UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE
INGENIEROS AERONÁUTICOS**

**CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LAS
METODOLOGÍAS DE CÁLCULO REALISTA CON
INCERTIDUMBRE (“BEPU”), DENTRO DEL
ANÁLISIS DETERMINISTA DE SEGURIDAD DE
PLANTAS NUCLEARES**

TESIS DOCTORAL

Rafael Mendizábal Sanz

Licenciado en Ciencias Físicas

2016

TESIS DOCTORAL

“Contribución al estudio de las metodologías de cálculo realista con incertidumbre (BEPU), dentro del análisis determinista de seguridad de plantas nucleares”

AUTOR:

Rafael Mendizábal Sanz

DIRECTOR:

Ignacio E. Parra Fabián

Madrid, febrero de 2016

POLITÉCNICA

Tribunal nombrado por el Sr. Rector Magfco. de la Universidad Politécnica de Madrid, el día.....de.....de 20....

Presidente: _____

Vocal: _____

Vocal: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Suplente: _____

Suplente: _____

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el día.....de.....de 20 ...
en la E.T.S.I. /Facultad.....

Calificación

EL PRESIDENTE

LOS VOCALES

EL SECRETARIO

AGRADECIMIENTOS

Mi primer agradecimiento va dirigido a Ignacio Parra, por aceptar la dirección de esta Tesis, y por su paciencia y ayuda.

Esta Tesis presenta trabajos que he desarrollado en el ámbito de mi labor en el Consejo de Seguridad Nuclear, a cuyo Cuerpo Técnico pertenezco. Dejo aquí constancia de mi agradecimiento a todas las personas, dentro y fuera del CSN, con quienes he trabajado, discutido y progresado en el conocimiento y estudio de la Seguridad Nuclear y del análisis de incertidumbre. Menciono dos nombres en especial: Fernando y Javier.

*

*

*

Afortunadamente, puedo dedicar esta Tesis a mucha gente buena.

A mis amigos/as, dentro y fuera del CSN (Juan María, va por ti. Y por Pilar).

A Nieves, por su ayuda y sus ánimos.

A mi familia. Y, en especial, a Tere, Diana, Yeye y Kike. Y, muy en especial, a mi madre y a mi padre.

Y, sobre todo,
a Victoria, claro.

INDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	8
ÍNDICE DE TABLAS	10
ABREVIATURAS	11
RESUMEN	14
ABSTRACT	21
1. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE EN RESULTADOS DE MODELOS PREDICTIVOS	27
1.1 Incertidumbre: definición, tipos y representación.	27
1.2 Representación probabilista de la incertidumbre.	29
1.3 Regiones estadísticas.	31
1.4 Regiones e intervalos de tolerancia	34
1.5 Métodos de construcción de intervalos de tolerancia	36
1.5.1 Técnicas no paramétricas: el método de Wilks y la extensión de Wald	37
1.5.2 Regiones paramétricas de tolerancia	43
1.5.3 Un procedimiento típicamente ignorado: construcción de regiones de tolerancia a partir de intervalos unilaterales	36
1.6 Propagación de incertidumbre a través de modelos de cálculo	50
1.7 Modelos sustitutivos	54

2. ANÁLISIS DETERMINISTA DE SEGURIDAD EN PLANTAS NUCLEARES.	
MAGNITUDES DE SEGURIDAD Y CRITERIOS REGULADORES DE ACEPTACIÓN	56
2.1 Fundamentos del análisis determinista de seguridad	56
2.2 Criterios reguladores de aceptación sin incertidumbre	59
2.3 Criterios reguladores de aceptación con incertidumbre	65
2.4 Modelos sustitutivos y criterios BEPU	74
2.5 Criterios BEPU en la regulación	75
3. COMPROBACIÓN DEL CUMPLIMIENTO DE LOS CRITERIOS REGULADORES DE ACEPTACIÓN	80
3.1 Clasificación de métodos de comprobación	80
3.2 Métodos de región de tolerancia	89
3.3 Métodos de estimación de cuantiles	92
3.4 Métodos de estimación de probabilidad binomial	96
3.5 Esfuerzo computacional en la comprobación de cumplimiento de los CRA	102
3.6 Uso de modelos sustitutivos	110
4. UNA DEFINICIÓN PROBABILISTA DE MARGEN DE SEGURIDAD, Y SU APLICACIÓN EN EL ANÁLISIS BEPU	112
4.1 Introducción al concepto de Margen de Seguridad	112
4.2 Una definición probabilista de Margen de Seguridad	117
4.3 Margen de licencia	131

4.4	Margen de análisis	133
4.5	Margen desde un límite regulador hasta un umbral de daño	136
4.6	Margen para magnitudes que no son directamente calculables	137
4.7	Aplicación del margen probabilista a la cuantificación del conservadurismo de regiones de tolerancia	139
5.	VALIDACIÓN DE METODOLOGÍAS BEPU	162
5.1	Verificación y validación de modelos computacionales	162
5.2	Validación de metodologías DSA	164
5.3	Validación de metodologías conservadoras	167
5.4	Validación de metodologías BEPU	171
5.5	El esfuerzo computacional para cálculos de licencia y de validación	179
5.6	El balance entre grado de conservadurismo y nivel regulador de cobertura	185
5.7	La validación en el mundo real	192
5.8	La validación con metodologías BEPU	194
6.	CONCLUSIONES	198
7.	REFERENCIAS	202

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1: tamaño MM de muestra para $P_0=C_0=0.95$ en función de q según (3.40)	108
4.1: Márgenes de seguridad en el análisis de escenarios base de diseño	119
4.2: Intervalo de incertidumbre del margen global, como función de la suma de márgenes parciales	124
4.3: El margen de licencia y su analogía con el análisis carga-resistencia la fiabilidad	126
4.4: Las curvas CDF y CCDF para la cobertura de una región de tolerancia	142
4.5: La cobertura media o esperada es el área bajo la curva CCDF de la cobertura de una región de tolerancia	145
4.6: Curvas CDF y CCDF para la cobertura de tres estadísticos de orden actuando como límite superior de tolerancia (95,95)	149
4.7: Indicador de conservadurismo CIQ con $\delta=0.04$	151
4.8: La distribución de una variable aleatoria normal (Z), y las correspondientes a sus tres OS $Z_{59:59}$, $Z_{92:93}$, $Z_{122:124}$	152
4.9: Indicadores de conservadurismo (4.43) (con $\delta=0.04$) y (4.45) en función del tamaño mínimo de muestra (Tabla 4.1). Límites (95,95)	155
4.10: Indicadores de conservadurismo (4.43) (con $\delta=0.05$) y (4.45) en función del tamaño mínimo de muestra (Tabla 4.2). Límites (80,95)	157
5.1: La conjunción entre criterios de licencia, validación y extrapolación a planta (Metodologías conservadoras)	170
5.2: Metodologías BEPU con carácter realista, conservador y anticonservador	178
5.3: La conjunción entre criterios de licencia, validación y extrapolación a planta (Metodologías BEPU)	179

5.4: Tamaño mínimo de muestra frente a P_0 para $C_0=0.95$, según (5.25)	181
5.5: Tamaño mínimo de muestra frente a P_1 para $C_1=0.95$, según (5.28)	183
5.6: Relación entre grado de conservadurismo y margen de licencia requeridos	188
5.7: Tamaño total de muestra (licencia + validación) en el caso de requisito mínimo $P_1=P_0$	190

ÍNDICE DE TABLAS

1.1: Tamaño mínimo de muestra en función de la dimensión. Método de Wald para la RT (95, 95) construida con máximos muestrales.....	43
3.1: Tamaño MM de muestra para $P_0=C_0=0.95$ en función de q según (3.40).....	107
4.1: Indicadores de conservadurismo (4.43) (con $\delta=0.04$) y (4.45) en función del tamaño mínimo de muestra (Tabla 4.1). Límites (95,95).....	154
4.2: Indicadores de conservadurismo (4.43) (con $\delta=0.05$) y (4.45) en función del tamaño mínimo de muestra (Tabla 4.2). Límites (80,95).....	156
4.3: Cobertura esperada para límites normales de tolerancia, en función de tamaño de muestra.....	160
4.4: Comparación de CE entre límites de tolerancia (95,95) de Wilks y normales, en función del tamaño de muestra.....	161

ABREVIATURAS

AOO: Transitorio operacional previsto (*Anticipated Operational Occurrences*).

BEPU: realista con incertidumbre (*Best Estimate Plus Uncertainty*)

CCDF: función complementaria de distribución (acumulada) (*complementary cumulative distribution function*).

CDF: función de distribución (acumulada) (*cumulative distribution function*)

CMC: Monte Carlo puro o crudo (*Crude Monte Carlo*)

CRA: Criterios reguladores de aceptación

CSAU: Metodología de Evaluación de Escalado, Aplicabilidad e Incertidumbre de códigos (*Code Scaling, Applicability and Uncertainty Evaluation Methodology*).

DBS: escenario base de diseño (*Design Basis Scenario*).

DNB: pérdida de ebullición nucleada (*Departure of Nucleate Boiling*)

DSA: Análisis determinista de seguridad (*Deterministic Safety Analysis*)

ECCS: Sistema de Refrigeración de Emergencia del Núcleo (*Emergency Core Cooling System*)

ECDF: CDF empírica (*Empirical CDF*)

EMDAP: Proceso de Desarrollo y Valoración de Modelo de Evaluación (*Evaluation Model Development and Assessment Process*).

GC: grado de conservadurismo

GDC: criterio general de diseño (*General Design Criterion*).

GRS: *Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit*

IET: experimento de efectos separados (*Integral Effects Tests*)

LIT: Límite inferior de tolerancia

LOCA: accidente con pérdida de refrigerante (*Loss-of-coolant Accident*)

LST: Límite superior de tolerancia

LT: límite de tolerancia

LWR: Reactor de agua ligera (*Light Water Reactor*)

MA: margen analítico, margen de análisis

MAS: muestra aleatoria simple / muestreo aleatorio simple

ML: margen de licencia

MM: mínimo de mínimos

MS: margen de seguridad

OS: estadístico de orden (*Order Statistic*)

PCT: temperatura pico de vaina (*Peak Cladding Temperatura*)

PDF: función de densidad de probabilidad (*Probability Density Function*)

PE: probabilidad de éxito

PSA: Análisis probabilista de seguridad (*Probabilistic Safety Analysis*)

RIR: Regulación informada por el riesgo (*Risk-informed Regulation*)

RT: región de tolerancia

SAFDL: Límites de diseño del combustible nuclear (*Specified Acceptable Fuel Design Limits*).

SET: experimento de efectos separados (*Separate Effects Tests*)

SRP: Plan de revisión de la USNRC (*Standard Review Plan*).

TF: término fuente

USNRC: Comisión Reguladora Nuclear de los U.S.A. (*US Nuclear Regulatory Commission*)

VA: variable aleatoria

RESUMEN

El análisis determinista de seguridad (DSA) es el procedimiento que sirve para diseñar sistemas, estructuras y componentes relacionados con la seguridad en las plantas nucleares. El DSA se basa en simulaciones computacionales de una serie de hipotéticos accidentes representativos de la instalación, llamados escenarios base de diseño (DBS). Los organismos reguladores señalan una serie de magnitudes de seguridad que deben calcularse en las simulaciones, y establecen unos criterios reguladores de aceptación (CRA), que son restricciones que deben cumplir los valores de esas magnitudes.

Las metodologías para realizar los DSA pueden ser de 2 tipos: conservadoras o realistas. Las metodologías conservadoras utilizan modelos predictivos e hipótesis marcadamente pesimistas, y, por ello, relativamente simples. No necesitan incluir un análisis de incertidumbre de sus resultados. Las metodologías realistas se basan en hipótesis y modelos predictivos realistas, generalmente mecanicistas, y se suplementan con un análisis de incertidumbre de sus principales resultados. Se les denomina también metodologías BEPU (“Best Estimate Plus Uncertainty”). En ellas, la incertidumbre se representa, básicamente, de manera probabilista.

Para metodologías conservadores, los CRA son, simplemente, restricciones sobre valores calculados de las magnitudes de seguridad, que deben quedar confinados en una “región de aceptación” de su recorrido. Para metodologías BEPU, el CRA no puede ser tan sencillo, porque las magnitudes de seguridad son ahora variables inciertas. En la tesis se desarrolla la manera de introducción de la incertidumbre en los CRA. Básicamente, se mantiene el

confinamiento a la misma región de aceptación, establecida por el regulador. Pero no se exige el cumplimiento estricto sino un alto nivel de certidumbre. En el formalismo adoptado, se entiende por ello un “alto nivel de probabilidad”, y ésta corresponde a la incertidumbre de cálculo de las magnitudes de seguridad. Tal incertidumbre puede considerarse como originada en los inputs al modelo de cálculo, y propagada a través de dicho modelo. Los inputs inciertos incluyen las condiciones iniciales y de frontera al cálculo, y los parámetros empíricos de modelo, que se utilizan para incorporar la incertidumbre debida a la imperfección del modelo.

Se exige, por tanto, el cumplimiento del CRA con una probabilidad no menor a un valor P_0 cercano a 1 y definido por el regulador (nivel de probabilidad o cobertura).

Sin embargo, la de cálculo de la magnitud no es la única incertidumbre existente. Aunque un modelo (sus ecuaciones básicas) se conozca a la perfección, la aplicación input-output que produce se conoce de manera imperfecta (salvo que el modelo sea muy simple). La incertidumbre debida a la ignorancia sobre la acción del modelo se denomina epistémica; también se puede decir que es incertidumbre respecto a la propagación. La consecuencia es que la probabilidad de cumplimiento del CRA no se puede conocer a la perfección; es una magnitud incierta. Y así se justifica otro término usado aquí para esta incertidumbre epistémica: metaincertidumbre.

Los CRA deben incorporar los dos tipos de incertidumbre: la de cálculo de la magnitud de seguridad (aquí llamada aleatoria) y la de cálculo de la probabilidad (llamada epistémica o metaincertidumbre). Ambas incertidumbres

pueden introducirse de dos maneras: separadas o combinadas. En ambos casos, el CRA se convierte en un criterio probabilista. Si se separan incertidumbres, se utiliza una probabilidad de segundo orden; si se combinan, se utiliza una probabilidad única. Si se emplea la probabilidad de segundo orden, es necesario que el regulador imponga un segundo nivel de cumplimiento, referido a la incertidumbre epistémica. Se denomina nivel regulador de confianza, y debe ser un número cercano a 1. Al par formado por los dos niveles reguladores (de probabilidad y de confianza) se le llama nivel regulador de tolerancia.

En la Tesis se razona que la mejor manera de construir el CRA BEPU es separando las incertidumbres, por dos motivos. Primero, los expertos defienden el tratamiento por separado de incertidumbre aleatoria y epistémica. Segundo, el CRA separado es (salvo en casos excepcionales) más conservador que el CRA combinado.

El CRA BEPU no es otra cosa que una hipótesis sobre una distribución de probabilidad, y su comprobación se realiza de forma estadística. En la tesis, los métodos estadísticos para comprobar el CRA BEPU en 3 categorías, según estén basados en construcción de regiones de tolerancia, en estimaciones de cuantiles o en estimaciones de probabilidades (ya sea de cumplimiento, ya sea de excedencia de límites reguladores). Según denominación propuesta recientemente, las dos primeras categorías corresponden a los métodos Q, y la tercera, a los métodos P.

El propósito de la clasificación no es hacer un inventario de los distintos métodos en cada categoría, que son muy numerosos y variados, sino de

relacionar las distintas categorías y citar los métodos más utilizados y los mejor considerados desde el punto de vista regulador. Se hace mención especial del método más utilizado hasta el momento: el método no paramétrico de Wilks, junto con su extensión, hecha por Wald, al caso multidimensional. Se describe su método P homólogo, el intervalo de Clopper-Pearson, típicamente ignorado en el ámbito BEPU.

En este contexto, se menciona el problema del coste computacional del análisis de incertidumbre. Los métodos de Wilks, Wald y Clopper-Pearson requieren que la muestra aleatoria utilizada tenga un tamaño mínimo, tanto mayor cuanto mayor el nivel de tolerancia exigido. El tamaño de muestra es un indicador del coste computacional, porque cada elemento muestral es un valor de la magnitud de seguridad, que requiere un cálculo con modelos predictivos. Se hace especial énfasis en el coste computacional cuando la magnitud de seguridad es multidimensional; es decir, cuando el CRA es un criterio múltiple. Se demuestra que, cuando las distintas componentes de la magnitud se obtienen de un mismo cálculo, el carácter multidimensional no introduce ningún coste computacional adicional. Se prueba así la falsedad de una creencia habitual en el ámbito BEPU: que el problema multidimensional sólo es atacable desde la extensión de Wald, que tiene un coste de computación creciente con la dimensión del problema. En el caso (que se da a veces) en que cada componente de la magnitud se calcula independientemente de los demás, la influencia de la dimensión en el coste no se puede evitar.

Las primeras metodologías BEPU hacían la propagación de incertidumbres a través de un modelo sustitutivo (metamodelo o emulador) del modelo predictivo o código. El objetivo del metamodelo no es su capacidad predictiva, muy

inferior a la del modelo original, sino reemplazar a éste exclusivamente en la propagación de incertidumbres. Para ello, el metamodelo se debe construir con los parámetros de input que más contribuyan a la incertidumbre del resultado, y eso requiere un análisis de importancia o de sensibilidad previo. Por su simplicidad, el modelo sustitutivo apenas supone coste computacional, y puede estudiarse exhaustivamente, por ejemplo mediante muestras aleatorias. En consecuencia, la incertidumbre epistémica o metaincertidumbre desaparece, y el criterio BEPU para metamodelos se convierte en una probabilidad simple.

En un resumen rápido, el regulador aceptará con más facilidad los métodos estadísticos que menos hipótesis necesiten; los exactos más que los aproximados; los no paramétricos más que los paramétricos, y los frecuentistas más que los bayesianos.

El criterio BEPU se basa en una probabilidad de segundo orden. La probabilidad de que las magnitudes de seguridad estén en la región de aceptación no sólo puede asimilarse a una probabilidad de éxito o un grado de cumplimiento del CRA. También tiene una interpretación métrica: representa una distancia (dentro del recorrido de las magnitudes) desde la magnitud calculada hasta los límites reguladores de aceptación. Esta interpretación da pie a una definición que propone esta tesis: la de margen de seguridad probabilista. Dada una magnitud de seguridad escalar con un límite superior de aceptación, se define el margen de seguridad (MS) entre dos valores A y B de la misma como la probabilidad de que A sea menor que B, obtenida a partir de las incertidumbres de A y B.

La definición probabilista de MS tiene varias ventajas: es adimensional, puede combinarse de acuerdo con las leyes de la probabilidad y es fácilmente generalizable a varias dimensiones. Además, no cumple la propiedad simétrica.

El término margen de seguridad puede aplicarse a distintas situaciones: distancia de una magnitud calculada a un límite regulador (margen de licencia); distancia del valor real de la magnitud a su valor calculado (margen analítico); distancia desde un límite regulador hasta el valor umbral de daño a una barrera (margen de barrera). Esta idea de representar distancias (en el recorrido de magnitudes de seguridad) mediante probabilidades puede aplicarse al estudio del conservadurismo. El margen analítico puede interpretarse como el grado de conservadurismo (GC) de la metodología de cálculo. Utilizando la probabilidad, se puede cuantificar el conservadurismo de límites de tolerancia de una magnitud, y se pueden establecer indicadores de conservadurismo que sirvan para comparar diferentes métodos de construcción de límites y regiones de tolerancia.

Un tópico que nunca se abordado de manera rigurosa es el de la validación de metodologías BEPU. Como cualquier otro instrumento de cálculo, una metodología, antes de poder aplicarse a análisis de licencia, tiene que validarse, mediante la comparación entre sus predicciones y valores reales de las magnitudes de seguridad. Tal comparación sólo puede hacerse en escenarios de accidente para los que existan valores medidos de las magnitudes de seguridad, y eso ocurre, básicamente en instalaciones experimentales. El objetivo último del establecimiento de los CRA consiste en verificar que se cumplen para los valores reales de las magnitudes de seguridad, y no sólo para sus valores calculados. En la tesis se demuestra que

una condición suficiente para este objetivo último es la conjunción del cumplimiento de 2 criterios: el CRA BEPU de licencia y un criterio análogo, pero aplicado a validación. Y el criterio de validación debe demostrarse en escenarios experimentales y extrapolarse a plantas nucleares.

El criterio de licencia exige un valor mínimo (P_0) del margen probabilista de licencia; el criterio de validación exige un valor mínimo del margen analítico (el GC). Esos niveles mínimos son básicamente complementarios; cuanto mayor uno, menor el otro. La práctica reguladora actual impone un valor alto al margen de licencia, y eso supone que el GC exigido es pequeño. Adoptar valores menores para P_0 supone menor exigencia sobre el cumplimiento del CRA, y, en cambio, más exigencia sobre el GC de la metodología. Y es importante destacar que cuanto mayor sea el valor mínimo del margen (de licencia o analítico) mayor es el coste computacional para demostrarlo. Así que los esfuerzos computacionales también son complementarios: si uno de los niveles es alto (lo que aumenta la exigencia en el cumplimiento del criterio) aumenta el coste computacional. Si se adopta un valor medio de P_0 , el GC exigido también es medio, con lo que la metodología no tiene que ser muy conservadora, y el coste computacional total (licencia más validación) puede optimizarse.

ABSTRACT

Deterministic Safety Analysis (DSA) is the procedure used in the design of safety-related systems, structures and components of nuclear power plants (NPPs). DSA is based on computational simulations of a set of hypothetical accidents of the plant, named Design Basis Scenarios (DBS). Nuclear regulatory authorities require the calculation of a set of safety magnitudes, and define the regulatory acceptance criteria (RAC) that must be fulfilled by them.

Methodologies for performing DSA can be categorized as conservative or realistic. Conservative methodologies make use of pessimistic model and assumptions, and are relatively simple. They do not need an uncertainty analysis of their results. Realistic methodologies are based on realistic (usually mechanistic) predictive models and assumptions, and need to be supplemented with uncertainty analyses of their results. They are also termed BEPU (“Best Estimate Plus Uncertainty”) methodologies, and are typically based on a probabilistic representation of the uncertainty.

For conservative methodologies, the RAC are simply the restriction of calculated values of safety magnitudes to “acceptance regions” defined on their range. For BEPU methodologies, the RAC cannot be so simple, because the safety magnitudes are now uncertain. In the present Thesis, the inclusion of uncertainty in RAC is studied. Basically, the restriction to the acceptance region must be fulfilled “with a high certainty level”. Specifically, a high probability of fulfillment is required. The calculation uncertainty of the magnitudes is considered as propagated from inputs through the predictive model. Uncertain

inputs include model empirical parameters, which store the uncertainty due to the model imperfection.

The fulfillment of the RAC is required with a probability not less than a value P_0 close to 1 and defined by the regulator (probability or coverage level).

Calculation uncertainty is not the only one involved. Even if a model (i.e. the basic equations) is perfectly known, the input-output mapping produced by the model is imperfectly known (unless the model is very simple). This ignorance is called epistemic uncertainty, and it is associated to the process of propagation). In fact, it is propagated to the probability of fulfilling the RAC. Another term used on the Thesis for this epistemic uncertainty is metauncertainty.

The RAC must include the two types of uncertainty: one for the calculation of the magnitude (aleatory uncertainty); the other one, for the calculation of the probability (epistemic uncertainty). The two uncertainties can be taken into account in a separate fashion, or can be combined. In any case the RAC becomes a probabilistic criterion. If uncertainties are separated, a second-order probability is used; if both are combined, a single probability is used. On the first case, the regulator must define a level of fulfillment for the epistemic uncertainty, termed regulatory confidence level, as a value close to 1. The pair of regulatory levels (probability and confidence) is termed the regulatory tolerance level.

The Thesis concludes that the adequate way of setting the BEPU RAC is by separating the uncertainties. There are two reasons to do so: experts recommend the separation of aleatory and epistemic uncertainty; and the separated RAC is in general more conservative than the joint RAC.

The BEPU RAC is a hypothesis on a probability distribution, and must be statistically tested. The Thesis classifies the statistical methods to verify the RAC fulfillment in 3 categories: methods based on tolerance regions, in quantile estimators and on probability (of success or failure) estimators. The former two have been termed Q-methods, whereas those in the third category are termed P-methods.

The purpose of our categorization is not to make an exhaustive survey of the very numerous existing methods. Rather, the goal is to relate the three categories and examine the most used methods from a regulatory standpoint. Special mention deserves the most used method, due to Wilks, and its extension to multidimensional variables (due to Wald). The counterpart P-method of Wilks' is Clopper-Pearson interval, typically ignored in the BEPU realm.

The problem of the computational cost of an uncertainty analysis is tackled. Wilks', Wald's and Clopper-Pearson methods require a minimum sample size, which is a growing function of the tolerance level. The sample size is an indicator of the computational cost, because each element of the sample must be calculated with the predictive models (codes). When the RAC is a multiple criteria, the safety magnitude becomes multidimensional. When all its components are output of the same calculation, the multidimensional character does not introduce additional computational cost. In this way, an extended idea in the BEPU realm, stating that the multi-D problem can only be tackled with the Wald extension, is proven to be false. When the components of the magnitude are independently calculated, the influence of the problem dimension on the cost cannot be avoided.

The former BEPU methodologies performed the uncertainty propagation through a surrogate model of the code, also termed emulator or metamodel. The goal of a metamodel is not the predictive capability, clearly worse to the original code, but the capacity to propagate uncertainties with a lower computational cost. The emulator must contain the input parameters contributing the most to the output uncertainty, and this requires a previous importance analysis. The surrogate model is practically inexpensive to run, so that it can be exhaustively analyzed through Monte Carlo. Therefore, the epistemic uncertainty due to sampling will be reduced to almost zero, and the BEPU RAC for metamodels includes a simple probability.

The regulatory authority will tend to accept the use of statistical methods which need a minimum of assumptions: exact, nonparametric and frequentist methods rather than approximate, parametric and bayesian methods, respectively.

The BEPU RAC is based on a second-order probability. The probability of the safety magnitudes being inside the acceptance region is a success probability and can be interpreted as a fulfillment degree of the RAC. Furthermore, it has a metric interpretation, as a distance (in the range of magnitudes) from calculated values of the magnitudes to acceptance regulatory limits. A probabilistic definition of safety margin (SM) is proposed in the thesis. The same from a value A to other value B of a safety magnitude is defined as the probability that A is less severe than B, obtained from the uncertainties of A and B.

The probabilistic definition of SM has several advantages: it is nondimensional, ranges in the interval (0,1) and can be easily generalized to multiple

dimensions. Furthermore, probabilistic SM are combined according to the probability laws. And a basic property: probabilistic SM are not symmetric.

There are several types of SM: distance from a calculated value to a regulatory limit (licensing margin); or from the real value to the calculated value of a magnitude (analytical margin); or from the regulatory limit to the damage threshold (barrier margin). These representations of distances (in the magnitudes' range) as probabilities can be applied to the quantification of conservativeness. Analytical margins can be interpreted as the degree of conservativeness (DG) of the computational methodology. Conservativeness indicators are established in the Thesis, useful in the comparison of different methods of constructing tolerance limits and regions.

There is a topic which has not been rigorously tackled to the date: the validation of BEPU methodologies. Before being applied in licensing, methodologies must be validated, on the basis of comparisons of their predictions ad real values of the safety magnitudes. Real data are obtained, basically, in experimental facilities. The ultimate goal of establishing RAC is to verify that real values (aside from calculated values) fulfill them. In the Thesis it is proved that a sufficient condition for this goal is the conjunction of 2 criteria: the BEPU RAC and an analogous criterion for validation. And this las criterion must be proved in experimental scenarios and extrapolated to NPPs.

The licensing RAC requires a minimum value (P_0) of the probabilistic licensing margin; the validation criterion requires a minimum value of the analytical margin (i.e., of the DG). These minimum values are basically complementary; the higher one of them, the lower the other one. The regulatory practice sets a

high value on the licensing margin, so that the required DG is low. The possible adoption of lower values for P_0 would imply weaker exigence on the RCA fulfillment and, on the other hand, higher exigence on the conservativeness of the methodology. It is important to highlight that a higher minimum value of the licensing or analytical margin requires a higher computational cost. Therefore, the computational efforts are also complementary. If medium levels are adopted, the required DG is also medium, and the methodology does not need to be very conservative. The total computational effort (licensing plus validation) could be optimized.

1. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE EN RESULTADOS DE MODELOS PREDICTIVOS

1.1 Incetidumbre: definición, tipos y representación.

En el ámbito científico y técnico, el término “incertidumbre” agrupa conceptos como la falta de información, el conocimiento imperfecto, la falta de capacidad predictiva, la variabilidad de las magnitudes...

Se dice que el valor de una magnitud física es incierto cuando su conocimiento es imperfecto. Se puede considerar, por tanto, que la incertidumbre es un atributo del par magnitud / observador. En ocasiones, la incertidumbre se considera intrínseca a la magnitud, cuando ésta tiene una variabilidad (temporal, espacial o de otro tipo) que hace imposible su predicción exacta. En otros casos, la incertidumbre es atribuible al observador, a causa de su falta de información sobre la magnitud. Existe la convención de llamar aleatoria a la incertidumbre asociada a la magnitud y epistémica a la asociada al estado de información de su observador. Una diferencia elemental entre ambas es que la incertidumbre epistémica es reducible por acopio de información, mientras que la aleatoria se considera irreducible.

Esta clasificación tiene mucho de convencional; a veces, la información existe, pero es cara o trabajosa de obtener o procesar. El observador, entonces, considera irreducible una incertidumbre que no lo es, lo que es tanto como convertirla de epistémica en aleatoria.

De manera algo más concreta, podemos definir la incertidumbre de una magnitud física como una descripción matemática de los posibles valores que razonablemente se le pueden atribuir, caracterizando la propensión que tiene a tomar cada uno de esos valores.

La incertidumbre también puede asociarse a los posibles procedimientos que existen para conocer el valor de las magnitudes, como son:

- ✓ Medida, mediante dispositivos adecuados
- ✓ Control, cuando la magnitud está sometida a un sistema de control
- ✓ Fabricación, si la magnitud es un atributo de algún objeto fabricado según un conjunto de especificaciones
- ✓ Cálculo, si la magnitud es calculada
- ✓ Juicio de expertos, cuando una o más personas expertas emiten un juicio sobre el valor de la magnitud.

Estos procesos son las fuentes de información sobre el valor de las magnitudes. Se habla, respectivamente, de incertidumbre de medida, control, fabricación o cálculo, o la asociada a juicio de expertos.

Existen una serie de teorías matemáticas para representar la incertidumbre, con distinto grado de complejidad. Siguiendo [1], citaremos las siguientes:

- I. Análisis de intervalos
- II. Conjuntos borrosos y teoría de la posibilidad
- III. Teoría de la evidencia
- IV. Cálculo de probabilidades

En la lista, la complejidad de la representación aumenta desde I hasta IV. La más compleja y, curiosamente, la más antigua es el cálculo de probabilidades. Es la representación adecuada para la incertidumbre aleatoria; de hecho, fue creada para estudiar los sucesos aleatorios.

Las teorías citadas sirven para representar la incertidumbre epistémica. Hay expertos que opinan que, cuanto menos información exista sobre la magnitud, menos compleja debe ser la representación de su incertidumbre. Esto implicaría, por ejemplo, que la representación probabilista no sería adecuada en caso de muy escasa información sobre la magnitud.

En una posición antagónica están otros expertos, los de la escuela bayesiana [2], que consideran que la teoría de probabilidad es siempre apta para representar la incertidumbre, sin importar la cantidad existente de información.

1.2 Representación probabilista de la incertidumbre

En el formalismo probabilista, una magnitud incierta se representa como una variable aleatoria (VA), de manera que la incertidumbre de la magnitud se asimila a su distribución de probabilidad, que a su vez se describe mediante su función de distribución acumulada (CDF) o su función de densidad de probabilidad (PDF). Existen las llamadas familias paramétricas de distribuciones de probabilidad; en cada familia, la CDF y la PDF tienen una forma funcional fija, que contiene una serie de parámetros.

Puede ocurrir (y es lo más habitual) que la distribución de probabilidad asociada a una magnitud incierta sea, a su vez, conocida de manera

imperfecta. En ese caso, existe una incertidumbre epistémica sobre la propia incertidumbre de la magnitud. En esta Tesis se empleará el término *metaincertidumbre* para designarla. Puede ocurrir, por ejemplo, que se conozca bien la familia paramétrica a la que pertenece la variable aleatoria, pero se ignore el valor particular que toman los parámetros de su distribución.

Lo más habitual, sin embargo, es que la información sobre la magnitud sea, simplemente, una muestra aleatoria (procedente, por ejemplo, de un cálculo de Monte Carlo). En ese caso, la metaincertidumbre se denomina incertidumbre estadística. La Estadística, de hecho, se dedica a la estimación de distribuciones de probabilidad a partir de muestras de valores y otras informaciones parciales. Las estimaciones estadísticas son cantidades inciertas, con incertidumbre estadística. Típicamente, ésta se reduce cuando aumentan los tamaños muestrales y desaparece en el límite de muestra aleatoria infinita. Por eso se dice que la incertidumbre estadística está asociada al proceso de muestreo, o que se debe al tamaño finito de las muestras.

Existen en la Estadística dos formalismos bien conocidos, el frecuentista y el bayesiano. En el primero, los parámetros que definen las distribuciones de probabilidad se consideran cantidades fijas (no aleatorias) aunque desconocidas. A partir de las muestras, se construyen estimadores para dichos parámetros. La incertidumbre de los estimadores se designa, en el ámbito frecuentista, como confianza estadística. En el formalismo bayesiano, los parámetros no se consideran cantidades fijas, sino variables aleatorias. Se les puede asignar una distribución de probabilidad a priori (llamada prior), que representa su incertidumbre epistémica previa a la obtención de una muestra aleatoria. El teorema de Bayes permite combinar el prior con la información

contenida en la muestra, para obtener una distribución de probabilidad a posteriori (llamada posterior), que recoge la incertidumbre epistémica del parámetro.

La manera más directa de describir la incertidumbre de magnitudes y parámetros es la estimación de su distribución de probabilidad. Pero hay maneras alternativas, de especial interés para la presente Tesis. Podemos llamar descriptores estadísticos de la incertidumbre a funciones de la muestra aleatoria, como

- Momentos y momentos centrales de la muestra (e.g. media, desviación típica, coeficiente de asimetría, curtosis...de la muestra, que son estimadores de los momentos poblacionales
- Los cuantiles muestrales, estimadores de los cuantiles poblacionales.
- Regiones estadísticas, de especial interés para esta Tesis, y que se tratarán a continuación.

1.3 Regiones estadísticas.

Una región estadística es un procedimiento para construir, a partir de muestras aleatorias de una VA, regiones (subconjuntos) del recorrido de la propia variable o de algún parámetro de su distribución de probabilidad. Por extensión, al subconjunto para una muestra específica se le denomina región estadística.

Hay tres tipos básicos de regiones estadísticas: de confianza, de predicción y de tolerancia [3,4,5]

Dada una variable aleatoria continua, $\mathbf{V}$, un parámetro $\mathbf{h}$ de su distribución, y una muestra aleatoria S de $\mathbf{V}$,

- una región de confianza de nivel C ($0 < C < 1$) para $\mathbf{h}$ es una región $RC(S)$, función de S , en el recorrido de $\mathbf{h}$ que cumple:

$$PR_S \{ \mathbf{h} \in RC(S) \} \geq C \quad (1.1)$$

- una región de predicción de nivel β ($0 < \beta < 1$) para $\mathbf{V}$ es una región $RP(S)$, función de muestra, en el recorrido de $\mathbf{V}$ que cumple

$$PR_{V,S} \{ \mathbf{V} \in RP(S) \} \geq \beta \quad (1.2)$$

- una región de tolerancia de nivel (β, γ) ($0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1$) para $\mathbf{V}$ es una región $RT(S)$, función de muestra, en el recorrido de $\mathbf{V}$ que cumple

$$PR_S \{ PR_V \{ \mathbf{V} \in RT(S) \} \geq \beta \} \geq \gamma \quad (1.3)$$

β se denomina nivel de cobertura o contenido o probabilidad; γ se denomina nivel de confianza. El par (β, γ) se llama nivel de tolerancia.

El subíndice de las probabilidades en las definiciones (1.1) a (1.3) indica la distribución de probabilidad a la que se refieren. El subíndice S indica la distribución de probabilidad inducida por el proceso de muestreo, que representa la incertidumbre estadística.

A veces se utilizan definiciones alternativas, más restrictivas que las anteriores [5]:

$$PR_S \{ \mathbf{h} \in RC(S) \} = C \quad (1.1bis)$$

$$PR_{V,S} \{ \mathbf{V} \in RP(S) \} = \beta \quad (1.2bis)$$

$$PR_S \{ PR_V \{ \mathbf{V} \in RT(S) \} \geq \beta \} = \gamma \quad (1.3bis)$$

En esta tesis se adoptarán las definiciones más generales (1.1) a (1.3), como en [4,6]

Un buen número de métodos para obtener regiones estadísticas se basan en el tipo más sencillo de muestreo, que es el muestreo aleatorio simple (MAS). Pero existen métodos específicos de otros tipos de muestreo.

Las regiones de confianza son descriptores de la incertidumbre epistémica de parámetros de distribuciones de probabilidad; un término habitual para la probabilidad en (1.1) es *confianza estadística*. En el límite de muestra infinita, la región de confianza se reduce a un punto, que es el verdadero valor del parámetro. C se denomina el nivel de confianza de la región.

Por su parte, las regiones de predicción y de tolerancia son descriptores de la incertidumbre de variables aleatorias. La incertidumbre que describen tiene una parte aleatoria y otra epistémica. La primera se refiere a la distribución de probabilidad de la VA, mientras que la segunda se refiere a la metaincertidumbre. En las regiones de predicción, ambas incertidumbres se combinan, mientras que en las regiones de tolerancia se consideran por separado (en lo que se denomina una probabilidad de segundo orden). Cuando

el tamaño de muestra tiende a infinito, ambos tipos de región tienden a regiones fijas del recorrido de la VA, con probabilidad β , específicas del procedimiento utilizado. Tales regiones límite describen la incertidumbre aleatoria de la VA.

Las regiones estadísticas más sencillas son los intervalos estadísticos de confianza (correspondientes a parámetros escalares), y los intervalos de predicción y tolerancia (correspondientes a variables aleatorias escalares). Estos intervalos, a su vez, pueden ser uni o bilaterales. Los intervalos bilaterales tienen extremos que son estadísticos (i.e. funciones de muestra). Los intervalos unilaterales tienen un solo extremo que es un estadístico, mientras que el otro es el valor extremo (si existe) del recorrido de la variable o parámetro. Los extremos de intervalos que son funciones de la muestra se denominan límites estadísticos (superiores o inferiores, según el caso). Se habla, entonces, de límites de confianza, de predicción o de tolerancia.

Por su importancia en el desarrollo de esta Tesis, dedicaremos el resto del capítulo a las regiones e intervalos de tolerancia.

1.4 Regiones e intervalos de tolerancia

Las regiones de tolerancia son descriptores estadísticos de la incertidumbre [3, 4, 5, 6].

(1.3) es la definición de región de tolerancia de nivel (β, γ) para una variable aleatoria continua V , aunque algunos autores utilizan la definición (1.3bis), más restrictiva. (1.3) contiene una probabilidad de segundo orden. La probabilidad

interna, de confinamiento de $\mathbf{V}$ a $RT(S)$, es un estadístico al que llamamos *cobertura* de la región de tolerancia,

$$\mu_{\mathbf{V}}(RT(S)) = PR_{\mathbf{V}}\{\mathbf{V} \in RT(S)\} \quad (1.4)$$

y no es otra cosa que la medida según $\mathbf{V}$ de la región $RT(S)$. Tiene una distribución de probabilidad inducida por la muestra aleatoria S . La definición (1.3) queda, entonces:

$$PR_S\{\mu_{\mathbf{V}}(RT(S)) \geq \beta\} \geq \gamma \quad (1.5)$$

de donde deriva una forma compacta de la definición:

$${}_{1-\gamma}\mu_{\mathbf{V}}(RT(S)) \geq \beta \quad (1.6)$$

Basada en el cuantil de orden $1-\gamma$ de la cobertura.

Cuando $\mathbf{V}$ es una variable aleatoria escalar (que ahora designamos V), sus regiones de tolerancia más simples son los llamados intervalos de tolerancia, que pueden ser unilaterales o bilaterales.

Los intervalos unilaterales de tolerancia son aquellos que tienen sólo un extremo que es función de la muestra, mientras que el otro extremo es fijo y coincide con uno de los extremos del recorrido de V . El extremo superior (resp. inferior) que es función de la muestra recibe el nombre de límite superior (resp. inferior) de tolerancia.

$UT(S)$ es un límite superior de tolerancia (LST) de nivel (β, γ) para V cuando

$$PR_S\{PR_V\{V \leq UT(S)\} \geq \beta\} \geq \gamma \quad (1.7)$$

, que es equivalente a:

$$PR_S \{ {}_{\beta}V \leq UT(S) \} \geq \gamma \quad (1.8)$$

, donde aparece el cuantil de orden β de V , definido como

$${}_{\beta}V \equiv \inf \{ v \mid F_V(v) > \beta \} \quad (1.9)$$

$LT(S)$ es un límite inferior de tolerancia (LIT) de nivel (β, γ) para V cuando

$$PR_S \{ PR_V \{ V \geq LT(S) \} \geq \beta \} \geq \gamma \quad (1.10)$$

$(L(S), U(S))$ es un intervalo bilateral de tolerancia de nivel (β, γ) para V cuando

$$PR_S \{ PR_V \{ L(S) \leq V \leq U(S) \} \geq \beta \} = \gamma \quad (1.11)$$

1.5 Métodos de construcción de intervalos de tolerancia

Existe una variedad de métodos para construir intervalos de tolerancia. Una clasificación básica, típica de la Estadística, distingue entre

- Métodos paramétricos, en los que se hace la hipótesis de que la VA pertenece a una familia paramétrica específica.
- Métodos no paramétricos, en los que no se hace tal hipótesis, sino otras mucho más generales, como puede ser la continuidad de la PDF o de la CDF.

1.5.1 Técnicas no paramétricas: el método de Wilks y la extensión de Wald.

Los métodos no paramétricos no presuponen distribución paramétrica alguna de probabilidad para la variable aleatoria.

El método no paramétrico más conocido es el de Wilks [7,8,9], basado en muestreo aleatorio simple. Utiliza los estadísticos de orden (OS) como límites de tolerancia.

Sea una variable aleatoria escalar y continua, V , con función de distribución (CDF) continua, y una MAS de tamaño n de valores de V . La llamada *muestra ordenada* se obtiene colocando los elementos muestrales de menor a mayor

$$V_{1:n} < V_{2:n} < \dots < V_{r:n} < \dots < V_{n:n}$$

de manera que el estadístico de orden r es el r -simo valor más alto de la muestra. Por ejemplo, el OS de orden n es el máximo muestral, y el OS de orden 1 es el mínimo muestral [10].

El resultado básico obtenido por Wilks es que la cobertura del intervalo comprendido entre los estadísticos de orden r y s , con $r < s$,

$$\mu_V(V_{r:n}, V_{s:n}) \equiv PR_V\{V_{r:n} < V < V_{s:n}\} \equiv F_V(V_{s:n}) - F_V(V_{r:n}) \quad (1.12)$$

es, a su vez, un estadístico que sigue la distribución beta con parámetros $s-r$ y $n-s+r+1$, sea cual sea la distribución de V . En (1.12) se considera que V es independiente de los dos OS; es decir, representa una “nueva extracción” al azar de V , independiente de la MAS de la que se toman los OS.

Un corolario del resultado de Wilks es que el estadístico

$$W_{r:n} \equiv F_V(V_{r:n}) \quad (1.13)$$

para $r=1, \dots, n$, sigue la distribución beta($r, n-r+1$).

El resultado obtenido por Wilks permite utilizar los OS como límites de tolerancia, para intervalos de tolerancia uni y bilaterales.

La condición para que $(V_{r:n}, V_{s:n})$ sea un intervalo bilateral de tolerancia de nivel (β, γ) para V es

$$PR_S \{ PR_V \{ V_{r:n} < V < V_{s:n} \} \geq \beta \} \geq \gamma \quad (1.14)$$

Teniendo en cuenta el resultado de Wilks, (1.14) se convierte en

$$PR_S \{ B_{s-r, n-s+r+1} \geq \beta \} \geq \gamma \quad (1.15)$$

, donde $B_{l,m}$ representa la variable beta con parámetros l y m . (1.15) es la llamada fórmula de Wilks. Es una desigualdad que relaciona los órdenes r y s , el tamaño de muestra n y el nivel de tolerancia (β, γ) .

La fórmula de Wilks (1.15) se puede expresar en términos de los cuantiles de la distribución beta

$${}_{1-\gamma} B_{s-r, n-s+r+1} \geq \beta \quad (1.15bis)$$

Fijado el nivel de tolerancia y los órdenes r y s , estos últimos posiblemente como funciones de n , existe un mínimo valor entero de n que satisface (1.15), al que llamaremos “tamaño mínimo de muestra”:

$$N_m(\beta, \gamma, s, r) \equiv \text{Min} \{ n \in \mathbb{Z}^+ / {}_{1-\gamma} B_{s-r, n-s+r+1} \geq \beta \} \quad (1.16)$$

(1.16) se puede minimizar frente a la elección de los órdenes r y s . Ese mínimo de mínimos (MM), dependiente sólo del nivel de tolerancia, se obtiene cuando $r=1$, $s=n$; es decir, cuando se utilizan los extremos muestrales para construir el intervalo. Entonces, (1.15) se reduce a

$$PR_S \{B_{n-1,2} \geq \beta\} \geq \gamma \quad (1.17)$$

y definimos

$$N_{mm}(\beta, \gamma) \equiv \text{Min} \{n \in Z^+ / {}_{1-\gamma}B_{n-1,2} \geq \beta\} \quad (1.18)$$

La fórmula de Wilks puede particularizarse al caso de intervalos unilaterales de tolerancia. La condición para que el OS de orden s sea un límite superior de tolerancia (β, γ) de V es

$$PR_S \{PR_V \{V \leq V_{s:n}\} \geq \beta\} \geq \gamma \quad (1.19)$$

, que se puede escribir

$$PR_S \{F_V(V_{s:n}) \geq \beta\} \geq \gamma \quad (1.20)$$

, es decir

$$PR_S \{B_{s, n-s+1} \geq \beta\} \geq \gamma \quad (1.21)$$

(1.21) es la fórmula de Wilks para el caso de un LST. Coincide con (1.15) poniendo $r=0$. Fijado el nivel de tolerancia y el orden s (quizá como función de n), se puede buscar el valor mínimo de n que cumple (1.21); recíprocamente, fijado n , puede buscarse el mínimo valor de s que satisface la expresión. En términos de los cuantiles de la distribución beta, la fórmula (1.19) se escribe

$${}_{1-\gamma}B_{s,n-s+1} \geq \beta \quad (1.21\text{bis})$$

Y el tamaño mínimo de muestra es

$$N_m(\beta, \gamma, s, 0) \equiv \text{Min}\{n \in \mathbb{Z}^+ / {}_{1-\gamma}B_{s,n-s+1} \geq \beta\} \quad (1.22)$$

El tamaño (1.22) se puede minimizar ulteriormente frente a s. El mínimo de mínimos se obtiene para s=n; es decir, cuando se utiliza el máximo muestral como LST. En ese caso, (1.21) asume una forma muy simple

$$1 - \beta^n \geq \gamma \quad (1.23)$$

, y de aquí se deduce el tamaño mínimo de muestra

$$N_{mm} = \left\lceil \frac{\log(1-\gamma)}{\log \beta} \right\rceil \quad (1.24)$$

El paréntesis parcial en (1.24) designa la función techo (redondeo hacia arriba).

Es fácil comprobar que el tamaño mínimo de muestra para intervalo bilateral, obtenido de (1.16), es mayor que el de intervalo unilateral (para un mismo nivel de tolerancia), derivado de (1.22).

Cualquier método de construcción de límites superiores de tolerancia (incluido el de Wilks) se puede aplicar también a la obtención de límites inferiores. Sólo hay que tener en cuenta que un LIT para V se obtiene cambiándole el signo a un LST, con el mismo nivel de tolerancia, de (-V).

El método de Wilks despertó el interés en el uso de estadísticos de orden en la construcción de límites de tolerancia no paramétricos [24, 64-68].

El método de Wilks es aplicable a variables aleatorias escalares. En 1943, Abraham Wald realizó una extensión del mismo a variables multidimensionales [24]. La exposición detallada del método de Wald es complicada, y no la reproduciremos aquí, aunque señalaremos sus principales rasgos. La RT de Wald se obtiene como un producto cartesiano de intervalos, uno para cada componente de la variable multidimensional. Los intervalos se construyen secuencialmente, componente a componente, usando OS, y no tienen un nivel de tolerancia homogéneo, sino decreciente. Hay un proceso de eliminación de datos. Una consecuencia es que la RT obtenida depende del orden en que se consideran las componentes de la variable.

Existe una “fórmula de Wilks” para el método de Wald, que liga el nivel de tolerancia, los órdenes de los diferentes OS utilizados como extremos de intervalos, el tamaño de muestra y la dimensión q de la variable en estudio. El tamaño mínimo de muestra y el tamaño MM son funciones crecientes de la dimensión q . Existe, por tanto, una “maldición de dimensionalidad” en el método de Wald.

La versión más sencilla del método de Wald consiste en poner un intervalo unilateral en cada componente. Suponiendo una MAS de tamaño n de la variable $V = (V^1, \dots, V^q)$, la secuencia es:

- Tomar el máximo muestral de V^1
- Eliminar de la muestra el punto correspondiente a dicho máximo.
- En la muestra restante (tamaño $n-1$) tomar el máximo de V^2 .

- Eliminar de la muestra el punto correspondiente al máximo de V^2
- En la muestra restante (tamaño $n-2$) tomar el máximo de V^3 .
-
- En la muestra de tamaño $n-q+1$, tomar el máximo de V^q

El producto cartesiano de estos intervalos unilaterales constituye la RT de Wald. La ecuación de Wilks correspondiente a esta RT es

$${}_{1-\gamma}B_{n-q+1,q} \geq \beta \quad (1.25)$$

La tabla 1.1 da el tamaño mínimo de muestra en función de la dimensión q , para una región (95,95). Se observa que el crecimiento en términos de q no es acelerado.

Dimensión (q)	Tamaño mínimo de muestra
1	59
2	93
3	124
4	153
5	181

Tabla 1.1: Tamaño mínimo de muestra en función de la dimensión. Método de Wald para RT (95, 95) construida con máximos muestrales.

1.5.2 Regiones paramétricas de tolerancia

Las regiones paramétricas de tolerancia se basan en la hipótesis de pertenencia de la variable aleatoria a una familia paramétrica específica. Requieren, por tanto, la demostración de dicha pertenencia, basada, en general, en la aplicación de tests estadísticos. A cambio, tienen la ventaja de ser más eficientes que las no paramétricas.

Las regiones paramétricas más habituales son las basadas en la distribución normal [5]. Las más sencillas son los llamados intervalos normales, cuyos extremos son:

- Límites superiores de tolerancia, de la forma $\bar{V} + k \cdot S_V$
- Límites inferiores de tolerancia, de la forma $\bar{V} - k \cdot S_V$

, donde

$$\bar{V} \equiv \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V_j \quad S_V \equiv \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (V_j - \bar{V})^2} \quad (1.26)$$

, son, respectivamente, la media y la desviación típica de la MAS de V.

Se tiene así:

- Límite superior de tolerancia de nivel (β, γ) :

$$\bar{V} + k^{(1)} \cdot S_V \quad (1.27)$$

- Límite inferior de tolerancia de nivel (β, γ) :

$$\bar{V} - k^{(1)} \cdot S_V \quad (1.28)$$

- Intervalo bilateral de tolerancia de nivel (β, γ) :

$$(\bar{V} - k^{(2)} \cdot S_V, \bar{V} + k^{(2)} \cdot S_V) \quad (1.29)$$

Los coeficientes $k^{(1)}$ y $k^{(2)}$ se denominan factores normales de tolerancia, uni y bilaterales, respectivamente. Están tabulados y codificados en función del nivel

de tolerancia y el tamaño de muestra. Para un mismo nivel y tamaño, los factores bilaterales son mayores que los unilaterales.

El límite de muestra infinita del coeficiente $k^{(1)}$ es el cuantil de orden β de la variable $N(0,1)$. El límite de $k^{(2)}$ es el cuantil de orden $(1+\beta)/2$ de esa variable.

Los coeficientes $k^{(1)}$ se obtienen como los cuantiles de la distribución t no central de Student [4]:

$$k^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{n}} {}_{\gamma}TNC\left(\beta z \sqrt{n}\right) \quad (1.30)$$

(β, γ) es el nivel de tolerancia. $TNC(A)$ es la variable t no central con parámetro de no centralidad A y n-1 grados de libertad.

Los coeficientes $k^{(2)}$ no tienen una expresión cerrada como la de (1.30), pero pueden obtenerse de manera exacta en función de nivel de tolerancia y tamaño de muestra.

Los intervalos normales de tolerancia son útiles para cualquier VA que sea transformación monótona de una VA normal.

Existen técnicas para la construcción de intervalos y regiones de tolerancia para otras familias paramétricas de distribuciones [3,11].

1.5.3 Un procedimiento típicamente ignorado: construcción de regiones de tolerancia a partir de intervalos unilaterales

En el campo del análisis de incertidumbre de magnitudes calculadas, y, especialmente, en el ámbito de los cálculos BEPU de Seguridad Nuclear, existen una serie de ideas erróneas sobre la construcción de regiones de tolerancia, que intentaremos aclarar en la presente Tesis. Son tópicos especialmente relacionados con el método de Wilks, aunque se pueden generalizar a cualquier método de construcción de regiones de tolerancia.

El método de Wilks permite establecer intervalos uni y bilaterales para variables aleatorias escalares. El intervalo bilateral se construye tomando dos OS, que sirven como extremos; el intervalo unilateral se obtiene con un solo OS, que actúa como límite de tolerancia. Como ya se ha visto, los tamaños de muestra mínimos requeridos, para un mismo nivel de tolerancia, son menores para el intervalo unilateral que para el bilateral

La primera idea errónea formada en torno al método de Wilks es que, para construir un intervalo bilateral de tolerancia, es imprescindible utilizar dos OS cuyos órdenes cumplen la fórmula (1.15) de Wilks. No es cierto; se puede establecer un intervalo bilateral a partir de un intervalo unilateral del mismo nivel de tolerancia. La idea es aún más general: dado cualquier método de construcción de IT, se puede establecer un intervalo bilateral a partir de un intervalo unilateral. Basta hacer un cambio de variable como se demuestra a continuación.

Sea un valor, V_0 , en el recorrido de V . Definamos la variable escalar

$$\Delta \equiv |V - V_0| \quad (1.31)$$

La CDF de Δ es

$$F_{\Delta}(\delta) = F_V(V_0 + \delta) - F_V(V_0 - \delta) \quad (1.32)$$

Como la CDF de V es continua, la de Δ también lo es, luego se le puede aplicar el método de Wilks. Supongamos que aplicamos ese método (u otro cualquiera que sea adecuado) para construirle a Δ un LST de nivel (β, γ) , que designaremos Δ_U . Es inmediato ver que:

$$\Delta < \Delta_U \Leftrightarrow V_0 - \Delta_U < V < V_0 + \Delta_U \quad (1.33)$$

Se demuestra, por tanto, que

$$(V_0 - \Delta_U, V_0 + \Delta_U) \quad (1.34)$$

es un intervalo bilateral de tolerancia de nivel (β, γ) para V , centrado en V_0 .

Basta, por tanto, obtener un LST de nuestra variable transformada para tener (aplicando la transformación inversa) un intervalo bilateral de tolerancia de la variable original. Si se aplica el método de Wilks, el tamaño mínimo de muestra es el correspondiente a intervalos unilaterales. Es suficiente una muestra de tamaño 59 para obtener un intervalo bilateral de nivel (95,95).

Parece claro que el método descrito será tanto más eficiente cuanto más cercano esté V_0 a la mediana de V .

Examinemos el caso en que se aplique el método de Wilks a la obtención del LST de Δ . Los estadísticos de orden de Δ no tienen una relación trivial con los

de V . En el caso más sencillo, cuando se usa el máximo de una muestra de tamaño 59, es claro que

$$\Delta_{59:59} = \max(V_{59:59} - V_0, V_0 - V_{1:59}) \quad (1.35)$$

A partir de (1.43), el intervalo de tolerancia es

$$\begin{aligned} (2V_0 - V_{59:59}, V_{59:59}) & \text{ cuando } \frac{V_{59:59} + V_{1:59}}{2} \geq V_0 \\ (V_{1:59}, 2V_0 - V_{1:59}) & \text{ cuando } \frac{V_{59:59} + V_{1:59}}{2} \leq V_0 \\ (V_{1:59}, V_{59:59}) & \text{ cuando } \frac{V_{59:59} + V_{1:59}}{2} = V_0 \end{aligned} \quad (1.36)$$

La segunda idea errónea es que el método de Wilks no sirve para construir RT multidimensionales, y es necesario recurrir a la extensión de Wald [24]. No es cierto tampoco; de nuevo, un cambio de variable permite construir una RT multidimensional a partir de un intervalo unilateral, sea cual sea el método de construcción.

Dada la variable $\mathbf{V} = (V^1, \dots, V^q)$, consideremos el caso en que las componentes de V son variables positivas. Dado el conjunto de desigualdades

$$\begin{aligned} V^1 &< U_1 \\ &\dots\dots\dots \\ V^q &< U_q \end{aligned} \quad (1.37)$$

, donde $U_1, \dots, U_q$ son constantes positivas, definimos

$$W \equiv \text{Max} \left(\frac{V^1}{U_1}, \dots, \frac{V^q}{U_q} \right) \quad (1.38)$$

(1.33) es equivalente a

$$W < 1 \quad (1.39)$$

W es una variable escalar, y continua, cuya CDF es:

$$F_W(w) = F_V(wU_1, \dots, wU_q) \quad (1.40)$$

En el segundo miembro de (1.40) figura la CDF de la variable multidimensional **V**. Puesto que es continua, también lo es la CDF de W, y se le puede aplicar el método de Wilks.

Sea W_U un límite superior de tolerancia de nivel (β, γ) para W. Es inmediato comprobar la equivalencia

$$W < W_U \Leftrightarrow \begin{cases} V_1 < W_U \cdot U_1 \\ \dots\dots\dots \\ V_q < W_U \cdot U_q \end{cases} \quad (1.41)$$

que consiste en aplicar la transformación inversa de (1.38). La parte derecha de la equivalencia (1.41) define una región de tolerancia de nivel (β, γ) para **V**.

Basta, por tanto, aplicar el método de Wilks a W, obtener un LST y aplicar (1.41). El tamaño mínimo de muestra es el derivado de la fórmula de Wilks unilateral. Una muestra de tamaño 59 basta para construir una RT de cualquier dimensión y de nivel (95,95). No existe, en este caso, la llamada “maldición de dimensionalidad”, que es el aumento del tamaño de muestra necesario cuando aumenta la dimensión de la RT, y que afecta al método de Wald.

A cambio, el método de Wald es, en general, más eficiente y menos conservador que éste.

1.6 Propagación de incertidumbre a través de modelos de cálculo.

Un modelo predictivo computacional es un esquema de cálculo que produce resultados a partir de variables de entrada. Dado un input (formado por una colección de variables de entrada) se obtiene un output o resultado (colección de variables de salida). Formalmente,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}(\mathbf{X}) \tag{1.42}$$

donde $\mathbf{Y}$ y $\mathbf{X}$ son, respectivamente, el output y el input (que, en general, son variables multidimensionales), y $\mathbf{M}$ representa lo que llamaremos función asociada al modelo. $\mathbf{X}$ se compone de todas las variables de entrada al modelo; sus componentes son los inputs escalares y las componentes escalares de los inputs vectoriales o multidimensionales. No consideraremos aquí inputs que sean funciones continuas de un parámetro; por ejemplo, curvas temporales o espaciales. En ese caso, consideraremos que las curvas han sido discretizadas, de manera que sean asimilables a variables multidimensionales.

Cuando el modelo se asimila a su función $\mathbf{M}$, hablamos de la interpretación de caja negra del modelo. Cuando $\mathbf{M}$ es una aplicación, el modelo se denomina determinista. También se dice que el modelo asigna igual resultado a iguales inputs.

Los resultados de un modelo computacional son, en general, inciertos, por tres motivos básicos:

- Hay inputs del modelo que son inciertos, y su incertidumbre se transmite a los outputs. Se habla de *propagación de la incertidumbre* a través del modelo o del cálculo.
- El modelo predictivo es imperfecto, porque se trata de una versión esquemática o simplificada de la realidad.
- La aplicación **M** asociada al modelo, que es la que determina cómo se hace la propagación de incertidumbres, se conoce de manera imperfecta. La formulación de un modelo puede conocerse perfectamente (por ejemplo, las ecuaciones integro-diferenciales que lo componen, y las ecuaciones numéricas derivadas) y eso no significa, en absoluto, que se conozca la aplicación **M** asociada (salvo en el caso de modelos muy sencillos).

La imperfección o inadecuación del modelo tiene dos tipos de impacto:

- Los resultados discrepan, en general, de los valores reales o verdaderos,
- Los modelos contienen parámetros de ajuste, que permiten ajustarlos a datos reales (calibración).

Los modelos pueden clasificarse, *grosso modo*, en dos categorías:

- Mecanicistas, que son los basados en primeros principios de la ciencia.
- Empíricos o fenomenológicos, basados en relaciones sencillas causa-efecto observadas experimentalmente.

Estos últimos contienen en su formulación parámetros empíricos de ajuste, que son magnitudes numéricas, en general desprovistas de sentido físico, y que sirven para ajustar los modelos a datos reales. Los modelos fenomenológicos son, en parte, estadísticos, porque constituyen una forma de tratamiento de datos. Existe una categoría intermedia, la más extensa, de modelos semiempíricos, que tienen una base mecanicista coexistente con un grado parcial de empirismo. Éste se manifiesta en que también incorporan parámetros de ajuste.

En definitiva, los parámetros de un modelo son magnitudes numéricas que sirven para dos cosas

- Para ajustar el modelo a datos reales (calibración)
- Para incorporar la incertidumbre debida a la imperfección del modelo.

El ajuste de modelos es algo bien conocido en Estadística; a partir de una base de datos reales, y utilizando una serie de hipótesis, existen procedimientos para estimar los valores de los parámetros [51, 52]. El ajuste hace que las predicciones se aproximen a los valores reales. Como se ha dicho, la estimación no sólo proporciona valores puntuales de los parámetros de ajuste, sino también su incertidumbre.

Los resultados de los modelos dependen de los valores asignados a sus parámetros. Por tanto, éstos pueden considerarse un tipo especial de inputs a los modelos, diferentes a sus variables independientes. En nuestra interpretación, se asumirá que la variable multidimensional de input **X** incluye

los parámetros empíricos de modelos, y que estos tienen asignada una incertidumbre que corresponde a la imperfección de los modelos.

Para calibrar y/o cuantificar la incertidumbre de los parámetros de modelo es necesaria una base de datos reales, que pueda compararse con las predicciones del modelo. Las buenas prácticas en la construcción de modelos exigen que, una vez calibrado y cuantificada su incertidumbre, un modelo tiene que validarse. La validación consiste en una nueva comparación de las predicciones del modelo con una base de datos reales, esta vez diferente a la de calibración y cuantificación.

En resumen, consideramos dos fuentes básicas de incertidumbre para el resultado de un modelo computacional:

- Propagación de incertidumbre desde los inputs
- Conocimiento parcial de la aplicación **M** asociada al modelo

Por tanto, el análisis de incertidumbre de los resultados de modelos predictivos se basa en la consideración de las dos incertidumbres: la propagada desde inputs, junto con la ignorancia sobre la propagación.

En el capítulo 2 se describirán las metodologías BEPU, objeto principal de esta Tesis. Las más utilizadas actualmente se basan en la representación probabilista de la incertidumbre y su propagación mediante el método de Monte Carlo [12], con las siguientes etapas:

- ✓ Asignación de distribuciones de probabilidad a los inputs inciertos
- ✓ Obtención de una muestra aleatoria, con un tamaño predeterminado, de los inputs.

- ✓ Cálculo del modelo para las muestras del input, dando como resultado una MAS de resultados.
- ✓ Cálculo de la incertidumbre de los resultados.

Cuando las muestras utilizadas son aleatoria simples (MAS), se habla del método de Monte Carlo “puro” o “crudo” (CMC).

Estas metodologías llevan implícita la hipótesis del modelo como caja negra, de manera que asumen que la información sobre la aplicación **M** viene únicamente de la muestra de inputs y su propagación a los resultados. Por ese motivo, la incertidumbre debida al conocimiento incompleto de **M** se puede interpretar como causada por el tamaño finito de la muestra aleatoria de **Y**.

1.7 Modelos sustitutivos.

Cuando el cálculo con el modelo predictivo es complicado y requiere un importante coste computacional, el estudio de incertidumbre se dificulta mucho. Una posibilidad para hacerlo más sencillo es intentar la sustitución del modelo por uno más sencillo, que sea una aproximación al primero en la región del espacio de input de interés. Si se consigue esa sustitución, de manera que no se eliminen fuentes importantes de incertidumbre y que el cálculo con el modelo sustitutivo resulte económico, éste podrá utilizarse para la propagación y el análisis de la incertidumbre.

El modelo sustitutivo [13], llamado también metamodelo o emulador, suele tener una formulación mucho más sencilla que el modelo original, y en general es semiempírico, con unos parámetros que permiten su ajuste al modelo

original. La relación del metamodelo con el modelo es análoga a la que existe entre éste y la realidad.

El ajuste se hace mediante un conjunto de datos, donde se comparan predicciones del modelo y su emulador. El resultado es una estimación con incertidumbre de los parámetros de ajuste. Esa incertidumbre es la relativa a la discrepancia entre el modelo y su metamodelo.

El input del metamodelo es mucho más reducido que el del modelo, y básicamente estará compuesto por

- Los inputs más influyentes en la respuesta del modelo original, que se determinan mediante análisis de sensibilidad o importancia.
- Los parámetros de ajuste del metamodelo, en los que se concentra la incertidumbre de la discrepancia entre modelo y emulador.

Una vez desarrollado, el emulador debe validarse, utilizando un conjunto de datos provenientes del modelo que no coincidan con los que se emplearon en el ajuste. Y una vez validado, el modelo sustitutivo puede utilizarse para hacer la propagación de incertidumbres.

El objetivo último, como ya se ha dicho, es que, pese a tener menos capacidad predictiva que el modelo original, el metamodelo pueda sustituirlo en la propagación de incertidumbres, dentro de la región de interés del espacio de input. La condición básica es que el metamodelo no subestime la incertidumbre de los resultados, y sea computacionalmente económico.

2. ANÁLISIS DETERMINISTA DE SEGURIDAD EN PLANTAS NUCLEARES. MAGNITUDES DE SEGURIDAD Y CRITERIOS REGULADORES DE ACEPTACIÓN.

2.1 Fundamentos del análisis determinista de seguridad.

El análisis determinista de seguridad (DSA) es uno de los formalismos que se utilizan para llevar a cabo análisis de seguridad de las plantas e instalaciones nucleares. Es complementario al otro formalismo básico de la Seguridad Nuclear, el análisis probabilista de seguridad (PSA).

El DSA es el procedimiento básico que se emplea en el diseño de las estructuras, sistemas y componentes importantes para la seguridad de las instalaciones nucleares. Al igual que el PSA, aunque no con la misma perspectiva, se basa en el análisis de posibles *sucesos* que pueden ocurrir en la instalación. Dependiendo de su severidad, los sucesos se clasifican como transitorios y accidentes, aunque a veces se usa el término genérico *accidente* para designar cualquiera de ellos. Otro sinónimo de suceso es *escenario*.

El punto de partida del DSA es una serie de categorías de escenarios accidentales. La clasificación se hace atendiendo a su frecuencia (que es su probabilidad de ocurrencia por unidad de tiempo) y a su severidad esperada (el daño que producen). Cada categoría tiene más severidad esperada y menos frecuencia acumulada que la anterior.

En cada categoría se eligen uno o más accidentes representativos, que tienen carácter envolvente; es decir, que producen (presumiblemente) peores consecuencias (más daño o más proximidad a él) que los accidentes de la categoría. En esta Tesis designaremos estos accidentes como *escenarios base de diseño* (DBS). Suelen tener muy baja frecuencia, e incluso a veces se construyen como escenarios imposibles, porque incluyen coincidencias de circunstancias agravantes que no se podrían dar en la realidad. Así se puede afirmar su carácter envolvente.

El siguiente paso en el DSA es la simulación computacional de los DBS. Se utilizan, para ello, modelos predictivos computacionales, capaces de reproducir los fenómenos físicos que constituyen el escenario y, por tanto, de simular la evolución temporal de la planta durante el accidente. La autoridad reguladora nuclear requiere que se calculen una serie de magnitudes físicas, que aquí llamaremos magnitudes de seguridad, y que cuantifican la severidad del accidente; es decir, los daños (o la proximidad a ellos) que provoca. Las magnitudes de seguridad suelen ser valores extremos (máximos o mínimos) que alcanzan, durante el escenario accidental, magnitudes físicas específicas en una región del reactor o de la planta nuclear

Además de definir las magnitudes de seguridad, el regulador impone unos criterios de aceptación sobre los valores calculados de las mismas. Son los llamados *criterios reguladores de aceptación* (CRA).

El paso final del DSA consiste en la comprobación del cumplimiento de los CRA. Si las magnitudes de seguridad calculadas los cumplen, los sistemas, estructuras y componentes de la planta se consideran adecuadamente

diseñados. Si alguna de las magnitudes de seguridad no satisface su CRA, el diseño no es aceptable y deberá modificarse.

Una metodología de DSA (llamada también a veces “modelo de evaluación”) es una estructura computacional que sirve para realizar el análisis determinista de un tipo específico de escenario base de diseño. Consta, por tanto de:

- Modelos computacionales predictivos (i.e. códigos), capaces de simular la evolución temporal del DBS.
- Métodos de análisis de incertidumbre y sensibilidad
- Herramientas auxiliares (e.g. pre y postprocesadores)
- Hipótesis de cálculo
- Guías de usuario, documentación asociada, etc

El núcleo de una metodología está constituido por los códigos de simulación. Un código es un programa computacional que modela procesos o fenómenos físicos implicados en escenarios accidentales. Habitualmente, un código consta de varios submodelos que funcionan de manera acoplada o concatenada, cada uno de los cuales reproduce una parte de la fenomenología estudiada. Desde ese punto de vista, una metodología es un “supercódigo” compuesto por códigos computacionales y estructuras de cálculo adicionales.

En la sección 2.6 se ha hablado de la clasificación de modelos predictivos en mecanicistas, empíricos y semiempíricos. Otra forma de clasificar los modelos es la basada en su grado de conservadurismo:

- Modelo conservador: el que da, con casi total certidumbre, predicciones más severas que la realidad. Suelen tener formulación

sencilla, basada en hipótesis pesimistas. No requieren análisis de incertidumbre de sus resultados.

- Modelo realista o BEPU: el que produce resultados poco sesgados, de manera que requieren un análisis de incertidumbre de sus resultados. Suelen ser mecanicistas, contruidos con hipótesis realistas.

2.2 Criterios reguladores de aceptación sin incertidumbre.

Una magnitud de seguridad puede ser unidimensional (escalar) o multidimensional. Ésta última categoría no sólo incluye campos vectoriales, sino cualquier variable multidimensional compuesta de magnitudes escalares, que pueden ser de diferente naturaleza y con distintas dimensiones físicas.

Diremos que una magnitud de seguridad multidimensional $\mathbf{Y}$ es directamente calculable cuando sus componentes escalares son magnitudes calculadas con un mismo modelo, expresado como (1.42):

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}(\mathbf{X}) \quad (2.1)$$

$\mathbf{M}$ es la aplicación input-output asociada al modelo predictivo, y $\mathbf{X}$ es una variable multidimensional que agrupa las variables de input del modelo, que son de muchos tipos: condiciones iniciales y frontera, parámetros geométricos y topológicos, propiedades materiales, parámetros de modelos y correlaciones, etc.

(2.1) expresa que todas las componentes de $\mathbf{Y}$ pueden considerarse resultados de un mismo modelo; es decir, pueden obtenerse de un mismo cálculo para

cualquier punto $\mathbf{X}$ del dominio de $\mathbf{M}$. El modelo $\mathbf{M}$ no sólo predice los valores de las componentes de $\mathbf{Y}$, sino también las dependencias entre ellos.

Puede ocurrir, sin embargo, que $\mathbf{Y}$ no sea directamente calculable, de manera que cada una de sus componentes de $\mathbf{Y}$ se calcule con un modelo diferente

$$Y_i = M_i(\mathbf{X}_i) \quad i = 1, \dots, q \quad (2.2)$$

y, en principio, con diferentes conjuntos de inputs $\mathbf{X}_i$. El motivo puede ser que no sea posible, o práctico, construir un modelo único para calcular todas las magnitudes de seguridad, y sea más sencillo el desarrollo y uso de modelos parciales. Suele ocurrir, entonces, que los cálculos se hacen de manera independiente (e incluso por analistas diferentes), sin correlación entre los inputs de los modelos individuales.

En este caso, los modelos predicen valores para los Y_i , pero no reflejan su esquema de dependencias; obtienen las componentes de $\mathbf{Y}$ como si fueran variables independientes.

Los CRA son restricciones que se imponen sobre los valores de las magnitudes de seguridad. Un CRA es una condición de confinamiento del valor de la magnitud en una determinada región de su recorrido:

$$\mathbf{Y} \in AR \quad (2.3)$$

donde $\mathbf{Y}$ es una magnitud de seguridad, escalar o multidimensional, calculada en el análisis determinista de algún suceso base de diseño. Se supone en (2.3) que $\mathbf{Y}$ se ha calculado sin incertidumbre. Así que, tras el cálculo, es inmediato saber si la $\mathbf{Y}$ calculada cumple o no (2.3).

AR es la llamada región de aceptación, que es un subconjunto del recorrido de Y , definido por la autoridad reguladora. Se supone que AR es una región fija, cuyos límites no tienen incertidumbre. Cada DBS tiene su magnitud Y y su región de aceptación.

Cuando Y es escalar, AR es una región unidimensional contenida en su recorrido. Diremos, en ese caso, que (2.3) es un criterio simple o escalar. Los criterios simples pueden ser unilaterales, del tipo

$$Y < L_{\text{sup}} \quad (2.4)$$

$$Y > L_{\text{inf}} \quad (2.5)$$

donde L_{sup} (resp. L_{inf}) es un límite superior (resp. inferior) de aceptación.

Otro tipo posible de criterio simple es el bilateral:

$$L_1 < Y < L_2 \quad (2.6)$$

que imponen, simultáneamente, dos límites sobre Y , superior e inferior, que definen un intervalo de aceptación. En las formas (2.4) a (2.6), la región de aceptación es, respectivamente

$$\begin{aligned} AR &= \{Y \mid Y < L_{\text{sup}}\} \\ AR &= \{Y \mid Y > L_{\text{inf}}\} \\ AR &= (L_1, L_2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

La región AR podría ser más compleja que las de (2.7) (por ejemplo, una región inconexa). Pero, en el ámbito del DSA, las regiones de aceptación escalares

son sencillas, del tipo (2.7). Los criterios reguladores escalares son casi exclusivamente unilaterales, del tipo (2.4) y (2.5)

La magnitud de seguridad $\mathbf{Y}$ es multidimensional cuando el regulador define, en el análisis del DBS, varias magnitudes escalares de seguridad $Y_1, \dots, Y_q$. En ese caso, AR es una región q -dimensional contenida en el recorrido de $\mathbf{Y}$. Lo habitual en DSA es que AR sea un producto cartesiano:

$$AR = AR_1 \times \dots \times AR_q \quad (2.8)$$

, donde las AR_i $i=1, \dots, q$, son regiones unidimensionales del tipo (2.7). En ese caso, el criterio múltiple (2.3) se desglosa como

$$\begin{aligned} Y_1 &\in AR_1 \\ &\dots \\ Y_q &\in AR_q \end{aligned} \quad (2.9)$$

es decir, como un conjunto de criterios simples sobre las componentes de $\mathbf{Y}$. Hay que distinguir entre el criterio conjunto (2.3) y los q criterios individuales en los que se desdobra. El criterio conjunto es la conjunción lógica de los criterios individuales.

$$\mathbf{Y} \in AR \Leftrightarrow \bigcap_{i=1}^q (Y_i \in AR_i) \quad (2.10)$$

Las magnitudes de seguridad son, en general, continuas. Cuando son discretas, suelen consistir en indicadores de confinamiento de otras magnitudes continuas a regiones específicas de su rango. Desde ese punto de vista, puede considerarse que los criterios de seguridad siempre involucran

magnitudes de seguridad que son continuas, y esa será una suposición básica en esta Tesis.

Por otra parte, lo habitual es que las magnitudes de seguridad sean positivas. También pueden ser negativas, por ejemplo si se trata de derivadas o incrementos de otras magnitudes.

Cualquier criterio simple del tipo (2.4) - (2.6) puede reducirse a un criterio simple unilateral con límite de aceptación positivo

$$Z < L \quad \text{con} \quad L > 0 \quad (2.11)$$

, sin más que considerar un cambio de variable. Esta afirmación es trivial en el caso de criterios unilaterales, y también es fácilmente demostrable para el criterio bilateral (2.6), sin más que considerar la transformación:

$$Z \equiv \text{Max}(Y - L_1, L_2 - Y) \quad (2.12)$$

de manera que (2.6) es equivalente a

$$Z < L_2 - L_1 \quad (2.13)$$

De acuerdo con esto, un conjunto de criterios simples como (2.9) con AR_i del tipo (2.7), puede llevarse, con adecuados cambios de variable, a

$$\begin{aligned} Y_1 &< L_1 \\ &\dots \\ Y_q &< L_q \end{aligned} \quad (2.14)$$

, con $L_1, \dots, L_q$ positivos. A su vez, el criterio múltiple (2.9) puede reducirse a la forma simple

$$Z < 1 \quad (2.15)$$

, sin más que considerar la transformación

$$Z \equiv \text{Max} \left(\frac{Y_1}{L_1}, \dots, \frac{Y_r}{L_r} \right) \quad (2.16)$$

La variable Z es adimensional. Nótese que la equivalencia, a través de Z, entre (2.14) y (2.15) es cierta, independientemente de que **Y** sea o no directamente calculable. Sin embargo, la variable Z da una información valiosa adicional cuando **Y** es directamente calculable, porque la diferencia 1-Z mide la distancia a los límites reguladores de un cálculo hecho en el punto **X** del espacio de input.

La conclusión es que cualquier CRA, ya sea simple o múltiple, que implique regiones de aceptación del tipo (2.7), puede reducirse a un criterio simple de la forma (2.15), sin más que hacer una transformación de las variables implicadas a una variable escalar adecuada. Un paso previo es llegar a (2.14), y la transformación para alcanzar esa forma no es única. Así que tampoco lo es, en general, la transformación para obtener la variable Z en (2.16)

Recíprocamente, si a una región del tipo

$$\{Z \mid Z < Z_0\} \quad (2.17)$$

se le aplica la transformación inversa, se obtiene la siguiente región en el rango de **Y**:

$$\{\mathbf{Y} \mid Y_i < Z_0 \cdot L_i, i = 1, \dots, q\} \quad (2.18)$$

Las transformaciones que hemos descrito son útiles para introducir el concepto de severidad de valores de magnitudes de seguridad. Éste es evidente para

magnitudes escalares: cuando hay un límite superior (resp. inferior) de aceptación, la severidad aumenta en dirección creciente (resp. decreciente) de la magnitud. El problema es generalizar esta idea a magnitudes multidimensionales.

Supondremos la magnitud $\mathbf{Y}$ (en general multidimensional), con región de aceptación AR , y una magnitud escalar transformada Z tal que

$$\mathbf{Y} \in AR \Leftrightarrow Z < L \quad (2.19)$$

Por ejemplo, en el caso (2.14), la transformación (2.16) lleva a $L=1$.

Dados dos valores de $\mathbf{Y}$, $\mathbf{Y}_1$ e $\mathbf{Y}_2$, diremos que $\mathbf{Y}_2$ es más severo que $\mathbf{Y}_1$ cuando los respectivos valores transformados cumplan $Z_1 < Z_2$. Esta relación depende, obviamente, de la transformación elegida para llevar de $\mathbf{Y}$ a Z .

2.3 Criterios reguladores de aceptación con incertidumbre.

En la sección previa hemos hablado de los CRA para una magnitud calculada sin incertidumbre. Es el caso cuando las magnitudes de seguridad se calculan con una metodología conservadora. En el caso de una magnitud $\mathbf{Y}$, el CRA sigue la forma (2.3), y se expresa como

$$\mathbf{Y}_C \in AR \quad (2.20)$$

El subíndice C indica que la magnitud $\mathbf{Y}$ se ha calculado con una metodología conservadora y, por tanto, no es incierta.

En cambio, cuando la magnitud $\mathbf{Y}$ se calcula con una metodología realista (BEPU), el CRA ya no es tan sencillo, porque $\mathbf{Y}$ es entonces un magnitud

incierto (una variable aleatoria), y, en general no se puede asegurar su confinamiento a una región específica de su recorrido. En ese caso, es adecuada la forma siguiente:

$$\mathbf{Y} \in AR \quad \text{"con suficiente nivel de certidumbre"} \quad (2.21)$$

, donde $\mathbf{Y}$ es ahora la magnitud de seguridad calculada de forma realista y con incertidumbre.

En el formalismo probabilista, $\mathbf{Y}$ es una variable aleatoria, y el nivel de certidumbre se expresa mediante la probabilidad, con lo que (2.21) se traduce a

$$PR_{\mathbf{Y}}\{\mathbf{Y} \in AR\} \geq P_0 \quad (2.22)$$

El subíndice $\mathbf{Y}$ indica que la probabilidad en el lado izquierdo de (2.22) se refiere a la incertidumbre de cálculo de $\mathbf{Y}$. P_0 es un valor de probabilidad cercano a 1, impuesto por el regulador (que es quien decide qué debe entenderse en este caso por “alta probabilidad”). Se denomina nivel regulador de probabilidad o de cobertura para el criterio.

$\mathbf{Y}$ es el resultado de un cálculo con un modelo predictivo determinista, expresado en (2.1). Supondremos que la variable $\mathbf{X}$ contiene todos los inputs al modelo, incluyendo los parámetros empíricos o fenomenológicos del mismo (usados para la calibración y cuantificación de incertidumbre de los modelos).

Otra forma de expresar (2.22) es, por tanto,

$$PR_{\mathbf{X}}\{\mathbf{M}(\mathbf{X}) \in AR\} \geq P_0 \quad (2.23)$$

, donde se aprecia que la incertidumbre de cálculo de Y es la que le viene propagada desde sus inputs, incluidos los parámetros empíricos, que recogen la incertidumbre debida a la imperfección del modelo.

Es importante resaltar que la probabilidad en (2.22) y (2.23) está condicionada a dos hechos: la ocurrencia del escenario base de diseño que se estudia, y el uso de una metodología de cálculo específica de la magnitud Y . Ambas están implícitas en (2.22).

Esta probabilidad es fundamental en el ámbito de los análisis BEPU. Admite diferentes interpretaciones, que justifican distintas denominaciones:

- *Probabilidad de éxito de Y* , porque es la probabilidad de que un cálculo de Y cuyos inputs se eligen al azar (de acuerdo con su distribución de probabilidad) caiga en la región de aceptación.

$$PE(Y) \equiv PR_Y\{Y \in AR\} \quad (2.24)$$

El complemento a 1 de la probabilidad de éxito es la *probabilidad de excedencia* de límites reguladores.

- *Margen de licencia de Y* , porque mide la “distancia” desde la distribución de probabilidad de Y hasta la frontera de región de aceptación (i.e. hasta los límites reguladores). Esta interpretación se tratará en el capítulo 4 de esta Tesis, cuando se enuncie una teoría de márgenes de seguridad basados en probabilidad.

- *Grado de cumplimiento o satisfacción* del criterio regulador.

El criterio (2.22) establece un valor mínimo, impuesto por el regulador, para la probabilidad de éxito (o margen de licencia, o grado de cumplimiento).

Sin embargo, la incertidumbre representada en (2.22) y (2.23) no es la única que deba considerarse en el criterio de aceptación. La distribución de probabilidad de Y es sólo parcialmente conocida, y eso hace que la probabilidad de éxito de Y sea una magnitud incierta, con incertidumbre epistémica. Lo habitual es que la única información sobre Y sea una muestra aleatoria (por ejemplo, una MAS obtenida de un cálculo de Monte Carlo). En ese caso, la incertidumbre epistémica se denomina estadística, y es reducible por aumento del tamaño de muestra. En el límite de tamaño infinito, la probabilidad en (2.22) se conoce perfectamente.

En la sección 1.2 hemos empleado también el término *metaincertidumbre*. No es una denominación que se utilice habitualmente en el ámbito BEPU. También se emplea el término *confianza estadística*, acuñado en el formalismo frecuentista. En el bayesiano, la probabilidad de éxito no se considera una cantidad con valor fijo, aunque ignorado, sino una variable aleatoria. La metaincertidumbre, en este caso, se refiere a la distribución de probabilidad de esa variable. La formulación bayesiana permite incorporar información sobre la probabilidad de éxito previa a la obtención de la muestra, en forma de una distribución prior. La información contenida en la muestra se combina con la del prior mediante el teorema de Bayes, dando lugar a la distribución posterior de

la probabilidad de éxito (o de excedencia), que representa la metaincertidumbre.

La magnitud **Y** se calcula mediante (2.1). La metaincertidumbre se debe a la ignorancia sobre la aplicación **M** asociada al modelo computacional.

En el capítulo 1 hicimos ya una distinción entre las dos fuentes de incertidumbre de un cálculo: la propia incertidumbre de los outputs (que incluye la debida a la imperfección de los modelos), y la ignorancia sobre la manera en que el modelo propaga esa incertidumbre (debida al conocimiento imperfecto de la aplicación **M**). Ahora las reencontramos en la formulación del criterio BEPU.

La metaincertidumbre sobre **Y** (o sobre su modelo de cálculo) debe incorporarse al criterio (2.22) y (2.23). Hay dos maneras básicas de hacerlo, que consideraremos a continuación.

En primer lugar, se pueden separar ambas incertidumbres, dando lugar a la siguiente forma

$$PR_M \{ PR_Y \{ Y \in AR \} \geq P_0 \} \geq C_0 \quad (2.25)$$

, equivalente a

$$PR_M \{ PR_X \{ M(X) \in AR \} \geq P_0 \} \geq C_0 \quad (2.26)$$

Esta forma del criterio contiene ambas incertidumbres, pero no las combina. Incluye lo que a veces se llama una *probabilidad de segundo orden*, que son dos probabilidades anidadas. La interior se refiere a la distribución de probabilidad de la magnitud de seguridad calculada, **Y** (propagada desde sus

inputs). La exterior se refiere a la ignorancia sobre la verdadera distribución de probabilidad de $\mathbf{Y}$, que es la que existe sobre la aplicación input-output producida por su metodología de cálculo. C_0 es el llamado nivel de confianza estadística, un número cercano a 1 establecido por el regulador.

Los expertos propugnan la separación entre incertidumbres aleatorias y epistémicas [1], por ejemplo en el ámbito de los PSA de nivel 1 [55]. La distinción entre ambas estriba, sobre todo, en la posibilidad de reducción; la incertidumbre aleatoria se considera irreducible, mientras que la epistémica es reducible por aporte de información. Para un estado específico de información sobre los inputs, la incertidumbre de $\mathbf{Y}$ puede considerarse irreducible. En cambio, la metaincertidumbre puede reducirse, a base de conocer mejor el modelo y su aplicación asociada (p.ej. muestreándolo mejor, aumentando el tamaño de muestra aleatoria). En ese sentido, la expresión (2.25) seguiría la práctica recomendada de no combinar ambos tipos de incertidumbre.

Otra posibilidad, alternativa a la forma (2.25), consistiría combinar ambas incertidumbres consideradas. Se obtiene así:

$$PR_{\mathbf{Y},M} \{ \mathbf{Y} \in AR \} \geq P_0^* \quad (2.27)$$

donde el regulador impondría un nivel de probabilidad combinado P_0^* , cercano a 1 aunque no necesariamente igual al P_0 de (2.22). El criterio (2.27) se puede escribir también como un valor esperado

$$E_M [PR_{\mathbf{Y}} \{ \mathbf{Y} \in AR \}] \geq P_0^* \quad (2.28)$$

, o bien

$$E_M[PE(\mathbf{Y})] \geq P_0^* \quad (2.29)$$

, que es una condición sobre el valor esperado de la probabilidad de éxito.

(2.25) y (2.27) representan, cada una con sus variantes, las dos posibles formas de incluir la incertidumbre de cálculo en los CRA. En ambas se aprecian muy bien los elementos fijados por el regulador:

- La magnitud de seguridad, $\mathbf{Y}$
- La región de aceptación para $\mathbf{Y}$, AR
- Los niveles mínimos de probabilidad y confianza para el cumplimiento del CRA, P_0 y C_0 respectivamente; y el nivel conjunto P_0^*

Cuando la información que existe sobre $\mathbf{Y}$ es únicamente una muestra aleatoria simple S , los criterios (2.25) y (2.28) se escriben

$$PR_S\{PR_Y\{\mathbf{Y} \in AR\} \geq P_0\} \geq C_0 \quad (2.30)$$

$$E_S[PR_Y\{\mathbf{Y} \in AR\}] \geq P_0^* \quad (2.31)$$

También diremos que el subíndice S se refiere a la incertidumbre introducida por el tamaño finito de la MAS.

La separación de incertidumbre en (2.25) y (2.26) está presente en el concepto de región de tolerancia, presentado y desarrollado en el capítulo 1. Esta similitud justifica la denominación de nivel de tolerancia regulador para el par (P_0, C_0) . La combinación de incertidumbres en la forma alternativa también tiene su correlato estadístico, en el concepto de región de predicción (sección 1.3).

En términos de la probabilidad de éxito (2.24), el criterio (2.25) se escribe

$$PR_s \{PE(\mathbf{Y}) \geq P_0\} \geq C_0 \quad (2.32)$$

, que se puede reescribir como

$$_{1-C_0} PE(\mathbf{Y}) \geq P_0 \quad (2.33)$$

una condición sobre el cuantil de orden $1-C_0$ de la distribución en el muestreo de $PE(\mathbf{Y})$.

Análogamente, la forma combinada (2.31) se expresa como

$$E_s [PE(\mathbf{Y})] \geq P_0^* \quad (2.34)$$

, que es una condición sobre el valor esperado de la probabilidad de éxito. Compárese (2.33) con (2.34). Si $P_0^*=P_0$, el criterio (2.33) es, en general, más estricto que (2.34), porque los cuantiles de orden bajo son menores que el valor esperado, salvo en distribuciones muy poco usuales.

Cuando aumenta el tamaño de la muestra, la incertidumbre estadística se reduce, con lo que los primeros miembros de ambos criterios (2.33) y (2.34) tienen valores cada vez más cercanos. En el límite de muestra infinita, la incertidumbre estadística desaparece, y ambos criterios se reducen a la forma común (2.22). En los análisis de Monte Carlo, la posibilidad de disponer de muestras muy grandes de los resultados se da cuando los cálculos con el modelo predictivo consumen muy poco tiempo de computación.

En conclusión, y desde el punto de vista regulador, tiene sentido preferir la forma separada (2.25) frente a la combinada (2.27), por dos motivos:

- Los expertos recomiendan la separación entre incertidumbre de cálculo y epistémica.
- La forma separada es más conservadora que la combinada, salvo en situaciones extremadamente inusuales.

En lo que sigue entenderemos como CRA BEPU la forma (2.25). Sólo consideraremos la forma combinada (2.28) cuando lo indiquemos explícitamente.

El criterio BEPU (2.25) puede escribirse en términos de la magnitud transformada Z , que cumple (2.19):

$$PR_M \{PR_Z \{Z < L\} \geq P_0\} \geq C_0 \quad (2.35)$$

A su vez, (2.35) se puede poner como

$$PR_M \{P_0 Z \leq L\} \geq C_0 \quad (2.36)$$

que es una condición sobre el cuantil de orden P_0 de Z . Si empleamos la probabilidad de éxito, el criterio es

$$PR_M \{PE(Z) \geq P_0\} \geq C_0 \quad (2.37)$$

porque la probabilidad de éxito de Z coincide con la de Y .

$$PE(Z) \equiv PR_Z \{Z < L\} = PR_Y \{Y \in AR\} \equiv PE(Y)$$

2.4 Modelos sustitutivos y criterios BEPU.

En el apartado 1.7 se ha abordado una aproximación posible para simplificar el análisis de incertidumbre de un modelo predictivo: su sustitución por un modelo más sencillo y de cálculo rápido (metamodelo o modelo sustitutivo o emulador), de manera que la propagación de incertidumbre sea mucho más asequible desde el punto de vista computacional. Pese a ser semiempíricos y a tener mucha menos capacidad predictiva que los modelos originales, los metamodelos deben tener en cuenta las principales fuentes de incertidumbre y propagar ésta, sin subestimarla, a los resultados.

Cuando se utiliza el metamodelo $\mathbf{M}^*$, el criterio BEPU (2.25) se convierte en

$$PR_M \{PR_{Y^*} \{Y^* \in AR\} \geq P_0\} \geq C_0 \quad (2.38)$$

equivalente, según (2.26), a

$$PR_{M^*} \{PR_{X^*} \{M^*(X^*) \in AR\} \geq P_0\} \geq C_0 \quad (2.39)$$

donde $Y^*=M^*(X^*)$ es el valor calculado con M^* . El input X^* del modelo sustitutivo debe incluir las variables de entrada al modelo original que más contribuyen a la incertidumbre de Y , y también los parámetros de ajuste del metamodelo introducidos como variables inciertas.

El metamodelo es fácil de calcular; por tanto, es susceptible de un análisis Monte Carlo exhaustivo, de manera que la incertidumbre sobre M^* (metaincertidumbre) desaparezca. Así que el criterio BEPU en el caso de modelos sustitutivos se reducirá a la forma simple (2.23), es decir

$$PR_{X^*} \{M^*(X^*) \in AR\} \geq P_0 \quad (2.40)$$

2.5 Criterios BEPU en la regulación

En la sección 2.3 hemos desarrollado y analizado la manera de introducir (de manera probabilista) la incertidumbre en los CRA del análisis determinista. Ahora resumiremos, en perspectiva histórica, cómo se ha realizado esa incorporación en la regulación nuclear.

Las metodologías BEPU aparecieron por vez primera en la regulación nuclear de los Estados Unidos, en la revisión de 1988 de la norma federal 10 CFR 50.46 [15]. En ella se tratan los requisitos y los criterios de aceptación de los análisis de pérdida de refrigerante en reactores de agua ligera (LWR), que sirven para diseñar los sistemas de refrigeración de emergencia (ECCS). Se denominan, por ello, análisis de LOCA/ECCS.

La primera versión de la regla ECCS, en 1974, obligaba al uso de metodologías conservadoras [16] y formulaba 5 criterios de aceptación para sus resultados. El conocimiento sobre la fenomenología de los LOCA en LWR era muy incompleto en esa época. Durante la década y media posterior, se desarrollaron amplios programas de investigación teórica y experimental sobre LOCA, y comenzaron a construirse modelos predictivos realistas para la evaluación del accidente. El resultado de tales avances fue la revisión de la regla ECCS, de forma que se permitió el uso de metodologías BEPU para el análisis LOCA/ECCS, como alternativa a las metodologías conservadoras.

En la regla revisada se requiere el análisis de la incertidumbre de cálculo, y se exige un alto nivel de probabilidad en el cumplimiento de los criterios de aceptación, sin cuantificar dicho nivel. Es decir, se pide un tratamiento probabilista de la incertidumbre, pero no se dice nada sobre la

metaincertidumbre. Eso parece remitir a la forma simple (2.22) del CRA, o a la forma (2.27) en la que se combinan las dos incertidumbres.

Para complementar la revisión de la regla ECCS, la USNRC emitió en 1989 la Guía Reguladora 1.157 [17]. Se reúnen en ella los requisitos de modelación (modelos e hipótesis) para una simulación realista de un LOCA. Además, se incluyen instrucciones para llevar a cabo el estudio de incertidumbre de las magnitudes de seguridad. Se admite explícitamente que 0.95 es un nivel aceptable para la probabilidad de que los criterios de aceptación se cumplan. Pero apenas se habla de metaincertidumbre, y, desde luego, no se establece un valor mínimo regulador para ella.

El otro hito que acompañó a la revisión BEPU de la regla ECCS fue la publicación de la metodología CSAU (*Code Scaling, Applicability and Uncertainty Evaluation Methodology*), también en 1989 [18]. Se trata, en rigor, de la primera metodología BEPU, elaborada por un grupo de expertos bajo el patrocinio de la USNRC. El esquema propuesto en CSAU ha servido de modelo para todas las metodologías BEPU que han venido después. Su generalización, desde su primera versión enfocada al análisis de LOCA/ECCS, a otros tipos de transitorios y accidentes en plantas nucleares, ha llevado al desarrollo del procedimiento EMDAP (*Evaluation Model Development and Assessment Process*), desarrollado por el cuerpo técnico de la USNRC y descrito en la Guía Reguladora 1.203 [19].

CSAU, en su primera versión, se basaba en la construcción de un modelo sustitutivo del código original, en concreto de una superficie de respuesta polinómica que calculaba la temperatura pico de vaina (PCT) del LOCA en

función de las variables de input más influyentes. La publicación de CSAU marcó el desarrollo de las primeras metodologías BEPU industriales y académicas, que también se basaron en la construcción de superficies de respuesta y en el cumplimiento de un nivel mínimo de probabilidad de 95%; esto es coherente con la formulación (2.37) de los CRA.

En definitiva, las metodologías BEPU pioneras no consideraban la metaincertidumbre, o bien la suponían implícitamente combinada con la incertidumbre de cálculo de las magnitudes de seguridad.

Una década después de la publicación de CSAU, se produjo un cambio notable en la evolución de las metodologías BEPU. El GRS (*Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit*) alemán desarrolló una metodología [20] que, si bien seguía el esquema CSAU en su estructura básica, difería completamente en su procedimiento de propagación de incertidumbres. GRS utilizaba el modelo original, en lugar de uno sustitutivo, y calculaba límites de tolerancia de las magnitudes de seguridad, a partir de muestras aleatorias simples obtenidas de un análisis de Monte Carlo puro. Los límites de tolerancia se calculaban mediante el método no paramétrico de Wilks, que hasta entonces no se había utilizado en los análisis de incertidumbre de cálculos. Utilizar límites de tolerancia para comprobar los CRA equivale a tener en cuenta la metaincertidumbre debida al tamaño finito de la MAS. La metodología GRS construye límites de tolerancia de nivel (95, 95) para compararlos con límites reguladores de aceptación, de manera que, implícitamente, asume un nivel mínimo de confianza estadística del 95%. El éxito de esta metodología fue inmediato; su esquema fue adoptado y aceptado casi unánimemente en el ámbito BEPU. Las metodologías incorporaron la propagación de incertidumbre

basada en modelos originales y método de Wilks; el uso de modelos sustitutivos prácticamente desapareció. Así que la consideración de la metaincertidumbre no partió, en rigor, de los reguladores, sino de los propios desarrolladores. Los reguladores aceptaron *a posteriori* el nivel de confianza del 95%.

En resumen, las metodologías BEPU han evolucionado desde una caracterización conservadora a una realista, paralelamente a la evolución en el conocimiento (teórico y experimental) de la fenomenología durante accidentes en reactores nucleares. Las metodologías realistas comenzaron considerando la incertidumbre de magnitudes calculadas y exigiendo un nivel mínimo regulador de probabilidad; pero obviaron la metaincertidumbre, o bien la consideraron combinada con la anterior. La aparición de las metodologías del tipo GRS llevaron a la inclusión de la metaincertidumbre estadística de forma separada a la incertidumbre de cálculo, introduciendo un nivel mínimo regulador de tolerancia.

Paradójicamente, el proceso descrito ha sido, en realidad, un redescubrimiento de los niveles reguladores de tolerancia. Mucho antes de la revisión en 1988 de la regla ECCS, la USNRC ya había abierto la puerta a análisis realistas de algunos escenarios, y al establecimiento del nivel de tolerancia (95, 95) para el cumplimiento de criterios de aceptación. La norma federal 10 CFR 50 de los Estados Unidos, en su apéndice A [69], contiene los criterios generales de diseño para plantas nucleares. El criterio número 10 se refiere al diseño del reactor, y establece que éste se hará de forma que los límites de diseño del combustible nuclear (SAFDL) no se superen durante ninguna condición de operación normal, incluyendo los efectos de los llamados transitorios

operacionales previstos (AOO), que son un escenarios base de diseño. La USNRC ha ido desarrollando, y haciendo sucesivas revisiones, un documento llamado “Standard Review Plan” (SRP), donde se establecen los criterios que su “staff” técnico debe emplear en su revisión de solicitudes sobre construcción y operación de plantas nucleares. No sustituye a las regulaciones nucleares, pero constituye una guía básica para diseño.

La sección 4.4 del SRP se refiere al diseño termohidráulico del núcleo y el sistema de refrigerante del reactor. Entre los criterios de aceptación específicos que establece, para cumplir los requisitos del GDC 10, está la condición de que, durante operación normal y AOO, la barra de combustible caliente del núcleo no experimente pérdida de ebullición nucleada (DNB) o ebullición de transición con una probabilidad de al menos 95% y una confianza estadística también del 95%. Este requisito se estableció mucho antes de 1988, aunque no forma parte explícita de la regulación nuclear.

3. COMPROBACIÓN DEL CUMPLIMIENTO DE LOS CRITERIOS REGULADORES DE ACEPTACIÓN.

3.1 Clasificación de métodos de comprobación

El paso final en el análisis de un escenario base de diseño en una planta nuclear es la comprobación del cumplimiento de los criterios reguladores de aceptación. Cuando la metodología DSA que se emplea es conservadora, los criterios asumen la forma sencilla (2.3), y se comprueba simplemente el confinamiento del resultado Y en la región de aceptación. En cambio, cuando la metodología es BEPU, el criterio asume la forma más compleja (2.25), y la manera de comprobar su cumplimiento no es tan sencilla.

Los criterios de aceptación BEPU, tal y como se formulan actualmente, son probabilistas; se enuncian mediante probabilidades simples o de segundo orden. Por tanto, la comprobación de su cumplimiento requiere la aplicación de métodos estadísticos a conjuntos de valores de las magnitudes de seguridad calculadas.

La forma más adecuada para juzgar el cumplimiento de un CRA consiste en plantear un test estadístico de hipótesis [21]. En efecto, el criterio (2.25), reescrito como (2.33) es una hipótesis sobre la distribución de probabilidad de Y , enunciada como “la probabilidad de no exceder el límite regulador L debe ser mayor o igual a P_0 ”. A partir de valores calculados para Y (por ejemplo, de una muestra aleatoria) la hipótesis se puede comprobar estadísticamente,

siguiendo una teoría bien conocida y desarrollada. La hipótesis nula o por defecto ha de ser la conservadora; es decir, la que asume que el criterio de aceptación no se cumple [21,22].

En este caso

$$H_0: PE(\mathbf{Y}) < P_0 \quad (3.1)$$

mientras que la hipótesis alternativa es la del cumplimiento del criterio regulador:

$$H_1: PE(\mathbf{Y}) \geq P_0 \quad (3.2)$$

Otra forma de expresar las hipótesis utiliza el cuantil P_0 de la magnitud transformada Z :

$$H_0: {}_{P_0}Z \geq L \quad (3.3)$$

$$H_1: {}_{P_0}Z < L \quad (3.4)$$

Estas asignaciones son coherentes con la práctica habitual en contraste de hipótesis, en la que H_0 es la hipótesis por defecto, cierta mientras no se demuestre lo contrario. En los análisis de seguridad, la hipótesis por defecto tiene que ser la de que los criterios no se cumplen, de manera que su cumplimiento debe demostrarse.

Daremos, a continuación, métodos para comprobar los CRA, considerados como hipótesis sobre las distribuciones de probabilidad de magnitudes de seguridad.

En principio, la comprobación de los criterios es más simple cuando la magnitud de seguridad Y es escalar, y se puede complicar cuando Y es multidimensional. En este segundo caso, podemos encontrar dos situaciones, según Y sea (de acuerdo con nuestra definición en el apartado 2.2) directamente calculable o no.

En cualquier caso, sabemos que los CRA se pueden reformular como criterios sobre la variable escalar Z , mediante cambios de variable adecuados. Por tanto, cualquier criterio regulador de aceptación se puede comprobar con los mismos métodos empleados para criterios escalares.

Traemos aquí los criterios BEPU expresados en términos de Z , según (2.35) – (2.37), y suponiendo que la información sobre la magnitud proviene únicamente de una muestra aleatoria S :

$$PR_S \{PR_Z \{Z < L\} \geq P_0\} \geq C_0 \quad (3.5)$$

$$PR_S \{_{P_0} Z \leq L\} \geq C_0 \quad (3.6)$$

$$PR_S \{PE(Z) \geq P_0\} \geq C_0 \quad (3.7)$$

(3.3), (3.4) y (3.5) son tres formas equivalentes del mismo criterio, enfocadas, respectivamente, a la magnitud Z , a su cuantil de orden P_0 y a su probabilidad de éxito. De acuerdo con estas 3 formas, pueden distinguirse tres clases de métodos para comprobar el criterio de aceptación:

M_1 . Métodos de región de tolerancia

M_2 . Métodos de estimación de cuantiles

M_3 . Métodos de estimación de probabilidades de éxito

Los tres tipos de métodos dan condiciones suficientes para el cumplimiento del criterio de aceptación. Como se verá, son métodos muy relacionados, porque, a fin de cuentas, resuelven el mismo problema.

Son métodos de estimación estadística, algo evidente en los métodos M2 y M3. La región de tolerancia puede considerarse como un estimador de una región de probabilidad (aquella que contiene una fracción prefijada de la variable aleatoria).

Los estimadores tienen incertidumbre estadística, que es la metaincertidumbre considerada en los CRA. La desviación típica de un estimador es su llamado error estándar. La precisión del estimador se define como el inverso de su varianza. Precisión y eficiencia de un estimador son términos prácticamente equivalentes. En Estadística suele emplearse el adjetivo “conservador” como antónimo de “eficiente”. Es decir, un estimador es tanto más conservador cuanto menor es su precisión. Sin embargo, las magnitudes de seguridad llevan a una concepción diferente del conservadurismo, porque son indicadores de daño (o de cercanía al mismo) en la planta nuclear. Un valor de la magnitud es tanto más conservador cuanto más daño produce, o más cerca está de producir daño. Éste será nuestra definición de conservadurismo, en lugar de la clásica en Estadística. La magnitud de seguridad Z tiene un límite superior de aceptación. Por tanto, un estimador de un cuantil de Z será tanto más conservador cuanto más grandes sean los valores que produce. Asimismo, un estimador de la probabilidad de éxito será tanto más conservador cuanto menores sean los valores que produce.

Típicamente, los estimadores se basan en muestras aleatorias de las magnitudes de seguridad. Como norma general, cuanto mayor es el tamaño de muestra más preciso y menos conservador es el estimador. Si se exige un valor de precisión al estimador, es necesario un tamaño mínimo de muestra; como sabemos, ello se traduce en un requisito sobre el esfuerzo computacional empleado en la comprobación de los CRA.

Los licenciarios de plantas nucleares tienen la responsabilidad de demostrar el cumplimiento de los CRA. Elegirán, para ello, el método que consideren más adecuado. El regulador, por su parte, tendrá la responsabilidad de aceptar o no el método propuesto y evaluar su aplicación. En esa decisión tienen gran importancia las propiedades de eficiencia y conservadurismo que se han descrito. El licenciario tenderá a buscar métodos eficientes, que maximicen la precisión de los estimadores para un tamaño dado de muestra. El regulador, por su parte tenderá a aceptar más fácilmente los métodos más conservadores. Asimismo, aceptará mejor los métodos más sencillos, que necesiten menos hipótesis.

Los métodos pueden ser paramétricos o no paramétricos, una distinción que ya se hizo en la sección 1.5. Los paramétricos asumen que la magnitud estudiada tiene una distribución paramétrica específica, mientras que los métodos no paramétricos sólo hacen suposiciones muy generales (por ejemplo, la continuidad de la PDF o de la CDF de la magnitud). Los métodos paramétricos suelen ser más eficientes y menos conservadores, porque incorporan información adicional; a cambio, requieren la demostración de que la magnitud efectivamente sigue la distribución asumida, o bien que dan lugar a resultados conservadores. Típicamente, cuando todo lo que se conoce es una muestra

aleatoria de la magnitud, la aplicabilidad se demuestra mediante contrastes estadísticos de hipótesis de ajuste a la distribución. Además, la hipótesis por defecto debe ser la más conservadora, que en general será la de no ajuste; por ello, se debería requerir, en la comprobación, un ajuste significativo a la distribución [24]. En ese sentido, los métodos no paramétricos son más fáciles de aceptar por el regulador.

Otra clasificación distingue entre métodos clásicos o frecuentistas y métodos bayesianos. Los primeros utilizan sólo información contenida en las muestras de las magnitudes de seguridad. Por el contrario, los métodos bayesianos permiten incorporar información *a priori* (es decir, previa a la obtención de las muestras) y combinarla con la información proveniente de la muestra. La información *a priori* se captura en una distribución de probabilidad prior para el parámetro que se quiere inferir (e.g. cuantil, probabilidad). La combinación con la muestra se hace a través del teorema de Bayes, y lleva a una actualización del prior, y a la obtención de la llamada distribución posterior para el parámetro. Es evidente que los métodos bayesianos pueden tener problemas para ser admitidos por el regulador, en especial cuando asignan priores no conservadores.

Finalmente, podemos distinguir entre métodos exactos y aproximados, dependiendo de la forma en que se conoce la distribución del correspondiente estimador. El regulador aceptará más fácilmente los métodos exactos que los aproximados.

Las 3 categorías de métodos de comprobación que hemos establecido se basan en el resultado que enunciamos y demostramos a continuación.

Sea $\mathbf{Y}$ una variable aleatoria continua, y S una muestra aleatoria de $\mathbf{Y}$. Sea Z una variable aleatoria escalar, obtenida mediante una transformación de $\mathbf{Y}$, y tal que se da la equivalencia (2.9) con $L > 0$. Llamamos S' a la muestra aleatoria de Z transformada de S .

Sean, además,

- $TR(S)$: una región de tolerancia de $\mathbf{Y}$ con nivel (β, γ) , $\beta \geq P_0$ y $\gamma \geq C_0$
- $LCL(S)$: un límite inferior de confianza de nivel $C \geq C_0$ para la probabilidad de éxito $SP(\mathbf{Y})$
- $UCL(S')$: un límite superior de confianza, de nivel $C \geq C_0$, para el cuantil de orden P_0 de Z .

Entonces, cada una de las siguientes es condición suficiente para el cumplimiento del CRA BEPU:

$$TR(S) \subset AR \quad (3.8)$$

$$LCL(S) \geq P_0 \quad (3.9)$$

$$UCL(S') \geq L \quad (3.10)$$

En efecto, si (3.8) es cierto, la implicación

$$\mathbf{Y} \in TR(S) \Rightarrow \mathbf{Y} \in AR \quad (3.11)$$

lleva a

$$PR_S \{ \mathbf{Y} \in TR(S) \} \leq PR_S \{ \mathbf{Y} \in AR \} \quad (3.12)$$

Y, puesto que $\beta \geq P_0$,

$$PR_S \{Y \in TR(S)\} \geq \beta \Rightarrow PR_S \{Y \in AR\} \geq P_0 \quad (3.13)$$

y, por tanto

$$PR_S \{PR_Y \{Y \in AR\} \geq P_0\} \geq PR_S \{PR_Y \{Y \in TR(S)\} \geq \beta\} \quad (3.14)$$

El segundo miembro de (3.14) es mayor o igual a $\gamma \geq C_0$, luego el CRA BEPU se cumple.

Supongamos ahora que se cumple (3.9). Entonces

$$SP(Y) \geq LCL(S) \Rightarrow SP(Y) \geq P_0 \quad (3.15)$$

Luego

$$PR_S \{SP(Y) \geq LCL(S)\} \leq PR_S \{SP(Y) \geq P_0\} \quad (3.16)$$

que, junto a la definición de LCL(S),

$$PR_S \{SP(Y) \geq LCL(S)\} \geq C \quad (3.17)$$

donde $C \geq C_0$, lleva al cumplimiento del CRA BEPU

Finalmente, supongamos (3.10) cierto

De la definición de UCL

$$PR_S \{V \leq UCL(S')\} \geq C \quad (3.18)$$

De (3.10)

$$PR_{S'}\{p_0 V \leq L\} \geq PR_{S'}\{p_0 V \leq UCL(S')\} \geq C \geq C_0 \quad (3.19)$$

y el criterio BEPU se cumple.

Los métodos de región de tolerancia están muy relacionados con los de estimación de cuantiles. Para variables escalares, los límites unilaterales de tolerancia no son otra cosa que límites de confianza para cuantiles. En concreto, un límite superior (resp. inferior) de tolerancia de una variable aleatoria es un límite superior (resp. inferior) de confianza de un cuantil de orden específico de la variable. Recíprocamente, si se conoce la distribución de un estimador de cuantil para VA escalares, se puede utilizar para obtener límites de tolerancia de la variable escalar.

La relación existe también en el caso multidimensional. Cuando (2.9) es cierto y se transforman regiones de tolerancia de $\mathbf{Y}$ obtenemos intervalos de tolerancia de la magnitud escalar transformada, Z . Recíprocamente, cuando se aplica la transformación inversa a un límite superior de confianza del cuantil de Z , se obtiene una región de tolerancia de $\mathbf{Y}$.

Sin embargo, el objetivo de las regiones de tolerancia es, en general, englobar una fracción específica de la variable, y no necesariamente un cuantil. En esta Tesis se separan los métodos de región de tolerancia de los demás métodos de estimación de cuantiles. Los primeros (categoría M_1) calculan directamente límites de tolerancia, que en el fondo son estimadores sesgados de cuantil (aunque asintóticamente centrados), y son métodos, en general, exactos (no hacen aproximaciones). La categoría M_2 se basa en estimadores centrados de cuantil, cuya distribución se conoce asintóticamente o se puede aproximar.

La distinción en 3 categorías remite a 3 campos de la Estadística que, en buena medida, se han desarrollado de manera bastante independiente.

No es la primera vez que se hace una clasificación de métodos para comprobar los CRA. En [21] se hace una clasificación más elemental, considerando sólo dos categorías:

- Métodos Q, basados en la estimación de cuantiles, que calculan un límite superior de confianza para el cuantil P_0 (u otro de orden superior) de la magnitud de seguridad Z. Engloba los métodos M_1 y M_2 aquí propuestos.
- Métodos P, basados en la estimación de probabilidades, que calculan un límite inferior de confianza para la probabilidad de éxito de Z; o, alternativamente, en el cálculo de un límite superior de confianza para la probabilidad de excedencia del límite regulador de Z. Son los métodos que hemos llamado M_3 .

De procedimientos para la construcción de límites de tolerancia se pueden derivar métodos para estimación de probabilidades de éxito o de excedencia, y viceversa [3, 5]. Sin embargo, ese isomorfismo entre ambas categorías no se hace patente en todos los casos.

3.2 Métodos de región de tolerancia

Se basan en la forma (2.24) ó (3.4), y constan de 2 etapas:

- A partir de la muestra aleatoria S se construye para Y una región de tolerancia $RT(S)$ de nivel (β, γ) tal que $\beta \geq P_0$ y $\gamma \geq C_0$

- Si $RT(S)$ está contenida en AR , el criterio se considera cumplido.

Un matiz importante, para que el método sea aplicable, es que la región de tolerancia utilizada sea compatible con la región de aceptación. Por ejemplo:

- Para comprobar un límite superior (resp. inferior) de aceptación, hay que emplear un límite superior (resp. inferior) de tolerancia, o bien un intervalo bilateral.
- Para comprobar un intervalo bilateral de aceptación (en caso de que existiera), hay que emplear un intervalo bilateral de tolerancia.

Cuando la magnitud Y es escalar, el procedimiento más utilizado en el ámbito BEPU para establecer límites de tolerancia es el método no paramétrico de Wilks, y su extensión al caso multidimensional realizada por Wald, ambos descritos en el apartado 1.5.1 de esta Tesis. El método de Wilks se creó en relación con el control de calidad de productos, y quedó establecido como un método estándar para la obtención de intervalos de tolerancia. Sin embargo, tardó tiempo en utilizarse en los análisis BEPU de Seguridad Nuclear. Como se ha detallado en la sección 2.5, las primeras metodologías BEPU se basaron en modelos sustitutivos. Fueron técnicos del GRS alemán quienes comenzaron a aplicar en los análisis BEPU el método de Wilks [20], y lograron su popularización a escala mundial [60-63].

Los métodos de Wilks y Wald se basan en estadísticos de orden (OS) de muestras aleatorias simples y requieren un tamaño mínimo de muestra. La llamada fórmula de Wilks es una desigualdad que relaciona el tamaño de muestra con el nivel de tolerancia y con los órdenes de OS utilizados. Existe,

además un “mínimo de mínimos” para un nivel de tolerancia dado, que se obtiene minimizando ulteriormente con respecto a los órdenes de los OS utilizados.

Para obtener un límite superior de tolerancia con el nivel regulador (P_0, C_0) , el procedimiento de Wilks más sencillo utiliza el máximo muestral. El tamaño mínimo de muestra necesario viene dado por (1.34), con $\gamma=C_0$ y $\beta=P_0$

$$N_{mm} = \left\lceil \frac{\log(1-C_0)}{\log P_0} \right\rceil \quad (3.20)$$

También en el capítulo 1 se describe cómo los métodos para construir intervalos de tolerancia pueden aplicarse a obtener regiones multidimensionales, una vez asumido que existe la transformación (2.9). Este procedimiento tiene la ventaja de que la región de tolerancia obtenida es compatible con la región de aceptación, en el sentido especificado en esta sección.

De esta forma, el método de Wilks sirve también para construir regiones multidimensionales. El tamaño obtenido de (3.20) es el mínimo absoluto de tamaño de muestra para obtener cualquier región de tolerancia de nivel (P_0, C_0) .

Como alternativa, el método de Wald [24] tiene la ventaja de ser más eficiente (menos conservador) que el de Wilks, y el inconveniente de que requiere tamaños mínimos de muestra que son función monótona creciente de la dimensión de $\mathbf{Y}$. Esta “maldición de dimensionalidad” no existe en el método de Wilks.

En el capítulo 1 se mencionaron los métodos paramétricos para construir regiones de tolerancia [3,13]. En la sección 1.5.2 se describen los métodos específicos de la distribución normal.

3.3 Métodos de estimación de cuantiles.

Se basan en la forma (3.5) del CRA, y tienen también dos etapas:

- A partir de la muestra aleatoria S , se construye para el cuantil de orden P_0 de Z un límite superior de confianza $LC(S)$ de nivel mayor o igual a C_0 .
- Si $LC(S) < L$, el criterio se considera cumplido.

Consideraremos en esta categoría aquellos métodos que utilizan estimadores centrados y consistentes de cuantil, cuya distribución puede estimarse; a partir de ella se construyen los límites de confianza. Son métodos aproximados, porque la distribución de esos estimadores se conoce sólo de manera aproximada. En contraste, los métodos de región de tolerancia se basan en un cálculo directo del límite de confianza (un estimador sesgado del cuantil) y son, en general, exactos.

Hay muchos y muy diversos métodos de estimación de cuantiles [41, 57, 58]. El objetivo final es obtener límites de confianza de los cuantiles, así que no bastan estimadores puntuales; son necesarios estimadores intervalos. Se pueden obtener a partir de la distribución de probabilidad de un estimador.

Un cuantil se obtiene utilizando la función inversa de la CDF de la variable:

$${}_λZ = F_Z^{-1}(λ) = \inf \{z : F_Z(z) \geq λ\} \quad (3.21)$$

donde $λ$ es un número real en el intervalo $(0, 1)$, y suponemos que la CDF es continua y estrictamente creciente. La función inversa de la CDF, definida en (3.23), se denomina *función cuantil* de Z , y también es continua y estrictamente creciente.

Entonces, un estimador de cuantil se puede obtener construyendo una CDF aproximada y utilizando su inversa:

$${}_λ\hat{Z} = \hat{F}_Z^{-1}(λ) \quad (3.22)$$

Suponiendo una muestra aleatoria simple (MAS) de Z , la CDF aproximada más sencilla es la empírica (ECDF), construida como

$$F_{Z,n}(z) \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1(Z_i \leq z) \quad (3.23)$$

donde $S'=(Z_1, \dots, Z_n)$ es la MAS de valores de Z . (3.23) es una función escalonada, continua por la derecha. Una versión alternativa de ECDF es

$$F'_{Z,n}(z) \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1(Z_i < z) \quad (3.24)$$

que es continua por la izquierda. Estas funciones toman sólo un número finito de valores, correspondientes a los OS de la muestra. Así que dan lugar a estimadores de cuantil que son OS.

Un estimador aproximadamente centrado y consistente del cuantil de orden $λ$ de Z es el OS:

$$Z_{[n\lambda]n} \quad (3.25)$$

(3.25) se denomina el cuantil muestral. En [21] se denomina estimador CMC. Se demuestra que su distribución asintótica en función de n es:

$$N\left({}_{\lambda}Z, \frac{\lambda(1-\lambda)}{n[f({}_{\lambda}Z)]^2} \right) \quad (3.26)$$

donde $f(\cdot)$ representa la PDF de Z . Esta normalidad asintótica se debe al hecho de que el estimador admite lo que se llama una *representación de Bahadur* [25], y por ello obedece el teorema central del límite [21,26]. Utilizando la distribución normal asintótica, se calculan intervalos de confianza para el cuantil.

El problema de la distribución (3.25) es que en la varianza asintótica del estimador aparece el valor de la PDF en el cuantil exacto, que obviamente no se conoce manera exacta. Pero se puede estimar a partir de los valores muestrales [21].

A partir de la representación de Bahadur del estimador CMC, Woodruff propuso intervalos de confianza asintóticos para cuantiles, contruidos con estadísticos de orden.

En lugar de utilizar las CDF empíricas (3.23) o (3.24) y sus inversas, que son funciones escalonadas, pueden emplearse funciones continuas. Es decir, CDF o funciones cuantil obtenidas con técnicas de “suavizado” (smoothing) [57]. Si

se hace localmente, se tienen estimadores de cuantil que son combinación convexa (i.e. media ponderada) de dos OS consecutivos.

Otra opción es un suavizado global, basado en la construcción de una función cuantil empírica suave (continua y estrictamente creciente). Así se obtienen los llamados L-estimadores de cuantil, que son una media ponderada de todos los OS de la muestra. Un tipo específico de L-estimadores son los estimadores *kernel*, que utilizan como función de ponderación una PDF. Al contrario que los cuantiles muestrales, los L-estimadores no tienen, en general, normalidad asintótica; a cambio, pueden ser más eficientes que aquellos.

Existen estimadores de cuantil más eficientes que el basado en CMC, en el sentido de que tienen menor varianza. Están, en concreto, las llamadas técnicas de reducción de varianza, aplicables a los análisis de Monte Carlo. Para varias de ellas se ha demostrado que existe una representación de Bahadur, de manera que la distribución asintótica del estimador de cuantil es normal (similar a (3.25)), centrado en el valor exacto del cuantil [21].

En [21] se han estudiado este tipo de estimadores asintóticos, y se han comparado sus resultados a los del método de Wilks. En general, los experimentos numéricos han resultado en estimadores asintóticos más eficientes que el de Wilks.

El problema, sin embargo, es que dan lugar a límites de confianza (o, si se prefiere, de tolerancia) aproximados, válidos sólo asintóticamente, y eso puede dificultar su aceptación por el regulador como alternativa a los métodos exactos de Wilks y Wald.

Una manera general de obtener la distribución aproximada de estimadores de cuantil es mediante bootstrap [27,28]. Se ha demostrado que existen representaciones de Bahadur para estimadores bootstrap de cuantil [53], con lo que se asegura para ellas consistencia y normalidad asintótica.

3.4 Métodos de estimación de probabilidad binomial.

Se basan en la forma (3.7). Sus 2 etapas son:

- A partir de la MAS S , se construye para la probabilidad de éxito de Y , $PE(Y)$, un límite inferior de confianza, $LI(S)$, de nivel mayor o igual a C_0 .
- Si $LI(S) \geq P_0$, el criterio se considera cumplido.

Una alternativa equivalente es utilizar la probabilidad de excedencia de los límites reguladores, que es el complemento a 1 de la probabilidad de éxito, y construir para ella un límite superior de confianza, que deberá ser menor o igual a $1-P_0$.

En estos métodos, el papel central no lo juega ya la magnitud de seguridad, sino la probabilidad de que se mantenga dentro de los límites. En la sección 2.3 se dijo (y esa idea se desarrollará ampliamente en el capítulo 4), que tal probabilidad puede interpretarse como un margen de seguridad.

Algunos autores han formulado los criterios BEPU en términos de probabilidad (de éxito o excedencia) [49, 50]. Pero la interpretación mayoritaria ha sido en base a regiones de tolerancia y estimación de cuantiles. En [22] se bautizan como “métodos P” los basados en estimación de probabilidades, frente a los “métodos Q” basados en cuantiles.

Existe un campo de la Estadística dedicado a la estimación de “probabilidades binomiales”. Los estudios de riesgo abordan el cálculo de probabilidades de “sucesos raros”, que tienen que ver precisamente con la superación de ciertos límites. La Fiabilidad es la disciplina científica dedicada al estudio de las probabilidades de fallo de sistemas y componentes; precisamente, el concepto matemático de fiabilidad corresponde a la “probabilidad de éxito” en el funcionamiento de un sistema o componente. En el ámbito nuclear, estos métodos de fiabilidad se encuentran en el PSA, y rara vez se mencionan en conexión con el análisis determinista BEPU

En rigor, todo método de construcción de límites de tolerancia puede invertirse para dar lugar a un método de estimación de probabilidad binomial, y viceversa [5].

En los análisis BEPU, cada cálculo de Monte Carlo puede interpretarse como un experimento aleatorio computacional, con dos posibles resultados:

- Éxito, cuando $Y \in AR$
- Fallo, cuando $Y \notin AR$

Es decir, el resultado es la variable de Bernoulli $1(Y \in AR)$, que vale 1 (resp. 0) en caso de éxito (resp. fallo). Para estimar la probabilidad de éxito (que es el parámetro de la variable de Bernoulli), los métodos no paramétricos más conocidos utilizan sólo dos datos: el tamaño de la muestra, n , que es el número de experimentos, y el número de éxitos conseguidos, E .

Existen muchos métodos no paramétricos de este tipo, que se han estudiado y comparado ampliamente. Es importante mencionar aquí el intervalo de

Clopper-Pearson [29], a veces denominado “método exacto” porque se basa en la distribución binomial. El límite inferior de confianza de nivel γ para la probabilidad de éxito es:

$$LI(S) = \begin{cases} {}_{1-\gamma}B_{E, n-E+1} & \text{para } E \neq 0 \\ 0 & E = 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

, donde $B_{r,s}$ es la variable beta de parámetros r y s . Cuando $E=n$ (todos los casos son de éxito), (3.27) se simplifica a

$$LI(S) = \sqrt{1-\gamma} \quad \text{para } E = n \quad (3.28)$$

Al aplicar el método de Clopper-Pearson, el criterio de aceptación (3.7) toma la forma

$${}_{1-C_0}B_{E, n-E+1} \geq P_0 \quad (3.29)$$

Esta expresión coincide con la fórmula de Wilks para el límite superior de tolerancia (1.21). Por tanto, el método de Clopper-Pearson para estimar un límite inferior de la probabilidad de éxito da los mismos resultados que el método de Wilks para calcular un límite superior de tolerancia de la correspondiente variable. Este es un caso evidente de la correspondencia, mencionada en la sección 3.1, entre los métodos de tolerancia y los de estimación de probabilidad. No es un resultado sorprendente, porque tanto el método de Wilks como el de Clopper-Pearson son no paramétricos y están basados en la distribución binomial.

En el campo de la estimación de probabilidades binomiales, el método de Clopper-Pearson se ha considerado siempre muy conservador [30]; es la

misma reputación que tiene el método de Wilks en su ámbito. Son ambos métodos frecuentistas no paramétricos, exactos y conservadores, y eso les hace especialmente aceptables por el regulador.

En el ámbito de la Fiabilidad de componentes, son bien conocidos los métodos bayesianos. En ellos, se asigna una distribución prior a la probabilidad de éxito o de fallo, que refleja el conocimiento previo que pueda existir sobre ellas. Los resultados de la muestra se combinan con el prior. Cuando (como en métodos no paramétricos) la única información que se utiliza son los valores de n y E , la verosimilitud que interviene en la fórmula de Bayes se obtiene de la distribución binomial. Por ello, es especialmente eficaz el uso de los priores con distribución beta, porque, combinados con verosimilitud binomial, dan lugar a un posterior que también es beta (se dice, por ello, que las distribuciones binomial y beta son *conjugadas*) [54].

Los priores beta permiten incorporar la información de una muestra previa. Sus parámetros F y G capturan una información equivalente a un experimento binomial con un número F de éxitos en un total de $F+G$ ensayos. Si se actualiza con la información (n, E) procedente de la muestra, da lugar a una distribución posterior que es beta con parámetros $F+E$ y $G+n-E$ (equivalente a un experimento con $F+E$ éxitos en $F+G+n$ ensayos).

A partir de la distribución posterior, se establece el límite inferior de confianza para la PE (en Estadística, se emplean los términos *límite de confianza bayesiano*, o *límite creíble*). En el caso de prior beta,

$$LI_{Bayes}(S) = {}_{1-C_0}B_{F+E, G+n-E} \quad (3.30)$$

Nótese la semejanza formal de (3.30) y (3.27) (intervalo de Clopper- Pearson).

Para ser aplicable, la muestra *a priori* de la magnitud de seguridad debería provenir de un análisis similar (mismo DBS y misma planta o semejante) al de la muestra *a posteriori*. El problema es la aceptación de estos datos por parte del regulador, sobre todo si tienden a aumentar la probabilidad de éxito.

Pueden utilizarse métodos bayesianos aunque no haya información previa (aunque parezca un contrasentido), definiendo priores no informativos. Los más conocidos, para distribuciones en el intervalo (0,1), son el prior de Jeffreys, que es una VA beta con parámetros (0.5, 0.5), y el prior uniforme, que es beta con parámetros (1,1).

Existen muchos otros métodos no paramétricos de estimación de probabilidades binomiales, que se han estudiado y comparado en profundidad [30]. Hay opciones claramente menos conservadoras que Clopper-Pearson. Como sucede con todos los métodos P, prácticamente no se han aplicado en metodologías BEPU.

Mucho menos conocidos y aplicados son los métodos paramétricos. Existe también una correspondencia entre ellos y los métodos paramétricos de construcción de regiones de tolerancia, de manera que, básicamente, cualquier método de un tipo puede transformarse a uno del otro. Así, a partir del procedimiento para construir límites normales de tolerancia se pueden llegar a construir límites normales de confianza para las probabilidades de éxito y excedencia. Si el LST normal (1.27) con factor $k^{(1)}$ (1.30) para Z se iguala al límite regulador L

$$\frac{L - \bar{Z}}{s_Z} = \frac{1}{\sqrt{n}} \gamma TNC(\Phi^{-1}(\beta)\sqrt{n}) \quad (3.31)$$

y esta ecuación se resuelve en β , se obtiene un límite inferior de confianza de nivel γ de la probabilidad de éxito. Φ es la CDF de la variable normal tipificada $N(0,1)$, con lo que $\Phi^{-1}(\beta)$ es el cuantil de orden β de dicha variable. Es muy interesante comprobar que tal límite inferior es función monótona creciente de la cantidad adimensional que figura en el primer miembro de (3.31):

$$\frac{L - \bar{Z}}{s_Z} \quad (3.32)$$

que es una distancia normalizada entre L y Z , calculada a partir de la media y la desviación muestrales (definidas en (1.26)) de Z . Este hecho es coherente con la interpretación de la PE como un margen de licencia (es decir, como una distancia desde Z hasta L).

Los métodos no paramétricos dan estimaciones de la PE que dependen sólo del número de valores en la muestra, n , y del número de los que quedan por debajo del límite regulador, E . En cambio, el método normal depende continuamente de la distancia (3.32).

Como ya se ha dicho, si se consigue probar su aplicabilidad, los métodos paramétricos son, en general, menos conservadores que los no paramétricos. En [3] se señala que los límites de confianza de probabilidades de excedencia, cuando éstas son pequeñas, no son, en general, robustos frente a una hipótesis distribucional incorrecta.

3.5 Esfuerzo computacional en la comprobación de cumplimiento de los CRA.

Reiteremos que, habitualmente, los métodos de comprobación del cumplimiento de los CRA, expuestos en este capítulo, sólo tienen en cuenta la información contenida en una muestra aleatoria de la magnitud de seguridad, obtenida de cálculos de Monte Carlo. El motivo básico de tal exclusividad es la tendencia que pueda tener el regulador a rechazar información que no provenga directamente del modelo predictivo, salvo que ésta introduzca un sesgo conservador.

Un asunto importante en relación con los métodos de comprobación es el tamaño de la muestra utilizada. Cada valor muestral de la magnitud de seguridad requiere un cálculo con el modelo predictivo. El tamaño de muestra es, por tanto, un indicador del esfuerzo computacional necesario para comprobar los criterios.

Cuanto mayor es el tamaño de muestra utilizado, más eficiente o preciso es el estimador construido con ella (es decir, menor es su error estándar). En general, cuanto más preciso un estimador, menos conservador. El uso de muestras pequeñas puede llevar a errores estándar muy grandes y, por tanto, a estimaciones muy conservadoras. Uno de los criterios que utilizan los analistas para establecer un tamaño mínimo de muestra es exigir un valor específico de precisión al estimador.

Por otra parte, la escasez de muestras puede impedir la aplicación de métodos paramétricos, siempre que la prueba de su aplicabilidad se base en tests de bondad de ajuste a la familia paramétrica.

Para el regulador, hay dos argumentos que se contraponen. Cuanto mayor es la muestra, más información se tiene respecto a la magnitud de seguridad y al posible cumplimiento de los CRA; pero la mayor precisión del estimador hace que sea menos conservador el método utilizado.

Existen métodos que requieren, para su aplicación, de un tamaño mínimo de muestra; es el caso bien conocido de los métodos no paramétricos de Wilks y Wald, basados en regiones de tolerancia; y del intervalo de Clopper-Pearson, que dentro de los métodos P es el equivalente al de Wilks. El tamaño mínimo de muestra que requieren es función del nivel de tolerancia pedido y de los órdenes de OS utilizados; y, en el caso del método de Wald, es función creciente de la dimensión de la magnitud de seguridad.

El método de Wilks también es aplicable a magnitudes multidimensionales, y su tamaño mínimo de muestra no depende de la dimensión. A cambio, es menos eficiente (más conservador) que el de Wald.

Caso aparte se da cuando $\mathbf{Y}$ no es directamente calculable, y cada componente de la magnitud de seguridad se calcula por separado, y de manera independiente.

Supongamos que se comprueba cada criterio individual por separado, con su propio nivel de tolerancia:

$$PR_{M_i} \left\{ PR_{Y_i} \{ Y_i \in AR_i \} \geq P_i \right\} \geq C_i, \quad i = 1, \dots, q \quad (3.33)$$

Entonces, (3.33) es condición suficiente para el criterio conjunto

$$PR\left\{PR\left\{\bigcap_{i=1}^q(Y_i \in AR_i)\right\} \geq P_0\right\} \geq C_0 \quad (3.34)$$

siempre que se cumpla

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^q P_i - q + 1 &\geq P_0 \\ \sum_{i=1}^q C_i - q + 1 &\geq C_0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

En efecto, definamos los siguientes sucesos

$$\begin{aligned} S_i &\equiv "Y_i \in AR_i" \\ W_i &\equiv "PR(S_i) \geq P_i" \end{aligned}$$

de forma que (3.33) se escribe

$$PR\{W_i\} \geq C_i, \quad i = 1, \dots, q$$

y (3.34):

$$PR\left\{PR\left\{\bigcap_{i=1}^q S_i\right\} \geq P_0\right\} \geq C_0$$

Aplicando la desigualdad de Bonferroni,

$$PR\left\{\bigcap_{i=1}^q S_i\right\} \geq \sum_{i=1}^q PR(S_i) - q + 1$$

de donde

$$\bigcap_{i=1}^q W_i \Rightarrow PR\left\{\bigcap_{i=1}^q S_i\right\} \geq \sum_{i=1}^q P_i - q + 1$$

y

$$PR\left\{\bigcap_{i=1}^q W_i\right\} \leq PR\left\{PR\left\{\bigcap_{i=1}^q S_i\right\} \geq \sum_{i=1}^q P_i - q + 1\right\} \quad (3.36)$$

Aplicando de nuevo Bonferroni,

$$PR\left\{\bigcap_{i=1}^q W_i\right\} \geq \sum_{i=1}^q PR(W_i) - q + 1$$

que, combinado con (3.36), resulta en

$$PR\left\{PR\left\{\bigcap_{i=1}^q S_i\right\} \geq \sum_{i=1}^q P_i - q + 1\right\} \geq \sum_{i=1}^q PR(W_i) - q + 1 \quad (3.37)$$

(3.29) prueba que, si (3.37) es cierto, el criterio conjunto (3.34) se cumple.

Las condiciones (3.35) pueden reescribirse

$$\begin{aligned} \bar{P} &\geq 1 - \frac{1 - P_0}{q} \\ \bar{C} &\geq 1 - \frac{1 - C_0}{q} \end{aligned} \quad (3.38)$$

que son condiciones sobre los valores promedios de los niveles de probabilidad y confianza para que el criterio conjunto quede comprobado al nivel (P_0, C_0) . Los valores mínimos (que aparecen en los segundos miembros de (3.38)) son mayores que P_0 y C_0 , respectivamente, y tanto mayores cuanto mayor la dimensión q .

Si suponemos un nivel de tolerancia individual homogéneo,

$$P_i = P \quad i = 1, \dots, q$$

$$C_i = C \quad i = 1, \dots, q$$

las condiciones (3.38) se transforman en

$$P \geq 1 - \frac{1 - P_0}{q}$$

$$C \geq 1 - \frac{1 - C_0}{q} \quad (3.39)$$

que dan los niveles de probabilidad y confianza de comprobación de criterios individuales suficientes para que el criterio conjunto quede comprobado al nivel (P_0, C_0) . Queda claro que, para asegurar el cumplimiento del criterio conjunto a un nivel específico, es suficiente comprobar por separado los criterios individuales a un nivel de tolerancia aumentado, tanto más cuanto mayor es la dimensión del problema.

Supongamos que se utiliza el método de Wilks para comprobar cada criterio individual por separado, al nivel mínimo de tolerancia dado por (3.39). El tamaño “mínimo de mínimos” de muestra necesario para cada criterio se obtiene mediante la fórmula (3.20) para ese nivel mínimo.

$$N_{mm} = \left\lceil \frac{\log\left(\frac{1 - C_0}{q}\right)}{\log\left(1 - \frac{1 - P_0}{q}\right)} \right\rceil \quad (3.40)$$

La tabla 3.1 y la figura 3.1 exhiben la dependencia de ese tamaño muestral (para $P_0 = C_0 = 0.95$) con la dimensión q del problema.

Dimensión (q)	Tamaño mínimo de muestra
1	59
2	146
3	244
4	349
5	459
6	573
7	690
8	810
9	933
10	1058

Tabla 3.1: tamaño MM de muestra para $P_0=C_0=0.95$ en función de q según (3.40).

**Tamaño mínimo
de muestra**

Figura 3.1: tamaño MM de muestra para $P_0=C_0=0.95$ en función de q según (3.40).

En el caso específico de que cada criterio individual se compruebe de manera independiente a los demás, la probabilidad en (3.34) se factoriza

$$PR\left\{\prod_{j=1}^q PR\{Y_i \in AR_i\} \geq P_0\right\} \geq C_0 \quad (3.41)$$

y es fácil demostrar que (3.33) es suficiente para el cumplimiento de (3.34) si se cumple que

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^q P_i &\geq P_0 \\ \prod_{i=1}^q C_i &\geq C_0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Si el nivel de tolerancia individual es homogéneo e igual a (P, C), (3.42) se convierte en

$$\begin{aligned} P &\geq \sqrt[q]{P_0} \\ C &\geq \sqrt[q]{C_0} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Cuando P_0 y C_0 son cercanos a 1, las cotas en (3.39) y (3.43) coinciden básicamente.

En este caso, y al contrario de lo que sucede cuando $\mathbf{Y}$ es directamente calculable, el esfuerzo computacional es función creciente de la dimensión del problema.

3.6 Uso de modelos sustitutivos.

Los métodos estadísticos de comprobación de CRA que hasta aquí se han considerado suponen la propagación de la incertidumbre a través de los modelos predictivos de la metodología; la situación más habitual es la un análisis Monte Carlo de los modelos.

En los capítulos 1 y 2 se ha mencionado que, cuando los modelos predictivos son computacionalmente costosos, su análisis de incertidumbre puede hacerse prohibitivo. Una alternativa es reemplazar los modelos originales por modelos sustitutivos o metamodelos, con el objetivo de propagar la incertidumbre. En tal caso, el criterio BEPU se simplifica a (2.36). La metaincertidumbre (ignorancia sobre la propagación a través del emulador) desaparece porque éste se puede muestrear exhaustivamente. De forma semejante a la de la sección 3.1, podemos escribir el criterio BEPU de 3 maneras equivalentes:

$$PR_{\mathbf{X}^*} \{ \mathbf{M}^*(\mathbf{X}^*) \in AR \} \geq P_0 \quad (3.44)$$

$$P_0 Z^* < L \quad (3.45)$$

$$PE(\mathbf{Y}^*) > P_0 \quad (3.46)$$

(donde Z^* es la magnitud transformada de $\mathbf{Y}^*$), que se obtienen de (2.25), (3.5) y (3.6), respectivamente, sin más que sustituir $\mathbf{M}$, $\mathbf{Y}$ y Z por $\mathbf{M}^*$, $\mathbf{Y}^*$ y Z^* y eliminar la metaincertidumbre. Los métodos de comprobación de cumplimiento de CRA se simplifican igualmente.

Cuando se puede eliminar la incertidumbre estadística, cualquier región de tolerancia de nivel (β, γ) se convierte en una región de probabilidad de nivel β de

la variable. Así que los métodos de RT simplemente construyen una región de probabilidad RP de tamaño P_0 (y compatible con AR); si $RP \subset AR$, el criterio se cumple.

Los métodos de estimación de cuantil calculan exactamente el cuantil de Z^* ; y los métodos de estimación de probabilidad calculan exactamente la probabilidad de éxito (o la de excedencia) de Y^* , que es una aproximación a la correspondiente probabilidad para Y . Un criterio para la construcción del metamodelo es que no subestime la incertidumbre de la magnitud de seguridad en la dirección conservadora, de manera que tanto la estimación del cuantil como la de la PE sean conservadoras.

En cualquiera de las 3 categorías, el esfuerzo computacional asociado a la propagación de incertidumbre es despreciable. Lo costoso es el proceso de desarrollo, ajuste y validación del metamodelo, en los cuales deben utilizarse bases de datos calculados con el modelo predictivo original.

4. UNA DEFINICIÓN PROBABILISTA DE MARGEN DE SEGURIDAD, Y SU APLICACIÓN EN EL ANÁLISIS BEPU.

4.1 Introducción al concepto de Margen de Seguridad

El concepto de margen de seguridad (MS) se ha utilizado tradicionalmente y con profusión en Seguridad Nuclear. Como se dice en [31], la industria nuclear se ha basado en dos conceptos bien conocidos (defensa en profundidad y márgenes de seguridad) para afrontar las incertidumbres asociadas al diseño y operación de instalaciones nucleares. Ambos conceptos se formularon en los comienzos del desarrollo de la energía nuclear, cuando esas incertidumbres aún no se habían cuantificado. El desarrollo del análisis probabilista de seguridad (PSA) ha posibilitado la cuantificación de incertidumbres asociadas al inicio y progreso de los accidentes. El impacto de la redundancia se ha modelado explícitamente y cuantificado; sin embargo el papel de los MS no se ha tomado en cuenta explícitamente.

Hasta ahora no ha existido una definición universal de margen de seguridad. La llamada regulación informada por el riesgo (RIR) se ha ido desarrollando en época reciente, tras su introducción por parte de la USNRC. La guía reguladora 1.174 [32] establece que cualquier cambio en la base de licencia de una planta nuclear debe cumplir un conjunto de principios básicos. Uno de ellos requiere que el cambio propuesto mantenga suficientes márgenes de seguridad. Especifica, además, que el licenciatario escogerá el método que se utilice para demostrarlo.

Hay cambios significativos en centrales nucleares, como aumentos de potencia, extensiones de vida o aumento de quemado de descarga del combustible nuclear, que pueden implicar lo que se llama “erosión de márgenes de seguridad”. Muchos expertos afirman que, incluso aunque los límites reguladores sigan respetándose, estos cambios pueden llevar a una pérdida inaceptable de margen de seguridad.

Por otra parte, las regulaciones técnicas deben actualizarse, para incluir los nuevos diseños de plantas nucleares. Es necesario establecer nuevos criterios para determinar qué es un aceptable nivel de seguridad.

Estas necesidades y cambios reguladores han iniciado líneas de trabajo sobre MS. Son buenos ejemplos las actividades desarrolladas por la Agencia de la Energía Nuclear de la OCDE [33,34]. Otros trabajos han abordado la inclusión y cuantificación de márgenes de seguridad en los PSA de plantas nucleares [31].

Un análisis profundo del significado y definición de MS en Seguridad Nuclear, junto con una breve introducción histórica al MS en ese ámbito, aparece en [35]. Los MS se introdujeron en la ingeniería tradicional como una técnica de diseño de protección, cuyo objetivo es proporcionar capacidad de protección adicional a la considerada estrictamente necesaria. El beneficio de usar MS es doble, porque permite acomodar incertidumbres (en fenomenología, modelos predictivos, datos...), y simplificar los métodos de diseño, desacoplando el diseño en etapas.

Tal simplificación es esencialmente determinista, y se considera conservadora en la mayor parte de los casos. Proporciona la confianza en que la protección

pueda afrontar o mitigar las situaciones problemáticas, incluyendo las no consideradas en los análisis de diseño. Además, es conveniente para el desarrollo de regulaciones de seguridad.

El análisis determinista de seguridad (DSA), introducido en el capítulo 2, sirve para evaluar las capacidades de las protecciones. Los escenarios base de diseño (DBS) sirven, como su nombre indica, para diseñar la protección. Las magnitudes de seguridad se usan como indicadores de daño o de desafío a las barreras de protección. Cada magnitud de seguridad y su correspondiente límite regulador de aceptación se seleccionan para evitar un modo de fallo particular de una barrera de protección.

En este contexto, el concepto de MS para un DBS no ha tenido una interpretación única. Se asimila a una “distancia” entre valores calculados y límites de magnitudes de seguridad, pero distintos expertos lo asocian a diferentes valores. Algunos lo interpretan como la distancia desde el valor calculado de una magnitud hasta su límite regulador, y otros, en cambio, lo asocian a la distancia desde el límite regulador hasta el valor umbral en el que aparece daño en la barrera. En realidad, e incluso limitándonos a un escenario específico, se pueden definir una gran variedad de márgenes, y todos pueden denominarse justificadamente “margen de seguridad”.

En el análisis determinista de diseño se realiza un “análisis de barreras” y un análisis de consecuencias radiológicas (fig. 4.1, tomada de [35]). En el análisis de barreras se calculan las magnitudes de seguridad para cada DBS y se comparan con sus límites reguladores. Llamamos *margen de licencia* a una medida de la distancia entre la magnitud calculada y su límite regulador; y

margen de análisis o analítico a una medida de la distancia desde el valor verdadero de la magnitud (el que alcanzaría en el DBS si éste ocurriera en la realidad) y su valor calculado.

Sin embargo, el límite regulador no marca una frontera nítida entre seguridad y fallo. En la mayoría de los casos, existe un margen adicional (que llamaremos *margen de barrera*) entre el límite regulador y el umbral de daño. Un modo de fallo dado de una barrera particular puede resultar de una variedad de escenarios de accidente.

También hay varios modos de fallo posibles de cada barrera. Cada combinación de fallo de barrera y escenario accidental da lugar a una liberación particular de productos radiactivos (término fuente, TF). Para realizar el análisis de TF se seleccionará un conjunto limitado de DBS envolventes, que serán, en general, diferentes y más escasos que los usados en el análisis de barreras. El análisis de estos DBS lleva a la introducción de dos nuevos márgenes, el de término fuente y el analítico.

Finalmente, los efectos radiológicos de la liberación radiológica se calculan en términos de dosis. El uso del margen de TF permite desacoplar los cálculos de dosis del análisis de TF. Si las dosis resultantes de una liberación igual al límite de referencia de TF son menores que el límite de dosis autorizada, no tendrán que recalcularse por cambios en el análisis de TF, siempre que el resultado de éste permanezca por debajo del límite de referencia. La diferencia entre la dosis calculada y el límite de dosis autorizada es un margen adicional (*margen de dosis*).

El Margen Global de Planta (fig. 4.1) se podría definir como la combinación o superposición de todos los márgenes descritos, y cuantificaría la distancia entre las consecuencias de accidente en la instalación y los límites de dosis

Respecto a la cuantificación del margen global, la experiencia en la operación de plantas nucleares ha mostrado que el uso exclusivo de análisis de DBS para evaluar la seguridad de planta podría ser insuficiente. Ciertos sucesos, como el accidente de Three Mile Island, mostraron que deben considerarse escenarios más complicados, resultantes de secuencias de sucesos fuera de diseño. Para ponderar la importancia relativa de las secuencias hay que evaluar adecuadamente sus frecuencias. Esto ha dado lugar a la incorporación de técnicas de ingeniería de fiabilidad de sistemas, como ya se había propugnado en estudios precursores. Una de las lecciones importantes aprendidas de esta experiencia fue que las acciones de operador son necesarias, pero no necesariamente beneficiosas, así que su impacto debe tenerse en cuenta.

Las técnicas del PSA incorporan estos nuevos aspectos del análisis de seguridad, pero se han aplicado sólo a la evaluación de accidentes severos y sus consecuencias. Otros tipos de accidente, más probables y de menores consecuencias, se dejaron fuera del PSA. Como consecuencia, las reglas del uso del PSA para licenciamiento, cuando existen, suelen requerir la demostración de que “se mantiene suficiente MS”.

La cuestión de “suficiencia” del MS no se puede abordar ni utilizando sólo DSA ni recurriendo únicamente a PSA. Iniciativas internacionales como SMAP [33] y su continuación SM2A [34] han concluido en la necesidad de combinar técnicas deterministas y probabilistas. El uso de árboles de sucesos y de fallos se

combina con técnicas de simulación para cuantificar las frecuencias de excedencia de los límites de seguridad. Éstas se usan como indicadores de riesgo que caracterizan la seguridad global de plantas.

4.2 Una definición probabilista de Margen de Seguridad

La explicación básica del margen de seguridad, dentro del DSA, es relativamente sencilla. La idea consiste en cuantificar “distancias” (dentro del rango de cada magnitud de seguridad) entre valores reales, valores calculados, límites reguladores, etc.

En rigor, lo que interesa no es hablar de la distancia “entre” dos objetos, sino de la distancia *desde* un objeto *hasta* otro. En Matemáticas, una distancia o métrica se define como una aplicación que asigna un número positivo a dos objetos, y que tiene la propiedad simétrica (la distancia de A hasta B es igual a la distancia de B hasta A); por eso se puede hablar de una distancia “entre” objetos. En sentido estricto, un margen no es una distancia, porque en su definición hay una dirección privilegiada, definida por el límite regulador. Cuando éste es un límite superior (resp. inferior) la dirección conservadora es la de magnitud creciente (resp. decreciente). Más que con las distancias o métricas, los márgenes se corresponderían con otros entes matemáticos, las *hemimétricas* [36], que no cumplen la propiedad simétrica.

Por otra parte, el procedimiento para establecer márgenes en recorridos de magnitudes de seguridad debe tener en cuenta la incertidumbre existente en los valores.

Sea una magnitud de seguridad Z , escalar y continua, y con un límite superior de aceptación. Dados dos valores, en general inciertos, de la magnitud, A y B , definimos el margen de seguridad desde A hasta B como

$$MS(A, B) \equiv PR_{A, B} \{A < B\} \quad (4.1)$$

La probabilidad en (4.1) se refiere a la incertidumbre de las magnitudes A y B . Consideramos que es una incertidumbre aleatoria o irreducible; por ejemplo, A y B pueden ser valores calculados, con su correspondiente incertidumbre de cálculo.

Si la magnitud tuviera un límite inferior regulador (en lugar de superior), el signo “menor que” en (4.1) cambiaría a “mayor que”. Sabiendo esto, en lo que sigue nos ceñiremos al caso en que la dirección conservadora es la creciente. $MS(A, B)$ se definirá, de manera general, como la probabilidad de que el valor A sea menos severo que el B .

$$MS(A, B) \equiv PR_{A, B} \{A \prec B\} \quad (4.2)$$

Figura 4.1: Márgenes de seguridad en el análisis de escenarios base de diseño

Así definido, el margen es una probabilidad, y cumple dos de las condiciones básicas que hemos expuesto: tiene en cuenta la incertidumbre de las magnitudes y no tiene la propiedad simétrica. De hecho, cumple la propiedad

$$MS(A, B) = 1 - MS(B, A) \quad (4.3)$$

Ventajas adicionales de definir margen como probabilidad son que se trata de una cantidad adimensional y limitada entre 0 y 1, y que obedece las leyes del cálculo de probabilidades. Esto último es muy útil cuando se quiere combinar márgenes.

Hay otras propiedades que cumple el margen probabilista, típicas de la definición matemática de distancia o métrica. En primer lugar:

$$MS(A, A) = 0 \quad (4.4)$$

para cualquier variable incierta A. En ese sentido, hay que notar que el margen no sólo depende de la distancia entre las dos variables aleatorias, sino también de la forma en que una pueda depender de la otra. Se cumple que

$$MS(A, A + \varepsilon) = 1 \quad (4.5)$$

para cualquier A y para $\varepsilon > 0$ arbitrariamente pequeño. Por otra parte, si A_1 y A_2 son valores con la misma distribución de probabilidad e independientes entre sí,

$$MS(A_1, A_2) = 0.5 \quad (4.6)$$

Es decir, si A y B son variables independientes,

- ✓ $MS(A,B) < 0.5$ indica que la variable A está “a la derecha” de B;
o que A es más severo que B.
- ✓ $MS(A,B) > 0.5$ indica que A está “a la izquierda” de B, o que A es
menos severo que B.
- ✓ $MS(A,B)=0.5$: ninguna de las anteriores, de forma que A y B son
aproximadamente coincidentes.

Esta interpretación no es válida cuando A y B son dependientes.

Por otra parte, el margen cumple la desigualdad triangular:

$$MS(A,B) \leq MS(A,C) + MS(C,B) \quad (4.7)$$

para cualesquiera tres valores A, B y C de la magnitud.

La propiedad (4.7) se demuestra fácilmente a partir de la desigualdad de Bonferroni, que establece

$$PR(A_1 \cap \dots \cap A_r) \geq PR(A_1) + \dots + PR(A_r) - r + 1 \quad (4.8)$$

para cualquier colección finita de sucesos $A_1, \dots, A_r$.

En efecto, partiendo de la implicación

$$(A < B) \text{ y } (B < C) \Rightarrow A < C \quad (4.9)$$

y aplicando (4.8), se obtiene

$$PR\{A < C\} \geq PR\{A < B\} + PR\{B < C\} - 1$$

, es decir,

$$PR\{A < C\} \geq PR\{A < B\} - PR\{C < B\}$$

que, reordenado, da lugar a (4.7).

Si en (4.6) intercambiamos B y C, la desigualdad sigue siendo válida

$$MS(A, C) \leq MS(A, B) + MS(B, C)$$

que se reordena fácilmente a

$$MS(A, B) \geq MS(A, C) + MS(C, B) - 1 \quad (4.10)$$

(4.7) y (4.10) establecen cotas superior e inferior, respectivamente, a $MS(A, B)$.

Su aplicación reiterada permite su generalización a m valores $A_1, \dots, A_m$ de la magnitud.

$$MS(A_1, A_m) \leq MS(A_1, A_2) + MS(A_2, A_3) + \dots + MS(A_{m-1}, A_m) \quad (4.11)$$

$$MS(A_1, A_m) \geq MS(A_1, A_2) + MS(A_2, A_3) + \dots + MS(A_{m-1}, A_m) - m + 2 \quad (4.12)$$

Las desigualdades (4.11) y (4.12) son importantes para evaluar la superposición de márgenes. Supongamos que el margen global entre A_1 y A_m no es directamente calculable, pero sí lo son los márgenes intermedios $MS(A_1, A_2), \dots, MS(A_{m-1}, A_m)$. ¿Puede deducirse algo sobre el margen global a partir de la suma de los intermedios?

Las acotaciones (4.11) y (4.12) se pueden reunir en una expresión única:

$$SM - m + 2 \leq MS(A_1, A_m) \leq SM \quad (4.13)$$

donde SM es la suma de los $(m-1)$ márgenes individuales

$$SM \equiv MS(A_1, A_2) + MS(A_2, A_3) + \dots + MS(A_{m-1}, A_m) \quad (4.14)$$

La doble acotación (4.12) es útil cuando no se sabe nada sobre el margen global y, en cambio, se conoce la suma de los márgenes parciales. En tal caso, el intervalo $(SM-m+2, SM)$ representa la incertidumbre sobre el margen global. La figura 4.2 representa las dos cotas entre las que toma valores el margen global. Se deduce de ella que:

- Cuando SM es muy pequeño, debido a que los márgenes parciales lo son, el margen global es muy pequeño. En el intervalo $0 < SM \leq 1$, la incertidumbre del margen global es creciente.
- Cuando SM es muy grande, cercano a $(m-1)$, debido a que los márgenes parciales lo son, el margen global es muy grande (cercano a 1). En el intervalo $m-2 < SM \leq m-1$, la incertidumbre del margen global es decreciente.
- En la región intermedia $1 \leq SM \leq m-2$, nada se puede decir *a priori* del margen global, porque su incertidumbre es total.

Es claro, por tanto, que para asegurar un margen global alto basta con que los parciales sean altos también. Y, recíprocamente, si los márgenes parciales son pequeños, de forma que su suma lo sea, el margen global será pequeño

Figura 4.2: intervalo de incertidumbre del margen global, como función de la suma de márgenes parciales.

Hay un caso especial, cuando los márgenes se pueden considerar magnitudes independientes. Eso ocurre cuando los márgenes parciales se calculan separadamente, algo habitual en el análisis de diseño de las plantas nucleares. En tal caso, las probabilidades se multiplican, y

$$MS(A_1, A_m) \geq MS(A_1, A_2) \times \cdots \times MS(A_{m-1}, A_m) \quad (4.15)$$

Al invertir el orden en la secuencia de los A_i , y aplicar de nuevo (4.15), se obtiene:

$$1 - MS(A_1, A_m) \geq [1 - MS(A_1, A_2)] \times \cdots \times [1 - MS(A_{m-1}, A_m)] \quad (4.16)$$

A partir de (4.15) y (4.16) se obtiene la doble acotación:

$$\prod_{j=1}^{m-1} MS(A_j, A_{j+1}) \leq MS(A_1, A_m) \leq 1 - \prod_{j=1}^{m-1} [1 - MS(A_j, A_{j+1})] \quad (4.17)$$

Cuando los MS parciales son muy cercanos a 1, la acotación (4.15) se aproxima por la (4.12). Recíprocamente, cuando los MS son muy pequeños, la acotación (4.16) se aproxima a la (4.11).

La idea de margen de seguridad como probabilidad está implícita en la teoría clásica de fiabilidad, en lo que se refiere a la fiabilidad de componentes y sistemas estáticos (tales como estructuras). Los fallos estructurales básicamente ocurren por sucesos extremos. Típicamente, la probabilidad de que un componente o sistema no falle en su misión se calcula como la probabilidad de que la *carga* C sobre el componente sea menor que su *resistencia* R [37] (figura 4.3).

Figura 4.3: el margen de licencia y su analogía con el análisis carga-resistencia la fiabilidad

Esa definición se ha ido transfiriendo a la Seguridad Nuclear, asimilando la magnitud de seguridad a la carga sobre una barrera en caso de accidente y el límite regulador a la resistencia de la barrera.

El 1993, y en conexión con intentos de combinar análisis BEPU con PSA de nivel 1 [38], se propuso una definición de MS como la probabilidad de que un parámetro operacional calculado quede por debajo del correspondiente umbral de daño; y se mencionó expresamente que dicho margen puede usarse para evaluar la adecuación de criterios de aceptación de base de diseño.

En 2008, el autor de la presente Tesis, de manera independiente a la de [38], propuso una definición de margen probabilista de seguridad [39], y expuso

procedimientos para su cálculo. El grupo de trabajo SMAP en la OCDE [33] consideró la probabilidad de excedencia de límites como la métrica adecuada para margen de seguridad.

La definición (4.1) de MS puede generalizarse al caso en que **A** y **B** son valores inciertos de una magnitud de seguridad multidimensional. Sea AR la región de aceptación reguladora en este caso, y supongamos una transformación a la magnitud escalar Z, tal que la pertenencia a AR equivale a $Z < L$ ($L > 0$). Llamando Z_1 y Z_2 a las transformadas de **A** y **B**, respectivamente, el margen desde A hasta B se define como

$$MS(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \equiv PR_{Z_1, Z_2} \{Z_1 < Z_2\} \quad (4.18)$$

Otra forma de expresar (4.18) es mediante la relación “menos severo que”, en base a la magnitud transformada Z.

$$MS(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \equiv PR_{\mathbf{A}, \mathbf{B}} \{\mathbf{A} \prec \mathbf{B}\} \quad (4.19)$$

Son márgenes de seguridad los siguientes:

- La distancia desde el valor calculado de una magnitud de seguridad hasta su límite regulador.
- La distancia entre el valor real de una magnitud de seguridad (es decir, el valor que se alcanzaría en caso de que el DBS ocurriera realmente en la planta) y su valor calculado en el DSA. Esta distancia, a su vez, es una medida del conservadurismo de la magnitud calculada.

- La distancia entre un límite regulador de aceptación y el valor de la magnitud en el que empezaría realmente el daño a la barrera analizada (umbral de daño).
- etc

Cualquiera de esas distancias merece el nombre de margen de seguridad, porque cada una de ellas es parte de un “margen total”, que es el existente entre los valores reales de las magnitudes y los umbrales de daño.

Otras definiciones de margen de seguridad

La definición de margen de seguridad como probabilidad no se ha considerado tradicionalmente en el ámbito de la Seguridad Nuclear. Siempre se han preferido definiciones no probabilistas. En el campo de la fiabilidad, suele llamarse margen de seguridad a la diferencia entre la resistencia R de un componente y la carga C sobre él [37]; es decir, una variable aleatoria, con una distribución que es convolución de las de R y C . Esta definición, trasladada a la Seguridad Nuclear, correspondería a la diferencia $B-A$. Sin embargo, es más adecuado considerar el MS como una variable que sólo tenga incertidumbre epistémica. Cuando A y B son valores escalares, una posibilidad es definir el MS como un cuantil de orden bajo de la diferencia $B-A$.

$$MS_Q(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \equiv \kappa \cdot {}_{1-\gamma}(B - A) \quad (4.20)$$

donde γ es el orden del cuantil, un valor cercano a 1. κ es una constante introducida para que (4.20) sea adimensional.

El MS (4.20) no es simétrico, y cumple la propiedad (4.4). Pero no cumple desigualdades tan sencillas como (4.13) y (4.17), y eso hace difícil establecer cotas en un margen global en términos de la suma de márgenes parciales.

El margen calculado

Cuando se conocen perfectamente las distribuciones de probabilidad de **A** y **B** (ya sean uni o multidimensionales), el margen se puede evaluar también perfectamente. En el caso escalar, basta evaluar la integral

$$MS(A, B) = \int_R f_B(z) \cdot F_{A|B}(z | B = z) dz \quad (4.21)$$

f_B y $F_{A|B}$ son, respectivamente, la PDF de B y la CDF de A condicional a B. La integral (4.16) se extiende al recorrido R conjunto de A y B. En el caso de que A y B sean variables independientes, (4.21) se simplifica a

$$MS(A, B) = \int_R f_B(z) \cdot F_A(z) dz \quad (4.22)$$

Lo habitual, sin embargo, es que las distribuciones de A y B se conozcan sólo de manera parcial o imperfecta, con lo que el margen es una magnitud incierta, con una incertidumbre epistémica o *metaincertidumbre*. Es típico que la única información sobre alguna de las distribuciones provenga de muestras aleatorias.

En el formalismo frecuentista de la Estadística, MS(A,B) es un parámetro que caracteriza la discrepancia entre A y B. La metaincertidumbre correspondería a la incertidumbre de estimadores de ese parámetro. En el formalismo bayesiano, MS(A,B) se considera una variable aleatoria, cuya información a

priori se puede implementar mediante una distribución prior y combinar con la información de la muestra a través del teorema de Bayes. El resultado es la distribución posterior, que representaría la metaincertidumbre del margen. En ambos esquemas, esta incertidumbre estadística desaparece en el límite de tamaño infinito de muestra.

Podemos decir que el margen probabilista se *construye* con las incertidumbres aleatorias de A y B, y *tiene* incertidumbre epistémica. Se define de manera probabilista y se estima estadísticamente. Hay que reseñar que las propiedades (4.11) y (4.12), derivadas de la desigualdad de Bonferroni, se cumplen exactamente para el margen, y sólo aproximadamente para el margen estimado o calculado.

Como cualquier otro parámetro probabilista, el MS se puede estimar con diferentes grados de conservadurismo; existirán estimaciones realistas, conservadoras (pesimistas), o anticonservadoras (optimistas).

Hay ocasiones en que interesa considerar márgenes entre estimadores, que tienen incertidumbre estadística. En ese caso, se puede extender la definición probabilista de MS (que utiliza sólo incertidumbre aleatoria) de manera que se construya mediante incertidumbre epistémica. Sean 2 estadísticos escalares $E_1(S)$ y $E_2(S')$, contruidos a partir de muestras aleatorias S y S' , respectivamente, y con las mismas unidades de medida. El margen de seguridad desde E_1 hasta E_2 se define como

$$MS(E_1(S), E_2(S')) \equiv PR_{S, S'} \{E_1(S) < E_2(S')\} \quad (4.23)$$

4.3 Margen de licencia

Dado el valor calculado A de una magnitud de seguridad escalar sobre la que el regulador impone un límite de aceptación L_A , llamaremos *margen de licencia* de A al margen de seguridad desde A hasta L_A

$$ML(A) \equiv MS(A, L_A) \equiv PR_{A, L_A} \{A \prec L_A\} \quad (4.24)$$

Cuando L_A es un límite superior, (4.24) toma la forma:

$$ML(A) \equiv MS(A, L_A) \equiv PR_{A, L_A} \{A < L_A\} \quad (4.25)$$

Si se tratara de un límite inferior de aceptación, el ML se obtendría poniendo el signo “mayor que” en lugar del “menor que” en la expresión (4.25).

Representa, por tanto, la distancia desde A hasta L_A . La probabilidad en (4.24) se basa en la incertidumbre de A y la del límite regulador L_A . Lo habitual, no obstante, es que los límites reguladores de aceptación se definan como cantidades fijas y sin incertidumbre, en cuyo caso la probabilidad citada sólo se deberá a la incertidumbre del valor calculado A .

La USNRC, en su referencia [59] ha designado a este margen como “designer margin” (margen del diseñador)

La definición (4.24) se puede generalizar al caso en que $\mathbf{A}$ es el valor calculado de una magnitud multidimensional, con una región reguladora de aceptación AR :

$$ML(\mathbf{A}) \equiv PR_{\mathbf{A}} \{\mathbf{A} \in AR\} \quad (4.26)$$

Aquí AR se considera una región fija y sin incertidumbre. (4.26) representa una distancia desde **A** hasta la frontera de AR.

La definición probabilista de margen de licencia ya se introdujo en el capítulo 2 de esta Tesis, a partir de llamada probabilidad de éxito de **A**, o, si se prefiere, del grado de cumplimiento del CRA correspondiente.

Suponiendo una transformación de la magnitud multidimensional a una variable escalar Z con límite superior de aceptación L, el margen de licencia de **A** se puede calcular a partir del de Z.

Se ha establecido en el capítulo 2 que el criterio regulador de aceptación para un análisis BEPU se puede interpretar como el requisito de que el margen de licencia sea mayor o igual que un valor regulador P_0 con una confianza de al menos C_0 :

$$PR_M\{ML(\mathbf{A}) \geq P_0\} \geq C_0 \quad (4.27)$$

La probabilidad en (4.27) se refiere a la incertidumbre epistémica de $ML(\mathbf{A})$, debida a la ignorancia sobre la distribución de **A** y, en última instancia, al conocimiento imperfecto sobre la propagación de incertidumbres a través del modelo de cálculo de **A**.

La condición (4.27) nos dice qué debe entenderse por “suficiente margen de licencia”: que éste sea mayor o igual al valor regulador P_0 con confianza no menor que C_0 . La definición extendida de margen en (4.23), construida con incertidumbre epistémica, permite que interpretemos el primer miembro de (4.27) como un margen probabilista entre ML y su límite regulador, P_0 . Podemos decir que se trata de un margen epistémico o (abusando de nuevo un

poco del lenguaje) de un *metamargen*. La descripción, en el capítulo 2, de las dos incertidumbres con las que se construye el criterio de aceptación BEPU puede reformularse en términos del margen probabilista. El regulador establece límites de aceptación sobre la magnitud de seguridad, el margen de licencia (construido con incertidumbre aleatoria) y el metamargen de licencia (construido con incertidumbre epistémica).

Comprobar el cumplimiento de un CRA equivale a estimar el margen de licencia. En el capítulo 3 se han descrito y clasificado los métodos estadísticos para comprobar el cumplimiento de los CRA. Una de las categorías establecidas es la de métodos basados en la estimación de probabilidad de éxito o de excedencia de límites (métodos P). Se trata, por tanto, de procedimientos aptos para calcular límites de confianza del margen de licencia. Los métodos Q, basados en regiones de tolerancia y estimación de cuantil, no permiten, en principio, la estimación directa del ML. Sin embargo, ya se señaló en el capítulo 3 que, en general, a partir de cada método Q se puede establecer un método P, y viceversa. Así, el método de Wilks tiene como correlato (en los métodos P) al intervalo de Clopper-Pearson, que es un procedimiento conservador de estimación de márgenes probabilistas.

4.4 Margen de análisis

Existe la convención de llamar *margen de análisis o analítico* al existente entre el valor calculado de una magnitud de seguridad y su valor real o verdadero; es decir, el que alcanzaría si el escenario accidental ocurriera realmente. Dada la magnitud de seguridad escalar B, definimos su margen analítico como

$$MA(B) \equiv PR_{B_{calc}, B_{real}} \{B_{real} \prec B_{calc}\} \quad (4.28)$$

Se trata, por tanto, del margen desde el valor real hasta el valor calculado de la magnitud. Si B tiene un límite superior (resp. inferior) de aceptación, en (4.28) aparece el signo “menor que” (resp. “mayor que”).

En la probabilidad de (4.28) no sólo se tiene en cuenta la incertidumbre de la B calculada, sino también la de su valor real. En algunos casos, el valor real se puede medir, y entonces su incertidumbre es la de medida. Sin embargo, en los análisis de accidentes de plantas nucleares, los valores reales de las magnitudes de seguridad (es decir, los valores que se alcanzarían en un escenario real) no se conocen. De hecho, el motivo de que se hagan cálculos de simulación es disponer de estimaciones de las magnitudes reales.

El margen de licencia se puede calcular directamente, porque el límite regulador es conocido. En cambio, el margen de análisis no se puede calcular de manera directa para plantas nucleares; sí se puede calcular para escenarios en instalaciones experimentales, donde los valores reales de las magnitudes se miden. Es precisamente a partir de márgenes calculados para experimentos como se pueden hacer estimaciones de los márgenes analíticos para una planta. Este tópico se abordará en el capítulo 5 de esta Tesis.

El margen de análisis tiene mucha importancia, porque es una medida del conservadurismo de la magnitud calculada; a mayor MA, más distancia (en dirección conservadora) desde el valor real al calculado. Depende críticamente de la metodología con la que se ha calculado la magnitud; se trata por ello, de un margen atribuible a la metodología.

Así pues, nuestra definición probabilista de margen permite cuantificar no sólo los márgenes desde magnitudes de seguridad hasta límites reguladores, sino también el grado de conservadurismo de dichas magnitudes. Por ejemplo, las metodologías conservadoras (definidas en el capítulo 2) producen márgenes analíticos máximos (que difieren de 1 en cantidades despreciables).

La superposición del margen de licencia y el de análisis produce otro margen, que tiene especial interés regulador, que es el que va desde el valor real de la magnitud de seguridad hasta el límite de aceptación. La regulación controla el valor del margen de licencia, exigiendo que su valor supere un valor prefijado con alta confianza. Sin embargo, no existe el mismo control sobre el MA.

En el capítulo 5, dedicado a la validación de metodologías BEPU, se trata la superposición de ML y MA, y posibles criterios reguladores sobre el grado de conservadurismo de una metodología de cálculo.

La definición de margen de análisis se puede generalizar a magnitudes multidimensionales directamente calculables, de acuerdo con (4.18). Diremos que la magnitud calculada multidimensional **B** tiene un valor conservador cuando la magnitud transformada **Z** cumple $Z_{real} < Z$; es decir, cuando el valor calculado es más severo que el real (véase la sección 2.2). Esta definición de conservadurismo depende de la transformación de **Y** elegida.

$$MA(\mathbf{Y}) \equiv PR_{Z_{real}, Z} \{Z_{real} < Z\} \quad (4.29)$$

4.5 Margen desde un límite regulador hasta un umbral de daño

Las magnitudes de seguridad tienen el sentido de indicadores de desafío a las barreras de seguridad. Por ello, sirven para medir la proximidad al daño de barreras y la irrupción de dicho daño.

Los límites reguladores de aceptación se establecen de manera que su violación no suponga necesariamente la aparición de un daño. Es decir, se pretende que exista un margen desde el límite regulador hasta el valor de la magnitud de seguridad en que aparece el daño en la barrera de seguridad correspondiente. En el caso de una magnitud de seguridad escalar A con límite regulador L_A , el citado margen sería

$$MB(A) \equiv PR_{L, A_{umb}} \{L \prec A_{umb}\} \quad (4.30)$$

donde A_{umb} es el valor de A en el que aparece el daño a la barrera. Como ya se ha dicho, lo habitual es que el límite regulador se defina sin incertidumbre, en cuyo caso la probabilidad en (4.30) recoge sólo la incertidumbre en el valor umbral. Éste se estima a partir de datos experimentales, y su incertidumbre es la que deriva de dicho proceso de estimación.

Llamaremos a (4.30) *margen de barrera* [35]. En [59] se designa como “regulatory margin” (*margen regulador*).

Ya se dijo al comienzo de este capítulo que no existe un consenso en Seguridad Nuclear para definir el MS, no sólo en lo que respecta a la métrica utilizada, sino en los elementos ligados por ella. Entre los expertos, hay quien identifica margen de seguridad con margen de licencia, y quien, en cambio, prefiere asimilarlo al margen de barrera. La realidad es que los márgenes de

licencia, de análisis y de barrera aquí definidos son todos márgenes de seguridad, porque todos colaboran en el establecimiento de una distancia desde las consecuencias que tendría un escenario base de diseño en la realidad hasta los umbrales de daño en las barreras de seguridad. El objetivo del diseño de planta es que ese “margen total” (hasta el daño de barrera) sea suficientemente grande. El margen total no se puede calcular directamente, pero se puede acotar en función de la suma de los tres márgenes citados, según la expresión (4.13). En concreto, si los tres márgenes son grandes (ceranos a 1), el total también lo es.

4.6 Margen para magnitudes que no son directamente calculables.

Cuando $\mathbf{Y}$ tiene q componentes y el CRA se compone de q criterios escalares, el margen de licencia es

$$ML(\mathbf{Y}) = PR_{\mathbf{Y}} \left\{ \bigcap_{i=1}^q (Y_i \in AR_i) \right\} \quad (4.31)$$

Si las componentes de $\mathbf{Y}$ se obtienen de un mismo cálculo, o las muestras de las componentes se pueden agrupar, el problema multidimensional puede reducirse a uno escalar.

En el caso de que cada componente de $\mathbf{Y}$ se calcule de forma independiente, el ML se factoriza

$$ML(\mathbf{Y}) \equiv PR_{\mathbf{Y}} \left\{ \bigcap_{i=1}^q (Y_i < L_i) \right\} = \prod_{i=1}^q PR_{\mathbf{Y}} \{Y_i < L_i\} = \prod_{i=1}^q ML(Y_i) \quad (4.32)$$

Por tanto, si los márgenes de las componentes son suficientemente cercanos a 1, el margen de $\mathbf{Y}$ será grande.

Esta conclusión se puede extender al caso más general, en el que las componentes de $\mathbf{Y}$ no tienen por qué calcularse independientemente, sin más que aplicar la desigualdad de Bonferroni a (4.31):

$$ML(\mathbf{Y}) \geq \sum_{i=1}^q ML(Y_i) - q + 1 \quad (4.33)$$

que es el mismo tipo de acotación que (4.12), como si el margen colectivo de $\mathbf{Y}$ fuera una superposición de los márgenes de las componentes individuales. En el caso de que los márgenes individuales sean muy cercanos a 1, la expresión (4.32) se aproxima por la igualdad correspondiente a (4.33).

Es interesante reseñar que la desigualdad (4.33) se convertiría en igualdad si los fallos funcionales (consistentes en que cada Y_j exceda su límite regulador) fueran incompatibles; es decir, si cada fallo excluyera a todos los demás. Eso, en general, no ocurre.

Por otra parte, la probabilidad de una intersección de sucesos no puede ser mayor que la de cada suceso por separado, así que el margen colectivo no puede ser mayor que los individuales

$$ML(\mathbf{Y}) \leq \min_{i=1, \dots, q} \{ML(Y_i)\} \quad (4.34)$$

Las desigualdades (4.33) y (4.34) dan cotas inferiores y superiores para el margen. (4.24) indica que basta que un margen individual sea pequeño para que el conjunto también lo sea.

4.7 Aplicación del margen probabilista a la cuantificación del conservadurismo de regiones de tolerancia.

En el capítulo 3 se han descrito y categorizado los métodos para comprobar el cumplimiento de criterios reguladores de aceptación. Uno de los métodos (de hecho, el más utilizado, hasta ahora, en las metodologías BEPU) se basa en la construcción de regiones de tolerancia (RT) para la magnitud de seguridad. Si la RT, construida a partir de una muestra aleatoria de la magnitud y con un nivel de tolerancia mayor o igual al impuesto por el regulador, resulta estar dentro de la región de aceptación, el CRA se considera satisfecho.

Hay una gran variedad de métodos para construir regiones de tolerancia: hay métodos paramétricos y no paramétricos, exactos y aproximados, basados en estimadores sesgados o insesgados de los cuantiles... En la aplicación de una metodología BEPU a licencia, el analista puede escoger el método y (dentro de ciertos límites) el tamaño de muestra aleatoria. Un factor importante en la elección será el grado de conservadurismo de la región de tolerancia utilizada.

Se podría pensar que el conservadurismo de una RT tiene que ver con su “volumen” en el recorrido de la magnitud de seguridad. *Grosso modo*, diríamos que métodos que producen regiones más amplias (para un nivel de tolerancia y tamaño de muestra dados) son más conservadores.

Por otra parte, conforme aumenta el tamaño de muestra aleatoria, la incertidumbre estadística tiende a disminuir, de manera que decrece su grado de conservadurismo.

Para fijar ideas, supongamos la magnitud de seguridad escalar y continua Z , con un límite superior de aceptación L . Aplicado a Z , el método de las RT consiste en el cálculo de un límite superior de tolerancia (LST) con un nivel de tolerancia prefijado, y su comparación con L . Un LST es un estadístico, es decir, una función de la muestra aleatoria. Fijada ésta, diferentes métodos de construcción producirán, a partir de ella, diferentes LST. La idea básica es que, cuanto mayor sea el LST producido, más conservador será. El LST se puede considerar un estimador sesgado del cuantil en estudio, tanto más cuanto mayor es el nivel de confianza. Y cuanto mayor es el tamaño de la muestra aleatoria, más cerca está el estimador del cuantil verdadero, con lo que su conservadurismo es menor.

Abundando en la correspondencia entre métodos P y Q, y tal como se ha expuesto al final de la sección 4.3, el conservadurismo del LST empleado mide el conservadurismo de la correspondiente estimación del ML.

Plantearemos ahora una definición formal de conservadurismo. En este capítulo hemos propuesto una hemimétrica entre magnitudes de seguridad (el margen probabilista). Un caso particular es el margen de análisis (sección 4.4) que se refiere a la distancia desde el valor real de una magnitud hasta su valor calculado y, por tanto, cuantifica el conservadurismo del valor calculado.

De forma similar, podemos estimar el conservadurismo del LST mediante el margen desde la magnitud calculada Z hasta el LST de nivel (P_0, C_0) :

$$MS(Z, LST) \equiv PR_Z \{Z \leq LST(S)\} \equiv F_Z(LST) \quad (4.35)$$

En (4.35), la probabilidad está condicionada a la muestra S con la que se construye el LST. Como se definió en la sección 1.4, la probabilidad en (4.35) se denomina la *cobertura* del LST. Es una cantidad con incertidumbre epistémica, porque depende de la muestra aleatoria S . Precisamente, el LST se define de manera que la cobertura es mayor o igual que P_0 con una confianza de al menos C_0 .

Por tanto, por analogía con el margen de análisis, proponemos como medida de conservadurismo del LST la cobertura (4.35). Para comparar el conservadurismo de distintas RT, necesitaremos comparar ese tipo de variables inciertas.

De hecho, es la distribución de probabilidad de la cobertura lo que caracteriza a una región de tolerancia (o, estrictamente hablando, a un procedimiento de construcción de regiones de tolerancia). Gráficamente, esta caracterización se consigue con la curva CDF de la cobertura, o, mejor aún, su curva complementaria (CCDF) (figura 4.4). El gráfico de esta última está contenido en el cuadrado $[0,1] \times [0,1]$, y pasa por tres puntos: $(0,1)$, $(1,0)$ y (P_0, C_0) . El método de construcción de la RT será tanto más conservador cuanto más cerca esté la curva CCDF de los lados superior y derecho del cuadrado antedicho.

Figura 4.4: Las curvas CDF y CCDF para la cobertura de una región de tolerancia.

De manera operativa, interesa disponer de *indicadores* de conservadurismo, que se construyan a partir de la cobertura, y que no tengan incertidumbre.

Una primera posibilidad es utilizar el valor medio de la cobertura:

$$CE(LST) \equiv E_s [PR_Z \{Z < LST(S)\}] \quad (4.36)$$

que es equivalente a

$$CE(LST) \equiv PR_{Z,S} \{Z \leq LST(S)\} \quad (4.37)$$

En (4.37) se aprecia que esta cobertura media o esperada tiene la estructura (4.1), considerando tanto la incertidumbre aleatoria de Z como la epistémica del LST . Se interpretaría, pues, como un margen, en sentido amplio, desde la

magnitud Z hasta su LST. De ahí que tenga sentido utilizarlo como un indicador del conservadurismo de LST.

Distintos LST con el mismo nivel (P_0, C_0) tienen parecidas coberturas, porque todas ellas cumplen que su cuantil de orden $1-C_0$ es mayor que P_0 . Es el valor de la cobertura media o esperada el que distinguiría entre métodos de construcción más o menos conservadores.

Para un procedimiento dado de construcción de límites de tolerancia, la CE es función decreciente del tamaño muestral. El motivo es que la incertidumbre estadística decrece al aumentar la muestra. La RT tiende, para tamaño muestral infinito, a una región fija en el recorrido de la magnitud.

La cobertura esperada viene dada por el área por debajo de la curva CCDF; se explica así que sea un buen indicador de conservadurismo. Gráficamente se demuestra que una cota superior para dicha área y, por tanto, para la cobertura esperada es $1 - (1-P_0) \cdot (1-C_0) = P_0 + C_0 - P_0 \cdot C_0$; y una cota inferior es $P_0 \cdot C_0$.

Para el nivel (95,95), estos valores son, respectivamente 0.9975 y 0.9025.

La cobertura esperada como indicador de conservadurismo se puede generalizar a varias dimensiones. Para una magnitud de seguridad multidimensional $\mathbf{Y}$, lo que importa no es específicamente la cobertura esperada de la RT, sino la probabilidad de que las componentes de $\mathbf{Y}$ se encuentren cubiertas por los límites de tolerancia *correspondientes al lado conservador*.

Transformando la magnitud $\mathbf{Y}$ a la magnitud escalar Z con límite superior de aceptación L , basta con calcular un LST del nivel adecuado y aplicarle la

transformación inversa. Se obtiene así una región de tolerancia para $\mathbf{Y}$. El grado de conservadurismo de la RT multidimensional se calculará como la cobertura esperada del LST escalar.

Figura 4.5: la cobertura media o esperada es el área bajo la curva CCDF de la cobertura de una región de tolerancia.

Una alternativa para cuantificar el conservadurismo de un LST es acudir a otro tipo de margen. Recordemos que el margen de licencia es el que separa la magnitud calculada del límite regulador. Puede considerarse como la superposición de 2 márgenes: el que va desde la magnitud hasta el LST y el que va desde éste hasta el límite L. Cuanto más conservador el LST, mayor el primer margen y menor el segundo. Es decir, el margen desde el LST a L se puede utilizar como medida (inversa) del conservadurismo del LST.

$$MS(LST, L) \equiv PR_S \{LST(S) < L\} \quad (4.38)$$

Se trata de un MS en sentido amplio, construido con incertidumbre epistémica. La probabilidad de (4.38) puede transformarse sin más que aplicar la CDF de Z a ambos lados de la desigualdad:

$$MS(LST, L) = PR_S \{F_Z(LST(S)) < F_Z(L)\} \quad (4.39)$$

Dentro de la probabilidad en (4.39), el lado izquierdo de la desigualdad es la cobertura del límite de tolerancia; y el lado derecho es el margen de licencia de Z

$$MS(LST, L) = F_{COB}(ML(Z)) \quad (4.40)$$

Para establecer un indicador de conservadurismo tomaremos el complemento a 1 de (4.40) y lo evaluaremos en un valor cercano a ML(Z). Puesto que ML(Z) debe ser mayor a P_0 con alta confianza, el indicador se puede definir

$$CIQ(LST) = PR_S \{P_0 + \delta < F_Z(LST(S))\} = 1 - F_{COB}(P_0 + \delta) \quad (4.41)$$

donde δ es un incremento sobre el nivel de cobertura P_0 (obviamente, debe ser menor que $1-P_0$). El indicador (4.41) es el valor que toman la curvas CCDF de la cobertura en el nivel aumentado $P_0 + \delta$.

La idea de restringir el conservadurismo de un límite de tolerancia poniéndole una cota superior a un indicador del tipo (4.41) no es nueva (véase [5,40]). Sí es novedosa la conexión del método con los márgenes de seguridad que aquí se ofrece.

Aplicación a límites de tolerancia de Wilks

El método de Wilks utiliza estadísticos de orden (OS) como límites de tolerancia para magnitudes escalares. La cobertura del estadístico de orden $Z_{k:n}$ como LST es una variable beta de parámetros k y $n-k+1$. Por tanto, la cobertura esperada es:

$$CE(Z_{k:n}) \equiv E_S [PR_Z \{Z < Z_{k:n}(S)\}] = E_S [B_{k,n-k+1}] = \frac{k}{n+1} \quad (4.42)$$

puesto que la esperanza matemática de la variable beta(F,G) es $F/(F+G)$

Para este OS, el otro indicador, definido en (4.41), es

$$CIQ(Z_{k:n}) = PR_S \{P_0 + \delta < B_{k,n-k+1}\} = 1 - F_{B_{k,n-k+1}}(P_0 + \delta) \quad (4.43)$$

En los análisis BEPU, el nivel regulador de tolerancia estándar es (95,95). La aplicación del procedimiento de Wilks revela que los tres métodos más económicos (en términos de tamaño de muestra) para obtener un LST con el citado nivel son:

- 1) Usar una MAS de tamaño 59 y utilizar el máximo muestral, que es el OS $Z_{59:59}$
- 2) Usar una MAS de tamaño 93 y utilizar el segundo máximo muestral, que es el OS $Z_{92:93}$
- 3) Usar una MAS de tamaño 124 y utilizar el tercer máximo muestral, que es el OS $Z_{122:124}$

La figura 4.3 representa las curvas CDF y CCDF para la cobertura de los tres OS citados en 1), 2) y 3).

Figura 4.6: Curvas CDF y CCDF para la cobertura de tres estadísticos de orden actuando como límite superior de tolerancia (95,95).

La figura 4.8 representa las funciones de densidad de los tres OS citados, para un caso particular. Se observa que en la serie 1), 2), 3), la PDF se desplaza ligeramente hacia valores decrecientes de la magnitud, indicando una mengua en su conservadurismo.

Los procedimientos 1), 2) y 3) citados provienen de la solución de la fórmula de Wilks (1.31bis), para el nivel regulador de tolerancia (P_0 , C_0) y $r=n-s$

$${}_{1-C_0}B_{n-r,r+1} \geq P_0 \quad (4.44)$$

Dado un entero r , el mínimo n que cumple (4.44) es el tamaño mínimo de muestra. Para $r=0, 1, 2, 3, 4, \dots$, se obtienen, respectivamente, tamaños mínimos de muestra críticos igual a 59, 93, 124, 153, 181,...

Recíprocamente, dado n , hay un valor entero máximo de r que cumple (4.44), y que designaremos $r_{\text{máx}}$.

Figura 4.7: Indicador de conservadurismo CIQ con $\delta=0.04$

Figura 4.8: La distribución de una variable aleatoria (Z), y las correspondientes a sus tres OS $Z_{59:59}$, $Z_{92:93}$ y $Z_{122:124}$.

La cobertura esperada y la de cuantil de orden aumentado (con $\delta=0.04$) calculadas para diferentes tamaños de muestra y orden $r_{\text{máx}}$, para nivel de tolerancia (95,95), se listan en la tabla 4.1. En la figura 4.9 se comparan ambos indicadores en función del tamaño de muestra. La cobertura esperada se ha transformado a

$$CE^* \equiv \frac{CE - P_0}{P_0 + C_0 - C_0 P_0 - P_0} = \frac{CE - P_0}{C_0(1 - P_0)} \quad (4.45)$$

en cuyo denominador aparece la diferencia entre la cota superior de CE y el nivel P_0 .

n	Order $n-r_{\text{máx}}$	CE	CE*	CIQ ($\delta=0.04$)
59	59	0.9833	0.7010	0.4473
76	76	0.9870	0.7789	0.5341
93	92	0.9787	0.6042	0.2421
108	107	0.9817	0.6674	0.2975
124	122	0.9760	0.5474	0.1329
139	137	0.9786	0.6021	0.1682
153	150	0.9740	0.5053	0.0724
167	164	0.9762	0.5516	0.0922
181	177	0.9725	0.4737	0.0393

Tabla 4.1: Indicadores de conservadurismo (4.43) (con $\delta=0.04$) y (4.45) para distintos estadísticos de orden, como límites superiores de tolerancia (95,95), y tamaños de muestra.

Figura 4.9: Indicadores de conservadurismo (4.43) (con $\delta=0.04$) y (4.45) en función del tamaño mínimo de muestra (Tabla 4.2). Límites (95,95).

En el capítulo 5 de esta Tesis se probará que es viable asignar al nivel regulador de cobertura P_0 valores menores al estándar 0.95. Por ello, se repiten a continuación los cálculos de los indicadores de conservadurismo para un nivel de tolerancia (80,95); es decir, con $P_0=0.80$. En primer lugar, se determinan los tamaños críticos de muestra, a partir de la fórmula de Wilks Resultan ser: 14, 22, 30, 37, 44, 50,...En la tabla 4.2 y la figura 4.10 muestran los valores de CE, CE* y CIQ (con $\delta=0.05$) en función del tamaño de muestra.

n	Order $n-r_{\text{máx}}$	CE	CE*	CIQ ($\delta=0.05$)
14	14	0.9333	0.7017	0.8970
18	18	0.9474	0.7756	0.9463
22	21	0.9130	0.5950	0.8633
26	25	0.9259	0.6628	0.9183
30	28	0.9032	0.5433	0.8486
34	32	0.9143	0.6015	0.9025
37	34	0.8947	0.4986	0.8264
41	38	0.9048	0.5514	0.8821
44	40	0.8889	0.4678	0.8097
47	43	0.8958	0.5044	0.8531
50	45	0.8823	0.4568	0.8119

Tabla 4.2: Indicadores de conservadurismo (4.43) (con $\delta=0.05$) y (4.45) para distintos estadísticos de orden, como límites superiores de tolerancia (80,95), y tamaños de muestra.

Figura 4.10: Indicadores de conservadurismo (4.43) (con $\delta=0.05$) y (4.45) en función del tamaño mínimo de muestra (Tabla 4.2). Límites (80,95).

Los dos indicadores propuestos coinciden en su estimación del conservadurismo para ambos valores de P_0 . Para empezar, los dos dictaminan que el conservadurismo decrece en la serie de tamaños críticos de muestra obtenidos de la fórmula de Wilks, donde los indicadores de conservadurismo alcanzan mínimos locales. Es decir, cuando se llega a un tamaño crítico hay un descenso brusco de los indicadores; y entre dos tamaños críticos consecutivos, los indicadores son crecientes.

Proponemos, a continuación, una tercera forma de demostrar conservadurismo de límites de tolerancia, esta vez buscando márgenes entre distintos límites, con aplicación directa al método de Wilks.

Supongamos dos estadísticos de orden $A_{r:m}$ y $B_{t:n}$, derivados de sendas MAS independientes S y S' de una misma magnitud escalar Z . Los OS tienen incertidumbre estadística, derivada de la aleatoriedad de las muestras. Hemos extendido la definición de MS a variables con incertidumbre epistémica, de acuerdo con (4.23). Así que el margen entre los dos OS citados es:

$$MS(A_{r:m}(S), B_{t:n}(S')) \equiv PR_{S,S'}\{A_{r:m}(S) < B_{t:n}(S')\} \quad (4.46)$$

Existen fórmulas para calcular la probabilidad de (4.46). En [41] se cita la siguiente expresión, desarrollada en [42]:

$$PR_{S,S'}\{A_{r:m}(S) < B_{t:n}(S')\} = \frac{1}{\binom{m+n}{r+t-1}} \sum_{i \geq r} \binom{m}{i} \cdot \binom{n}{r+t-1-i} \quad (4.47)$$

La aplicación de (4.47) a los tres OS antes citados da los siguientes resultados

$$\begin{aligned} PR_{S,S'}\{A_{9,2,9,3}(S) < B_{5,9,5,9}(S')\} &= 0.6272 \\ PR_{S,S'}\{A_{1,2,2,1,2,4}(S) < B_{9,2,9,3}(S')\} &= 0.5746 \\ PR_{S,S'}\{A_{1,2,2,1,2,4}(S) < B_{5,9,5,9}(S')\} &= 0.6913 \end{aligned} \quad (4.48)$$

Son valores mayores que 0.5; por tanto, confirman que el OS más conservador de los tres es el máximo de 59; y el menos conservador, el tercer máximo de 124.

Aplicación a límites normales de tolerancia

Cuando se puede afirmar que Z sigue una distribución normal, una forma bien conocida de LST es:

$$LST = \bar{Z} + k_1(n, P_0, C_0) \cdot S \quad (4.49)$$

en términos de la media $\bar{Z}$ y la desviación típica S de la MAS de Z . k_1 es el llamado factor normal unilateral de tolerancia, que está tabulado y codificado en función del tamaño de la muestra y el nivel de tolerancia.

La cobertura esperada del LST (4.49) es

$$CE(LST) \equiv PR_{Y,S} \{Y < \bar{Y} + k_1 \cdot S_Y\} \quad (4.50)$$

que se transforma fácilmente a

$$CE(LST) = PR_{Y,S} \left\{ \frac{Y - \bar{Y}}{S_Y} \sqrt{\frac{n}{n+1}} < k_1 \sqrt{\frac{n}{n+1}} \right\} \quad (4.51)$$

El primer miembro de la desigualdad en (4.51) es una variable t de Student con $(n-1)$ grados de libertad, T_{n-1} . Así que la cobertura esperada es

$$CE(LST) = F_{T_{n-1}} \left(k_1 \sqrt{\frac{n}{n+1}} \right) \quad (4.52)$$

que se calcula a partir de la CDF de la t de Student.

La tabla 4.3 da el factor normal k_1 para el nivel de tolerancia (95,95) y la cobertura esperada (4.52), en función del tamaño de muestra.

Tamaño muestra	k_1	CE
20	2.3783	0.9842
50	2.0585	0.9765
80	1.9605	0.9725
100	1.9234	0.9707
150	1.8678	0.9677
200	1.8357	0.9657
1000	1.7270	0.9577

Tabla 4.3: Cobertura esperada para límites normales de tolerancia, en función de tamaño de muestra.

Se observa claramente que la cobertura esperada, como indicador de conservadurismo, disminuye al aumentar el tamaño de la muestra. El factor k_1 tiende asintóticamente al valor 1.645 (que es el cuantil 95 de la distribución normal estándar), y CE tiende a 0.95.

Comparación entre límites normales y de Wilks para una variable normal

Ahora consideraremos una variable normal y compararemos la cobertura esperada obtenida para estadísticos de orden y para límites normales. La

comparación se hará para los tamaños de muestra críticos del método de Wilks y otros intermedios. La tabla 4.4 presenta los resultados.

n	k₁	Orden	CE Wilks	CE normal
59	2.0204	59	0.9833	0.9751
76	1.9698	76	0.9868	0.9730
93	1.9349	92	0.9787	0.9713
108	1.9118	107	0.9820	0.9700
124	1.8922	122	0.9760	0.9691
139	1.8773	137	0.9784	0.9683
153	1.8654	150	0.9740	0.9675
167	1.8552	164	0.9762	0.9669
181	1.8463	177	0.9725	0.9664

Tabla 4.4: Comparación de CE entre límites de tolerancia (95,95) de Wilks y normales, en función del tamaño de muestra.

Se observa que la cobertura esperada es mayor para el LST calculado con el método de Wilks que con el método normal. Es decir, el límite no paramétrico es más conservador que el normal; o, si se prefiere, el LST normal es más eficiente, lo cual parece lógico para una variable normal.

5. VALIDACIÓN DE METODOLOGÍAS BEPU.

Como cualquier otro instrumento de cálculo, las metodologías de análisis determinista, empleadas en el diseño y licenciamiento de las plantas nucleares, deben someterse a programas de control de calidad.

Una vez desarrollados, los modelos computacionales y las metodologías que los utilizan se deben someter, como parte de su garantía de calidad, a un proceso denominado “Verificación y Validación”, del que hablaremos a continuación.

5.1 Verificación y validación de modelos computacionales.

La verificación y validación (V&V) es un elemento básico en el control de calidad de instrumentos de cálculo, como son los modelos y códigos computacionales [43]. Es un proceso necesario para completar la construcción y puesta a punto de modelos computacionales.

Para verificar un modelo, se debe comprobar que cumple las especificaciones que han establecido sus diseñadores y desarrolladores, a partir de los objetivos buscados. Los modelos se desarrollan en varias etapas. Se parte de modelos conceptuales de la realidad física y, sucesivamente, se construyen modelos matemáticos, numéricos y computacionales. En cada etapa se dan especificaciones, y se comprueba si cada modelo producido las cumple. Este conjunto de comprobaciones conforma la etapa de verificación.

Una vez verificado el modelo computacional, se procede a su validación, que consiste en comprobar de forma directa que modela adecuadamente la

realidad física. Se basa en la comparación de las predicciones del modelo con datos de referencia, que son, en general, de dos tipos:

- Valores reales, obtenidos de medidas en experimentos o en situaciones reales.
- Valores calculados, obtenidos con otros modelos predictivos cualificados.

Tradicionalmente, la validación se ha realizado con valores reales, básicamente provenientes de experimentos. A veces, sin embargo, hay escasez de datos, cuando la fenomenología que se simula es difícil de llevar a experimentos o de observar en la realidad. Por otra parte, el aumento en la capacidad de computación permite que los cálculos con modelos mecanicistas muy detallados sean práctica y económicamente viables. Por ello, se puede recurrir al uso de modelos avanzados para validar otros modelos, lo que equivale a utilizar “experimentos computacionales” en la validación.

Un código es una estructura de cálculo compuesta por submodelos, que operan de manera acoplada o concatenada. Cada submodelo suele abordar un aspecto específico de la fenomenología implicada. Los submodelos pueden clasificarse como mecanicistas (basados en primeros principios) o empíricos o fenomenológicos (basados en relaciones sencillas causa–efecto). Lo habitual es que incluso los modelos mecanicistas tengan un cierto grado de empirismo, que se refleja en la presencia en su formulación de parámetros de ajuste. Se trata de cantidades (por ejemplo, constantes multiplicativas o aditivas) que no suelen tener significado físico y que tienen dos utilidades:

- Ajustar las predicciones del modelo a datos reales, en el proceso denominado calibración.

- “Almacenar” la incertidumbre debida a la imprecisión del modelo (es decir, a su incapacidad para reproducir perfectamente la realidad física).

Un modelo, una vez desarrollado y calibrado, tiene que validarse, mediante datos reales que no se hayan empleado en su desarrollo y validación. En un código de cálculo, los modelos están relacionados jerárquicamente, y los procesos de calibración y V&V deben adaptarse a esa estructura. Los submodelos que componen un código deben estar calibrados y validados separadamente. Para ello se necesitan datos provenientes de los llamados “experimentos de efectos separados” (SET).

Pero en el funcionamiento del código interviene la interacción de los submodelos, así que no basta que éstos hayan sido verificados y validados individualmente. Es necesaria, además, la V&V del código completo, que debe basarse primordialmente en experimentos de efectos integrales (IET).

5.2 Validación de metodologías DSA.

Una metodología de DSA es una estructura integrada por códigos de cálculo; es decir, puede considerarse un “supercódigo”, así que debe tener su propio proceso de V&V, independiente del que hayan seguido sus códigos y submodelos. El objetivo de la validación es demostrar que produce resultados que se comparan adecuadamente con la realidad. El proceso de validación tiene una ventaja adicional: permite conocer el grado de proximidad de las magnitudes de seguridad calculadas a sus valores reales; es decir, su grado de conservadurismo.

Toda metodología DSA (sea conservadora o BEPU) debe ser validada, como culminación de su desarrollo; de lo contrario, no puede utilizarse para licencia.

La validación de modelos es un tópico de gran actualidad, extensamente tratado en el campo del cálculo científico [43]. En cambio, la validación de metodologías deterministas es un tema que apenas se ha tratado con profundidad en Seguridad Nuclear. Por eso, constituye uno de las aportaciones más novedosas de la presente Tesis.

En este capítulo se establecerán bases teóricas para la validación de metodologías. También se hará referencia a la posibilidad de uso de una metodología ya consolidada en la validación de otras diferentes. La referencia [44] ha sido un primer esfuerzo en estos trabajos.

Un código de simulación que se utilice para simular escenarios accidentales necesitará, para validarse, de comparaciones entre sus predicciones y valores reales referidos a ese tipo de escenarios. Para la comparación se elegirán las magnitudes más representativas en la fenomenología modelada.

Por su parte, la metodología DSA contiene este tipo de código, y los utiliza para simular escenarios base de diseño (DBS) en centrales nucleares, y calcular la evolución de las magnitudes físicas más significativas. De éstas, las más importantes son las llamadas magnitudes de seguridad, que son las involucradas en los criterios reguladores de aceptación. La validación debe basarse en ellas, aunque la consideración de otras magnitudes pueda ser de ayuda en la tarea.

La validación de una metodología tiene que utilizar, primordialmente, datos reales, en especial los provenientes de experimentos de efectos integrales, que

reproducen a escala escenarios accidentales en plantas nucleares. También pueden emplearse datos calculados con modelos avanzados, especialmente cuando los resultados experimentales son escasos.

Puede ocurrir que el regulador, además de imponer los límites de aceptación, marque las líneas básicas de la metodología de cálculo (por ejemplo, requiriendo el uso de submodelos específicos), y de forma que los límites sólo puedan aplicarse a los resultados obtenidos con tal metodología. Lo habitual, sin embargo, es que los límites reguladores tomen como referencia los valores reales o verdaderos de las magnitudes; es decir, aquellos que se alcanzarían en un escenario real de una planta nuclear. El objetivo último del regulador sería requerir el cumplimiento de los CRA por los valores reales, y no por los calculados.

Un ejemplo se encuentra en la regulación de los USA relativa a los análisis de LOCA/ECCS para reactores nucleares de agua ligera (LWR). En ella, se establecieron por vez primera las magnitudes de seguridad y sus límites de aceptación [15]. Al mismo tiempo, se impusieron requisitos estrictos sobre la metodología de cálculo [16]. Sin embargo, los límites reguladores establecidos no fueron específicos para este tipo de metodologías; la buena prueba es que se mantuvieron cuando, en 1988, la regulación permitió el uso de metodologías realistas en los análisis de LOCA/ECCS.

Aceptando que los CRA se refieren, en última instancia a las magnitudes de seguridad en un escenario real (y no calculado), el problema es, precisamente, que esos valores reales no se conocen, y se tienen que reemplazar con predicciones de modelos; por eso, los CRA se imponen a las magnitudes

calculadas. Pero del cumplimiento del CRA por la magnitud calculada no se deriva automáticamente el mismo cumplimiento por parte de la magnitud real. Es necesario, además, demostrar que el cálculo reproduce “adecuadamente” el valor real. Ese es el objetivo básico que debe tener la validación de la metodología.

Cuando se valida un modelo, se comprueba la cercanía de sus predicciones a los datos reales. Para ello deben definirse y utilizarse métricas o distancias entre valores predichos y reales. De la misma forma, la validación de una metodología de seguridad requiere la cuantificación de la distancia entre valores calculados y reales. Pero se requieren métricas especiales, adecuadas para magnitudes de seguridad. Un ejemplo son los márgenes probabilistas que se han definido y estudiado en el capítulo 4.

En lo que resta del presente capítulo, se desarrollarán los fundamentos del proceso de validación para metodologías DSA, tanto las conservadoras como las BEPU.

5.3 Validación de metodologías conservadoras.

Consideremos una metodología DSA conservadora, aplicable a un escenario base de diseño T, y cuyo criterio regulador de aceptación sea (2.19), equivalente a

$$Z_c < L \tag{5.1}$$

donde Z es una magnitud escalar transformada de Y. El subíndice C precisa que la magnitud se ha calculado de forma conservadora.

Supongamos que se pretende validar la metodología. En concreto, consideremos un ejercicio específico de validación, en el que se utilicen datos obtenidos en un escenario T^* ocurrido en una planta real o una instalación experimental integral. Existen, por tanto, valores medidos de Y^* , que es el valor que alcanza Y en T^* . Se asume que T^* es un escenario similar a T , en el sentido de que la instalación donde se desarrolla reproduce a escala la planta nuclear, y ambos escenarios son similares, básicamente dominados por los mismos fenómenos físicos. Por tanto, la metodología de cálculo se puede aplicar al escenario T^* .

El objetivo final del análisis de seguridad de T es, a efectos del regulador, demostrar que el valor real en el escenario T cumple el CRA:

$$Z_{real} < L \quad (5.2)$$

donde Z_{real} es el transformado del valor real de Y , que suponemos no es una variable incierta.

La validación tiene que traducirse en una condición que, junto con (5.1), permita concluir (5.2). Es evidente que

$$Z_{real} < Z_C \quad (5.3)$$

es la condición buscada, y establece que la metodología es, efectivamente, conservadora. (5.3) se puede expresar en términos de la magnitud original Y ,

$$Y_{real} \prec Y_C \quad (5.4)$$

que incluye el símbolo $\prec$, “menos severo que”.

El problema es que el valor real de Z durante el escenario T es desconocido. Sin embargo, sí conocemos ese valor para el escenario de validación T*. Supongamos que se pueda demostrar que

$$Z_{real}^* < Z_C^* \Rightarrow Z_{real} < Z_C \quad (5.5)$$

donde el asterisco marca los valores de Z para el transitorio de validación T*.

Se cumplirá entonces que

$$Z_{real}^* < Z_C^* \quad y \quad Z_C < L \Rightarrow Z_{real} < L \quad (5.6)$$

Por tanto, tomaremos

$$Z_{real}^* < Z_C^* \quad (5.7)$$

como criterio o condición de validación para el escenario T*. A su vez, (5.5) puede interpretarse como una condición de extrapolación: el cumplimiento del criterio de validación (5.7) puede extrapolarse desde el escenario T* al T. En otras palabras, el conservadurismo de la metodología se demuestra para T* y después se extrapola a T.

Una manera de hacer que (5.5) se cumpla es que exista algún tipo de penalización que sólo actúe en el análisis de escenarios base de diseño de la planta, y, en cambio, no se aplique en los análisis de escenarios de validación.

La figura 5.1 explica cómo la conjunción entre el cumplimiento de 3 criterios (el regulador o de licencia (5.1) para los cálculos, el de validación del conservadurismo de la metodología (5.7) y el de extrapolación de dicho conservadurismo a planta (5.5)) asegura finalmente el cumplimiento del criterio

(5.2), que es, desde el punto de vista del regulador, el objetivo final del análisis de seguridad para Z

Figura 5.1: La conjunción entre criterios de licencia, validación y extrapolación a planta (Metodologías conservadoras).

5.4 Validación de metodologías BEPU.

Supongamos ahora que el mismo escenario base de diseño T considerado en el apartado anterior se analiza con una metodología BEPU. El CRA es ahora

$$PR_S \{PR_Z \{Z < L\} \geq P_0\} \geq C_0 \quad (5.8)$$

donde Z es el valor calculado con la metodología. Suponemos que la incertidumbre de Z se conoce mediante una muestra aleatoria S . En términos del cuantil de orden P_0 de Z , (5.8) se reescribe como

$$PR_S \{P_0 Z < L\} \geq C_0 \quad (5.9)$$

Se asume que el objetivo final del análisis es demostrar la condición (5.8) para el valor real de Z :

$$PR_S \{PR_{Z_{real}} \{Z_{real} < L\} \geq P^*\} \geq C^* \quad (5.10)$$

Mantenemos la probabilidad de segundo orden en (5.10), por semejanza con (5.8) y entendiendo que la probabilidad interna se refiere a la incertidumbre sobre el valor de Z_{real} , y la externa remite a la incertidumbre sobre la propia probabilidad interna. Los valores de P^* y C^* deben ser altos, aunque no tienen por qué coincidir con los de P_0 y C_0 en (5.8).

El principal objetivo de la validación de la metodología es aportar una información que, unida al cumplimiento del CRA (5.8) por el valor calculado de Z , permita deducir el cumplimiento de (5.10) por parte de su valor real.

Supondremos, como en la sección 5.3, que Z_{real} tiene un valor fijo (sin incertidumbre) pero desconocido. Es decir, se trata de una cantidad cuya incertidumbre no es aleatoria, sino epistémica, como le ocurre al cuantil de orden P_0 de Z . (5.10) se reduce entonces a

$$PR\{Z_{real} < L\} \geq C_0^* \quad (5.11)$$

que es una expresión análoga a (5.9), y donde la probabilidad representa la incertidumbre epistémica respecto al valor de Z_{real} . Si éste se conociera perfectamente, la probabilidad en (5.11) sería 0 ó 1. En el formalismo bayesiano de la estadística, donde los parámetros desconocidos se consideran variables aleatorias, una expresión como (5.11) es más sencilla de entender, y la probabilidad se puede interpretar como un grado de creencia.

Supongamos que $P_1 < P_0$. Se cumple entonces la siguiente implicación:

$$(Z_{real} <_{P_1} Z) \text{ y } (Z_{P_0} < L) \Rightarrow Z_{real} < L \quad (5.12)$$

Si se aplica la desigualdad de Bonferroni a (5.12), se obtiene

$$PR\{Z_{real} < L\} \geq PR\{Z_{real} <_{P_1} Z\} + PR\{Z_{P_0} < L\} - 1 \quad (5.13)$$

La desigualdad (5.13) permite establecer una condición suficiente para que la confianza en que el valor real de Z cumpla el CRA sea alta, y es que los dos sumandos en el segundo miembro tengan valores altos (cerca de 1). Si la magnitud calculada cumple el CRA (5.9), el segundo sumando es mayor o igual al valor regulador C_0 , que es alto (su valor estándar es 0.95).

El primer sumando es desconocido, por serlo el valor real de la magnitud Z durante el accidente. Sin embargo, esa misma probabilidad puede calcularse

para el escenario de validación T^* . Supongamos que el valor calculado de Z^* cumple la siguiente condición:

$$PR_{S^*} \{Z_{real}^* < P_1 Z^*\} \geq C_1 \quad (5.14)$$

donde P_1 y C_1 son números comprendidos entre 0 y 1, cuyos valores discutiremos más adelante. Se considera que el valor Z^* se calcula con incertidumbre; parece lógico que los cálculos para validar una metodología BEPU se hagan con incertidumbre. S^* designa la muestra aleatoria de Z^* con la que se comprueba la condición.

El criterio (5.14) se reescribe como

$$PR_{S^*} \{PR_{Z^*} \{Z_{real}^* < Z^*\} \geq 1 - P_1\} \geq C_1 \quad (5.15)$$

Es claro que este “criterio de validación” tiene la misma estructura formal que el CRA en los análisis de licencia: ambas expresiones, (5.8) y (5.15), contienen probabilidades de segundo orden y unos niveles estipulados de tolerancia aplicados a magnitudes calculadas. La diferencia estriba en que:

- En (5.8) la magnitud calculada debe estar por debajo del límite regulador de aceptación con nivel de tolerancia (P_0, C_0) .
- En (5.15) la magnitud calculada debe estar por encima de su valor real medido con nivel de tolerancia $(1-P_1, C_1)$.

(5.15) requiere que la metodología de cálculo de Z^* sea conservadora con un nivel de tolerancia $(1-P_1, C_1)$. Nótese que no estamos hablando de metodologías conservadoras, como las del apartado 5.3, sino de metodologías BEPU que tienen un cierto grado de conservadurismo. No es un término

contradictorio; aunque la metodología utilice modelos predictivos realistas, puede incluir elementos que le den un sesgo conservador (es decir, hacia valores más severos que los que se alcanzarían en la realidad).

De acuerdo, con la teoría desarrollada en el capítulo 4, la probabilidad

$$PR_Z \{Z_{real}^* < Z^*\} \quad (5.16)$$

es el margen de análisis o analítico de Z^* ; es decir, el margen (probabilista) existente entre el valor real de Z^* y su valor calculado. La probabilidad representa únicamente la incertidumbre de cálculo de Z^* , porque en este ejemplo no se considera incertidumbre en el valor real. El margen analítico puede interpretarse como el grado de conservadurismo (GC) de cálculo de Z^* . El criterio de validación (5.15) requiere un GC de al menos $(1-P_1)$, con un nivel específico de confianza estadística (C_1).

En ese sentido, $1-P_1$ puede definirse como el nivel o grado de conservadurismo requerido a la metodología. La probabilidad externa en (5.15) se refiere a la incertidumbre en la probabilidad interna. Si el criterio de validación se comprueba mediante una MAS de Z^* , la incertidumbre externa es la producida por el tamaño finito de la muestra.

Para poder demostrar que el primer sumando del lado derecho en (5.13) es grande, necesitaríamos un criterio de extrapolación análogo a (5.5), pero adecuado para metodologías BEPU. Un criterio directo sería el siguiente:

$$PR_S \{Z_{real} <_{P_1} Z\} \geq PR_S \{Z_{real}^* <_{P_1} Z^*\} \quad (5.17)$$

Y uno más fuerte (que implica el anterior) es

$$PR_Z \{Z_{real} < Z\} \geq PR_{Z^*} \{Z_{real}^* < Z^*\} \quad (5.18)$$

La probabilidad en el primer miembro de (5.18) es el margen analítico de Z; es decir, su GC. Tanto (5.17) como (5.18) vienen a expresar, con diferente intensidad, que la metodología es más conservadora cuando se aplica, en licencia, a un DBS, que cuando se utiliza en ejercicios de validación. Son condiciones de extrapolación, que exigen que el grado de conservadurismo comprobado en la validación se pueda extrapolar a la aplicación de licencia de la planta.

Si se cumplen (5.17) o (5.18), el criterio de validación (5.15) puede extrapolarse desde el escenario T* al escenario de planta T, resultando en

$$PR_S \{Z_{real} <_{P_1} Z\} \geq C_1 \quad (5.19)$$

(5.19) establece un grado de conservadurismo mínimo $(1-P_1)$, con un nivel de confianza estadística de al menos C_1 , para la aplicación de la metodología al escenario T. La condición de extrapolación (5.18) establece que el GC de la metodología no debe ser menor en su aplicación a escenarios base de diseño en planta que en su aplicación a escenarios experimentales u otros datos de referencia.

Una forma evidente de que se cumplan las condiciones de extrapolación (5.17) ó (5.18) consiste en introducir penalizaciones o conservadurismos en la metodología que sólo se utilicen en cálculos de licencia, y no aparezcan, en cambio, en cálculos de validación.

Si, además, se cumple el criterio regulador de licencia (5.9), la desigualdad (5.13) permite concluir que

$$PR\{Z_{real} < L\} \geq C_1 + C_0 - 1 \quad (5.20)$$

Basta asignar a C_0 y C_1 valores que cumplan

$$C_0^* \leq C_1 + C_0 - 1 \quad (5.21)$$

para asegurar el cumplimiento del criterio (5.11), que para el regulador constituiría una especie de “criterio último” u objetivo de seguridad. La desigualdad (5.21) implica que C_0^* no puede superar los valores de C_0 y C_1 . En el actual marco regulador, el valor de C_0 está fijado en un valor 0.95. Por tanto, C_0^* no puede superar ese valor. Si $C_0=C_1=0.95$, se asegura un valor de 0.90 para C_0^* .

En definitiva, si se cumplen las 3 condiciones siguientes:

- La metodología BEPU para el cálculo de Z es validada, en escenarios experimentales, como conservadora a nivel $(1-P_1, C_1)$, y
- Se puede extrapolar esa validación al escenario base de diseño en la planta, y
- La aplicación de la metodología al DBS resulta en que se cumple el CRA,

entonces se asegura el cumplimiento del CRA por el valor real de Z con un alto nivel de confianza o probabilidad.

La figura 5.3 muestra cómo el cumplimiento del citado “criterio último” se sustenta en el de otros 3 criterios: el CRA de licencia para el escenario base de diseño, el de validación de la metodología y el que permite extrapolar la validación al escenario de planta.

(5.19) exige que la metodología tenga, en su aplicación a licencia, un GC de, al menos, $1-P_1$. Cuanto mayor es P_1 , menor es la exigencia sobre el GC. Si P_1 es pequeño, cercano a cero, la metodología es conservadora. Si P_1 está en el entorno de 0.5, se permite que la metodología sea insesgada (como las basadas en modelos primordialmente realistas). Cuando P_1 es cercano a 1, se permite que la metodología sea, incluso, anticonservadora, tendente a producir valores de magnitudes de seguridad menos limitantes que los valores reales (fig 5.2).

La condición $P_1 \leq P_0$ implica $1-P_0 \leq 1-P_1$, así que, en nuestro ejemplo, el GC requerido a la metodología no puede bajar de $1-P_0$. Para el nivel regulador estándar $P_0=0.95$, el GC de la metodología debe ser, al menos, de 0.05. Es decir, para sustentar esta condición suficiente es preciso que la metodología no sea demasiado anticonservadora.

Figura 5.2: Metodologías BEPU con carácter realista, conservador y anticonservador.

Figura 5.3: La conjunción entre criterios de licencia, validación y extrapolación a planta (Metodologías BEPU).

5.5 El esfuerzo computacional para cálculos de licencia y de validación.

En el caso simplificado que estamos desarrollando, el análisis de licencia consiste en estimar un cuantil de orden alto de Z y compararlo con un límite superior regulador; y el ejercicio de validación consiste en estimar un cuantil de orden menor al anterior y compararlo con un límite inferior (que es el valor real de Z).

Ilustremos el proceso mediante el uso del método no paramétrico de Wilks, el más conocido y aplicado en el ámbito BEPU, tanto para comprobar el criterio de validación (o conservadurismo) (5.14) como para comprobar el CRA (5.9) en un análisis de licencia.

Para verificar (5.9), suponemos obtenida una muestra aleatoria simple S de tamaño n de la magnitud Z . A partir de S construimos un límite superior de tolerancia de nivel (P_0, C_0) , $Z_U(S)$, que cumple

$$PR_S \{ Z < Z_U(S) \} \geq C_0 \quad (5.22)$$

y comprobamos que, para la MAS obtenida, es $Z_U(S) < L$. La aplicación más simple del método de Wilks utiliza el máximo de la muestra (es decir, el estadístico de orden n) como límite superior de tolerancia:

$$Z_U(S) = Z_{n:n} \quad (5.23)$$

La fórmula de Wilks es, en este caso

$$C_0 \leq 1 - P_0^n \quad (5.24)$$

De (5.24) se obtiene el mínimo tamaño de muestra requerido, que ya se dio en (3.20)

$$n_{\min} = \left\lceil \frac{\log(1 - C_0)}{\log P_0} \right\rceil \quad (5.25)$$

Para un valor fijo de C_0 , $n_{\min}$ es función creciente de P_0 . Esto ilustra el hecho bien conocido de que, cuanto mayor es el orden del cuantil, mayor es la muestra de Monte Carlo necesaria para construirle un límite de confianza.

La figura 5.4 representa $n_{\min}$ frente a P_0 en (5.25), con $C_0=0.95$. Puede verse que el tamaño de muestra aumenta lentamente hasta un orden de 0.85 aproximadamente. A partir de ahí hay un aumento muy rápido.

Para $C_0=P_0=0.95$, (5.25) da $n_{\min}=59$, número bien conocido en el método de Wilks.

Figura 5.4: Tamaño mínimo de muestra frente a P_0 para $C_0=0.95$, según (5.25).

Para comprobar el criterio (5.14) de validación (o de conservadurismo) en el escenario T^* se supone que se dispone de S^* , que es una MAS de tamaño m de Z^* . A partir de S^* se construye un límite inferior de tolerancia $Z_L(S^*)$ de nivel $(1-P_1, C_1)$, tal que

$$PR_{S^*} \{Z_L(S^*) <_{P_1} Z^*\} \geq C_1 \quad (5.26)$$

Si se cumple, para la muestra obtenida S^* , que $Z_L(S^*) \geq Z_{\text{real}}^*$, la condición (5.14) se satisface. Supongamos que utilizamos el mínimo de la muestra (es decir, el estadístico de orden 1) como límite inferior de tolerancia. La fórmula de Wilks es, entonces

$$C_1 \leq 1 - (1 - P_1)^m \quad (5.27)$$

de donde se deduce el tamaño mínimo de muestra necesario

$$m_{\min} = \left\lceil \frac{\log(1 - C_1)}{\log(1 - P_1)} \right\rceil \quad (5.28)$$

La figura 5.5 muestra la variación de $m_{\min}$ con P_1 según (5.28), tomando $C_1=0.95$. Es una curva simétrica a la mostrada en la figura 5.4.

Figura 5.5: Tamaño mínimo de muestra frente a P_1 para $C_1=0.95$, según (5.28).

Cuando P_1 es alto, y $P_1 \geq C_1$, se obtiene $m_{\min}=1$; es decir, basta una muestra de un solo elemento para comprobar el criterio de validación (5.14). Si tal valor, muestreado al azar de Z , es mayor que el valor real de referencia, el criterio se cumple.

Para un valor fijo de C_1 , $m_{\min}$ es una función decreciente de P_1 : cuanto menor es el orden del cuantil al que se quiere poner un límite inferior de confianza, mayor es la muestra de Monte Carlo necesaria. Para un cuantil de orden bajo, la operación es tan costosa como la de poner un límite superior de confianza a un cuantil de orden alto; en ambos casos es necesario muestrear las colas de la distribución. Si $P_1=0.05$ y $C_1=0.95$, el tamaño mínimo de muestra es 59.

El tamaño $m_{\min}$ es una función creciente del nivel de confianza C_1 . Cuando P_1 es alto, el aumento de C_1 no magnifica el tamaño de muestra. Para $P_1=0.95$, un valor de $C_1=0.99$ da $m_{\min}=2$, y $C_1=0.999$ da $m_{\min}=3$. La conclusión es que, para un valor alto de P_1 , hacer el lado derecho de (5.13) muy cercano a C_0 supone un coste computacional muy modesto en el ejercicio de validación.

Estos resultados son generalizables, siempre que se utilice el método de Wilks. Cuanto mayor (resp. menor) es el orden del cuantil al que se quiere poner un límite superior (resp. inferior) de confianza, mayor es el tamaño de muestra necesaria, y más grande, por tanto, el esfuerzo computacional necesario.

Esta afirmación se puede generalizar a otros métodos de estimación de cuantiles, incluso a aquellos que no requieren, estrictamente, de un tamaño mínimo de muestra, porque sí pueden requerirlo de manera efectiva. Cuanto mayor la muestra, mayor precisión la del estimador; si el analista quiere

estimadores suficientemente precisos, debe tomar una muestra suficientemente grande.

En particular, a mayor conservadurismo de una metodología BEPU, mayor es el esfuerzo computacional que requiere el proceso de validación. Este resultado puede sorprender, porque, en el ámbito del DSA, las metodologías conservadoras requieren bajos costes computacionales. Sin embargo, aquí no estamos tratando la categoría de las metodologías conservadoras, sino el grado de conservadurismo de las metodologías BEPU.

5.6 El balance entre grado de conservadurismo y nivel regulador de cobertura.

La desigualdad (5.20) indica que valores adecuadamente altos de los niveles de confianza C_0 y C_1 aseguran un nivel alto de confianza sobre el cumplimiento de los límites reguladores por las consecuencias de un DBS real. Condición necesaria para poder aplicar (5.20) es $1-P_1 \geq 1-P_0$; es decir, el GC requerido a la metodología no puede ser menor que $1-P_0$. Es la traducción al ámbito BEPU de lo que se dedujo para metodologías conservadoras, en las que la validación es un proceso que permite comprobar precisamente el carácter conservador. En el caso BEPU, se le exige a la metodología un grado mínimo de conservadurismo, definido de manera probabilista.

Siguiendo nuestra definición probabilista de margen, la probabilidad en el lado izquierdo de (5.20) podría asimilarse al margen desde el valor verdadero (y

desconocido) de la magnitud Z hasta el límite regulador L . La probabilidad recoge la ignorancia respecto a si el valor real de Z es efectivamente menor que L . Dicho margen epistémico puede considerarse como la superposición de otros dos: el que va desde el valor real al calculado (margen de análisis), y el que va del valor calculado al límite regulador (margen de licencia).

En el esquema presentado, P_0 da el valor requerido para el margen de licencia, y $1-P_1$ el valor requerido para el margen de análisis (que es el grado de conservadurismo). Cuanto mayor es P_0 , mayor margen de licencia exige el CRA. Cuanto menor es P_1 , mayor conservadurismo se le exige a la metodología. La condición $P_1 \leq P_0$ establece una relación entre los valores requeridos para ambos márgenes; se puede reescribir como:

$$P_0 + (1 - P_1) \geq 1 \quad (5.29)$$

(5.29) define, dentro del cuadrado $(0,1) \times (0,1)$ en el plano $(1-P_1, P_0)$, la región por encima de la diagonal secundaria (figura 5.6). Fijado P_0 , los valores aceptables de $1-P_1$ están en el segmento $(P_0, 1)$. Cuanto mayor es P_0 , más ancho es el intervalo de valores permitidos de $1-P_1$, y recíprocamente. Si P_0 es pequeño, el grado de conservadurismo requerido a la metodología es grande; si $1-P_1$ es pequeño (es decir, no hay exigencia de conservadurismo a la metodología), entonces P_0 debe ser grande.

La diagonal secundaria del cuadrado

$$P_0 + (1 - P_1) = 1 \quad (5.30)$$

es el lugar geométrico $P_0 = P_1$, y proporciona el requisito mínimo para que se pueda aplicar la desigualdad de Bonferroni (5.13). Fijado P_0 , (5.30) da el

mínimo GC que debe tener la metodología. Recíprocamente, conocido el GC de la metodología, (5.30) da el mínimo ML que se exigiría a la metodología. Así que los valores requeridos de margen de licencia y margen analítico son complementarios; si crece uno, decrece el otro.

En la sección 5.5 se ha probado que, utilizando el método de Wilks, a mayor valor de P_0 es mayor el esfuerzo computacional necesario para comprobar el CRA; y a mayor valor de $1-P_1$ es más grande el coste computacional para comprobar el criterio de validación. Por tanto, (5.30) nos dice que los costes computacionales de análisis de licencia y de validación también tienen una relación inversa.

En el esquema regulador actual para metodologías BEPU, se asigna a P_0 un valor alto (el estándar es 0.95) y, en cambio, no se impone explícitamente ningún grado mínimo de conservadurismo a la metodología. La figura 5.6 muestra que, para valores altos de P_0 , prácticamente no hay restricción sobre el GC de la metodología. Si el analista quiere minimizar gasto computacional, elegirá el valor mínimo de $1-P_1$, que es $1-P_0$; y podrá entonces elegir entre metodologías conservadoras, realistas o anticonservadoras, siempre que su GC sea mayor que $1-P_0$. Puesto que en BEPU se utilizan modelos predictivos realistas, hay una tendencia a que las metodologías sean insesgadas o realistas, aunque nada impide elegir metodologías anticonservadoras. En este caso, el análisis de licencia será computacionalmente costoso, mientras que el ejercicio de validación podrá ser mucho más económico.

Figura 5.6 : Relación entre grado de conservadurismo y margen de licencia requeridos

La regulación actual no contempla la posibilidad de rebajar los valores de P_0 , incluso de asignarle valores medios o bajos. Si el regulador disminuyera el valor de P_0 , el valor de $1-P_1$ estaría constreñido a valores más altos, y se requeriría mayor GC a la metodología. Incluso un valor pequeño de P_0 sería posible, pero sólo a costa de un $1-P_1$ muy alto; es decir, de una metodología muy conservadora. En ese caso, la comprobación de los CRA de licencia sería computacionalmente económica; por el contrario, los ejercicios de validación serían costosos.

¿Tiene sentido una metodología BEPU muy conservadora? Es, prácticamente, una contradicción en los términos. Utilizar modelos predictivos mecanicistas y detallados para, simultáneamente, introducir penalizaciones que acaben llevando a un resultado muy conservador es, como mínimo, ineficiente. En ese caso, más vale utilizar, en lugar de BEPU, una metodología conservadora (de las descritas en la sección 5.3), donde los modelos predictivos sean más sencillos y claramente pesimistas, y cuya aplicación sea muy económica. Así que la opción de establecer un valor pequeño de P_0 no parece nada recomendable.

Los tamaños mínimos de muestra (5.25) y (5.28) son indicadores de coste computacional de licencia y validación, respectivamente, en nuestro caso simplificado. La suma de ambos tamaños

$$N_{TOT} = \left\lceil \frac{\log(1-C_0)}{\log P_0} \right\rceil + \left\lceil \frac{\log(1-C_1)}{\log(1-P_1)} \right\rceil \quad (5.31)$$

sería un indicador aproximado del coste computacional total. La figura 5.7 muestra el tamaño (5.31) en el caso de requisito mínimo $P_1=P_0$ y niveles de

confianza $C_0=C_1=0.95$. Es una curva simétrica producida por la suma de dos curvas que son imágenes especulares entre sí. La curva alcanza un mínimo cuando $P_1=P_0=0.5$, y se mantiene en valores cercanos al mínimo en un intervalo considerable de valores de P_0 (entre 0.2 y 0.8).

Figura 5.7: Tamaño total de muestra (licencia + validación) en el caso de requisito mínimo $P_1=P_0$

Son los valores intermedios de P_0 los que, en este caso simplificado, llevan a un bajo coste computacional.

Si el regulador decidiera asignar un valor intermedio a P_0 , el GC requerido también estaría en valores intermedios; la metodología podría ser realista o tener un ligero carácter conservador (o anticonservador).

En ese caso, los costes computacionales disminuirían, porque los criterios de aceptación de licencia y validación ya no se referirían a cuantiles extremos de las magnitudes de seguridad, sino a cuantiles de orden medio.

Una cuestión habitual en el ámbito BEPU es el motivo de la asignación estándar del nivel regulador de tolerancia al valor (95, 95), y las posibles alternativas a ese valor. En este apartado se ha contestado a ambas preguntas. El nivel regulador de cobertura P_0 no tiene por qué ser cercano a 1. Puede tomar valores tan bajos como se quiera, con tal de que se impongan requisitos en consonancia al conservadurismo de los cálculos. Valores demasiado bajos de P_0 no son adecuados, porque requieren un gran conservadurismo, incompatible con el planteamiento BEPU.

En cambio, el nivel regulador de confianza, C_0 , sí debe ser cercano a 1; de lo contrario, no se puede asegurar una alta confianza del regulador en el objetivo final de seguridad: que las consecuencias de un escenario real cumplan los CRA de licencia.

5.7 La validación en el mundo real

El análisis llevado a cabo en este capítulo sobre la validación de metodologías de DSA ha seguido el hilo conductor de un caso simplificado, donde la validación de la metodología utiliza un único escenario de referencia, ocurrido en una instalación experimental.

¿Pueden extenderse las conclusiones aquí obtenidas al proceso de validación de metodologías BEPU usadas en la práctica? Existen notables diferencias entre las dos situaciones. En el caso real, la validación es un proceso más complicado, porque suele haber varios escenarios de referencia, correspondientes a diferentes experimentos e instalaciones experimentales. Y, una vez validada, la metodología se puede aplicar repetidas veces a análisis de licencia. Hay un hecho esencial que se mantiene: cuanto más conservadora es la metodología BEPU, más costosa (desde el punto de vista de tamaño de muestra de Monte Carlo) es la validación requerida; cuanto mayor es el nivel regulador P_0 , más costosa (desde el mismo punto de vista) es la aplicación a licencia.

En nuestro caso simplificado, los valores de la magnitud de seguridad Z provienen de un único experimento; la muestra S^* de valores de Z^* se obtiene de la propagación de incertidumbres de inputs a través de los modelos. En los procesos reales de validación, en cambio, puede haber numerosos experimentos de referencia, que provean valores medidos de la magnitud. No es infrecuente que, en esos casos, los valores calculados para comparación con los medidos se obtengan sin incertidumbre (pese a que se use una metodología BEPU), asignando a los inputs valores medidos y especificados.

En ese caso, la base de datos de validación está formada por N pares de valores

$$S \equiv \{(Z_{real}(i), Z_{calc}(i)) \mid i = 1, \dots, N\} \quad (5.32)$$

Estos datos pueden utilizarse para estimar el margen analítico (5.16); para ello, se pueden aplicar métodos de estimación de probabilidades, como los descritos en la sección 3.4.

En (5.13) se ha utilizado la desigualdad de Bonferroni para acotar la probabilidad de $Z_{real} < L$. Una alternativa es la siguiente

$$PR\{Z_{real} < L\} = PR_Z\{Z_{real} - Z < L - Z\} \quad (5.33)$$

donde la magnitud calculada Z se ha restado de cada miembro de la desigualdad, y la incertidumbre epistémica se ha “reemplazado” por la incertidumbre de cálculo de Z . La magnitud $Z_{real} - Z$ representa el error o discrepancia entre magnitud real y calculada. Se puede estimar (como variable incierta) a partir de una base de datos del tipo (5.32), que refleja la incertidumbre debida a la imperfección de los modelos de cálculo. Por otra parte, la variable $L - Z$ se estima a partir del análisis de licencia. Una posibilidad es que en dicho análisis se excluya la incertidumbre de los parámetros de modelo. Finalmente, la probabilidad del segundo miembro en (5.33) se calcula considerando que las dos cantidades comparadas son independientes.

En definitiva, se está sustituyendo una magnitud desconocida (Z_{real}) por la discrepancia $Z_{real} - Z$ obtenida de bases de datos experimentales.

Es obvio que este procedimiento para estimar la probabilidad de (5.2) es conservador (resp. anticonservador) precisamente cuando (5.2) es cierto (resp. falso).

Una continuación del trabajo presentado en esta tesis tendría que abordar la manera de calcular el margen analítico o GC de la metodología mediante la combinación de los resultados de múltiples ejercicios de validación.

5.8 La validación con metodologías BEPU.

En el ámbito del análisis determinista de plantas nucleares, las metodologías conservadoras aún encuentran uso. Su simplicidad y economía de desarrollo y aplicación pueden compensar su excesivo sesgo pesimista y su pobre capacidad predictiva. Como se ha dicho en la sección 5.3, la validación no es sólo necesaria para metodologías BEPU, sino también para metodologías conservadoras.

La validación de modelos computacionales se basa en comparaciones de sus predicciones con datos reales; pero, a veces, se recurre a comparaciones con datos calculados con modelos consolidados, que pueden sustituir a la realidad experimental. El motivo puede ser la dificultad o los problemas económicos para recabar datos reales. Lo lógico es que para validar un modelo se utilicen modelos más avanzados que él.

Algo similar ocurre con las metodologías, de manera que una metodología avanzada (típicamente BEPU) y validada puede utilizarse en la validación de otra metodología conservadora [45].

Consideremos de nuevo la magnitud de seguridad escalar y continua Z , con límite superior L , calculada durante un DBS. Supongamos que se dispone de 2 metodologías para calcularla. Una, a la que llamaremos metodología B, que es BEPU y ya está validada, de manera que es perfectamente aplicable a licencia; y otra, conservadora, que llamaremos metodología K. Se asume que los modelos predictivos contenidos en K han tenido su propio proceso de V&V individual. El objetivo es emplear la metodología BEPU B para validar la metodología K, y poder utilizar ésta en cálculos de licencia.

El CRA para B tiene la forma

$$PR_S \{ {}_{P_0} Z_B < L \} \geq C_0 \quad (5.34)$$

mientras que para K es:

$$Z_K < L \quad (5.35)$$

Z_B y Z_K son los valores de Z calculados con B y K, respectivamente. S es la muestra aleatoria de valores de Z utilizada en la comprobación del CRA.

Un criterio para la validación de la metodología BEPU tendría la forma:

$$PR_{S^*} \{ {}_{P_2} Z_B < Z_K \} \geq C_2 \quad (5.36)$$

significando que K es *conservadora con respecto* a B a un nivel de tolerancia (P_2, C_2) , que debería escogerse no inferior al nivel regulador: $P_2 \geq P_0$ y $C_2 \geq C_0$. S^* es la muestra aleatoria de Z_B usada en la validación.

La implicación

$$\left({}_{P_2}Z_B < Z_K \right) \text{ y } \left(Z_K < L \right) \Rightarrow {}_{P_2}Z_B < L \quad (5.37)$$

lleva, por aplicación de la desigualdad de Bonferroni, a

$$PR\left\{{}_{P_0}Z_B < L\right\} \geq PR\left\{{}_{P_2}Z_B < Z_K\right\} + PR\left\{Z_K < L\right\} - 1 \quad (5.38)$$

que, suponiendo ciertos (5.35) y (5.36), resulta en

$$PR_S\left\{{}_{P_0}Z_B < L\right\} \geq C_2 \quad (5.39)$$

Puesto que $C_2 \geq C_0$, se concluye que se satisface el criterio de aceptación BEPU (5.34).

Por tanto, si la metodología K se valida según (5.36), puede después aplicarse a licencia. El cumplimiento del CRA conservador por parte de Z_K aseguraría el cumplimiento del CRA BEPU por parte de la magnitud Z_B , sin tener que calcularla.

La satisfacción del criterio de validación (5.36) se puede comprobar mediante los métodos descritos en el capítulo 3. Específicamente, podría hacerse mediante el cálculo de un límite superior de tolerancia de nivel (P_2, C_2) para Z_B y su comparación con Z_K . Si se utilizara el método de Wilks, el tamaño de muestra necesario sería función creciente de los niveles P_2 y C_2 .

El criterio de validación (5.36) sirve para introducir un nuevo margen probabilista: el que va desde un valor calculado de manera BEPU a uno calculado de forma conservadora:

$$MS(Z_B, Z_K) \equiv PR_{Z_B} \{Z_B < Z_K\} \quad (5.40)$$

Es un MS similar al analítico, y representa un *grado de conservadurismo relativo* entre dos metodologías.

6. CONCLUSIONES.

Esta Tesis representa una contribución al estudio de las bases teóricas, desde el punto de vista regulador, de las metodologías de mejor estimación con incertidumbre (BEPU) en análisis determinista de seguridad (DSA) de plantas nucleares.

- 1) Se ha analizado la introducción de la incertidumbre de cálculo en los criterios reguladores de aceptación (CRA) del DSA. Se han enunciado posibles formas de los CRA para metodologías BEPU, dependiendo del tratamiento de las dos incertidumbres implicadas: la de cálculo y la epistémica o metaincertidumbre.
- 2) Se han discutido los posibles métodos estadísticos para comprobar el cumplimiento de los CRA para cálculos BEPU. Se han establecido tres categorías de métodos, y, dentro de cada una, se han descrito y analizado los métodos más utilizados y de más significación reguladora. Asimismo, se ha discutido la diferencia entre usar el modelo predictivo original y sustituirlo por un metamodelo o emulador.
- 3) Respecto a la situación en que existen varios criterios de aceptación simultáneos (CRA múltiple), se han distinguido dos casos
 - Cuando todas las magnitudes de seguridad provienen de un mismo cálculo, o cuando están disponibles suficientes valores muestrales de cada una de ellas; en tal caso, el problema

puede reducirse al caso de un CRA simple para una magnitud transformada.

- Cuando los criterios individuales se deben comprobar con modelos y cálculos independientes; se demuestra, entonces, que el cumplimiento de cada criterio individual a un nivel de tolerancia aumentado (respecto al que establece el regulador) asegura el cumplimiento del criterio conjunto.

4) Se ha propuesto una definición probabilista de margen de seguridad.

Desde el punto de vista matemático, corresponde a una métrica o distancia que no cumple la propiedad simétrica, definida en el rango de las magnitudes de seguridad. Se ha aplicado la definición a la consideración de distintos márgenes en el análisis BEPU (de licencia, analítico, de barrera). Se han discutido las ventajas de esta definición probabilista en el ámbito de las metodologías BEPU. Se ha deducido, asimismo, una fórmula de acotación de un margen total en términos de la suma de márgenes intermedios.

5) Como aplicación del margen probabilista, se ha estudiado la estimación del grado de conservadurismo de límites de tolerancia para magnitudes de seguridad. Se han propuesto indicadores de conservadurismo para límites de tolerancia, derivados de márgenes probabilistas. Con ellos se ha comparado el conservadurismo de distintos límites de tolerancia, contruidos con el método no paramétrico de Wilks y con el método normal, y se ha comprobado la influencia del tamaño de muestra.

6) Se ha discutido el tópico de validación de metodologías BEPU, que hasta el momento prácticamente no se había abordado en este campo de la Seguridad Nuclear. Se propone el establecimiento de criterios de aceptación para la validación, similares a los CRA de licencia, y que son requisitos sobre el grado de conservadurismo o margen analítico de la metodología:

- Admitiendo que el objetivo último del regulador es comprobar que hay suficiente margen entre las magnitudes de seguridad que se producirían en un escenario real y los límites de aceptación reguladores, se han establecido condiciones suficientes para ello, sobre el margen de licencia y el margen analítico.
- Se ha demostrado que existe una relación entre los niveles de cobertura requeridos para los criterios de aceptación de licencia y de validación, que permite explorar posibles posiciones reguladoras diferentes a la actual. Si se fija el nivel de cobertura para los CRA de licencia, existe un grado de conservadurismo mínimo, dependiente del citado nivel, que debe cumplirse para conseguir la condición suficiente antes citada.
- Si el nivel regulador de cobertura del criterio de licencia es cercano a 1, el grado de conservadurismo requerido a la metodología es muy pequeño. El resultado es que,

prácticamente, no hay que imponer requisito alguno sobre el conservadurismo.

- Si el regulador optara por exigir un nivel de cobertura de licencia menor que el actual, tendría que requerirse un mayor grado de conservadurismo a la metodología.
- El esfuerzo computacional necesario para comprobar los criterios de aceptación (sean de licencia o de validación) es, en general, función creciente de los niveles de cobertura requeridos. En el caso específico del método de Wilks, esa función crece rápidamente para niveles cercanos a 1.
- Los costes computacionales (exclusivamente en términos de tamaño de muestra) para licencia y para validación son básicamente complementarios: si aumenta uno, disminuye el otro. En ese sentido, valores reguladores intermedios para el nivel de cobertura de los CRA de licencia podrían llevar a una optimización de los costes computacionales totales (sumando los de validación y los de aplicación a licencia).

7. REFERENCIAS.

1. J.C. Helton, J.D. Johnson, W.L. Oberkampf & C.J. Sallaberry (2010),
“Representation of analysis results involving aleatory and epistemic
uncertainty”, *International Journal of General Systems*, 39:6, 605-646.
2. G.E.P. Box & G.C. Tiao, “Bayesian Inference in Statistical Analysis”,
John Wiley & Sons, 1992.
3. G. J. Hahn and W. Q. Meeker, “Statistical Intervals. A Guide for
Practitioners”, J. Wiley & Sons, 1991.
4. S. Zacks, “The Theory of Statistical Inference”, J. Wiley & Sons, 1971.
5. K. Krisnamoorthy & T. Mathew, “Statistical Tolerance Regions: Theory,
Applications, and Computation”. John Wiley & Sons, Inc, 2009.
6. I. Guttman, “Statistical Tolerance Regions: Classical and Bayesian”,
Hafner Publishing Company, 1970.
7. S. S. Wilks, Order statistics, *Bulletin of the American Mathematical
Society*. Volume 54, Number 1, Part 1 (1948), 6-50.

8. S. S. Wilks, Statistical Prediction with Special Reference to the Problem of Tolerance Limits, The Annals of Mathematical Statistics. Volume 13, Number 4 (1942), 400-409.
9. S. S. Wilks, Determination of Sample Sizes for Setting Tolerance Limits, The Annals of Mathematical Statistics. Volume 12, Number 1 (1941), 91-96.
10. E. Castillo, "Extreme Value Theory in Engineering", Academic Press, Inc., 1988.
11. D.S. Young, "tolerance: An R Package for Estimating Tolerance Intervals", Journal of Statistical Software, Vol 36, issue 5, Agosto de 2010.
12. M.H. Kalos & P.A. Wilcox, "Monte Carlo Methods", 2ª edición, John Wiley & Sons, Inc, 2008.
13. C.B. Storlie et al, "Implementation and Evaluation of Nonparametric Regression. Procedures for Sensitivity Analysis of Computationally Demanding Models". SANDIA REPORT, SAND2008-6570, diciembre 2008.

14. "Deterministic Safety Analysis for Nuclear Power Plants", Specific Safety Guide, SSG-2, IAEA, 2009.
15. Code of Federal Regulations, "Acceptance criteria for emergency core cooling systems for light-water nuclear power reactors". 10 CFR 50.46, 2007.
16. Code of Federal Regulations, "ECCS Evaluation Models", Apéndice K a 10 CFR 50.
17. U.S. Nuclear Regulatory Commission, "Best-Estimate Calculations of Emergency Core Cooling System Performance", *Regulatory Guide 1.157*, 1989.
18. Technical Program Group, "Quantifying Reactor Safety Margins. Application of Code Scaling, Applicability, and Uncertainty Evaluation Methodology to a Large-Break LOCA", *NUREG/CR-5249*, Rev. 4, 1989.
19. U.S. Nuclear Regulatory Commission, "Transient and Accident Analysis Methods", *Regulatory Guide 1.203*, revision 0, december 2005.
20. E. Hofer et al: "Uncertainty and Sensitivity Analysis of Accident Consequence Submodels", Proc of ANS/ENS International Topical Meeting on Probabilistic Safety Methods and Applications, San Francisco 1985.

21. D. Grabaskas, "Efficient Approaches to the Treatment of Uncertainty in Satisfying Regulatory Limits", PhD Dissertation, Ohio State University, 2012.
22. R. Mendizábal, "BEPU methodologies and multiple outputs". The 13th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-13), Kanazawa City, Japan, 27 de septiembre a 2 de octubre, 2009.
23. R. Mendizábal & F. Pelayo, "Regulatory Challenges Posed by the "Best-estimate Plus Uncertainty" Methodologies". TOPSAFE, Dubrovnik, 2008.
24. A. Wald, "An Extension of Wilks' Method for Setting Tolerance Limits", The Annals of Mathematical Statistics. Volume 14, Number 1 (1943), 45-55.
25. R.R. Bahadur, "A note on quantiles in large samples", Ann. Math. Statist. 37 577-580, 1966.
26. R.J. Serfling, "Approximation Theorems of Mathematical Statistics", John Wiley & Sons, Inc, 1980.
27. B. Efron & R.J. Tibshirani, "An introduction to the Bootstrap", Chapman & Hall / CRC, 1993.

28. E. Zio, F. Di Maio, "Bootstrap and Order Statistics for Quantifying Thermal-Hydraulic Code Uncertainties in the Estimation of Safety Margins", Hindawi Publishing Corporation. Science and Technology of Nuclear Installations. Volume 2008, Article ID 340164, 9 pages, doi:10.1155/2008/340164
29. C.J. Clopper & E.S. Pearson, "The use of confidence or fiducial limits illustrated in the case of the binomial". *Biometrik*, **26**, 404-413, 1934.
30. L.D. Brown, T.T. Cai, A. DasGupta (2001), "Interval Estimation for a Binomial Proportion", *Statistical Science*, Vol. 16, No. 2, 101-133.
31. L. P. Pagani, "On the Quantification of Safety Margins", PhD Thesis, MIT, 2008.
32. Regulatory Guide 1.174 - An Approach for Using Probabilistic Risk Assessment in Risk-Informed Decisions on Plant-Specific Changes to the Licensing Basis. Rev 1, 2002.
33. NEA (2007), "SMAP Task Group on Safety Margins Action Plan (SMAP) - Final Report", [NEA/CSNI/R(2007)9].
34. SMAP NEA/CSNI, "Safety Margin Evaluation – SMAP Framework Assessment and Application", NEA/CSNI/R(2011)3, julio de 2011.

35. J. Hortal, R. Mendizábal, F. Pelayo, "What does "safety margin" really mean?", *Safety, Reliability and Risk Analysis: Theory, Methods and Applications* – Martorell et al (eds), CRC Press, 2009.
36. J. Goubault-Larrecq "A Few Pearls in the Theory of Quasi-Metric Spaces", Summer Topology Conference, July 23-26, 2013.
37. M.H. Faber, "Risk and Safety in Civil Engineering", Lecture Notes, Swiss Federal Institute of Technology Zürich, 2007.
38. H.F. Martz et al, "Combining mechanistic best-estimate analysis and Level 1 probabilistic risk analysis", *Reliability Engineering and System Safety*, 39 (1993), 89-108.
39. R. Mendizábal, "Probabilistic Safety Margins: definition and calculation", *Safety, Reliability and Risk Analysis: Theory, Methods and Applications* – Martorell et al (eds), CRC Press, 2009.
40. Jílek, M., "Sample Size and Tolerance Limits", *Trabajos de Estadística y de Investigación Operativa*, Vol. 33, Núm. 2, 1982, pág 64 a 78.
41. H.A. David & H.N. Nagaraja, "Order Statistics", 3ª edición, J. Wiley & Sons, 2003.

42. J.L. Gastwirth, "The first-median test: A two-sided version of the control median test". J. Amer. Statist. Ass. 63, 692-706. [168]
43. W.L. Oberkampf & C.J. Roy, "Verification and Validation in Scientific Computing", Cambridge University Press, 2010.
44. R. Mendizábal, "Validation and BEPU Methodologies", NURETH15-648, The 15th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermohydraulics, NURETH-15. Pisa, 12-15 de mayo de 2013.
45. N. Messer & M. Champ, "Assessment of the "Deterministic Realistic Method" applied to Large Break LOCA Analysis". EUROSARE KÖLN 2000, 6-7 noviembre de 2000.
46. R. Mendizábal, "Quantifying the conservativeness of tolerance regions on BEPU methodologies", TOPSAFE 2012, Helsinki, 22-26 abril 2012.
47. F. Chu, "Variance Reduction Techniques for estimating Quantiles and Value-at-Risk". Ph. D. Thesis, Department of Information Systems, New Jersey Institute of Technology. May, 2010.
48. F. Chu and M. Nakayama, "Confidence Intervals for Quantiles when applying Variance-Reduction Techniques", RESIM 2010.

49. G.B. Wallis, "Evaluating the probability that the outputs of a computer code with random inputs will meet a set of evaluation criteria", *Reliability Engineering and System Safety* 91, 820-827, 2006.
50. G.B. Wallis, "Uncertainties and probabilities in nuclear reactor regulation", *Nuclear Engineering and Design*, 237, 1586-1592, 2007.
51. N.R. Draper & H. Smith, "Applied Regression Analysis", 3ª edición, Wiley Series in Probability and Statistics. A Wiley-Interscience publication, 1998.
52. D. Peña Sánchez de Rivera, "Estadística. Modelos y Métodos. 2. Modelos lineales y series temporales", 2ª Edición revisada. Alianza Universidad Textos, Alianza Editorial, 1995.
53. Y. Zuo, "Bahadur representations for bootstrap quantiles", *Metrika*, 2015, vol. 78, issue 5, pages 597-610.
54. C.L. Atwood et al, "Handbook of Parameter Estimation for Probabilistic Risk Assessment", NUREG/CR-6823, SAND2003-3348P, Sandia National Laboratories, US Nuclear Regulatory Commission, septiembre de 2003.
55. K. Durga Rao, H.S. Kuswaha, A.K. Verma, A. Srividya, "Quantification of epistemic and aleatory uncertainties in level-1 probabilistic safety

- assessment studies”, *Reliability Engineering and System Safety* 92(7), 947-956, 2007.
56. A.D. Hutson, “Calculating nonparametric confidence intervals for quantiles using fractional order statistics”, *Journal of Applied Statistics*, 26(3), 343-353, 1999.
57. R. Zieliński, “Optimal Quantile Estimators Small Sample Approach”, IMPAN, 2004.
58. S.J. Sheather & J.S. Marron, “Kernel Quantile Estimators”, *Journal of the American Statistical Association*, 85, 410-416, 1990.
59. Nuclear Regulatory Commission: Office of Nuclear Regulatory Research, “Feasibility Study for a Risk-Informed and Performance-Based Regulatory Structure for Future Plant Licensing”. *NUREG-1860*. 2007.
60. W.T. Nutt & G.B. Wallis, “Evaluation of nuclear safety from the outputs of computer codes in the presence of uncertainties”. *Reliability Engineering and System Safety*, 83:57-77, 2004.
61. A. Guba, M. Makai, L. Pál, “Statistical aspects of best estimate method-I”, *Reliability Engineering and System Safety*, 80:217–32, 2003.
62. M. Makai, L. Pál, “Best estimate method and safety analysis II”, *Reliability Engineering and System Safety*, 91:222–232, 2006.

63. R. P. Martin & W. T. Nutt, "Perspectives on the application of order-statistics in best-estimate plus uncertainty nuclear safety analysis", *Nuclear Engineering and Design*, 241: 274–284, 2011.
64. H. Scheffe, J. W. Tukey, "Non-Parametric Estimation. I. Validation of Order Statistics", *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol 16, No 2, 187-192, 1945.
65. J. W. Tukey, "Non-Parametric Estimation II. Statistically Equivalent Blocks and Tolerance Regions--The Continuous Case", *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol 18, No 4, 529-539, 1947.
66. J. W. Tukey, "Nonparametric Estimation, III. Statistically Equivalent Blocks and Multivariate Tolerance Regions--The Discontinuous Case", *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol 19, No 1 (1948), 30-39.
67. G. E. Noether, "On Confidence Limits for Quantiles", *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol 19, No 3, 416-419, 1948.
68. G. E. Noether, "On a Connection Between Confidence and Tolerance Intervals", *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol 22, No 4, 603-604, 1951.
69. Code of Federal Regulations, "General Design Criteria for Nuclear Power Plants", Apéndice A a 10 CFR 50.

70. United States Nuclear Regulatory Commission, "Standard Review Plan for the Review of Safety Analysis Reports for Nuclear Power Plants: LWR Edition", NUREG-0800.