_l \mathbf{J}_{TW} [-\mathbf{F}_{Tl,t+\Delta t}]_{mk} + \sum_l a \cdot [\mathbf{C}_{WTl} \cdot \mathbf{D}_{BZ1l}]_{t+\Delta t, mk} \quad (\text{D.22})$$

En esta última expresión, el operado $\sum_l$ significa suma pero también ensamblaje de las sub-matrices jacobianas, tipo $\mathbf{J}_W []_{2 \times 2}$ ó tipo $\mathbf{J}_{TW} []_{5 \times 2}$, asociadas a cada eje l del tren en el sistema vehículo.

D.2. Matriz Jacobiana del sistema de ecuaciones del puente

Se describe ahora un procedimiento para aproximar la matriz jacobiana $\mathbf{J}_{\mathbf{fb}}(\mathbf{x}_b^k)_{t+\Delta t}$, asociada a la ecuación de movimiento de Newmark del sistema puente (Ecuación 8.20), tal como se requiere en el paso 6.c) del procedimiento iterativo de solución numérica del problema de interacción puente-tren recogido en la Sección 8.5. Esta matriz jacobiana se evaluará a partir de la respuesta del vehículo $(\mathbf{u}_v, \dot{\mathbf{u}}_v, \ddot{\mathbf{u}}_v)_{t+\Delta t}^{k+1}$ calculada en el paso 6.a)5) del procedimiento iterativo de solución numérica descrito en la Sección 8.5, y a partir de la respuesta del puente en una iteración k anterior del bucle de Newton-Raphson del puente $(\mathbf{u}_b, \dot{\mathbf{u}}_b, \ddot{\mathbf{u}}_b)_{t+\Delta t}^k$. De ahí el superíndice k en $\mathbf{J}_{\mathbf{fb}}(\mathbf{x}_b^k)_{t+\Delta t}$ y en las expresiones siguientes.

Se recuerda la ecuación de movimiento de Newmark (en forma incremental) del sistema puente:

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ}(\Delta y_{Wl,t+\Delta t}) \cdot \Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} - \mathbf{F}_{bv,t+\Delta t}^*(\Delta y_{Wl,t+\Delta t}, \mathbf{u}_{v,t+\Delta t}, \dot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}, \ddot{\mathbf{u}}_{v,t+\Delta t}) + \mathbf{Q}_{b,t}^{equ} = \mathbf{0} \\ & \text{ó} \\ & \mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b) = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{D.23}$$

La matriz jacobiana de este sistema de ecuaciones no lineales se ha aproximado en este trabajo como:

$$\mathbf{J}_{\mathbf{fb}}(\mathbf{x}_b^k)_{t+\Delta t} = \mathbf{J}_{\mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ,k}} \Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t} - \mathbf{J}_{\mathbf{F}_{bv,t+\Delta t}^{*,k}}, \tag{D.24}$$

es decir, como la suma de las matrices jacobianas de los dos primeros términos de la Ecuación D.23.

En la expresión de la jacobiana $\mathbf{J}_{fb}(\mathbf{x}_b^k)_{t+\Delta t}$:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_{\mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ,k} \Delta \mathbf{u}_{b,t+\Delta t}} &= \mathbf{K}_{b,t+\Delta t}^{equ,k} + \\
 &- \sum_l \left[\mathbf{G}^T(x_l) \cdot \left[-a_0 \cdot \mathbf{M}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}_y(x_l) \cdot \Delta \mathbf{u}_{nl12} + \right. \right. \\
 &- 2 \cdot v \cdot a_1 \cdot \mathbf{M}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}_y'(x_l) \cdot \Delta \mathbf{u}_{nl12} + \\
 &+ a_1 \cdot \mathbf{C}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}_y(x_l) \cdot \Delta \mathbf{u}_{nl12} + \\
 &+ a_1 \cdot \mathbf{C}'_{BDl l} \cdot \mathbf{G}_y(x_l) \cdot \Delta \mathbf{u}_{nl12} + \\
 &- v^2 \cdot \mathbf{M}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}_y''(x_l) \cdot \Delta \mathbf{u}_{nl12} + \\
 &+ v \cdot \mathbf{C}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \mathbf{G}_y'(x_l) \cdot \Delta \mathbf{u}_{nl12} + \\
 &\left. \left. + v \cdot \mathbf{C}'_{BDl l} \cdot \mathbf{G}_y'(x_l) \cdot \Delta \mathbf{u}_{nl12} \right] \cdot \mathbf{G}_y(x_l) \right]_{t+\Delta t}^{(k)}
 \end{aligned} \tag{D.25}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_{\mathbf{F}_{bv,t+\Delta t}^{*,k}} &= - \sum_l \left[\mathbf{G}^T(x_l) \cdot \left[-\mathbf{M}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \ddot{\mathbf{y}}_{Wl2} + \right. \right. \\
 &+ \mathbf{M}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \ddot{\mathbf{y}}_{ll2} + \mathbf{K}_{BWz l} \cdot \Delta \mathbf{z}'_{Wl2} + \\
 &+ \mathbf{C}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \dot{\mathbf{y}}_{Wl2} - \mathbf{C}_{BWz l} \cdot \mathbf{D}'_{BZ2l} \cdot \dot{\mathbf{y}}_{ll2} + \\
 &+ \bar{\mathbf{C}}'_{BWyl l} \cdot \dot{\mathbf{y}}_{Wl2} + \bar{\mathbf{C}}'_{BWyl 2l} \cdot \dot{\mathbf{R}}_{z_{Wl2}} + \\
 &- \mathbf{C}'_{BDl l} \cdot \dot{\mathbf{y}}_{ll2} + \mathbf{D}'_{By1l} \cdot \mathbf{F}_{Zl2} + \bar{\mathbf{K}}'_{BWyl 2l} + \\
 &\left. \left. + \bar{\mathbf{K}}'_{BWyl} \cdot \mathbf{R}_{z_{Wl2}} \right] \cdot \mathbf{G}_y(x_l) \right]_{t+\Delta t}^{(k)}
 \end{aligned} \tag{D.26}$$

En las expresiones de las matrices jacobianas anteriores, aparecen las matrices de interacción de los elementos del puente que soportan al eje l que se describieron en la Sección 7.4, y sus derivadas respecto a Δy_W . De la misma forma, también intervienen en estas expresiones, las matrices de funciones de forma $\mathbf{G}^T(x_l)$ y $\mathbf{G}_y(x_l)$, y las derivadas de esta última respecto a x_l . Estas matrices de funciones de forma están descritas en el Apéndice B.

Las siguientes matrices, que también aparecen en las expresiones anteriores, se de-

finen aquí:

$$\Delta \mathbf{u}_{nl12} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{nI}^{(t+\Delta t)} - \mathbf{u}_{nI}^{(t)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{u}_{nII}^{(t+\Delta t)} - \mathbf{u}_{nII}^{(t)} \end{bmatrix}_l, \quad (\text{D.27})$$

donde

$$\mathbf{u}_{nI}^{(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n1} \\ \mathbf{u}_{n2} \end{bmatrix}_l^{(t)}; \quad \mathbf{u}_{nII}^{(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n3} \\ \mathbf{u}_{n4} \end{bmatrix}_l^{(t)} \quad (\text{D.28})$$

si se trata del modelo A de puente (con vía), y

$$\mathbf{u}_{nI}^{(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n1} \\ \mathbf{u}_{n2} \end{bmatrix}_l^{(t)}; \quad \mathbf{u}_{nII}^{(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n1} \\ \mathbf{u}_{n2} \end{bmatrix}_l^{(t)} \quad (\text{D.29})$$

si se trata del modelo B de puente (sin vía). El vector $\mathbf{u}_{ni}$ de g.d.l. del nudo i del elemento finito vía o tablero también se definió en la Sección 7.4.

$$\ddot{\mathbf{y}}_{wl2} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{wl} & 0 \\ 0 & \ddot{y}_{wl} \end{bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{y}}_{wl2} = \begin{bmatrix} \dot{y}_{wl} & 0 \\ 0 & \dot{y}_{wl} \end{bmatrix} \quad (\text{D.30})$$

$$\ddot{\mathbf{y}}_{ll2} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{ll}^L & 0 \\ 0 & \ddot{y}_{ll}^R \end{bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{y}}_{ll2} = \begin{bmatrix} \dot{y}_{ll}^L & 0 \\ 0 & \dot{y}_{ll}^R \end{bmatrix} \quad (\text{D.31})$$

$$\Delta \mathbf{z}'_{wl2} = \begin{bmatrix} \Delta z_{wl}^{L'} & \\ & \Delta z_{wl}^{R'} \end{bmatrix} \quad (\text{D.32})$$

$$\mathbf{Rz}_{wl2} = \begin{bmatrix} Rz_{wl} & 0 \\ 0 & Rz_{wl} \end{bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{Rz}}_{wl2} = \begin{bmatrix} \dot{Rz}_{wl} & 0 \\ 0 & \dot{Rz}_{wl} \end{bmatrix} \quad (\text{D.33})$$

$$\mathbf{F}_{zl2} = \begin{bmatrix} F_{zl}^L & 0 \\ 0 & F_{zl}^R \end{bmatrix} \quad (\text{D.34})$$

En la última expresión $F_{Zl}^{L,R}$ son las fuerzas verticales de contacto del eje l sobre el carril izquierdo (L) y derecho (R) respectivamente evaluadas en la iteración k del bucle del puente.

$$\bar{\mathbf{C}}_{BWyl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{v} \cdot f_{\alpha 22}^L \beta_y^L \beta_{Ty}^L & 0 \\ -\frac{r_W}{v \cdot g_0} \cdot f_{\alpha 22}^L \beta_y^L \beta_{Ty}^L & -\frac{r_W}{v \cdot g_0} \cdot f_{\alpha 22}^R \beta_y^R \beta_{Ty}^R \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{v} \cdot f_{\alpha 22}^R \beta_y^R \beta_{Ty}^R \\ \frac{r_W}{v \cdot g_0} \cdot f_{\alpha 22}^L \beta_y^L \beta_{Ty}^L & \frac{r_W}{v \cdot g_0} \cdot f_{\alpha 22}^R \beta_y^R \beta_{Ty}^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (\text{D.35})$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{BWyl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{v} \cdot f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \cos \gamma^L & 0 \\ -\frac{r_W}{v \cdot g_0} \cdot f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \cos \gamma^L & -\frac{r_W}{v \cdot g_0} \cdot f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \cos \gamma^R \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{v} \cdot f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \cos \gamma^R \\ \frac{r_W}{v \cdot g_0} \cdot f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \cos \gamma^L & \frac{r_W}{v \cdot g_0} \cdot f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \cos \gamma^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (\text{D.36})$$

$$\bar{\mathbf{K}}_{BWyl} = \begin{bmatrix} -f_{\alpha 22}^L \beta_{Rz}^L \beta_{Ty}^L & 0 \\ \frac{r_W}{g_0} \cdot f_{\alpha 22}^L \beta_{Rz}^L \beta_{Ty}^L & \frac{r_W}{g_0} \cdot f_{\alpha 22}^R \beta_{Rz}^R \beta_{Ty}^R \\ 0 & 0 \\ 0 & -f_{\alpha 22}^R \beta_{Rz}^R \beta_{Ty}^R \\ -\frac{r_W}{g_0} \cdot f_{\alpha 22}^L \beta_{Rz}^L \beta_{Ty}^L & -\frac{r_W}{g_0} \cdot f_{\alpha 22}^R \beta_{Rz}^R \beta_{Ty}^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (\text{D.37})$$

$$\bar{\mathbf{K}}_{BWyl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_W} \cdot f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \sin \gamma^L & 0 \\ -\frac{1}{g_0} \cdot f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \sin \gamma^L & \frac{1}{g_0} \cdot f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \sin \gamma^R \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{r_W} \cdot f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \sin \gamma^R \\ \frac{1}{g_0} \cdot f_{\alpha 23}^L \beta_{Ty}^L \sin \gamma^L & -\frac{1}{g_0} \cdot f_{\alpha 23}^R \beta_{Ty}^R \sin \gamma^R \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_l \quad (\text{D.38})$$

Las matrices $\bar{\mathbf{C}}'_{BWyl}$, $\bar{\mathbf{C}}'_{BWyl}$, $\bar{\mathbf{K}}'_{BWyl}$ y $\bar{\mathbf{K}}'_{BWyl}$ se obtienen derivando respecto a Δy_W las matrices anteriores $\bar{\mathbf{C}}_{BWyl}$, $\bar{\mathbf{C}}_{BWyl}$, $\bar{\mathbf{K}}_{BWyl}$ y $\bar{\mathbf{K}}_{BWyl}$. Estas derivadas, junto a las derivadas del resto de las matrices de interacción, se han evaluado por diferencias finitas.

De esta forma se completa la evaluación de la matriz jacobiana $\mathbf{J}_{fb}(\mathbf{x}_b^k)_{t+\Delta t}$ asociada al sistema de ecuaciones no lineales de Newmark del sistema dinámico puente (Ecuación D.23).

Bibliografía

- Antolín, P. (2013), Efectos dinámicos laterales en vehículos y puentes ferroviarios sometidos a la acción de vientos transversales, Ph.D. thesis, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos (UPM). 49, 96
- Antolín, P., N. Zhang, J. M. Goicolea, H. Xia, M. . Astiz, y J. Oliva (2013), Consideration of nonlinear wheel-rail contact forces for dynamic vehicle-bridge interaction in high-speed railways, *Journal of Sound and Vibration*, 332(5), 1231–1251, 10.1016/j.jsv.2012.10.022. 3, 16, 24, 32
- Ayasse, J.-B., y H. Chollet (2006), *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, chap. Wheel-Rail Contact, pp. 86–120, CRC Press. 122, 124
- Biggs, J. M. (1964), *Introduction on Structural Dynamics*, McGraw-Hill, New York, N.Y. 14
- Bolotin, V. V. (1964), *The Dynamic Estability of Elastic Systems*, Holden-Day, Inc., San Francisco, California. 14
- Cao, Y., H. Xiang, y Y. Zhou (2000), Simulation of stochastic wind velocity field on long-span bridges, *Journal of Engineering Mechanics*, 126(1), 1–6, 10.1061/(ASCE)0733-9399(2000)126:1(1). 3, 8, 195, 199
- Carnerero, A. (2007), Comportamiento dinámico de tableros de puentes de ferrocarril de alta velocidad formados por elementos transversales a la dirección de la vía, Ph.D. thesis, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos (UPM). 17
- Chen, G., y W. Zhai (2004), A new wheel/rail spatially dynamic coupling model and its verification, *Vehicle System Dynamics*, 41, 301–322. 128
- Chiu, T., y L. Squireb (1992), An experimental study of the flow over a train in a crosswind at large yaw angles up to 90°, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 45, 47–74. 204
- Chopra, A. K. (2007), *Dynamics of Structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*, third ed., Pearson, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey. 29, 159, 160, 169
- Chu, K.-H., C. L. Dhar, y V. K. Garg (1979), Railway-bridge impact: Simplified train and bridge model, *Journal of the Structural Division*, 105(9), 1823–1844.
- Claus, H., y W. Schiehlen (1998), Modeling and simulation of railway bogie structural vibrations, *Vehicle System Dynamics*, 29, 538–552, 10.1080/00423119808969585. 26, 134, 135
- Delfosse, P. (1991), Very-high-speed tests on the french railway track, *Vehicle system dynamics.*, 20, 195–206. xvi, 180
- Delgado, R., R. Calçada, J. M. Goicolea, y F. Gabaldon (2008), *Dynamics of High-Speed Railway Bridges: Selected and revised papers from the Advanced Course*

- on Dynamics of High-Speed Railway Bridges, Porto, Portugal, 20-23 September 2005*, CRC Press. 3, 15
- DEsolver, A. (2011), *Users Manual for Program KPF. Generation of wheel-rail geometrical properties. Part of GENSYS software*, AB DEsolver in cooperation with the Royal Institute of Technology (KTH) Stockholm and Chalmers University of Technology Gothenburg Sweden, Östersund Sweden. 121
- Dinh, V. N., K. D. Kim, y P. Warnitchai (2009a), Simulation procedure for vehicle-substructure dynamic interactions and wheel movements using linearized wheel-rail interfaces, *Finite Elements in Analysis and Design*, 45, 341–356. 36, 128
- Dinh, V. N., K. D. Kim, y P. Warnitchai (2009b), Dynamic analysis of three-dimensional bridge-high-speed train interactions using a wheel-rail contact model, *Engineering Structures*, 31(12), 3090–3106, 10.1016/j.engstruct.2009.08.015. 3, 24, 25, 26, 36
- Doménech, A. (2014), Influencia del modelo de vehículo en la predicción del comportamiento a flexión de puentes isostáticos de ferrocarril para tráfico de alta velocidad, Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Valencia. 15, 18, 31, 96
- Domínguez, J. (2001), Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia, phd, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos (UPM). 15, 18
- Dukkipati, R. V. (2000), *Vehicle Dynamics*, CRC Press Inc, New Delhi. 25, 31
- EN-12299 (2009), *Railway applications. Ride comfort for passengers. Measurement and evaluation*, European Committee for Standardization. Brussels. 56, 59, 60, 240, 250, 257, 266
- EN-13848-5 (2009), *Railway applications - Track - Track geometry quality - Part 5: Geometric quality assessment*, European Committee for Standardization. Brussels. 138, 219
- EN-14067-6 (2010), *Railway applications. Aerodynamics. Requirements and test procedures for cross wind assessment*, European Committee for Standardization. Brussels. 55
- EN-14363 (2005), *Railway applications-Testing for the acceptance of running characteristics of railway vehicles-Testing of running behaviour and stationary tests*, European Committee for Standardization. Brussels. 55, 221, 222, 240, 256
- EN-1990:2002/A2 (2005), *Basis of structural design. Annex A2: Application for bridges*, European Committee for Standardization. Brussels. 51, 53, 54, 224, 239, 256
- EN-1991-1-4 (2005), *Actions on structures. Part 1-4 General actions. Wind actions*, European Committee for Standardization. Brussels. 51, 196, 202
- ERRI-D181 (1996), *D181/RP6 Lateral forces on railway bridges, Final Report*, European Rail Research Institute. 13, 44, 128, 137, 223, 293
- ERRI-D214 (1997), *Train bridge interaction*, European Rail Research Institute. 15, 18
- ERRI-D214 (1999a), *Calculation for bridges with simply supported beams during the passage of a train*, European Rail Research Institute. 15

- ERRI-D214 (1999b), *Rail bridges for speeds > 200 km/h. Final report. Part a. Synthesis of the results of D 214 research*, European Rail Research Institute. 15
- Fertis, D. G. (1973), *Dynamics and vibration of structures*, John Wiley & Sons, New York, N. Y. 16
- Frýba, L. (1972), *Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads*, Noordhoff International Publishing, Groningen, the Netherlands. 14, 15, 16, 17
- Frýba, L. (1996), *Dynamics of Railway Bridges*, Thomas Telford, London, England. 14, 25, 26, 135
- Fries, R. H., y B. M. Coffey (1990), A state-space approach to the synthesis of random vertical and cross-rail irregularities, *Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, 1(112), 83–87. 135
- Galdos, N., D. Schelling, y M. Sahin (1993), Methodology for impact factor of horizontally curved box bridges, *Journal of Structural Engineering*, 119(6), 1917–1934, 10.1061/(ASCE)0733-9445(1993)119:6(1917). 3, 16
- García de Jalón, J., y E. Bayo (1994), *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems. The Real-Time Challenge*, Springer-Verlag, New York. 3, 32
- Garg, V. K., y R. V. Dukkipati (1984), *Dynamics of railway vehicle systems*, Academic Press. 14, 26, 135
- Gerlici, J., y T. Lack (2011), Railway wheel and rail head profiles development based on the geometric characteristics shapes, *Wear*, 271(1-2), 246 – 258, <http://dx.doi.org/10.1016/j.wear.2010.10.052>, proceedings of the 8th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail / Wheel Systems, Florence, 2009. 122
- Guo, W., H. Xia, y Y. Xu (2010), Running safety analysis of a train on the tsing ma bridge under turbulent winds, *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 9, 307–318. 3, 31, 47, 55
- Guo, W., H. Xia, G. De Roeck, y K. Liu (2012), Integral model for train-track-bridge interaction on the sesia viaduct: Dynamic simulation and critical assessment, *Computers and Structures*, 112-113, 205–216. 3, 23, 31, 55
- Guo, W. W., Y. L. Xu, y H. Xia (2007), Dynamic response of suspension bridge to typhoon and trains ii: Numerical results, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 133(1), 12–21. 3, 31
- Guo, W. W., H. Xia, T. Zhang, y G. J. Sun (2011), Dynamic responses of a railway bridge under high-speed trains subjected to turbulent winds, *Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EURODYN*, pp. 1164–1171. XXI, XXI, 3, 31, 48, 49, 50, 55, 206
- IAP-11 (2011), *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera*, Dirección General de Carreteras. Centro de Publicaciones, Ministerio de Fomento. 51, 78, 79, 196, 201
- IAPF-07 (2007), *Instrucción de acciones a considerar en puentes de ferrocarril*, Dirección General de Ferrocarriles. Centro de Publicaciones, Ministerio de Fomento., Madrid. XXV, XXXI, 51, 53, 54, 56, 57, 203, 206, 224, 239, 240, 246, 247, 256, 270, 271
- Inglis, C. E. (1934), *A Mathematical Treatise on Vibration in Railway Bridges*, The

- University Press, Cambridge, England. 14
- Iwnick, S. (1998), Manchester benchmarks for rail vehicle simulation, *Vehicle System Dynamics*, 30(3-4), 295–313, 10.1080/00423119808969454. 25, 176
- Iwnicki, S. (1999), *The Manchester Benchmarks for Rail Vehicle Simulation*, vol. 31, Supplement to Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger. XVI, 7, 25, 71, 176, 177, 179, 220
- Iwnicki, S. (2006), *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, 1 edition ed., CRC Press. 25, 230, 243
- Jeffcott, H. H. (1929), On the vibrations of beams under the action of moving loads, *Phil. Magazine*, 8(48), 66–97. 14
- Ju, S. H. (2013), Improvement of bridge structures to increase the safety of moving trains during earthquakes, *Engineering Structures*, 56, 501–508. 37
- Kalker, J. J. (1979), Survey of wheel-rail rolling contact theory, *Vehicle System Dynamics*, 8(4), 317–358, 10.1080/00423117908968610. 25, 122
- Kalker, J. J. (1991), Wheel-rail rolling contact theory, *Wear*, 144, 243–261. 118
- Kwark, J. W., E. S. Choi, Y. J. Kim, B. S. Kim, y S. I. Kim (2004), Dynamic behavior of two-span continuous concrete bridges under moving high-speed train, *Computers & Structures*, 82(4-5), 463–474, 10.1016/S0045-7949(03)00054-3. 3, 20, 34, 107
- Lee, Y.-S., y S.-H. Kim (2010), Structural analysis of 3D high-speed train-bridge interactions for simple train load models, *Vehicle System Dynamics*, 48(2), 263–281, 10.1080/00423110902751912. 3, 24, 34, 107
- Li, Y., H. Liao, y S. Qiang (2004), Simplifying the simulation of stochastic wind velocity fields for long cable-stayed bridges, *Computers and Structures*, 82, 1591–1598. xxiv, 199, 200
- Li, Y., S. Qiang, H. Liao, y Y. L. Xu (2005), Dynamics of wind-rail vehicle-bridge systems, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 93(6), 483–507, 10.1016/j.jweia.2005.04.001. 24, 46, 206
- Lin, X., L. Zhang, Q. Guo, y Y. Zhang (2009), Dynamic finite element model updating of prestressed concrete continuous box-girder bridge, *Earthq. Eng. Eng. Vibrat.*, (8), 399–407. 3, 82
- Liu, K., E. Reynders, G. De Roeck, y G. Lombaert (2009), Experimental and numerical analysis of a composite bridge for high-speed trains, *Journal of Sound and Vibration*, 320, 201–220. 3, 34, 128
- Lowan, A. N. (1935), On transverse oscillations of beams under the action of moving variable loads, *Phil. Magazine*, 19(127), 708–715. 14
- López del Hierro, E., J. J. Benito, J. Gallego, y R. Alvarez (1994), Efectos dinámicos en puentes. variación del coeficiente de impacto, *Hormigón y Acero*, 193, 63–72. 3, 31
- Majka, M., y M. Hartnett (2008), Effects of speed, load and damping on the dynamic response of railway bridges and vehicles, *Computers & Structures*, 86(6), 556–572, 10.1016/j.compstruc.2007.05.002. 22, 26, 34, 128, 168
- Majka, M., y M. Hartnett (2009), Dynamic response of bridges to moving trains: A study on effects of random track irregularities and bridge skewness, *Computers*

- Structures*, 87(19-20), 1233–1252, 10.1016/j.compstruc.2008.12.004. 26, 34, 128, 137
- Matsuura, A. (1979), Dynamic behaviour of bridge girder for high-speed railway bridge., *Quarterly Reports.*, 20(2), 70–76. 31
- Museros, P. (2002), Interacción vehículo-estructura y efectos de resonancia en puentes isostáticos de ferrocarril para líneas de alta velocidad, Ph.D. thesis, E.T.S. de Ingenieros Industriales. Universidad Politécnica de Madrid. 15, 31
- Nguyen, K. (2013), Efectos dinámicos debidos al tráfico de ferrocarril sobre la infraestructura de vía y las estructuras, Ph.D. thesis, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos (UPM). 96
- Oliva, J., J. M. Goicolea, P. Antolín, y M. A. Astiz (2013), Relevance of a complete road surface description in vehicle-bridge interaction dynamics, *Engineering Structures*, 56, 466–476, 10.1016/j.engstruct.2013.05.029. 3, 32
- Olmos, J. M., y M. A. Astiz (2011a), Modelo dinámico de interacción vehículo-vía-puente. formulación y solución numérica, in *Actas del Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería CMNE Junio 2011*, Coimbra (Portugal), APTAC y SEMNI. 3, 172, 173
- Olmos, J. M., y M. A. Astiz (2011b), Analysis of the dynamic response of high pier viaducts under high-speed train travel, in *Proceedings of the 8TH International Conference on Structural Dynamics Eurodyn July 2011*, Leuven (Belgium), ISBN 978-90-760-1931-4. 3
- Olmos, J. M., y M. A. Astiz (2013), Analysis of the lateral dynamic response of high pier viaducts under high-speed train travel, *Engineering Structures*, 56, 1384–1401, 10.1016/j.engstruct.2013.07.012. 37
- Olmos, J. M., y M. A. Astiz (2014), Mejora de la respuesta dinámica transversal de un viaducto alto frente a la acción del tren y del viento, in *Actas del VI Congreso Internacional de Estructuras de la Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructura ACHE Junio 2014*, Madrid.
- Savin, E. (2001), Dynamic amplification factor and response spectrum for the evaluation of vibrations of beams under successive moving loads, *Journal of Sound and Vibration*, 248(2), 267–288, 10.1006/jsvi.2001.3787. 14
- Shabana, A. A., M. Berzeri, y J. Sany (2001), Numerical procedure for the simulation of wheel/rail contact dynamics, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 123, 168–178. xxxii, 125, 126
- Shabana, A. A., K. E. Zaazaa, y H. Sugiyama (2007), *Railroad Vehicle Dynamics: A Computational Approach*, CRC Press. 3, 16, 25, 123, 128
- Shen, Z., J. Hedrick, y J. Elkins (1983), *8th IAVSD Symposium on Dynamics of Vehicles on Road and Tracks*, chap. A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis, pp. 591–605, Swets and Zeitlinger, Cambridge, Massachussetts. 118, 122, 127, 128
- Simiu, E., y R. Scanlan (1996), *Wind Effects on Structures*, John Wiley and Sons, N. York. 196
- Song, M.-K., H.-C. Noh, y C.-K. Choi (2003), A new three-dimensional finite element analysis model of high-speed train-bridge interactions, *Engineering Structures*,

- 25(13), 1611–1626, 10.1016/S0141-0296(03)00133-0. 3, 20, 30, 31, 107
- Sorribes, F., O. Lopez-Garcia, A. Sanz-Andrés, A. Cuerva, J. Meseguer, A. Martinez, E. Vega, S. Avila-Sanchez, A. Mascaraque, y J. Martinez (2012), The effect of windbreaks on railway overheads subject to cross-winds at o eixo viaduct, in *Proceedings of the First International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance*, edited by E. in J. Pombo, Paper 151, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, 10.4203/ccp.98.151. 3
- Stokes, G. G. (1849), Discussion of a differential equation relating to the breaking of railway bridges, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 8(5), 707–735. 13
- Tan, C. P., y S. Shore (1968), Response of a horizontally curved bridge to a moving load, *Journal of the Structural Division, ASCE*, 94(9), 2135–2151. 16
- Tanaka, H., y A. G. Davenport (1982), Response of taut strip models to turbulent wind, *Journal of the Engineering Mechanics ASCE*, (108), 33–49. 204
- Timoshenko, S. P. (1922), On the forced vibrations of bridges, *Phil. Magazine*, 43, 1018–1019. 14
- Timoshenko, S. P., y D. H. Young (1955), *Vibration Problems in Engineering*, 3rd ed., D. Van Nostrand, New York, N.Y. 14
- TSI (2008), *Technical specification for interoperability relating to the rolling stock sub-system of the trans-European high-speed rail system*, European Railway Agency. Official Journal of the European Union. 55, 240, 256
- UIC-Code776-1.R (1979), *Loads to be considered in railway bridge design*, Union Internationale Des Chemins de Fer. 15
- Willis, R. (1849), *Appendix to the Report of the Commissioners Appointed to Inquire into the Application of Iron to Railway Structures*, H.M. Stationary Office, London, England. 13
- Wu, J., y C. Dai (1987), Dynamic responses of multispan nonuniform beam due to moving loads, *Journal of Structural Engineering*, 113(3), 458–474, 10.1061/(ASCE)0733-9445(1987)113:3(458). 14
- Wu, Y.-S., Y.-B. Yang, y J.-D. Yau (2001), Three-dimensional analysis of train-rail-bridge interaction problems, *Vehicle System Dynamics*, 36(1), 1–35, 10.1076/vesd.36.1.1.3567. 3, 19, 23, 34, 128
- Xia, F., C. Cole, y P. Wolfs (2006a), The dynamic wheel-rail contact stresses for wagon on various tracks, in *7th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems*, pp. 33–39, Brisbane. Australia. 123
- Xia, H., y N. Zhang (2005), Dynamic analysis of railway bridge under high-speed trains, *Computers & Structures*, 83(23,24), 1891–1901, 10.1016/j.compstruc.2005.02.014. 21, 26, 31, 55, 128
- Xia, H., G. De Roeck, N. Zhang, y J. Maeck (2003a), Experimental analysis of a high-speed railway bridge under thalys trains, *J Sound Vib*, (268), 103–113. 3, 82
- Xia, H., N. Zhang, y G. De Roeck (2003b), Dynamic analysis of high speed railway bridge under articulated trains, *Computers & Structures*, 81(26,27), 2467–2478, 10.1016/S0045-7949(03)00309-2. 3, 20, 23, 34, 98, 128

- Xia, H., N. Zhang, y W. Guo (2006b), Analysis of resonance mechanism and conditions of train-bridge system, *Journal of Sound and Vibration*, 297, 810–822. 3, 42, 43, 44, 246, 293
- Xia, H., Y. Cao, y N. Zang (2007), Numerical analysis of vibration effects of metro trains on surrounding environment, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 7(1), 151–166. 3, 35
- Xia, H., W. Guo, N. Zhang, y G. Sun (2008a), Dynamic analysis of a train-bridge system under wind action, *Computers and Structures*, 86, 1845–1855. 3, 31, 46, 55, 56, 256
- Xia, H., W. W. Guo, X. Wu, Y. L. Pi, y M. A. Bradford (2008b), Lateral dynamic interaction analysis of a train-girder-pier system, *Journal of Sound and Vibration*, 318(4-5), 927–942, 10.1016/j.jsv.2008.05.002. XXI, 3, 26, 31, 41, 42, 128
- Xia, H., G. De Roeck, y J. M. Goicolea (2012a), *Bridge vibration and controls: new research*, Nova Science Publisher's. 32
- Xia, J., C.Y. and Lei, N. Zhang, H. Xia, y G. De Roeck (2012b), Dynamic analysis of a coupled high-speed train and bridge system subjected to collision load, *Journal of Sound and Vibration*, 331, 2334–2347. 3, 22, 31
- Yang, Y.-B., Z. Yao, y Y. S. Wu (2004), *Vehicle-bridge Interaction Dynamics: With Applications to High-speed Railways*, World Scientific. XVI, XXIII, XXIII, XXIII, 3, 15, 19, 23, 128, 137, 168, 171, 172, 173, 174, 175, 180
- Zhang, N., y H. Xia (2013), Dynamic analysis of coupled vehicle-bridge system based on inter-system iteration method, *Computers and Structures*, 114-115, 26–34. 35
- Zhang, N., H. Xia, y W. Guo (2008), Vehicle-bridge interaction analysis under high-speed trains, *Journal of Sound and Vibration*, 309(3-5), 407–425, 10.1016/j.jsv.2007.07.064. 3, 22, 23, 26, 34, 54, 55, 56, 128, 240, 257, 265
- Zhang, N., H. Xia, W. Guo, y G. De Roeck (2010a), A vehicle-bridge linear interaction model and its validation, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 10(02), 335–361, 10.1142/S0219455410003464. 3, 24, 26, 31, 92, 123, 128
- Zhang, N., H. Xia, W. Guo, J. Zhan, J. Yao, y Y. Cao (2010b), Vehicle-bridge interaction analysis of heavy load railway, *Procedia Engineering*, 4, 347–354, 10.1016/j.proeng.2010.08.040. 3, 24, 123, 128
- Zheng, D. Y., y Y. K. Cheung (1998), Vibration of multi-span non-uniform beams under moving loads by using modified beam functions, *Journal of Sound and Vibration*, (3), 455–467, 10.1006/jsvi.1997.1435. 16