UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE
CAMINOS, CANALES Y PUERTOS**

**ESTUDIO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS DE
HORMIGÓN ESTRUCTURAL EN CONDICIONES DE
SERVICIO, SOMETIDOS A ACCIONES EXTERIORES Y
DEFORMACIONES IMPUESTAS**

Desarrollo de una metodología general de análisis

TESIS DOCTORAL

Javier Ignacio Ezeberry Parrotta

Ingeniero Civil, Mg. Ingeniería Estructural

2016

DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS
CONTINUOS Y TEORÍA DE ESTRUCTURAS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE
CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

**ESTUDIO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS DE
HORMIGÓN ESTRUCTURAL EN CONDICIONES DE
SERVICIO, SOMETIDOS A ACCIONES EXTERIORES Y
DEFORMACIONES IMPUESTAS**

Monitorización de estructuras reales y contrastaciones teóricas

Javier Ignacio Ezeberry Parrotta

Ingeniero Civil, Mg. Ingeniería Estructural

DIRECTORES DE TESIS

Alejandro Pérez Caldentey

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Hugo Corres Peiretti

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

2016

UNIVERSI UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID

D. 15

Tribunal nombrado por el Mgfco. y Excmo. Sr. Rector de la Universidad Politécnica de Madrid, el día

Presidente D.

Vocal D.

Vocal D.

Vocal D.

Secretario D.

Suplente D.

Suplente D.

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el día de de 2016

en la *E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la U.P.M.*

Calificación:

EL PRESIDENTE

LOS VOCALES

EL SECRETARIO

A Julieta, Ainara y Olivia.

"As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain, and as far as they are certain, they do not refer to reality."

Albert Einstein (1879-1955)

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer a mis directores de tesis, a los profesores Alejandro Pérez Caldentey y Hugo Corres Peiretti por haberme dado la oportunidad de hacer la tesis y formar parte del grupo Hormigón Estructural (HE).

Los ensayos experimentales no podrían haber sido posible sin los fondos del Ministerio de Fomento de España y la colaboración de empresas como FHECOR, FCC y COMSA.

Al ingeniero Julio Vaquero, quién a través de ARCER e IPAC, ha colaborado en la financiación de parte de mis trabajos en el Grupo HE.

Hacer extensivo este agradecimiento a toda la gente de la cátedra de Hormigón Estructural y el Laboratorio de Estructuras, en el Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid (ETSI CCP UPM). También incluir al personal de biblioteca, encabezado por Concepción García.

Quiero hacer una mención especial para el fallecido jefe de laboratorio José Torrico y a los técnicos Isidro García, Miguel Ángel Peña y Miguel Ángel López. El éxito de los ensayos realizados corresponde en gran medida a su experiencia.

A los doctores Viktor Gribniak, Tobías Petschke, Giancarlo Groli y Francesco Marchetto, y a los ingenieros Amets Berecibar, Freddy Ibañez, Ariel Espeche y Alejandro Giraldo por los trabajos conjuntos realizados y las publicaciones generadas.

Al Dr. Rodolfo Danesi y a toda la gente del Instituto de Estructuras de la Universidad Nacional de Tucumán, en Argentina, por la formación recibida y su ayuda fundamental en los comienzos de mis trabajos de investigación.

A los organismos que me financiaron durante mi etapa en Argentina, que son el Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Tucumán y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

A la profesora Norma Ercoli de la Facultad de Ingeniería de Olavarría, de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, por haber sido la persona que me enseñó Hormigón Estructural durante mi carrera universitaria, y ser el puente que me trajo a España. Hacer extensivo este agradecimiento a todos los profesores del Área de Estructuras de la misma Facultad.

A los compañeros del Grupo 8/5 de ACHE: Juan Carlos Arroyo, Jesús Corbal, Manfred Petersen, Francisco Beltrán, Fernando Rueda y Alejandro Facchini, con quienes hicimos la Monografía 22.

A los profesores Javier León y Luis Albajar, y a los compañeros y amigos que me ha dado el doctorado: Fernanda Defant, Patricio Padilla, Javier García, Carlos Zanuy, Miguel Stickle, Ariel Espeche, Claudio García, Álvaro Ridruejo, Francisco Calvo, Sergio Espejo, Jesús Iglesias, Eduardo García, Viviana Rougier, Ahmad Guennam, Mauricio Schmitz y Hernán Kunert.

Agradecer a la compañía en la que trabajo actualmente, IDOM, que me ha facilitado e incluso animado a terminar con mi doctorado, llegando a colaborar incluso en la asistencia a congresos.

Finalmente, agradecer el soporte de mi familia en este largo camino que ha sido la tesis.

RESUMEN

En esta tesis se ha estudiado el comportamiento en servicio de estructuras de hormigón armado sometidas a la combinación de cargas exteriores y deformaciones impuestas de temperatura, fluencia y retracción. El problema se ha analizado utilizando las hipótesis clásicas del comportamiento en servicio, modelos de comportamiento simplificados y resultados experimentales.

La tesis tiene dos partes fundamentales, en primer lugar el entendimiento de la acción debida a las deformaciones impuestas y por otro lado, el comportamiento estructural del hormigón armado sometido a la concomitancia de acciones directas e indirectas.

En primer lugar se realiza una revisión del estado del arte, enumerando los diferentes fenómenos que dominan el comportamiento en servicio, poniendo de manifiesto la necesidad de profundizar en el entendimiento de éstos y la escasa información experimental disponible.

Posteriormente, a partir de un estudio teórico-experimental minucioso del comportamiento seccional y de los elementos estructurales simples que componen una estructura integral, formada por vigas y pilares, y como resultado de estos estudios, se proponen dos métodos simplificados de análisis que permiten la verificación de las exigencias del Estado Límite de Servicio (ELS) en estructuras de hormigón armado. El primero de los métodos permite la determinación de las deformaciones impuestas y los esfuerzos hiperestáticos inducidos en elementos horizontales coaccionados al libre movimiento, como ocurre en estructuras tipo pórtico de edificación y puentes. Por otro lado, se plantea un método práctico que permite, o bien el dimensionamiento de las armaduras necesarias en pilares para cumplir con la exigencia del ELS de una abertura de fisuras admisible, o bien la verificación de las armaduras existentes.

La aplicación de estos procedimientos simplificados permite una rápida estimación de la viabilidad de una determinada propuesta estructural, pudiendo establecerse una longitud máxima para la cual la estructura analizada no requiere juntas o verificar si la armadura existente en pilares cumple el ELS de fisuración.

Además, como parte de una serie de programas experimentales desarrollados durante las últimas décadas por el grupo Hormigón Estructural*, en este trabajo se analizan los datos experimentales obtenidos de la auscultación de un puente integral, un paso superior construido sobre la carretera que une Ávila y Salamanca. La medición de estructuras reales permite, además de verificar el correcto comportamiento de las estructuras, cuantificar las acciones indirectas debidas a deformaciones impuestas: temperatura y reología del hormigón (fluencia y retracción). El programa experimental comprende, además, la medición de deformaciones impuestas (fluencia y retracción) en laboratorio, las cuales pueden correlacionarse con las deformaciones impuestas medidas en la estructura y analizar las limitaciones de las formulaciones actuales para predecir deformaciones reales a partir de mediciones de laboratorio realizadas en probetas.

Finalmente, esta tesis demuestra la validez y establece las limitaciones de las metodologías propuestas, dando lugar a propuestas de desarrollo futuro. En los diferentes anexos es posible encontrar información técnica detallada acerca de las formulaciones utilizadas, los resultados obtenidos y la campaña experimental.

* Grupo de investigación de la ETSI CCP UPM.

SUMMARY

This thesis is dedicated to the study of the service behaviour of Reinforced Concrete (RC) structures subjected to the combination of external forces and imposed deformations produced by temperature, creep and shrinkage. The problem is analysed using the classical hypothesis of Serviceability Limit State (SLS) analysis, simplified behaviour considerations and experimental results.

The thesis has two main parts, one dedicated to the understanding of the actions due to imposed deformations and another focused on the structural behaviour of RC under the combination of direct and indirect loads.

First, a critical review of the state-of-the-art is carried out, listing the main phenomena occurring in service. This shows that there is a need for deeper understanding of this phenomenon and that the experimental evidence is scarce.

Later, after a thorough theoretical and experimental study of the behaviour of RC at the sectional and structural levels, using simple elements (beams and columns), and as results of this study, two simplified methods are proposed for SLS analysis. The first one allows the calculation of imposed deformations and redundant reaction forces in horizontal beam elements. The second one allows the dimensioning of the necessary reinforcement in order to fulfil the SLS requirements (admissible crack width).

The application of these simplified procedures allows a rapid assessment of the feasibility of a given jointless structure, and allows the calculation of the maximum length for which the structure does not require joints or the checking of the existing reinforcement at columns in order to fulfil the cracking SLS.

Additionally, as part of the experimental programs carried out by the HE * group during the last decades, the experimental results obtained in an integral bridge, located on the Ávila-Salamanca highway, are analysed in the last chapter. The monitoring of real structures allows the quantification of the indirect actions produced by imposed deformations (temperature, creep and shrinkage) and the validation of the adequate behaviour of jointless structures. The experimental campaign includes the measurement of imposed deformations (creep and shrinkage) in laboratory specimens and the correlation with the measured structural deformations allowing the assessment of the formulations proposed by different regulations.

Finally, this thesis demonstrates the validity and establishes the limitations of the proposed simplified procedures, proposing future developments. In the different annexes is included relevant technical information about the formulation used, the results obtained and the experimental campaign.

* Research group of ETSI CCP UPM.

PUBLICACIONES

“Investigating deformations of RC beams: experimental and analytical study”.

Computers and Concrete, An International Journal - Techno Press, June 2014.

J. Ezeberry, V. Gribniak, H. Corres, A. Pérez.

“Experimental Study of Thermal Actions on a Solid Slab Concrete Deck Bridge and Comparison with Eurocode 1”.

Journal of Bridge Engineering (ASCE), March 2014.

H. Corres, J. Ezeberry, A. Berecibar, A. Pérez, F. Ibañez.

“Simplified serviceability design of jointless structures. Experimental verification and application to typical bridge and building structures”.

Engineering Structures, February 2014.

G. Groli, A. Pérez, A. Giraldo, F. Marchetto, J. Ezeberry

“Expanding the classic moment-curvature relation by a new perspective onto its axial strain”.

Computers and Concrete. An International Journal - Techno Press, June 2013.

T. Petschke, H. Corres, J. Ezeberry, A. Pérez.

“Proyecto de estructuras de hormigón frente a los efectos de las deformaciones impuestas”.

Monografía 22 de ACHE, mayo de 2013.

A. Pérez, J. Ezeberry, F. Beltrán, J. Arroyo, J. Corbal, M. Petersen, A. Facchini, T. Petschke, F. Rueda.

“Serviceability Design of Columns of Long Jointless Structures”.

Engineering Structures Volume 44, pages 359-371, November 2012.

A. Pérez, H. Corres, T. Petschke, J. Ezeberry, A. Giraldo.

“Auscultación de efectos térmicos en un puente losa de hormigón y comparación con los criterios propuestos por el EC1”.

Hormigón y Acero – ACHE, julio de 2012.

H. Corres, J. Ezeberry, A. Pérez, A. Berecibar.

CONGRESOS Y CONFERENCIAS

“Aspectos teóricos del comportamiento en servicio de vigas de hormigón armado bajo cargas de servicio y deformaciones impuestas”.

VI Congreso Internacional de Estructuras ACHE, junio de 2014.

J. Ezeberry, H. Corres, A. Pérez, T. Petschke.

“Comportamiento en servicio de vigas de hormigón armado: Estudio analítico y experimental”.

VI Congreso Internacional de Estructuras ACHE, junio de 2014.

J. Ezeberry, V. Gribniak, H. Corres, A. Pérez.

“Instrumentación y auscultación de un puente integral”.

IV Congreso de Asociación científico-técnica del hormigón estructural (ACHE),
noviembre de 2008.

H. Corres, J. Ezeberry, T. Petschke, A. Pérez.

“Realistic Design of Jointless Structures: An important way to improve durability”.

European Symposium on Service Life and Serviceability of Concrete Structures - ESCS-
2006, June.

A. Pérez, J. Ezeberry, A. Espeche, H. Corres, J. León.

“Aspectos básicos del comportamiento del hormigón estructural, en condiciones de servicio, sometido a deformaciones impuestas”.

III Congreso internacional de puentes y estructuras ACHE, noviembre de 2005

H. Corres, J. Ezeberry, T. Petschke.

“Auscultación de estructuras reales y la contrastación de medidas”.

III Congreso internacional de puentes y estructuras ACHE, noviembre de 2005

H. Corres, T. Petschke, J. Ezeberry.

.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Preámbulo	1
1.2. Objetivos	2
1.3. Estructura y contenido	3
2. ESTADO DEL ARTE	5
2.1. Acciones	5
2.2. Acciones indirectas debidas a la reología del hormigón	5
2.2.1. Descripción del fenómeno de la retracción	5
Formulaciones de la EHE-o8 y del EC2	7
Formulación del Código Modelo (MC2010)	8
Formulación del modelo B3 de Bazant	9
Influencia de distintas variables en el desarrollo de la retracción	10
Predicción de la retracción a partir de registros experimentales según el EC2 y el modelo B3	21
<i>Método de predicción del EC2</i>	21
<i>Método de predicción del B3</i>	22
Aplicación de los métodos de predicción a probetas reales	23
2.2.2. Acción de la fluencia	26
Descripción del fenómeno de fluencia	26
Formulación de la EHE-o8 y del EC2	28
Formulaciones del MC2010	29
Formulación del modelo B3	30
Influencia de distintas variables en el desarrollo de la fluencia	32
Predicción de la fluencia a partir de registros experimentales según EC2 y el modelo B3	38
<i>Método de predicción del EC2</i>	38
<i>Método de predicción del B3</i>	39
Aplicación de los métodos de predicción a probetas reales	40
2.3. Acciones indirectas debidas a la temperatura	41
2.3.1. La acción térmica	41
Formulación: La ecuación del calor	44
Definición de la acción térmica de acuerdo al EC1 (2004)	47
Deformaciones impuestas debidas a la temperatura. Coeficiente de dilatación térmica	48
Estudios experimentales existentes	49
2.4. Comportamiento	50
2.4.1. A nivel de fibra	50
Acero	50
Hormigón	50
2.4.2. Comportamiento de un tirante	54
2.4.3. Comportamiento de vigas sometidas a cargas exteriores y deformaciones impuestas concomitantes	67
2.4.4. Comportamiento de pilares sometidos a cargas exteriores y deformaciones impuestas concomitantes	80
2.4.5 Comportamiento de estructuras sometidas a cargas exteriores y deformaciones impuestas concomitantes	84

2.5. Aspectos teóricos del comportamiento seccional	90
2.5.1. Introducción	90
2.5.2. Análisis de deformaciones	91
2.5.3. Diagramas momento-curvatura	93
2.5.4. Técnica inversa de modelación constitutiva	94
2.5.5. Evaluación del efecto de la retracción	95
2.6. Diseño estructural	95
2.6.1. Estado Límite Último	95
2.6.2. Estado Límite de Servicio	97
2.6.3. Control de fisuración	97
Cuantía mínima	98
Control de abertura de fisuras	98
2.7. Situaciones de proyecto	100
3. COMPORTAMIENTO TEÓRICO DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO	103
3.1. Introducción	103
3.2. Hipótesis de comportamiento material utilizadas	103
3.3. Diagramas utilizados para la descripción del comportamiento seccional	104
3.4. Comportamiento seccional frente a cargas instantáneas	111
3.4.1. Secciones tipo pilar, con armadura simétrica	111
3.4.2. Secciones tipo viga, con armadura asimétrica	114
3.5. Comportamiento seccional frente acciones directas y deformaciones impuestas debidas al comportamiento reológico del hormigón, retracción y fluencia	117
3.5.1. Sección no fisurada, constituida de un material elástico lineal	118
Flexión Simple	118
Flexión Compuesta	120
3.5.2. Sección tipo viga, con armadura asimétrica	121
Flexión Simple, sin armadura de compresión	121
Acción conjunta de cargas externas y retracción	122
Acción conjunta de cargas externas y fluencia	124
Acción conjunta de cargas externas y fluencia y retracción	127
Flexión Simple, con armadura de compresión	128
Flexión Compuesta, con armadura de compresión	129
Acción conjunta de cargas externas y retracción	129
Acción conjunta de cargas externas y fluencia	132
Acción conjunta de cargas externas, retracción y fluencia	133
3.5.3. Sección tipo pilar, con armadura simétrica	134
Flexión compuesta	134
Acción conjunta de cargas externas y retracción	135
Acción conjunta de cargas externas y fluencia	136
Acción conjunta de cargas externas, retracción y fluencia	137
3.6. Comportamiento seccional frente acciones directas y deformaciones impuestas térmicas	138
3.7. Consideración de la resistencia a tracción y <i>tension-stiffening</i>	140
3.8. Descripción cuantitativa del análisis seccional. Influencia de diferentes variables	142
3.8.1. Sección tipo viga con armadura asimétrica	142
Flexión simple	142
Efecto de la cuantía de armadura de compresión	145

Efecto de la cuantía de armadura de tracción	145
Efecto del canto de la sección	146
Efecto de la consideración del fenómeno de <i>tension-stiffening</i>	147
3.8.2. Flexión compuesta	158
3.8.3. Sección tipo pilar con armadura simétrica. Flexión compuesta	159
4. ESTUDIO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO SECCIONAL	165
4.1. Introducción	165
4.2. Programa Experimental	165
4.2.1. Ensayos realizados	165
4.2.2. Resultados experimentales complementarios	169
4.3. Resultados experimentales	170
4.4. Discusión de resultados	173
4.4.1. Datos experimentales modificados por el método inverso (diagramas libres de retracción)	173
4.4.2. Relación entre momentos y curvaturas	174
4.4.3. Efecto de <i>tension-stiffening</i> cuantificado en las ecuaciones constitutivas de los materiales	175
4.4.4. Estudio de la interpolación entre los estados I y II (metodología EC2)	177
4.4.5. Propuesta de mejora de la formulación actual del EC2	180
4.4.6. Relación entre momentos y las deformaciones de la armadura traccionada	184
4.4.7. Deformaciones a nivel de la fibra baricéntrica. Efecto <i>beam-growth</i>	186
5. COMPORTAMIENTO TEÓRICO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES	191
5.1. Introducción	191
5.2. Elementos horizontales (vigas)	191
5.2.1. Acciones	192
5.2.2. Hipótesis de carga	193
5.2.3. Dimensionamiento	193
5.2.4. El efecto <i>beam-growth</i> y su relevancia estructural	194
5.2.5. Determinación simplificada del alargamiento de la fibra de referencia	195
5.2.6. Efecto de la consideración de la resistencia a tracción en la determinación del alargamiento de la fibra de referencia	202
5.2.7. Efecto de la presencia de un esfuerzo axil hiperestático en la determinación del alargamiento por fisuración	205
5.2.8. Resultados obtenidos en alargamientos, comparación con un programa de análisis estructural	206
5.2.9. Determinación de la rigidez axil	209
5.2.10. Efecto de resistencia a tracción del hormigón en la determinación de la rigidez axil	212
5.2.11. Efecto de la presencia de un esfuerzo axil hiperestático en la determinación de la rigidez axil	214
5.2.12. Resultados obtenidos con el uso un programa de análisis estructural no lineal	217
Comportamiento en Estado II	217
Comportamiento considerando la colaboración del hormigón traccionado	217
Método simplificado	220
5.2.13. Esfuerzos hiperestáticos en vigas	221
5.2.14. Determinación simplificada de los esfuerzos hiperestáticos en vigas	224
5.3. Comportamiento de elementos verticales	226
5.4. Comportamiento estructural de un pórtico simple	230
6. MÉTODO PRÁCTICO DE DIMENSIONAMIENTO DE PILARES	235
6.1. Introducción	235
6.2. Diagramas de dimensionamiento	235

6.3. Deformaciones diferidas	237
6.4. Combinación de deformaciones instantáneas y diferidas	240
6.5. Efecto de la consideración de la resistencia en tracción	241
6.6. Verificación experimental del método de dimensionamiento de pilares	243
6.6.1. Concepción de la campaña experimental	243
6.6.2. Propiedades materiales	245
6.6.3. Instrumentación del ensayo	246
6.7. Verificación experimental del método de dimensionamiento de armaduras	247
6.8. Ejemplo de aplicación en un paso superior de carretera	250
7. CAMPAÑA EXPERIMENTAL EN UN PUENTE INTEGRAL	255
7.1. Introducción	255
7.2. Descripción del paso superior instrumentado	256
7.3. Proceso constructivo	257
7.4. Definición de la Instrumentación	262
7.4.1. Instrumental utilizado	262
Sensores de cuerda vibrante	262
Inclinómetros	264
7.4.2. Secciones instrumentadas	264
Secciones transversales del tablero	264
Secciones transversales de la pila	265
7.4.3. Auscultaciones realizadas	265
Movimiento horizontal del puente	265
Acción ambiental	266
Medición de giros	267
Control remoto	267
Fuente de Energía	267
7.4.4. Instalación de la instrumentación	267
7.5. Ensayos de materiales	271
7.6. Acciones sobre la estructura	273
7.6.1. Acción del peso propio	274
7.6.2. Acción de la carga muerta	274
7.6.3. Acción del pretensado	274
7.6.4. Acción de la temperatura	275
7.6.5. Acciones diferidas	276
7.7. Resultados experimentales	277
7.7.1. Ensayos de propiedades resistentes y reológicas en probetas	277
Hormigones utilizados en Pilas y Tablero	277
Resistencia de los hormigones en Pilas y Tablero	278
Medidas de la retracción	279
Medidas de la fluencia	281
7.8. Mediciones realizadas en el puente	285
7.8.1. Estimaciones de las acciones térmicas basadas en el EC1	286
7.8.2. Obtención de las acciones térmicas a partir de resultados experimentales	286
7.8.3. Distribuciones de temperatura uniforme y gradientes obtenidos a partir de las mediciones de temperatura	288

7.8.4. Variación de temperatura uniforme obtenida a partir de mediciones experimentales y el modelo del EC1	289
7.8.5. Gradiente lineal de temperatura	293
7.8.6. Gradiente de temperatura no-lineal	296
7.8.7. Medición de deformaciones, desplazamientos y giros	297
7.9. Perturbación debida a la introducción del pretensado	304
7.10. Comparación teórica-experimental	304
8. COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES	309
8.1. Conclusiones	309
8.2. Líneas futuras de investigación	314

NOTACIÓN

Letras latinas

a, a_R	Parámetro exponencial que define la interpolación entre Estado I y II (EC2)
A_b	Área de la sección bruta [m ²]
A_c	Área de la sección de hormigón [m ²]
$A_{c,ef}$	Área efectiva de la sección de hormigón traccionada [m ²]
A_{ct}	Área efectiva de hormigón traccionada [m ²]
A_h	Área homogeneizada de la sección [m ²]
$A_s, A_{s,tot}$	Área total de la armadura dispuesta [cm ²]
A_{s1}	Armadura inferior [cm ²]
A_{s2}	Armadura superior [cm ²]
b	Ancho de la sección [m]
$b(y)$	Ancho de la sección en la coordenada y [m]
B	Ancho superior de la sección en “T” [m]
bz_c	Coefficiente de retracción que depende de la forma de la sección (B3)
bz_h	Coefficiente de retracción que depende de la humedad (B3)
bz_t	Coefficiente temporal de retracción (B3)
c	Recubrimiento de la armadura [cm]
C	Resultante de compresión [kN]
C_o	Resultante de compresión instantánea [kN]
C_{∞}	Resultante de compresión diferida [kN]
cc	contenido de cemento de la masa de hormigón (B3) [kg]
c_E	Calor específico [J/kg/°C]
$c.d.g.$	Centro de gravedad
C_{bzb}	Fluencia básica (B3)
C_{bzs}	Fluencia de secado (B3)
d'	Recubrimiento de la armadura comprimida [cm]
d	Canto útil de la sección [m]
e	Excentricidad geométrica = M/N [m]
e_f	Espesor ficticio [mm]
E_c	Módulo de deformación longitudinal del hormigón [MPa]
$E_{c,\infty}$	Módulo de deformación longitudinal diferido del hormigón [MPa]
E_{cm}	Módulo de deformación longitudinal del hormigón medio [MPa]
E_{ct}	Módulo de deformación longitudinal del hormigón a tracción [MPa]
E_s	Módulo de deformación longitudinal del acero [MPa]
EA	Rigidez axil [kN]

EA_I	Rigidez axil de la sección homogeneizada en Estado I [kN]
EA_{II}	Rigidez axil de la sección homogeneizada en Estado II [kN]
EA_b	Rigidez axil bruta [kN]
$EA_{b,\infty}$	Rigidez axil bruta diferida [kN]
EA_e	Rigidez axil equivalente [kN]
EA_h	Rigidez axil homogeneizada [kN]
$EA_{h,\infty}$	Rigidez axil homogeneizada diferida [kN]
$EA_{h,FS}$	Rigidez axil homogeneizada obtenida en flexión simple [kN]
$EA_{h,TS}$	Rigidez axil homogeneizada considerando <i>tension-stifening</i> [kN]
EA_{int}	Rigidez axil integrada de resultados numéricos [kN]
$EA_{int,FS}$	Rigidez axil integrada de resultados numéricos, comportamiento en flexión simple [kN]
$EA_{max,FS}$	Rigidez axil máxima en Flexión simple [kN]
$EA_{SIMP,FS}$	Rigidez axil obtenida de forma simplificada [kN]
EA_s	Rigidez axil del acero [kN]
EB	Rigidez parcial del momento estático [kNm]
EB_{II}	Rigidez parcial del momento estático en Estado II [kNm]
EB_h	Rigidez parcial del momento estático de la sección homogeneizada [kNm]
EB_s	Rigidez parcial del momento estático del acero [kNm]
EI	Rigidez a flexión [kNm ²]
EI_I	Rigidez a flexión de la sección homogeneizada en Estado I [MNm ²]
EI_{II}	Rigidez a flexión de la sección homogeneizada en Estado II [MNm ²]
EI_c	Rigidez a flexión de la zona comprimida [kNm ²]
EI_b	Rigidez a flexión bruta [MNm ²]
EI_h	Rigidez a flexión homogeneizada [MNm ²]
EI_s	Rigidez a flexión de la sección del acero [MNm ²]
f	Flecha [mm]
f_e	Flecha elástica [mm]
f_{II}	Flecha obtenida en Estado II [mm]
f_{est}	Flecha estimada de acuerdo con el EC2 [mm]
f_{sh}	Flecha obtenida de integrar la curvatura producida la retracción [mm]
f_c	Resistencia del hormigón [MPa]
f_{cd}	Resistencia a compresión de diseño del hormigón [MPa], $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$
f_{ck}	Resistencia característica del hormigón [MPa]
f_{cm}	Resistencia media a compresión del hormigón [MPa]
f_{ct}	Resistencia a tracción del hormigón [MPa]
$f_{ct,ef}$	Resistencia a tracción del hormigón efectiva [MPa]
f_{ctm}	Resistencia a tracción media del hormigón [MPa]
F_{s1}	Fuerza resultante de la armadura superior [kN]

F_{s2}	Fuerza resultante de la armadura inferior [kN]
f_t	Resistencia última del acero [MPa]
$f_{t,cál}$	Resistencia última del acero definido en el análisis no lineal [MPa]
f_{yd}	Resistencia última del acero [MPa], $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$
f_{yk}	Resistencia característica del acero [MPa]
$f_{y,cál}$	Resistencia del acero definido en el análisis no lineal [MPa]
f_{py}	Límite elástico del acero de pretensado [MPa]
f_{pu}	Resistencia del acero de pretensado [MPa]
F_i	Función auxiliar para ajustes estadísticos
F_p	Fuerza total de pretensado en el tablero [kN]
F_{pi}	Fuerza de pretensado por cordón [kN]
g	Peso propio [kN/m]
G_{kj}	Valor característico de las acciones permanentes
h	Canto total de la sección [m]
h_s	Canto de la parte superior de la sección en “T” [m]
h_{Tcr}	Coefficiente de transferencia de calor (convección + radiación inversa) [W/m ² /°C]
h_{Tc}	Coefficiente de transferencia de calor (convección) [W/m ² /°C]
h_{Tr}	Coefficiente de transferencia de calor (radiación inversa) [W/m ² /°C]
H	Carga horizontal [kN]
HR	Humedad relativa [%]
I	Calor total producido por la radiación solar [W/m ²]
I_D	Calor total producido por la radiación solar directa [W/m ²]
I_s	Calor total producido por la radiación solar indirecta [W/m ²]
I_b	Inercia de la sección bruta con respecto a la fibra de referencia [m ⁴]
I_e	Inercia efectiva de la sección según Branson [m ⁴]
I_g	Inercia de la sección bruta con respecto al centro de gravedad de la sección [m ⁴]
I_h	Inercia homogeneizada de la sección [m ⁴]
I_s	Inercia de las armaduras [m ⁴]
$J(t, t_0)$	Función de fluencia [1/MPa]
J_j	Media de valores experimentales
k	Coefficiente de fisuración que depende del canto, Coeficiente adimensional que introduce la rigidez al giro de los elementos colindantes al pilar
k_1	Coefficiente de fisuración para considerar la adherencia entre hormigón y acero
k_2	Coefficiente de fisuración para considerar la influencia del plano de deformación
k_i	Constante de rigidez de muelle
k_A	Relación entre rigidez axil efectiva y rigidez axil bruta, $k_A = EA_h / EA_b$
$k_{A,\infty}$	Relación entre rigidez axil efectiva y rigidez axil bruta, diferida
$k_{A,simp}$	Coefficiente de reducción para obtener la rigidez axil simplificada, $EA_{simp} = k_{A,simp} \cdot EA_b$
k_B	Relación entre rigidez a flexión efectiva y rigidez a flexión bruta, $k_B = EI_h / EI_b$

$k_{B,simp}$	Coefficiente de reducción para obtener la rigidez a flexión simplificada, $EI_{simp} = k_{B,simp} \cdot EI_b$
k_d	Coefficiente que define la rigidez del dintel, $k_d = EA/L_v$
k_p	Coefficiente que define la rigidez del pilar, $k_p = EI/L_p^3$
k_c	Coefficiente de fisuración para considerar la influencia de la distribución de tensiones
k_t	Coefficiente de fisuración para considerar la influencia del tiempo
k_T	Coefficiente de conductividad térmica [W/m/°C]
k_θ	Coefficiente de influencia de la rigidez al giro de los elementos colindantes al pilar
K_e	Rigidez axil lineal equivalente [kN]
K_θ	Rigidez al giro en un nodo [kNm/rad]
L	Longitud [m]
L_f	Distancia al punto fijo [m]
L_p	Altura de un pilar o de una planta en un pórtico [m]
L_v	Longitud del vano de un dintel en un pórtico [m]
M	Momento flector [kNm]
M_{AP}	Momento flector en el apoyo de una viga [kNm]
M_{CV}	Momento flector en el centro de vano de una viga [kNm]
M_d	Momento flector de armado [kNm]
M_R, M_{fis}	Momento de fisuración [kNm]
M_s	Momento de servicio (ELS) [kNm]
M_u	Momento último (ELU) [kNm]
M_{sup}	Momento en cabeza de pilar [kNm]
M_{inf}	Momento en base de pilar [kNm]
M_u	Momento último [kNm]
n	Relación entre los módulos de deformación longitudinal del acero y el hormigón ($n = E_s/E_c$), Número total de ensayos
n_d	número de décadas logarítmicas
n_i	número de datos en la década a la que pertenece el dato i
n_∞	Relación entre los módulos de deformación longitudinal del acero y el hormigón diferido
n_x, n_y	Cosenos directores vector normal a la superficie
N	Esfuerzo axil aplicado en la fibra de referencia [kN]
N_c	Resultante en el hormigón comprimido [kN]
N_{NL+fst}	Esfuerzo axil obtenido de cálculos no lineales con <i>tension-stiffening</i> [kN]
$N_{int,FS}$	Esfuerzo axil obtenido por integración de rigideces y deformaciones en flexión simple [kN]
$N_{r1}, N_{r2}, \dots$	Axil de fisuración para primera fisura, segunda fisura... [kN]
N_{SIMP}	Esfuerzo axil obtenido de forma simplificada [kN]
N_R, N_{fis}	Esfuerzo axil de fisuración [kN]
N_{St}, N_{S2}	Resultante de esfuerzo axil en las armaduras [kN]
$N_{int,FS}$	Esfuerzo axil hiperestático determinado a partir de parámetros de flexión simple [kN]
N_{NL}	Esfuerzo axil hiperestático determinado a partir de resultados numéricos (EF) [kN]

N_{SIMP}	Esfuerzo axil hiperestático determinado de forma simplificada [kN]
p	Probabilidad de excedencia
p_6	Parámetros de ajuste estadístico de retracción (B3)
p_i	Coeficiente de ponderación
P	Carga puntual [kN]
P_k	Valor característico de la acción del pretensado [kN]
P_u	Carga puntual última o de rotura [kN]
q	Carga uniformemente distribuida [kN/m]
q_{ELS}	Carga uniformemente distribuida ELS [kN/m]
q_{ELU}	Carga uniformemente distribuida ELU [kN/m]
$q_1, q_2, \dots, q_5$	Coeficientes utilizados por el modelo de fluencia (B3)
q_{cr}	Flujo de calor (convección + radiación inversa) [W/m ²]
q_c	Flujo de calor (convección) [W/m ²]
q_r	Flujo de calor (radiación inversa) [W/m ²]
q_s	Flujo de calor por radiación solar [W/m ²]
q_T	Flujo de calor total [W/m ²]
q_k	Carga característica [kN/m]
$Q_{k,i}$	Valor representativo de las acciones variables concomitantes
Q, Q_f	Funciones temporales de fluencia (B3)
$r(t_o)$	Parámetro temporal de fluencia (B3)
s	Separación entre barras de armadura [mm]
s_r	Separación entre fisuras [mm]
s_{ro}	Separación entre fisuras mínima [mm]
s_{rm}	Separación entre fisuras media [mm]
S	Función temporal de retracción (B3)
s_{ro}	Longitud de transmisión de adherencia [mm]
s_{rm}	Distancia media entre fisuras [m]
$s_{r,max}$	Distancia máxima entre fisuras [m]
t	Tiempo
t_o	Instante inicial, tiempo de puesta en carga [d]
$t_{o,adj}$	Instante inicial corregido por la madurez del hormigón [d]
t_{sol}	Horas de sol diarias [h]
t_{∞}	Instante final, tiempo infinito [d]
t_s	Tiempo de curado, comienzo retracción secado [d]
T_{max}, T_{min}	Temperatura ambiente máxima y mínima anual para una probabilidad de excedencia=0.02 [°C]
$T_{max,p}, T_{min,p}$	Temperatura máxima y mínima para una probabilidad de excedencia dada [°C]
$T_{e,max}, T_{e,min}$	Temperatura ambiente máxima y mínima anual del tablero [°C]
t_{sol}	Horas de sol diarias

T	Temperatura [°C], Resultante en la armadura traccionada [kN]
T_o	Temperatura inicial [°C], Resultante en la armadura traccionada instantánea [kN]
T_{∞}	Resultante en la armadura traccionada diferida [kN]
T_t	Temperatura en el instante t [°C]
VAR	Varianza
w	Contenido de agua por metro cúbico en la masa de hormigón [kg/m³]
w_k	Abertura de fisura característica [mm]
w_m	Abertura de fisura media [mm]
W_h	Momento resistente de la sección homogeneizada con respecto a la fibra de referencia [m³]
W_s	Momento resistente de las armaduras con respecto a la fibra de referencia [m³]
x	Posición de la fibra neutra medida desde la fibra superior [m]
x_{fis}	Profundidad del bloque comprimido medida desde la fibra máxima comprimida [m]
x_{FS}	Profundidad de la fibra neutra en flexión simple [m]
Y_g	Posición del centro de gravedad desde la fibra superior [m]
Y_{ref}	Posición de la fibra de referencia medida desde la fibra superior [m]
z	Brazo interno [m]
Z	Función temporal fluencia (B_3)

Letras griegas

α, α_T	Coeficiente de transmisión térmica [kcal/m²·h·°C]
α_o	Coeficiente de absorción solar adimensional
α_1, α_2	Coeficientes de influencia del tipo de cemento y curado en la retracción (B_3)
α_{as}	Coeficiente que tiene en cuenta la influencia del tipo de cemento en la retracción autógena
$\alpha_{c1}, \alpha_{c2}, \alpha_{c3}$	Coeficientes que introducen el efecto de la resistencia a compresión en la fluencia (EC2)
$\alpha_{ds1}, \alpha_{ds2}$	Coeficientes que tienen en cuenta la influencia de la resistencia del hormigón en la retracción
α_T	Coeficiente de dilatación térmica [1/°C]
β_1, β_2	Coeficientes que caracterizan la adherencia de las barras de acero (EC2)
$\beta(f_{cm})$	Parámetro de fluencia dependiente de la resistencia del hormigón (EC2)
$\beta(t_o)$	Parámetro de fluencia de la edad de puesta de carga (EC2)
β_{as}	Función del desarrollo temporal de retracción autógena
$\beta_{bc}(f_{cm})$	Parámetro de fluencia básica que depende de la resistencia del hormigón (MC2010)
β_c	Función temporal desarrollo de fluencia (EC2)
$\beta_{ca1}, \beta_{ca2}, \beta_{ca3}, \beta_{ca4}$	Parámetros de ajuste estadístico de retracción autógena (EC2)
β_{cd1}, β_{cd2}	Parámetros de ajuste estadístico de retracción de secado (EC2)
β_{dc}	Función temporal desarrollo de la fluencia de secado (MC2010)
$\beta_{dc}(f_{cm})$	Parámetro de fluencia de secado que depende de la resistencia del hormigón (MC2010)
β_{ds}	Función temporal desarrollo de la retracción de secado
β_H	Función que introduce la influencia de la humedad relativa en la fluencia (EC2)

β_{HR}	Función que introduce la influencia de la humedad relativa en la retracción de secado
β_K	Parámetro utilizado en la formulación de <i>tension-stiffening</i> de Kaklauskas
χ	Coeficiente de envejecimiento
γ_c	Coeficiente de minoración del hormigón
γ_G	Coeficiente parcial de seguridad para el peso propio
γ_m	Coeficiente combinado de seguridad de los materiales
γ_P	Coeficiente parcial de seguridad para el pretensado
γ_Q	Coeficiente parcial de seguridad para la sobre carga
γ_s	Coeficiente de minoración del acero
δ	Desplazamiento en cabeza del pilar [mm]
δ_o	Desplazamiento en cabeza del pilar instantáneo [mm]
δ_{∞}	Desplazamiento en cabeza del pilar diferido [mm]
δ_{pret}	Desplazamiento en cabeza de pilar debido al pretensado del tablero [mm]
δ_{sh}	Desplazamiento en cabeza de pilar debido a la retracción del tablero [mm]
δ_T	Desplazamiento en cabeza de pilar debido a la temperatura del tablero [mm]
δ_{nl}	Desplazamiento en cabeza de pilar debido al <i>beam-growth</i> del tablero [mm]
δ_j	Coeficiente entre resistencia a tracción inicial y final
Δf	Variación de la flecha [mm]
$\Delta \varepsilon_{cs}$	Variación de la deformación de retracción [10^{-6}]
ΔL	Desplazamiento [mm]
ΔM	Variación del momento flector [kNm]
$\Delta \Lambda_o$	Variación del parámetro adimensional Λ_o
$\Delta \sigma$	Variación de tensión [MPa]
$\Delta \sigma_c$	Variación de tensión en la fibra superior de hormigón [MPa]
$\Delta \sigma_{s1}$	Variación de tensión en la armadura inferior [MPa]
$\Delta \sigma_{s2}$	Variación de tensión en la armadura superior [MPa]
ΔT	Variación de temperatura [°C]
ΔT_U	Variación de temperatura uniforme en una sección transversal (EC1) [°C]
$\Delta T_{My}, \Delta T_{Mz}$	Variación de temperatura lineal (gradiente) en una sección transversal (EC1) [°C]
ΔT_E	Variación de temperatura no lineal en una sección transversal (EC1) [°C]
$\Delta T_{M,calor}$	Gradiente de temperatura lineal de calentamiento [°C]
$\Delta T_{M,frio}$	Gradiente de temperatura lineal de enfriamiento [°C]
ε	Deformación unitaria [10^{-6}]
ε_{imp}	Deformación impuesta [10^{-6}]
ε_o	Deformación de la fibra de referencia [10^{-6}]
$\varepsilon_{o,to}$	Deformación instantánea en la fibra de referencia [10^{-6}]
$\varepsilon_{o,t\infty}$	Deformación diferida en la fibra de referencia [10^{-6}]

ε_{∞}	Deformación diferida [10^{-6}]
$\varepsilon_{c,lim}$	Deformación límite en compresión, en condiciones de servicio [10^{-6}]
ε_c	Deformación total del hormigón [10^{-6}]
ε_{cR}	Deformación del hormigón en el momento de fisuración [10^{-6}]
ε_{ca}	Deformación de la retracción autógena [10^{-6}]
$\varepsilon_{cs,1}$, $\varepsilon_{cs,2}$	Deformación de la fibra baricéntrica debida a la retracción [10^{-6}]
$\varepsilon_{ca,\infty}$	Deformación máxima de la retracción autógena (EHE-08/EC2) [10^{-6}]
$\varepsilon_{ca,0}$	Deformación máxima de la retracción autógena (MC2010) [10^{-6}]
ε_{cc}	Deformación de fluencia [10^{-6}]
$\varepsilon_{cc,1}$, $\varepsilon_{cc,1}$	Deformación de la fibra baricéntrica debida a la fluencia [10^{-6}]
ε_{cd}	Deformación de la retracción de secado [10^{-6}]
$\varepsilon_{cd,\infty}$	Deformación máxima de la retracción de secado [10^{-6}]
ε_{cm}	Deformación media del hormigón en la zona fisurada [10^{-6}]
ε_{cs}	Deformación de retracción [10^{-6}]
$\varepsilon_{cs,\infty}$	Deformación de retracción máxima (B3) [10^{-6}]
ε_{ct}	Deformación máxima de tracción del hormigón [10^{-6}], $\varepsilon_{ct} = f_{ct} / E_c$
ε_{cu}	Deformación última en compresión del hormigón [10^{-6}]
ε_{demec}	Deformación medida con extensómetro mecánico (DEMEC) [10^{-6}]
ε_s	Deformación del acero [10^{-6}]
ε_{s1}	Deformación de la armadura inferior [10^{-6}]
ε_{s2}	Deformación de la armadura superior [10^{-6}]
$\varepsilon_{s,II}$	Deformación de la armadura traccionada en Estado II [10^{-6}]
ε_{NL}	Deformación baricéntrica obtenida numéricamente (EF) [10^{-6}]
ε_{SIMP}	Deformación baricéntrica obtenida de forma simplificada [10^{-6}]
ε_{sm}	Deformación media en la armadura en la zona fisurada [10^{-6}]
ε_{smy}	Deformación límite elástico del acero considerando la contribución del hormigón a tracción [10^{-6}]
ε_{sr1}	Deformación de la armadura al final de la longitud de transmisión donde hay adherencia completa entre acero y hormigón [10^{-6}]
ε_{sr2}	Deformación de la armadura en la fisura [10^{-6}]
ε_T	Deformación debida a la temperatura en el hormigón [10^{-6}]
ε_{sT}	Deformación debida a la temperatura en el acero [10^{-6}]
ε_{tot}	Deformación total [10^{-6}]
ε_y	Deformación del límite elástico del acero [10^{-6}]
η_h	Coefficiente de minoración teniendo en cuenta el efecto de tensiones autoequilibradas en la resistencia a tracción del hormigón
η_t	Coefficiente para tener en cuenta el efecto del aumento de la resistencia a tracción del hormigón en el tiempo
Θ_i	Angulo de incidencia sobre la superficie de la radiación solar

κ	Curvatura [1/km]
κ_m	Curvatura media [1/km]
κ_I	Curvatura en Estado I, no fisurada [1/km]
κ_{II}	Curvatura en Estado II, fisurada [1/km]
κ_{cs}	Curvatura producida por la retracción en una sección con armadura asimétrica [1/km]
κ_{to}	Curvatura instantánea [1/km]
κ_{∞}	Curvatura diferida [1/km]
λ	Coefficiente de conductividad térmica [kcal/m·h·°C]
Λ	Parámetro adimensional utilizado para la verificación ELS del pilar
Λ_o	Parámetro adimensional instantáneo utilizado para la verificación ELS del pilar
Λ_{∞}	Parámetro adimensional diferido utilizado para la verificación ELS del pilar
μ_j	Valor medio del error
μ_{global}	Valor medio del error global
$\mu_{carac,max}$	Error característico máximo
$\mu_{carac,min}$	Error característico mínimo
μ_{range}	Variación del error característico
ν, ν_{comp}	Axil adimensional en compresión, $\nu = N / A_c f_c$
ν_{trac}	Axil adimensional en tracción, $\nu = N / A_s f_y$
ρ	Cuantía geométrica de la armadura traccionada
ρ'	Cuantía geométrica de la armadura comprimida
ρ_m	Densidad del material [kg/m³]
σ	Tensión [MPa]
σ_o	Tensión instantánea [MPa]
σ_c	Tensión de la fibra superior de hormigón [MPa]
σ_{cR}	Tensión en el hormigón en el instante que aparece la primera fisura [MPa]
σ_{imp}	Tensión provocada por una deformación impuesta [MPa]
σ_j	Desviación típica o estándar (STD)
σ_{global}	Desviación típica de la muestra global
σ_{pret}	Tensión provocada por el pretensado [MPa]
σ_s	Tensión del acero [MPa]
σ_{s1}	Tensión de la armadura inferior [MPa]
σ_{s2}	Tensión de la armadura superior [MPa]
σ_{sR}	Tensión de la armadura en la fisuración [MPa]
τ_{sh}	Tiempo de retardo (B3) [d]
φ	Coefficiente de fluencia
φ_o	Coefficiente de fluencia básica
φ_{bcr}, φ_b	Coefficiente de fluencia básica (MC2010/EC2)

φ_{dc}, φ_d	Coeficiente de fluencia de secado (MC2010/EC2)
φ_{HR}	Coeficiente de fluencia dependiente de la humedad relativa
ω	Cuantía mecánica de tracción [%]
ω'	Cuantía mecánica de compresión [%]
$\Psi_{2,i}$	Coeficiente de combinación que se aplica a las acciones variables
ζ	Coeficiente de interpolación entre Estado I y II

Unidades

a	Año
°C	Grado Celsius
cm	Centímetro
d	Día
h	Hora
km	Kilómetro
kN	Kilonewton
m	Metro
min	Minuto

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Preámbulo

El proyecto de estructuras con juntas ha sido una práctica habitual cuya finalidad reside en evitar la aparición de tensiones debidas a las deformaciones impuestas debidas a la retracción y temperatura [1].

Esta práctica tradicional se basa, en parte, en el sentido común y, en parte, en las dificultades inherentes al análisis de estructuras hiperestáticas sometidas a deformaciones impuestas. Adicionalmente, la existencia de una normativa antigua y no actualizada ha favorecido el uso de reglas simplificadas muy restrictivas que, en cualquier caso, no siempre aseguran resultados satisfactorios, en edificios, y que exigen dividir las estructuras en subestructuras de pequeña longitud.

En el caso de la edificación, especialmente cuando se trata de grandes edificios públicos, esta práctica conduce a un mal acoplamiento entre la estructura y la arquitectura, a un fraccionamiento antinatural de las mismas, al desaprovechamiento de las posibilidades estructurales que otras soluciones pueden ofrecer y, lo que es más grave, generan problemas de explotación, de durabilidad y de mantenimiento. La experiencia ha demostrado que esta idea no es buena puesto que las juntas son una de las principales causas de los problemas de durabilidad. Además, las juntas suponen un problema desde el punto de vista del diseño geométrico para ingenieros y arquitectos debido a la necesidad de duplicar pilares si se quieren evitar apoyos a media madera.

En el caso de puentes la situación es similar. Para paliar los efectos de las deformaciones impuestas que se producen en el tablero, sobre la infraestructura, se utilizan apoyos elastoméricos y juntas de dilatación. Ambos elementos tienen una vida útil menor que la de los puentes y, consecuentemente, requieren su sustitución. Esto genera operaciones de mantenimiento con costes muy importantes.

Por otra parte, existe una amplia experiencia en el proyecto y construcción de estructuras sin juntas que demuestra que resulta posible, con ciertas precauciones, construir estructuras integrales de grandes dimensiones. Las estructuras integrales se han comportado de manera satisfactoria desde mitades del siglo XX en Estados Unidos, tanto en el caso de estructuras de hormigón armado, cómo mixtas (hormigón y acero). Las primeras estructuras se proyectaron para puentes cortos, y posteriormente alcanzaron longitudes significativas (En torno a los 100m, cómo recoge la referencia [2]). Más recientemente, el departamento Británico de Transporte ha publicado el documento “Design for durability” [3], alentando el uso de estructuras sin juntas, llegando a prohibir las juntas intermedias. Algunos ejemplos ejecutados en España son el Auditorio Kursaal de San Sebastián [4], el edificio de la Oficina de Armonización del Mercado Interior (O.A.M.I.) [5] en Alicante o las estructuras de hormigón de la nueva Terminal T4 del Aeropuerto de Madrid-Barajas [6] (ver).

Figura 1-1. Algunos ejemplos de estructuras integrales construidas en España en los últimos años.

Cómo se ha señalado anteriormente, uno de los principales problemas en el proyecto de estructuras integrales y la principal razón de la preponderancia de las estructuras proyectadas con juntas está en las dificultades que entraña su análisis. En principio, para un análisis riguroso, resulta necesario abordar el problema a partir de un cálculo no-lineal. Este aspecto es problemático para los ingenieros de proyecto debido a la falta de experiencia, la brevedad de los plazos de entrega y los problemas de convergencia que se dan frecuentemente al abordar este tipo de cálculos. Por otra parte, el proyecto de estructuras integrales se ve dificultado por el aumento en el control de los proyectos que lleva a la necesidad de convencer a revisores, a veces sin experiencia en el proyecto de estructuras integrales, acerca de la validez del análisis realizado y de la adecuación del proyecto.

1.2. Objetivos

El problema de las deformaciones impuestas en estructuras de hormigón armado ha sido estudiado por diversos autores desde el punto de vista experimental y teórico [7-11]. Sin embargo, ninguna de las referencias existentes incluye un método que pueda aplicarse fácilmente en la práctica profesional. Por este motivo, el Grupo HE [12] se ha volcado al estudio de este problema durante la última década [13-14].

El objetivo principal de este trabajo es aportar a los ingenieros de proyecto herramientas fáciles de utilizar y con fundamentos teóricos sólidos, que permitan una rápida evaluación del comportamiento de este tipo de estructuras. Promoviendo así, el uso de las soluciones integrales.

Además, se plantea la contrastación mediante medidas experimentales realizadas en estructuras reales.

1.3. Estructura y contenido

En esta sección se describe el contenido de los diferentes capítulos. En primer lugar, en el **capítulo 2**, se realiza un resumen del estado del conocimiento actual del comportamiento en servicio de estructuras civiles de tipo pórtico: en edificación y puentes. Se definen conceptos importantes para este trabajo y se presentan antecedentes teórico-experimentales de las acciones indirectas y del comportamiento en servicio de elementos simples: tirantes, vigas y pilares; y estructuras existentes de tipo pórtico: estructuras de edificación y puentes integrales.

En el **capítulo 3** se realiza un estudio del comportamiento teórico de secciones de hormigón armado sometidas a cargas de servicio, combinación cuasipermanente, y deformaciones impuestas concomitantes: fluencia, retracción y temperatura. Teniendo en consideración que el principal objetivo de este trabajo es entender este complejo fenómeno no lineal más que intentar cuantificar precisamente sus efectos, se utilizan hipótesis de comportamiento de los materiales hormigón y acero, adecuadas, pero simples.

Se estudian secciones de elementos tipo viga con armadura asimétrica, que es la situación típica en la práctica. Se contempla la situación de estas secciones con axil nulo, flexión simple, y con pequeños axiles de compresión o tracción, que se producen debido a la restricción al acortamiento o alargamiento por las condiciones de contorno.

También se analizan secciones tipo pilar, con armaduras simétricas y axiles de compresión, que tienen un comportamiento muy diferente.

El diagrama momento-curvatura con el formato clásico no permite explicar los fenómenos tratados, por lo que se presenta un nuevo formato en el que se muestran otras variables implícitas: la evolución de la deformación de una fibra de referencia con la curvatura, las tensiones en el hormigón y el acero con la curvatura, etc.

Las bases teóricas para la realización de un análisis de este tipo son clásicas. El tratamiento aquí presentado tiene la novedad de estudiar el efecto concomitante de las acciones de las cargas exteriores y las deformaciones impuestas, que no se ha realizado de forma sistemática hasta ahora. Asimismo, otro aspecto importante de este estudio, es que las condiciones de armado y disposición corresponden a situaciones reales de proyecto, según la práctica habitual.

Posteriormente, en el **capítulo 4**, se realiza una contrastación de los conceptos teóricos deducidos anteriormente con resultados experimentales. Para ello se utilizan resultados experimentales obtenidos a partir de ensayos concebidos específicamente para estudiar el comportamiento en servicio de vigas de hormigón armado, por el grupo HE. En estos ensayos se mide el comportamiento de una viga sometida a un momento flector que es constante en la mayor parte de su longitud, lo cual permite obtener una buena estimación del comportamiento promedio de las secciones estudiadas. En esta etapa, se comprueba la precisión de algunos de los modelos de tension-stiffening más reconocidos, junto con las expresiones propuestas por las normativas.

En el **capítulo 5** se estudian los dos elementos estructurales básicos que constituyen las tipologías más frecuentes en estructuras de este tipo: vigas y pilares. El estudio de estos elementos de forma independiente permite conocer los aspectos básicos de comportamiento, frente a las cargas exteriores y deformaciones impuestas.

Se analizan vigas con distintas condiciones de apoyo. Desde el punto de vista de la coacción horizontal se estudian dos casos extremos: vigas coaccionadas al movimiento horizontal en sus

apoyos y vigas con movimiento horizontal permitido. Además, se consideran distintos tipos de condiciones de continuidad: articulaciones, articulación y empotramiento y doble empotramiento. Por último, se estudia la generalización de los fenómenos detectados en vigas de distintas características- planas, peraltadas, etc.- y, consecuentemente, con distintas cuantías de armadura traccionada y comprimida.

En esta etapa se han comparado los resultados de los procedimientos manuales desarrollados con los obtenidos mediante un programa comercial de elementos finitos [15] que permite tener en cuenta las hipótesis simples de comportamiento no lineal mecánico -supuestas en el trabajo - y el análisis del comportamiento diferido del hormigón, mediante una integración paso a paso en el tiempo, además de los efectos de la resistencia a tracción y tension-stiffening.

Una vez entendido el funcionamiento de elementos tipo viga, se estudian algunos aspectos importantes del comportamiento de pilares y pórticos de edificación. Se deduce una metodología sencilla para la determinación de desplazamientos y esfuerzos, basada en un cálculo lineal con rigideces efectivas.

A partir del estudio del comportamiento de un pilar aislado, sometido a un desplazamiento impuesto en la cabeza, en el **capítulo 6** se propone un método de dimensionamiento de utilidad práctica. Este método permite la determinación de la cuantía de armadura necesaria en los pilares para que se verifique que las tensiones de tracción en el acero no superen un límite preestablecido, que garantiza el cumplimiento del Estado límite de Servicio. También puede utilizarse para analizar la viabilidad de estructuras existentes.

La validez del método se comprueba con una serie de ensayos realizados por el grupo HE [16], concebidos específicamente para ello. En estos ensayos, se reproduce el comportamiento de un pilar biempotrado, sometido a compresiones representativas de la práctica profesional y sometidos a desplazamientos horizontales en la cabeza de los mismos.

Para terminar con la descripción del método, se muestra la utilidad del mismo en ejemplos de aplicación en estructuras de edificación y puentes integrales. Dadas unas ciertas relaciones geométricas y las propiedades de los materiales analizados, a partir de la aplicación del método, se estudia la longitud máxima de las estructuras integrales.

El **capítulo 7** se dedica al estudio de los resultados experimentales obtenidos en la auscultación de un puente integral, instrumentado desde su construcción, localizado en la autopista entre Ávila y Salamanca [17]. En dicha campaña experimental se mide la evolución temporal de las deformaciones y la temperatura en diferentes puntos ubicados dentro de las secciones transversales de pilares y tablero del puente. Adicionalmente, se registran movimientos tales como son los desplazamientos de la losa de transición, solidaria con el tablero, y los giros del tablero, junto con las condiciones meteorológicas del emplazamiento y el comportamiento reológico del hormigón, auscultado con probetas en obra (de retracción) y en laboratorio (retracción y fluencia). Todas las mediciones se realizan de forma prolongada en el tiempo, con sistemas automáticos de adquisición de datos.

Finalmente, en el capítulo 8 se presentan las conclusiones obtenidas en esta tesis y se dan propuestas para futuros trabajos de investigación. Una serie de anejos complementan el trabajo.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1. Acciones

A los efectos de este trabajo, las acciones consideradas son directas e indirectas. Las primeras corresponden a cargas de tipo gravitatorio. Las segundas, son deformaciones impuestas o desplazamientos impuestos. Desde el punto de vista estructural, la diferencia entre ambas es que las cargas directas siempre generan reacciones en los apoyos, mientras que las acciones indirectas generan reacciones, únicamente, cuando su libre desarrollo se encuentra impedido.

Las **acciones directas** gravitatorias que se consideran en este trabajo vienen definidas por las distintas normas de acciones [15-17].

Las **acciones indirectas** que se analizan en este trabajo son debidas a la temperatura y las deformaciones reológicas del hormigón, fluencia y retracción. Los siguientes apartados se dedican a estas acciones de forma detallada.

2.2. Acciones indirectas debidas a la reología del hormigón

Las acciones reológicas sobre el hormigón provienen de dos fenómenos de origen común: la retracción y la fluencia.

A continuación se realizará una descripción de algunos de los modelos existentes de mayor difusión y uso, comparándolos entre sí y contrastando sus predicciones con valores experimentales realizadas en el Laboratorio de Estructuras de la Escuela de Caminos, Canales y Puertos de la UPM por el grupo HE [12] y datos disponibles en la base de datos RILEM [18].

También se analizan los modelos propuestos para la estimación de la retracción y la fluencia a partir de valores experimentales en los primeros meses de las probetas, comprobando su ajuste con el posterior comportamiento real.

Por último, se obtienen funciones que describan ambos fenómenos para el hormigón de los alzados de las pilas y para el hormigón del tablero.

2.2.1. Descripción del fenómeno de la retracción

La retracción del hormigón es un fenómeno por el cual el hormigón cambia de volumen con el paso del tiempo. La hidratación del cemento genera un gel poroso que aloja parte del agua sin combinar, que es la que cambia a lo largo del tiempo [19, 20].

De cara a la comprensión de la retracción, es importante entender las diferentes formas en las que el agua puede estar presente en el hormigón. Esto es así porque la retracción se produce por combinación, expulsión o absorción del agua. El agua dentro de la pasta de cemento se clasifica en las siguientes categorías.

Agua capilar: se divide a su vez en dos grupos. Por un lado el agua libre, la cual ocupa los poros más grandes (por encima de 50 nm) y que al abandonar los poros no produce tensiones en el hormigón. Por otro lado el agua que ocupa los poros pequeños (entre 5 y 50 nm) que al desalojar los poros ocupados produce tensiones que comprimen el hormigón. Esta agua desaparece completamente con humedades inferiores al 45%.

Agua absorbida: Agua que puede considerarse parte de la estructura, gracias a las fuerzas de tipo Van der Waals. Es la principal responsable de la retracción de secado y desaparece completamente para humedades inferiores al 30%.

Agua entre capas de la S-C-H, agua intersticial: Es agua fuertemente ligada físicamente al material, mediante uniones de puentes de hidrógeno. Este tipo de enlace, sin llegar a ser de tipo químico, es más fuerte que el enlace de Van der Waals. Para eliminar esta agua totalmente se necesitan humedades relativas inferiores al 11%, lo que lleva a la inestabilidad del hormigón.

Agua combinada químicamente: Forma parte de la estructura química y no puede ser eliminada por secado. Es necesario descomponer el estado de los hidratos mediante procesos de calentamiento.

El proceso de hidratación tiene varias fases, entre las que se destaca una fase plástica, antes de producirse el fraguado, donde pueden producirse fenómenos como la contracción plástica o la retracción plástica, y la fase de endurecimiento, donde ocurren fenómenos como la retracción por secado, la retracción autógena, la retracción por carbonatación y la retracción por contracción térmica.

En este trabajo interesan los efectos que producen los fenómenos de retracción que ocurren durante la fase de endurecimiento, en particular los fenómenos de retracción por secado y retracción autógena, que se definen a continuación.

La retracción autógena se produce debido a la hidratación del cemento con el tiempo (absorción de agua por parte del cemento), a lo largo de la vida de la estructura (periodo de endurecimiento). El agua contenida en los poros se combina con el cemento sin hidratar disminuyendo su volumen. Se mide experimentalmente impermeabilizando completamente la probeta en cuestión, de forma que al no poder expulsar agua, no se produce ninguna retracción por secado. Consecuentemente, toda la deformación medida debe ser por retracción autógena, es decir, por procesos internos de hidratación de la pasta en el proceso de adquisición de resistencia.

La retracción de secado ocurre cuando el hormigón se expone a la intemperie, luego de finalizar el curado, y se produce un gradiente higrométrico con el aire circundante. El agua contenida en los poros del hormigón, no combinada químicamente, se evapora disminuyendo el volumen del hormigón. Cuando por determinadas situaciones, luego de haber retraído en el tiempo, la probeta se expone a un ambiente húmedo, el gradiente de humedad cambia de signo y la probeta aumenta su volumen, fenómeno que se denomina hinchamiento (o entumecimiento) y que es el opuesto a la retracción de secado.

Fernández [21], en la tabla 2-1, resume el efecto que las diferentes variables tienen sobre la retracción de secado, a medida que aumenta el valor de la variable.

Finalmente, la retracción total es la suma de la retracción autógena y de secado. En la tabla 2-2 se resumen las variables que tienen distintos modelos disponibles.

Sánchez Pérez [22] presenta una comparación de algunos de los modelos disponibles con resultados experimentales y muestra dispersiones muy importantes, en algunos casos del orden del 100 %. En la tabla 2-3 se resumen los resultados de un análisis estadístico realizado por el mismo autor, utilizando cuatro modelos diferentes y la base de datos del GEHO [23]. Los parámetros analizados son el valor medio del error μ_{med} y la desviación típica (o estándar) del

error σ_j . Este estudio pone de manifiesto la dificultad de predecir adecuadamente este fenómeno.

Tabla 2-1. Variables que influyen sobre las deformaciones de retracción.

Variable	Efecto sobre la retracción
Humedad	Disminuye
Madurez	Disminuye
Espesor	Disminuye
Agua/Cemento	Aumenta
Resistencia f_c	Disminuye
Temperatura	Aumenta
Árido/Cemento	Disminuye

Tabla 2-2. Variables que influyen en la retracción del hormigón, según los diferentes modelos existentes.

	EHE08/EC2	EHE 98	MC90	ACI 209	CEB 78	B3	Gardner
Humedad relativa	x	x	x	x	x	x	x
Espesor	x	x	x	x	x	x	x
T tiempo de curado	x	x	x	x	x	x	x
Tiempo evaluación	x	x	x	x	x	x	x
Resistencia de cemento	x	x	x	x		x	x
Tipo de cemento	x		x	x		x	x
Tipo de curado	x			x		x	
Cono Abrams				x			
Contenido de arena				x			
Contenido de cemento				x			
Contenido de aire				x			

Tabla 2-3. Dispersión y media de los modelos de retracción.

	ACI	MC-90	EHE-99	B3
Nº de ensayos	218	190	243	166
μ_{med} (%)	-3.85	-37.64	-11.48	-9.58
σ_j (%)	31.28	36.88	30.98	20.55
$VAR = \sigma_j / \mu_{med}$	-0.12	-1.02	-0.37	-0.47

A continuación se describen las diferentes formulaciones de retracción que posteriormente se analizan.

Formulaciones de la EHE-08 y del EC2

La retracción según estas dos normativas, la EHE-08 [24] y el EC2 [25] es la suma de dos componentes: la retracción autógena ε_{ca} y de secado ε_{cd} respectivamente, tal y como se expresa en la ecuación (2.1).

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{ca} + \varepsilon_{cd} \quad (2.1)$$

La retracción autógena se calcula mediante la ecuación (2.2). Se trata de un término constante $\varepsilon_{ca,\infty}$ que depende de las características resistentes del hormigón multiplicado por una función temporal $\beta_{as}(t)$.

$$\varepsilon_{ca} = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca,\infty} \quad (2.2)$$

$\varepsilon_{ca,\infty}$ se define en la ecuación (2.3). El valor de la retracción autógena a tiempo infinito es mayor cuanto mayor sea la resistencia característica del hormigón. La función $\beta_{as}(t)$ se define en la ecuación (2.4). La función temporal tiene una asíntota, ya que al aumentar el tiempo la función $\beta_{as}(t)$ tiende a uno.

$$\varepsilon_{ca,\infty} = 2.5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (2.3)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}) \quad (2.4)$$

La retracción de secado es la más importante, y se calcula mediante la ecuación (2.5). Se trata de un término constante $\varepsilon_{cd,\infty}$ que depende de las características resistentes del hormigón multiplicado por una función temporal $\beta_{as}(t)$. El término a tiempo a infinito $\varepsilon_{cd,\infty}$, se define en la ecuación (2.6). Depende de la humedad a través de la variable β_{HR} , ecuación (2.7), de la resistencia y del tipo de cemento mediante los factores α_{ds1} y α_{ds2} . Su desarrollo a tiempo infinito se limita a través del factor k_e , que depende del espesor ficticio e_f y es menor que la unidad. El término temporal definido en la ecuación (2.8) y es asintótico a uno. Por lo tanto, el valor a tiempo infinito dependerá de la $\varepsilon_{cd,\infty}$ y del espesor ficticio.

$$\varepsilon_{cd} = \beta_{ds}(t - t_s) k_e \varepsilon_{cd,\infty} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{cd,\infty} = \beta_{HR} 0.85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{10}\right) \right] \cdot 10^{-6} \quad (2.6)$$

$$\beta_{HR} = \begin{cases} -1.55 \left[1 - \left(1 - \frac{HR}{100} \right)^3 \right] & \text{si } 40\% \leq HR < 99\% \\ 0.25 & \text{si } HR \geq 99\% \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{e_f^3}} \quad (2.8)$$

$$e_f = \frac{2A_c}{u} \quad (2.9)$$

Formulación del Código Modelo (MC2010)

El modelo de retracción del Código Modelo (MC2010) [26] tiene un esquema similar al expuesto en la formulación de la EHE-08/EC2, aunque con ciertas variaciones. La retracción total es suma de la autógena y la de secado, según la misma ecuación (2.1).

La retracción autógena se calcula según la ecuación (2.10).

$$\varepsilon_{ca} = \varepsilon_{ca,o}(f_{cm}) \beta_{as}(t) \quad (2.10)$$

Se trata de un término constante $\varepsilon_{ca,o}$ que depende de las características resistentes del hormigón y del tipo de cemento mediante el factor α_{as} . Se multiplica por un término temporal β_{as} que depende del tiempo de evaluación. El término constante $\varepsilon_{ca,o}$ se define en la ecuación (2.11) y el término temporal β_{as} en la ecuación (2.12).

$$\varepsilon_{ca,o} = \alpha_{as} \left(\frac{f_{cm}/10}{6 + f_{cm}/10} \right)^{2.5} \cdot 10^{-6} \quad (2.11)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}) \quad (2.12)$$

La retracción de secado se define según la ecuación (2.13).

$$\varepsilon_{cd} = \beta_{ds}(t-t_s) \varepsilon_{ca,o} \beta_{HR} \quad (2.13)$$

Se trata por tanto de un término constante a tiempo infinito $\varepsilon_{cd,o}$ que depende de la resistencia y del tipo de cemento, tal y como se define en la ecuación (2.14). Se multiplica por un factor β_{HR} que depende de la humedad relativa (ídem ecuación (2.7)) y por un factor temporal β_{ds} , que depende del tiempo transcurrido desde el fin de curado y del espesor ficticio, según se define en la ecuación (2.15).

$$\varepsilon_{cd,o} = \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp(-\alpha_{ds2} f_{cm}) \right] \cdot 10^{-6} \quad (2.14)$$

$$\beta_{ds}(t-t_s) = \left(\frac{(t-t_s)}{(t-t_s) + 0.035e_f^2} \right)^{0.5} \quad (2.15)$$

El término a tiempo infinito definido según la formulación EHE-08/EC2, es un 15% menor que la del presente apartado, ya que incorpora un multiplicador de 0.85. Además, las formulaciones de la EHE-08 [24] y del EC2 [25] suponen que para espesores ficticios mayores que 100 mm no se llegará a desarrollar la retracción a tiempo infinito completa, mientras que si lo hará en la formulación del MC2010.

Además, a diferencia de las demás normativas, el MC2010 da un orden de magnitud de la dispersión real en base a ensayos experimentales, proponiendo un coeficiente de variación igual a 35%.

Formulación del modelo B3 de Bazant

Esta es una formulación experimental, que según Bazant [27] proporciona resultados más adecuados que otras normativas. En concreto, menciona que el método de la ACI proporciona desviaciones de en torno al 55% mientras que su método en torno al 34%. Es ligeramente más complejo su empleo, porque se necesitan más datos sobre las características del hormigón.

Se definen 5 clases de estructuras, en función de su sensibilidad a fenómenos de deformaciones diferidas, de menos sensibles a más sensibles. Bazant considera que su método es necesario para estructuras de los dos niveles más altos, correspondientes a puentes de gran luz, con secciones cajón pretensadas, atirantados o arcos. También lo considera necesario para estructuras evolutivas, grandes torres, grandes estructuras offshore, etc. Para clases medias, como pueden ser puentes atirantados o arcos de en torno a 80 metros de luz, puentes cajón de luces medias, tanques, silos, etc., lo considera recomendable pero no necesario. Por último para estructuras menos sensibles como es el caso de puentes losa pretensados, estructuras armadas, ... considera que es suficiente con métodos más simples.

En cuanto al rango de aplicación, se circunscribe a relaciones a/c de entre 0.35 y 0.85, contenidos de cemento de entre 162 y 720 kg/m³, relaciones árido cemento de entre 2.5 y 13.5 y resistencias estándares de compresión cilíndrica a 28 días de entre 17 y 70 MPa.

La formulación del modelo es la que se define en la ecuación (2.16).

$$\varepsilon_{cs}(t, t_o) = \varepsilon_{cs, \infty} \cdot bz_h \cdot S(t) \quad (2.16)$$

Es una formulación análoga a las anteriores, de forma que consta de un término a tiempo infinito $\varepsilon_{cs, \infty}$ y sendos factores función del tiempo $S(t)$, y de la humedad relativa HR a través del factor bz_h ($=1-HR^3$ para $HR \leq 98\%$, $=0.2$ para $HR=100\%$). El factor temporal, definido en la ecuación (2.17) depende del tiempo transcurrido desde el fin del curado y de las propiedades geométricas de la sección.

$$S(t) = \tanh \sqrt{\frac{t-t_s}{\tau_{sh}}} \quad (2.17)$$

Donde τ_{sh} , definido en la ecuación (2.18) es un factor que depende del espesor ficticio e_f y de la forma de la pieza bz_s , que tiene dimensiones de tiempo y representa el tiempo que se tarda en desarrollarse la mitad de la retracción.

$$\tau_{sh} = bz_t (bz_s e_f)^2 \quad (2.18)$$

El factor bz_s depende de la forma de la sección (vale 1.00 para una losa infinita o 1.55 para un cubo), mientras que bz_t se define en la ecuación (2.19).

$$bz_t = 8.5 \cdot t_o^{-0.08} f_{ck}^{-1/4} \quad (2.19)$$

El término de la retracción a tiempo infinito se expresa en la ecuación (2.20).

$$\varepsilon_{cs, \infty} = \varepsilon_{\infty} \frac{E_c(607)}{E_c(t_o + \tau_{sh})} \quad (2.20)$$

Donde $E_c(t)$ y ε_{∞} se definen en la ecuaciones (2.21) y (2.22) respectivamente.

$$E_c(t) = E_c(28) \left(\frac{t}{t_o + 0.85t} \right)^{0.5} \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_{\infty} = \alpha_1 \alpha_2 \left[1.9 \cdot 10^{-2} w^{2.1} f_{ck}^{-0.28} + 270 \right] \cdot 10^{-6} \quad (2.22)$$

Donde α_1 es función del tipo de cemento (I, II, o III), y α_2 es función del tipo de curado, distinguiendo entre sumergido, impermeabilizado y curado al vapor; w es el contenido de agua en kilogramos por metro cúbico.

Se aprecia por tanto que la diferencia del modelo reside, además de en una formulación diferente, en la consideración de la cantidad de agua en la composición del hormigón, así como en la consideración del tipo de curado. Además, el modelo B3 no considera por separado la retracción autógena y de secado.

Influencia de distintas variables en el desarrollo de la retracción

En el comportamiento del hormigón de cara a la retracción, intervienen diferentes parámetros. Las distintas formulaciones los tienen en cuenta. En la tabla 2-4 se expone qué parámetros tiene en cuenta cada una de las formulaciones que se van a estudiar. Además, se cita con qué serie de ensayos experimentales se contrastan las formas de las curvas de las distintas normativas.

A continuación se estudia la influencia de cada uno de los parámetros citados en la tabla 2-4. Para ello, por un lado se representan los modelos de retracción en función del tiempo para las

diferentes normativas, manteniendo constantes todos los demás parámetros y variando el que se quiere estudiar. Por otro lado, se representan resultados experimentales de algún autor que haya realizado ensayos de retracción en los que solamente cambia el parámetro que se estudia.

En la figura 2-1 se representa la evolución de las componentes autógena y de secado de la retracción según las distintas formulaciones empleadas.

Tabla 2-4. Parámetros tenidos en cuenta por la formulación de retracción de la EHE-08/EC2, MC2010 y por el modelo B₃.

	EHE-08 / EC2	MC2010	B₃	Series experimentales de contraste
Autógena/secado	Sí	Sí	No	De Larrard
Humedad relativa	Sí	Sí	Sí	Keeton
Resistencia del hormigón	Sí	Sí	Sí	Humel/Lambotte
Espesor ficticio	Sí	Sí	Sí	L´Hermite/Shritharan/Bazant
Tipo de cemento	Sí	Sí	Sí	Weigler
Cantidad de agua	No	No	Sí	Brooks
Tipo de curado	No	No	Sí	Corres y Pérez
Tiempo de curado	Sí	Sí	Sí	Wallo/Wischer

En la figura 2-2 se muestra la evolución de la retracción para las series experimentales de De Larrard y de Keeton [18]. En la primera, se cuenta con dos probetas de dos tipos de hormigones, de las cuales una ha sido impermeabilizada, midiendo de esa forma sólo la retracción autógena. La relación entre la retracción autógena y la de secado depende fuertemente de la resistencia del hormigón [28]. La parte autógena es mayor cuanto mayor sea la resistencia del hormigón, mientras que la de secado es menor. Este efecto se ve en la serie experimental de De Larrard [18], en la que la parte autógena del hormigón más resistente (cuadrados rojos) es mayor que la parte autógena del hormigón menos resistente (rombos negros). A su vez, en la serie de Keeton [18], que tiene una resistencia característica menor que ambas series de De Larrard [18] se ve que la influencia de la parte autógena es considerablemente más pequeña. Por el contrario, la retracción total, y en consecuencia la retracción de secado, es inferior en el caso del hormigón con mayor resistencia (rombos rojos) que la del hormigón de menor resistencia (puntos negros).

Las formulaciones de la EHE-08 [24] y del MC2010 [26] recogen dicho comportamiento. La formulación del modelo B₃ de Bazant [27] no tiene en cuenta la retracción autógena, con lo que no es de aplicación en este punto.

En la figura 2-3 se representa la evolución de la retracción para diferentes humedades relativas según las distintas formulaciones empleadas.

En la figura 2-4 se muestra la evolución de la retracción para la serie experimental de Keeton [18]. Puede verse, tal y como predicen las formulaciones normativas, como la retracción es mayor para humedades relativas menores. Incluso para humedades relativas muy altas, se produce el hinchamiento. Este fenómeno es debido a que la expulsión o absorción de agua se rige por fenómenos el gradiente higrométrico entre el interior de la pieza y el ambiente.

Figura 2-1. Evolución de la retracción autógena y de secado a lo largo del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 para resistencias de 20 MPa (superior izquierda) y 50 MPa (superior derecha) y la formulación del MC2010 para resistencias de 20 MPa (inferior izquierda) y de 50 MPa (inferior derecha).

Figura 2-2. Evolución de la retracción autógena y retracción total (autógena más secado) a lo largo del tiempo según la serie experimental de De Larrard (izquierda) y Keeton (derecha), para distintas resistencias del hormigón.

Figura 2-3. Evolución de la retracción en función del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 (superior izquierda), la formulación del MC2010 (superior derecha) y del modelo B3 de Bazant (inferior), para distintas humedades relativas.

En la figura 2-5 se representa la evolución de la retracción para diferentes resistencias características del hormigón según las distintas formulaciones empleadas. En la figura 2-6 se muestra la evolución de la retracción para la serie experimental de Humel y de Lambotte [18]. En términos generales, la tendencia de los ensayos concuerda con las estimaciones de las formulaciones, siendo mayor la deformación para hormigones de resistencias menores. No obstante, en la serie de Humel [18] puede verse cómo el hormigón con resistencia media de 27 MPa sufre mayor deformación por retracción que el hormigón con resistencia media de 18MPa. Esto evidencia la complejidad del fenómeno de retracción. La explicación de las diferencias entre retracciones esperadas en hormigones de diferentes resistencias debe buscarse en la cantidad de agua que contienen. Normalmente, con las mismas materias primas se consigue un hormigón de mayor resistencia mejorando la dosificación a base de reducir la relación agua/cemento. Por lo tanto, si contiene menos agua que expulsar, la retracción por secado será menor.

Figura 2-4. Evolución de la retracción en función del tiempo en la serie experimental de Keeton, para distintas humedades relativas

Figura 2-5. Evolución de la retracción en función del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 (superior izquierda), la formulación del MC2010 (superior derecha) y del modelo B3 de Bazant (inferior), para distintas resistencias características.

Figura 2-6. Evolución de la retracción en función del tiempo en la serie experimental de Humel (izquierda) y la serie de Lambotte (derecha), para distintas resistencias características.

En la figura 2-7 se representa la evolución de la retracción para diferentes espesores ficticios de la pieza de hormigón según las distintas formulaciones empleadas. En la figura 2-8 se muestra la evolución de la retracción para las series experimentales de Shritharan, Bazant y L´Hermitte [18]. La tendencia de los ensayos concuerda con las estimaciones de las formulaciones, siendo menor la retracción cuanto mayor sea el espesor ficticio. La influencia del gradiente higrométrico se produce primero en la zona superficial de la pieza y a medida que el frente de secado va avanzando hacia el interior de la pieza, ésta se acorta más, tal y como menciona García, E. [28]. En la serie de datos RILEM [18], se cuenta con una probeta con espesor ficticio de 500 mm, y otras que se quedan en torno a los 200-300 mm de espesor ficticio.

Existe una diferencia importante entre las distintas formulaciones. Mientras que el MC2010 [26] y el B3 [27] consideran que la retracción que va a desarrollarse a tiempo infinito es igual, sea cual sea el espesor ficticio, la formulación de la EHE-08 [24] considera que la retracción a tiempo infinito en probetas con espesores ficticios mayores que 100 mm no llegarán a desarrollar la misma retracción que las piezas de menor espesor ficticio.

A efectos prácticos la diferencia no es excesiva. Los tiempos de vida de los hormigones suelen estar como máximo en torno a 100 años (36500 días). Según las formulaciones del MC2010 [26] y del B3 [27], para espesores ficticios de en torno a 300 mm para esa edad todavía no han llegado a desarrollarse las retracciones totales.

En la figura 2-8 puede intentar verse dicho comportamiento. En la serie de Shritharan [18] parece que las deformaciones por retracción de las probetas con espesores ficticios mayores están estabilizadas en valores menores que sus homólogas de espesores menores. En el caso de las series de Bazant y L´Hermitte [18] no está claro si están o no estabilizadas.

Figura 2-7. Evolución de la retracción en función del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 (superior izquierda), la formulación del MC2010 (superior derecha) y del modelo B3 (inferior), para distintos espesores ficticios.

En la figura 2-9 se representa la evolución de la retracción para diferentes tiempos de curado de la pieza de hormigón según las distintas formulaciones empleadas. En la figura 2-10 se muestra la evolución de la retracción para las series experimentales de Wallo y Wischer [18]. Puede verse cómo el tiempo de curado no afecta prácticamente a la evolución de la retracción. Únicamente retrasa el momento a partir del cual empieza a desarrollarse la retracción de secado. En las serie de Wallo y Wischer [18] se confirma esa afirmación, ya que las evoluciones son similares para distintos tiempos de curado.

En la figura 2-11 se representa la evolución de la retracción para diferentes tipos de cemento según las distintas formulaciones empleadas. En la Figura 2-12 muestra la evolución de la retracción para la serie experimental de Weigler [18]. La formulación de la EHE-08 [24] distingue entre cementos de adquisición de resistencia rápida, normal y lenta. La formulación del MC2010 [26] diferencia tres grupos, el primero para cementos de tipo 32,5N, el segundo para cementos de tipo 32.5R y 42.5N y el tercero para cementos de tipo 42.5R, 52.5N y 52.5R. La formulación B3 [27] por su parte, plantea distintas formulaciones según si el cemento es CEM I, CEM II o CEM III.

Figura 2-8. Evolución de la retracción en función del tiempo en la serie experimental de Shriritharan (superior izquierda), la serie de Bazant (superior derecha) y L' Hermite (inferior) para distintos espesores ficticios.

En la serie de Weigler [18] representada en la figura 2-12 se muestra el desarrollo de la retracción para hormigones con cementos SL, R, y RS según la nomenclatura CEB [26]. Serían equivalentes a cementos de tipo lento, normal y rápido respectivamente según la EHE-08 [24]. Las diferencias del comportamiento predicho según las distintas formulaciones son considerablemente mayores a las medidas por Weigler [18]. Por ejemplo, según la EHE-08 [24], la diferencia entre la retracción a tiempo infinito de un hormigón con cemento de fraguado lento y uno con cemento de fraguado rápido estaría en torno al 60%. No obstante, en los resultados experimentales de la Figura 2-12 las diferencias son muy pequeñas.

En la figura 2-13 se representa la evolución de la retracción para diferentes relaciones agua cemento según la formulación del modelo B3 [27]. La formulación de la EHE-08 [24] /EC2 [25] y la formulación del MC2010 [26] no tienen en cuenta directamente la relación agua/cemento. En la Figura 2-14 se muestra la evolución de la retracción para la serie experimental de Brooks [18], en la que se han elaborado hormigones de características similares con relaciones agua/cemento diferentes.

La retracción para hormigones con más agua es mayor, ya que expulsan mayor cantidad de agua, lo que se traduce en una deformación por retracción mayor. Este hecho se recoge también en la formulación B3 [27], según se muestra en la figura 2-13.

Figura 2-9. Evolución de la retracción en función del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 (superior izquierda), la formulación del MC2010 (superior derecha) y del modelo B3 (inferior), para distintos tiempos de curado.

Figura 2-10. Evolución de la retracción en función del tiempo en la serie experimental de Wallo (izquierda) y Wischer (inferior) para distintos tiempos de curado.

Figura 2-11. Evolución de la retracción en función del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 (superior izquierda), la formulación de MC10 (superior derecha) y del modelo B3 (inferior) para distintos tipos de cemento.

Figura 2-12. Evolución de la retracción en función del tiempo en la serie experimental de Weigler [18] para distintos tipos de cemento.

Figura 2-13. Evolución de la retracción en función del tiempo según la formulación del modelo B3, para distintas

Figura 2-14. Evolución de la retracción en función del tiempo en la serie experimental de Brooks para distintas relaciones agua/cemento.

Por último se estudia la influencia del tipo de curado. En la figura 2-15 se representa la evolución de la retracción para diferentes tipos de curado según la formulación del modelo B3 [27]. La formulación de la EHE-o8/EC2 [28, 29] y la formulación del MC2010 [26] no tienen en cuenta el tipo de curado. En la Figura 2-16 se muestra la evolución de la retracción para la serie experimental de Pérez y Corres [29], en la que se ha curado el mismo hormigón en condiciones selladas y en agua.

Según el modelo B3 [27], el tipo de curado influye de forma relevante en la retracción a tiempo infinito del hormigón (ver figura 2-15). La diferencia entre el tipo de curado sellado y curado en agua es de en torno al 60%. No obstante, en la serie de Pérez y Corres [29], parece que el curado influye en los periodos iniciales de vida de la probeta, pero una vez transcurrido un tiempo el efecto desaparece (ver figura 2-16). Como se vio en la figura 2-9 y en la figura 2-10 sobre la influencia del tiempo de curado, cuando este termina la evolución de la retracción es independiente de cuan dilatado haya sido el tiempo de curado. Se puede deducir por tanto, que el curado no tiene especial importancia más allá de los primeros días de vida del hormigón. Por tanto, no parece que el tipo de curado tenga una relevancia tan grande en la retracción a tiempo infinito como se desprende de la formulación B3 [27].

Figura 2-15. Evolución de la retracción en función del tiempo según la formulación del modelo B3, para distintos tipos

Figura 2-16. Evolución de la retracción en función del tiempo en la serie experimental de Pérez y Corres para distintos tipos de curado.

Predicción de la retracción a partir de registros experimentales según el EC2 y el modelo B3

Tanto el EC2 [25] como el modelo B3 [27] proponen métodos para predecir la retracción futura a partir de datos experimentales recogidos durante un periodo relativamente corto.

Método de predicción del EC2

El EC2 [25] plantea un método por el cual puede preverse el comportamiento de retracción a tiempo futuro, a partir de una serie de datos experimentales en un determinado periodo inicial.

Dicha formulación parte de la base de la formulación que el EC2 [25] tiene para hormigones de alta resistencia, adaptada mediante parámetros a determinar por el proyectista, de forma que se logre un ajuste lo mejor posible en el periodo de toma de datos experimentales.

El procedimiento sería el siguiente. Se determinan una serie de parámetros para la retracción autógena y otros para la retracción de secado. Para ello, es necesaria la determinación de la retracción autógena y de secado de forma separada, siendo imprescindible la impermeabilización de una probeta, de forma que la única retracción que se mida sea la autógena.

Primero se determina un parámetro β_{ca1} que aparece en la ecuación (2.23) de forma que el error entre los valores calculados y medidos en los primeros 28 días sea mínimo, ecuación (2.24). Este parámetro se determina únicamente para la parte autógena de la retracción.

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{ca1} (f_{ck} - 20) \left(2.2 \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} - 0.2 \right) \cdot 10^{-6} \quad (2.23)$$

$$\beta_{ca1} \rightarrow \min \left(\sum \left| \varepsilon_{ca}^{medido} - \varepsilon_{ca}^{calculado} \right| \right) \quad (2.24)$$

Para periodos de tiempo mayores que esos 28 días, se ajustarán otros tres parámetros β_{ca2} , β_{ca3} , β_{ca4} expresados en la ecuación (2.25) para que el error de la retracción autógena según la ecuación (2.26) sea mínima.

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{ca1} (f_{ck} - 20) \left(\beta_{ca2} - \beta_{ca3} \cdot \exp \left(-\frac{t}{\beta_{ca4}} \right) \right) \cdot 10^{-6} \quad (2.25)$$

$$\beta_{ca2}, \beta_{ca3}, \beta_{ca4} \rightarrow \min \left(\sum \left| \varepsilon_{ca}^{medido} - \varepsilon_{ca}^{calculado} \right| \right) \quad (2.26)$$

Una vez ajustados estos 4 parámetros de forma que el error para la retracción autógena sea mínimo, se ajustan otros dos parámetros β_{cd1} y β_{cd2} expresados en la ecuación (2.27) para que el error de la parte de retracción de secado, según la ecuación (2.28) sea mínimo.

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{cd1} \frac{K(f_{ck}) \left[72 \cdot \exp(-0.046 f_{ck}) + 75 - HR \right] (t - t_s)}{(t - t_s) + \beta_{cd2} h_o^2} \cdot 10^{-6} \quad (2.27)$$

$$\beta_{cd1}, \beta_{cd2} \rightarrow \min \left(\sum \left| \varepsilon_{cd}^{medido} - \varepsilon_{cd}^{calculado} \right| \right) \quad (2.28)$$

Este planteamiento supone un problema claro. No es práctica habitual medir la retracción autógena y por secado de forma separada. Por lo tanto una posible solución sería la de ajustar los 6 parámetros mencionados β_{ca1} , β_{ca2} , β_{ca3} , β_{ca4} , β_{cd1} y β_{cd2} de forma simultánea, con lo cual se pierde precisión.

El EC2 [25] exige un periodo de toma de datos de 6 meses para que la predicción sea adecuada.

Método de predicción del B3

Bazant [27] propone un método para la predicción de retracción a tiempos futuros a partir de unos datos experimentales. Esta predicción puede hacerse con periodos de medición más cortos que el EC2 [25].

Se sugiere que los datos a tomar estén espaciados en el tiempo de forma logarítmica.

El método sugerido por Bazant [27], requiere la medición de pérdidas de peso por secado, lo cual no suele medirse. Dicha medición se utiliza para calcular un parámetro $\bar{\tau}_{sh}$ que sustituye al τ_{sh} de la formulación original. Cómo no se dispone de datos para calcularla se utiliza el parámetro de la formulación original.

El proceso a seguir sería el siguiente:

Se tiene una serie de mediciones experimentales $\varepsilon'_{cs,i}(t, t_o)$.

Se calcula una $\bar{\varepsilon}_{cs,i}(t, t_o)$ utilizando el $\bar{\tau}_{sh}$ para cada tiempo de medida experimental.

Se obtiene un factor de escala, p_6 según la ecuación (2.29), con el que multiplicando los valores de cálculo del modelo $\bar{\varepsilon}_{cs,i}(t, t_o)$, se obtendrán los valores de predicción $\varepsilon_{cs,i}^*(t, t_o)$.

$$p_6 = \frac{\sum \bar{\varepsilon}_{cs,i} \cdot \bar{\varepsilon}_{cs,i}}{\sum \bar{\varepsilon}_{cs,i}^2} \quad (2.29)$$

El valor predicho se obtendrá a través de la ecuación (2.30).

$$\varepsilon_{cs,i}^*(t, t_o) = p_6 \bar{\varepsilon}_{cs,i}(t, t_o) \quad (2.30)$$

El método es más sencillo que el del EC2 [25] en cuanto a que es más automático, ya que no es necesario ajustar el parámetro p_6 como hay que hacer con los 6 parámetros en el método del EC2 [25]. Como contrapartida, habría que medir la pérdida de peso, lo cual no suele hacerse habitualmente. No obstante, el método permite utilizar el τ_{sh} calculado en lugar del $\bar{\tau}_{sh}$ estimado en caso de no haberlo medido.

Aplicación de los métodos de predicción a probetas reales

A continuación se presentan predicciones para distintas series experimentales utilizando tanto el modelo de predicción de B3 [27], como el modelo de predicción del EC2 [25].

En el Laboratorio de Estructuras de la Escuela de Caminos, Canales y Puertos de la UPM no se disponen de resultados de retracción identificando la parte autógena y la de secado. Se van a utilizar las series experimentales de De Larrard y de Keeton [18], en la que se diferencia la retracción autógena y total. La retracción de secado se estimará como la resta entre ambas.

En la figura 2-17 y en la figura 2-18 se muestra la parte autógena de la retracción (puntos verdes), la parte de secado (puntos rojos) y la retracción total (puntos negros) de cada una de las series respectivamente. A su vez, se muestra el ajuste que se ha logrado ajustando los parámetros que se muestran en la tabla 2-5. Dichos parámetros se han obtenido para los datos de los primeros 6 meses (180 días), salvo el parámetro β_{co1} que como se indica en el método de predicción del EC2 [25] debe ajustarse para los primeros 28 días. Como base de comparación, se representa la función teórica de la EHE-08 [24] para ese hormigón (línea negra llena).

Se han estudiado dos ajustes. El primero ajustando cada parámetro tal y como se indica en el método de predicción del EC2 [25]. El segundo ajustando todos los parámetros de forma que el error global sea el mínimo posible. Este último ajuste correspondería al caso en el que no se hubiesen medido por separado la retracción autógena y de secado. Los valores de los ajustes se muestran en la tabla 2-5.

En la figura 2-17 (izquierda y derecha) puede verse cómo el ajuste de la deformación total (línea negra a trazos) que se obtiene es bueno, mejorando considerablemente la predicción teórica (línea negra llena). No obstante, en el caso de realizar el ajuste conjunto (izquierda), no se acierta en las componentes de la retracción por separado. Esto puede dar problemas de cara a la extrapolación a resultados futuros, porque ambas partes no crecen de la misma manera. La retracción por secado sigue creciendo más tiempo, mientras que la retracción autógena se estabiliza. Por lo tanto, el ajuste por partes debería dar mejores resultados. Se debe matizar que en la serie de De Larrard [18] la retracción autógena es importante, por ser un hormigón de alta resistencia.

Tabla 2-5. Parámetros de ajuste para la retracción autógena a los primeros 28 días β_{ca1} , retracción autógena hasta los 6 meses β_{ca1} , β_{ca2} , β_{ca3} y β_{ca2} y retracción de secado hasta los 6 meses β_{cd1} y β_{cd2} para las series de De Larrard y Keeton.

Series	De Larrard		Keeton	
Tipo de ajuste	Ajuste por partes	Ajuste conjunto	Ajuste por partes	Ajuste conjunto
β_{ca1}	1.437	0.144	0.000	2.735
β_{ca2}	1.880	6.309	2.800	5.505
β_{ca3}	-0.090	10.514	1.100	4.886
β_{ca4}	96.575	123.523	96.000	99.153
β_{cd1}	1.189	1.165	1.254	0.838
β_{cd2}	0.011	0.004	0.004	0.004

Figura 2-17. Predicción de la retracción autógena (línea verde), de secado (línea roja) y total (línea negra a trazos) a lo largo del tiempo según la formulación del EC2 para la serie de De Larrard. Ajuste realizado para todos los parámetros a la vez (izquierda) y para cada parte por separado (derecha). Estimación teórica según la formulación de la EHE-08/EC2 (línea negra llena)

En la figura 2-18 en cambio, puede verse cómo al ser pequeña la retracción autógena, prácticamente no influye cuando se hace el ajuste por partes (derecha). En cambio, al realizar el ajuste conjunto (derecha), se le asigna una gran importancia a la retracción autógena que realmente no tiene. De cara a la predicción posterior, esto puede dar problemas, ya que realmente casi toda la retracción se debe a la parte de secado. En caso de que sólo se dispusiera de registros totales, no se sabría si la estimación de cada una de las componentes estaría siendo adecuada o no.

Puede decirse por tanto, que conviene seguir la formulación descrita en el método de predicción del EC2 [25], y realizar el ajuste por partes.

Figura 2-18. Predicción de la retracción autógena (línea verde), de secado (línea roja) y total (línea negra a trazos) a lo largo del tiempo según la formulación del EC2 para la serie de Keeton. Ajuste realizado para todos los parámetros a la vez (izquierda) y para cada parte por separado (derecha). Estimación teórica según la formulación de la EHE-08/EC2 (línea negra llena).

A continuación se realiza el ajuste propuesto por el método B3 [27] para las mismas probetas. En la tabla 2-6 se muestran los factores de escala p_6 para cada serie. En la Figura 2-19 se muestran los ajustes del modelo de Bazant [27] para las series de Larrard [18] (izquierda) y Keeton [18] (derecha). Se ve cómo el ajuste mejora significativamente la predicción.

Tabla 2-6. Factores de escala p_6 del modelo B-3 para la predicción en las series experimentales de De Larrard y Keeton.

Serie	De Larrard	Keeton
p_6	1.65	1.85

Figura 2-19. Predicción de la retracción a lo largo del tiempo según la formulación del modelo B-3 (línea negra a trazos) para la serie de De Larrard (izquierda) y de Keeton (derecha). Estimación teórica según la formulación de Bazant (línea negra llena).

El propio Bazant [27] reconoce que la predicción de valores de retracción a partir de datos a corto plazo es complicado, debido a la incertidumbre que genera el hecho de no saber cuándo la curva tiende a estabilizarse.

Es importante si los datos se obtienen a humedad constante o variable. Estando la probeta sometida a humedad variable, los valores que se obtienen oscilan alrededor de la línea correspondiente a la retracción que se obtendría para la humedad media. Por tanto no se produce un error en cuanto a la estimación de la retracción considerando la humedad media. El

problema surge cuando para realizar la predicción, se utiliza un periodo en el cual quede incluido sólo uno de los máximos o mínimos relativos. Este hecho hace que el factor de escala que modifica el modelo teórico se vea incrementado o reducido respectivamente de forma artificial, con lo que la predicción no será buena. Para salvar este problema, se plantea obtener los parámetros para la humedad media durante el periodo de medición de datos experimentales. Después, para la extrapolación posterior se utiliza la humedad media que se producirá durante el periodo completo. Como ejemplo para ilustrar este efecto, se presenta la serie DRMT de Corres y Rodríguez [30] donde la incidencia de este problema es apreciable. En la Figura 2-20 se muestran las predicciones con corrección (línea negra a trazos) y sin corrección (línea roja llena). El ajuste sin la corrección, se ve distorsionado por los registros de los primeros 28 días, en los cuales existe un pico debido a un descenso de la humedad. El ajuste corregido, salva dicho pico acercándose más a las mediciones experimentales.

Figura 2-20. Predicción de la retracción a lo largo del tiempo según la formulación del modelo B-3 de Bazant para probetas sin humedad constante. Predicción con corrección de humedad (línea negra a trazos) y sin corrección (línea roja llena).

2.2.2. Acción de la fluencia

Descripción del fenómeno de fluencia

La fluencia es una deformación impuesta que se produce en el hormigón cuando se aplica una carga mantenida en el tiempo, como es el pretensado, el peso propio, ... El fenómeno de fluencia se manifiesta como una deformación impuesta creciente con el tiempo, al igual que la retracción y en una escala temporal semejante.

Se acepta que la fluencia es proporcional a la tensión aplicada hasta valores del 40% de la resistencia media del hormigón. Para tensiones mayores, la relación pasa a ser no lineal.

La fluencia puede descomponerse en dos partes, según la causa que la genera [20, 21]: la fluencia básica y la de secado.

La **fluencia básica** es la fluencia que ocurre cuando la pasta de cemento se reestructura bajo la presión mecánica, adoptando una forma más compacta y de menor volumen. A nivel microestructural se encuentran algunos motivos [28]:

- Deslizamiento de las hojas constituyentes del cemento unas sobre otras, favorecido por el agua que actúa como lubricante.
- Microfisuración del hormigón que da lugar a una deformación no recuperable.

- Pérdida de agua por microfisuración. Al producirse microfisuras en el hormigón, se produce una expulsión de agua de los microporos a las microfisuras, produciendo una contracción.
- Disolución bajo tensión de cristales.

La **fluencia de secado** es la fluencia que ocurre por el efecto de bombeo que genera el estado tensional presionando sobre el agua no combinada químicamente, alojada en los poros del gel de cemento.

Fernández [21], en la tabla 2-7 se resume el efecto que las diferentes variables tienen sobre la fluencia a medida que aumenta el valor de la variable.

Tabla 2-7. Variables que influyen sobre las deformaciones de fluencia.

Variable	Efecto sobre la fluencia
Humedad	Disminuye
Espesor	Disminuye
Relación σ/f_c	Aumenta
Tipo de árido	Variable según árido
Agua/Cemento	Aumenta
Temperatura	Aumenta
Curado	Disminuye
Revibración	Disminuye

Finalmente, **la fluencia total es la suma de la fluencia básica y de secado**

Suelen definirse dos conceptos en la bibliografía técnica para caracterizar el fenómeno de fluencia. Uno de ellos es el coeficiente de fluencia, y el otro la función de fluencia. La función de fluencia $J(t, t_0)$ es aquella por la que hay que multiplicar la tensión a la que está sometida la pieza, para obtener su deformación (ver ecuación (2.31)). La función de fluencia tiene dimensiones de deformación partido por tensión.

El coeficiente de fluencia $\varphi(t, t_0)$ da la idea de cuánto aumenta la deformación inicial a lo largo del tiempo, ver ecuación (2.32). Ya que si se considera que el módulo de deformación cuando se aplica la carga es similar al módulo a 28 días del hormigón, el coeficiente de fluencia representa exactamente la deformación añadida que se ha producido tras la instantánea. Si por ejemplo, el coeficiente de fluencia en un determinado instante es 2, significa que la deformación diferida que se ha producido por fluencia es el doble de la que se produjo de forma instantánea. Por tanto, la deformación total será en ese caso tres veces la que se produjo de instantáneamente.

La ecuación (2.33) representa la relación que existe entre ambas. En la práctica, es más sencillo medir la función de fluencia. Cuando se miden deformaciones de una probeta, se conoce la tensión a la que está sometida, por lo que la obtención de la deformación de fluencia es inmediata. Para obtener el coeficiente de fluencia hay que involucrar el módulo de deformación, lo cual introduce incertidumbres. En lo que sigue, los gráficos para representar la fluencia se darán en términos de función de fluencia, ya que es la forma en la que se tienen los datos experimentales.

$$\varepsilon(t, t_0) = J(t, t_0) \cdot \sigma(t_0) \quad (2.31)$$

$$\varepsilon(t, t_0) = \sigma(t_0) \left[\frac{1}{E_{c, t_0}} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c, 28}} \right] \quad (2.32)$$

$$I(t, t_o) = \left[\frac{1}{E_{c, t_o}} + \frac{\varphi(t, t_o)}{E_{c, 28}} \right] \quad (2.33)$$

Formulación de la EHE-o8 y del EC2

Las formulaciones de fluencia de la EHE-o8 [24] y el EC2 [25] coinciden. Aunque ambas no definen directamente la función de fluencia, sino el coeficiente de fluencia, obteniéndose la función de fluencia a partir de la ecuación (2.33).

Esta formulación considera que el parámetro E_{c, t_o} debe ser el módulo secante y el parámetro $E_{c, 28}$ el módulo tangente a los 28 días. Aunque ambas formulaciones presentan algunas diferencias en la determinación del módulo de elasticidad, éstas no son importantes y menos si se utiliza esta formulación para ajustar datos experimentales, puesto que se utiliza el módulo convencional.

Por tanto, para obtener el módulo de elasticidad a 28 días se emplearán las ecuaciones (2.34) y (2.35)

EHE-o8	EC2	
$E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{f_{cm}}$	$E_{cm} = 22000 \cdot [f_{cm}/10]^{0.3}$	(2.34)
$E_c = \left(1.3 - \frac{f_{ck}}{400} \right) \cdot E_{cm}$	$E_c = 1.05 \cdot E_{cm}$	(2.35)

Para calcular el módulo de deformación de la pieza en el momento de aplicación de la carga se recurre a la ecuación (2.36).

$$E_{cm}(t) = E_{cm} \cdot \left(\exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\} \right)^{0.3} \quad (2.36)$$

Siendo s un parámetro que depende del tipo de cemento y que varía desde 0.20 a 0.38.

Para obtener la función fluencia sólo queda calcular el coeficiente de fluencia $\varphi(t, t_o)$, definido en la ecuación (2.37). Se compone de un coeficiente básico de fluencia φ_o y una función $\beta_c(t - t_o)$ que define su evolución temporal y es asintótico a uno. El coeficiente básico se define en la ecuación (2.38) y depende un coeficiente de fluencia φ_{HR} que depende de la humedad, de la resistencia del hormigón $\beta(f_{cm})$ y de la edad de puesta en carga $\beta(t_o)$. Estos coeficientes se definen las ecuaciones (2.39), (2.40) y (2.41) respectivamente.

$$\varphi(t, t_o) = \varphi_o \beta_c(t - t_o) \quad (2.37)$$

$$\varphi_o = \varphi_{HR} \beta(f_{cm}) \beta(t_o) \quad (2.38)$$

$$\varphi_{HR} = \begin{cases} \frac{1 - \frac{HR}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{e_f}} & \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \\ \left[\frac{1 - \frac{HR}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{e_f}} \alpha_{c1} \right] \alpha_{c2} & \text{para } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.39)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.40)$$

$$\beta(t_o) = \frac{1}{0,1 + t_o^{0,2}} \quad (2.41)$$

El factor $\beta_c(t-t_o)$, definido en la ecuación (2.42), determina la evolución temporal del coeficiente de fluencia, y depende de la humedad relativa y del espesor ficticio a través del término β_H , definido en la ecuación (2.43).

$$\beta_c(t-t_o) = \left[\frac{(t-t_o)}{\beta_H + (t-t_o)} \right]^{0,3} \quad (2.42)$$

$$\beta_H = \begin{cases} 1,5 \left[1 + (0,012HR)^{18} \right] e_f + 250 \leq 1500 & \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \\ 1,5 \left[1 + (0,012HR)^{18} \right] e_f + 250 \alpha_{c3} \leq 1500 \cdot \alpha_{c3} & \text{para } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.43)$$

Los parámetros α dependen de la resistencia característica del hormigón, mediante las siguientes expresiones (2.44).

$$\alpha_{c1} = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_{c2} = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_{c3} = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad (2.44)$$

Formulaciones del MC2010

La formulación propuesta por el MC2010 [26] propone una función de fluencia similar, ver ecuación (2.33), en la cual ambos módulos de elasticidad son el mismo, el tangente. Pero quizás la mayor diferencia con la del EC2 estriba en la definición del coeficiente de fluencia, el cual tiene dos componentes definidas, una correspondiente a la fluencia básica φ_{bc} y otra a la de secado φ_{dc} :

$$\varphi(t, t_o) = \varphi_{bc}(t, t_o) + \varphi_{dc}(t, t_o) \quad (2.45)$$

El coeficiente de fluencia básica está definido del siguiente modo:

$$\varphi_{bc}(t, t_o) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t-t_o) \quad (2.46)$$

Lo cual implica el producto de una función dependiente de la resistencia del hormigón:

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1,8}{(f_{cm})^{0,7}} \quad (2.47)$$

Y otra que depende del tiempo transcurrido desde la aplicación de la carga $(t-t_o)$:

$$\beta_{bc}(t-t_o) = \ln \left(\left(\frac{30}{t_{o,adj}} + 0.035 \right)^2 \cdot (t-t_o) + 1 \right) \quad (2.48)$$

El valor $t_{o,adj}$ expresa el tiempo efectivo, dependiente de la historia de temperaturas a la que está sujeta la estructura desde su construcción, que a los efectos prácticos puede suponerse igual a t_o .

El coeficiente de fluencia de secado se encuentra definido por la siguiente expresión

$$\varphi_{dc}(t, t_o) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(HR) \cdot \beta(t_o) \cdot \beta_{dc}(t-t_o) \quad (2.49)$$

Que se obtiene como el producto de una función que depende de la resistencia del hormigón:

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{(f_{cm})^{1.4}} \quad (2.50)$$

Por otra función que depende de la humedad media HR en el período analizado:

$$\beta(HR) = \frac{1 - HR/100}{\sqrt[3]{0.1 \cdot \frac{e_f}{100}}} \quad (2.51)$$

Por otra que depende del tiempo efectivo transcurrido hasta la aplicación de la carga $t_{o,adj}$:

$$\beta(t_o) = \frac{1}{0.1 + t_{o,adj}^{0.2}} \quad (2.52)$$

Nuevamente decir que, en condiciones normales, el valor $t_{o,adj}$ puede considerarse igual a t_o . Finalmente, queda por definir la expresión que depende del tiempo transcurrido desde la aplicación de la carga:

$$\beta_{dc}(t-t_o) = \left[\frac{(t-t_o)}{\beta(f_{cm}) - (t-t_o)} \right]^{\gamma(t_o)} \quad (2.53)$$

$$\gamma(t_o) = \frac{1}{2.3 + \frac{3.5}{\sqrt{t_{o,adj}}}} \quad (2.54)$$

$$\beta(f_{cm}) = 1.5 \cdot e_f + 250 \cdot \alpha_{c3} \leq 1500 \cdot \alpha_{c3} \quad (2.55)$$

$$\alpha_{c3} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0.5} \quad (2.56)$$

Además, como sucede con la retracción, el MC2010 da un orden de magnitud de la dispersión real en base a ensayos experimentales, proponiendo un coeficiente de variación igual a 25%.

Formulación del modelo B3

Al contrario que la formulación precedente descrita, el modelo de Bazant [27] aborda directamente la función de fluencia, sin pasar por el coeficiente de fluencia.

Como se ve en la ecuación (2.57) la formulación consta de tres términos. El primero q_1 se relaciona con el acortamiento elástico, ver ecuaciones (2.58) y (2.59).

El segundo $C_b(t, t_o)$ se relaciona con la fluencia básica y se define en la ecuación (2.60). Se compone a su vez de tres términos, cada uno con su función temporal. El primero depende de la resistencia del hormigón y de la cantidad de cemento, según se expresa en la ecuación (2.61). El factor temporal se define en las expresiones (2.62) y (2.63). El segundo término depende del primero, y de la relación agua cemento a/c , ver ecuación (2.64). El tercero depende de la relación árido cemento según la expresión de la ecuación (2.65).

El tercer término $C_s(t, t_o, t_s)$ define la fluencia por retracción, según la ecuación (2.66). El factor q_5 depende de la retracción a tiempo infinito. Además depende de un factor temporal $H(t)$, que se calcula según la humedad relativa, y tamaño y forma de la pieza, ver ecuación (2.68).

$$I(t, t_o, t_s) = q_1 + C_{bzb}(t, t_o) + C_{bs}(t, t_o, t_s) \quad (2.57)$$

$$q_1 = \frac{0.6 \cdot 10^6}{E_c} \quad (2.58)$$

$$E_c = 4734 \sqrt{f_{ck}} \quad (2.59)$$

$$C_{bzb}(t, t_o) = q_2 Q(t, t_o) + q_3 \ln[1 + (t - t_o)^{0.1}] + q_4 \ln\left(\frac{t}{t_o}\right) \quad (2.60)$$

$$q_2 = 185.4 \cdot f_{ck}^{-0.9} \sqrt{cc} \quad (2.61)$$

$$Q(t, t_o) = Q_f(t_o) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t_o)}{Z(t, t_o)} \right)^{r(t_o)} \right]^{-1/r(t_o)} \quad (2.62)$$

$$Q_f(t_o) = \frac{1}{0.086 t_o^{2/9} + 1.21 t_o^{4/9}}; Z(t, t_o) = t_o^{-0.5} \ln[1 + (t - t_o)^{0.1}]; r(t_o) = 1.7 t_o^{0.12} + 8 \quad (2.63)$$

$$q_3 = 0.29 \cdot q_2 \left(\frac{w}{cc} \right)^4 \quad (2.64)$$

$$q_4 = 20.3 \cdot \left(\frac{a}{c} \right)^{-0.7} \quad (2.65)$$

$$C_{bs}(t, t_o, t_s) = q_5 \sqrt{e^{-8H(t)} - e^{-8H(t_o)}} \quad (2.66)$$

$$q_5 = \frac{7.57 \cdot 10^5}{f_{ck}} \varepsilon_{cs, \infty}^{-0.6} \quad (2.67)$$

$$H(t) = 1 - (1 - HR/100) S(t) \quad (2.68)$$

Influencia de distintas variables en el desarrollo de la fluencia

La formulación de Bazant [27] comparte todos los parámetros de la formulación de la EHE-08 [24], el EC2 [25] y el MC2010 [26], además de otros como son el contenido de agua, el contenido de cemento, el contenido de áridos y el tiempo de fin de curado. En la tabla 2-8 se expone qué parámetros tiene en cuenta cada una de las formulaciones que se van a estudiar. Además, se cita con qué serie de ensayos experimentales se contrastan las formas de las curvas de las distintas normativas.

En la figura 2-21 se muestra la influencia que la humedad relativa tiene en el desarrollo de la fluencia según las distintas formulaciones empleadas. En la figura 2-22 se muestra la serie experimental de Keeton [18] en la que se han ensayado probetas de las mismas características a distintas humedades relativas. Puede verse cómo la influencia de la humedad es apreciable, siendo mayor la fluencia desarrollada cuanto menor sea la humedad.

Las formulaciones de las normativas citadas (EHE-08, EC2 y el MC2010), llamadas a partir de este momento “normativas estándar”, consideran que la influencia de la humedad es parecida a la que considera la formulación B3 [27]. Las diferencias entre la humedad relativa máxima y mínima predichas se encuentran alrededor de $40 \mu\epsilon/\text{MPa}$. Las diferencias medidas son de aproximadamente $35 \mu\epsilon/\text{MPa}$, pero siendo su valor absoluto más cercano a lo predicho por el B3 [27] que por la EHE-08 [24]. La humedad relativa afecta a la fluencia por secado, pero no a la básica.

Tabla 2-8. Parámetros tenidos en cuenta en las normativas estándar (EHE-08/ EC2/MC2010) y por el modelo B3. Se añaden las series experimentales que se utilizan para la contrastación.

	EHE-08/EC2/MC2010	Bazant	Series experimentales de contraste
Humedad relativa	Sí	Sí	Keeton
Resistencia del hormigón	Sí	Sí	Lambotte
Espesor ficticio	Sí	Sí	Mattock
Edad de puesta en carga	Sí	Sí	Corres y Pérez
Cantidad de agua	No	Sí	Lambotte
Cantidad de árido	No	Sí	Rostasy
Cantidad de cemento	No	Sí	Stokl
Fluencia por secado	Indirectamente	Sí	Troxel

Figura 2-21. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 (izquierda) y según el B3 (derecha), para distintas humedades relativas.

Figura 2-22. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la serie experimental de Keeton, para distintas humedades relativas.

En la figura 2-23 se muestra la influencia del espesor ficticio en el desarrollo de la fluencia según las distintas formulaciones empleadas. En la figura 2-24 se muestra la serie experimental de Mattock [18], en la que se han ensayado probetas del mismo hormigón con distintos espesores ficticios. Puede verse como la influencia del espesor ficticio es apreciable en la serie experimental. La diferencia de deformación entre las piezas de menor y mayor espesor ficticio ronda las 25 $\mu\epsilon/\text{MPa}$. Se ve en la figura 2-23 cómo la formulación de EHE-o8/EC2 se adapta bastante a dicha medición, con unas diferencias esperadas de en torno a 20 $\mu\epsilon/\text{MPa}$. En cuanto a la formulación de Bazant [27], puede verse cómo también se adapta bastante bien a las observaciones, al tiempo de 1000 días. No obstante, existe una diferencia importante entre ambas formulaciones. La primera considera que la deformación a tiempo infinito será menor para espesores ficticios mayores, la segunda considera que a tiempo infinito llegarán al mismo valor. Ésta diferencia es análoga a la observada en la formulación de retracción.

El espesor ficticio afecta a la fluencia de secado, pero no a la básica, al igual que la humedad relativa.

En la figura 2-25 se muestra la influencia de la edad de puesta en carga en el desarrollo de la fluencia según las distintas formulaciones empleadas. En la figura 2-26 se muestra la serie experimental VHFL de Corres y Pérez [31], en la que se han ensayado probetas del mismo hormigón a distintas edades de puesta en carga.

Puede verse como la influencia de la edad de puesta en carga es apreciable en la serie experimental. La diferencia de deformación entre las piezas con edades de puesta en carga más tempranas y tardías ronda las 150 $\mu\epsilon/\text{MPa}$. Esto supone que la probeta con edad de puesta en carga de 644 días desarrolla una deformación de en torno a un 30% de la que sufre la probeta puesta en carga a los 3 días. Se ve en la Figura 2-25 cómo ambas formulaciones se adaptan bastante a dicha medición, siendo la deformación esperada para la edad de puesta en carga más tardía en torno a un 35% de la que corresponde a la puesta en carga más temprana. En cuanto a los valores absolutos medidos en la serie experimental, nuevamente es la formulación de Bazant [18] la que mejor se adapta.

Figura 2-23. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la formulación EHE-08/ EC2 (izquierda) y según el B3 de Bazant (derecha), para distintos espesores ficticios.

Figura 2-24. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la serie experimental de Mattock [18], para distintos espesores ficticios.

Figura 2-25. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 (izquierda) y según el B3 de Bazant [27] (derecha), edades de puesta en carga.

Figura 2-26. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la serie experimental de Corres y Pérez, para distintas edades de puesta en carga.

La influencia de la relación agua/cemento y la resistencia del hormigón va a estudiarse de forma conjunta, ya que ambos parámetros suelen ir ligados. Se muestra en la figura 2-27 el tratamiento de la relación agua/cemento y de la resistencia característica según las distintas formulaciones. La formulación B3 de Bazant [27] considera ambas variables explícitamente. Las formulaciones estándar (EHE-08/ EC2/MC2010), en cambio, consideran un único parámetro f_{ck} . En la figura 2-28 se muestra la serie experimental de Brooks [18] en la que se han ensayado probetas con distintas relaciones agua/cemento y resistencias características.

Puede verse cómo la fluencia desarrollada para cantidades de agua mayores y por tanto resistencias características menores es considerablemente mayor que las probetas de resistencias mayores. La formulación de Bazant [27] se acerca más a los resultados experimentales. Las deformaciones iniciales son más homogéneas en la serie experimental que lo predicho por esta formulación. No obstante, el desarrollo temporal es más adecuado. En cuanto a la formulación de la EHE-08/EC2 es más acertada para los valores iniciales, pero el desarrollo a futuro dista mucho, sobre todo para la probeta con menor resistencia. Hay que matizar, que hormigones de tan bajas características ($f_{cm} = 14.7 \text{ MPa}$; $f_{ck} = 6.4 \text{ MPa}$) salen del rango de utilización definido en las normativas.

Figura 2-27. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la formulación de la EHE-08/EC2 (izquierda) y según el B3 (derecha), para distintas relaciones agua/cemento y resistencias características.

Figura 2-28. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la serie experimental de Brooks, para distintas relaciones agua/cemento y resistencias características.

En la figura 2-29 se presenta la evolución de la fluencia según la formulación B3 [27] para distintas cantidades de cemento. Hay que decir que a pesar de que la cantidad de cemento es diferente, la relación agua/cemento es similar, por lo tanto, según la formulación las diferencias son mínimas, y las curvas se solapan. La formulación de la EHE-o8/EC2 no considera la influencia de este parámetro. Según la serie experimental de Stokl [18] mostrada en la figura 2-30, las diferencias son apreciables pero no exageradas.

Figura 2-29. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la formulación del B3, para distintas cantidades de cemento.

Figura 2-30. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la serie experimental de Stokl, para distintas cantidades de cemento.

En la figura 2-31 se muestra la evolución teórica de la fluencia en función del tiempo para hormigones de características similares con distintas relaciones árido/cemento. Hay que matizar que es complicado, por no decir imposible, conseguir las mismas características de resistencia manteniendo la cantidad de cemento y la relación agua/cemento pero variando la relación árido/cemento. En la figura 2-32 se muestra la serie experimental de Rostasy [32], en la que se han elaborado hormigones de resistencias similares, con relaciones árido/cemento de 7.71 y 5.6 respectivamente. La resistencia media ha sido de 41.4 MPa y 40.9 MPa respectivamente. No obstante, la cantidad de cemento y la relación agua/cemento empleada no ha sido la misma en ambos casos. La cantidad de cemento ha sido de 275 kg/m³ y 332 kg/m³ respectivamente, y la relación agua/cemento de 0.56 y 0.41. La formulación B3 [27] predice que la deformación por fluencia para hormigones con mayor cantidad de árido debe ser menor. Los áridos ejercen una trabazón a la deformación, coartando la fluencia, ya que los áridos, al contrario que la pasta de cemento, no sufren deformación por fluencia [20]. No obstante, en la serie experimental de Rostasy [32] (figura 2-32) se ve cómo la probeta con mayor relación árido/cemento es la que sufre mayor deformación por fluencia. No obstante, como se dijo anteriormente, influyen otros parámetros como la relación agua/cemento que parece predominar en ese caso. En todo caso, las diferencias son pequeñas. de en torno a 10 $\mu\epsilon$ /MPa a 1000 días.

Figura 2-31. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la formulación del B3, para distintas

Figura 2-32. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la serie experimental de Rostasy, para distintas relaciones árido/cemento.

El último parámetro a estudiar, es la influencia de las diferentes partes que componen la fluencia, la fluencia básica y de secado. En el caso de la EHE-o8/EC2, al considerar explícitamente las dos partes, se obtiene de forma directa, mientras que en la formulación de Bazant [27] se obtiene introduciendo la humedad relativa igual al 100%.

En este caso, puede verse cómo la formulación de la EHE-o8/EC2 se adecúa mejor a los resultados experimentales. No obstante, la diferencia fundamental radica en los valores iniciales, ya que la formulación B3 [27] considera una deformación en edades tempranas muy alta en este caso, por tratarse de una pieza cargada a los 2 días. No obstante, la evolución futura separando la parte básica y de secado es correcta en ambos casos. Troxel [18] mide unas diferencias de 120 $\mu\epsilon$ /MPa a 1000 días entre ambas componentes. Las formulaciones prevén una diferencia de en torno a 100 $\mu\epsilon$ /MPa, cercana a los valores experimentales.

Figura 2-33. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la formulación EHE-o8/EC2 (izquierda) y la formulación del B3 (derecha), para la parte de fluencia básica (líneas negras) y de total, suma de la de secado y básica (líneas rojas).

Figura 2-34. Evolución de la función de fluencia a lo largo del tiempo según la serie experimental de Troxel, para la parte de fluencia básica (puntos negros) y de total, suma de la de secado y básica (puntos rojos).

Predicción de la fluencia a partir de registros experimentales según EC2 y el modelo B3

Método de predicción del EC2

El EC2 [25] plantea un método por el cual puede preverse el comportamiento de fluencia a tiempo futuro, a partir de una serie de datos experimentales en un determinado periodo inicial.

Dicha formulación parte de la base de la formulación que el EC2 [25] tiene para hormigones de alta resistencia, adaptada mediante parámetros a determinar por el proyectista, de forma que se logre un ajuste lo mejor posible en el periodo de toma de datos experimentales.

El procedimiento es el siguiente:

Para la formulación de hormigones de alta resistencia, el EC2 [25] diferencia entre la fluencia básica y de secado, por tanto, como la predicción se basa en dicha formulación, el coeficiente de fluencia consta de dos términos tal como se muestra en la ecuación (2.69). Cada una de las partes se definen en las expresiones (2.70) y (2.71).

$$\varphi = \varphi_b + \varphi_d \quad (2.69)$$

$$\varphi_b = \beta_{cd1} \cdot \varphi_{bo} \frac{\sqrt{t-t_o}}{\sqrt{t-t_o} + \beta_{bc}}$$

$$\beta_{bc} = \begin{cases} \beta_{bc2} \cdot \exp\left(2.8 \cdot \frac{f_{cm}(t_o)}{f_{ck}}\right) & \text{con adiciones de humo de sílice} \\ \beta_{bc2} \cdot \exp\left(3.1 \cdot \frac{f_{cm}(t_o)}{f_{ck}}\right) & \text{sin adiciones de humo de sílice} \end{cases} \quad (2.70)$$

$$\varphi_d = \varphi_{do} [\varepsilon_{cd}(t) - \varepsilon_{cd}(t_o)] \quad (2.71)$$

Se ajustan los parámetros β_{cd1} , β_{cd2} para que el error de la parte básica sea mínimo.

Se ajusta el parámetro φ_{do} para que el error de la parte de secado sea mínimo.

Con esos parámetros se dispone de un modelo que define la fluencia total del hormigón en cuestión. Como puede verse plantea el mismo problema que en el caso de la retracción. Hay que medir la fluencia básica y de secado por separado, lo cual supone ensayar una de las probetas habiéndola impermeabilizado previamente. Esto no suele hacerse, con lo que la opción en ese caso sería ajustar los tres parámetros de una vez. Vuelve a surgir el mismo problema, ya que se desconoce a priori si se está dando una importancia mayor de la que realmente tiene a una de las partes (básica y secado), siendo incierta la evolución a futuro de la predicción.

Método de predicción del B3

Bazant [27] propone un método de tipo estadístico para la predicción de fluencia a tiempos futuros a partir de unos datos experimentales.

Se sugiere que los datos a tomar estén espaciados en el tiempo de forma logarítmica, es decir, más próximos en los primeros días de vida del hormigón, y más espaciados después.

La formulación empleada para la predicción según Bazant es la expresada en la ecuación (2.72)

$$I(t, t_o, t_s) = p_1 + p_2 (C_b(t, t_o) + C_s(t, t_o, t_s)) \quad (2.72)$$

Donde los parámetros de ajuste se expresan en las ecuaciones (2.73) y (2.74).

$$p_2 = \frac{n \sum (F_i \cdot J_i) - (\sum F_i)(\sum J_i)}{n \sum (F_i^2) - (\sum F_i)^2} \quad (2.73)$$

$$p_1 = \bar{J} - p_2 \bar{F} \quad (2.74)$$

Donde $\bar{f}$ es la media de los valores de la función de fluencia medida, y F la media de los F_i definidos en la ecuación (2.75)

$$F_i = C_b(t, t_o) + C_s(t, t_o, t_s) \quad (2.75)$$

Este método, puede llegar a dar valores negativos de p_1 , y siendo este parámetro el que representa la deformación instantánea, pierde el sentido físico.

Se trata por lo tanto de una regresión lineal. Una vez determinados los parámetros p_1 y p_2 , se aplica la fórmula a tiempo futuro. Por tanto, no es realmente específico de la formulación B3 [27], sino que al ser un método estadístico, puede emplearse con cualquier formulación, como se hará posteriormente con las formulaciones estándar (EHE-08/EC2/MC2010).

Aplicación de los métodos de predicción a probetas reales

Análogamente a lo que se hizo en el caso de la retracción, la formulación del EC2 [25] se va a contrastar con una serie de probetas en las que se haya medido por separado la fluencia básica y de secado. La serie de Troxel [18] que se expuso en la figura 2-34 cumple esta condición. Se ajustarán los parámetros por partes como indica la normativa, y después se ajustarán todos a la vez, para simular el caso en el que no se dispusiera de mediciones de las partes básica y de secado de fluencia por separado.

Posteriormente se realiza el ajuste estadístico propuesto por Bazant [27] tanto para su propia formulación como para las formulaciones estándar (EHE-08/EC2/MC2010).

En la figura 2-35 se muestran los ajustes realizados para la formulación del EC2 [25]. A la izquierda estimando los tres parámetros a la vez, de forma que el error total sea mínimo, y a la derecha ajustando cada parámetro por su lado, de forma que los errores de cada parte sean mínimos. Puede verse que el ajuste en términos globales es mejor cuando se minimiza el error total. Por el contrario, las partes de fluencia básica y de secado no están tan bien ajustadas, lo cual podría dar problemas de cara a la evolución futura, al igual que sucedía en el caso de la retracción. Se cree conveniente por tanto utilizar este método solamente cuando se tengan la fluencia básica y de secado por separado.

Para contrastar la capacidad de predicción ambos modelos, ajustándolos con el modelo estadístico propuesto en el apartado 0. Se realiza el ajuste con los datos de los primeros 40 días para la serie VHFL de Corres y Pérez [31], para obtener la curva a futuro. Los resultados se muestran en la figura 2-36. En la serie de Keeton [18] se han ajustado las curvas con datos de los primeros 28 días. A pesar de lo corto del período utilizado, el ajuste es bueno en ambos casos. Hay que decir que la serie VHFL de Corres y Pérez [31] se mantuvo en condiciones de temperatura y humedad no controladas, con lo que vuelve a ser aplicable lo explicado en el apartado de retracción sobre la influencia de la humedad variable en la predicción. En cambio la serie Keeton [18] se mantuvo en condiciones de humedad y temperatura constantes.

Figura 2-35. Predicción de la fluencia de secado (línea verde), básica (línea roja) y total (línea negra) a lo largo del tiempo según la formulación del EC2 para la serie de Troxel. Ajuste realizado para todos los parámetros a la vez (izquierda) y para cada parte por separado (derecha).

Figura 2-36. Formulación teórica (líneas negras) y predicción (líneas rojas,*) de la fluencia mediante el método de ajuste estadístico propuesto por Bazant, aplicado a la formulación de la EHE-o8/EC2 (líneas llenas), la B3 (líneas a trazos) y el MC2010 (líneas de puntos). Ajustes para la serie VHFL de Corres y Pérez (izquierda) y de Keeton (derecha).

Como es de esperar, cuanto más afín sean los datos de la serie experimental a la forma que tenga la función de fluencia que se pretende ajustar, la predicción será tanto más acertada.

2.3. Acciones indirectas debidas a la temperatura

2.3.1. La acción térmica

Las acciones térmicas principales a las que están sometidas las estructuras, en condiciones de servicio, son la temperatura ambiente y la radiación solar [33].

La radiación solar tiene más influencia en puentes, puesto que se encuentran más expuestos al medioambiente que las estructuras de edificación.

En edificación, además, la acción de la temperatura no es la del ambiente sino la del interior del edificio. Existen distintas situaciones en edificios acondicionados de forma controlada y permanente, edificios públicos, edificios acondicionados de forma individual para un confort suficiente, edificios de viviendas y oficinas normales, y edificios no acondicionados, como son los aparcamientos, por ejemplo.

La información de temperatura que se puede obtener aquí en España, de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET), es la temperatura ambiente, medida por un termómetro situado dentro de una caja de Stevenson.

En general las temperaturas se comportan según dos ciclos temporales principales, uno diario y otro estacional. La temperatura ambiente, medida a lo largo del día varía desde un mínimo que ocurre al amanecer, aproximadamente a las 6:00 horas, hasta un máximo que ocurre después del mediodía, cerca de las 15:00 horas. La figura 2-37 presenta variación típica de un día de verano y la figura 2-38 de un día de invierno [34].

Figura 2-37. Variación diaria de temperatura ambiente en un día de verano [34].

Figura 2-38. Variación diaria de temperatura ambiente en un día de invierno [34].

Para tener en cuenta en estructuras estos efectos se han introducido distintos procedimientos en las normativas. Todas ellas especifican la variación de temperatura a partir de las máximas y mínimas estacionales, tomando como referencia la del momento de fraguado. En caso de que no se conozca este valor, las normativas suelen proponer uno de 10°C [37]. De este modo, la variación de temperatura uniforme se determina tal como se muestra en la figura 2-39.

Figura 2-39. Criterio de definición de la variación uniforme temperatura según la CTE [15] y el EC-1 [33].

En edificación los valores de temperatura dependen de la existente en el interior de los edificios y de la situación y grado de exposición de los distintos elementos estructurales.

Al igual que la temperatura ambiente, la radiación en la superficie de los elementos tiene un ciclo de variación diario y otro anual.

La AEMET provee datos de insolación solar, W , que es la cantidad de energía en forma de radiación solar que llega a un lugar de la Tierra en un día concreto sobre una superficie horizontal. Con el dato de la insolación y las horas de sol diarias t_{sol} , es posible obtener una estimación de la radiación sobre una superficie plana [35]:

$$I(t) = \frac{2W}{t_{sol}} \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi t}{t_{sol}} \right) \quad (2.76)$$

Si no se cuenta con datos experimentales, es posible utilizar métodos analíticos alternativos que permiten obtener un valor representativo de esta acción [36, 37].

La radiación solar directa depende de la orientación de la superficie sobre la que incide. La figura 2-40 a) muestra cómo varía la intensidad de radiación solar en función de la orientación de la superficie durante las horas del día. La figura 2-40 b) representa la máxima radiación solar diaria que ocurre en cada mes del año. Se representan cinco orientaciones diferentes, una horizontal y cuatro verticales, orientadas según los puntos cardinales.

El efecto de la radiación solar depende también del color de la superficie según Hock [34], ver figura 2-41.

Esto coincide con la propuesta del EC1 [33], donde los valores de temperatura ambiente son corregidos por un incremento de temperatura considerando los efectos de la radiación solar.

En el EC1 [33] se recoge la situación correspondiente al hemisferio norte, donde la máxima contribución de la radiación ocurre para orientaciones oeste, suroeste y superficies horizontales, proponiéndose un aumento de temperatura de 42°C. La mínima contribución se da para superficies orientadas hacia el norte y este. Para elementos de color claro orientados hacia el noreste, el aumento es nulo. En invierno se propone no tener en cuenta el efecto de la radiación.

Figura 2-40. Intensidad de la radiación solar según la orientación de la superficie [34]. a) diaria. b) anual.

Figura 2-41. Temperatura de aire ficticia para una superficie horizontal durante un día de verano [34].

Uno de los estudios experimentales presentes en la bibliografía es el realizado por Hock [34], quien ha instrumentado y medido el efecto de la temperatura en un edificio. Las mediciones periódicas de temperatura en los forjados revelan que la variación de temperatura en el canto es prácticamente constante. Mediciones en diferentes ubicaciones de la cubierta reflejan que, aunque el forjado sufre radiación solar directa, las variaciones entre fibra superior e inferior nunca superan los 4°C.

La temperatura en el interior de edificios ha sido menos estudiada aún para fines estructurales. Los estudios disponibles de temperaturas en el interior de edificios están casi exclusivamente relacionados con temas de acondicionamiento y eficiencia energética [38]. En general, en edificios climatizados puede decirse que la temperatura interna es constante.

2.3.2. Formulación: La ecuación del calor

El estudio teórico de las acciones térmicas requiere la profundización en los conceptos de mecanismo de transferencia de calor y de distribución de temperatura que se genera en los elementos estructurales, para lo cual es necesario la resolución de la ecuación del calor.

La exposición directa de las estructuras de hormigón al medioambiente genera un proceso de ganancia y pérdida de energía calorífica a través de las superficies de contorno [35].

El proceso mediante el cual tiene lugar la transferencia de calor puede atribuirse a tres conceptos principales:

- Radiación.
- Convección calorífica.
- Conducción calorífica.

Según Ghali [39] la radiación solar se puede expresar como un flujo de energía, q_s , de la siguiente manera:

$$q_s = \alpha_a I \quad (2.77)$$

Donde:

α_a Coeficiente de absorción solar adimensional menor o igual que la unidad;

I Calor total proveniente de la radiación solar que alcanza la superficie por unidad de área y de tiempo.

En Europa, latitud 50°, la máxima radiación sobre una superficie horizontal, ronda los 800 – 900 W/m². El factor de absorción depende del color y rugosidad de la superficie, valiendo en el hormigón entre 0.65 y 0.80.

A la radiación solar directa de los rayos del sol, I_s , hay que sumar otra contribución adicional, proveniente de la radiación difusa del cielo, denominada como radiación solar indirecta, I_D , [44]. A diferencia de la radiación solar directa, la radiación difusa proviene de todas direcciones, por lo cual su influencia no depende del ángulo de incidencia θ_i sobre la superficie.

$$I = I_D + I_s \cos \theta \quad (2.78)$$

La figura 2-42 [35], resume los mecanismos de radiación existentes en un puente de hormigón.

Durante el día, la radiación solar genera un almacenamiento de energía en la estructura que hace que durante la noche los elementos tengan una temperatura mayor que el ambiente. Se produce entonces un fenómeno de radiación inversa desde la estructura hacia los alrededores.

La convección es el mecanismo de transferencia de calor que tiene lugar entre la superficie de los elementos y el aire adyacente [35].

Figura 2-42: Mecanismos de radiación existentes en un tablero de puente [40].

La convección y la radiación inversa pueden combinarse en un único factor h_T , denominado como coeficiente de transferencia de calor único [39]:

$$h_{Tcr} = h_{Tc} + h_{Tr} \quad (2.79)$$

Generalmente se adopta un valor de h_T que varía de 2 a 23 W/m²/°C, dependiendo de la velocidad del viento, la ubicación y orientación de la superficie.

De este modo, el flujo de calor por convección y radiación inversa puede expresarse del siguiente modo:

$$q_{cr} = h_T (T - T_a) = q_c + q_r \quad (2.80)$$

La transferencia de calor por conducción ocurre dentro de la estructura, y se genera por la existencia de un gradiente interno de temperatura. La circulación tiene lugar desde las zonas más calientes hacia las más frías. En estructuras lineales se suele admitir que no hay conducción longitudinal de la temperatura, aceptando que todas las secciones se encuentran bajo la misma acción térmica.

A partir de los mecanismos de transferencia de calor mencionados anteriormente, se definen las condiciones de contorno necesarias para la obtención del campo de temperaturas que existe en la estructura. La ecuación diferencial que permite resolver este problema es la denominada ecuación del calor [39]:

$$k_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_T \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho_m c_E \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.81)$$

Donde:

$T [^{\circ}\text{C}]$	Campo de temperaturas en un punto del sólido (x, y, z) en cualquier instante t.
$k_T [\text{W/m}^{\circ}\text{C}]$	Conductividad térmica del material, la cual representa la velocidad con la que un flujo térmico se transmite por conducción por unidad de área para un gradiente unitario. Para el hormigón $k = 1.5$ a 2.5 .
$\rho_m [\text{kg/m}^3]$	Densidad del material. Para el hormigón $\rho_m = 2400 \text{ kg/m}^3$
$c_E [\text{J/kg}^{\circ}\text{C}]$	Calor específico; esto es, la cantidad de calor requerido para incrementar la temperatura de la unidad de masa del material en un grado. Para el hormigón $c_E = 800\text{-}1200 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$.

Esta ecuación permite definir un campo tridimensional de temperaturas, siendo el caso más general que puede encontrarse. Para resolver la ecuación diferencial es necesario plantear una condición de borde. El flujo de calor en cualquier instante y punto de los límites de la sección transversal se describe con la ecuación:

$$k_T \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_T \frac{\partial T}{\partial y} n_y + q_T = 0 \quad (2.82)$$

Siendo,

n_x y n_y	Cosenos directores del vector normal a la superficie.
$q_T [\text{W/m}^2]$	Cantidad de calor total transferido por unidad de tiempo y superficie.

El valor de q , el cual varía con el tiempo y con la posición del punto del borde, es la suma de las tres componentes definidas anteriormente: radiación solar, convección y radiación inversa.

$$q_T = q_s + q_{cr} \quad (2.83)$$

La solución de la ecuación diferencial (2.81), sujeta a la condición de contorno expresada en (2.82) permite obtener la distribución de temperatura en el tiempo. Para resolver el problema se pueden utilizar el método de diferencias finitas o el de los elementos finitos [35].

En estructuras lineales se suele aceptar que no existen variaciones en la dirección del eje, con lo cual se puede reducir una dimensión del problema.

Para el análisis de la distribución de temperatura sobre el canto de la sección de una losa o el espesor de un muro es suficiente con resolver un problema unidimensional.

La contrastación experimental de esta ecuación ha sido realizada por varios autores, entre los que figuran Hock [34] y Mirambell [35], quienes reproducen los resultados con suficiente precisión.

Finalmente, la resolución de la ecuación del calor, teniendo en cuenta la variabilidad de los fenómenos climáticos, permite determinar el campo de temperaturas dentro de la estructura y, con ello, definir las deformaciones impuestas térmicas.

2.3.3. Definición de la acción térmica de acuerdo al EC1 (2004)

El EC1 [33] considera las acciones térmicas como una deformación impuesta que puede descomponerse del siguiente modo, ver figura 2-43:

- Variación uniforme de temperatura: ΔT_u
- Variación lineal de temperatura: componente horizontal: ΔT_{My}
- Variación lineal de temperatura: componente vertical: ΔT_{Mz}
- Variación no lineal de temperatura: ΔT_E

Figura 2-43 Acciones térmicas de acuerdo al EC1 (2004).

El EC1 [33] permite evaluar los efectos térmicos mediante cualquiera de los siguientes procedimientos:

- Variación de temperatura uniforme ΔT_u aplicada en el centroide de la sección más un gradiente lineal de temperatura, ΔT_M .
- Variación de temperatura uniforme ΔT_u aplicada en el centroide de la sección más un gradiente no-lineal igual a la suma de ΔT_M y ΔT_E .

Desde un punto de vista estructural global, ambos métodos generan una acción térmica idéntica. Sin embargo, desde el punto de vista local, a nivel de sección, el segundo método implica la existencia de un estado autoequilibrado de tensiones debido a ΔT_E .

El primer paso para obtener las componentes mostradas en la figura 2-43 es la determinación de la temperatura máxima y mínima, lo cual puede obtenerse del anejo nacional correspondiente. Un aspecto importante a tener en cuenta es que en el EC1 [33] los valores extremos corresponden a un periodo de retorno de 50 años (probabilidad de excedencia de 0.02), y en caso de que se requieran periodos de retorno diferentes se pueden aplicar las siguientes ecuaciones (2.84) y (2.85).

$$T_{\max,p} = T_{\max} \left[0.781 - 0.056 \cdot \ln \left[-\ln(1-p) \right] \right] \quad (2.84)$$

$$T_{\min,p} = T_{\min} \left[0.393 + 0.156 \cdot \ln \left[-\ln(1-p) \right] \right] \quad (2.85)$$

Donde p es la inversa del periodo de retorno del cual se quieren estimar las cantidades, $T_{\max}$ y $T_{\min}$ son la temperatura ambiente máxima y mínima, respectivamente, para un periodo de retorno de 50 años y $T_{\max,p}$ y $T_{\min,p}$ son los valores corregidos para el periodo de retorno escogido.

A partir de estos valores, es posible obtener las temperaturas máxima y mínima de la componente uniforme, dependiendo del tipo de material utilizado en el tablero: acero, hormigón, compuesto.

Respecto a los gradientes térmicos, en general, se verifican dos situaciones extremas. La primera situación ocurre de noche o cuando la estructura se enfría bruscamente; mientras que la segunda ocurre de día o cuando la estructura se calienta bruscamente. En la figura 2-44, extraída del EC1 [33], se presentan dos gradientes de diseño no lineal para puentes de hormigón, se definen las situaciones mencionadas anteriormente. Como se puede ver en dicha figura, a medida que aumenta el canto de los elementos, las variaciones de temperatura son mayores.

En edificación, los efectos de las temperaturas son principalmente debidos a variaciones uniformes, puesto que los gradientes y las componentes no lineales tienen una importancia secundaria. Éstos son importantes en puentes o elementos de gran espesor, sujetos a gradientes térmicos.

Figura 2-44. Gradientes de temperatura de diseño, en puentes, según EC1.

2.3.4. Deformaciones impuestas debidas a la temperatura. Coeficiente de dilatación térmica

Definida la acción de la temperatura, se puede determinar la deformación impuesta térmica. A nivel de fibra, la deformación impuesta debida a la temperatura se considera directamente proporcional a la temperatura y viene dada por:

$$\varepsilon_T = \alpha_T \cdot \Delta T \quad (2.86)$$

Siendo α_T el coeficiente de dilatación térmica del material. Que en el caso del hormigón y el acero se puede suponer que es aproximadamente igual a $1 \cdot 10^{-5}$ [1/°C]. La Figura 2-45 presenta valores experimentales de este coeficiente obtenidos por Hock [34], con variaciones comprendidas entre $8 \cdot 10^{-6}$ y $12 \cdot 10^{-6}$, donde se puede ver un valor experimental del coeficiente de dilatación de probetas de hormigón.

Figura 2-45. Determinación del coeficiente de dilatación térmica del hormigón [34].

2.3.5. Estudios experimentales existentes

La precisión en la determinación de las variaciones térmicas (y las fuerzas y movimientos asociados) es un tema crucial para el diseño de apoyos y juntas de dilatación en puentes, así como para el entendimiento del funcionamiento de puentes integrales [40].

Varios autores han publicado resultados de campañas experimentales dedicadas a estudiar el movimiento inducido por las variaciones de temperatura en estructuras reales [41-47]. Otros, han incluido estas mediciones dentro de campañas dedicadas a la detección del daño en estructuras reales (Structural Health Monitoring System) [48-49]. Entre estos trabajos destacan el de Inaudi [48] y Hedegaard et al [50, 51] porque proveen una amplia y detallada descripción de la instrumentación en el nuevo puente “I-35W St. Anthony Falls Bridge” en Minnesota, un puente de gran interés público luego del colapso del antiguo puente “I35W”. Adicionalmente, otros autores han estudiado los efectos de las acciones térmicas en puentes de hormigón [52-54] y otros que publicaron resultados que muestran la influencia de los movimientos térmicos en estribos de puentes integrales [55-59].

Sin embargo, la mayoría de la información disponible corresponde a puentes de hormigón con secciones transversales tipo cajón [49-51, 59], secciones cajón mixtas [47, 48], puentes de vigas de hormigón prefabricadas [53, 55, 56, 58, 60], o puentes de vigas metálicas con losa de hormigón [40, 57]. En esta tesis se presentan resultados obtenidos en una losa de hormigón pretensado [61], puente localizado en la provincia de Ávila en España, con datos recolectados desde el año 2008. Hay muy pocos datos experimentales en esta tipología de puentes, que suele tener una rigidez axil elevada, la cual reduce el grado de coacción que el relleno situado detrás del estribo tiene sobre los movimientos térmicos longitudinales del puente.

El efecto estructural de la temperatura ha sido evaluado experimentalmente pocas veces, y en menor medida incluso en edificación [34, 62, 63]. Existe mucha más información experimental en el campo de puentes [7, 35, 37, 64-67].

2.4. Comportamiento

2.4.1. A nivel de fibra

Acero

En general, los aceros utilizados en construcción son de dos tipos diferentes. En la figura 2-46. a) se representa el comportamiento de un acero laminado en caliente, con bajos contenidos de carbono, y en la Figura 2-46 b) un acero endurecido en frío, con altos contenido de carbono.

Figura 2-46. Modelos constitutivos tensión – deformación. a) acero laminado en caliente. b) acero endurecido en frío [72].

Ambos aceros, antes de alcanzar el límite elástico ϵ_{sy} , exhiben un comportamiento lineal. Las diferencias aparecen luego de alcanzarse el límite elástico, existiendo un comportamiento plástico en el caso del acero laminado en caliente, que no se observa en el acero endurecido en frío. Ambos aceros exhiben endurecimiento plástico una vez superado el límite elástico. El incremento de resistencia debido al endurecimiento de un acero BS500 puede ser del orden del 20% [68].

Normalmente, el acero utilizado como armadura pasiva no sufre efectos diferidos.

A los efectos de este trabajo, que estudia el comportamiento de estructuras en servicio, se ha supuesto que el acero tiene un comportamiento lineal.

Hormigón

En relación con el hormigón, la relación tensión-deformación en compresión es muy variable y depende de una gran cantidad de factores tales como la velocidad de carga, edad, calidad del hormigón, etc. [69].

El comportamiento es no lineal, prácticamente para cualquier nivel tensional, tal como se muestra en el diagrama cualitativo de la figura 2-47. Es práctica usual, para el análisis de problemas de servicio, considerar un comportamiento lineal para el hormigón comprimido.

Figura 2-47. Relación tensión – deformación del hormigón.

El módulo de deformación longitudinal del hormigón es un parámetro asimismo muy variable [69]. A los efectos de este trabajo se considera el módulo de deformación longitudinal definido en la EHE [24].

Neville [19] presenta ensayos experimentales de varios autores, donde el comportamiento a tracción es similar que en compresión, es decir, lineal para tensiones inferiores a $\sigma/f_{ct} < 0.5$.

Jaccoud [70] confirma los resultados anteriores y estudia experimentalmente el módulo de deformación longitudinal a tracción. En estos trabajos se concluye que para tensiones de trabajo moderadas puede utilizarse el mismo módulo de deformación longitudinal en tracción que en compresión.

El comportamiento a tracción del hormigón es muy variable y muy aleatorio. La resistencia a tracción depende, como la resistencia a compresión, de muchos factores y es muy difícil de predecir [69].

Adicionalmente existe un fenómeno de cansancio, similar al que ocurre para tensiones de compresión elevadas [71], que disminuye muy notablemente la resistencia a tracción del hormigón.

Mientras que el efecto de cansancio para compresiones es normalmente inexistente para las tensiones de servicio, porque tiene influencia para tensiones de compresión permanentes muy altas mayores que el 70% de la tensión de rotura en compresión, en tracción esta situación es la normal para estados de servicio, en la fibra donde comienza teóricamente la fisura. De este modo, la diferencia fundamental entre el cansancio en compresión y en tracción es que en compresión no existe, generalmente, para las tensiones permanentes de la combinación cuasipermanente y, por lo tanto, no producen el efecto de cansancio y, por el contrario, en tracción la influencia de este fenómeno existe siempre, porque en las zonas fisuradas, en el borde de la fisura, la tensión de tracción máxima es próxima a la tensión de rotura en tracción.

Este fenómeno, en tracción, ha sido estudiado experimentalmente por distintos autores, como se describe a continuación.

En la figura 2-48, Al-Kubaisy y Yung [72], se muestra el tiempo necesario para que se produzca la rotura del hormigón en tracción, bajo carga mantenida. Por ejemplo, para relaciones $\sigma/f_{ct} = 0.8$ se requieren 40 minutos para que se produzca la rotura de la probeta.

Figura 2-48. Probetas de hormigón sometidas a tensiones de tracción mantenidas en el tiempo. Tiempo necesario para que se produzca la rotura [23].

Fouré [73, 74] realiza una serie de ensayos a tracción y compresión en probetas de hormigón, con cargas instantáneas y mantenidas en el tiempo, para estudiar los efectos sobre la resistencia.

Los ensayos de compresión se realizan en probetas prismáticas de $b \times h = 0.10 \text{ m} \times 0.10 \text{ m}$ y $b \times h = 0.07 \text{ m} \times 0.10 \text{ m}$, estas últimas para hormigones de alta resistencia. Además, se realizan ensayos en probetas cilíndricas normalizadas de $\varnothing = 0.16 \text{ m}$ y $h = 0.32 \text{ m}$.

Figura 2-49. Resumen de resultados obtenidos por Fouré, para hormigones normales en compresión y tracción [73].

Los ensayos de tracción directa se realizan con las probetas especiales de sección constante $b \times h = 0.08 \text{ m} \times 0.12$, con detalles especiales para evitar la concentración de tensiones en los extremos.

A partir de los resultados experimentales, Fouré determina una ley empírica que relaciona la resistencia efectiva del hormigón con la duración de la carga aplicada. Válida tanto para compresión como para tracción.

$$\sigma_u/f_c(t) = 0.92 - 0.03 \cdot \log(t)$$

El valor de resistencia f dependerá del tipo de sollicitación. En caso de compresión será f_c y en caso de tracción f_t .

Para explicar lo que sucede, Fouré utiliza el esquema de la Figura 2-50, donde se muestra una curva de resistencia instantánea y, superpuesto, el efecto de una tensión mantenida en el tiempo hasta producir la rotura, $t-t_0$.

El efecto final es una superposición de dos efectos contrarios, el daño producido por la microfisuración del hormigón y el aumento de resistencia debido a la progresiva hidratación del cemento con el tiempo. De este modo, la reducción es más importante en hormigones viejos, donde la velocidad de hidratación es menor.

Figura 2-50. Comparación entre la resistencia a tracción obtenida de los ensayos y la disminución que experimenta cuando la carga se mantiene en el tiempo [73, 74].

Ensayos posteriores de Hisham Shkoukani y Joost Walraven [75] confirman este comportamiento en tracción. Estableciendo el límite de tensiones en $0.70 \cdot f_{ct}$ para que no ocurra una rotura bajo carga mantenida. Estos ensayos también analizan con mayor profundidad la velocidad de carga aplicada y encuentran que el límite de 0.70 depende de la velocidad de carga con la cual se determina el valor de f_{ct} . Por ejemplo, los autores mencionan que el límite de 0.70 es válido para ensayos donde la tensión de rotura se alcanza en 10 segundos, en cambio, el límite aumenta a 0.85 para ensayos donde la rotura se alcanza en 100 segundos. Esto significa que a medida que la carga se aplica más lentamente, la resistencia a tracción se reduce menos.

Adicionalmente, estos autores realizan ensayos con carga excéntrica, cosa que no realizaron sus predecesores, y encuentran que a medida que aumenta la excentricidad, la tensión límite es cada vez mayor. En este caso, si la resistencia a tracción se determina en ensayos con duración 100 segundos, el valor de resistencia obtenido no requiere reducción alguna por efecto de la carga excéntrica mantenida.

Otros autores proponen diagramas tensión deformación para el hormigón en tracción teniendo en cuenta mecanismos mecánica de fractura [76].

El comportamiento diferido del hormigón comprimido se ha tratado en el apartado “Acciones indirectas”, por este motivo no se trata aquí.

2.4.2. Comportamiento de un tirante

Uno de los primeros investigadores que estudio el comportamiento de tirantes sometidos a deformaciones impuestas fue Falkner [77]. El objeto del estudio es la predicción de la abertura de fisuras en tirantes sometidos a deformaciones impuestas de temperatura.

En dichos estudios, se sometieron siete tirantes de hormigón de sección rectangular (0.17m $\times$ 0.35m) un enfriamiento de 60 °C. El ensayo realizado tiene dos fases. Una primera que consiste en un calentamiento hasta los 80 °C y un enfriamiento, hasta alcanzar la temperatura ambiente, y una segunda etapa en la que se somete al tirante, a temperatura ambiente, a un ensayo de tracción directa. Dada la complejidad del ensayo, se recomienda ver los detalles en [77].

En figura 2-51 se representa el diagrama axil-tiempo medido en uno de los tirantes, en la primera etapa del ensayo. Además, se incluye una fotografía del tirante al final de la etapa. En esta figura se puede observar el comportamiento clásico de un tirante sometido a deformación impuesta, su fisuración y como, debido a que se trata de un ensayo controlado por deformación, se reduce el axil al producirse cada fisura. También se muestra la variación de temperatura medida en el interior y la superficie del tirante. Se puede ver claramente como el núcleo se enfría más lentamente que la superficie. La diferencia de temperatura disminuye a medida que pasan las horas, siendo la diferencia máxima del orden de 6 °C durante las primeras horas, desapareciendo totalmente a las 22 horas.

Figura 2-51. Diagrama axil-tiempo y variación de temperatura-tiempo del tirante 1c obtenido de los ensayos de Falkner [77].

La figura 2-52 muestra el efecto del *tension-stiffening* en términos de deformaciones a lo largo de un tirante. En la figura 2-52 a) se presenta el estado de deformaciones en la fibra del acero traccionado. Como se puede observar se forman picos de deformación en el acero donde se forman las fisuras. Entre medio de estos picos la deformación en el acero baja y la del hormigón aumenta. Esta transmisión de deformaciones del acero al hormigón es debida a la adherencia entre ambos. En el punto entre fisuras, la tensión de adherencia aumenta y con ella la del hormigón. Si la tensión del hormigón llega a su valor de rotura se produce una nueva fisura, caso contrario solo hay una disminución de la tensión del acero y un aumento de la tensión del hormigón sin que se produzcan nuevas fisuras.

Cuando la formación de fisuras es tal que su distancia no permite transmitir al hormigón tensiones superiores a la de rotura por tracción, la fisuración se estabiliza y no aparecen nuevas fisuras, figura 2-52 b). En este estado no hay compatibilidad entre la deformación en el acero y el hormigón entre fisuras.

Figura 2-52. a) Fase inicial de la formación de fisuras. b) Fisuración estabilizada.

En la figura 2-53 se muestra una comparación entre estimaciones teóricas realizadas con modelos normalizados y los resultados experimentales de la primera etapa del ensayo, es decir, el enfriamiento coartado, para el ensayo particular escogido en esta tesis. En la primera fila se muestran los diagramas axil, tiempo y deformación, y en la segunda fila, los diagramas rigidez-tiempo y rigidez-deformación, respectivamente. Los valores de rigidez se representan adimensionalizados por la rigidez bruta. Los valores de rigidez experimental se han deducido de los resultados experimentales disponibles.

La figura 2-53 muestra los resultados correspondientes al tirante 1c. Este tirante se ensaya sin aplicar la precarga realizada en los demás ensayos. Esto hace que parte de la carga aplicada se dedique a ajustar el sistema de fijación, hasta que el tirante entra efectivamente en carga. Lo cual se traduce en una rigidez inicial mucho menor que la teórica, del orden del 30 % de la rigidez bruta. Al final de esta etapa se producen cinco fisuras.

A partir del esfuerzo axial medido en el ensayo se puede deducir el estado tensional del hormigón y las armaduras, suponiendo un comportamiento lineal de los materiales. Asimismo a partir de la resistencia a tracción directa, obtenida de probetas para cada hormigón, se puede deducir un axil teórico de fisuración.

El axil teórico de fisuración es mayor que el experimental. La cuantía no influye en la variación del axil de fisuración porque es constante en cada una de las tres series ensayadas. Dicha variación se produce por la variación de la resistencia a tracción de los tirantes.

Otro aspecto muy importante, de cara al estudio que aquí se presenta, es la abrupta variación de la rigidez que se produce al fisurarse.

En la figura 2-54 se muestra la explicación que propone Falkner [77] para justificar que el axil de fisuración es más bajo que el que corresponde la resistencia a tracción del hormigón medida en probetas. La figura 2-54 muestra la influencia de la distribución no uniforme de la temperatura durante el enfriamiento. Las fibras externas se enfrían más rápidamente que las interiores. La diferencia entre las temperaturas exteriores e interiores es función del espesor del elemento, tal

como se muestra. Esta variación produce un estado tensional autoequilibrado que consiste de tracciones en el exterior y compresiones en el interior.

Figura 2-53. Análisis del tirante 1c de los ensayos de Falkner [77]. Diagrama axil-deformación-tiempo, diagrama axil deformación, diagrama rigidez axil-tiempo y diagrama rigidez axil-deformación.

Figura 2-54. Distribución de las tensiones auto-equilibradas sobre el canto del elemento [78].

En estos ensayos se ha registrado que la diferencia máxima entre la temperatura interna y externa es de unos 6 °C, la cual no es suficiente para fisurar el hormigón por si sola. Sin embargo, cuando estas tensiones no son tenidas en cuenta en la determinación del axil de fisuración, la fisuración se produce para una resistencia aparente inferior a la teórica.

La estimación del axil de fisuración no tiene en cuenta las tensiones autoequilibradas originadas por la distribución no uniforme de la temperatura. Una manera de tener en cuenta este efecto es reduciendo la resistencia a tracción, tal como lo hace Jaccoud [79], quién se tratará más adelante. De este modo se podrían considerarse ambos efectos con la misma estimación.

Otra conclusión importante de Falkner [77] es que las variaciones de temperatura bruscas y diarias son las determinantes en el desarrollo de las tensiones autoequilibradas.

Debido a que las deformaciones impuestas de temperatura no son capaces de desarrollar totalmente la fisuración estabilizada, los tirantes son sometidos a un ensayo de tracción directa hasta alcanzar dicho estado.

A continuación, en la figura 2-55 se muestra una fotografía del estado final del tirante escogido para comentar los resultados de Falkner, después de haber terminado el ensayo de tracción directa.

Figura 2-55. Fisuración estabilizada después de ensayo 1c a tracción [78].

Falkner verifica que en la primera etapa del ensayo no se alcanza la fisuración estabilizada en ninguno de los tirantes. En todos los tirantes aumenta el número de fisuras durante el ensayo a tracción directa. Durante la primera etapa, la rigidez desciende a valores cercanos al 10 % de la rigidez bruta, mientras que en la segunda etapa desciende aún más, hasta alcanzar valores próximos a la rigidez del acero.

Rostasy [32] estudió una serie de cinco tirantes, parecidos a los estudiados por Falkner [77], utilizando el mismo dispositivo experimental. La diferencia con su predecesor es la dimensión de la sección transversal de los tirantes ($0.30 \text{ m} \times 0.50 \text{ m}$) y el uso de hormigón ligero.

Estos ensayos pretendían reproducir los efectos de un enfriamiento, tal como había hecho Falkner [77] en su experimentación. Debido a la elevada rigidez de la sección transversal de los tirantes ensayados, no se produjeron fisuras y el investigador optó por realizar el resto de los ensayos a tracción directa con control de deformación.

En este caso, a diferencia con los resultados de Falkner [77], la resistencia a tracción estimada a partir del axil de fisuración fue muy aproximada a la medida. El motivo se encuentra en la no existencia de tensiones autoequilibradas debidas a la temperatura.

Al igual que Falkner [77], Rostasy [32] alcanzó la fisuración estabilizada. La diferencia fundamental entre ambos autores es que Falkner [77] realiza ensayos de carga directa, mientras que Rostasy [32] realiza sus ensayos controlados por deformación.

Rostasy observó que, a medida que aumenta la cuantía, aumenta el número de fisuras y disminuye la separación y abertura de las mismas. Adicionalmente, la rigidez fisurada es del orden del 19 % de la rigidez bruta.

Jaccoud [78-80] ejecutó varios ensayos en tirantes sometidos a diferentes condiciones de carga y deformaciones impuestas, enfocando el estudio en la determinación de la cuantía mínima, necesaria para el control de la fisuración cuando actúan deformaciones impuestas. Se ensayaron tres acciones diferentes.

En la primera serie de ensayos se someten unos tirantes a una deformación impuesta instantánea [79]. En la segunda, a una carga mantenida constante en el tiempo, con una duración de un año [80]. En la tercera serie [80], se sometieron los tirantes a una deformación impuesta progresiva durante un año, y posteriormente, en una segunda etapa, se realiza la descarga y se aplica una deformación impuesta instantánea. Adicionalmente, se determinaron las propiedades mecánicas del hormigón, utilizando probetas de compresión, tracción directa, retracción y fluencia.

En la primera serie de ensayos se verificó una notable diferencia entre la resistencia a tracción de los tirantes y la de las probetas. Jaccoud [79] explica este fenómeno a través de la existencia de tensiones autoequilibradas producidas por la retracción que ocurre durante los 49 días comprendidos entre el momento del desencofrado y del ensayo. Dicha retracción se ve parcialmente coartada por la armadura y consecuentemente genera tracciones en el hormigón.

En la segunda serie de sus ensayos, Jaccoud [80] somete a dos tirantes (probetas C-223 y C-233), a una edad de 28 días, a una carga mantenida en el tiempo para evaluar los efectos de fluencia y retracción sobre la fisuración.

En la Figura 2-56 se presenta el tirante C-223 cargado con el axil de fisuración. Inmediatamente aplicada la carga se forman tres fisuras, cuyo número no aumenta con el paso del tiempo. No obstante, a medida que pasa el tiempo, se verifica un aumento de la abertura de las mismas.

Figura 2-56. Fisuración observada en el tirante C-223 durante el ensayo de carga mantenida.

La figura 2-57 es similar a la anterior y muestra el estado de fisuración observado en el tirante C-233, donde se aplica un axil un 23 % superior al de fisuración. En este caso se consigue establecer un estado de fisuración muy avanzado, cercano al de fisuración estabilizada. Se observa que a

partir de las 19 horas no se forman nuevas fisuras. La figura 2-58 muestra la fisuración que ocurre en el mismo tirante C-233, durante las primeras 19 horas del ensayo. A los 15 segundos de aplicar la carga se forman tres fisuras y durante las 19 horas restantes se forman cinco fisuras más, aunque no hay ningún aumento de carga. El origen de estas fisuras se debe, en gran medida, al fenómeno de rotura en tracción que ocurre en el hormigón bajo carga mantenida [74], con tensiones cercanas a la resistencia a tracción, comentado en el apartado Hormigón.

En la tabla 2-9 se presenta un resumen de los resultados más importantes de la segunda serie. Se puede observar que los dos tirantes llegan a un valor de abertura de fisuras similar, pero con un número diferente de fisuras debido a la mayor carga aplicada en el tirante C-233. También se ha calculado la rigidez axial fisurada para ambos tirantes para t_0 y t_{365} . En ambos casos se observa que la rigidez baja un 35 %, aproximadamente, con el paso del tiempo.

Figura 2-57. Fisuración observada en el tirante C-233 durante el ensayo de carga mantenida.

Figura 2-58. Fisuración observada en el tirante C-233 durante la fase de carga y las primeras 19h.

Tabla 2-9. Resumen de los resultados obtenidos en los ensayos de la serie 2, C-223 y C-233 [79,80].

Serie 2	C-223	C-233
$\rho [A_s/A_c]$	0.0049	0.0049
Número de fisuras	2	8
$w_m [mm]$	0.45	0.46
$s_{rm} [m]$	0.262	0.218
$k_{A,0}=EA_h/EA_b$	0.142	0.057
$k_{A,\infty}=EA_h/EA_b$	0.097	0.037

La tercera serie experimental de los ensayos de Jaccoud [80] se divide en dos etapas. En la **primera etapa** se aplica una deformación impuesta afín a la retracción. Para ello se mide la deformación libre de retracción en un tirante y se aplica el doble de este valor, en forma de alargamiento impuesto, progresivamente en el tiempo, a dos de los tirantes ensayados. El ensayo se inicia a la edad de 14 días y concluye a los 398 días. En la **segunda etapa**, los tirantes se descargan para luego realizar un ensayo de deformación impuesta instantánea, hasta alcanzar la fisuración estabilizada. En todos los ensayos se verifica un incremento de las fisuras, entre tres y cuatro, lo que demuestra que la deformación impuesta progresiva no es suficiente para producir la fisuración estabilizada del tirante.

La figura 2-59 muestra una comparación entre la resistencia a tracción obtenida en las probetas cilíndricas y la resistencia de los tirantes al producirse las diferentes fisuras. Mientras que la resistencia de las probetas aumenta con el tiempo, con una tendencia aproximada a la formulación propuesta por la SIA 162 [81], la evolución de resistencia de los tirantes es significativamente menor.

Figura 2-59. Comparación entre resistencia en tracción medida en probetas y en ensayos [83].

La figura 2-60 presenta una relación entre la resistencia a tracción de los tirantes y la deformación impuesta. La resistencia a tracción medida en los tirantes se deduce a partir del axil medido en el instante en que se produce cada fisura. El instante en que se ha producido cada fisura corresponde a un nivel de deformación impuesta, y de este modo se llega a establecer la relación.

Figura 2-60. Resistencia a tracción del tirante Evolución del estado de fisuración a medida que aumenta la deformación impuesta en un tirante [83].

La primera fisura se produce en la sección con menor resistencia a tracción. Las fisuras posteriores se dan para valores de resistencia mayores a la inicial. Realizando un ajuste de los datos experimentales, Jaccoud [80] propone la siguiente relación lineal:

$$\frac{f_{ct,n}}{f_{ct,1}} = 1 + 350 \cdot \epsilon_{imp} = \delta_j \quad (2.87)$$

Esta expresión, calculada para una deformación impuesta de $\epsilon_{imp} = 300 \cdot 10^{-6}$, que corresponde a un valor medio de la retracción real de los elementos estructurales, arroja un valor de resistencia $f_{ct,max} = 1.105 \cdot f_{ct,1}$. Este valor, comparado con los resultados de tracción simple, resulta significativamente menor.

Según Jaccoud [78, 79] la justificación de esta diferencia se encuentra en las tensiones autoequilibradas que se desarrollan en la sección, las cuales disminuyen la resistencia a tracción efectiva del tirante. Tensiones autoequilibradas, que en este caso provienen de la coacción interna que genera la armadura a la libre deformación de retracción. Falkner [77] verifica una reducción similar por efecto de las tensiones autoequilibradas relacionadas con distribuciones no lineales de temperatura.

Para tener en cuenta dichas tensiones de forma simplificada, se puede utilizar una resistencia a tracción efectiva, tal como proponen Jaccoud [80] y Favre [82], utilizando la siguiente expresión:

$$f_{ct,ef} = \eta_t \cdot \eta_h \cdot \delta_j \cdot f_{ctm} \quad (2.88)$$

f_{ctm} es la resistencia a tracción media del hormigón, valor que puede ser obtenido, con gran dispersión de acuerdo con las propuestas de las distintas normativas en función de la resistencia a compresión. El coeficiente de minoración η_h tiene en cuenta el efecto de las tensiones autoequilibradas, que dependen del canto del elemento, como se muestra en la Figura 2-61. El

coeficiente η_t representa el incremento de la resistencia con el tiempo, debido a la progresiva hidratación del hormigón, mientras que el coeficiente δ es igual a la relación $f_{ct,n}/f_{ct,1}$ definida en la ecuación (2.87).

Los ensayos experimentales presentados hasta aquí se han realizado con deformaciones impuestas térmicas o desplazamientos impuestos o con cargas exteriores aplicadas. Existen pocos ensayos donde se estudia el comportamiento de tirantes coaccionados al movimiento y sometidos a deformaciones impuestas reológicas. En este contexto, destaca el trabajo de Nejadi [83] quién ensayó unos tirantes de hormigón armado, empotrados en sus extremos, con el objetivo de estudiar la fisuración debida a la retracción coartada de estos elementos.

Figura 2-61. Efecto de las tensiones autoequilibradas. Coeficiente de minoración η_h .

La figura 2-62 presenta un esquema de las probetas ensayadas. La sección transversal del tirante se reduce en el centro de vano, para inducir la fisura en dicha zona, tal como se muestra en la sección transversal A-A de la figura 2-62. En los extremos del tirante se materializan dos macizos que se fijan a la losa reactiva mediante barras roscadas. Se ajustan fuertemente para asegurar el empotramiento.

Anclaje del tirante en la losa.

Ubicación de las galgas extensométricas en las barras, antes del hormigonado.

Figura 2-62. Ensayo de deformaciones impuestas en tirantes coaccionados al movimiento [83]. Medidas en [mm].

En la tabla 2-10 se presentan las características geométricas y mecánicas de las ocho probetas ensayadas por Nejadi [83]. Con la excepción de la probeta RS2-b todas las probetas han sido hormigonado con el hormigón I que tiene una resistencia de $f_c = 24.3$ MPa.

Tabla 2-10. Resumen de las características de las probetas ensayadas [69].

Ensayo	RS1-a	RS1-b	RS2-a	RS2-b	RS3-a	RS3-b	RS4-a	RS4-b
b [m]	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60
h [m]	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
L [m]	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
A_c [m ²]	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
Hormigón	I	I	I	II	I	I	I	I
f_c [MPa]	24.3	24.3	24.3	28.4	24.3	24.3	24.3	24.3
$f_{ct,Brasileño}$ [MPa]	1.97	1.97	1.97	2.10	1.97	1.97	1.97	1.97
E_c [MPa]	22810	22810	22810	23210	22810	22810	22810	22810
$\varnothing$ [mm]	12	12	10	10	10	10	10	10
Número de barras	3	3	3	3	2	2	4	4
A_s [cm ²]	3.39	3.39	2.36	2.36	1.57	1.57	3.14	3.14
E_s [MPa]	200000	200000	200000	200000	200000	200000	200000	200000
n	8.8	8.8	8.8	8.6	8.8	8.8	8.8	8.8
A_h [m ²]	0.063	0.063	0.062	0.062	0.061	0.061	0.062	0.062
ρ [A_s/A_c]	0.0057	0.0057	0.0039	0.0039	0.0026	0.0026	0.0052	0.0052
$A_{h,red}$ [m ²]	0.048	0.048	0.047	0.047	0.046	0.046	0.047	0.047
ρ_{red} [A_s/A_c]	0.0075	0.0075	0.0052	0.0052	0.0035	0.0035	0.0070	0.0070

En la figura 2-63 se muestra la retracción medida en probetas cilíndricas de las dimensiones $\varnothing = 150$ mm y $h = 300$ mm. En la misma figura se representan los resultados experimentales de los dos hormigones utilizados y la estimación según EHE [24]. Los valores teóricos se basan en la suposición de una humedad media de 50% en un interior en Sídney (Australia).

Figura 2-63. Retracción medida para los dos hormigones utilizados medida en las probetas cilíndricas [69].

Las diferencias entre ambos resultados muestran otra vez la sensibilidad de las mediciones de retracción y la inexactitud de su predicción. Según las expresiones teóricas, un hormigón de mayor resistencia produciría una retracción ligeramente menor, suponiendo condiciones climáticas similares. No obstante los resultados experimentales muestran una retracción mayor.

La figura 2-64 muestra la evolución de la resistencia a tracción, medida en probetas cilíndricas con el ensayo Brasileño, para el hormigón I, frente a la evolución de las tensiones inducidas por la retracción coartada. Como se puede ver, el instante en que Nejadi registra la primera fisura, coincide aproximadamente con el instante en que las tensiones inducidas por la retracción alcanzan la resistencia a tracción efectiva, definida en la ecuación (2.88).

Figura 2-64. Evolución de la resistencia a tracción del hormigón I y de las tensiones originadas por la retracción coartada en el tiempo, para el tirante RS1-a.

Figura 2-65. Axiles hiperestáticos deducidos a partir de los ensayos de Nejadi [83].

El ensayo, orientado a la determinación de los parámetros necesarios para ajustar un modelo de fisuración, no ha sido pensado para medir las reacciones hiperestáticas que se producen en los macizos. Este dato, sin embargo, puede deducirse de forma indirecta, aprovechando que en la sección central, donde se induce la fisura, se colocan galgas extensométricas en el acero. Aceptando que la fisura es pasante y que en dicha sección el esfuerzo es transmitido únicamente por el acero, el axil hiperestático puede obtenerse a partir de las tensiones que se miden en el

acero. Este valor será aproximado. Queda pues, realizar ensayos en esta dirección, no abordados hasta el momento debido a la complejidad asociada.

La figura 2-65 presenta los diagramas axil-deformación deducidos a partir de los ensayos. En esta figura se incluyen dos líneas de referencia, la rigidez axil bruta EA_b y la rigidez axil del acero EA_s .

La tabla 2-11 presenta una comparación entre los valores teóricos y los valores experimentales deducidos en la sección central, cuando se produce la fisura inicial.

En este caso se observa que la tensión de tracción efectiva, salvo para los tirantes RS1-b y RS2-b, es del orden del 50% de la resistencia a tracción media obtenida en los ensayos indirectos. Este valor es claramente inferior al propuesto por Favre y Jaccoud del 80%.

Tabla 2-11. Comparación entre resultados teóricos y experimentales [69].

Ensayo	RS1-a	RS1-b	RS2-a	RS2-b	RS3-a	RS3-b	RS4-a	RS4-b
$N_{R,ensayo}$ [kN]	49	91	48	62	48	46	46	48
$\sigma_{sR,ensayo}$ [MPa]	99	186	204	264	304	290	146	153
$f_{ct,ensayo}$ [MPa]	0.97	1.83	1.01	1.31	1.02	0.97	0.95	1.00
N_R [kN]	75	140	73	75	72	68	70	74
σ_{sR} [MPa]	220	412	311	319	459	436	224	236
f_{ctm} [MPa]	1.55	2.91	1.55	1.60	1.55	1.48	1.48	1.55
$(f_{ct,ensayo}/f_{ctm})$	0.49	0.93	0.51	0.63	0.52	0.49	0.48	0.51

Tabla 2-12. Análisis de resultados experimentales de los ensayos realizados por Nejadi [83].

Ensayo	RS1-a	RS1-b	RS2-a	RS2-b	RS3-a	RS3-b	RS4-a	RS4-b
ρ [A_s/A_c]	0.0081	0.0081	0.0039	0.0039	0.0026	0.0026	0.0052	0.0052

Datos experimentales cuando aparece la primera fisura

N_R [kN]	49	91	48	62	48	46	46	48
$\varepsilon_{imp,R}$ [10^{-6}]	62	96	62	92	62	44	44	62
$\sigma_{s,R}$ [MPa]	99	186	204	264	304	290	146	153
Número de fisuras	1	1	1	1	1	1	1	1
$w_{m,R}$ [mm]	0.12	0.11	0.17	0.16	0.19	0.21	0.12	0.14
$k_{A,R}=EA_{h,R}/EA_b$	0.573	0.690	0.566	0.487	0.563	0.754	0.761	0.568

Datos experimentales al final del ensayo

N_{max} [kN]	49	94	84	99	89	99	71	81
$\varepsilon_{imp,max}$ [10^{-6}]	428	428	428	486	428	428	428	428
$\sigma_{s,max}$ [MPa]	273	190	250	290	532	467	270	276
Número de fisuras	4	5	3	3	1	2	4	3
$w_{m,max}$ [mm]	0.22	0.18	0.30	0.31	0.84	0.50	0.23	0.25
s_{rm} [m]	0.670	0.403	0.674	0.700	-	0.997	0.783	0.995
$k_{A,min}=EA_{h,min}/EA_b$	0.083	0.160	0.144	0.146	0.153	0.169	0.122	0.139
(N_{max}/N_R)	1.00	1.04	1.76	1.59	1.87	2.18	1.55	1.69

La tabla 2-12 completa el resumen de los resultados experimentales. Se puede ver que el axil máximo del ensayo, a los 122 días, alcanza en algunos casos un valor 50% mayor que el de la fisuración.

La abertura de fisuras aumenta significativamente con el paso del tiempo, lo cual se corresponde con el aumento de tensiones en el acero, tal como se observa en la tabla 2-12. El valor final es aproximadamente el doble del valor inicial, debido fundamentalmente al aumento del axil hiperestático, que se produce por el acortamiento del hormigón entre fisuras, causada por la

retracción. Los tirantes RS3-a y RS3-b, debido a la poca cuantía dispuesta, plastifican a los 122 días, aumentando exageradamente el ancho de las fisuras.

A partir del axil obtenido de las tensiones medidas en la armadura y la deformación impuesta, por la retracción, es posible deducir la rigidez del elemento como el cociente N/ε . Realizando este análisis se observa que la rigidez fisurada inicial, cuando se produce la primera fisura, es algo menor que el 80% de la rigidez bruta. Sin embargo, luego de aplicar la totalidad de la deformación impuesta, este valor desciende hasta de 20 % de la rigidez bruta.

La notable disminución de la rigidez, entre el instante en que se produce la primera fisura y los 122 días posteriores, es debido al aumento del número fisuras y la fluencia del hormigón. La fluencia relaja las tensiones originadas por el empotramiento, reduciendo el axil hiperestático, al mismo tiempo que la deformación impuesta de retracción continúa aumentando, disminuyendo el cociente N/ε .

De igual modo que en el caso de la temperatura, la retracción induce una deformación impuesta cuya distribución en el canto de la pieza es no lineal. La deformación impuesta es variable, siendo mayor en la superficie exterior y disminuyendo hacia el interior de la sección, de forma parabólica. Esto genera un estado de tensiones autoequilibradas, como el que se ve en la Figura 2-66 [11].

Este fenómeno, se produce de forma lenta, por lo cual va acompañado de una relajación de las tensiones debida a la fluencia. Es un estado que en general suele despreciarse en la realización de cálculos convencionales, aceptándose una retracción constante en todo el canto de la sección y de valor ε_{cs} .

Sin embargo, es un efecto que se suma a las tensiones de tracción que se generan en el hormigón debidas a la coacción interna del acero y que colabora en la disminución de la resistencia a tracción efectiva, favoreciendo la fisuración del elemento.

Figura 2-66. Variación de la retracción en el canto de la sección [11].

2.4.3. Comportamiento de vigas sometidas a cargas exteriores y deformaciones impuestas concomitantes

Entre los investigadores que han estudiado experimentalmente este problema, destaca el trabajo de Krips [84] quién ejecutó un ensayo de una viga, simplemente apoyada, con una sección T de canto importante. El objetivo de este estudio es el análisis de la fisuración en el alma de vigas con canto alto, sometidas a flexión simple. La carga se aplica de forma puntual, en dos puntos simétricos con respecto al centro de vano, que generan una zona de momento flector constante, sin influencia del cortante. Al finalizar el ensayo se verificó un elevado número de fisuras, por lo

que la rigidez a flexión, al final del ensayo, fue de un 21 % de la rigidez bruta, mientras que la rigidez axial se redujo a un 50 % del valor bruto.

El comportamiento diferido de vigas de hormigón armado ha sido estudiado por Stevens [85, 86], en flexión simple, con una serie de ensayos experimentales realizados en un total de 56 vigas sujetas a cargas mantenidas, durante un plazo de tres años, midiendo flechas y aberturas de fisuras.

En la figura 2-67 se muestran los planos de deformaciones obtenidos en dos vigas similares (denominadas como vigas “C”), elaboradas conjuntamente, y ensayadas en diferentes condiciones ambientales (laboratorio y ambiente exterior). Los resultados corresponden al instante inicial (t_0) y luego de transcurrir un año (t_{365}). Los dos planos obtenidos en t_0 son idénticos, mientras que en t_{365} la viga mantenida en el laboratorio muestra una mayor variación de la curvatura que la viga expuesta a la intemperie. Este efecto se debe a la mayor retracción que se produce debida a una humedad media interior del 65 %, frente la humedad media exterior del 85 %. También se puede observar que la deformación en la fibra de referencia varía con el tiempo.

Figura 2-67. Planos de deformación obtenidos del ensayo C expuesto a dos ambientes diferentes, interior y exterior [85, 86].

Figura 2-68. Evolución de la deformación en la fibra de referencia en el tiempo para la viga C.

En la figura 2-68 se muestra la deformación en la fibra de referencia, para ambos casos, la viga en el laboratorio y la viga expuesta a la intemperie. Se observa que ambas curvas parten del mismo

estado inicial. En el caso de la viga del laboratorio se reduce sucesivamente la deformación con el tiempo hasta eliminarse completamente, para una edad de 600 días. La viga en el exterior muestra una menor variación de la deformación en la fibra de referencia, debida a una menor retracción, tal como se ha comentado anteriormente. Los picos en la curva indican la variabilidad de la humedad ambiente exterior.

Jaccoud [87] ejecutó una serie de ensayos con el objetivo de investigar la influencia de los efectos diferidos sobre las flechas de vigas isostáticas sometidas a distintos niveles de carga. En la figura 2-69 a) se muestran los diagramas momento-curvatura y rigidez a flexión-curvatura para el instante inicial del ensayo. Cada uno de los puntos en los diagramas corresponde a una viga sometida a un cierto nivel de carga. Además se incluye en el diagrama momento-curvatura las curvas de referencia de las rigideces El_b , la rigidez bruta, y El_h , la rigidez en Estado II. Adicionalmente se muestran los resultados que se obtienen a partir del modelo propuesto por el Código Modelo [88]. En la figura 2-69 b) se muestran los mismos diagramas después de haber transcurrido un año, con la carga mantenida. También se muestran las rigideces de referencia, El_b y El_h a t_{365} , y las estimaciones numéricas [13]. Adicionalmente se muestran las líneas de referencia del estado inicial, t_o , en un tono gris claro.

Figura 2-69. Evolución en el tiempo del momento y de la rigidez a flexión, en función de la curvatura: a) para el instante inicial; b) para la situación después de haber mantenido la carga durante 365 días. Contraste de estimaciones teóricas con resultados experimentales [87,13].

En la tabla 2-13 se presenta un resumen de los resultados más importantes obtenidos de estos ensayos. Se observa que la abertura de fisuras bajo carga mantenida aumenta con el tiempo, debido a las deformaciones reológicas. También se observa que la rigidez, ya reducida por fisuración, disminuye aún más con el tiempo, debido a la fluencia.

Tabla 2-13. Resumen de los resultados de los ensayos [87,13].

Ensayo	C-11	C-12	C-13	C-14	C-15	C-22	C-24
$w_{m,0}$ [mm]	-	0.03	0.13	0.19	0.27	0.02	0.17
$w_{m,365}$ [mm]	-	0.08	0.23	0.29	0.38	0.06	0.26
$k_{B,0}=EI_h/EI_b$	1.005	0.756	0.321	0.285	0.226	1.025	0.301
$k_{B,365}=EI_h/EI_b$	0.256	0.168	0.143	0.133	0.124	0.219	0.140

Rostásy [32] efectúa unos ensayos de flexo-tracción para estudiar la fisuración de muros debida a deformaciones impuestas provocadas por temperatura. El esfuerzo axial simula el efecto debido a la temperatura. En la tabla 2-14 se resumen los principales resultados experimentales de estos ensayos. Los ensayos demuestran como un aumento de la cuantía conlleva una tensión menor en el acero en el instante de la fisuración, un aumento del número de fisuras y una reducción de la abertura de las mismas. La rigidez a flexión aumenta, mientras la de axial se mantiene.

Tabla 2-14. Resumen de los resultados obtenidos de los ensayos [32,13].

Ensayo	H1	H2	H3	H4
$M_{R,ensayo}$ [kNm]	14	11	17	20
$\sigma_{sR,ensayo}$ [MPa]	205	273	176	79
Número de fisuras	27	20	29	33
w_m [mm]	0.24	0.40	0.43	0.23
s_{rm} [m]	0.130	0.175	0.121	0.106
$k_A=EA_h/EA_B$	0.250	0.049	0.046	0.039
$k_B=EI_h/EI_b$	0.230	0.264	0.434	0.573

Como se mencionó anteriormente, los resultados presentados hasta aquí corresponden a esfuerzos axiales que se han mantenido constante durante todo el ensayo. En estructuras reales, debido a la variabilidad de las deformaciones impuestas, los axiles varían con el transcurso del tiempo.

Hayashi [89] desarrolló una serie de ensayos de flexo-compresión con axial variable. En sus ensayos se ha medido la evolución de la curvatura en un elemento de hormigón armado a medida que aumentan la carga vertical y se aplica una compresión axial variable. El elemento ensayado, armado simétricamente, se ensayó para un axial reducido máximo de $v = -0.2$, pensado para reproducir situaciones de servicio. En la figura 2-70, se presentan la historia de carga y los diagramas momento-curvatura obtenidos para dos de los ensayos realizados por estos autores.

Figura 2-70. Resultados experimentales obtenidos por Hayashi. Historia de carga, izquierda, Diagramas M- κ , derecha.

En el primer ensayo, N-0002-V, se aumenta el axial hasta $v = -0.2$, en dos etapas. Se inicia el ensayo con axial nulo. Luego se aumenta el axial y consecuentemente el diagrama momento curvatura aumenta la rigidez. Posteriormente se aumenta nuevamente el axial y con él se sobrepasa la plastificación de la armadura. En el mismo diagrama se muestran los diagramas momento-

curvatura teóricos, para los axiles del ensayo. Se ve que los resultados experimentales son próximos a los diagramas teóricos de axil constante. En el segundo ensayo, N-0002-VY, se inicia el mismo sin axil y éste aumenta después de haber plastificado el acero de la sección. Aparentemente, el diagrama se acopla a la parte plastificada del diagrama teórico con el primer axil, $v=-0.1$. Finalmente se aumenta, por segunda vez el axil, $v=-0.2$, manifestándose un resultado similar al anterior.

Los estudios anteriores se refieren a vigas isostáticas en las cuales las deformaciones impuestas no producen esfuerzos. En elementos hiperestáticos la situación cambia, apareciendo esfuerzos hiperestáticos que dependen de la magnitud de la deformación impuesta, de la rigidez del elemento y de la coacción. Además, la fisuración se produce en determinadas zonas, donde ocurren los mayores momentos flectores, provocando redistribuciones de esfuerzos.

Tennstedt [90] estudió el caso de giros impuestos en vigas biempotradas y propuso la consideración de la degradación de rigidez en el comportamiento estructural. Dicho método ha sido integrado a la normativa alemana DIN [91] por Grasser [92]. El modus operandi es la reducción de la rigidez bruta de la viga aplicando el coeficiente reductor k_B que se define a continuación:

$$EI_{h,ef} = k_B \cdot EI_b \quad \text{con} \quad k_B(\rho_{\text{empotramiento}}, \rho_{\text{vano}}, \dots) \leq 1 \quad (2.89)$$

El cálculo de los esfuerzos en servicio se efectúa con hipótesis elásticas no fisuradas y luego se aplica un coeficiente de degradación. El criterio para la determinación de este coeficiente se resume en la tabla 2-15.

Tabla 2-15. Criterio de reducción de rigidez a flexión. Determinación del parámetro k_B [90, 92].

Axil reducido	Cuantía	$k_B = EI_b / EI_h$
$v < -0.15$	Para todos ρ	1.00
$ v \leq 0.15$	$\rho \leq 0.6$	1.00
	$\rho > 0.6$	0.65
$v > +0.15$	Para todos ρ	$0.2 + 0.06(\rho + \rho')$

Kordina [93] estudió la disipación de los efectos de la deformación impuesta en ELU en sistemas hiperestáticos, efectuando una serie de ensayos con vigas empotradas-apoyadas, sometidas a un asentamiento de apoyo instantáneo en el apoyo puntual. En primer lugar, se aplica una carga vertical de servicio P_{ELS} y una vez alcanzado este nivel de carga, en cuatro escalones de carga, se aplica un desplazamiento de apoyo, $\Delta = 20 \text{ mm}$, creando un momento positivo en el empotramiento. A partir de allí se aplican 10000 ciclos de carga con un valor máximo de $P_{\max} = 1.10 \cdot P_{ELS}$ y uno mínimo de $P_{\min} = 0.70 \cdot P_{ELS}$. Finalmente, se lleva la viga hasta rotura.

En estos ensayos se dimensionan dos vigas, una (B-I) diseñada para resistir las cargas exteriores y deformaciones impuestas, utilizando el factor de reducción propuesto por [90], mientras que la otra (B-II) está diseñada sólo para resistir la carga exterior. Los ensayos demuestran que ambas vigas tienen la misma carga de rotura, lo cual significa que la deformación impuesta, aunque puede modificar el comportamiento en servicio, si se dimensiona adecuadamente, no altera la seguridad requerida por el ELU.

En la tabla 2-16 se resumen los datos experimentales de este ensayo relacionados con el comportamiento en servicio. Se observa que bajo la acción conjunta de la carga de servicio y la deformación impuesta la abertura de fisuras es más pequeña para la viga B-I. Esta viga ha sido dimensionada considerando el efecto de deformación impuesta y consecuentemente, es más efectiva en el control de la fisuración que la viga B-II. También se presentan valores experimentales del coeficiente k_B . Este valor es el promedio de las rigideces a flexión entre vano y apoyo. Se observa que la rigidez a flexión de la viga B-I, una vez fisurada, coincide con el valor propuesto por Tennstedt [90], mientras que la viga B-II, k_B tiene un valor del orden de la mitad.

Tabla 2-16. Resumen de los datos experimentales [93].

Ensayo	B-I		B-II	
Sección	vano	empotramiento	vano	empotramiento
w_m [mm]	0.12	0.10	0.17	0.15
$k_{B,comb}=EI_h/EI_b$	0.640		0.360	

Otro fenómeno que se verifica en vigas es el denominado “*beam-growth*”, que no es otra cosa que el alargamiento de la fibra baricéntrica debido a la fisuración producida por cargas verticales. En ensayos de vigas hiperestáticas sometidas a cargas verticales y coaccionadas al movimiento axil, aparece una sobre resistencia que modifica notablemente el comportamiento del elemento, sobre todo en estados avanzados de carga. Uno de los primeros autores que menciona esto es Gvozdev [94], en el año 1939, en relación a un estudio sobre la normativa rusa.

Drucker [95], en el año 1961, presenta el esquema resistente donde explica el fenómeno en cuestión. Despreciando la capacidad resistente a tracción del hormigón, en una viga de hormigón sometida a cargas verticales se formará un arco resistente que descargará sobre los apoyos, tal como se muestra en la figura 2-71. En caso que las condiciones de apoyo lo permitan, aparecerán reacciones horizontales, que generan una compresión de la viga.

Figura 2-71. Efecto arco en una viga de hormigón fisurada [95].

Los primeros ensayos dirigidos a investigar este fenómeno han sido ejecutados por Ockleston [96] en 1955. Los trabajos de investigación de esta época se centran en el estudio del aumento de la capacidad portante en ELU por el denominado efecto arco [94-101].

Taylor [101] ejecuta una serie de ensayos en losas unidireccionales, con una carga vertical puntual en el centro de vano y diferentes grados de empotramiento axil. La figura 2-72 muestra la comparación de todos los ensayos ejecutados. El diagrama muestra la relación carga-flecha. Los ensayos S1 hasta S5 son losas unidireccionales coaccionadas con armadura simétrica y hormigones de diferentes resistencias. Los ensayos S6 y S7 son losas simplemente apoyadas con armadura asimétrica y dos hormigones diferentes. El ensayo S8 es una losa simplemente apoyada con coacción horizontal, armadura asimétrica y una resistencia del hormigón elevada. Finalmente, el ensayo S11 es una losa coaccionada, con armadura centrada y elevada resistencia a compresión, del orden de los 100 MPa. En este diagrama se ve claramente el efecto de la coacción horizontal, que aumenta la carga de rotura sensiblemente, en comparación con los ensayos en flexión simple, pero a su vez reduce la ductilidad de la losa.

Figura 2-72. Diagramas carga-flecha de las 9 losas usados por Taylor en sus ensayos [107].

En la tabla 2-17 se presenta una comparación entre la carga máxima medida en el ensayo y la carga máxima según BS 5400 [102]. En dicha tabla se ve claramente que el parámetro que más influye los resultados es la coacción horizontal. Los únicos ensayos donde existe una coincidencia con la predicción teórica son las losas S6 y S7, que no tienen coacción horizontal. En los demás casos el aumento de resistencia es notable.

Tabla 2-17. Comparación entre resultados teóricos y experimentales.

Ensayo	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S11
$P_{u, \text{ensayo}} \text{ [kN]}$	135	145	175	187	192	46	50	183	223
$P_{u, BS 5400} \text{ [kN]}$	92	63	95	95	95	46	48	65	68
$P_{u, \text{ensayo}} / P_{u, BS 5400}$	1.48	2.29	1.85	1.97	2.03	1.00	1.03	2.83	3.27

Si bien los primeros estudios se centraron en el aumento de resistencia que se verifica para cargas elevadas, el fenómeno comienza a manifestarse en el rango del servicio, tal como advierten algunos autores [103, 104]. En la figura 2-73 se presenta el comportamiento de las losas S5 y S7 para cargas de servicio. Se observa que la losa S7 se fisura rápidamente o esta fisurada antes de empezar la carga, mientras que la losa S5 tiene que cargarse bastante antes de fisurarse, evidenciando la existencia de un esfuerzo axial de compresión.

Cuando una losa o viga no está coaccionada horizontalmente la fisuración produce un desplazamiento axial. En general este alargamiento pasa desapercibido en cualquier ensayo de elementos estructurales isostáticos, puesto que no modifica los resultados obtenidos.

Pfeiffer [103] ejecutó seis ensayos en vigas isostáticas con carga puntual aplicada en uno o dos puntos. Estos ensayos fueron ideados para calibrar su programa de análisis estructural, considerando diversos aspectos del comportamiento en ELS y ELU. En particular, para esta tesis es de interés el estudio que este autor realiza sobre el alargamiento de la fibra baricéntrica.

Figura 2-73. Diagrama carga-flecha, Influencia de la coacción horizontal al comportamiento con cargas bajas.

Este autor ensaya seis vigas. Los ensayos de las vigas 1 y 2 se realizan con una carga puntual en el centro del vano y tienen una duración de 30 min. Los ensayos de las vigas 4 y 6 también son de corta duración, pero con dos cargas puntuales aplicadas en los tercios de la luz, tal como muestra la figura 2-74 a). Finalmente, los ensayos de las vigas 3 y 5, se realizan también con dos cargas puntuales, pero con una duración de ocho días y una historia de carga progresiva en el tiempo, como la mostrada en la figura 2-74 b).

Todas las vigas tienen una sección rectangular $b \times h = 0.20 \text{ m} \times 0.20 \text{ m}$ y están armadas con 4 $\varnothing 10$ mm distribuidos en las cuatro esquinas. Además, se colocan cercos de $\varnothing 6$ mm cada 0.15 m. El hormigón utilizado para estos ensayos ha sido proyectado como C45/55 con una resistencia característica de $f_{c,cyl} = 52.3 \text{ MPa}$.

Figura 2-74. Ensayos realizados por Pfeiffer [103], a) configuración de los ensayos, b) historia de carga de los ensayos de largo plazo. Todas las dimensiones en [mm].

En la figura 2-75 se presentan dos diagramas correspondientes a las vigas 5 y 6, para comportamiento instantáneo y diferido. La figura 2-75 a) representa el diagrama carga-flecha y la figura 2-75 b) representa el diagrama carga-alargamiento axial. El ensayo consta de una etapa inicial donde se carga hasta el nivel de servicio, 12 kN, seguido por una descarga y una recarga hasta alcanzar la rotura. Una vez llegado a rotura se descarga el sistema finalmente. Para una carga de

aproximadamente 26 kN se produce la plastificación de las armaduras y se alcanza la rotura para una carga aproximada de 32 kN.

Figura 2-75. Resultados obtenidos por Pfeiffer [103] de sus ensayos instantáneos en la viga 6, línea negra, y diferidos en la viga 5, línea azul. a) Diagrama carga-flecha, b) Diagrama carga-alargamiento axial.

El alargamiento axial aumenta proporcionalmente a la carga hasta entrar en la rama plástica, donde se dispara su valor para pequeños incrementos de carga. El desplazamiento horizontal crece hasta un punto y a partir del cual invierte el signo, mostrando un lazo llamativo. Este lazo se explica con el denominado “efecto de tercer orden” que se representa en la figura 2-76. En una viga elástica, simplemente apoyada, a medida que aumenta la carga aumenta la flecha y disminuye la distancia entre apoyos. Precisamente este acortamiento, es el denominado efecto de tercer orden [103]. Como se ve en la figura 2-75 b) en la parte inicial y durante gran parte de la rama plástica el desplazamiento axial es dominado por el alargamiento de la deformación de la fibra baricéntrica hasta que el efecto de tercer orden, acortamiento de la viga por grandes deformaciones, predomina sobre el anterior.

Figura 2-76. Efecto de tercer orden en una viga isostática [109].

Estos ensayos ponen de manifiesto que hay un alargamiento en la fibra baricéntrica de la viga debido a la fisuración del hormigón. El efecto que se da al final es un efecto que normalmente se deprecia en servicio, porque las deformaciones verticales son pequeñas y consecuentemente el acortamiento también. Este efecto puede ser importante para estados avanzados de carga donde las deformaciones verticales son mayores y, consecuentemente, las horizontales correspondientes.

Yang [105-107] realiza una investigación sobre el comportamiento de vigas coaccionadas sometidas a deformaciones impuestas (retracción y temperatura). El ensayo tiene dos etapas: en la primera, se dejan retraer las cuatro vigas ensayadas durante 28 días, y en la segunda etapa las vigas se someten a una carga vertical en el centro del vano.

La primera de las vigas (N1) no tiene armadura ni coacción y sirve como referencia para las demás. La segunda viga (FFF), dimensionada para resistir las cargas aplicadas en la segunda etapa, no tiene coacción alguna. La tercera viga (FFR), igual a la anterior, se encuentra libre en la primera etapa pero esta coaccionada durante la segunda. Finalmente, la cuarta viga (FRR) se encuentra coaccionada desde el momento del fraguado del hormigón. Adicionalmente se han realizado ensayos de retracción con probetas de dimensiones $L \times b \times h = 0.60 \text{ m} \times 0.05 \text{ m} \times 0.05 \text{ m}$, que sirven para contrastar la retracción medida en las vigas.

La cuarta viga (FRR) probeta sufre una fisuración inicial, a medida que se enfría y retrae. La figura 2-77 muestra la evolución del axil hiperestático de esta viga con el tiempo, donde se observa claramente el proceso de formación de fisuras. Las cinco fisuras iniciales se forman debido al enfriamiento del elemento, combinado con la retracción autógena. Solamente la última fisura, a los 9 días, corresponde a la retracción de secado. La tabla 2-18 resume los resultados obtenidos, se puede ver que la resistencia a tracción medida en la viga no muestra mucha variación durante estos primeros 10 días.

Figura 2-77. Evolución del axil en el tiempo para la probeta FRR (izquierda) y estado final de fisuras (derecha).

Tabla 2-18. Resumen de los resultados experimentales obtenidos en la primera etapa para la viga FRR.

ENSAYO FRR		Antes de fisurar		Después de fisurar	Del tirante
Fisura	$t-t_0$ [h]	T [°C]	N [kN]	N [kN]	f_{ct} [MPa]
1	44	35.9	96	77	3.0
2	52	32.9	99	79	2.9
3	70	28.6	108	84	3.0
4	77	23.6	111	100	2.8
5	87	21.3	110	92	3.0
6	214	21.1	98	83	2.8

En la figura 2-78 a) se muestra la deformación medida durante la primera etapa en el hormigón de las vigas N1 y FFR y en las probetas de retracción. A partir del tercer día, cuando finaliza el curado y se quita el encofrado, se produce un acortamiento brusco debido al enfriamiento, seguido de un acortamiento gradual debido a la retracción. Se observa que la retracción en las probetas es significativamente mayor que en las vigas, debido a su menor espesor ficticio, $e_{\text{probeta}} = 25 \text{ mm} < e_{\text{viga}} = 104 \text{ mm}$. Al mismo tiempo la retracción medida en la viga N1 es mayor que la retracción medida en la viga FFR, en este caso, debido a la coacción de las armaduras. Esto produce una compresión en la armadura y crea una tracción en el hormigón.

En la figura 2-78 b) se presenta la tracción que se genera en el hormigón a lo largo del tiempo. Luego de desencofrar se observa un rápido crecimiento de las tracciones, que aumentan levemente con el paso del tiempo, a medida que aumenta la retracción. Las tracciones en el

hormigón están en equilibrio con las compresiones en la armadura, por lo que las tracciones se deducen a partir de las deformaciones medidas en la armadura de la viga FFR, alcanzando un valor de 0.8 MPa a los 29 días.

Figura 2-78. a) Deformación del hormigón medida en las probetas de retracción, la viga N1, sin armadura, y en la viga FFR, con armadura. b) tensión en el hormigón debida a la coacción interna que genera la armadura a la libre retracción del hormigón en la viga FFR.

A los 28 días se inicia la segunda etapa de los ensayos. Las vigas se ensayan con una carga vertical puntual, aplicada en el centro de vano, para los grados de coacción indicados anteriormente. En la figura 2-79 se muestran los resultados, de la segunda etapa, obtenidos, de los ensayos con coacción horizontal, FRR y FFR, utilizando un diagrama carga-axil.

Figura 2-79. Diagrama carga-axil de las vigas FRR y FFR. Valores experimentales obtenidos en la segunda etapa de los ensayos [112].

Se puede observar que la viga FRR, que ha sido coaccionada desde el día del hormigonado, comienza con un axil de tracción de 86 kN, producida por la retracción impedida de la primera etapa. Posteriormente este axil disminuye a medida que aumenta la carga exterior. Lo cual se explica con el alargamiento de la fibra baricéntrica, producto de la fisuración. El axil inicial de tracción, provocado por la retracción, decrece hasta anularse para una carga $P = 47$ kN. A partir de allí se verifican compresiones cada vez mayores, a medida que aumenta la carga exterior, con una relación prácticamente lineal.

La viga FFR se comporta de forma similar, salvo que parte de un axil nulo ya que la retracción inicial no está impedida. Sólo a partir de una carga vertical de 30 kN, cuando se produce la fisuración, se produce un aumento del axil hiperestático.

Djouahra [104] investigó este mismo fenómeno, desde un punto de vista teórico, utilizando un programa que permite el análisis no lineal de barras. Los estudios se dedican, fundamentalmente, a deformaciones impuestas debidas a variaciones uniformes de temperatura. La figura 2-80 muestra un diagrama carga-vertical vs. axil, obtenido para una viga hiperestática, donde se superponen la carga con dos variaciones uniformes de temperatura distintas, $T = -15\text{ °C}$ y $T = -30\text{ °C}$. Este gráfico permite observar la interacción entre alargamiento de la fibra baricéntrica y una deformación impuesta axil, en este caso de temperatura.

Figura 2-80. Influencia de la deformación impuesta axil en el comportamiento de la viga sometida a carga vertical [110].

La curva negra sólida representa el comportamiento de la viga sin deformaciones impuestas. Como se puede ver, hasta alcanzar la carga de fisuración, no hay reacción hiperestática. Para cargas superiores, hay un incremento del axil hiperestático proporcional a la carga. La curva con trazos largos, representa el caso de una viga a la que se le aplica un acortamiento de temperatura de -15 °C y luego se la somete a una carga creciente. Después de la aplicación de la temperatura y debido a la existencia de una coacción aparece un axil de tracción. En esta figura, también se representa la diferencia entre el comportamiento de la viga con y sin enfriamiento. Como se puede observar, se podría postular que el axil de tracción debido al enfriamiento es más o menos constante, sin cometer excesivos errores. La curva de trazos más pequeños muestra el mismo comportamiento para un enfriamiento de -30 °C . En este caso la diferencia radica en que el axil inicial de tracción es mayor, porque el enfriamiento es del doble, pero se ve que el axil no es el doble del correspondiente al enfriamiento de -15 °C , lo que demuestra la pérdida de rigidez debida a la fisuración del elemento.

Pfeiffer [103, 108] también ha estudiado teóricamente estos fenómenos. A partir de las observaciones realizadas en sus ensayos con vigas isostáticas, da una explicación del fenómeno medido, analizando para ello el comportamiento seccional. La figura 2-81, extraída de los análisis teóricos de Pfeiffer [103], representa el efecto que tiene la armadura de compresión en la deformación baricéntrica. En la figura 2-81 a) se presenta un caso sin armadura de compresión,

donde se ve como la fluencia reduce las deformaciones en la fibra de referencia, incluso llegando a invertir el signo de la deformación resultante, para esfuerzos importantes. Mientras que en la figura 2-81 b), que corresponde al caso donde la armadura de compresión es el 50% de la armadura traccionada, se observa que la fluencia se encuentra muy restringida. Los efectos a nivel de la fibra de referencia son mucho menores comparados con en el caso anterior.

Figura 2-81. Deformación baricéntrica de una sección. Influencia de la armadura de compresión. a) sin armadura de compresión. b) con una armadura de compresión igual al 50% de la armadura principal [103].

Figura 2-82. Variación del axil hiperestático en el tiempo para dos vigas armadas con cuantías y niveles de carga diferentes [103].

Pfeiffer [103] analiza también el comportamiento en servicio de vigas coaccionadas. En la figura 2-82 se muestra un diagrama axil reducido-tiempo, definido en términos de porcentaje del t_{∞} , para la misma viga con dos cuantías diferentes, $\rho = 0.40\%$ y 2.20% , y tres niveles de carga, definidos como un porcentaje del momento resistido máximo, 30%, 50% y 70% del M_d . Este gráfico permite ver, en primer lugar, como la variación de la deformación de la fibra baricéntrica genera una compresión en t_0 que varía con el tiempo transformandose en tracción.

Djouahra [104] ha estudiado el efecto del axil debido a la coacción horizontal en vigas de distintas esbelteces a tiempo 0 e infinito. En la figura 2-83 se muestra un resumen de resultados para vigas biempotradas con diferentes esbelteces $L/h = 15, 22, 44, 59$. El gráfico muestra el axil hiperestático en función de la cuantía, para t_0 y t_{∞} , bajo la acción de la carga cuasipermanente. La cuantía corresponde a la sección del apoyo y se dimensiona de forma estricta. La relación entre la

carga de servicio y la carga última se ha fijado en el valor 0.5. Como se puede ver en la figura, el resultado es independiente de la esbeltez y las cuatro curvas coinciden.

Figura 2-83. Influencia de la cuantía de armadura a la magnitud del axil hiperestático. Para vigas con diferentes esbelteces.

Al igual que en el análisis de Pfeiffer [103], se observa claramente la compresión en el instante inicial, t_0 , y cómo cambia a un axil de tracción para t_{∞} , luego de actuar las deformaciones reológicas. En el instante inicial se observa un aumento de la compresión a medida que aumenta la cuantía. Al dimensionarse la cuantía de forma estricta, las mayores cuantías se relacionan con cargas mayores y por tanto con un aumento de la rigidez y por tanto, del axil hiperestático. Sin embargo, la tracción final es aproximadamente constante, debido a que las secciones más cargadas también sufren mayores deformaciones de fluencia que compensan la mayor compresión inicial.

2.4.4. Comportamiento de pilares sometidos a cargas exteriores y deformaciones impuestas concomitantes

En un pórtico la interacción entre dinteles y pilares hace que estos últimos se vean sometidos a desplazamientos y giros impuestos en sus extremidades. La flexión que transmite el dintel genera un giro, que aumenta con el paso del tiempo, como consecuencia de la fluencia. Por otro lado, los movimientos horizontales de los dinteles, producto de la fisuración y de las deformaciones impuestas, generan un desplazamiento horizontal en la cabeza del pilar. En la figura 2-84 se muestran ambas situaciones, por separado, actuando en un pilar aislado.

Los giros impuestos serán mayores en los pilares extremos, donde los esfuerzos provenientes del dintel no se ven compensados. Del mismo modo, los mayores desplazamientos horizontales impuestos de las cabezas de los pilares ocurrirán en los extremos de los pórticos.

Figura 2-84. Desplazamientos impuestos sobre pilares [10]. a) desplazamiento impuesto en la cabeza del pilar. b) giro impuesto en las extremidades del pilar.

Najdanovic [8] realizó un estudio sobre el comportamiento en servicio de pilares, ensayando dos series de pilares. Todos los pilares tienen la misma sección, diferentes armaduras y diferentes niveles de carga. Las cargas son mantenidas con valor constante en el tiempo. El armado de los pilares y el dispositivo de ensayo se muestran en la figura 2-85. Los pilares se someten a una combinación de esfuerzo axial de compresión y momento de servicio, que se mantiene constante durante el plazo de un año. La principal diferencia entre las dos series ensayadas es el nivel de carga, que es significativamente mayor en la segunda. La serie más cargada, la serie B, tiene un nivel de sollicitación por encima de $0.40 \cdot f_c$ y, por esta razón, no se ha considerado en este trabajo porque para ese nivel de esfuerzos, como bien es sabido, pueden producirse una fluencia no lineal.

Figura 2-85. a) Esquema de armado de los pilares ensayados, b) Dispositivo de ensayo utilizado [8]. Todas las dimensiones en [mm].

Tabla 2-19. Datos geométricos y mecánicos de los ensayos de la serie A, realizados por Najdanovic [8].

ENSAYO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
b [m]	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
h [m]	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
L [m]	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30
d [m]	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27
A_c [m ²]	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090
f_c [MPa]	38.9	38.9	38.9	38.9	38.9	38.9	38.9
$f_{ct, flexión}$ [MPa]	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50
E_c [MPa]	31300	31300	31300	31300	31300	31300	31300
$\varnothing$ [mm]	12	12	12	12	12	12	12
Número de barras	8	8	8	8	8	8	8
A_s [cm ²]	9.05	9.05	9.05	9.05	9.05	9.05	9.05
E_s [MPa]	200000	200000	200000	200000	200000	200000	200000
El_b [MNm ²]	21.128	21.128	21.128	21.128	21.128	21.128	21.128
n	6.39	6.39	6.39	6.39	6.39	6.39	6.39
A_h [m ²]	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
W_h [10 ⁻³ .m ³]	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85
ρ [A_s/A_c]	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101

La serie A comprende 9 pilares de 2.30 m de longitud, con sección cuadrada de 0.30 m de lado. Todas las secciones están armadas con 8 barras de $\varnothing$ 12 mm lo que corresponde a una cuantía total $\rho = 1.0\%$. Un resumen de las características geométricas y mecánicas se presenta en la tabla 2-19. Los ensayos de larga duración de los pilares de la serie A comienzan el mes de marzo del año 1982. Los pilares son puestos en carga a la edad de 28 días y siete de estos pilares son sometidos a diferentes esfuerzos normales con diferentes excentricidades, ver tabla 2-22.

El pilar A0 no es puesto en carga y sirve para determinar la retracción del pilar, con un espesor ficticio $e_f = 150$ mm. Adicionalmente, se mide la retracción en prismas de $L \times b \times h = 0.36 \text{ m} \times 0.12 \text{ m} \times 0.12 \text{ m}$, con un espesor ficticio $e_f = 60$ mm. En la tabla 2-20 se puede observar que la retracción en el prisma es mayor que la del pilar, debido al menor espesor ficticio en la probeta y a la existencia de armadura en el pilar.

Tabla 2-20. Comparación entre la retracción medida en pilar y prisma, [10].

	Pilares A0	Prismas
e_f [mm]	150	60
$\varepsilon_{cs, 365}$ [10^{-6}]	184	321

Finalmente, el pilar A8 se somete a un esfuerzo axial centrado de $N = -787$ kN, para medir la fluencia. Este produce una deformación inicial elástica de $\varepsilon_{t0} = 240 \cdot 10^{-6}$; la misma se aplica a las prismas de fluencia. En la tabla 2-21 se muestra que la fluencia medida en los prismas es mayor que en el pilar debido a las mismas razones que justifican la diferencia para retracción.

Tabla 2-21. Comparación de la fluencia medida en pilar y prisma, [8].

	Pilares A8	Prismas
$\varphi(365, t_0)$	1.20	1.76

En la figura 2-86 se presenta una comparación entre los resultados teóricos y los resultados experimentales. Los diagramas experimentales disponibles son el de momento-curvatura y rigidez a flexión-curvatura. Como se puede observar en dicha figura, el comportamiento estructural medido se estima adecuadamente con el modelo adoptado.

Las cargas aplicadas y los principales resultados obtenidos se resumen en la tabla 2-22. Se observa una notable diferencia entre la resistencia a tracción obtenida en el ensayo y la deducida de los

pilares a partir del momento de fisuración. Al igual que lo que sucede en los tirantes y en vigas sometidas a flexión simple, las tensiones autoequilibradas juegan un papel importante en la fisuración del pilar. También se presentan valores medios de la abertura de fisura, medidos en el instante inicial y final. Existe un notable aumento de la apertura de fisura con el tiempo como consecuencia de las acciones reológicas.

Figura 2-86. Comparación entre resultados obtenidos con un análisis teórico y datos experimentales [10] para la serie A. a) Diagramas momento-curvatura y rigidez a flexión-curvatura. b) Diagramas rigidez a flexión-curvatura.

Tabla 2-22. Cargas y resultados experimentales serie A, obtenidos por Najdanovic [8].

ENSAYO	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
$M_{\text{ensayo}} [kNm]$	24.6	38.7	52.9	37.1	47.9	58.2	51.2
$M_R [kNm]$	23.6	23.6	23.6	36.5	36.5	36.5	50.6
M_{ensayo}/M_R	1.04	1.64	2.24	1.02	1.31	1.59	1.01
$N_{\text{ensayo}} [kN]$	-267	-267	-267	-515	-515	-515	-787
$e [mm]$	92	145	198	72	93	113	65
$v = N/bhf_{cd}$	-0.13	-0.13	-0.13	-0.26	-0.26	-0.26	-0.40
$\sigma_{c,II}/f_c [MPa]$	0.2	0.3	0.4	0.3	0.4	0.4	0.4
$\sigma_{c,III}/f_c [MPa]$	0.2	0.4	0.6	0.3	0.4	0.6	0.5
$f_{ct,flexión} [MPa]$	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50
$f_{ct,ensayo} [MPa]$	2.05	2.05	2.05	2.10	2.10	2.10	2.14
$w_{m,to} [mm]$	0.012	0.040	0.150	0.011	0.032	0.060	0.014
$w_{m,365} [mm]$	0.015	0.075	0.240	0.015	0.059	0.121	0.027

2.4.5. Comportamiento de estructuras sometidas a cargas exteriores y deformaciones impuestas concomitantes

Los estudios experimentales realizados por Petschke et al [13], en el NAT de Barajas y el aparcamiento subterráneo de Urzaiz en Vigo han permitido conocer algunos aspectos importantes del comportamiento de estructuras reales de edificación.

El NAT de Barajas es una estructura formada por pórticos de 77 m, tal como se observa en la figura 2-87, alcanzando una longitud total de más de 1 km. Los pórticos disponen de juntas que garantizan la continuidad de esfuerzos cortantes al mismo tiempo que permiten movimientos longitudinales. La normativa vigente en España [15, 109] aconseja disponer juntas cada 30.00 m ó 40.00 m, sin embargo, en este caso casi se ha duplicado dicho valor.

Figura 2-87. Geometría del pórtico de Barajas con la nomenclatura de ejes y secciones.

Figura 2-88. Distribución de puntos de medida en el pórtico.

La campaña experimental se ha centrado en la medición in-situ de deformaciones y temperaturas en secciones específicas de los pilares y dinteles, indicadas en la figura 2-88. Además, se han medido las propiedades mecánicas, la retracción y fluencia en probetas de laboratorio.

La figura 2-89 muestra los datos experimentales medidos en probetas, junto con estimaciones realizadas con la EHE, mostrando una buena concordancia. Por otro lado, se presentan estimaciones teóricas para los elementos instrumentados, cuyo espesor ficticio varía desde $e_f =$

901 mm a $e_f = 1153$ mm, poniendo de manifiesto su importancia en la evolución de la retracción y su valor final.

Figura 2-89. Mediciones de retracción realizadas en los experimentos de Barajas, junto con estimaciones teóricas para diferentes espesores ficticios, según el EHE [24].

Figura 2-90. Abertura de la junta N+0, medición discontinua superficial y desplazamientos de la medición continua en la viga SM34-38 N+0.

Las deformaciones medidas en la estructura de la NAT Barajas muestran, a partir de la finalización de la construcción, un claro aumento debido a retracción y fluencia. También, se observan oscilaciones producidas por las variaciones estacionales de temperatura cuando la estructura se encuentra a la intemperie y como, éstas variaciones desaparecen al cerrarse el edificio (las variaciones térmicas de servicio se han estimado en 1°C). La figura 2-90 muestra la evolución de la abertura de junta en el nivel N+0, medida de forma manual y deducida a partir de las mediciones continuas de deformaciones en los dinteles. En dicha figura se observa con claridad lo comentado anteriormente. Además, la buena correlación que presentan las estimaciones a partir de las deformaciones, evidencian que la estructura se comporta de forma lineal, sin pérdidas de rigidez y con poca coacción horizontal de los pilares.

La poca coacción de los elementos verticales ante los movimientos horizontales también se verifica en la campaña experimental del aparcamiento de la calle Urzaiz, en Vigo, una estructura compuesta por una losa superior de 0.50 m de canto, apoyada en una pantalla perimetral de pilotes y pilas-pilote metálicas en la zona central, cuya la longitud entre juntas media de 100 m, ver figura 2-91. Como se ve en la abertura de la junta 3-4 medida, en la figura 2-92. En este caso, se ha podido estimar la retracción de la losa superior a partir de los datos de abertura de la junta, eliminando la contribución de la temperatura. La retracción deducida de este modo ha dado valores máximos comparables a los que predice la EHE, aunque la ley de crecimiento temporal ha sido diferente, ver figura 2-93. Esto alerta sobre la necesidad de disponer de más resultados experimentales de retracción en elementos con espesores ficticios grandes ($e_f = 1000$ mm).

Figura 2-91. Aparcamiento de la calle Urzaiz, en Vigo.

Figura 2-92. Abertura relativa de la junta 3-4, que muestra la deformación de retracción de la losa del aparcamiento de la calle Urzaiz, en Vigo.

Figura 2-93. Retracción de la losa del aparcamiento de la calle Urzaiz, en Vigo.

Algo parecido ocurre con la fluencia medida en el NAT Barajas, dónde las mediciones son mayores que las estimaciones teóricas. En este caso, es importante mencionar que en este caso, el estudio experimental de la fluencia para elementos con espesores ficticios grandes, es inabordable.

Figura 2-94. Arriba: Planta del aparcamiento de la calle Serrano. Abajo: Sección transversal del módulo 2 (medidas en metros).

Posterior a la campaña experimental de Barajas se realizó la auscultación de la losa de cubierta del módulo 2 del nuevo estacionamiento de la calle Serrano [28], situado entre las calles de Hermosilla y de José Ortega y Gasset, estructura de hormigón armado de 462m de longitud entre

juntas de dilatación. La losa de cubierta tiene un canto de 1.05 m, por lo que su espesor ficticio, al encontrarse expuesta al medio tan solo por su cara inferior, es igual al doble del canto total, 2100 mm. La parte superior se encuentra impermeabilizada por el pavimento, tal como se puede ver en la figura 2-94.

La campaña realizada por el grupo HE, recopilada en el trabajo de García [28], está dirigida a estudiar los efectos estructurales de la retracción en condiciones reales, con humedades y temperaturas variables. Se utilizan tres cuerdas vibrantes embebidas junto con un transductor de desplazamientos colocado al final de la losa de transición para medir los movimientos de la losa. Por otro lado, en laboratorio se mide la retracción en probetas convencionales ($e_f = 75$ mm) y en una probeta prismática que tiene el mismo espesor ficticio que la losa instrumentada ($e_f = 2100$ mm), cuyas dimensiones y puntos de medida se presentan en la figura 2-95.

Los datos experimentales y las estimaciones teóricas de acuerdo a la normativa (EC2, MC2010 y B3) se presentan en la figura 2-96. Todos los modelos infravaloran las mediciones, el motivo se encuentra entre otros, en la baja resistencia a compresión del hormigón (14.17 MPa) producto de problemas en el transporte del hormigón desde la obra al laboratorio y la baja humedad relativa del propio laboratorio, de 39%. Todo esto sitúa a los modelos fuera de su rango de aplicación. Destaca como mejor predicción la obtenida a partir del modelo B3 actualizada a partir de los resultados a corto plazo de probetas estándar, en concreto la hipótesis 2. En esta hipótesis se utiliza el valor medido del tiempo necesario para el desarrollo de la mitad de la retracción total.

Figura 2-95. Probeta instrumentada en la campaña experimental del aparcamiento de la calle Serrano.

Una característica de las mediciones realizadas en bajas humedades relativas, y que se verifica recurrentemente en las mediciones realizadas en el laboratorio de la UPM, es el rápido desarrollo de las deformaciones durante los primeros días de vida de la probeta. El gran espesor ficticio hace que los modelos estimen unas retracciones menores en ese tiempo, que si bien es razonable, al tratarse de un hormigón de baja calidad, no se consigue un buen ajuste a las mediciones registradas.

Los valores de retracción de la estructura real pueden deducirse de los desplazamientos medidos en los extremos del aparcamiento y de las galgas de cuerda vibrante embebidas en el hormigón, deduciendo las deformaciones térmicas. Los resultados obtenidos de este modo han demostrado que para la estructura real, la retracción se desarrolla muy lentamente tal como se muestra en la Figura 2-97 para uno de los extremos del aparcamiento (el otro muestra un comportamiento similar). Esto se encuentra de acuerdo a lo que dice Carlson [110] que explica que para espesores muy elevados de hormigón no se produce intercambio de humedad con el

medio exterior hasta que no han pasado varias décadas. Los estudios realizados por este autor muestran que el frente de secado se desarrolla de manera muy lenta, alcanzando una profundidad de 8 cm durante el primer mes de vida del hormigón, avanzando hasta los 60 cm después de 10 años. Por lo tanto, se deduce que las deformaciones de retracción medidas en los casos del estacionamiento y del cubo, almacenado en laboratorio, son las debidas a la retracción autógena.

Figura 2-96. Medición de retracción de la media de las galgas en la probeta de la Figura 2-95. Comparación con la estimación de modelos del EC-2-1, MC2010 y B3.

Figura 2-97. Retracción media registrada en las galgas de cuerda vibrante del extremo de calle Hermosilla comparada con modelos de EC-2-1, MC2010 y B3.

Finalmente, la figura 2-98 muestra los desplazamientos medidos en los extremos del aparcamiento, se puede observar que los desplazamientos medidos son inferiores a los teóricos, dado que el intervalo máximo en el extremo de la calle Hermosilla abarca un movimiento de alrededor de los 2 mm, mientras que en la calle Ortega y Gasset se registran movimientos algo mayores, de alrededor de los 4 mm. Así, los movimientos registrados oscilan entre el 8-17% de los movimientos libres teóricos.

Esta restricción se debe a la gran coacción que ejercen las dos líneas de pilotes situadas a ambos lados de la sección transversal. Los pilotes tienen diámetros de 0.9 m ó 1.0 m y se encuentran

separados una longitud de entre 1.0 y 1.1 m. Esto significa que, aproximadamente, cada línea de pilotes cuenta con 462 pilotes, los cuales, a efectos de cálculo, se comportan como pilares en un edificio de múltiples pórticos sin juntas de dilatación, ver Petschke [13].

Figura 2-98. Retracción media registrada en las galgas de cuerda vibrante del extremo de calle Hermosilla comparada con modelos de EC2-1, MC2010 y B₃.

2.5. Aspectos teóricos del comportamiento seccional

2.5.1. Introducción

El análisis mediante diagramas momento-curvatura es una herramienta consolidada en la práctica profesional de la ingeniería [39]. Para una sección de hormigón armado la curvatura representa la inclinación del plano de deformaciones y está directamente relacionada con las deformaciones y deflexiones que experimentan elementos lineales como vigas y columnas.

Tradicionalmente, el análisis de elementos de hormigón armado se ha llevado a cabo despreciando la contribución del hormigón fisurado. Sin embargo, hoy en día, hay un consenso acerca de que el efecto de *tension-stiffening* puede influenciar de un modo significativo las deformaciones que sufre un elemento de hormigón armado, sometido a cargas de servicio. Un gran número de publicaciones confirma este hecho [76, 111-122].

Adicionalmente, los efectos reológicos pueden tener una influencia considerable en el ámbito del servicio, introduciendo deformaciones adicionales [11, 40]. La retracción induce deflexiones en vigas donde el centro de gravedad no coincide con el centroide de la sección bruta, como es el caso de las vigas armadas de forma asimétrica. Por otro lado, los efectos de la fluencia incrementan las curvaturas y deflexiones incluso en elementos no fisurados.

El efecto combinado de la retracción y el *tension-stiffening* ha sido estudiado por Gilbert [111], Bischoff [119] y Kaklauskas [112]. Siendo uno de los efectos más interesantes el denominado “*tension-stiffening* negativo” [121], el cual es producido por la descompresión que sufren las barras de acero en el momento de producirse la fisuración de la sección. Esto produce un incremento súbito de las deformaciones y a imprecisiones en las medidas experimentales. Este fenómeno debe ser correctamente cuantificado para obtener leyes constitutivas adecuadas. Sin embargo, las normativas actuales (ACI 318 [122], EC2 [25] y otras) utilizan ecuaciones basadas en interpolaciones deducidas empíricamente de ensayos experimentales viciados por los efectos reológicos y por tanto, los modelos de predicción introducen estos efectos sin hacer mención de ello. En algunos casos, esto puede llevar a predicciones inadecuadas de magnitudes tales como las deformaciones o el ancho de fisura, parámetros esenciales en las verificaciones de servicio.

Por lo tanto, con el estado del arte actual, puede decirse que hasta ahora no hay un modelo de *tension-stiffening* universalmente aceptado, el cual pueda aplicarse en la práctica profesional.

2.5.2. Análisis de deformaciones

Las hipótesis clásicas utilizadas en el comportamiento en servicio [123] son un comportamiento elástico-lineal para el acero en tracción y compresión, y en compresión para el hormigón, despreciando la colaboración de la resistencia a tracción (Estado II). Por otro lado, la no linealidad del hormigón en compresión puede tenerse en cuenta utilizando la ecuación constitutiva propuesta por Sargin y adoptada por el Código Modelo 2010 [26, 124]. Aunque, en el comportamiento en servicio esta ecuación no difiere significativamente del comportamiento elástico, al menos hasta tensiones del orden de $0.5 \cdot f_{cm}$.

El comportamiento en tracción es la fuente de mayores incertidumbres. Siendo necesario no solo modelar el comportamiento local a tracción sino también el fenómeno de *tension-stiffening* producido por la adherencia entre acero y hormigón.

En general, los modelos de *tension-stiffening* pueden dividirse en cuatro familias [125]:

- 1) Modelos de transferencia de tensiones entre acero y hormigón (adherencia),
- 2) Modelos basados en Mecánica de Fractura,
- 3) Relaciones tensión-deformación promedio (*smearred*) para el hormigón traccionado,
- 4) Relaciones tensión-deformación promedio (*smearred*) para el acero traccionado.

La mayoría de los modelos de *tension-stiffening* se basan en modificaciones de la ecuación constitutiva del hormigón en la parte traccionada [76, 117, 118, 125, 126] o lo mismo, pero en el acero [112, 26], siendo ambas formulaciones equivalentes. Sin embargo, entre estos modelos se pueden diferenciar dos sub-tipos diferentes dependiendo de si el comportamiento a tracción es independiente [117, 118, 127] o no [113] de la cuantía de acero traccionado. Algunos de los modelos más reconocidos son:

Vecchio y Collins [117, 127]:

$$\sigma_c = \frac{f_{ct}}{\sqrt{1+500\varepsilon_c}} \quad (2.90)$$

Hsu [118]:

$$\sigma_c = f_{ct} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_c} \right)^{0.4} \quad (2.91)$$

Kaklauskas [113]:

$$\sigma_c = 0.625 \cdot f_{ct} \left(1 - \frac{\bar{\varepsilon}_c}{\beta_K} + \frac{1+0.6 \cdot \beta_K}{\beta_K \cdot \bar{\varepsilon}_c} \right) \quad (2.92)$$

Siendo: $\bar{\varepsilon}_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{ct}}$, $\varepsilon_{cr} = \frac{f_{ct}}{E_c}$; $\beta_K = 32.8 - 27.6 \cdot \rho + 7.12 \cdot \rho^2$ ($\rho < 2\%$), $\beta_K = 5$ ($\rho \geq 2\%$)

El método propuesto por EN1992-1-1 [25] (también incluido en el MC2010 [26, 124]) está basado en la interpolación entre los estados I y II. Esta interpolación puede aplicarse a tensiones, fuerzas axiales o momentos flectores. La fórmula es:

$$\kappa_m = \kappa_I \cdot (1 - \zeta) + \kappa_{II} \cdot \zeta, \quad \zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_R}{M} \right)^a, \quad a = 2 \quad (2.93)$$

Dónde κ_m es la curvatura media interpolada entre los valores obtenidos para el Estado I (no fisurado) κ_I y el Estado II (totalmente fisurado) κ_{II} . ζ es el factor de interpolación que depende de dos factores adimensionales, β_1 y β_2 y de la relación entre el momento de fisuración, M_R y el momento solicitante M .

Walraven [128] propone un método simplificado basado en la formulación del Código Modelo 90 [133], equivalente a la del Código Modelo 2010 [26].

La norma ACI 318 [122] se basa en la metodología propuesta por Branson [130], que utiliza el concepto de momento de inercia efectivo que se calcula del siguiente modo:

$$I_e = \left(\frac{M_R}{M} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_R}{M} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \quad (2.94)$$

I_g es el momento de inercia de la sección no fisurada bruta (ignorando la armadura); I_{II} es el momento de inercia de la sección fisurada (Estado II); M es el momento solicitante en el centro de vano para una viga simplemente apoyada o en el empotramiento de una viga en voladizo (aplicándose algunas formulaciones algo más elaboradas para estructuras hiperestáticas) y M_R es el momento de fisuración.

2.5.3. Diagramas momento-curvatura

Para obtener una relación momento-curvatura es necesario resolver un problema en tensiones normales [39]; es decir, el equilibrio de una sección de hormigón armado sujeta a una fuerza axial y un momento flector concomitante. De este modo, como establece la mecánica de medios continuos, es necesario resolver al mismo tiempo las ecuaciones constitutivas, de compatibilidad y de equilibrio. La resolución del problema permite obtener los parámetros que definen el plano de deformaciones: la deformación de la fibra baricéntrica y la curvatura.

Para resolver el problema seccional, el método más utilizado es el conocido método de fibras o multicapa [123], en el cual la sección transversal es dividida en una serie de fibras de espesor reducido cuyas propiedades pueden determinarse fácilmente, asumiendo que las fibras son rectangulares, de ancho constante y que el módulo de elasticidad efectivo es constante en toda la fibra.

Las ecuaciones de compatibilidad utilizadas usualmente son las clásicas adoptadas en la literatura para el comportamiento en servicio. La primera hipótesis es la de adherencia perfecta (de no deslizamiento) entre hormigón y acero. Esto implica que el acero y el hormigón aledaño tienen la misma deformación. La segunda hipótesis es la de Navier-Bernoulli, la cual desde un punto de vista práctico significa que el plano de deformaciones puede representarse mediante un plano o una recta, en caso de flexión simple en un plano de simetría:

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_o + \kappa(y - Y_{ref}) \quad (2.95)$$

Finalmente, es necesario resolver las ecuaciones de equilibrio para fuerzas axiales y momentos flectores, las cuales se obtienen a partir de la igualdad entre fuerzas externas y esfuerzos internos.

$$\begin{aligned} N = 0 &= \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A_s} \sigma_s dA_s \\ M &= \int_{A_c} \sigma_c y dA_c + \int_{A_s} \sigma_s y dA_s \end{aligned} \quad (2.96)$$

Combinando todas las ecuaciones (constitutiva, compatibilidad y equilibrio) se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} EA_h \varepsilon_o + EB_h \kappa &= 0 \\ EB_h \varepsilon_o + EI_h \kappa &= M \end{aligned} \quad (2.97)$$

Esta ecuación provee los parámetros que definen el plano de deformaciones: la deformación baricéntrica y la curvatura, y consecuentemente se pueden determinar diagramas momento-curvatura y momento-deformación baricéntrica. Los parámetros EA_h , EB_h y EI_h son el área y el primer y Segundo momento de inercia, respectivamente, homogeneizados con respecto a un material (generalmente el hormigón) y multiplicados por el módulo de elasticidad de este material. Cuando este material se comporta elásticamente estos coeficientes son constantes y el sistema se resuelve con facilidad. Algo similar ocurre si se aplican las hipótesis clásicas porque el sistema no lineal se resuelve fácilmente mediante una ecuación de segundo cuadrática cuya incógnitas son la ubicación de la fibra neutra en flexión simple [39] o mediante una ecuación de

tercer orden (para una sección rectangular) en caso de flexión compuesta [131]. Una vez que la ubicación de la fibra neutra es conocida, puesto que se asume que el hormigón no puede resistir tracciones sólo el hormigón comprimido contribuye con las propiedades mecánicas de la sección transversal fisurado, y por tanto el problema se resuelve inmediatamente.

Sin embargo, en caso de utilizar ecuaciones constitutivas más complejas para simular fenómenos tales como la plasticidad de los materiales o el *tension-stiffening*, es necesario utilizar métodos iterativos para resolver la ecuación (2.97).

2.5.4. Técnica inversa de modelación constitutiva

Al contrario del análisis de deformaciones (directo) dónde la respuesta estructural se determina a partir de una ecuación constitutiva predefinida, el análisis inverso busca la determinación de los parámetros que definen el modelo constitutivo a partir de la respuesta de la estructura. Kaklauskas en coautoría [126] ha formulado los principios de la técnica inversa para la obtención de relaciones *tension-stiffening* a partir de mediciones en elementos de hormigón estructural. Para un diagrama momento-curvatura dado, se computa una relación *tension-stiffening* media utilizando las ecuaciones de equilibrio en fuerzas axiales y momentos, junto con un modelo de fibras para la sección [123], éste último utilizado para la obtención de fuerzas internas. El análisis inverso se realiza variando el momento de forma incremental. Para cada incremento, se resuelven las dos ecuaciones de equilibrio (2.97) obteniendo la coordenada de la fibra neutra y la tensión en el hormigón, en la fibra extrema traccionada. Puesto que en la fibra extrema se tiene la máxima deformación, las demás fibras con menores deformaciones caen dentro de la porción del diagrama determinado previamente. El modelo obtenido permite simular el mismo diagrama momento-curvatura obtenido en el ensayo. El análisis inverso está basado en los siguientes supuestos y aproximaciones:

- Se determina la deformación media (*smearred crack approach*).
- Distribución lineal de deformaciones y adherencia perfecta entre hormigón y acero.
- Todas las fibras en la zona traccionada siguen una ley tensión-deformación uniforme.

La última suposición de una ley tensión-deformación uniforme en la zona traccionada permite reducir la dimensión de la solución a una única ecuación no lineal. Los siguientes datos experimentales de elementos de hormigón armado pueden utilizarse con esta técnica:

- Momento flector vs. deformación media de la fibra extrema comprimida del hormigón;
- Momento flector vs. deformación media de la fibra extrema traccionada del hormigón;
- Momento flector vs. deformación media de la armadura traccionada;
- Momento flector vs. flechas en el centro de vano;
- Momento flector vs. curvatura;
- Tensión media vs. deformación media de la armadura traccionada.

Investigaciones recientes [132] han demostrado que la técnica inversa puede ser utilizada como una poderosa herramienta para el análisis de las ecuaciones constitutivas de los elementos de hormigón armado que trabajan en flexión. Puede ser extendida relativamente con facilidad para obtener otros tipos de leyes de *tension-stiffening* como las aplicadas en el acero o en los modelos de adherencia entre acero y hormigón. Destaca la metodología modificada por Gribniak [120, 125, 132] que puede aplicarse de dos formas diferentes:

1. Algoritmo basado en la modelación del acero [112] que se utiliza para la obtención de leyes de *tension-stiffening* que dependen de la disposición de las armaduras;

2. Algoritmo basado en la modelación del hormigón [133] que se utiliza para la obtención de leyes de *tension-stiffening* libres del efecto inducido por la retracción en los datos experimentales [120].

2.5.5. Evaluación del efecto de la retracción

Es sabido que, aún para las primeras etapas de carga, la retracción libre del hormigón puede exceder la deformación de fisuración. La deformación de retracción, coaccionada por la armadura de acero, afecta significativamente la resistencia a la fisuración y las deformaciones a corto plazo de los elementos estructurales. Kaklauskas y Gribniak [120] han desarrollado un procedimiento numérico para la eliminación del efecto de la retracción en las mediciones experimentales de diagramas momento-curvatura y tensión-deformación. Estos valores experimentales corregidos se denominan como “libres de retracción”. El procedimiento de eliminación se realiza siguiendo los siguientes pasos descritos en la figura 2-99:

Paso 1. Utilizando el diagrama momento-curvatura (figura 2-99 a) se determina una primera ley tensión-deformación (figura 2-99 b) utilizando la técnica inversa.

Paso 2. Utilizando la ley de *tension-stiffening* obtenida, se calcula el diagrama momento-curvatura mediante la técnica descrita en la sección 2.5.3. Para remover el efecto de la retracción se introduce una deformación equivalente con signo contrario, como si de una expansión se tratase. El diagrama libre de retracción se muestra en la figura 2-99 c junto con el diagrama original. Debe notarse que debido a la expansión del hormigón, se obtiene una curvatura inicial negativa, que en valor absoluto es equivalente a la curvatura inicial inducida por la retracción (positiva).

Figura 2-99. Obtención del diagrama momento-curvatura libre de retracción y la ley *tension-stiffening* correspondiente.

Paso 3. Dado que una viga descargada sin retracción no tiene curvatura, el diagrama libre de retracción debe desplazarse hacia el cero en el origen (línea de trazos en la figura 2-99 c). Utilizando este diagrama libre de retracción se deriva la ley tensión-deformación corregida. Esta relación se muestra en la figura 2-99 d junto a la obtenida directamente de los datos experimentales originales.

2.6. Diseño estructural

2.6.1. Estado Límite Último

Tal como se indica en el trabajo de Petschke [13], no hay registros de trabajos donde se estudien los efectos de las deformaciones impuestas (temperatura y reológicas) sobre la capacidad resistente de estructuras de hormigón coaccionadas horizontalmente. Solo existen trabajos que

estudian la influencia de las deformaciones impuestas debidas a gradientes térmicos o descensos de apoyo, en estructuras no coartadas longitudinalmente [9, 32, 90, 93, 134-140]. Estos trabajos se han centrado en el estudio de las curvaturas.

En los trabajos de Camara [136] se estudia el efecto de las curvaturas impuestas en vigas y pórticos. En la figura 2-100 se muestra, cualitativamente, la influencia de un incremento de curvatura impuesta aplicado en diferentes niveles de carga exterior, en un vano intermedio de una viga continua. El esfuerzo debido a las cargas permanentes, sobre el apoyo, se denomina $M_{\text{apoyo,p}}$, mientras que ΔM_{imp} es el incremento de esfuerzos debido a la curvatura impuesta. Lo que esta figura intenta mostrar es que el incremento de esfuerzos producido por la curvatura impuesta disminuye a medida que aumentan los momentos debido a la carga exterior. Este fenómeno se debe a la degradación de la rigidez, producida por las cargas exteriores. El efecto reductor es mucho más importante para estados de carga avanzados ($\Delta M_{1,\text{imp}} > \Delta M_{2,\text{imp}} > \Delta M_{3,\text{imp}}$).

Figura 2-100. Influencia de las deformaciones impuestas [145].

Arenas y Aparicio [135] realizaron un trabajo de gran valor conceptual, estudiando el comportamiento no lineal de elementos de hormigón armado y pretensado sometidos a estados de autotensiones (que por resultar de deformaciones impuestas, carecen de resultante exterior). El estudio se centra en el comportamiento de tableros de puentes continuos, sometidos a gradientes térmicos y descensos de apoyos, con esquemas estáticos parecidos al mostrado en figura 2-100. El estudio se realiza de forma teórica [135, 141].

Estos autores concluyen que los esfuerzos producidos por las deformaciones impuestas son condicionantes en el comportamiento en servicio y que pueden despreciarse en ELU, cuando se garantiza una adecuada ductilidad de las secciones críticas.

La figura 2-101 a) muestra los resultados del estudio realizado por Arenas y Aparicio [135], en que se analiza un forjado continuo sometido a carga exterior y a un gradiente de temperatura negativo, realizado por Petschke [13]. Esta estimación, que no tiene en cuenta el efecto de la coacción de longitudinal de las vigas, muestra como se disipa la deformación impuesta debido a la degradación de rigidez.

La figura 2-101 b) muestra, para el mismo ejemplo, pero teniendo en cuenta la influencia de la coacción horizontal de las vigas. Los resultados muestran que aunque aumenta la capacidad

resistente de las vigas debido al axil de compresión que se genera por el alargamiento debido la fisuración, los efectos de la deformación impuesta se disipan igualmente.

Figura 2-101. La influencia de la coacción horizontal a la disipación de una deformación impuesta en ELU [13].

2.6.2. Estado Límite de Servicio

Los estados límites de servicio comprenden una serie de verificaciones que garantizan el correcto funcionamiento y la durabilidad de la estructura, tales como el control de la fisuración, las flechas, vibraciones, etc. [25]. Dado que en este trabajo se estudian, entre otras cosas, los esfuerzos que se generan en la estructura a partir de las deformaciones impuestas, es de particular interés el control de la fisuración.

2.6.3. Control de fisuración

El control de la fisuración consiste, básicamente, en limitar las tensiones del acero traccionado, con el objeto de reducir las deformaciones relativas entre acero y hormigón. Por otro lado, cuando la abertura de las fisuras no es perjudicial para la durabilidad (aberturas de fisuras comprendidas entre 0.2 y 0.5 mm no comprometen la durabilidad de la estructura [142]), tiene efectos beneficiosos desde el punto de vista estructural. La reducción de rigidez que conlleva la fisuración reduce los esfuerzos debidos a las deformaciones impuestas.

En estructuras integrales, el control de la fisuración se puede realizar del siguiente modo:

En primer lugar, evitando que se desarrollen esfuerzos hiperestáticos importantes, para lo cual es necesario un diseño estructural, que en estas estructuras no contemple juntas estructurales, disponga de zonas de menor rigidez, que absorban los desplazamientos de la estructura, sin generar grandes esfuerzos. El propio método constructivo puede compensar parte de las deformaciones impuestas, por ejemplo, cuando se hormigona por etapas se compensa una parte importante de la retracción.

En segundo lugar, aceptando la existencia de esfuerzos hiperestáticos y disponiendo una armadura mínima que garantice la transmisión de esfuerzos en caso que se produzca una fisura,

sin plastificarse. La plastificación de la armadura genera un aumento exagerado del ancho de fisuras, tal como se ha mostrado en los resultados experimentales de Nejadi [83].

Existe un tercer nivel de control, referido a la disposición de armadura, más exigente que el anterior y que se refiere al control del ancho de la abertura de fisura [25]. Existen varios modelos empíricos y semiempíricos que permiten determinar, con un cierto grado de aproximación, la abertura de fisuras a partir de la tensión en el acero. Todos estos métodos se encuentran en continua revisión, existiendo muchas investigaciones al respecto actualmente. Las deformaciones reológicas juegan un papel importante en la abertura de fisuras a tiempo infinito, tal como se ha mostrado en los resultados experimentales de Nejadi [83].

Cuantía mínima

En el momento en que se produce la fisura de una sección de hormigón, el acero tiene que resistir el esfuerzo que anteriormente resistía en conjunto con el hormigón. El concepto básico de la cuantía mínima es disponer una cantidad de armadura suficiente que garantice la no plastificación del acero. Para un tirante con armadura centrada, la cuantía mínima surge de respetar la siguiente relación:

$$A_s f_{yd} \geq A_c f_{ct} \quad \text{ó} \quad \rho_{\min,y} = \frac{A_s}{A_c} \geq \frac{f_{ct}}{f_{yd}} \quad (2.98)$$

Tal como se ha comentado en el apartado Comportamiento de un tirante, las tensiones autoequilibradas producen una fisuración superficial con la consecuente reducción de la rigidez del elemento, ver figura 2-61. Para tener en cuenta este fenómeno, Jaccoud [78] propone reducir la resistencia a tracción utilizando un parámetro η_H definido en la SIA168 [81]. De modo que la expresión anterior se puede modificar, utilizando esta resistencia efectiva:

$$\rho > \rho_{\min,y} = \frac{f_{ct,ef}}{f_{yd}} \quad (2.99)$$

Basado en este concepto, la determinación de la cuantía mínima puede realizarse tal como propone el EC2 [25], de donde se extrae la siguiente relación:

$$A_{s,\min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k \cdot f_{ctm} \cdot A_{ct} \quad (2.100)$$

En esta ecuación k corresponde al coeficiente η_h según Jaccoud [78] y k_c es un coeficiente que tiene en cuenta las distribuciones de tensiones según el caso analizado, flexión, flexión compuesta o tracción. σ_s es la tensión máxima permitida en el acero que en general es f_{yd} .

Control de abertura de fisuras

El control de la abertura de fisuras tiene por objetivo garantizar la durabilidad de una estructura. La normativa propone valores límites que no deben ser superados bajo cargas de servicio, aunque pueden ser superadas puntualmente, en casos de demanda extraordinaria.

En general, los modelos de predicción propuestos por las normativas están basados en métodos empíricos. La Figura 2-102 muestra la relación entre predicciones teóricas y medidas

experimentales de abertura de fisura. Las estimaciones teóricas se realizan según tres modelos distintos, una versión antigua del EC2, la versión actual [25] y un tercer modelo de acuerdo con el MC90 [129]. Se observa una notable dispersión de resultados. Este resultado elaborado por Corres *et al* [143] pone en evidencia las imprecisiones que existen en los métodos propuestos por las normativas.

Figura 2-102. Comparación entre predicciones teóricas y resultados experimentales [152].

El ancho de fisuras depende, fundamentalmente, de la deformación en el acero en la sección fisurada. El EC2 [25] describe la abertura de fisura en la forma siguiente:

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.101)$$

La abertura característica w_k es el producto entre separación entre fisuras $s_{r,max}$ y la diferencia entre las deformaciones medias en el acero y el hormigón ($\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$).

$$s_{r,max} = 3.4 \cdot c + 0.425 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\sigma}{\rho} \quad (2.102)$$

La figura 2-103 muestra un elemento de hormigón armado sujeto a una fuerza axial de magnitud suficiente para producir la primera fisura. En la sección fisurada el esfuerzo es soportado por el acero, mientras que a una cierta distancia s_{r0} de la fisura se puede considerar que el hormigón no está fisurado, trabajando en Estado I, por lo que la tensión en el hormigón es igual o inferior a f_{ct} . Entre ambas secciones extremas existe una zona de transferencia de esfuerzos, donde las barras de acero transfieren el esfuerzo de tracción al hormigón mediante tensiones de adherencia que se desarrollan en la interfaz de las barras.

Figura 2-103. Esquema de formación de fisuras, hasta alcanzar la estabilización.

El símbolo s_{ro} representa la distancia entre la primera fisura y la sección transversal en la cual el hormigón alcanza f_{ct} . Dado el carácter aleatorio de la resistencia a tracción, es posible que la segunda fisura se genere a una distancia mayor a s_{ro} . A medida que se incrementa la carga, se forman nuevas fisuras hasta alcanzar un número máximo, a partir del cual no surgen nuevas fisuras, sino que aumenta el ancho de las mismas con el aumento de la carga. Cuando se produce esto se dice que la fisuración se ha estabilizado. La separación final es la siguiente:

$$s_{ro} \leq s_{r,max} \leq 2 \cdot s_{ro} \quad (2.103)$$

Para determinar la deformación media en el acero ε_{cm} se puede utilizar la siguiente expresión que tiene en consideración el efecto de las tensiones autoequilibradas producidas por las deformaciones impuestas.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,ef}}{\rho} \cdot (1 + n \cdot \rho)}{E_s} \geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (2.104)$$

2.7. Situaciones de proyecto

Para el análisis del comportamiento en servicio de estructuras de hormigón armado, las normativas definen la combinación de cargas cuasipermanente [24]. A los efectos de este trabajo, donde se estudia el comportamiento en servicio de estructuras para condiciones que se mantienen en el tiempo, de forma permanente, se adopta esta combinación de cargas en todos los análisis realizados.

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (2.105)$$

siendo:

$G_{k,j}$ Valor característico de las acciones permanentes.

$G_{k,j}^*$ Valor característico de las acciones permanentes de valor no constante.

P_k Valor característico de la acción del pretensado.

$Q_{k,i}$ Valor representativo de las acciones variables concomitantes.

$\gamma_{G,j}, \gamma_{G^*,j}, \gamma_P$ y $\gamma_{Q,i}$ Coeficientes parciales de seguridad que se aplican sobre las cargas definidas en la EHE [24], que en la condición cuasipermanente, exceptuando el pretensado, son todos valores unitarios.

$\psi_{2,i}$ Coeficiente de combinación que se aplica a las acciones variables. Un resumen de los valores propuestos por la CTE [15] se muestra en la tabla 2-23. En la IAP [19] y la IAPF [20], el coeficiente ψ_2 vale 0.20.

Tabla 2-23. Coeficientes de combinación para la hipótesis cuasipermanente en Edificación [15].

Acción	$\Psi_{2,j}$
Zonas residenciales y administrativas	0.3
Zonas comerciales, destinadas al público, de tráfico y aparcamientos de vehículos de menos de 30 kN de peso	0.6
Zonas de almacenamiento	0.8
Cubiertas accesibles sólo para mantenimiento	0

3. COMPORTAMIENTO TEÓRICO DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO

3.1. Introducción

En esta sección se analiza desde un punto de vista cualitativo y cuantitativo, el comportamiento de secciones transversales de hormigón armado, trabajando en condiciones de servicio, sometidas a la concomitancia de acciones gravitatorias de tipo cuasi-permanente y a deformaciones impuestas de tipo térmico y reológicas, retracción y fluencia. Se analizan dos tipos de secciones, que corresponden a diferentes elementos estructurales: vigas y pilares.

3.2. Hipótesis de comportamiento material utilizadas

El análisis seccional se realiza a partir de las hipótesis clásicas del comportamiento en servicio, que se resumen a continuación. En el Anejo 1 de incluye se definen más detalladamente las ecuaciones constitutivas y las ecuaciones que se utilizan en este apartado, consideradas clásicas debido a su amplio uso en investigación [20].

Para el acero se considera un comportamiento elástico lineal, en tracción y compresión, figura 3-1 (izquierda). Para el hormigón se supone un comportamiento instantáneo elástico lineal en compresión y sin resistencia en tracción, figura 3-1 (derecha).

Figura 3-1. Ecuación constitutiva del acero (izquierda) y del hormigón (derecha).

El efecto de la rigidización en tracción (*tension-stiffening*) se introduce modificando la ecuación constitutiva del acero, tal como lo propone el Código Modelo MC-2010 [26] y que se mantiene en la actual versión MC-2010 [124], ver figura 3-2. El modelo permite modelar la situación instantánea y diferida, lo cual coincide con los instantes analizados en este trabajo. Como se menciona en el Anejo 1, existen varias formas de aplicar esta ley, aunque la idea en todas ellas es la misma: modificar la ecuación constitutiva del acero para introducir la rigidez del hormigón existente entre fisuras.

Figura 3-2. Ecuación constitutiva del acero modificada para tener en cuenta el fenómeno de *tension-stiffening* en tracción, según MC-2010 [128].

Los efectos reológicos del hormigón se simulan de acuerdo con los modelos de la EHE. En cualquier caso, estos resultados son válidos para cualquier otro modelo de deformaciones reológicas.

Para la **retracción**, la deformación se supone constante en todo el canto de la sección.

Para la **fluencia**, el comportamiento de fluencia se considera lineal para tensiones de trabajo inferiores a $0.45 \cdot f_{cm}$. Para la integración temporal de las deformaciones de fluencia, se aplica el método del coeficiente de envejecimiento [39]. De forma simplificada, se supone que la fluencia en tracción es similar a la fluencia en compresión.

El **comportamiento térmico** de ambos materiales, hormigón y acero, se supone similar, es decir, con el mismo coeficiente de dilatación térmica $\alpha = 10^{-5} [1/^\circ\text{C}]$. En particular, se estudian variaciones uniformes de temperatura en el canto de la sección.

En cuanto a las **ecuaciones de compatibilidad**, se supone el cumplimiento de la hipótesis de adherencia perfecta, entre acero y hormigón, y se acepta que las secciones permanecen planas luego de deformarse.

Solo se tiene en cuenta las **ecuaciones de equilibrio** de axil y momento, correspondientes a un estado tensional según un plano de simetría de la sección.

3.3. Diagramas utilizados para la descripción del comportamiento seccional

Como se ha mencionado anteriormente, se analiza el caso de secciones tipo viga, con armadura asimétrica, trabajando en flexión simple y compuesta, con pequeñas tracciones y compresiones, y el caso de secciones tipo pilar, con armadura simétrica y compresión compuesta. Se analiza el comportamiento frente a cargas exteriores y deformaciones impuestas reológicas del hormigón y temperatura.

Normalmente, el comportamiento seccional se ha representado utilizando el diagrama momento-curvatura. Sin embargo, cada punto de este diagrama supone la descripción de un estado deformado de la sección, de todas sus distintas fibras de hormigón y acero, y del estado de tensiones compatible. Representar solo el diagrama momento-curvatura, útil para ver la rigidez a flexión y la evolución de los momentos con la curvatura, resulta totalmente insuficiente para el análisis del problema que aquí se trata.

A continuación se muestra, en la figura 3-3 y la figura 3-4, la forma de representar el comportamiento seccional, con una serie de diagramas, que conjuntamente muestran toda la información necesaria para describir el problema.

La figura 3-3 es un esquema de la organización de los diagramas presentados en la figura 3-4. Todos los diagramas están representados con la curvatura como eje de abscisas. En la parte superior se repite el diagrama momento-curvatura, $M-\kappa$, para permitir tener una referencia común.

Figura 3-3. Organización en cuadrícula para la interpretación del comportamiento seccional. Conjunto de diagramas seccionales presentados en la Figura 3-4.

Los diagramas presentados en la figura 3-4 corresponden a una sección tipo viga, armada de forma asimétrica, y sometida a un axil reducido de compresión de valor $\nu = -0.1$. Esta sección se utiliza posteriormente en el análisis cuantitativo y sus características geométricas y mecánicas se presentan más adelante, en la tabla 3-1.

Las características de la sección se definen con respecto a una fibra de referencia genérica. En este estudio se ha definido como fibra de referencia la posición del centro de gravedad de la sección bruta.

La primera columna de la figura 3-4 a) muestra los diagramas $M-\kappa$, $EA_h/EA_b-\kappa$, $EB_h-\kappa$ y $EI_h/EI_b-\kappa$ de la sección respecto a la fibra de referencia elegida, divididos por los correspondientes valores brutos. EA_b y EI_b son las rigideces brutas axil y de flexión. El valor de EB_h no se divide por el valor de EB_b porque este valor es nulo.

Para secciones no fisuradas, en secciones homogeneizadas con armadura simétrica, la fibra baricéntrica coincide con la de referencia y por lo tanto el valor de EB_h es nulo. Si la sección es asimétrica, la fibra baricéntrica no coincide con la de referencia y, por lo tanto, el valor de EB_h es distinto de cero.

Para secciones fisuradas, por lo general, el eje baricéntrico no coincide con la fibra de referencia y consecuentemente EB_h es siempre distinto de cero.

Los diagramas de esta primera columna representan las características mecánicas de la sección, variando con la curvatura, parámetros que se utilizan en el cálculo estructural, ver figura 3-3.

En la segunda columna se representa el diagrama $M-\kappa$, en la parte superior, seguido de $\varepsilon_o-\kappa$ que es la deformación en la fibra de referencia. Este parámetro es muy importante porque representa la evolución de la deformación de la fibra media que se utiliza para representar el modelo de una barra en un cálculo numérico. Luego se muestra la relación $x/d-\kappa$ que es la posición de la fibra neutra dividida por el canto útil y finalmente, $x_{fis}/d-\kappa$ que es la profundidad del bloque comprimido dividida por el canto útil. Para acciones debidas a cargas exteriores x y x_{fis} coinciden. Para deformaciones impuestas de temperatura y retracción que actúan después de que la sección se haya fisurado, x y x_{fis} no coinciden. Toda la información de la segunda columna ofrece datos relativos al plano de deformaciones de la sección, y por lo tanto, a las deformaciones que deben utilizarse para definir el comportamiento de los elementos estructurales a los que pertenezcan estas secciones.

En la tercera columna se representa el diagrama $M-\kappa$, $\sigma_{s2}-\kappa$, tensión en la armadura superior, $\sigma_c-\kappa$, tensión en la fibra superior del hormigón y $\sigma_{s1}-\kappa$, tensión en la armadura inferior. Esta columna describe el estado tensional de las fibras de referencia del hormigón y el acero, lo que constituye una información básica para valorar la influencia de cargas y deformaciones impuestas.

En la cuarta columna se representa el diagrama momento curvatura, $\Delta\sigma_{s2}-\kappa$, $\Delta\sigma_c-\kappa$ y $\Delta\sigma_{s1}-\kappa$, que son las variaciones de las tensiones de la armadura superior, del hormigón de la fibra superior y de la armadura inferior, entre el momento de puesta en carga y a tiempo infinito. Esta variación tensional da una idea de la redistribución debida al efecto de las deformaciones impuestas.

Todos los diagramas, para los distintos axiles estudiados, se han representado hasta un momento máximo de servicio que produce una tensión de compresión del hormigón igual a $0.60 \cdot f_{ck}$ o una tensión de tracción en el acero igual a f_{yk} .

Se realizan dos descripciones, una cualitativa, donde se exponen los aspectos más importantes del comportamiento seccional observado y otra cuantitativa, analizando la importancia relativa de los fenómenos mencionados en la anterior.

Figura 3-4 a). Diagramas seccionales. Efecto de las deformaciones impuestas en flexión compuesta, $v = -0.1$, para la sección definida en la tabla 3-1. t_o : cargas instantáneas. $t_{\infty}\ cs$: cargas instantáneas más retracción. $t_{\infty}\ cc$: cargas instantáneas más fluencia. $t_{\infty}\ cs+cc$: cargas instantáneas más retracción y fluencia.

Figura 3-4 b). Diagramas momento-curvatura generalizado. Efecto de las deformaciones impuestas, en flexión compuesta, $v = -0.1$, para la sección definida en la tabla 3-1. $t.to$: cargas instantáneas. $t.to cs$: cargas instantáneas más retracción. $t.too cc$: cargas instantáneas más fluencia. $t.too cs+cc$: cargas instantáneas más retracción y fluencia.

En cada diagrama momento-curvatura, además, se representan siempre unas líneas de referencia, tal como se muestra en la figura 3-5, que son importantes para el análisis del problema. Las líneas de referencia definen los tres estados posibles de la sección: la línea A corresponde a la sección no fisurada, en Estado I; la línea B corresponde a la sección fisurada en flexión simple, Estado II; y la línea C corresponde a la sección totalmente fisurada, que corresponde al aporte de las armaduras. Todas estas líneas de referencia corresponden al caso instantáneo.

Figura 3-5. Líneas de referencia utilizadas en el diagrama momento-curvatura. Línea A: sección no fisurada en Estado I. Línea B: Sección fisurada en flexión simple en Estado II. Línea C: Comportamiento de las armaduras, correspondiente a la sección totalmente fisurada.

En los diagramas que definen los parámetros de rigidez, $EA_h-\kappa$, $EB_h-\kappa$ y $EI_h-\kappa$, se utilizan líneas de referencia, similares a las A, B y C utilizadas en los diagramas momento-curvatura, que pueden definirse genéricamente como D, E, F.

Para los diagramas $EA_h-\kappa$, la línea D corresponde a la rigidez axil en Estado I, EA_I , la línea E corresponde a la rigidez axil en Estado II, EA_{II} , y la línea F corresponde a la rigidez axil de las armaduras, que corresponde a la sección totalmente fisurada, EA_s .

Para los diagramas $EB_h-\kappa$, la línea D no existe porque EB_I en Estado I es igual a cero, la línea E corresponde al momento estático en Estado II, EB_{II} , y la línea F corresponde al momento estático de las armaduras, en la sección totalmente fisurada, EB_s .

Figura 3-6. Líneas de referencia utilizadas en los diagramas $EA_h-\kappa$, $EB_h-\kappa$ y $EI_h-\kappa$. Línea D: Rigidez axil en Estado I. Línea E: Rigidez axil en Estado II. Línea F: Rigidez axil de las armaduras, correspondiente a la sección totalmente fisurada.

Para los diagramas $EI_h-\kappa$, la línea D corresponde a la rigidez a flexión en Estado I, EI_I , la línea E corresponde a la rigidez a flexión en Estado II, EI_{II} , y la línea F corresponde a la rigidez a flexión de las armaduras, en la sección totalmente fisurada, EI_s . La figura 3-6 muestra estas líneas.

Finalmente, en los diagramas $x_{fis}/d-\kappa$ y $x/d-\kappa$, se introducen líneas de referencia que corresponden a la posición de la fibra neutra en flexión simple en el instante inicial, línea H, y el instante final, cuando actúan las cargas exteriores y la fluencia, línea I. La tercera línea de referencia, línea G, representa la profundidad del bloque comprimido en Estado I, que es el canto total de la sección. Todos estos valores son constantes con la curvatura, tal como se muestra en la figura 3-7.

Figura 3-7. Líneas de referencia utilizadas en los diagramas $x_{fis}-\kappa$ y $x-\kappa$. Línea G: Profundidad del bloque comprimido en Estado I. Línea H: profundidad del bloque comprimido inicial en flexión simple y Estado II. Línea F: profundidad del bloque comprimido diferido, en flexión simple, para la actuación conjunta de cargas exteriores y fluencia.

3.4. Comportamiento seccional frente a cargas instantáneas

3.4.1. Secciones tipo pilar, con armadura simétrica

Figura 3-8. Comportamiento general de una sección de hormigón armado con armadura simétrica: Diagrama momento-curvatura.

En la figura 3-8 se muestran los diagramas momento-curvatura correspondientes a una misma sección tipo pilar, con armadura simétrica, sometida a flexo-compresión, a flexión simple y a flexo-tracción. Normalmente las solicitaciones de los pilares son esfuerzos axiles moderados, porque se trata de una situación de servicio para una combinación cuasipermanente. Se muestra también el caso de flexión simple porque resulta una buena referencia para explicar el comportamiento. Asimismo, se muestra el caso de tracción compuesta porque resulta interesante para futuras explicaciones.

La flexión simple es muy común en vigas e imposible en pilares. Representa un límite intermedio entre flexo-tracción y flexo-compresión que se estudian posteriormente. La flexión simple, en Estado II, tiene la particularidad de presentar un comportamiento lineal. El bloque comprimido no cambia con el aumento del momento flector y por tanto la rigidez a flexión es constante.

En la figura 3-9 se muestra el comportamiento de la sección a flexo-compresión.

El diagrama O-B representa el comportamiento de la sección sometida a flexión simple. En este caso, la rigidez a flexión es constante e igual a la de la sección fisurada. La posición de la fibra neutra es también constante y, consecuentemente, la rigidez axil es también constante. Se trata de un caso, el más conocido, pero el que menos representa los pilares. En este caso, la variación de la deformación de la fibra de referencia ε_o crece linealmente con la curvatura, como se observa en la recta B de la figura 3-9 c).

Figura 3-9. Comportamiento de una sección tipo pilar sometida a flexión compuesta. a) Diagrama momento-curvatura de la sección sometida a flexión compuesta con axil de compresión. b) Evolución de la profundidad del bloque comprimido que coincide con la posición de la fibra neutra cuando $0 \leq x \leq h$. c) Evolución de la deformación de la fibra baricéntrica. d) Evolución de la rigidez axil EA.

El diagrama O-1-2-3 representa el comportamiento de la sección sometida a flexo-compresión.

Al principio, para curvaturas pequeñas, en la zona O-1, la sección está totalmente comprimida, la sección no se encuentra fisurada y la rigidez es la bruta, en Estado I.

El punto 1, ver figura 3-10, representa la curvatura a partir de la cual la sección se fisura y corresponde a una curvatura para la que la fibra neutra coincide con el borde inferior de la sección.

Figura 3-10. Punto 1: plano de deformaciones correspondiente al momento de fisuración. Final de la zona O-1.

 Figura 3-11. a) Diagrama momento-curvatura de la sección sometida a flexión compuesta con axil de tracción. b) Evolución de la profundidad del bloque comprimido que coincide con la posición de la fibra neutra cuando $0 \leq x \leq h$. c) Evolución de la deformación de la fibra baricéntrica. d) Evolución de la rigidez axil EA.

Para curvaturas mayores, la rigidez a flexión varía constantemente, disminuye de manera uniforme tendiendo a la de flexión simple, ver figura 3-9 a). También disminuye el bloque comprimido y la rigidez axil, ver figura 3-9 b) y d), desde el valor no fisurado hacia el fisurado en flexión simple.

Como se puede ver, a partir del punto 2, la curva se hace paralela a la de flexión simple porque la posición de la fibra neutra tiende al valor de la flexión simple, para cualquier axil, tal como se muestra en la figura 3-9 b). Para axiles grandes de compresión, puede que este fenómeno no sea

visible en las representaciones que se proponen, porque como se ha dicho anteriormente, los diagramas se limitan a los momentos para los cuales las tensiones en distintas fibras de referencia son menores a los máximos establecidos, los que corresponden al punto 3.

Finalmente, la figura 3-9 c) muestra la variación de las deformaciones en la fibra de referencia. En el tramo O-1, la deformación es constante debido a que la sección no está fisurada y por lo tanto, la deformación a nivel de la fibra de referencia no se ve afectada por el cambio de curvatura. Posteriormente, en el tramo 1-2, existe una transición no lineal, hasta adoptar una forma paralela a la curva de flexión simple, en el tramo 2-3.

En la figura 12 se muestra el comportamiento de la sección a flexo-tracción.

El diagrama O-4-5-6 representa el comportamiento de la sección sometida a flexo-tracción. Durante el primer tramo de esta curva, O-4, la sección está completamente fisurada y sólo la armadura es la que resiste los esfuerzos. Las rigideces, a flexión y axil, son constantes y corresponden a las rigideces de las armaduras.

El punto 4, ver figura 3-12, representa la curvatura para la cual la sección empieza a comprimirse. A partir de este momento el hormigón colabora nuevamente en la capacidad resistente y la rigidez empieza a aumentar, tal como se observa en la figura 3-11 a) y d).

Figura 3-12. Punto 4: plano de deformaciones correspondiente al momento en que la fibra neutra reingresa en la sección, para una sección con armadura simétrica, trabajando en flexo-tracción. Este plano corresponde al final de la zona O-4 del diagrama momento-curvatura presentado en la Figura 3-11.

Como se puede ver, a partir del punto 5 la curva se hace paralela a la de flexión simple porque la posición de la fibra neutra tiende al valor de flexión simple, para cualquier axil, tal como se muestra en la figura 3-11 b). Para axiles grandes de tracción, puede que este fenómeno no sea visible en las representaciones que se proponen, porque como se ha dicho los diagramas se limitan a los momentos para los cuales las tensiones en distintas fibras de referencia son menores a unos máximos establecidos.

La figura 3-11 c) muestra la variación de las deformaciones en la fibra de referencia. En el tramo O-4 la deformación es constante debido a que el centro de gravedad de la sección totalmente fisurada coincide con la fibra de referencia. Posteriormente, sucede lo mismo que en flexo-compresión, hay una transición no lineal, tramo 4-5, hasta adoptar un comportamiento paralelo a la flexión simple, tramo 5-6.

3.4.2. Secciones tipo viga, con armadura asimétrica

En la figura 3-13 se muestran los diagramas momento-curvatura correspondientes a una misma sección tipo viga, con armadura asimétrica, sometidos a flexo-compresión, a flexión simple y a flexo-tracción. En una viga la sollicitación más frecuente es la flexión simple, pero debido a distintos fenómenos que se explican más adelante, aparecen axiles de compresión y tracción,

razón por la que se estudian los diagramas de este tipo de secciones a flexo-tracción y flexo-compresión.

El comportamiento descrito en este caso para flexión simple, curva O-B, es idéntico al comentado anteriormente en la sección tipo pilar.

El comportamiento en flexo-compresión es muy parecido al caso de armadura simétrica, con algunas particularidades que se comentan a continuación.

En flexo-compresión, para curvatura nula, punto o, existe un momento de valor negativo, ver figura 3-14, y el momento nulo, punto 1, se produce para una curvatura positiva, ver figura 3-15.

Figura 3-13. Comportamiento general de una sección de hormigón armado con armadura asimétrica: Diagrama M-κ.

Figura 3-14. Punto 0: Plano de deformaciones correspondiente a curvatura nula para una sección con armadura asimétrica trabajando en flexo-compresión.

Figura 3-15. Punto 1: Plano de deformaciones correspondiente a la situación de momento nulo para una sección con armadura asimétrica trabajando en flexo-compresión.

La razón de estas discrepancias es debida a que por tratarse de una sección con armadura asimétrica, el centro de gravedad de la sección homogeneizada no coincide con el centro de gravedad de la sección bruta, donde se ubica la fibra de referencia y se aplica el esfuerzo axial. Esto genera una excentricidad de carga, que a su vez produce una curvatura en la sección.

Los puntos 2, 3 y 4 se explican del mismo modo que los puntos 1, 2 y 3 de la figura 3-9. El punto 2 corresponde al momento en que se produce la fisuración. A partir del punto 3 la curva se hace paralela a la de flexión simple y finalmente, en el punto 4, se alcanzan los máximos establecidos que delimitan el comportamiento en servicio.

El comportamiento a flexo-tracción es muy diferente en la zona de bajos momentos y curvaturas y depende, fundamentalmente, de la cuantía de la armadura de compresión.

El momento nulo, punto 5, se produce para una curvatura negativa, ver figura 3-16. Si la asimetría de armadura es importante, es posible que se genere un bloque comprimido en la zona inferior de la sección.

Figura 3-16. Punto 5: Plano de deformaciones correspondiente a la situación de momento exterior nulo para una sección con armadura asimétrica trabajando en tracción. Dependiendo de la excentricidad de la carga con respecto al centro de gravedad de las armaduras, es posible la existencia de un bloque comprimido en la zona inferior de la sección.

Para curvatura nula, punto 6, el momento no es nulo ya que para la misma deformación las fuerzas desarrolladas por la armadura superior e inferior son distintas, por la diferencia de estas armaduras, y consecuentemente el momento no es nulo, ver figura 3-17. Con el aumento de la curvatura, el momento aumenta porque aumenta la deformación y la tensión de la armadura inferior, disminuyendo en la armadura superior. La pendiente de crecimiento de los momentos con la curvatura corresponde a la rigidez de la armadura de la sección.

Figura 3-17. Punto 6: Plano de deformaciones correspondiente a la situación en que desaparece el bloque comprimido en la zona inferior a la armadura principal, para una sección con armadura asimétrica, trabajando en flexo-tracción.

El punto 7 representa la curvatura para la cual la sección empieza a comprimirse, ver figura 3-18. A partir de este momento, el hormigón colabora en la capacidad resistente, la rigidez axial y de flexión empieza a aumentar.

El diagrama 5-6-7 es paralelo a la rigidez del acero, a una distancia igual al momento necesario para anular la curvatura, correspondiente al punto 6.

Como se puede ver, a partir del punto 8 la curva se hace paralela a la de flexión simple porque la posición de la fibra neutra tiende al valor del de la flexión simple, para cualquier axial. Para ciertos axiles de tracción, puede que este fenómeno no sea visible en las representaciones que se

proponen, porque como se ha dicho, los diagramas se limitan a los momentos para los cuales las tensiones en distintas fibras de referencia son menores a unos máximos establecidos.

Figura 3-18. Punto 7: Plano de deformaciones correspondiente al momento flector que hace reingresar la fibra neutra en la sección, para una sección con armadura asimétrica, trabajando en flexo-tracción. A partir de este momento la sección comienza a aumentar su rigidez.

Aunque supone un caso extremo, inexistente en la práctica, en la figura 3-19 se muestra el caso particular de una sección asimétrica sin armadura de compresión.

Figura 3-19. Comportamiento general de una sección de hormigón armado sin armadura de compresión: Diagrama momento-curvatura en flexo-tracción.

En este caso, cuando la sección está sometida a un axil de tracción y las curvaturas son pequeñas, la sección resiste, respecto de la fibra de referencia, un momento constante.

3.5. Comportamiento seccional frente acciones directas y deformaciones impuestas debidas a comportamiento reológico del hormigón, retracción y fluencia

El comportamiento de las secciones frente a deformaciones impuestas es diferente si las secciones están fisuradas, por acción de las cargas exteriores, o si no lo están. La existencia de armadura asimétrica, sección tipo viga, o simétrica, sección tipo pilar, también supone comportamientos diferentes frente a algunas deformaciones impuestas. Por último, la retracción, la fluencia y la temperatura producen efectos diferentes.

En este apartado se describe, inicialmente y como introducción, el comportamiento instantáneo y diferido de una sección en régimen elástico no fisurado.

Posteriormente, se describe el comportamiento de una sección tipo viga, fisurada por las cargas exteriores, sometida a deformaciones reológicas. Primero, y para facilitar la comprensión de los

fenómenos, se analiza el caso de armadura asimétrica sin armadura de compresión y posteriormente, se incluye la armadura de compresión. Inicialmente el análisis se realiza en flexión simple y luego a flexo-tracción y flexo-compresión.

Seguidamente se trata el problema de secciones tipo pilar, con armadura simétrica, sometidas a flexo-compresión.

3.5.1. Sección no fisurada, constituida de un material elástico lineal

Flexión Simple

Es interesante comenzar el estudio del problema analizando el comportamiento de una sección compuesta de un material elástico ideal, es decir, que no se fisura y cuya resistencia a tracción es igual que a compresión. Este análisis permite obtener conceptos de referencia, útiles para los análisis posteriores, de secciones de hormigón armado. En la figura 3-20 se puede ver el comportamiento instantáneo y diferido, en flexión simple, de esta sección ideal.

Figura 3-20. Comportamiento de una sección no fisurada constituida de material lineal elástico, trabajando en flexión simple. a) Plano de deformaciones frente a cargas externas, instantáneas. b) Deformación impuesta de fluencia. c) Deformación impuesta de retracción. d) Deformación impuesta de Temperatura.

Figura 3-21. Comportamiento de una sección no fisurada constituida de un material lineal elástico, en flexión simple, sometida a cargas exteriores instantáneas y el efecto combinado de cargas, retracción y fluencia a tiempo infinito. a) Diagrama $M-\kappa$. b) Diagrama $x-\kappa$. c) Diagrama $\epsilon_0-\kappa$.

Como se puede ver, en este caso, las deformaciones debidas a la flexión producidas por las cargas instantáneas exteriores no producen deformación a nivel del centro de gravedad de la sección bruta. La fluencia tampoco, porque es proporcional a las tensiones iniciales y en la fibra baricéntrica, la tensión producida por las cargas exteriores es nula.

La retracción y la temperatura producen estados uniformes de deformación y son las únicas acciones que deforman la fibra de referencia, la baricéntrica.

La figura 3-21 muestra tres diagramas representativos de la sección elástica ideal, que complementan la descripción anterior. Se presentan dos resultados, el producido por las cargas instantáneas- en rojo- y el diferido- en negro-, debido a la acción conjunta de cargas exteriores, fluencia y retracción.

En este caso, la temperatura genera un efecto cualitativamente similar a la retracción, con la diferencia de que puede tener un signo diferente.

La figura 3-21 a) representa los diagramas momento-curvatura. Tanto para las cargas instantáneas como diferidas, la relación es lineal.

La figura 3-21 b) representa la posición de la fibra neutra, que para las cargas instantáneas iniciales es constante y coincidente con el baricentro de la sección. A tiempo infinito, varía desde el infinito acercándose asintóticamente al baricentro. Para curvatura nula la deformación de la sección es constante e igual a la de retracción, por lo tanto, la fibra neutra si sitúa en el infinito. Para curvaturas distintas de cero, la fibra neutra desciende, a medida que aumenta la curvatura. En caso que no existiera retracción ni variación de temperatura, la posición de la fibra neutra diferida es la misma que para una carga instantánea.

La figura 3-21 c) representa el efecto de la fluencia y la retracción en el diagrama deformación de la fibra baricéntrica curvatura, donde se puede ver que para carga instantánea la deformación es nula y que a tiempo infinito es igual a la retracción, o la suma de la retracción y la temperatura, en caso que exista esta última.

Flexión Compuesta

En flexión compuesta, y al valer el principio de superposición de efectos, el axil puede sumarse por separado, como una acción más, ver figura 3-22.

Figura 3-22. Comportamiento de una sección, en régimen elástico, trabajando en flexo-compresión.

La figura 3-23 muestra el comportamiento instantáneo y diferido, en flexión compuesta. En este caso, la deformación de fluencia en la fibra de referencia no es nula y es proporcional a la deformación inicial. Por lo demás, el comportamiento de la sección, ante las acciones impuestas, es similar al comentado anteriormente, en flexión simple.

Figura 3-23. Comportamiento de una sección no fisurada constituida de un material lineal elástico, trabajando en flexo-compresión. a) Plano de deformaciones frente a cargas externas, instantáneo. b) Deformación impuesta de fluencia. c) Deformación impuesta de retracción. d) Deformación impuesta de Temperatura.

La figura 3-24 presenta los tres diagramas seccionales utilizados, para la situación instantánea y diferida, con retracción y fluencia. En estos gráficos se puede observar que el diagrama momento-curvatura no sufre cambios, tanto para carga instantánea como a tiempo infinito. Para ambas situaciones, la posición de la fibra neutra tiende a infinito a medida que disminuye el momento. La deformación baricéntrica para carga instantánea es constante e igual a la

deformación aportada por el axil. A tiempo infinito, la deformación baricéntrica es constante y mayor debida a la contribución de la deformación de fluencia. El efecto de la temperatura no se dibuja pero su efecto es simplemente una traslación paralela del diagrama $\varepsilon_o-\kappa$, en una distancia $\alpha_T \cdot \Delta T$.

Figura 3-24. Comportamiento de una sección no fisurada constituida de material lineal elástico, en flexo-compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas y el efecto de la fluencia y la retracción a tiempo infinito. a) Diagramas M-κ. b) Diagramas x-κ. c) Diagrama de $\varepsilon_o-\kappa$.

3.5.2. Sección tipo viga, con armadura asimétrica

Flexión Simple, sin armadura de compresión

Para una sección de hormigón armado, cuyo comportamiento material viene definido por las ecuaciones constitutivas que se indican en el apartado 1, el comportamiento es diferente al elástico no fisurado. Inicialmente, como se ha dicho, se analiza el caso de una sección sin armadura de compresión. Además, para mejor comprensión del fenómeno, se analizan los efectos reológicos por separado, en primer lugar, el efecto de las cargas externas y la retracción y,

en segundo lugar, el efecto de las cargas exteriores y la fluencia. Por último, se analiza la situación real, el efecto combinado.

Acción conjunta de cargas externas y retracción

En la figura 3-25 se muestra el comportamiento de la sección para el instante inicial, en rojo, cuando actúan las cargas exteriores instantáneas, y los efectos que produce la retracción, en negro. En la misma figura se muestra el diagrama de deformaciones, las tensiones equilibradas correspondientes, para el acero y el hormigón, y las fuerzas resultantes para el hormigón, C_0 y C_∞ , y el acero, T_0 y T_∞ . Los subíndices 0 e ∞ indican la situación inicial, debida a las cargas exteriores, y la situación final debida a cargas exteriores y las deformaciones diferidas que se consideran. Se supone que las cargas se mantienen constantes a lo largo del tiempo. Se trata de cargas permanentes, definidas en la combinación cuasipermanente.

Figura 3-25. Comportamiento de una sección tipo viga, en flexión simple, sin armadura de compresión, debido a la acción de cargas exteriores instantáneas- en rojo- y al efecto combinado de cargas y retracción- en negro-. Esquema 1: Aproximación simplificada, comportamiento no equilibrado. Esquema 2: Situación real, comportamiento equilibrado. a1) y a2) Planos de deformaciones instantáneos. b1) y b2) Planos de deformaciones diferidos. c1) y c2) Diagramas de tensiones en el hormigón y resultantes en ambos materiales.

Contrastando con el comportamiento elástico no fisurado, la primera diferencia que se observa es que la deformación baricéntrica de la sección es diferente de cero, ver el esquema a1). La fisuración de la sección produce un brusco cambio del centro de gravedad, desplazándolo hacia la zona del bloque comprimido, coincidente con la fibra neutra, dejando de este modo a la fibra de referencia en la zona de tracciones.

Posteriormente actúa la retracción que en este caso, a diferencia del elástico, supone una redistribución de esfuerzos entre el acero y el hormigón. En primer lugar y para comenzar con la descripción de este comportamiento, se presenta el esquema 1, donde se representan los planos de deformaciones correspondientes a la situación instantánea a1) y diferida b1). El plano de deformación a tiempo infinito se obtiene imponiendo la deformación de retracción en la fibra superior del hormigón y suponiendo que la deformación en la fibra de armadura inferior no varía

[103]. Esta representación sirve para ver, entre otras cosas, cómo disminuye la profundidad del bloque comprimido, por efecto de la retracción.

Sin embargo, esta situación no es equilibrada. El área de triángulo negro en b_1), que define la zona comprimida a tiempo infinito, es menor al área del triángulo rojo en a_1), que define el bloque comprimido instantáneo. De este modo, la compresión del hormigón es menor a tiempo infinito mientras que la resultante de tracción del acero no varía, ver esquema c_1).

El Esquema 2 muestra la situación equilibrada a tiempo infinito b_2), donde la deformación total en la fibra superior es mayor a la retracción libre. Esto hace que aumente la tensión máxima en la fibra superior de hormigón y que disminuya la profundidad del bloque comprimido. Consecuentemente, sube la posición de la resultante de compresión, aumentando el brazo interno z , como se puede ver en el Esquema c_2). Como se supone que el momento flector se mantiene constante a lo largo del tiempo, las resultantes en el hormigón y el acero deben ser ligeramente inferiores, para mantener el equilibrio.

En la figura 3-26 a) se muestra el diagrama momento-curvatura para cargas exteriores instantáneas t_0 y para la acción conjunta de cargas exteriores y retracción a tiempo infinito t_{∞} . Aceptando la simplificación utilizada en el esquema 1, de la figura 3-25, se puede determinar el incremento de curvatura debido a la retracción, que es igual a ε_{cs}/d . Este incremento es independiente del nivel de esfuerzos generado por las cargas exteriores.

En la figura 3-26 b) se muestra la profundidad de la fibra neutra y la profundidad del bloque comprimido. Para momentos pequeños la curvatura debida a las cargas exteriores es pequeña y la curvatura impuesta por la deformación de retracción es relativamente muy grande, por lo tanto la posición de la fibra neutra diferida tiende a d . Y la posición de la fibra tiende a cero.

Esto hace que para pequeñas curvaturas la sección se encuentre totalmente fisurada, con un bloque comprimido inexistente; mientras que la posición de la fibra neutra, donde se anulan las deformaciones, se ubica en el centro de gravedad de la armadura. En este caso, la fibra de referencia coincide con el canto útil, d , por no existir armadura de compresión. A medida que aumentan los momentos y por tanto las curvaturas el bloque comprimido es cada vez mayor, descendiendo la fibra neutra de forma asintótica hacia la posición de flexión simple. La figura 3-26 e) ilustra las diferencias entre los parámetros x y x_{fis} cuando existen deformaciones de retracción.

En la figura 3-26 c) se muestra la relación entre la deformación de la fibra de referencia y la curvatura. A la deformación debida a las cargas exteriores se suma una deformación constante que aproximadamente es igual $\varepsilon_{cs}/2$.

Resumiendo, los efectos de las acciones combinadas de cargas exteriores y retracción generan los siguientes efectos:

- a) Las cargas exteriores de servicio producen, normalmente, la fisuración del hormigón.
- b) Las deformaciones de retracción sobre la sección fisurada generan:
 - Un aumento de la curvatura, próximo a ε_{cs}/d , independientemente del estado tensional. Además, en general, una disminución de la deformación de la fibra de referencia, próxima a $\varepsilon_{cs}/2$.
 - La disminución de la profundidad del bloque comprimido, el aumento de la tensión de la fibra más comprimida y el ascenso de la resultante de la compresión del hormigón.
 - La disminución de la tensión y la tracción de la armadura inferior.

Figura 3-26. Comportamiento de una sección tipo viga, en flexión simple, sin armadura de compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y cargas exteriores y retracción a tiempo infinito- en negro-. a) Diagrama $M-\kappa$. b) Diagrama $x-\kappa$ y $x_{fis}-\kappa$. c) Diagrama de $\epsilon_o-\kappa$. d) Esquema auxiliar que representa el efecto de la retracción en el plano de deformaciones. e) Esquema auxiliar que muestra la diferencia entre x y x_{fis} cuando actúa retracción.

Acción conjunta de cargas externas y fluencia

En la figura 3-27 se muestra el comportamiento de la sección debido a la acción conjunta de cargas externas y fluencia.

Las deformaciones de fluencia de las fibras de hormigón comprimido son proporcionales a las tensiones iniciales. A medida que aumenta el momento flector la curvatura inducida es cada vez mayor. En este caso, el aumento de curvatura esta coaccionado por la armadura traccionada.

Figura 3-27. Comportamiento de una sección tipo viga, sin armadura de compresión, en flexión simple, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y el efecto combinado de cargas exteriores y fluencia a tiempo infinito- en negro-. a) Plano de deformaciones. b) Diagrama de tensiones en el hormigón y resultantes en ambos materiales.

Las deformaciones de fluencia son mayores en las fibras más comprimidas, las superiores. Esto produce una relajación importante de las tensiones superiores y de este modo, para que se mantenga el equilibrio, disminuye la posición de la fibra neutra, comprimiéndose zonas que originalmente no se encontraban comprimidas.

Al aumentar la profundidad del bloque comprimido disminuye el brazo interno, z , y para mantener el valor del momento flector, es necesario que aumenten los esfuerzos internos C y T ($M_{\infty} = M_0 \rightarrow C_{\infty} > C_0$). Este aumento de la compresión debe equilibrarse con un aumento de los esfuerzos de tracción en la armadura inferior.

La figura 3-28 a) muestra el efecto de la fluencia en un diagrama momento-curvatura. Debido a que la curvatura impuesta aumenta con el valor del momento flector se produce un giro del diagrama inicial. Este resultado puede interpretarse como una pérdida de rigidez a flexión para las cargas que producen la fluencia.

La figura 3-28 b) muestra la profundidad del bloque comprimido y la posición de la fibra neutra, que en este caso coinciden. Para el instante final, la posición de la fibra neutra desciende con respecto a la inicial y es constante, ubicándose en coincidencia con el centro de gravedad de la sección fisurada en t_{∞} .

La figura 3-28 c) presenta la relación entre la deformación de la fibra de referencia y la curvatura. Para cargas instantáneas esta relación es lineal, con alargamientos positivos proporcionales a la curvatura. Las deformaciones de la fibra de referencia disminuyen por efecto de la fluencia, de forma proporcional a la curvatura, lo que se traduce en este diagrama como un giro de la relación con respecto a la correspondiente al comportamiento instantáneo. Este giro es similar al que se produce en el diagrama momento-curvatura.

Resumiendo, las acciones combinadas de cargas exteriores y fluencia generan los siguientes efectos:

- Las cargas exteriores de servicio producen, normalmente, la fisuración del hormigón.
- Las deformaciones de fluencia sobre la sección fisurada generan:

- Un aumento de la curvatura, dependiente del estado tensional y proporcional al momento flector. Una disminución de la deformación de la fibra de referencia, proporcional a la curvatura.
- Un aumento de la profundidad del bloque comprimido constante e independiente del valor del momento flector.
- Una disminución de la tensión de la fibra más comprimida de hormigón.
- Un aumento de la resultante de compresión del hormigón.
- Un aumento de la tensión de la armadura inferior y, consecuentemente, de la resultante de tracciones.

Figura 3-28. Comportamiento de una sección tipo viga, sin armadura de compresión, en flexión simple, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y la combinación de cargas exteriores y fluencia a tiempo infinito- en negro-

a) Diagrama M-κ. b) Diagrama x -κ y x_{fis} -κ. c) Diagrama de ϵ_o -κ.

Acción conjunta de cargas externas y fluencia y retracción

Figura 3-29. Comportamiento de una sección tipo viga, sin armadura de compresión, en flexión simple, sometida a cargas externas instantáneas- en rojo- y el efecto combinado de cargas externas, retracción y fluencia a tiempo infinito- en negro-. a) Plano de deformaciones. b) Diagrama de tensiones en el hormigón y resultantes en ambos materiales.

En la figura 3-29 se presenta el efecto combinado de las cargas externas y fluencia y la retracción en una sección sin armadura de compresión.

En el Esquema a) se puede observar el plano de deformaciones inicial y el diferido, con las deformaciones impuestas superpuestas. La zona rayada del plano de deformaciones es la parte de las deformaciones que genera tensiones.

En este caso, las tensiones generadas por la retracción se ven afectadas por la fluencia y esto hace que la redistribución de tensiones sea similar a la que se produce cuando actúa por la fluencia solamente.

La figura 3-30 a) muestra el diagrama momento-curvatura. Para momentos pequeños prevalece el efecto de la retracción. Para momentos mayores se empieza a notar el efecto de la fluencia, que como se ha dicho depende del nivel tensional de la sección y, por lo tanto, depende del nivel de momentos.

La figura 3-30 b) muestra la profundidad del bloque comprimido y la posición de la fibra neutra.

La figura 3-30 c) muestra la relación entre deformación en la fibra de referencia y la curvatura.

Resumiendo, el efecto de las acciones combinadas de cargas externas, retracción y fluencia producen:

- Las cargas externas de servicio producen, normalmente, la fisuración del hormigón.
- Las deformaciones impuestas sobre la sección fisurada producen:
 - el comportamiento -a nivel de deformaciones y curvaturas- es prácticamente una superposición de los comportamientos individuales de retracción y fluencia: una traslación debida a la retracción y un giro debido a la fluencia.
 - las tensiones originadas por la retracción se ven atenuadas por la fluencia. De este modo, los esfuerzos obtenidos cuando actúan la retracción y la fluencia no son iguales a la suma de esfuerzos cuando actúan por separado. A nivel de esfuerzos, el comportamiento tiene las características generales correspondientes al caso de cargas externas y fluencia.

Figura 3-30. Comportamiento de una sección tipo viga, sin armadura de compresión, sometida a cargas exteriores, retracción y fluencia a tiempo infinito. a) Diagrama M-κ. b) Diagrama x-κ y x_{fis} -κ. c) Diagrama ϵ_0 -κ.

Flexión Simple, con armadura de compresión

Con la introducción de la armadura comprimida, los diagramas presentados anteriormente sufren algunas alteraciones. Para ilustrar estas diferencias, la figura 3-31 muestra los diagramas momento-curvatura, profundidad del bloque comprimido-curvatura y deformación de la fibra baricéntrica-curvatura, para una sección de hormigón armado, con armadura de compresión, sometida a cargas externas, retracción y fluencia.

Cuando una sección no tiene armadura de compresión y se encuentra totalmente fisurada, no hay rigidez de flexión con respecto al centro de gravedad de las armaduras, que coincide con la única fibra, el centro de gravedad de la armadura de tracción. Esto hace que en los diagramas deducidos anteriormente no estén definidas las zonas correspondientes a pequeñas curvaturas, en la zona de fisuración total, ver figura 3-30. En cambio, la armadura comprimida permite el desarrollo de curvaturas en dicha zona, al existir rigidez a flexión con respecto al centro de gravedad de las armaduras. En la figura 3-31 a) la línea O-C representa la rigidez del acero.

Como el centro de gravedad se desplaza hacia el lado de la armadura mayor, que en este caso se ubica abajo, al aumentar las curvaturas desde cero, las deformaciones en la fibra de referencia son cada vez más negativas, como se observa en la figura 3-31 c).

Figura 3-31. Comportamiento de una sección tipo viga, con armadura de compresión, en flexión simple, sometida a cargas exteriores, retracción y fluencia a tiempo infinito. a) Diagrama M-K. b) Diagrama x-K y x_{fis} -K. c) Diagrama ϵ_o -K.

Cuando reaparece el bloque comprimido, el comportamiento no cambia desde el punto de vista cualitativo con respecto a lo explicado anteriormente. La armadura de compresión, al no sufrir deformaciones reológicas y estar ligado al hormigón por la hipótesis de adherencia perfecta, genera una coacción interna al libre desarrollo de la deformación impuesta. La importancia de la coacción dependerá de la relación entre la cuantía de acero comprimido y el tamaño del bloque comprimido, donde actúan las deformaciones impuestas.

Flexión Compuesta, con armadura de compresión

Acción conjunta de cargas externas y retracción

El comportamiento de la sección ante la retracción es diferente en función de que la sección se encuentre fisurada o no.

Para iniciar la descripción, la figura 3-32 muestra el comportamiento de una sección sometida a compresión simple, con armadura asimétrica. En este caso, la compresión se aplica en el centro de gravedad para evitar la curvatura generada por la excentricidad de la carga.

Se supone una sección no fisurada, para lo cual el axil de compresión debe ser mayor que el esfuerzo de tracción equivalente que surge al multiplicar la rigidez axil de la sección de hormigón por la deformación de retracción ϵ_{cs} . De este modo, en el instante inicial hay una deformación de acortamiento uniforme en toda la sección.

Posteriormente, una vez que actúa la retracción, la sección sufre un acortamiento y un giro, este último, debido a la asimetría de la coacción de la armadura. Este aumento de curvatura puede, incluso, llegar a fisurar la sección, tal como se esquematiza en la figura 3-32 a) y b).

Figura 3-32. Comportamiento de una sección tipo viga, con armadura asimétrica, en compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y el efecto combinado de cargas exteriores y retracción- en negro-. a) Plano de deformaciones. b) Diagrama de tensiones en el hormigón y resultantes en ambos materiales.

Figura 3-33. Comportamiento de una sección tipo viga, con armadura asimétrica, en flexo-compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y el efecto combinado de cargas exteriores y retracción- en negro-. Efecto de la deformación impuesta de retracción en una sección fisurada trabajando en flexo-compresión. a) Plano de deformaciones instantáneo. b) Plano de deformaciones diferido. c) Diagrama de tensiones en el hormigón y resultantes en ambos materiales.

Cuando la sección se fisura se introduce un cambio de curvatura debido a que la deformación impuesta solamente actúa en la zona del bloque comprimido, ver figura 3-33 a). Para entender este fenómeno, el efecto de la retracción puede interpretarse como un axil aplicado en el centroide del bloque comprimido, igual al área de este bloque multiplicada por la retracción libre. Cuando la sección se fisura, este esfuerzo genera un momento a nivel de centro de gravedad y produce el giro de la sección, ver figura 3-33 b).

En estructuras reales de hormigón armado, los axiles a los que se ven sometidos los elementos tipo viga son bajos, con un grado de utilización axil cercano a $\nu = -0.10$. Esto hace muy probable la fisuración de la sección a tiempo infinito, cuando actúa la retracción.

En la figura 3-34 (izquierda) se pueden observar, de forma esquemática, el efecto combinado de cargas externas y retracción en los diagramas seccionales, para flexo-compresión.

En la figura 3-34 a) (izquierda) se muestra el diagrama momento-curvatura, donde aparece un incremento de curvatura para pequeños momentos, en la zona no fisurada. Este incremento es debido a la asimetría de la armadura, que coacciona diferentemente en función de la cuantía dispuesta, generando el giro de la sección. Para momentos superiores al de fisuración se produce un incremento de curvatura debido a la actuación de la retracción en el bloque comprimido.

En la figura 3-34 b) (izquierda) se muestran los diagramas posición de la fibra neutra-curvatura y profundidad del bloque comprimido-curvatura. Nuevamente, al igual que en flexión simple, aparecen diferencias entre ambos parámetros cuando actúa la retracción.

Como única línea de referencia se utiliza la posición de la fibra neutra en el instante inicial. La posición de la fibra neutra, luego de actuar la retracción, se acercará al valor de referencia por exceso, mientras que la profundidad del bloque comprimido lo hará por defecto.

Figura 3-34. Comportamiento de una sección tipo viga, con armadura de compresión, en flexo-compresión (izquierda) y flexo-tracción (derecha), sometida a cargas exteriores y retracción a tiempo infinito. a) Diagrama M-K. b) Diagrama x -K y x_{fis} -K. c) Diagrama ϵ_o -K.

La figura 3-34 c) (izquierda) completa la descripción con la relación entre deformación de la fibra de referencia y la curvatura. El diagrama diferido es prácticamente paralelo al diagrama inicial, siendo el incremento de curvatura prácticamente constante. Existen unas pequeñas diferencias

en la zona de pequeñas curvaturas, donde el bloque comprimido presenta las mayores variaciones.

La figura 3-34 (derecha) ilustra el efecto combinado de cargas externas y retracción en los diagramas seccionales, esta vez para flexo-tracción.

En la zona de pequeñas curvaturas, donde la sección se encuentra totalmente fisurada, no hay diferencia entre el comportamiento instantáneo y diferido, dominado por las armaduras, tal como se ha comentado en 3.4.2.

A partir del momento en que reingresa el bloque comprimido en la sección, punto 1, existe una transición no lineal, a partir de la cual el comportamiento se puede explicar de forma semejante al caso anterior.

En dicha zona de transición, la sección aumenta el bloque comprimido desde cero hasta un valor cercano al de flexión simple, como se observa en la figura 3-34 b) (derecha).

Acción conjunta de cargas externas y fluencia.

Al igual que en el caso anterior se presentan dos figuras con los mismos gráficos: la figura 3-35 (izquierda) muestra el comportamiento en flexo-compresión y la figura 3-35 (derecha), en flexo-tracción.

Los aspectos del comportamiento diferido explicados en flexión simple 3.5.2 siguen siendo válidos con las siguientes particularidades.

En flexo-compresión:

- Para pequeños momentos, la sección trabaja en Estado I hasta alcanzar el momento de fisuración, punto 1. A diferencia de la retracción, la fluencia no modifica el momento de fisuración en el diagrama diferido, punto 2, ver figura 3-35 a) (izquierda).
- La posición de la fibra neutra coincide con la profundidad del bloque comprimido, hasta que la fibra neutra sale de la sección y el bloque comprimido alcanza su valor máximo h , ver figura 3-35 b) (izquierda). Ambos diagramas tienden asintóticamente al comportamiento en flexión simple, líneas de referencia x_{FS,t_0} y $x_{FS,t_{\infty}}$.
- Al igual que en flexión simple, el diagrama diferido de deformaciones es prácticamente una rotación del diagrama instantáneo, ver figura 3-35 c) (izquierda).

En flexo-tracción:

- Para pequeños momentos, la sección se encuentra totalmente fisurada. A partir del instante en que reingresa el bloque comprimido, punto 1, el comportamiento es afectado por la fluencia del hormigón.
- A partir del punto 1, el diagrama momento-curvatura gira con respecto al diagrama inicial, pivotando en dicho punto, ver figura 3-35 a) (derecha).
- A partir del punto 1, el bloque comprimido comienza a crecer, acercándose asintóticamente al valor de flexión simple, ver figura 3-35 b) (derecha).
- A partir del punto 1, las deformaciones en la fibra de referencia modifican la tendencia, ver figura 3-35 c) (derecha).

Figura 3-35. Comportamiento de una sección tipo viga, con armadura de compresión, en flexo-compresión (izquierda) y flexo-tracción (derecha), sometida a cargas externas instantáneas- en rojo- y cargas externas y fluencia a tiempo infinito- en negro-. a) Diagrama M - K . b) Diagrama x - K y x_{fis} - K . c) Diagrama ϵ_0 - K .

Acción conjunta de cargas externas, retracción y fluencia

Finalmente, se presentan los mismos gráficos anteriores para el caso superpuesto de cargas externas, retracción y fluencia, para flexo-compresión en la figura 3-36 (izquierda) y para flexo-tracción en la figura 3-36 (derecha).

En flexo-compresión, en el instante diferido y para pequeños momentos flectores, la sección se encuentra totalmente fisurada debido a la retracción. En la figura 3-36 b) (izquierda) se puede observar como la profundidad del bloque comprimido no alcanza a cubrir el canto de la sección.

En flexo-tracción, al igual que en el resto de los casos, la sección se encuentra fisurada hasta alcanzar el punto 1, ver figura 3-36 a) y b) (derecha). En dicho punto el bloque comprimido reingresa en la sección. Posteriormente, el comportamiento se explica con lo comentado en el caso de flexión simple.

Figura 3-36. Comportamiento de una sección tipo viga, con armadura de compresión, en flexo-compresión (izquierda) y flexo-tracción (derecha), sometida a cargas exteriores instantáneas - en rojo - y la combinación de cargas exteriores, retracción y fluencia a tiempo infinito - en negro-. a) Diagrama M-κ. b) Diagrama x-κ y x_{fis} -κ. c) Diagrama ϵ_o -κ.

3.5.3. Sección tipo pilar, con armadura simétrica

Flexión compuesta

Los pilares se encuentran sometidos a compresiones de trabajo moderadas, con un grado de utilización axial comprendido entre $-0.30 < \nu < -0.50$. Es decir, axiles de trabajo muy superiores a los de las vigas.

Además, la configuración de armadura es exclusivamente simétrica, por lo cual el análisis posterior se limita a esta clase de elementos.

Bajo estas condiciones, los pilares tienen un comportamiento general similar a lo explicado anteriormente para la sección armada asimétricamente, con algunas diferencias puntuales:

- Los diagramas instantáneos y diferidos parten desde curvatura nula. Esto sucede por estar el axil aplicado en el centro de gravedad de la sección.

- El momento de fisuración es importante, con lo cual la zona con comportamiento no lineal es menos extendida en la zona de momentos máximos.
- La coacción de la armadura comprimida a las deformaciones reológicas es mayor, por ser más importante su cuantía en pilares que en vigas.

A continuación se comentan algunas particularidades del comportamiento frente a cargas externas y reológicas.

Acción conjunta de cargas externas y retracción

En un pilar sometido a compresión simple, en Estado I, la retracción representa un acortamiento adicional. Este acortamiento es menor que la retracción libre por estar coaccionado por la armadura. Además, la simetría de la armadura impide el desarrollo de curvaturas diferidas. La figura 3-37 muestra esta situación de forma esquemática, con planos de deformaciones a) y diagramas de tensiones en el hormigón y resultantes en ambos materiales b).

En general, los axiles de trabajo de los pilares superan el valor $E_c A_c \cdot \varepsilon_{cs}$, por lo que la sección no se encuentra fisurada en la zona de pequeñas curvaturas.

Cuando la sección se fisura, en la zona de máximos momentos flectores, la actuación de la retracción deja de ser simétrica con respecto al centro de gravedad de la sección por ser efectiva en el bloque comprimido. Esto induce una curvatura adicional que modifica el comportamiento diferido de la sección, como se puede ver en la figura 3-38 a).

La retracción hace que la sección tenga un momento de fisuración levemente menor, figura 3-38 a). Además, este es el motivo de la no coincidencia entre la fibra neutra y la profundidad del bloque comprimido, figura 3-38 b).

Figura 3-37. Comportamiento de una sección tipo pilar, con armadura simétrica, en compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y la combinación de cargas exteriores y retracción- en negro-. a) Diagrama $M-\kappa$. b) Diagrama $x-\kappa$ y $x_{fis}-\kappa$. c) Diagrama $\varepsilon_o-\kappa$.

Figura 3-38. Comportamiento de una sección tipo pilar, con armadura simétrica, en flexo-compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y la combinación de cargas exteriores y retracción- en negro-. a) Diagrama $M-K$. b) Diagrama $x-K$ y $x_{fis}-K$. c) Diagrama ϵ_o-K .

Acción conjunta de cargas externas y fluencia

Los efectos de la fluencia en los diagramas diferidos se muestran en la figura 3-39. El comportamiento mostrado no requiere explicaciones adicionales a las dadas anteriormente, puesto que es cualitativamente similar al comportamiento de la sección asimétrica, con las particularidades comentadas al comienzo de esta sección.

Figura 3-39. Comportamiento de una sección tipo pilar, con armadura simétrica, en flexo-compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y la combinación de cargas exteriores y fluencia a tiempo infinito - en negro-.

a) Diagrama M-κ. b) Diagrama x-κ y x_{fis} -κ. c) Diagrama ε_o -κ.

Acción conjunta de cargas externas, retracción y fluencia

La figura 3-40 muestra el efecto combinado de cargas externas, fluencia y retracción en los diagramas seccionales. En la misma figura, en el diagrama momento-curvatura a) y el diagrama deformación de la fibra de referencia-curvatura c), se añaden las líneas de referencia que describen la situación diferida para las deformaciones impuestas aisladas.

Hasta alcanzar el momento de fisuración, la retracción no induce curvaturas adicionales, y el cambio de curvatura se debe únicamente a la fluencia. En cambio, la deformación baricéntrica se encuentra afectada en todo momento por ambas deformaciones impuestas.

Figura 3-40. Comportamiento de una sección tipo pilar, con armadura simétrica, en flexo-compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y la combinación de cargas exteriores, retracción y fluencia a tiempo infinito- en negro-. a) Diagrama M-K. b) Diagrama x-K y x_{fis} -K. c) Diagrama ϵ_o -K.

3.6. Comportamiento seccional frente acciones directas y deformaciones impuestas térmicas

Como se ha mencionado anteriormente, en este trabajo se considera una variación uniforme de temperatura, de valor ΔT , actuando en todo el canto de la sección. Además, se supone que ambos materiales tienen el mismo coeficiente de dilatación térmica α_T . De este modo, la deformación impuesta modifica el plano de deformaciones sin modificar el estado tensional, tal como se muestra en la figura 3-41.

En esta figura, se muestra la modificación que sufre el plano de deformaciones al actuar un descenso de temperatura, $\Delta T < 0$. Se muestra la situación equilibrada, previa a la actuación de temperatura a) y la situación posterior b).

Figura 3-41. Comportamiento de una sección general, con armadura simétrica, en flexo-compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y el efecto combinado de cargas exteriores y una variación uniforme de temperatura- en negro-. a) Plano de deformaciones y diagrama de tensiones instantáneo, $\Delta T=0$. b) Plano de deformaciones y diagrama de tensiones luego de la actuación de la temperatura, $\Delta T < 0$.

El efecto de la temperatura se observa a nivel del plano de deformaciones, donde modifica la deformación axial y la posición de la fibra neutra. El plano de deformaciones se desplaza paralelo a sí mismo y el incremento de deformación es igual a la deformación impuesta libre, $\alpha_T \cdot \Delta T$. Es por ello que no hay redistribuciones de tensiones.

Figura 3-42. Comportamiento de una sección general, con armadura simétrica, en flexo-compresión, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y la combinación de cargas exteriores, retracción y fluencia- en negro-. En ambos instantes, se superpone una deformación impuesta de temperatura de acortamiento, $\Delta T < 0$.

Por este motivo, la deformación impuesta de temperatura se puede sumar directamente a las deformaciones obtenidas con cargas externas y deformaciones reológicas.

La figura 3-42 muestra el efecto de la deformación impuesta de temperatura en el diagrama deformación axial-curvatura. Los diagramas se obtienen para cargas instantáneas y la combinación de cargas y reológicas. El efecto es una traslación del diagrama paralelo a sí mismo, en una distancia $\alpha_T \cdot \Delta T$. Esta traslación es independiente del instante analizado.

3.7. Consideración de la resistencia a tracción y *tension-stiffening*

En una viga de hormigón armado la fisuración es discreta y existen secciones no fisuradas entre fisuras, que colaboran en la resistencia de los esfuerzos. Esto genera una rigidez adicional que no ha sido tenida en cuenta en los análisis anteriores, donde se supuso un comportamiento del hormigón en Estado II. Esta contribución adicional es el denominado fenómeno de rigidización en tracción o *tension-stiffening*.

El MC-2010 [26] permite representar correctamente este fenómeno, modificando la ecuación constitutiva del acero, tal como se presentó en la figura 3-2. Este modelo permite simular la situación instantánea y diferida, lo cual coincide con los instantes analizados en este trabajo.

De forma simplificada, también se supone que la fluencia en tracción es similar a la de compresión.

Los diagramas seccionales deducidos con estas ecuaciones son adecuados para caracterizar los fenómenos que ocurren a nivel estructural; puesto que al promediar el comportamiento de las diferentes secciones, fisuradas y no fisuradas, representan mejor las propiedades de rigidez y de deformación de los elementos estructurales.

En la figura 3-43 se muestra el efecto de la resistencia a tracción y *tension-stiffening*, para una sección tipo viga, armada asimétricamente, en los tres diagramas seccionales utilizados sistemáticamente hasta el momento. Se ilustra únicamente el caso de flexión simple, por entender que es suficiente para explicar el fenómeno.

En la figura 3-43 a) se observa el diagrama momento curvatura instantáneo y diferido, una vez ocurridas las deformaciones impuestas reológicas de retracción y fluencia. La resistencia a tracción hace que, para pequeñas curvaturas, la sección se comporte en Estado I hasta alcanzar el momento de fisuración, momento para el cual la fibra inferior del hormigón alcanza el valor de f_{ct} .

Para momentos flectores superiores existe una transición gradual del diagrama hasta ubicarse a una distancia paralela al comportamiento en flexión simple, en Estado II. Esta transición inicial se debe al fenómeno de *tension-softening*, que representa la transmisión de esfuerzos de tracción a través de la fisura. Fenómeno que desaparece rápidamente, con un pequeño aumento de carga, prevaleciendo el *tension-stiffening*, debido a la colaboración del hormigón entre fisuras, y que es el que hace que el diagrama se mantenga paralelo al de flexión simple.

Este último fenómeno va perdiendo importancia a medida que aumentan los esfuerzos, y para estados avanzados de carga, que produzcan la plastificación de los materiales, se degrada completamente. Por este motivo, es un fenómeno que tiene una mayor incidencia en el comportamiento en servicio más que en estados límites últimos.

El comportamiento diferido presenta un comportamiento similar, con algunas diferencias puntuales debidas a las deformaciones reológicas. En primer lugar, el momento de fisuración disminuye levemente debido a la actuación de la retracción. En segundo lugar, la distancia con respecto al diagrama en Estado II es menor que en el comportamiento instantáneo, debido a la fluencia del hormigón que debilita las tensiones de adherencia y por tanto, reduce el *tension-stiffening*.

Figura 3-43. Comportamiento de una sección tipo viga, con armadura de compresión y resistencia a tracción, sometida a cargas exteriores instantáneas- en rojo- y la combinación de cargas exteriores, retracción y fluencia a tiempo infinito- en negro-. a) Diagrama M-κ. b) Diagrama x-κ y x_{fis}-κ. c) Diagrama ε_o-κ.

En la figura 3-43 b) se observa como aumenta la profundidad del bloque no fisurado, en la zona de pequeñas curvaturas. Este aumento, que ocurre en ambos instantes, se traduce en un aumento de la rigidez global de los elementos.

En la figura 3-43 c) se observa que las deformaciones baricéntricas iniciales son menores, existiendo una zona con deformaciones nulas o muy pequeñas, hasta alcanzar la curvatura de fisuración, y a partir de la cual el diagrama crece paralelo al diagrama de flexión simple.

En el comportamiento diferido aumentan las deformaciones baricéntricas debidas a la reología del hormigón. En la zona de pequeñas curvaturas, las deformaciones son máximas. Luego de

alcanzarse la curvatura de fisuración se produce un cambio brusco, con tendencia asintótica al comportamiento en Estado II.

La consideración de la colaboración del hormigón traccionado produce dos efectos importantes. Por un lado disminuye la fisuración de la sección, aumentando la rigidez. Por otro lado, se producen mayores acortamientos debidos a la retracción, en la zona de pequeñas curvaturas.

3.8. Descripción cuantitativa del análisis seccional. Influencia de diferentes variables

En las secciones anteriores se ha realizado una descripción cualitativa del comportamiento seccional. A continuación se presentan resultados analíticos y numéricos obtenidos con las hipótesis definidas al inicio de este trabajo, que se presentan detalladamente en el anejo.

Primero, se analizan secciones tipo viga en flexión simple y compuesta, con axiles pequeños. Posteriormente, una sección tipo pilar, en flexión compuesta con axiles moderados.

3.8.1. Sección tipo viga con armadura asimétrica

Las secciones analizadas a continuación se han escogido en correspondencia con el análisis posterior.

Flexión simple

Lo primero que se analiza, debido a su mayor simplicidad, es la flexión simple. La sección analizada, su geometría, materiales, cuantías y parámetros que definen las deformaciones impuestas se muestran en la tabla 3-1.

La figura 3-44 muestra los resultados obtenidos organizados según la figura 3-3, calculados hasta alcanzar el momento de servicio. Se estudian cuatro situaciones diferentes: el comportamiento instantáneo bajo cargas externas t_0 ; la superposición de acciones directas y retracción t_{∞} cs; la superposición de acciones directas y fluencia t_{∞} cc; y finalmente, la superposición de acciones directas, retracción y fluencia t_{∞} cs+cc.

El comportamiento bajo cargas exteriores instantáneas es lineal. A medida que aumenta el momento flector, aumenta la curvatura y la deformación de la fibra de referencia, de forma directamente proporcional. Los diagramas $M-\kappa$ y $\varepsilon_o-\kappa$ son rectas que parten desde el origen. La misma proporcionalidad se detecta en las tensiones de los diferentes materiales. Los parámetros de rigidez EA, EB y EI son constantes, e independientes de la curvatura, al igual que la posición de la fibra neutra, que coincide con la profundidad del bloque comprimido.

Para la combinación de cargas exteriores y retracción se produce una concentración de tensiones en la fibra superior que disminuye notablemente el momento máximo de servicio, como se observa en el diagrama $M-\kappa$. Para la misma combinación de carga, en el diagrama $\sigma_c/f_{ck}-\kappa$ se puede ver cómo se alcanza, en la fibra superior, la tensión máxima de servicio establecida en este trabajo de $0.60 f_{ck}$. Este resultado supondría pensar que la actuación de la retracción condiciona significativamente el comportamiento en servicio. Sin embargo, más adelante, cuando se superponga la fluencia, resultará menos importante.

Tabla 3-1. Datos geométricos y mecánicos de la sección 60x60.

Sección 60x60	Armaduras $A_{s2} = 3.39 \text{ cm}^2$, $\omega' = 0.09\%$ $A_{s1} = 49.50 \text{ cm}^2$, $\omega = 1.38\%$	Datos geométricos $b = 0.60 \text{ m}$ $h = 0.60 \text{ m}$ $d = 0.55 \text{ m}$ $d' = 0.05 \text{ m}$
	Materiales Hormigón: HA-40, $E_c = 36000 \text{ MPa}$ Acero: BS-500, $E_s = 200000 \text{ MPa}$	Deformaciones impuestas Retracción, en t_∞ , $\varepsilon_{cs} = 329 \cdot 10^{-6}$ Coeficiente de fluencia, en t_∞ , $\varphi = 2.50$ Coeficiente de envejecimiento, en t_∞ , $\chi = 0.80$

La retracción induce una deformación prácticamente constante, de valor cercano a la mitad de la deformación libre $\varepsilon_{cs}/2$, tal como se observa en el diagrama $\varepsilon_o - \kappa$. El resultado obtenido en la combinación de acciones directas y retracción es de $176 \cdot 10^{-6}$, valor cercano a la media de la retracción es de $\varepsilon_{cs}/2 = 329 \cdot 10^{-6}/2 = 165 \cdot 10^{-6}$.

Otro aspecto interesante del comportamiento seccional, cuando actúa la retracción, es la diferencia existente entre la profundidad del bloque comprimido y la posición de la fibra neutra.

La retracción hace que para momentos pequeños la sección se encuentre totalmente traccionada, lo que implica, según las hipótesis de partida, una fisuración completa de la sección.

El diagrama $x_{fis}/d - \kappa$ muestra como el bloque comprimido es nulo para las curvaturas pequeñas y como crece luego, acercándose asintóticamente a la situación de flexión simple diferida, cuando actúa solamente la fluencia. Las rigideces se ven afectadas directamente por esta situación, tal como reflejan los diagramas $EA/EA_b - \kappa$, $EB - \kappa$ y $EI/EI_b - \kappa$.

La posición de la fibra neutra, en cambio, sigue un camino opuesto, como se puede ver en el diagrama $x/d - \kappa$. Para momentos bajos, cuando la sección se encuentra totalmente fisurada, la posición de la fibra neutra permanece constante y coincidente con el centro de gravedad de las armaduras. Una vez que el bloque comprimido reingresa en la sección, la fibra neutra va disminuyendo, acercándose asintóticamente al comportamiento diferido en flexión simple.

Tal como se mencionó anteriormente, la retracción induce un aumento importante en las tensiones de compresión del hormigón, en la fibra superior, mientras que el aumento de compresión en ambas armaduras, es prácticamente constante, tal como se puede ver en los diagramas de redistribuciones de tensiones.

Para la combinación de cargas exteriores y fluencia no se produce la misma concentración de tensiones en la fibra superior, tal como sucede cuando actúa la retracción de forma aislada. De este modo, el diagrama diferido no experimenta una reducción del momento de servicio, respecto al diagrama instantáneo.

Los diagramas seccionales diferidos presentan muchas similitudes con los diagramas instantáneos, teniendo también un comportamiento lineal. Los diagramas $M - \kappa$, $\varepsilon_o - \kappa$ y todos los de tensiones y redistribuciones son relaciones lineales, mientras que los diagramas x , x_{fis} y todas las rigideces son constantes e independientes de la curvatura.

La fluencia provoca un aumento de las deformaciones y curvaturas, que por un lado produce una disminución de todos los parámetros de rigidez, que se manifiesta como un giro del diagrama $M-\kappa$. Por otro lado, el mismo aumento de deformaciones hace que el diagrama $\varepsilon_0-\kappa$ gire, disminuyendo los alargamientos producidos al actuar las cargas instantáneas.

La actuación de la fluencia provoca un descenso del bloque comprimido que coincide con el descenso de la fibra neutra, dentro del canto de la sección. Esto significa que, a diferencia de lo que ocurre con la retracción, la fluencia no produce un desfase entre ambos parámetros x y x_{fis} .

Además, se observa que las redistribuciones crecen de forma lineal con la curvatura cuando actúa la fluencia. Esto es consecuencia de las hipótesis adoptadas, donde se acepta una proporcionalidad lineal entre deformaciones impuestas de fluencia y las tensiones de compresión.

Finalmente, se comentan los resultados obtenidos cuando se considera el comportamiento conjunto de cargas exteriores, retracción y fluencia. En primer lugar, se observa que la concentración de tensiones que produce la retracción disminuye notablemente, acercándose al nivel tensional generado por la actuación de la fluencia únicamente. Este caso, más real que la actuación aislada de retracción, es el que debe tomarse como referencia para el estudio de los efectos combinados de cargas externas y deformaciones impuestas reológicas, y de donde deben extraerse conclusiones de utilidad práctica.

Para pequeñas curvaturas, el comportamiento está dominado por la retracción, produciendo la fisuración de la sección. A partir del momento en que el bloque comprimido reingresa en la sección, comienzan a cobrar importancia las deformaciones de fluencia, a medida que aumentan las curvaturas.

El diagrama $\varepsilon_0-\kappa$ muestra cómo el comportamiento instantáneo, lineal y con deformaciones positivas crecientes con las curvaturas pasa a una situación de deformación nula, cuando actúa la fluencia, o deformaciones negativas, cuando actúan ambas deformaciones reológicas superpuestas.

La presencia de la retracción provoca que el diagrama $x_{fis}/d-\kappa$ no sea coincidente con el diagrama $x/d-\kappa$, recorriendo ambos diagramas, por defecto o por exceso, un camino asintótico hacia la posición de la fibra en flexión simple, cuando actúa la fluencia.

Del mismo modo, los diagramas $EA/EA_b-\kappa$, $EB-\kappa$ y $EI/EI_b-\kappa$ partirán desde valores fisurados, para pequeñas curvaturas, correspondientes a las propiedades seccionales de las armaduras; y aumentarán, a medida que lo haga la curvatura, de forma asintótica hacia las propiedades seccionales en flexión simple con fluencia.

Las mayores redistribuciones se dan para la actuación conjunta de fluencia y retracción y ocurren entre las fibras más comprimidas del hormigón y el acero comprimido, donde las tensiones de compresión alcanzan valores elevados, del orden de $0.50 \cdot f_{yk}$. Para ello basta con ver los diagramas $\sigma_c/f_{ck}-\kappa$, $\sigma_{s2}/f_{yk}-\kappa$, $\Delta\sigma_c-\kappa$ y $\Delta\sigma_{s2}-\kappa$.

En el otro extremo, el acero traccionado sufre una pequeña redistribución, ver diagramas $\sigma_{s1}/f_{yk}-\kappa$ y $\Delta\sigma_{s1}-\kappa$. Desde el punto de vista del control de la fisuración, donde la abertura de fisuras está relacionada directamente con las tensiones de tracción de la armadura, esto indica una baja influencia de la deformación impuesta.

Efecto de la cuantía de armadura de compresión

La cuantía de armadura de compresión coacciona las deformaciones impuestas reológicas, impidiéndolas parcialmente. La figura 3-45 muestra los resultados obtenidos para la misma sección utilizada anteriormente y definida en la tabla 3-1, con armadura inferior constante y tres diferentes cuantías de armadura de compresión, un 33% de la cuantía mínima, la cuantía mínima y un 33% de la armadura inferior, como se ve en la tabla 3-2.

Tabla 3-2. Cuantías de armadura utilizadas en la sección 60x60, ver tabla 3-1, en el análisis de la influencia de la armadura de compresión

	A_{s1} [cm ²]	ω [%]	A_{s2} [cm ²]	ω' [%]
Sección 1	49.50	1.38	3.39	0.09
Sección 2	49.50	1.38	10.08	0.28
Sección 3	49.50	1.38	29.04	0.81

Se analiza el instante inicial, donde se aplican las cargas exteriores de forma instantánea, y el diferido, luego de producirse la totalidad de las deformaciones impuestas reológicas, manteniendo las cargas exteriores constantes. Las curvas se identifican con el instante de tiempo analizado y el número de la sección, en correspondencia con la tabla 3-2. Hay tres curvas instantáneas t_0-1 , t_0-2 y t_0-3 y del mismo modo, tres curvas diferidas $t_{\infty}-1$, $t_{\infty}-2$ y $t_{\infty}-3$.

Las rigideces en los diagramas EA/EA_b-K y EI/EI_b-K no cambian significativamente, aumentando ligeramente con la cuantía de armadura comprimida. En cambio, el efecto de reducción de las deformaciones diferidas es mucho más importante, tal como se puede ver en el diagrama ε_0-K . Esto significa que el uso de una mayor armadura comprimida disminuye el efecto de la deformación impuesta sin cambiar significativamente la rigidez de la estructura.

El resultado final es una descompresión del hormigón, mayor cuanto mayor es la armadura comprimida, como se puede observar en el diagrama $\Delta\sigma_c-K$. Esta descompresión del hormigón se logra a costa de una sobrecompresión de las armaduras. En especial de la armadura superior, que puede sufrir incrementos importantes de tensión cuando la cuantía es reducida, ver diagramas $\Delta\sigma_{s1}-K$ y $\Delta\sigma_{s2}-K$.

Efecto de la cuantía de armadura de tracción

Nuevamente se estudia la misma sección que se presentó en la tabla 3-1. Se mantiene la misma armadura de compresión, variando la armadura inferior. La figura 3-46 muestra los resultados obtenidos para las armaduras presentadas en la tabla 3-3. La notación de las tres curvas coincide con la utilizada en el análisis anterior, para armadura de compresión.

Tabla 3-3. Cuantías de armadura utilizadas en la sección 60x60, ver tabla 3-1, en el análisis de la influencia de la armadura de tracción.

	A_{s1} [cm ²]	ω [%]	A_{s2} [cm ²]	ω' [%]
Sección 1	24.50	0.68	3.39	0.09
Sección 2	49.50	1.38	3.39	0.09
Sección 3	88.00	2.44	3.39	0.09

La cuantía de armadura de tracción tiene un efecto diferente al de la armadura de compresión. A medida que aumenta la armadura de tracción se producen dos efectos importantes:

- En primer lugar las rigideces aumentan, como se puede ver diagramas $EA/EA_b-\kappa$ y $EI/EI_b-\kappa$.
- Al mismo tiempo, en el diagrama $\varepsilon_o-\kappa$ se observa que el efecto de la fisuración inicial disminuye, aumentando los efectos diferidos.

Efecto del canto de la sección

Si bien la armadura de tracción tiene una influencia marcada en el comportamiento seccional, el parámetro de diseño es el canto. La armadura necesaria vendrá condicionada por este parámetro. Para dimensionar elementos horizontales se utilizan relaciones canto/luz y la cuantía de armadura consecuentemente. Por este motivo, a continuación se estudia el efecto que tiene el canto de la sección en el comportamiento seccional.

En este análisis, el canto y las armaduras respetan lo siguiente:

- El área bruta de la sección transversal se mantiene constante, esto hace que el peso propio de las diferentes secciones sea el mismo, independientemente del canto utilizado.
- El momento último para las diferentes secciones es el mismo. Es decir, las diferentes secciones se entienden como alternativas de la misma solución estructural.
- La armadura comprimida se mantiene constante e igual para las diferentes secciones, siendo 1/3 de la cuantía mínima geométrica.

La figura 3-47 muestra los diagramas seccionales para las tres secciones, el comportamiento instantáneo y el diferido, una vez ocurridas las deformaciones reológicas. Las secciones analizadas se presentan en la tabla 3-4.

A medida que aumenta el canto los diagramas $M-\kappa$ son cada vez más rígidos, aumentando su pendiente, ver diagrama $EI/EI_b-\kappa$.

Tabla 3-4. Datos geométricos y mecánicos de las secciones analizadas.

Sección 1	Sección 2	Sección 3
Datos geométricos	Datos geométricos	Datos geométricos
$b = 0.40 \text{ m}$	$b = 0.60 \text{ m}$	$b = 0.80 \text{ m}$
$h = 0.90 \text{ m}$	$h = 0.60 \text{ m}$	$h = 0.45 \text{ m}$
$d = 0.85 \text{ m}$	$d = 0.55 \text{ m}$	$d = 0.40 \text{ m}$
$d' = 0.05 \text{ m}$	$d' = 0.05 \text{ m}$	$d' = 0.05 \text{ m}$
Deformaciones impuestas	Deformaciones impuestas	Deformaciones impuestas
$\varepsilon_{cs} = 329 \cdot 10^{-6}$	$\varepsilon_{cs} = 329 \cdot 10^{-6}$	$\varepsilon_{cs} = 329 \cdot 10^{-6}$
$\varphi = 2.50$	$\varphi = 2.50$	$\varphi = 2.50$
$\chi = 0.80$	$\chi = 0.80$	$\chi = 0.80$
$As_2 = 3.39 \text{ cm}^2, \omega' = 0.9\%$	$As_2 = 3.39 \text{ cm}^2, \omega' = 0.9\%$	$As_2 = 3.39 \text{ cm}^2, \omega' = 0.9\%$
$As_1 = 29.45 \text{ cm}^2, \omega = 8.2\%$	$As_1 = 49.50 \text{ cm}^2, \omega = 13.8\%$	$As_1 = 78.54 \text{ cm}^2, \omega = 21.8\%$

Las secciones con menos canto requieren mayores curvaturas para alcanzar el mismo nivel de esfuerzos internos, además de una mayor cuantía de armadura. Esto disminuye el alargamiento de la fibra de referencia, como se puede ver en el diagrama $\varepsilon_o-\kappa$. Finalmente, como el alargamiento por fisuración compensa los efectos diferidos, la reducción del canto genera un efecto desfavorable a tiempo infinito, aumentando las deformaciones impuestas.

A nivel de rigidez axil la tendencia es contraria a la de flexión, haciéndose la rigidez axil cada vez mayor a medida que disminuye el canto, diagrama $EA/EA_b - \kappa$. Las secciones con menos canto tienen un ancho y una cuantía de armadura traccionada significativamente mayores, que aumentan la rigidez de la sección.

Las secciones con más canto son las que presentan las mayores redistribuciones entre la armadura de compresión y el hormigón superior, ver diagramas $\Delta\sigma_c - \kappa$ y $\Delta\sigma_{st} - \kappa$. Al utilizar el criterio de mantener constante el área de la sección bruta, y depender la cuantía comprimida de la cuantía mínima geométrica, la cuantía comprimida es la misma para todas las secciones analizadas. En cambio, el área del bloque comprimido es mayor en las secciones más rebajadas. El resultado es un aumento de las tensiones de compresión de la armadura comprimida.

Efecto de la consideración del fenómeno de tension-stiffening

En esta sección se analiza el comportamiento en flexión simple de la sección definida en la tabla 3-1. En la figura 3-48 se comparan los diagramas obtenidos, utilizando tres hipótesis de comportamiento diferente: el Estado I, el Estado II y la consideración del fenómeno de *tension-stiffening* ($f_{ctm} = 0.30 \cdot f_{ck}^{2/3}$).

Las principales diferencias con el comportamiento en Estado II aparecen en la zona de momentos reducidos, donde existe una zona no fisurada que trabaja en Estado I, hasta alcanzar el momento de fisuración. Posteriormente existe una rápida transición hacia el Estado II, a medida que aumenta el momento flector, tal como se ve en el diagrama $M - \kappa$. Para momentos importantes, estas diferencias desaparecen, degradándose casi la totalidad del efecto de *tension-stiffening*.

La introducción de deformaciones impuestas reológicas hace que el momento de fisuración diferido sea algo menor que el momento de fisuración instantáneo. Posteriormente hay una transición, ligeramente más extendida que en el caso anterior, hasta alcanzar el comportamiento en estado II, a medida que aumenta la curvatura.

El efecto del *tension-stiffening* no solo disminuye con el aumento de la carga, sino también con el paso del tiempo, debido a una degradación adicional producida por el mecanismo de fluencia. Estos diagramas, al representar el comportamiento medio de diferentes secciones, fisuradas y no fisuradas, son de utilidad en los análisis estructurales, donde su uso permite la obtención de esfuerzos y deformaciones con un grado mayor de aproximación a la realidad.

Figura 3-44. a) Diagramas seccionales. Efecto de las deformaciones impuestas, en flexión simple, para la sección definida en la tabla 3-1. t_0 : cargas instantáneas. t_∞ cs: cargas instantáneas más retracción. t_∞ cc: cargas instantáneas más fluencia. t_∞ cs+cc: cargas instantáneas más retracción y fluencia.

Figura 3-44. b) Diagramas seccionales. Efecto de las deformaciones impuestas, en flexión simple, para la sección definida en la tabla 3-1. t_o : cargas instantáneas. $t_{o,cs}$: cargas instantáneas más retracción. $t_{o,cc}$: cargas instantáneas más fluencia. $t_{o,cs+cc}$: cargas instantáneas más retracción y fluencia.

Figura 3-45. a) Diagramas seccionales. Efecto de la cuantía de compresión y las deformaciones impuestas, en flexión simple, para las tres secciones definidas en la tabla 3-4. t_0 : cargas instantáneas. t_{oo} : cargas instantáneas más reológicas, fluencia y retracción.

Figura 3-45. b) Diagramas seccionales. Efecto de la cuantía de compresión y las deformaciones impuestas, en flexión simple, para las tres secciones definidas en la tabla 3-4. t_0 : cargas instantáneas. t_∞ : cargas instantáneas más reológicas, fluencia y retracción.

Figura 3-46. a) Diagramas seccionales. Efecto de la cuantía de tracción y las deformaciones impuestas, en flexión simple, para las tres secciones definidas en la tabla 3-4. t_o: cargas instantáneas. t_{oo}: cargas instantáneas más reológicas, fluencia y retracción.

Figura 3-46. b) Diagramas seccionales. Efecto de la cuantía de tracción y las deformaciones impuestas, en flexión simple, para las tres secciones definidas en la tabla 3-4. t_o : cargas instantáneas. t_{∞} : cargas instantáneas más reológicas, fluencia y retracción.

Figura 3-47. a) Diagramas seccionales. Efecto del canto y las deformaciones impuestas, en flexión simple, para las tres secciones definidas en la tabla 3-4. t_o : cargas instantáneas. t_{oo} : cargas instantáneas más reológicas, fluencia y retracción.

Figura 3-47. b) Diagramas seccionales. Efecto del canto y las deformaciones impuestas, en flexión simple, para las tres secciones definidas en la tabla 3-4. t_0 : cargas instantáneas. t_{00} : cargas instantáneas más reológicas, fluencia y retracción.

Figura 3-48 a): Diagramas seccionales. Comportamiento en flexión simple de la sección presentada en la tabla 3-1. Comparación entre el comportamiento en Estado I, en Estado II y considerando el efecto de la resistencia a tracción y *tension-stiffening*.

Figura 3-48. b) Diagramas seccionales. Comportamiento en flexión simple de la sección presentada en la tabla 3-1. Comparación entre el comportamiento en Estado I, en Estado II y considerando el efecto de la resistencia a tracción y tension-stiffening.

3.8.2. Flexión compuesta

El interés por el estudio de la flexión compuesta en vigas de hormigón armado se debe a los esfuerzos hiperestáticos axiales que aparecen, cuando el libre movimiento inducido por deformaciones impuestas se ve coaccionado en los apoyos.

Se analiza la misma sección analizada en flexión simple, cuyas dimensiones y armaduras se encuentran en la tabla 3-1. La figura 3-49 muestra diferentes diagramas $M-\kappa$ instantáneos (izquierda) y diferidos (derecha), para diferentes axiles de compresión y tracción, en el rango de servicio. Siendo los axiles de compresión proporcionales a la capacidad mecánica de la sección $A_c \cdot f_{cd}$ y los de tracción a la capacidad mecánica de la armadura $A_s \cdot f_{yd}$.

$$\nu = \frac{N}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad N < 0; \quad \nu = \frac{N}{A_{s,tot} \cdot f_{yd}} \quad N > 0 \quad (1)$$

Figura 3-49. Diagramas momento-curvatura para diferentes axiles, con cargas instantáneas, t_o (izquierda) y para acción conjunta de cargas externas y deformaciones reológicas, t_{∞} (derecha)

Se utilizan las líneas de referencia definidas en la figura 3-5 duplicando la línea C para los casos en que se utiliza la fibra de referencia (C) y cuando se utiliza el centro de gravedad de las armaduras (C, Y_g).

En el caso instantáneo, el estado de flexo-tracción presenta una zona inicial, para pequeñas curvaturas, donde la sección se encuentra totalmente fisurada y el comportamiento corresponde a las armaduras.

En el comportamiento instantáneo se observa que el momento flector máximo de servicio disminuye levemente para axiles de compresión y aumenta ligeramente para axiles de tracción. Los axiles de compresión hacen que la tensión límite de servicio en el hormigón se alcance más rápidamente, mientras que los axiles de tracción disminuyen las compresiones en el hormigón, a costa de mayores tracciones en el acero.

En el comportamiento diferido los momentos para los diagramas en flexo-compresión disminuyen aún más, debido a la actuación de deformaciones reológicas.

Figura 3-50. Diagrama deformación axil-curvatura para diferentes axiles, para cargas instantáneas, t_0 (izquierda), acción conjunta de cargas externas y deformaciones reológicas, t_∞ (derecha).

Además, a medida que aumenta el momento flector, todas las curvas diferidas convergen al comportamiento de la sección en flexión simple. Este resultado es muy importante puesto que, para el rango de axiles típico de servicio, el comportamiento diferido en flexión compuesta puede ser representado a partir del comportamiento diferido de flexión simple.

Las deformaciones axiles, a nivel de la fibra de referencia, presentan diferencias apreciables en ambos instantes. La figura 3-50 representa el comportamiento instantáneo (izquierda) y la diferido (derecha). Se observa que no hay una convergencia a un valor concreto, como ocurre en el diagrama momento-curvatura. Eso impide la generalización del comportamiento de la deformación en la fibra de referencia.

3.8.3. Sección tipo pilar con armadura simétrica. Flexión compuesta

Tabla 3-5. Datos geométricos y mecánicos de la sección analizada.

Sección 60x60		Datos geométricos
$b = 0.60 \text{ m}$
		$h = 0.60 \text{ m}$
		$d = 0.55 \text{ m}$
		$d' = 0.05 \text{ m}$
Materiales		Acciones, Deformaciones impuestas
Hormigón: HA-40, $E_c = 36000 \text{ MPa}$		Axil reducido de servicio, $\nu = -0.20$
Acero: BS-500, $E_s = 200000 \text{ MPa}$		Retracción, $\epsilon_{cs} = 329 \cdot 10^{-6}$
$A_{s1} = A_{s2} = 29.45 \text{ cm}^2$, $\omega = 1.64 \%$		Coefficiente de fluencia, $\phi = 2.50$
		Coefficiente de envejecimiento, $\chi = 0.80$

Los pilares, en condiciones de servicio, suelen trabajar con axiles moderados de compresión comprendidos entre 0.30 y 0.50 de la capacidad mecánica de la sección de hormigón.

La sección analizada, las propiedades mecánicas de los materiales, la geometría y las acciones están definidas en la tabla 3-5.

La figura 3-51 muestra los resultados obtenidos con la sección definida en la tabla 3-5 para un axil de compresión $\nu = 0.30$.

Para pequeñas curvaturas la sección se encuentra totalmente comprimida. A medida que aumenta el momento flector la sección se descomprime hasta alcanzar la fisuración, aproximadamente a los 400 kNm, como se ve en el diagrama $M-\kappa$ de la figura 3-51. El momento de fisuración es cercano al momento de servicio, por lo que la mayor parte del comportamiento seccional sucede en Estado I.

Tal como se vio en el análisis de las vigas, la actuación de la retracción de forma aislada genera concentraciones de tensiones elevadas en la fibra superior de la sección, ver diagramas $M-\kappa$ y $\sigma_c/f_{ck}-\kappa$ de la figura 3-51. Concentraciones de tensiones que disminuyen drásticamente el momento de servicio, de 590 kNm a 140 kNm. Pero como se comentó anteriormente, este resultado no es realista puesto que la retracción siempre va acompañada de fluencia, por lo que la atención debe centrarse en los resultados que involucran la actuación conjunta de ambos fenómenos reológicos. La actuación conjunta de fluencia y retracción genera una disminución del momento de servicio de 590 kNm a 560 kNm, mucho menor que la comentada anteriormente.

Los diagramas $\varepsilon_o-\kappa$ muestran una deformación uniforme, independiente del momento flector, hasta alcanzar la curvatura de fisuración.

El diagrama $x_{fis}/d-\kappa$ muestra como varía el bloque comprimido. Para pequeñas curvaturas, la sección no se encuentra fisurada y x_{fis} coincide con el canto de la sección h . Cuando se alcanza la curvatura de fisuración comienza una tendencia hiperbólica hacia los valores de flexión simple. La influencia del bloque comprimido en la rigidez de la sección se observa en los gráficos $EA/EA_b-\kappa$ y $EI/EI_b-\kappa$.

Se observa también, que los valores anteriores no llegan a estabilizarse. Esto es debido a que las elevadas tensiones lo impiden, los máximos establecidos que limitan el comportamiento en servicio se alcanzan mucho antes que la fibra neutra se solape con el valor de flexión simple.

La retracción genera diferencias entre x y x_{fis} , sin embargo esta vez, al existir una compresión inicial, ambos parámetros se acercan por exceso al valor de flexión simple, partiendo desde el valor h y disminuyendo a medida que aumentan las curvaturas.

Para pequeñas curvaturas, ambas armaduras sufren importantes redistribuciones de esfuerzos, tal como se observa en los diagramas $\Delta\sigma_{s1}-\kappa$ y $\Delta\sigma_{s2}-\kappa$. A medida que aumentan los momentos flectores, las redistribuciones son cada vez más importantes en la armadura superior, mientras que la inferior ocurre la importancia es cada vez menor.

Figura 3-51. a) Diagramas seccionales. Efecto de las deformaciones impuestas, en flexión compresión, $\nu = -0.30$, para la sección tipo pilar definida en la tabla 3-5. t_0 : cargas instantáneas. t_∞ : cargas instantáneas más reológicas, fluencia y retracción.

Figura 3-51. b) Diagramas seccionales. Efecto de las deformaciones impuestas, en flexión compresión, $\nu = 0.30$, para la sección tipo pilar definida en la tabla 3-5. La zona del diagrama donde la sección se encuentra fisurada es pequeña, y a diferencia del comportamiento de vigas, no se alcanza a ver con claridad el comportamiento en Estado II.

En la figura 3-52 se observa el comportamiento instantáneo y diferido del diagrama momento-curvatura para diferentes axiles: $\nu = 0.00$; $\nu = -0.20$; $\nu = -0.30$; $\nu = -0.40$ y $\nu = -0.50$.

A medida que aumenta la compresión aumenta el momento de fisuración. El axil $\nu = -0.20$ es el único para el cual se genera una zona paralela a la recta de flexión simple, para momentos máximos. En los demás axiles no se alcanza esta zona de pendiente estabilizada. La mayor parte del diagrama corresponde al comportamiento en Estado I.

Figura 3-52. Diagrama momento-curvatura para diferentes axiles reducidos de compresión, t_o (izq.), t_{∞} (der.).

4. ESTUDIO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO SECCIONAL

4.1. Introducción

En este capítulo se realiza un estudio teórico-experimental del comportamiento seccional de vigas de hormigón armado sometidas a acciones de corto plazo. El objeto del presente capítulo es confirmar algunos de los aspectos teóricos desarrollados en el capítulo precedente y evaluar, entre otras cosas, la validez de las hipótesis clásicas y los efectos de *tension-stiffening*.

El comportamiento en flexión simple de secciones tipo viga se analiza utilizando diagramas momento-curvatura y momento-deformación baricéntrica (*beam-growth*). De este modo, en este capítulo se comparan los resultados experimentales obtenidos de 12 vigas ensayadas en el laboratorio de estructuras por el grupo HE [144-145] y otras 12 vigas reportadas por otros investigadores [146, 147] con resultados teóricos obtenidos utilizando el modelo de fibras de análisis seccional (ver Anejo 1), combinando los parámetros materiales propuestos en el MC2010 [26, 124] con algunos de los modelos de *tension-stiffening* más reconocidos en la literatura.

Dado el estado del arte actual, puede decirse que hasta ahora no hay un modelo de *tension-stiffening* universalmente aceptado en la práctica profesional. De este modo, este capítulo se centra en el análisis de este problema contrastando la evidencia experimental con algunos de los modelos analíticos más reconocidos. Los tópicos más importantes que se llevan a cabo en este capítulo son:

- 1) Estudio experimental: mediciones de deformaciones y análisis mediante diagramas momento – curvatura y momento-deformación baricéntrica.
- 2) Influencia de la retracción en los resultados experimentales.
- 3) Evaluación de algunos de los modelos de *tension-stiffening* existentes.
- 4) Influencia del *tension-stiffening* en las predicciones de curvaturas (flechas) y deformaciones axiales (*beam-growth*).

4.2. Programa Experimental

4.2.1. Ensayos realizados

Los datos experimentales utilizados en este trabajo han sido obtenidos en un programa experimental desarrollado en el Laboratorio de Estructuras de la Universidad Politécnica de Madrid [144] durante el año 2009. En este programa se ensayaron 12 vigas, siendo la idea original el estudio de los siguientes parámetros relacionados con la fisuración:

- ϕ/ρ_{eff} : la mitad de las vigas se armaron con 4 ϕ 25 y la otra mitad con 4 ϕ 12.
- Recubrimiento: la mitad de las vigas tienen un recubrimiento de 20 mm y la otra mitad, de 70 mm.
- Influencia de la separación entre cercos: cuatro vigas no tienen cercos, cuatro tienen cercos espaciados a 30 cm y las cuatro vigas restantes cercos espaciados cada 10 cm.

Figura 4-1. Configuración del ensayo [145].

La configuración de los ensayos se presenta en la figura 4-1 y corresponde al reconocido ensayo de flexión sobre cuatro puntos [113, 148]. La carga se aplica mediante gatos hidráulicos localizados al final de los voladizos de una viga simplemente apoyada, sobre dos células de carga en cada soporte. Todas las vigas tienen un vano central de 3.42 m y dos voladizos de 0.90 m. Los gatos aplican la carga a 0.75 m de cada apoyo. De este modo, debido al hecho de que la carga se aplica sólo en los extremos, y dado que el peso propio tiene poco efecto, el vano central está sujeto a un momento flector constante lo que permite el estudio del comportamiento medio (*smearred*) de la viga.

En la zona central y a cada lado de la viga, hay tres líneas con bases extensométricas de 20 cm para medir las deformaciones longitudinales en la superficie del hormigón. Una primera línea está localizada a un lado de la viga, en correspondencia con la ubicación de la armadura comprimida; una segunda línea está localizada a un lado de la viga en correspondencia con la ubicación de la

armadura traccionada y finalmente, la tercera línea corresponde a la superficie del hormigón traccionado, alineado con las armaduras. Además, se han colocado dos inclinómetros sobre los apoyos y dos en la cara exterior de los voladizos. Las deflexiones se registran en cinco puntos, debajo de los gatos, en los cuartos y centro de vano.

Los elementos ensayados se han denominado utilizando el código XX-YY-ZZ, siendo XX el diámetro de la armadura longitudinal (12 ó 25 mm), YY el recubrimiento de hormigón (20 ó 70 mm) y ZZ la separación entre cercos (00 en caso de no haber cercos, 10 y 30 para 10 cm y 30 cm de espaciamiento, respectivamente). El diámetro de los cercos es de 8 mm. Las propiedades geométricas de los elementos ensayados se resumen en la figura 4-2 y la tabla 4-1.

Figura 4-2. Secciones transversales.

Tabla 4-1. Propiedades geométricas de los elementos ensayados.

Sección	12-20-00/10/30	12-70-00/10/30	25-20-00/10/30	25-70-00/10/30
b [m]	0.35	0.35	0.35	0.35
h [m]	0.45	0.45	0.45	0.45
d [m]	0.412	0.362	0.4055	0.3555
c [m]	0.038	0.088	0.0445	0.0945
$\varnothing (As_1)$ [mm]	12	12	25	25
$\varnothing (As_2)$ [mm]	12	12	12	12
As_1 [cm ²]	4.52	4.52	19.63	19.63
As_2 [cm ²]	2.26	2.26	2.26	2.26
$\rho = A_{s1}/bd$	0.31%	0.36%	1.36%	1.55%

Todas las vigas han sido hormigonadas el mismo día y la resistencia a compresión media ha sido de 21.9 MPa a los 7 días y 26.9 MPa a los 28 días. Se registran también otros parámetros tales como la temperatura y la humedad ambiente del Laboratorio, mediante registro continuo durante el periodo que dura la campaña experimental. La tabla 4-1 resume los parámetros geométricos relacionados con la sección transversal. La tabla 4-2 y la tabla 4-3 presentan parámetros relacionados con la composición del hormigón y las propiedades mecánicas medidas experimentalmente. El resto de los parámetros mecánicos se determina utilizando las formulaciones del Código Modelo 2010, cuyos resultados se presentan en la tabla 4-4.

Tabla 4-2. Propiedades del hormigón.

Propiedad	Valor
Tipo de hormigón	HA-25/B/20/IIa
Tipo de cemento	CEM II/AM-VL 42.5R
Tamaño probeta	Cilíndrica, Ø15cm
Rel. agua/cemento	0.55
kg cemento/m ³	330
Aditivos	Plastificante
Cono de Abrams [cm]	7.0
Densidad kg/m ³	2280
$f_{cm,7d}$ [MPa]	21.9
$f_{cm,28d}$ [MPa]	26.9

Tabla 4-3. Propiedades mecánicas obtenidas experimentalmente.

Sección	12-20-00/10/30	12-70-00/10/30	25-20-00/10/30	25-70-00/10/30
$f_{cm,28d}$ [MPa]	26.9	26.9	26.9	26.9
Sin armadura de cortante				
Edad [días]	56	91	42	84
T [°C]	19.9	22.2	18.8	21.6
HR [%]	38.2	38.2	38.1	38.4
M_{cr}^* [kNm]	29.2	29.4	15.9	29.7
Armadura de cortante: 1 cerco Ø12 cada 30 cm				
Edad [días]	63	176	110	120
T [°C]	20.3	25.6	23.4	23.9
HR [%]	38.6	34.2	37.0	36.0
M_{cr}^* [kNm]	29.9	30.3	37.2	29.8
Armadura de cortante: 1 cerco Ø12 cada 10 cm				
Edad [días]	98	190	112	126
T [°C]	22.6	25.5	23.6	24.2
HR [%]	37.8	34.7	36.7	35.5
M_{cr}^* [kNm]	29.5	32.3	29.8	26.6
Armadura de cortante: 1 cerco Ø12 cada 10 cm				
Edad [d]	72	152	88	110

*Obtenido de ensayos

Tabla 4-4. Propiedades mecánicas obtenidas del Código Modelo 2010 [26].

Sección	12-20-10/30	12-70-10/30	25-20-10/30	25-70-10/30
Sin armadura de cortante				
f_{cm} [MPa]	28.5	29.4	27.9	29.3
f_{ct} [MPa]	2.3	2.3	2.2	2.3
E_c [MPa]	30790	31263	30455	31192
Retracción ε_{sh} [με]	-440	-514	-398	-502
Coef. Fluencia φ	2.40	2.75	2.21	2.69
Coef. Envej. χ	0.87	0.86	0.88	0.86
M_R [kNm]	28.4	28.5	32.2	30.9
$EB_c \varepsilon_{cs}$ [kNm]	1.1	0.9	7.7	6.3
Armadura de cortante: 1 cerco Ø12 cada 30 cm				
f_{cm} [MPa]	28.8	30.3	29.7	29.8
f_{ct} [MPa]	2.3	2.4	2.4	2.4
E_c [MPa]	30915	31754	31420	31488
Retracción ε_{sh} [με]	-457	-629	-546	-562
Coef. Fluencia φ	2.48	3.36	2.92	3.01
Coef. Envej. χ	0.87	0.84	0.85	0.85
M_R [kNm]	28.6	29.4	34.0	31.4
$EB_c \varepsilon_{cs}$ [kNm]	1.1	1.0	9.0	6.5
Armadura de cortante: 1 cerco Ø12 cada 10 cm				
f_{cm} [MPa]	29.5	30.4	29.7	29.9
f_{ct} [MPa]	2.3	2.4	2.4	2.4
E_c [MPa]	31326	31801	31434	31524
Retracción ε_{sh} [με]	-527	-642	-550	-571
Coef. Fluencia φ	2.82	3.40	2.94	3.06
Coef. Envej. χ	0.86	0.84	0.85	0.85
M_R [kNm]	29.4	29.5	34.0	31.5
$EB_c \varepsilon_{cs}$ [kNm]	1.3	1.0	9.0	6.6
Líneas de referencia (Estado II)				
E_c [MPa]	31053	31659	31234	31420

4.2.2. Resultados experimentales complementarios

Debido al hecho de que el número de ensayos presentados en este trabajo es reducido, se utilizan dos conjuntos de ensayos adicionales. La intención es verificar las conclusiones obtenidas

de los ensayos descritos anteriormente. El primer conjunto de datos pertenece a Gribniak et al. [147] y comprende seis vigas de las cuales cuatro están reforzadas con barras de polímeros reforzados con fibra de vidrio (GFRP: Glass Fibre Reinforced Polymer). Estos experimentos tienen compensación de retracción por medio del método inverso propuesto por Kakauskas y Gribniak [123], explicado en el estado del arte. El segundo conjunto pertenece a Bach y Graf [149] y fue utilizado por Rao y Subrahmanyam [146], de dónde se recogen los datos. Estos experimentos fueron llevados a cabo a comienzos del siglo XX sin corrección de los efectos de retracción. Las principales características geométricas y mecánicas para ambos conjuntos se resumen en la tabla 4-5 y la tabla 4-6.

4.3. Resultados experimentales

Las mediciones de deformaciones a lo largo de las bases extensométricas son útiles para obtener las deformaciones baricéntricas y las curvaturas. Por otro lado, las mediciones de rotaciones y deflexiones pueden utilizarse para obtener una segunda estimación de las curvaturas y permiten un contraste de las mediciones realizadas con el extensómetro, probando la calidad de los datos medidos.

Tabla 4-5. Propiedades geométricas y mecánicas de las vigas ensayadas por Bach y Graf [149].

Esquema
Nombre	R1.68%	R1.32%	Ro.90%	Ro.65%	Ro.31%	TB50_1.68%	TB75_1.68%	TB100_1.68%
b [m]	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.20	0.20	0.20
h [m]	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.40	0.40	0.40
B [m]	—	—	—	—	—	0.50	0.75	1.00
h _s [m]	—	—	—	—	—	0.10	0.10	0.10
$\rho = A_{st}/bd$	1.68%	1.32%	0.90%	0.65%	0.31%	0.31%	0.31%	0.31%
f _c [MPa]	22.9	22.9	22.9	22.9	22.9	22.9	22.9	22.9

En el vano central de los elementos ensayados, definidos en la tabla 4-1, hay 17 bases extensométricas de 20 cm. De este modo, la curvatura, κ , puede obtenerse para cada base de medida i y, consecuentemente, se puede determinar el valor medio para el vano central. Del mismo modo, la variación de rotación que experimentan los apoyos está relacionada con la curvatura, tal como expresa el primer teorema de Mohr.

Tabla 4-6. Propiedades geométricas y mecánicas de las vigas ensayadas por Gribniak et al. [147].

Nombre	S2-1	S2-3	S2-4-1nm	S2-4-2nm	S2-5nm	S2-6nm
b [m]	0.301	0.300	0.304	0.303	0.302	0.303
h [m]	0.279	0.282	0.273	0.276	0.273	0.273
d [m]	0.254	0.272	0.275	0.272	0.246	0.243
c [m]	0.030	0.029	0.028	0.027	0.026	0.029
A_{s1} [cm ²]	4.661	4.661	4.524	4.524	4.524	4.524
A_{s2} [cm ²]	0.566	0.566	0.566	0.566	0.566	0.566
$\rho=A_{s1}/bd$	0.61%	0.57%	0.54%	0.55%	0.61%	0.61%
f_c [MPa]	49.4	48.1	47.2	49.4	56.0	56.0
E_s [MPa]	210.5	210.5	—	—	—	—
E_f [MPa]	—	—	64.7	64.7	64.7	64.7
ε_{sh} [με]	241	268	318	332	379	379

También, si se asume una variación lineal de curvaturas en los voladizos, se puede obtener la siguiente relación entre las rotaciones en las caras exteriores de los voladizos y la curvatura:

$$\Delta\theta_{cant,AB} = \int_0^{L_v} \kappa(x) dx = \int_0^{L_v} \frac{1}{2} \kappa_m dx + \int_0^L \kappa_m dx + \int_0^{L_v} \frac{1}{2} \kappa_m dx = \kappa_m (L + L_v) \quad (4.1)$$

Finalmente, la deflexión en el centro de vano puede obtenerse mediante una doble integral de las curvaturas:

$$f_{50\%L} = \theta_A \frac{L}{2} + \int_0^{L/2} \int_0^{L/2} \kappa(x) dx dx = \theta_A \frac{L}{2} + \kappa_m \frac{L^2}{2}, \quad \theta_A = \frac{1}{2} \Delta\theta_{AB} = \frac{1}{2} \kappa_m L \quad (4.2)$$

En la ecuación (4.2), es necesario conocer el valor de la rotación entre los apoyos, la cual puede obtenerse de las mediciones llevadas a cabo en los inclinómetros o desde las curvaturas, usando el primer teorema de Mohr.

El principal motivo de utilizar diferentes tipos de sensores la detección de problemas o imprecisiones durante los ensayos mediante la simple comparación de lecturas. La figura 4-3 muestra una correlación entre las rotaciones y las deflexiones medidas experimentalmente en el centro de vano y las rotaciones y deflexiones obtenidas por integración de las curvaturas medidas. En esta figura se puede ver claramente que las deflexiones obtenidas de las curvaturas medidas son algo mayores que las medidas con los flexímetros (LVDT).

La figura 4-4 muestra un resumen de los resultados experimentales obtenidos para todos los elementos ensayados en forma de diagramas momento-curvatura ($M-\kappa$). Para cada sub-grupo, se introduce una línea de referencia que representa el comportamiento teórico en Estado II para un hormigón con una edad media para los respectivos ensayos¹. Es importante notar que los valores analíticos que se presentan se basan en las hipótesis clásicas utilizadas en servicio, explicadas en la introducción del capítulo 3. De este modo, la línea de referencia no reproduce ninguna no linealidad debida al aplastamiento del hormigón o la plasticidad del acero. Simplemente, esta curva se extiende hasta el máximo valor de esfuerzo medido experimentalmente.

Figura 4-3. Izquierda: Rotaciones experimentales (abscisa) versus rotaciones obtenidas mediante integración de curvaturas (ordenada). Derecha: Deflexiones experimentales (abscisa) versus deflexiones obtenidas por doble integración de curvaturas (ordenadas).

Figura 4-4. Diagramas $M-\kappa$ experimentales normalizados obtenidos de las deformaciones superficiales en el hormigón.

¹ Dado que los ensayos se han realizado en diferentes fechas, esta es la manera que se ha encontrado de poder comparar los resultados sin tener que modificar los mismos.

4.4. Discusión de resultados

4.4.1. Datos experimentales modificados por el método inverso (diagramas libres de retracción)

Como se ha comentado anteriormente, los resultados experimentales obtenidos a partir de deformaciones medidas en la superficie del hormigón se encuentran influenciadas por las deformaciones reológicas. De este modo, con el objeto de obtener resultados confiables se debe aplicar la metodología inversa descrita en el estado del arte [120, 147]. La figura 4-5 es como la figura 4-4, pero eliminando el efecto de la retracción.

De la simple observación de las curvas presentes en la figura 4-5 se identifica un desplazamiento horizontal (una reducción) de los valores corregidos por la técnica inversa. Esta diferencia de curvatura es casi constante e independiente del valor del momento flector. Para una sección transversal con armadura de tracción únicamente sujeta a retracción sin otra acción concomitante, se puede suponer que la deformación de retracción ocurre libremente en la fibra comprimida mientras que debido a la adherencia perfecta entre hormigón y acero, no puede desarrollarse en la fibra donde se encuentra la armadura. La situación real no diferirá mucho de esta simplificación [14]. Por lo tanto, la diferencia de curvatura inducida por la retracción puede estimarse aproximadamente como la relación entre la retracción libre y el canto útil de la sección.

El efecto de la retracción es más pronunciado a medida que avanza la edad del elemento ensayado. En algunos casos, este efecto, denominado como “*tension-stiffening* negativo”, resulta en una reducción de la rigidez del elemento (por debajo incluso del comportamiento en Estado II). Sin embargo, en los elementos corregidos por la técnica inversa (libres de retracción), esta diferencia ocurre sólo para grandes valores del momento flector para los cuales los materiales se dañan perdiendo las propiedades elásticas, dejando de aplicarse las hipótesis clásicas definidas al inicio del capítulo 3. La viga 25-20-00, accidentalmente fisurada antes del ensayo, presenta un comportamiento alterado debido a su propia historia de carga.

Figura 4-5. Diagrama $M-\kappa$ normalizado. Valores experimentales corregidos por la metodología inversa.

Para las vigas 25-20 y 25-70 hay algunos resultados experimentales libres de retracción que quedan fuera de la línea de referencia. Sin embargo, en este caso, el problema debe achacarse al comportamiento no-lineal de los materiales (aplastamiento del hormigón y/o plastificación de las armaduras) el cual no ha sido incluido en las ecuaciones constitutivas simplificadas adoptadas

para las líneas de referencia. Los resultados obtenidos confirman la importancia de una correcta evaluación del efecto de la retracción a la hora de estudiar el comportamiento en servicio de vigas en flexión.

4.4.2. Relación entre momentos y curvaturas

Esta sección se dedica al análisis de la precisión de algunos de los modelos de *tension-stiffening* presentados en el estado del arte. La figura 4-8 y figura 4-9 presentan una comparación analítica-experimental utilizando los diagramas momento-curvatura para las vigas 12-20/70-10 y 25-20/70-10, respectivamente. Para clarificar esta presentación los resultados analíticos se agrupan de a tres, repitiendo la misma representación dos veces. En todos los gráficos hay dos líneas de referencia, las cuales representan los Estados I y II, y dos grupos de resultados experimentales: los medidos directamente y los corregidos por la técnica inversa de Kaklauskas [120]. El gráfico superior se presentan resultados obtenidos con los métodos de Branson [130], EC2 [25] y Walraven [128]. En el gráfico inferior se presentan resultados obtenidos para modelos donde se modifica la ecuación constitutiva del hormigón: Vecchio y Collins [117, 127], Hsu [118] y Kaklauskas [113].

Un análisis de los resultados obtenidos permite concluir que los métodos propuestos por el EC2 y Walraven ajustan correctamente los datos experimentales puros, sin corrección. Por otro lado, cuando se miran los resultados libres de retracción, los métodos de Branson, Vecchio y Hsu representan mejores aproximaciones.

Figura 4-6. Diagrama $M-\kappa$ normalizado: comparación entre vigas 12-20-10 y 12-70-10.

 Figura 4-7. Diagrama $M-\kappa$ normalizado: comparación entre vigas 25-20-10 y 25-70-10.

4.4.3. Efecto de *tension-stiffening* cuantificado en las ecuaciones constitutivas de los materiales

Otro interesante resultado obtenido mediante el método inverso es la ley de *tension-stiffening* (ley tensión-deformación en la parte traccionada) asociada a los resultados experimentales. Esta ley puede obtenerse tanto para el hormigón como para el acero. La elección del material en cual la ley se aplica es arbitraria, ambas leyes son equivalentes y reproducen los mismos resultados.

De este modo, la figura 4-8 y figura 4-9 muestran las leyes obtenidas para el hormigón y acero, respectivamente. Nuevamente, los resultados se presentan en cuatro grupos. Con el objeto de comparar resultados, solamente la ley propuesta por Vecchio y Collins [117, 127] es utilizada para el hormigón y la ley del Código Modelo [26, 124] es utilizada para el acero.

La figura 4-8 muestra que los resultados analíticos obtenidos para barras de 12 mm de diámetro son más cercanos que los obtenidos para barras de 25 mm. Por otro lado, la comparación entre valores teóricos y experimentales es mejor para recubrimientos de 20 mm que para 70 mm. La viga 25-20-00, fisurada antes de realizar el ensayo, muestra una fuerte reducción del efecto de *tension-stiffening*.

La figura 4-9 muestra las leyes de *tension-stiffening* relacionadas con el acero. Las curvas obtenidas pueden utilizarse para un análisis comparativo de los efectos de *tension-stiffening* evaluados para el mismo nivel de tensión en las armaduras. Esto podría ser también útil para evaluar la reducción de rigidez de una sección fisurada a medida que aumenta las deformaciones de las armaduras. La figura 4-9 evidencia que el *tension-stiffening* juega un rol prominente en elementos con bajas cuantías (barras de 12 mm).

Figura 4-8. Relaciones tensión-deformación (leyes de *tension-stiffening*) obtenidas por la metodología inversa en el hormigón.

La comparación de las leyes recomendadas por el código Modelo y los diagramas derivados a partir de los ensayos libres de retracción evidencian una significativa subestimación del efecto de *tension-stiffening* por parte de la normativa. Esto refleja la necesidad de mejorar la formulación con el objeto de evaluar correctamente los efectos de la retracción.

Figura 4-9. Relaciones tensión-deformación (leyes de *tension-stiffening*) obtenidas por la metodología inversa en el acero.

4.4.4. Estudio de la interpolación entre los estados I y II (metodología EC2)

La sección anterior ha tratado el efecto de *tension-stiffening*, cuantificando estos efectos en las ecuaciones constitutivas del hormigón y acero. Sin embargo, existe otra manera de estudiar los efectos de *tension-stiffening*, y es cuantificando el coeficiente de interpolación entre los estados I y II, del mismo modo que lo hace el EC2 y el MC2010. De este modo, a partir de resultados experimentales de curvaturas se puede estimar el factor de interpolación ζ especificado en el EC2 del siguiente modo:

$$\kappa_m = (1 - \zeta) \kappa_I + \zeta \kappa_{II} \rightarrow \zeta = \frac{\kappa_m - \kappa_I}{\kappa_{II} - \kappa_I} \quad (4.3)$$

Siendo κ_m la curvatura libre de retracción obtenida a partir de los datos experimentales, mediante la metodología inversa de Kaklauskas y Gribniak [120, 151] y, κ_I y κ_{II} las curvaturas analíticas obtenidas para los estados I y II, respectivamente. A partir de estos resultados es posible evaluar la bondad de fórmula propuesta por el EC2:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_R}{M} \right)^a, \quad a = 2 \quad (4.4)$$

Dónde el factor de interpolación ζ depende de dos factores adimensionales β_1 y β_2 , cuyo producto para cargas instantáneas es igual a la unidad, y de la relación entre el momento de fisuración M_R y el momento solicitante M , elevada a un factor exponencial a .

Para realizar este análisis, resulta atractivo mantener la misma forma de la ecuación (4.4) y ajustar mediante mínimos cuadrados el parámetro exponencial a con el objeto de reproducir correctamente los resultados experimentales.

Para poder comparar las estimaciones realizadas con el método de Branson [152], base del ACI-318 [122], las curvaturas medias κ_m se obtienen dividiendo el momento flector por el módulo de inercia efectivo I_e , cuya forma es:

$$I_e = \left(\frac{M_R}{M} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_R}{M} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \quad (4.5)$$

Siendo I_g es el momento de inercia de la sección no fisurada bruta (ignorando la armadura); I_{II} es el momento de inercia de la sección fisurada (Estado II); M es el momento solicitante en el centro de vano para una viga simplemente apoyada o en el empotramiento de una viga en voladizo (aplicándose algunas formulaciones algo más elaboradas para estructuras hiperestáticas) y M_R es el momento de fisuración.

De este modo, los valores de curvatura así obtenidos ($\kappa_m = M/EI_e$), pueden introducirse en la ecuación (4.5) para obtener el valor de ζ equivalente.

En la figura 4-10 se muestra las estimaciones realizadas con EC2 ($a=2$) y ACI (Branson) contrastadas con las mediciones realizadas, sin corrección alguna de los efectos de retracción.

En este caso, debido a que muchos valores caen fuera de las región definida por el comportamiento en Estado I y II, las estimaciones por mínimos cuadrados del parámetro a no fueron satisfactorias. A lo largo del trabajo se ha mencionado que, debido a los efectos de la retracción, las armaduras longitudinales se encuentran pre-comprimidas y que, en el momento de producirse la fisuración, esta tensión se libera bruscamente, produciendo un incremento de curvatura que modifica los resultados experimentales obtenidos. La comparación de los métodos

EC2 y ACI permite observar un hecho ya conocido, y es que la formulación de Branson tiende a subestimar las curvaturas reales para cuantías bajas y niveles de carga reducidos (relaciones M/M_R cercanas a 1.00), cosa que sucede en losas de edificación. Por lo tanto, las estimaciones realizadas de acuerdo con el método de Branson no son seguras en dicha zona, resultados que se confirman claramente en los especímenes 12-20, no siendo tan claro en los 12-70. En cualquier caso, para elementos con bajas cuantías las estimaciones basadas en la formulación EC2 tienden a ser seguras comparadas con lo propuesto por ACI. A medida que el momento flector es mayor, las diferencias tienden a desaparecer entre ambos métodos, del mismo modo que tienden a desaparecer los efectos del *tension-stiffening*. Lo mismo ocurre a medida que aumenta la cuantía de armadura.

Figura 4-10. Variación del coeficiente de interpolación ζ con la carga.

Por otro lado, resulta interesante estudiar que ocurre para los resultados “libres de retracción”. La figura 4-11, de forma similar a la figura 4-10, muestra la evolución del factor de interpolación ζ superponiendo los valores propuestos por el EC2 ($a=2$) y Branson, y adicionando una nueva curva que representa la mejor estimación mediante mínimos cuadrados del parámetro exponencial a , junto con las estimaciones experimentales “libres de retracción”. Los valores de a para cada grupo de elementos se presentan en cada gráfico; para 12-20-00/10/30 es 0.98; para 25-20-00/10/30 es 0.94; para 12-70-00/10/30 es 1.71 y para 25-70-00/10/30 es 1.41. Esta figura muestra que la expresión propuesta por el EC2 sobrestima el valor de κ para el conjunto de datos analizado. Esto produce una estimación cercana al Estado II, la cual puede considerarse en el lado seguro desde el punto de vista del cálculo de deflexiones.

Figura 4-11. Variación del coeficiente de interpolación ζ con la carga. Resultados libres de retracción.

Debido al hecho que el número de ensayos es reducido, el mismo análisis se repite para otros datos experimentales complementarios [147, 149]. La figura 4-12 muestra los resultados obtenidos para los ensayos de referencia [147] corregidos mediante la metodología inversa de

Kaklauskas [120]. En este caso, todas las vigas tienen la misma cuantía de armadura y la diferencia puede encontrarse en el tipo de refuerzo utilizado (barras de acero o GFRP). En general, el EC2 da una mejor aproximación para vigas armadas con GFRP, mientras que para las armaduras de acero, la predicción de Branson es más precisa.

Figura 4-12. Variación del coeficiente de interpolación ζ con la carga (ensayos de [147]).

La figura 4-13 presenta los resultados obtenidos para los ensayos de referencia [149], cuyas principales características se detallan en la tabla 4-5. En todos los casos, el parámetro a obtenido ha sido mayor que dos. A medida que la cuantía de armadura aumenta, tanto el EC2 como el método de Branson tienden a dar el mismo resultado. Por otro lado, para vigas rectangulares (tipo R), a medida que se reduce la cuantía de armadura, la aproximación de Branson tiende a ser menos precisa que el EC2.

Es importante notar que los resultados reportados por Batch y Graf no han sido corregidos por los efectos de la retracción, lo cual se traduce en un aumento del parámetro a respecto a los demás ensayos.

 Figura 4-13. Variación del coeficiente de interpolación ζ con la carga (ensayos de [149]).

4.4.5. Propuesta de mejora de la formulación actual del EC2

A partir de los resultados obtenidos en las secciones precedentes, se puede decir que los efectos de la retracción podrían separarse de la forma actual del EC2, reduciendo el valor del exponente a en la ecuación (4.4). Esto implicaría la necesidad de estimar por separado el efecto de las deformaciones reológicas que ocurren desde el momento del hormigonado hasta la entrada en carga. De este modo, la estimación debería hacerse a partir de la suma de dos sumandos, uno que representaría el efecto instantáneo propiamente dicho y otro que ponderaría la historia reológica del elemento hasta el momento de puesta en carga.

 Figura 4-14. Variación del parámetro a con la relación d/h .

En primer lugar se estudia el comportamiento frente a acciones instantáneas, el objetivo es encontrar un valor de a válido para situaciones en las cuales no ocurren efectos reológicos. En la sección 4.4.3 se encontraron algunas discrepancias en las leyes de *tension-stiffening* para los

especímenes con recubrimiento de 70 mm. Por tanto, para detectar la probable influencia del recubrimiento, en la figura 4-14 se estudia la sensibilidad de los resultados obtenidos al parámetro d/h . En dicha figura se puede observar que para recubrimientos de 20 mm ($d/h=0.92$), exceptuando el caso especial de la viga 25-20-00, el valor de $a=1.00$ con muy poca dispersión. Por otro lado, para recubrimientos de 70 mm ($d/h=0.80$) el valor medio se encuentra en torno a 1.50, pero en este caso mostrando una dispersión importante. Estos resultados demuestran que las estimaciones para cargas de corta duración y relaciones d/h mayores a 0.90, es posible plantear una reducción de a de 2.00 a 1.00. Sin embargo, para relaciones d/h en torno a 0.80, la dispersión registrada impide ser concluyente al respecto.

La figura 4-15 presenta una comparativa entre el coeficiente ζ , obtenido a partir de las mediciones experimentales y el valor estimado según la ecuación (4.4), utilizando los valores de a estimados en la sección anterior ($a=1$ para recubrimientos de 20 mm y $a=1.5$ para recubrimientos de 70 mm, además del valor $a=2$ recomendado por el EC2).

Figura 4-15. Coeficiente de interpolación deducido de los resultados experimentales de deflexiones vs. estimaciones teóricas (EC2).

Como se ha mencionado anteriormente, la reducción del parámetro a debe ir acompañada de un término adicional, relacionado con el efecto de la retracción. Esta separación de efectos puede mejorar la predicción de la fórmula, haciéndola más general al poder considerar así diversas situaciones reológicas. Con el objeto de cuantificar el incremento de curvatura debido al efecto de *tension-stiffening* negativo, se analiza la diferencia entre la flecha total medida y la obtenida mediante valores “libres de retracción”, denominada como Δf . La figura 4-16 presenta la relación entre este incremento de flecha curvatura Δf y la flecha f_{sh} que se obtiene de la doble integración de una curvatura media simplificada κ_{cs} obtenida como la relación entre la retracción libre y el canto útil de la sección, $\kappa_{cs} = \varepsilon_{cs}/d$. Esta curvatura representa un valor simplificado, producido por la rotación de la sección alrededor de la armadura traccionada, la cual se supone que coacciona completamente la retracción, suponiendo que la fibra superior comprimida retrae libremente (la misma idea que se presentó en el capítulo 3). En la misma figura se introducen dos líneas horizontales de referencia que expresan la diferencia entre la deformación inducida por la retracción en el Estado II y el I. Las estimaciones numéricas se realizan resolviendo el sistema de ecuaciones de equilibrio de axiles y momentos, definido en el Anejo 1, utilizando las hipótesis clásicas presentadas al comienzo del capítulo 3, junto con la información provista desde la tabla 4-1 a la tabla 4-3.

La naturaleza de la campaña experimental hace que las curvaturas elásticas inducidas por la retracción, previa al ensayo, no sea detectada en las mediciones experimentales. De modo que está curvatura debe sustraerse de las estimaciones teóricas a la hora de realizar el contraste con

las mediciones. Es evidente que, a la hora de calcular deflexiones en estructuras reales, la contribución de esta curvatura elástica debe tenerse en cuenta.

Como se puede observar en la Figura 4-16, para los especímenes 12-20 y 12-70 las relaciones obtenidas se encuentran entre 0.40 y 1.20. Aunque algunos puntos exceden estos valores teóricos, 0.91 para 12-20 y 1.05 para 12-70, los cuales deberían representar un límite superior, los resultados son aceptables dada las incertidumbres existentes en el análisis. Por otro lado, para los especímenes 25-20 y 25-70 las relaciones obtenidas se encuentran entre 0.30 y 0.80. En este caso, las líneas horizontales de referencia, cuyo valor es 0.53 para 25-20 y 0.72 para 25-70, son excedidas únicamente para relaciones M/M_R mayores que 10. La notable reducción experimentada por estos últimos especímenes (barras $\varnothing 25$) demuestra la coacción que experimenta la libre retracción.

Figura 4-16. Flecha adicional producida por la retracción.

De este modo, es posible realizar una estimación segura de las flechas calculando, en primer lugar, la flecha producida por las cargas instantáneas, valiéndose para ello de un coeficiente α reducido respecto al propuesto por el EC2; y sumando luego, la flecha producida por la retracción que ocurre desde el momento en que fragua el hormigón hasta el momento de aplicación de la carga. Para el cálculo de la flecha producida por las deformaciones reológicas es suficiente el uso de las hipótesis clásicas presentadas al inicio del capítulo 3, que corresponden al comportamiento en Estado II. En la figura 4-17 se presenta la comparación entre mediciones de flechas totales y estimaciones analíticas (f_{est}) realizadas de acuerdo al EC2, utilizando $\alpha=1.00$ para la relación $d/h=0.92$ (recubrimiento de 20 mm) y $\alpha=1.50$ para la relación $d/h=0.80$ (recubrimiento de 70 mm) a las cuales se suman los efectos reológicos, tal como se ha mencionado anteriormente.

Como puede observarse, en general, los valores calculados se encuentran en el lado seguro, especialmente para niveles de carga relativamente bajos. A medida que el nivel de carga aumenta (mayores deflexiones), las predicciones teóricas tienden a coincidir con las mediciones, llegando a invertirse el comportamiento para niveles de carga importantes, donde claramente las hipótesis clásicas comienzan a perder validez. Como se ha mencionado anteriormente, la dispersión registrada para relaciones $d/h=0.80$ es importante, lo cual reduce la precisión de las estimaciones. Sin embargo, los resultados obtenidos pueden considerarse aceptables para ambos recubrimientos.

Figura 4-17. Flechas calculadas (f_{est}) vs. flechas medidas (f_{exp}). Izquierda: $\alpha=1.00$. Derecha: $\alpha=1.50$.

Tanto el EC2, como el ACI presentan métodos de interpolación semejantes. Ambos métodos utilizan un parámetro exponencial para el término M/M_R , igual a 2 y 3, respectivamente para EC2 y ACI. De este modo, los análisis previos llevados a cabo para la formulación del EC2 pueden extenderse fácilmente al modelo ACI. De este modo, trabajando de la misma manera, el parámetro exponencial definido en la ecuación (4.5) puede ajustarse a los valores experimentales. En este caso, para diferenciarlo del anterior, el parámetro exponencial es denominado como α_B .

Figura 4-18. Coeficiente de interpolación deducido de los resultados experimentales de deflexiones vs. estimaciones teóricas (Branson/ACI).

La figura 4-18 presenta una comparativa entre los valores del coeficiente ζ , obtenido a partir de la ecuación (4.3) y las deflexiones medidas experimentalmente, y las estimaciones teóricas utilizando la ecuación (4.5). Se analizan tres valores del parámetro α_B : 1, 2 y 3 (siendo 3 el valor utilizado en el método de Branson). Debido a que el método de Branson utiliza las propiedades de inercia relacionadas con cada sección, las diferentes familias se presentan por separado.

En este caso, la conclusión no es evidente como lo fue para el análisis anterior (EC2). Los resultados obtenidos demuestran que el parámetro exponencial a_B depende no sólo del recubrimiento, sino también de la cuantía de armadura. Además, no siempre el valor propuesto por Branson sobrestima las deflexiones obtenidas. Por estos motivos, no es posible concluir una propuesta de mejora para el método de Branson.

4.4.6. Relación entre momentos y las deformaciones de la armadura traccionada

La medición de la deformación a nivel de la fibra que corresponde a la armadura traccionada es un dato importante para los estudios de fisuración y por tanto para la verificación del comportamiento en servicio. La figura 4-19 presenta un resumen de los resultados experimentales obtenidos para las cuatro familias de vigas ensayadas. Como líneas de referencia para los estados límite I y II, se vuelve a escoger el comportamiento teórico de un hormigón cuya edad es la media de los tres ensayos, ver tabla 4-3. La figura 4-20, idéntica en forma, representa los resultados “libres de retracción”.

Figura 4-19. Diagramas ε_{s1} vs M_{ad} . Resultados experimentales brutos.

En general, se puede observar que las deformaciones “libres de retracción” son menores a las totales, en torno a un 30% para las vigas 12-20 y 12-70 y en un 20% para las vigas 25-20 y 25-70. La viga 25-20-00, prefisurada accidentalmente, es la única que evidencia una tendencia contraria a las demás, por lo tanto su resultado no es tomado en consideración. Como se vió en el análisis previo de curvaturas, por efecto de la retracción previa al momento del ensayo, las armaduras se encuentran pre-comprimidas. Por lo tanto, con el objeto de comparar los resultados, los datos experimentales brutos deben en corregirse, colocando el origen de deformaciones en la compresión inicial. La figura 4-21 presenta la comparación entre los datos obtenidos con el método inverso y los datos brutos a los cuales se le suma la deformación inicial negativa,

calculada con hipótesis de Estado I. Este resultado demuestra no hay un cambio importante en la deformación de la armadura traccionada, confirmando los conceptos teóricos del capítulo 3.

Figura 4-20. Diagramas ε_{s1} vs M_{ad} . Resultados experimentales libres de retracción.

Figura 4-21. Diagramas ε_{s1} vs M_{ad} . Mediciones brutas menos valor inicial elástico vs. mediciones corregidas con el método inverso.

Además, del mismo modo que se hizo para curvaturas, se analiza nuevamente el coeficiente de interpolación ζ entre los estados I y II para las deformaciones del acero traccionado “libres de retracción”. Como se ha visto en la comparación previa, no hay diferencias importantes con los resultados brutos si se tiene en cuenta la compresión inducida por la retracción previa. La figura 4-22 muestra esta comparación, se puede ver que para las familias 12-20 y 25-20, el valor del exponente $a=1.00$, se adapta sensiblemente mejor al propuesto por la normativa. También para las familias 12-70 y 25-70, aunque se observa una dispersión importante, el valor $a=1.50$ tiende a dar valores seguros respecto a los medidos.

Figura 4-22. Coeficiente de interpolación deducido de los resultados experimentales de deformaciones del acero traccionado vs. estimaciones teóricas.

Por lo tanto, se puede decir que los valores teóricos representan una estimación razonable que tiende a quedar del lado seguro, tal como demuestran los resultados presentes en la figura 4-23. En esta figura las mediciones “libres de retracción” se contrastan con los resultados obtenidos a partir de las leyes de *tension-stiffening* definidas previamente.

Figura 4-23. Deformaciones del acero calculadas ($\varepsilon_{s1,est}$) vs. deformaciones medidas ($\varepsilon_{s1,exp}$). Izquierda: $a=1.00$. Derecha: $a=1.50$.

4.4.7. Deformaciones a nivel de la fibra baricéntrica. Efecto *beam-growth*

La integral de las deformaciones a nivel de la fibra baricéntrica permite obtener el alargamiento que se produce en la viga por efecto de la fisuración (*beam-growth*). En los ensayos realizados, esta deformación baricéntrica se obtiene como la media entre las deformaciones obtenidas en la fibra de armadura superior e inferior.

La figura 4-24 muestra los diagramas de alargamiento obtenidos para cada espécimen ensayado, calculados a partir de deformaciones medidas y la figura 4-25, lo mismo pero para deformaciones “libres de retracción”. Como líneas de referencia para los estados límite I y II, se vuelve a escoger el comportamiento teórico de un hormigón cuya edad es la media de los tres ensayos, ver tabla 4-3.

Figura 4-24. Diagramas ΔL vs. M_{ad} . Resultados experimentales brutos.

Los alargamientos deducidos a partir de los datos brutos son claramente superiores, pero como se ha mencionado en la sección anterior, es necesario quitar el efecto de la pre-compresión inicial debida a la retracción, lo cual produce un acortamiento de la viga. En la figura 4-26 se comparan los alargamientos obtenidos con las deformaciones “libres de retracción” con las mediciones brutas a las que se le restan las deformaciones elásticas inducidas por la retracción. En este caso, a diferencia del caso anterior, la retracción tiene un efecto más importante a nivel de la fibra baricéntrica, reduciéndola. Estos resultados verifican los aspectos teóricos deducidos en el capítulo 3.

Figura 4-25. Diagramas ΔL vs. M_{ad} . Resultados experimentales libres de retracción.

Figura 4-26. Diagramas ΔL vs. M_{ad} . Mediciones brutas menos valor inicial elástico vs. mediciones corregidas con el método inverso.

Nuevamente, se analiza nuevamente el coeficiente de interpolación ζ entre los estados I y II para las deformaciones del acero traccionado “libres de retracción”. La figura 4-27 muestra esta comparación, se puede ver un comportamiento similar a los casos anteriores, quedando la interpolación del lado de mayores alargamientos. En este caso, a diferencia de los anteriores, esto no implica quedar del lado seguro, puesto que los alargamientos suelen compensar en parte los efectos reológicos.

El efecto de la retracción a nivel de la fibra baricéntrica se puede estimar, simplifícadamente, a partir de la rotación del plano de deformaciones a través de la armadura traccionada, tal como se ha explicado en el capítulo 3. De este modo, el efecto a nivel de fibra baricéntrica es un acortamiento proporcional al 50% de la retracción libre, aproximadamente. La figura 4-28 muestra la relación entre el acortamiento inducido por la retracción y el alargamiento teórico $\varepsilon_{sh} \cdot L$, siendo L la longitud entre apoyos (3.42 m). Tal como se puede observar, la suposición del 50% no está alejada de la realidad, por lo que se considera una hipótesis válida de cara a las estimaciones teóricas.

Figura 4-27. Coeficiente de interpolación deducido de los resultados experimentales de alargamientos vs. estimaciones teóricas.

Figura 4-28. Relación entre el acortamiento inducido por la retracción y el máximo teórico, a nivel de la fibra baricéntrica.

Finalmente, se comparan las mediciones experimentales (corregidas con los acortamientos elásticos iniciales, no medidos) con estimaciones teóricas a partir de las leyes de *tension-stiffening* con $\alpha=1.00$ para recubrimientos de 20 mm y $\alpha=1.50$ para recubrimientos de 70 mm, junto con un acortamiento producido por el 50% de la retracción libre. Como se puede ver, y debido a lo comentado en la figura 4-27, las estimaciones teóricas son siempre superiores a las mediciones. Esto no puede considerarse del lado de la seguridad a la hora de compensar acortamientos

inducidos por las deformaciones reológicas o temperatura. Por lo tanto, en estos casos, el modelo de *tension-stiffening* debería ajustarse mejor para producir acortamientos iguales o menores que los medidos.

Figura 4-29. Alargamientos calculados (ΔL_{est}) vs. medidos (ΔL_{exp}). Izquierda: $\alpha=1.00$. Derecha: $\alpha=1.50$. $\Delta L_{sh}=0.5 \cdot \epsilon_{sh} \cdot L$

5. COMPORTAMIENTO TEÓRICO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

5.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es el estudio del comportamiento estructural de elementos simples de hormigón armado trabajando en condiciones de servicio, respetando las hipótesis de acciones y comportamiento material definidas en el capítulo 3. En particular, se estudian vigas y pilares de un solo vano sujetas a diferentes condiciones de borde y desplazamientos impuestos. Lo que se busca es la deducción de conceptos útiles para el análisis estructural de pórticos simples y puentes integrales.

Para lograr esto, en primer lugar, se analiza el caso particular de tres vigas con diferentes condiciones de contorno que cubren una luz típica de edificación y que soportan elevadas cargas muertas y de servicio. El análisis del comportamiento de estos elementos permite deducir expresiones sencillas para determinar los desplazamientos impuestos, la rigidez axil equivalente y los esfuerzos hiperestáticos máximos que estos elementos pueden desarrollar en caso de estar coaccionados al movimiento. Como se verá en este capítulo, es posible obtener resultados aproximados sin necesidad de resolver el problema mediante ordenador, lo cual puede ser de mucha utilidad en fases de proyecto en las cuales no se disponga de tiempo suficiente para realizar estas determinaciones.

En segundo lugar se analiza el comportamiento de pilares, presentándose elementos matemáticos que permiten su análisis y además, diagramas de utilidad práctica de los cuales puede deducirse la rigidez a flexión equivalente cuando se espera algo de fisuración en el pilar.

Finalmente, a partir de una formulación simple que permite calcular la interacción entre dinteles y pórticos se puede determinar el grado de coacción que los pilares ejercen en los dinteles, y determinar el nivel de axil hiperestático que puede desarrollarse en estos elementos cuando actúan deformaciones impuestas en los mismos. Para cuantificar los fenómenos se estudian dos tipologías típicas de pasos superiores de carretera: puentes de vigas y puentes losa, delimitando rangos de utilización e introduciendo el puente integral analizado en esta tesis como caso particular.

5.2. Elementos horizontales (vigas)

El análisis estructural se realiza con el programa de elementos finitos SOFiSTiK [153], utilizando las ecuaciones constitutivas clásicas que se utilizaron en el análisis seccional.

El estudio se centra en el comportamiento de las tres vigas mostradas en la figura 5-1. Todas ellas se encuentran coaccionadas al movimiento horizontal y tienen distinto grado de hiperestaticidad.

Figura 5-1. Vigas analizadas: a) Viga-1 bi-empotrada, b) viga-2 apoyada-empotrada, c) viga-3 bi-apoyada.

5.2.1. Acciones

Las acciones utilizadas se corresponden con obras de edificación. Se consideran tres acciones diferentes:

Cargas verticales instantáneas, aplicadas en el instante t_0 , que corresponden de la hipótesis cuasi permanente, CTE [153].

Deformaciones impuestas diferidas de retracción y fluencia, que se desarrollan de forma gradual con el tiempo, desde t_0 hasta t_∞ .

Deformaciones impuestas de temperatura, que se aplican de forma instantánea en t_∞ .

Los valores de estas acciones, para una viga se sección cuadrada de 60 cm de lado (60x60), son los siguientes:

1. Acciones directas:

- Peso Propio: 9 kN/m
- Peso del forjado y carga muerta: 54 kN/m
- Sobrecarga de uso: 45 kN/m

2. Deformaciones impuestas (hormigón HA-40, endurecimiento normal [24]):

- Retracción (t_∞): $\varepsilon_{cs} = -329 \mu\epsilon$
- Coeficiente de fluencia (t_∞): $\varphi = 2.50$

- Variación uniforme de temperatura: $\Delta T = \pm 10^{\circ}\text{C}$

La combinación de carga cuasipermanente, según la instrucción CTE [153], es la siguiente,

$$q_{\text{ELS}} = (9 \text{ kN/m} + 54 \text{ kN/m}) + 0.3 \cdot (45 \text{ kN/m}) = 76.50 \text{ kN/m}$$

5.2.2. Hipótesis de carga

En correspondencia con las acciones definidas anteriormente, las hipótesis de carga analizadas son las que se definen a continuación:

- Comportamiento instantáneo (t_0): Combinación cuasipermanente (q_{ELS}).
- Comportamiento diferido (t_{∞}): Combinación cuasipermanente (q_{ELS}) + retracción y fluencia ($\varepsilon_{\text{cs}} + \varphi$).
- Comportamiento diferido (t_{∞}): Combinación cuasipermanente (q_{ELS}) + retracción y fluencia ($\varepsilon_{\text{cs}} + \varphi$) + expansión térmica ($+\Delta T$).
- Comportamiento diferido (t_{∞}): Combinación cuasipermanente (q_{ELS}) + retracción y fluencia ($\varepsilon_{\text{cs}} + \varphi$) + contracción térmica ($-\Delta T$).

5.2.3. Dimensionamiento

Tabla 5-1. Resumen de las características de las secciones, 60x60, dimensionadas para las tres vigas.

Sección	Viga 1			Viga 2			Viga 3
	Vano	Transición	Apoyo	Vano	Transición	Apoyo	Vano
b [m]	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60
h [m]	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60
d [m]	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55
d' [m]	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
A_c [m ²]	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36
f_c [MPa]	40	40	40	40	40	40	40
E_c [MPa]	36000	36000	36000	36000	36000	36000	36000
α_T [$10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	10	10	10	10	10	10	10
A_{s2} [cm ²]	3.39	49.10	49.10	16.10	88.40	88.40	29.00
A_{s1} [cm ²]	24.50	24.50	3.39	49.50	49.50	3.39	88.40
f_y [MPa]	500	500	500	500	500	500	500
E_s [MPa]	200000	200000	200000	200000	200000	200000	200000
α_T [$10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	10	10	10	10	10	10	10
EA_b [MN]	12960	12960	12960	12960	12960	12960	12960
EA_h [MN]	13518	14432	14010	14272	15718	14796	15308
El_b [MNm ²]	389	389	389	389	389	389	389
El_h [MNm ²]	424	481	454	471	561	504	536
$k_A = EA_h/EA_b$	1.043	1.114	1.081	1.101	1.213	1.142	1.181
$k_B = El_h/El_b$	1.090	1.237	1.169	1.211	1.443	1.295	1.377
A_h [m ²]	0.375	0.401	0.389	0.396	0.437	0.411	0.425
n [E_s/E_c]	5.6	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56
ρ [A_s/A_c]	0.0068	0.0068	0.0009	0.0138	0.0138	0.0009	0.0246
ρ' [A'_s/A_c]	0.0009	0.0136	0.0136	0.0045	0.0246	0.0246	0.0081

La combinación de carga última, según la instrucción CTE [153], es la siguiente:

$$q_{ELU} = 1.35 \cdot (9 \text{ kN/m} + 54 \text{ kN/m}) + 1.5 \cdot (45 \text{ kN/m}) = 152.55 \text{ kN/m}$$

A partir de esta combinación se dimensiona la sección de 60x60 para las diferentes configuraciones estáticas, en flexión simple, utilizando los momentos flectores elásticos. Las características de las secciones dimensionadas para las tres vigas se presentan en la tabla 5-1.

5.2.4. El efecto “*beam-growth*” y su relevancia estructural

Durante el análisis seccional (capítulo 3) y experimental (capítulo 4) se demostró que en la situación instantánea, cuando la sección se fisura, la deformación baricéntrica deja de ser nula. Esta deformación integrada a lo largo del eje baricéntrico en un elemento estructural sin coacción horizontal, produce un alargamiento. Este efecto no lineal, observado también por otros investigadores [13, 103, 104, 108, 155], se denomina como *beam-growth*. Si bien esta denominación original se ha realizado en el marco de estudios sobre el comportamiento sísmico de estructuras [154] y el comportamiento en ELU [101, 105-107, 156], el fenómeno tiene una importancia relevante en el comportamiento en servicio de estructuras, instantáneo y diferido. Por este motivo la misma expresión es adoptada para describir el problema analizado en este trabajo.

Figura 5-2. Plano de deformaciones de la sección central en la viga bi-empotrada. Alargamiento de la fibra de referencia.

La figura 5-2 muestra cómo varía el plano de deformaciones para un mismo momento flector en un análisis elástico lineal y otro no lineal, en flexión simple. Sirve para mostrar el aumento de la deformación de la fibra de referencia en el caso no lineal.

Por este motivo, en un análisis instantáneo sin deformaciones impuestas, la fisuración de la sección produce deformaciones de alargamiento que conducirán a reacciones hiperestáticas, en caso de que los apoyos impidan su libre movimiento.

El efecto hiperestático generado por este fenómeno depende de la rigidez de la coacción y del tipo de empotramiento existente. Los esfuerzos máximos se producirán para un empotramiento perfecto y disminuirán rápidamente con el aumento de flexibilidad en el apoyo, hasta anularse en caso que se libere la coacción.

En el análisis con deformaciones impuestas, los efectos diferidos se superponen a este alargamiento instantáneo a medida que pasa el tiempo. En la figura 5-3 se muestra esta variación del axil hiperestático con el paso del tiempo para las tres vigas investigadas. Para el caso de la sección 60x60 definida en la tabla 5-1, se observa como el alargamiento inicial genera una compresión inicial, de valor $v = -0.1$, en todas las vigas, para luego convertirse en una tracción en el instante final, luego de actuar las deformaciones reológicas.

Figura 5-3. Desarrollo del axil hiperestático en el tiempo, para las tres vigas investigadas.

Para la interpretación de la figura 5-3 es importante tener en cuenta que el grado de utilización axil se define diferentemente en tracción y compresión, tal como se indica en la figura.

El axil de tracción final es mayor en la viga-3 (bi-apoyada) y disminuye a medida que aumenta el grado de hiperestaticidad. Como se verá más adelante, el aumento del axil de tracción está relacionado con la cantidad y disposición de las armaduras, que a su vez dependen de la distribución de los esfuerzos elásticos.

El valor de esta reacción hiperestática depende de la interacción de dos parámetros importantes, la rigidez axil y la deformación de la fibra de referencia. Estos dos factores necesitan un estudio por separado, como el que se realiza a continuación.

5.2.5. Determinación simplificada del alargamiento de la fibra de referencia

Los máximos alargamientos de las vigas se producen en aquellos casos en que no existe coacción horizontal, donde el comportamiento es de flexión simple. Por lo visto en el análisis seccional, en flexión simple, el comportamiento fisurado en servicio es lineal. De este modo, se puede determinar de forma simplificada la deformación total, como se muestra a continuación.

El alargamiento total de una viga ΔL se obtiene integrando las deformaciones en la fibra de referencia a lo largo del elemento. Si se divide este alargamiento por la longitud de la viga L se obtiene una deformación unitaria media $\varepsilon = \Delta L/L$.

En la figura 5-4 se muestra, en la columna de la izquierda y en la parte superior, un diagrama momento-curvatura genérico, para flexión simple, de una de las secciones de la viga. Se muestra el comportamiento instantáneo y el diferido, con acciones directas y reológicas.

Debajo de este diagrama se muestra el diagrama deformación de la fibra de referencia-curvatura, para la situación instantánea y diferida. En las tres filas siguientes se muestra el diagrama deformación de la fibra baricéntrica-curvatura para las siguientes tres acciones: las cargas instantáneas, la retracción y la fluencia.

Normalmente, las secciones de una viga no tienen armadura constante y son distintas las armaduras en los tramos de momentos negativos (zona 1) y positivos (zona 2), por lo que hay que considerar en cada sección el diagrama momento-curvatura correspondiente.

En la segunda columna se muestra, en primer lugar, la ley de momentos estimada para la viga y, seguidamente, las deformaciones de la fibra baricéntrica de distintas secciones de la viga. En las tres filas siguientes de esta columna, al igual que con la anterior columna, se muestra la contribución de las cargas instantáneas, la retracción y la fluencia, a la deformación de la fibra baricéntrica.

Respecto del signo, las deformaciones iniciales son de alargamiento, independientemente del signo del momento flector, mientras que las deformaciones diferidas son siempre de acortamiento.

Las deformaciones por la fisuración inicial, debidas a la carga cuasipermanente, y las producidas por la fluencia dependen linealmente del momento flector, por lo muestran una forma afín a la ley de momentos. Por lo tanto, ambas pueden agruparse en una deformación resultante, cuyo signo dependerá de la deformación predominante.

Tal como se ha dicho, la deformación debida a la retracción tendrá un valor constante y negativo para cada tipo de sección de viga.

Conocidas las leyes de variación de las deformaciones y a partir del conocimiento puntual de las deformaciones en determinadas secciones específicas, donde ocurren los máximos momentos, es posible obtener el desplazamiento horizontal total de la viga.

De este modo, para determinar el alargamiento de una viga bi-empotrada, se adoptan las siguientes hipótesis, tal como se muestra en la figura 5-5 a):

- Se supone que la armadura de la viga está dividida en dos partes. La armadura de los extremos sometidos a momentos negativos, que vienen definidas a partir del dimensionamiento de la sección de apoyo. La armadura de la parte central que está definida a partir del dimensionamiento de la sección del centro de vano.
- La deformación de la fibra baricéntrica debida a la deformación de retracción se supone constante en cada uno de los tramos de viga, con distinta armadura.
- Las deformaciones de la fibra baricéntrica, debidas a las deformaciones instantáneas y de fluencia, se suponen proporcionales a la ley de momentos y se integran a partir de los valores que se producen en las secciones de referencia, de apoyos, S-1, y centro de vano, S-2, ver figura 5-5 a). Se supone una variación parabólica.
- Las deformaciones de temperatura se suman directamente, con un valor constante, $\alpha \cdot \Delta T$.

La sistemática para las demás tipologías es similar. En la figura 5-5 b) y c) se muestran las expresiones del alargamiento de las otras dos vigas investigadas. En estas figuras $\epsilon_{cs,1}$, $\epsilon_{cs,2}$ y ϵ_{cs} corresponden a las deformaciones producidas por la retracción en las secciones de control para las vigas 1, 2 y 3, respectivamente. Del mismo modo, las deformaciones $\epsilon_{cc,1}$, $\epsilon_{cc,2}$ y ϵ_{cc} corresponden al efecto superpuesto de las cargas instantáneas y fluencia. Simplificadamente, las deformaciones de retracción pueden tomarse igual al 50% de la retracción libre.

Figura 5-4. a) Diagrama momento-curvatura y deformación-curvatura en flexión simple, comportamiento en Estado II. Para acciones instantáneas (t_o) y diferidas (t_{∞}) de retracción y fluencia. b) Distribución de momentos supuesta para la viga y deformaciones de la fibra baricéntrica a t_o y t_{∞} . En la segunda fila se muestra el efecto sobre las deformaciones del conjunto de todas las acciones, mientras que en las tres últimas filas se muestran separadamente.

a) Viga-1 bi-empotrada

$$\Delta L = 2\bar{\varepsilon}_{cs,1}L_1 + \bar{\varepsilon}_{cs,2}L_2 + \frac{2}{3}(\varepsilon_{cc,1}L_1 + \varepsilon_{cc,2}L_2) + \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$\bar{\varepsilon}_{cs,1} \cong \bar{\varepsilon}_{cs,2} \cong \frac{\varepsilon_{cs}}{2}$$

$$\Delta L \cong \left[\frac{\varepsilon_{cs}}{2} + \frac{2}{3}(0.21 \cdot \varepsilon_{cc,1} + 0.58 \cdot \varepsilon_{cc,2}) + \alpha \cdot \Delta T \right] \cdot L \quad (5.1)$$

b) Viga-2 apoyada-empotrada

$$\Delta L = \bar{\varepsilon}_{cs,1}L_1 + \bar{\varepsilon}_{cs,2}L_2 + \left(\frac{1}{3}\varepsilon_{cc,1}L_1 + \frac{2}{3}\varepsilon_{cc,2}L_2 \right) + \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$\bar{\varepsilon}_{cs,1} \cong \bar{\varepsilon}_{cs,2} \cong \frac{\varepsilon_{cs}}{2}$$

$$\Delta L \cong \left[\frac{\varepsilon_{cs}}{2} + \frac{1}{3}(0.25 \cdot \varepsilon_{cc,1} + 1.50 \cdot \varepsilon_{cc,2}) + \alpha \cdot \Delta T \right] \cdot L \quad (5.2)$$

c) Viga-3 simplemente apoyada

$$\Delta L = \bar{\varepsilon}_{cs}L + \frac{2}{3}\varepsilon_{cc}L + \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$\bar{\varepsilon}_{cs} \cong \frac{\varepsilon_{cs}}{2}$$

$$\Delta L \cong \left[\frac{\varepsilon_{cs}}{2} + \frac{2}{3}\varepsilon_{cc} + \alpha \cdot \Delta T \right] \cdot L \quad (5.3)$$

Figura 5-5. Método simplificado. Izquierda: Esquema estático y secciones de referencia. Derecha: ecuaciones para la determinación del alargamiento. a) viga-1 bi-empotrada, b) viga-2 apoyada-empotrada y c) viga-3 bi-apoyada.

Figura 5-6. Deformación baricéntrica para momentos de servicio del orden del 50% del momento último ($M_s=50\%M_u$) resistido en flexión simple según la EHE [24]. Arriba, caso general que comprende tres situaciones: t_0 , t_∞ +fluencia, t_∞ +retracción y fluencia. El plano de deformaciones superior, derecha, es el correspondiente a $M_s/bh^2f_{cd} = 0.125$. Abajo: Deformación debida a la retracción.

Para que las formulaciones anteriores funcionen es necesario determinar las deformaciones baricéntricas, las cuales como se ha mencionado requieren de un análisis iterativo para calcularse. De este modo, a continuación se presenta una serie de gráficos que resumen el comportamiento seccional y que permiten obtener éstas deformaciones.

La figura 5-6 resume las deformaciones baricéntricas que experimenta una sección transversal sometida a momentos de servicio (M_s) iguales al 50% del momento de dimensionamiento (M_u). El diagrama es válido para un comportamiento en flexión simple y cargas de servicio del orden

del 50% de la carga última (M_u) y las deformaciones impuestas que se especifican en el gráfico. Las cuantías correspondientes son las estrictas según la EHE [24], que se presentan en el eje de ordenadas secundario, a la derecha del gráfico. En el gráfico ubicado en la parte superior derecha se presentan tres estados de deformación: el instantáneo, el diferido con fluencia y el diferido con fluencia y retracción. La deformación baricéntrica tiene valores máximos positivos para las menores cuantías y disminuye a medida que aumenta el momento flector de servicio y, por tanto, aumenta la cuantía de armadura. Se verifica un cambio de tendencia cuando aparece la cuantía comprimida ρ' .

Este gráfico permite determinar, de forma sencilla, los valores necesarios para introducir en las ecuaciones simplificadas. En la figura inferior se presenta la parte de la deformación impuesta correspondiente a la retracción. Este valor se obtiene como la diferencia entre los estados diferidos con y sin retracción, y permite comprobar, visualmente, la buena aproximación que representa el valor $\varepsilon_{cs}/2$.

En el gráfico de la figura 5-6 se debe leer que el momento de servicio que produce la deformación es el 50% del momento que aparece en abscisas, lo cual puede parecer confuso a primera vista. Sin embargo, el motivo de mantener esta referencia se justifica cuando con el mismo formato se pretende representar diferentes ratios M_s/M_u . De este modo, la figura 5-7 en la parte superior presenta los mismos diagramas para relaciones M_s/M_u desde el 10% hasta el 70% para situaciones instantáneas y diferidas con fluencia. En este caso, como es de esperar las mayores deformaciones instantáneas corresponden a las mayores ratios M_s/M_u , sin embargo, las deformaciones diferidas, suma de las instantáneas y de fluencia, presentan un comportamiento particular, presentando un punto de inflexión, alrededor del momento reducido de dimensionamiento adimensional igual a 0.28, dónde independientemente de la relación M_s/M_u , la deformación baricéntrica es nula. Para esta cuantía de armado se verifica que el acortamiento inducido por la fluencia equipara al alargamiento inicial. Posteriormente, las curvas prosiguen con la tendencia lineal hasta los esfuerzos que requieren armadura comprimida, dónde la tendencia sufre un cambio brusco, manteniéndose aproximadamente constantes las deformaciones resultantes, con una leve pendiente positiva.

Finalmente, para terminar con la determinación de los desplazamientos, la figura 5-8 presenta los mismos resultados pero esta vez cambiando la forma de representación. En este caso, las deformaciones pueden obtenerse a partir del momento de servicio, para una cuantía de armadura dada. Se presentan seis cuantías diferentes, con la particularidad que el valor más alto conlleva el uso de armadura comprimida. Como se puede observar en la figura, se percibe claramente el cambio de tendencia para $\rho = 3\%$, acorde a lo comentado previamente.

Figura 5-7. Deformación baricéntrica para momentos de servicio M_s del orden del 10 al 70% del momento último M_u , resistido en flexión simple según la EHE [24]. Arriba, caso general que comprende el comportamiento instantáneo t_0 , y diferido con fluencia, t_∞ . Abajo: Deformación debida a la retracción.

Como se puede ver en estos gráficos, el efecto *beam-growth* puede ser muy importante y es una de las razones por la cual no se detectan problemas en la mayor parte de estructuras integrales existentes [13]. También debe hacerse notar que este efecto no existe en el caso de forjados pretensados. En apoyo de esta tesis se pueden citar los problemas de fisuración de los soportes detectados durante la construcción del Centro Comercial de Aldaia [6]. Esta estructura tiene una longitud total sin juntas de 250 metros y forjados pretensados. En este caso se produjo una fisuración importante durante la construcción de los pilares más alejados del punto de desplazamiento nulo debido a las deformaciones de retracción y temperatura. Esta fisuración se fue reduciendo al construir las plantas superiores debido al aumento de la carga axial de los soportes.

En el Anejo 1 se presenta un método general para la determinación de este alargamiento que puede utilizarse en aquellos casos que no se encuentren contemplados en éste capítulo.

Figura 5-8. Deformación baricéntrica en función del momento de servicio M_s para diferentes cuantías de armadura. Se presentan resultados para el comportamiento instantáneo t_0 , y diferido con fluencia, t_{0+} .

5.2.6. Efecto de la consideración de la resistencia a tracción en la determinación del alargamiento de la fibra de referencia

En esta sección se realiza una descripción de los efectos de la resistencia a tracción del hormigón en la determinación del alargamiento de la fibra de referencia. Los efectos que introducen las zonas no fisuradas se pueden resumir en:

- El alargamiento de la fibra de referencia puede considerarse nulo, debido a que la fibra baricéntrica está muy próxima al centro de gravedad.
- La deformación de retracción a nivel de la fibra de referencia puede considerarse constante, de valor muy superior al 50% propuesto para secciones fisuradas.
- La deformación axil debida a la fluencia será nula, aumentando únicamente el giro de la sección.
- La deformación de temperatura se suma directamente, del mismo modo que antes.

Por otro lado, el comportamiento en la zona fisurada debe incluir una ley de *tension-stiffening*, lo cual reducirá los desplazamientos axiales y de fluencia, aunque aumentará los efectos de la retracción.

Retomando la discusión desde la figura 5-4, la figura 5-9 muestra los cambios en el comportamiento que introduce una zona no fisurada dentro de una viga bi-empotrada. La zona a) y b) es la propia figura 5-4, mientras que en la zona c) se muestran las modificaciones.

Figura 5-9. a) y b) Esquema similar al de la figura 5-4. c) Efectos de la resistencia a tracción en la distribución de deformaciones axiales debidas al efecto conjunto de acciones instantáneas y diferidas (2^{da} fila), y las acciones por separado (últimas tres filas).

La primera diferencia apreciable es la existencia de una zona intermedia entre la 1 y la 2, que corresponde a la zona no fisurada, zona 3. Esta zona tiene la particularidad que depende del nivel de momentos existente en la viga. Es por ello que las longitudes de las zonas 1, 2 y 3 ahora son una variable que depende de la magnitud de las cargas aplicadas. Dada la dificultad de encontrar una expresión sencilla para determinar estas longitudes, se ha generado la figura 5-10, donde, a partir de la relación entre momento flector de apoyo y de fisuración, es posible deducir la longitud de cada zona para la viga bi-empotrada. En dicha figura se muestran además las relaciones que definen la longitud de las zonas 1 y 2 de flexión simple, constantes, tal como se mostró en la figura 5-5.

Figura 5-10. Longitudes de las zonas 1, 2 y 3 en función de la relación M/M_{fis} para la viga bi-empotrada.

Conocidas las longitudes de cada zona, el segundo paso es estimar las deformaciones debidas a la fisuración de la sección. Estas, están influidas por la resistencia a tracción y el *tension-stiffening*. La figura 5-11 muestra la variación de esta deformación para las tres zonas definidas anteriormente.

Figura 5-11. Deformaciones a nivel de la fibra baricéntrica, para la viga bi-empotrada. Efecto de la resistencia a tracción y *tension-stiffening*.

En este caso, los valores $\varepsilon_{o,1}$ y $\varepsilon_{o,2}$ se pueden obtener a partir de las deformaciones en Estado I y II, tal como establece el EC2 [25], utilizando un parámetro de interpolación que depende de la relación M_{fis}/M .

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{o,I}(1-\zeta) + \varepsilon_{o,II}\zeta \cong \varepsilon_{o,II}\zeta; \quad \zeta = 1 - \beta_1\beta_2 \left(\frac{M_{fis}}{M} \right)^a, \quad a=2 \quad (5.4)$$

Los parámetros β_1 y β_2 , varían en función de si el comportamiento es instantáneo ($\beta_1 \cdot \beta_2 = 1.00$) o diferido ($\beta_1 \cdot \beta_2 = 0.50$). El parámetro exponencial a propuesto por el EC2 [25] es igual a 2.00, aunque en el capítulo 4 se ha visto que dicho valor debería reducirse.

Finalmente, a partir de las estimaciones precedentes es posible estimar el alargamiento del siguiente modo:

$$\Delta L \cong 2\bar{\varepsilon}_{cs,1}L_1 + \bar{\varepsilon}_{cs,2}L_2 + 2\bar{\varepsilon}_{cs,3}L_3 + \frac{2}{3}(\varepsilon_{cc,1}L_1 + \varepsilon_{cc,2}L_2) + \alpha \cdot \Delta T \cdot L \quad (5.5)$$

$$\bar{\varepsilon}_{cs,1} \cong \bar{\varepsilon}_{cs,2} \cong \frac{\varepsilon_{cs}}{2}, \quad \bar{\varepsilon}_{cs,3} \cong \varepsilon_{cs}$$

$$\Delta L \cong \frac{\varepsilon_{cs}}{2}(2 \cdot L_1 + L_2 + 2 \cdot L_3) + \frac{2}{3}(\varepsilon_{cc,1}L_1 + \varepsilon_{cc,2}L_2) + \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

Para la estimación de $\varepsilon_{cc,1}$, $\varepsilon_{cc,2}$, es necesario resolver el problema en Estado II, o utilizar la figura 5-6 y luego multiplicar la deformación resultante por el parámetro ζ de la ecuación (5.4).

5.2.7. Efecto de la presencia de un esfuerzo axial hiperestático en la determinación del alargamiento por fisuración

La figura 5-12 muestra el efecto de un axil hiperestático en el alargamiento total experimentado por las vigas biempotrada, apoyada-empotrada y biapoyada, para la sección de 60×60, cuando actúan cargas instantáneas, la tabla 5-2 resume los resultados obtenidos. En abscisas se presentan los axiles reducidos, diferenciados en tracción y compresión, y en ordenadas el alargamiento experimentado, partido por la longitud de la viga. Se presentan resultados en Estado II, línea de trazos, y considerando la contribución del *tension-stiffening*, con línea continua. La contribución de la resistencia a tracción se realiza de forma simplificada, aceptando una ley del tipo definida en el EC-2. El alargamiento se obtiene integrando las deformaciones de la fibra baricéntrica para una ley de momentos elástica, es decir sin que se produzcan redistribuciones por fisuración, lo cual puede aceptarse dado que las redistribuciones, en caso de existir, no pueden ser importantes en el ámbito de servicio.

Como se ha mencionado, el alargamiento se presenta como una deformación unitaria equivalente, que se obtiene como el alargamiento dividido por la longitud de la viga. El punto para el cual este valor se anula, en abscisas, corresponde al valor del axil hiperestático correspondiente. La ordenada, para axil nulo, representa el *beam-growth* correspondiente. A partir de estos resultados se puede concluir que:

- Para axil nulo, en Estado II, la viga 1 experimenta los mayores alargamientos, más de un 30% superior a los de las vigas 2 y 3. El efecto del *tension-stiffening* es el de reducir y uniformizar este valor que, para la viga-1 representa una reducción en torno al 52%.
- Para desplazamiento nulo se obtienen en abscisas los axiles hiperestáticos correspondientes. En Estado II se verifican las máximas compresiones, superiores a las obtenidas con *tension-stiffening*. En este caso, la mayor compresión surge en la viga-3, dado que tiene una mayor rigidez debido a la armadura dispuesta.

Figura 5-12. Influencia de un esfuerzo axil hiperestático en el valor total del alargamiento.

Tabla 5-2. Resumen de resultados obtenidos en la figura 5-12.

Variable	Estado II			TS (EC-2)			Nota
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 1	viga 2	viga 3	
V_{hip}	-0.09	-0.11	-0.13	-0.06	-0.09	-0.12	$\Delta L/L=0$
$\varepsilon=\Delta L/L$	0.226	0.154	0.154	0.149	0.143	0.143	$v=0$

5.2.8. Resultados obtenidos en alargamientos, comparación con un programa de análisis estructural

La figura 5-13 a), b) y c) muestra, a lo largo del eje de la viga, las deformaciones baricéntricas obtenidas con el programa de elementos finitos SOFiSTiK [153] para las tres vigas analizadas, con

movimiento horizontal permitido. Se presentan dos resultados diferentes, uno con consideración el efecto de *tension-stiffening* y el otro en Estado II. El instante inicial se indica en rojo y el final en azul.

Las diferencias entre la consideración de la resistencia a tracción o no, aparece en la zona de momentos reducidos, donde la sección puede comportarse en Estado I cuando se tiene resistencia a tracción, o estar totalmente fisurada, como ocurre en Estado II. Las zonas en Estado I presentan deformaciones nulas en t_0 y máximas, de acortamiento, en t_∞ .

La tabla 5-3 presenta deformaciones medias obtenidas del análisis numérico (ϵ_{NL}) y con el método simplificado (ϵ_{SIMP}) explicado anteriormente. Además, se incluyen resultados del análisis numérico considerando la resistencia a tracción del hormigón.

Tabla 5-3. Resumen de resultados obtenidos con el método simplificado y el programa de elementos finitos, deformaciones medias, en microdeformaciones, para las tres vigas analizadas.

		Viga bi-empotrada		Viga apoyada-empotrada		Viga bi-apoyada	
[10 ⁻⁶]		ϵ_{NL}	ϵ_{SIMP}	ϵ_{NL}	ϵ_{SIMP}	ϵ_{NL}	ϵ_{SIMP}
$f_{ct}=0$ MPa	t_0	198	210	162	166	155	155
	t_∞	-44	-59	-118	-128	-207	-187
$f_{ct}=3.5$ MPa	t_0	159	149	126	125	143	143
	t_∞	-131	-150	-191	-166	-245	-194
$\epsilon_{NL}/\epsilon_{SIMP}$ (media/varianza)		0.91	0.014	1.01	0.007	1.09	0.012

A partir de los resultados obtenidos se concluye que:

- El método simplificado da deformaciones semejantes a las obtenidas con los análisis no lineales, en Estado II.
- Las diferencias que ocurren al no considerar, en el método simplificado, las zonas de solape de las armaduras y las posibles redistribuciones de momentos, no son importantes.
- La resistencia a tracción reduce las deformaciones iniciales, impidiendo parcialmente la fisuración del elemento, y aumentan las deformaciones finales, debidas a la reología del hormigón.

Figura 5-13. Deformaciones axiales obtenidas en la viga bi-apoyada sin coacción horizontal y con resistencia a tracción, izquierda, y sin coacción y sin resistencia a tracción, derecha, para t_0 - en rojo- y t_∞ - en azul-. a) viga bi-empotrada, b) viga apoyada-empotrada, c) viga bi-apoyada. Sección 60x60.

5.2.9. Determinación de la rigidez axil

El otro parámetro necesario para determinar los esfuerzos hiperestáticos de la viga es la rigidez axil del elemento.

La rigidez axil de la sección homogenizada en el instante inicial (t_0) es:

$$EA_h = E_c (A_c + n \cdot A_s) \quad (5.6)$$

Siendo:

A_c Área de la sección comprimida de hormigón, es decir, el producto del ancho de la viga por la profundidad del bloque comprimido, cuando éste es menor que el canto de la sección.

n Relación entre los módulos de elasticidad del acero y el hormigón ($n = E_s / E_c$).

Del mismo modo, la rigidez axil diferida (t_∞) es:

$$EA_{h,\infty} = E_{c,\infty} (A_c + n_\infty \cdot A_s) \quad (5.7)$$

Siendo:

$E_{c,\infty}$ Módulo de deformación longitudinal del hormigón ajustado a la edad.

$$E_{c,\infty} = E_c / (1 + \chi\varphi) \quad (5.8)$$

n_∞ Coeficiente de homogenización a tiempo infinito.

$$n_\infty = (1 + \chi\varphi) E_s / E_c \quad (5.9)$$

Resulta útil relacionar la rigidez axil fisurada con la rigidez axil bruta, para saber el grado de disminución de rigidez axil que supone el efecto diferido y la fisuración. Se define como:

$$k_A = \frac{E_c}{E_c} \cdot \frac{(A_c + n \cdot A_s)}{b \cdot h} \quad (5.10)$$

y

$$k_{A,\infty} = \frac{E_{c,\infty}}{E_c} \cdot \frac{(A_c + n_\infty \cdot A_s)}{b \cdot h} \quad (5.11)$$

En una viga de hormigón trabajando con cargas verticales, la rigidez axil puede variar de sección a sección, por ello surge la necesidad de establecer una rigidez equivalente. El modelo más simple surge de considerar que el funcionamiento axil de una viga de hormigón armado se puede representar por una serie de muelles unidos en serie, tal como se muestra en la figura 5-14.

Figura 5-14. Esquema del modelo de rigidez axil. Muelles unidos en serie

Cada muelle puede interpretarse como una pequeña barra elástica con rigidez constante, por lo cual su rigidez será:

$$k_i = \frac{EA_i}{\Delta L} \quad (5.12)$$

Además, la rigidez equivalente de un sistema de m resortes en serie es:

$$K_e = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{k_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{\Delta L_i}{EA_i}} = \frac{EA_e}{L} \quad (5.13)$$

Debido a que la profundidad del bloque comprimido varía de sección a sección, la sumatoria anterior se convierte en la siguiente integral:

$$EA_{int} = \frac{L}{\int_0^L \frac{dx}{EA(x)}} \quad (5.14)$$

De este modo, se obtiene una rigidez axil equivalente de la viga si se conoce el valor de EA_h en cada sección.

Como se ha demostrado anteriormente, en flexión simple, las propiedades seccionales instantáneas y diferidas son constantes para cada sección que compone la viga, independientemente del momento flector. La figura 5-15 muestra la rigidez equivalente de una viga bi-empotrada, utilizando la ecuación (5.13), donde se suponen dos tramos armados diferentemente, la zona de momentos negativos, zona 1, y la zona de momentos positivos, zona 2. La viga bi-empotrada se representa con un apoyo móvil, en dirección horizontal, para indicar que no existen axiles hiperestáticos como producto del alargamiento experimentado por el elemento, siendo el comportamiento de flexión simple. La ecuación resultante es:

$$EA_e = \frac{L}{\frac{2L_1}{EA_{h,FS,1}} + \frac{L_2}{EA_{h,FS,2}}} \quad (5.15)$$

Figura 5-15. Rigidez axil equivalente simplificada de una viga bi-empotrada, con desplazamiento axil libre.

Figura 5-16. Rigidez axil en flexión simple en función del momento de dimensionamiento según EHE-08.

Figura 5-17. Rigidez axil en flexión simple en función de la cuantía de tracción (dimensionamiento según EHE-08).

La rigidez axil de cada sección, en flexión simple y sin considerar la resistencia a tracción, puede determinarse a partir del diagrama seccional presentado en la figura 5-16, que corresponde al diagrama rigidez versus el momento de dimensionamiento, utilizando la cuantía estricta exigida por la EHE [24]. En la figura 5-17 se presenta el mismo resultado para una cuantía dada, la cual puede utilizarse en aquellos casos en que sólo se conoce la cuantía de armadura. Se representan dos situaciones extremas, el comportamiento instantáneo y el diferido, para la actuación de fluencia únicamente. La retracción produce una ligera disminución de la rigidez, por lo cual el no

considerarla proporciona valores del lado de la seguridad de cara a la obtención de esfuerzos hiperestáticos, además de facilitar el cálculo.

Como se puede ver en la Figura 5-16, para cuantías del orden del 1% la rigidez instantánea y diferida corresponden al 32% y 20 % de la rigidez bruta, respectivamente. A medida que aumenta la cuantía, este valor aumenta de forma apreciable.

5.2.10. Efecto de resistencia a tracción del hormigón en la determinación de la rigidez axil

Brevemente, en esta sección se explica el efecto que tiene la consideración de la resistencia a tracción en la determinación de la rigidez axil del elemento, que es el de aumentar dicho valor respecto al establecido en la sección anterior.

Las zonas no fisuradas contribuyen a la rigidez axil del elemento en mayor medida que las fisuradas, con rigidez bruta, mientras que en las zonas fisuradas los efectos del *tension-stiffening* van desapareciendo a medida que aumenta el momento flector, acercándose a los valores determinados en Estado II. De este modo, aunque todavía es posible aplicar la ecuación (5.13), la simplificación presentada en la figura 5-15 ya no es válida.

La figura 5-18 representa una actualización respecto a la figura 5-15, dónde se encuentran los cambios mencionados anteriormente. Entre las zonas 1 y 2 aparece una intermedia, denominada zona 3, dónde la rigidez axil es la bruta; mientras que en las zonas fisuradas, el valor medio dependerá del nivel del momento flector máximo respecto al de fisuración. Es decir, si el momento de apoyo es menor que el de fisuración, entonces las zonas 1 y 2 no existen, y la viga tiene rigidez bruta en su totalidad (caso 1):

$$EA_e \cong EA_b \quad (M_{fs} > M_{AP} > M_{CV}) \quad (5.16)$$

Si el momento de apoyo es superior al de fisuración, pero el de centro de vano no, entonces la zona 2 tiene rigidez bruta (caso 2):

$$EA_e \cong \frac{L}{\frac{2L_1}{EA_1} + \frac{2L_3 + L_2}{EA_b}} \quad (M_{AP} > M_{fs} > M_{CV}) \quad (5.17)$$

Si bien las anteriores son situaciones posibles, la mayoría de los casos corresponderán a situaciones dónde tanto el momento de centro de vano, como el de apoyo, excederán el momento de fisuración (caso 3):

$$EA_e \cong \frac{L}{\frac{2L_1}{EA_1} + \frac{2L_3}{EA_b} + \frac{L_2}{EA_2}} \quad (M_{AP} > M_{CV} > M_{fs}) \quad (5.18)$$

La rigidez de cada tramo ya no será constante, salvo en el tramo 3 donde se puede considerar que la rigidez es constante e igual a la bruta. Para los tramos 1 y 2, los valores de rigidez pueden aproximarse del siguiente modo:

$$\begin{aligned} EA_1 &\cong \frac{2}{3}EA_{h,1} + \frac{1}{3}EA_b; \quad \uparrow \frac{M_{AP}}{M_{fs}} \Rightarrow EA_{h,1} \rightarrow EA_{h,FS,1} \\ EA_2 &\cong \frac{2}{3}EA_{h,2} + \frac{1}{3}EA_b; \quad \uparrow \frac{M_{CV}}{M_{fs}} \Rightarrow EA_{h,2} \rightarrow EA_{h,FS,2} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Tanto la rigidez $EA_{h,1}$ como la $EA_{h,2}$ ya no tienen por qué ser las rigideces definidas en Estado II, aunque a medida que la relación entre el momento solicitante y el de fisuración aumente, este valor tenderá asintóticamente al valor en Estado II.

Figura 5-18. Rigidez axil equivalente simplificada de una viga bi-empotrada. Considerando los efectos de la resistencia a tracción y *tension-stiffening*.

Estos valores podrían estimarse interpolando entre el comportamiento en Estado I y II, del mismo modo en que establece el EC2 [25], utilizando un parámetro de interpolación que depende de la relación M_R/M .

$$EA_{h,TS} = EA_b (1 - \zeta) + EA_{h,FS} \zeta; \quad \zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_R}{M} \right)^a, \quad a = 2 \quad (5.20)$$

Los parámetros β_1 y β_2 varían en función de si el comportamiento es instantáneo ($\beta_1 \cdot \beta_2 = 1.00$) o diferido ($\beta_1 \cdot \beta_2 = 0.50$). El parámetro exponencial a propuesto por el EC2 [25] es igual a 2.00, aunque en el capítulo 4 se ha visto que dicho valor debería reducirse.

Tabla 5-4. Resumen de rigideces equivalentes obtenidas para flexión simple integrando la ecuación (5.14) y utilizando las fórmulas simplificadas: (5.1) - (5.18).

		Viga bi-empotrada		Viga apoyada-empotrada		Viga bi-apoyada	
[·1/EA _b]		EA _{int,FS}	EA _{SIMP,FS}	EA _{int,FS}	EA _{SIMP,FS}	EA _{int,FS}	EA _{SIMP,FS}
$f_{ct}=0$ MPa	t_0	0.31	0.31	0.42	0.39	0.54	0.54
	t_∞	0.22	0.22	0.30	0.28	0.38	0.38
$f_{ct}=3.5$ MPa	t_0	0.63	0.62	0.62	0.58	0.62	0.62
	t_∞	0.29	0.28	0.32	0.31	0.39	0.38

La tabla 5-4 presenta una comparación entre las estimaciones realizadas a partir de la integración rigurosa de la ecuación (5.14) y los resultados obtenidos con las expresiones simplificadas, presentadas en las ecuaciones (5.1) - (5.18). Como puede observarse, las diferencias son muy pequeñas.

5.2.11. Efecto de la presencia de un esfuerzo axil hiperestático en la determinación de la rigidez axil

En los análisis anteriores se ha supuesto el comportamiento en flexión simple puesto que por un lado simplifica el análisis, mientras que por otro representa un estado intermedio entre las posibles compresiones iniciales que ocurren por efecto del *beam-growth* y las tracciones diferidas debidas a los acortamientos reológicos.

Como se ha visto en el análisis seccional, la rigidez axil para flexión simple representa un mínimo respecto al comportamiento en flexo-compresión, de modo que a medida que la compresión surge por efecto del alargamiento, la rigidez aumenta. Sin embargo, debido a que los muelles se encuentran en serie, existe una influencia importante de las zonas fisuradas sobre las no fisuradas.

La figura 5-19 y la figura 5-20 presentan el resultado de integrar numéricamente la ecuación (5.14) para las tres vigas analizadas, con diferentes grados de compresión-tracción, a tiempo cero e infinito, respectivamente. En abscisas se encuentran los axiles reducidos, diferenciados en tracción y compresión, y en ordenadas, la relación entre la rigidez axil y la bruta. Se superponen resultados obtenidos en Estado II y con *tension-stiffening*, ver figura 5-18. Simplificadamente, se supone que la ley de momentos no varía y es siempre la elástica, esto es aceptable dado el bajo nivel de redistribuciones que se verifica en servicio.

Es necesario tener presente que los resultados diferidos han sido obtenidos para un esfuerzo axil constante en el tiempo, por lo que no se corresponden exactamente con la realidad de las vigas analizadas.

Se observa que en las zonas extremas de los gráficos, altas compresiones y tracciones, no hay diferencias entre los resultados obtenidos con o sin *tension-stiffening*. La zona central, entre $v_{comp} = -0.40$ y $v_{tracc} = 0.20$, es dónde se observan las mayores diferencias. La tabla 5-5 presenta un resumen de los resultados obtenidos para flexión simple, para cargas instantáneas, donde se ve que la rigidez obtenida en Estado II varía sensiblemente con el tipo de viga, mientras que con *tension-stiffening* los valores son prácticamente similares de una viga a otra.

Figura 5-19. Influencia del axil hiperestático en el valor de la rigidez axil media. Comportamiento instantáneo.

 Tabla 5-5. Relaciones EA_h/EA_b obtenidas en flexión simple. Comportamiento instantáneo.

Estado	viga 1	viga 2	viga 3
II	0.32	0.42	0.54
TS	0.60	0.57	0.61
incremento	88%	34%	13%

Figura 5-20. Influencia del axil hiperestático en el valor de la rigidez axil media. Comportamiento diferido.

Tabla 5-6. Relaciones EA_h/EA_b obtenidas en flexión simple. Comportamiento diferido.

Estado	viga 1	viga 2	viga 3
II	0.20	0.27	0.35
TS	0.28	0.31	0.37
incremento	42%	16%	6%

La tabla 5-6 presenta los resultados para situaciones diferidas, donde se observa una reducción importante de la rigidez. En este caso, las diferencias entre considerar o no el *tension-stiffening* sean algo menores que para cargas instantáneas, aunque siguen siendo importantes.

5.2.12. Resultados obtenidos con el uso un programa de análisis estructural no lineal

Comportamiento en Estado II

Los gráficos presentados en la figura 5-21 representan las rigideces obtenidas con el programa de análisis estructural SOFiSTiK. A la izquierda se ubican las vigas sin coacción horizontal, que trabajan en flexión simple, y a la derecha vigas con coacción horizontal, que trabajan en flexión compuesta. En ordenadas se presenta el indicador de rigidez axil k_A y en abscisas la longitud de la viga. En rojo se muestra la rigidez en el instante inicial, mientras que en azul se representa la rigidez diferida. La línea blanca horizontal indica el valor de rigidez máxima diferida en flexión simple.

En las figuras se observa claramente el efecto del axil hiperestático en el instante inicial. El aspecto más destacable es la coincidencia del comportamiento diferido en ambas configuraciones estáticas. Esto confirma que la rigidez axil diferida de vigas que trabajan en flexión compuesta puede representarse correctamente con la rigidez obtenida en flexión simple.

La línea blanca representa la rigidez obtenida en flexión simple, en Estado II y a tiempo infinito, correspondiente a la sección con mayor armadura. Como se puede ver, esta rigidez representa un valor que siempre queda del lado de la seguridad a efectos de la obtención de esfuerzos hiperestáticos para dimensionamiento.

Comportamiento considerando la colaboración del hormigón traccionado

Los análisis realizados hasta el momento no han tenido en cuenta la colaboración del hormigón en tracción. Los gráficos presentados en la figura 5-22, muestran una comparación similar a la anterior; donde se presentan a la izquierda las rigideces obtenidas con resistencia a tracción, y a la derecha, sin resistencia a tracción. Ambos resultados se obtienen para elementos coaccionados al movimiento horizontal.

La resistencia a tracción aumenta la rigidez en las zonas de bajos momentos, con lo cual no hay similitud en ambos instantes. La línea blanca introducida en los gráficos, que representa la rigidez máxima en flexión simple, en Estado II, no queda siempre del lado seguro, aunque es un buen indicador del valor medio cuando se considera la colaboración del hormigón traccionado.

Figura 5-22. Rigidez axial de la viga con coacción horizontal con resistencia a tracción, izquierda, y sin resistencia a tracción, derecha, para t_0 - en rojo- y t_∞ - en azul-. (a) viga bi-empotrada. (b) viga apoyada-empotrada. (c) viga bi-apoyada. La línea blanca es la rigidez máxima diferida en flexión simple.

Método simplificado

Como se ha visto en los resultados anteriores, la rigidez axial en t_{∞} , puede simularse aproximadamente con las propiedades de flexión simple. En estas condiciones, la rigidez máxima, que corresponde a la sección más armada, representa un valor que queda siempre del lado de la seguridad a los efectos de determinar los esfuerzos hiperestáticos.

Tabla 5-7. Factor de rigidez axial k_A para las tres vigas analizadas con sección 60x60.

Viga bi-empotrada con coacción horizontal					
	k_A	EA_{int}/EA_b	$EA_{int,FS}/EA_b$	$EA_{máx,FS}/EA_b$	EA_{eq}/EA_b
$f_{ct}=0$ [MPa]	t_0	0.64	0.32	0.38	0.31
	t_{∞}	0.14	0.16	0.27	0.22
$f_{ct}=3.5$ [MPa]	t_0	0.73	0.45	1.08	0.62
	t_{∞}	0.18	0.24	0.41	0.29

Viga apoyada-empotrada con coacción horizontal					
	k_A	EA_{int}/EA_b	$EA_{int,FS}/EA_b$	$EA_{máx,FS}/EA_b$	EA_{eq}/EA_b
$f_{ct}=0$ [MPa]	t_0	0.68	0.43	0.39	0.42
	t_{∞}	0.18	0.25	0.28	0.30
$f_{ct}=3.5$ [MPa]	t_0	0.77	0.58	1.14	0.58
	t_{∞}	0.20	0.31	0.51	0.33

Viga bi-apoyada con coacción horizontal					
	k_A	EA_{int}/EA_b	$EA_{int,FS}/EA_b$	$EA_{máx,FS}/EA_b$	EA_{eq}/EA_b
$f_{ct}=0$ [MPa]	t_0	0.72	0.54	0.54	0.54
	t_{∞}	0.25	0.31	0.38	0.38
$f_{ct}=3.5$ [MPa]	t_0	0.74	0.60	1.18	0.62
	t_{∞}	0.24	0.36	0.51	0.39

En la tabla 5-7 se presentan diferentes resultados del factor k_A . El valor de EA_{int} se obtiene integrando numéricamente según la ecuación (5.14) considerando los efectos hiperestáticos. $EA_{int,FS}$ se obtiene igual que el parámetro anterior, integrando numéricamente, pero considerando un comportamiento de flexión simple. El valor de $EA_{máx,FS}$ es la rigidez seccional máxima de la viga en flexión simple a tiempo infinito, cuando actúa la fluencia. Finalmente, se obtiene de forma simplificada la rigidez equivalente EA_{eq} , suponiendo, que las rigideces axiales son constantes en cada tramo de armadura e iguales a la diferida en flexión simple, según la tabla 5-7.

Los resultados obtenidos permiten concluir que:

La consideración de la resistencia a tracción genera un aumento de la rigidez axial.

La rigidez axil en el instante inicial es muy sensible al valor del esfuerzo axil existente. No hay coincidencia entre los valores de flexión simple y compuesta.

Para el comportamiento en Estado II la rigidez axil en el instante final no es afectada significativamente por el esfuerzo axil hiperestático, siendo aproximadamente igual a la rigidez en flexión simple.

Para el comportamiento con resistencia en tracción, en el instante final, no hay coincidencia entre los valores medios de flexión simple y compuesta. Aunque la rigidez máxima en flexión simple $EA_{máx,FS}$ se encuentra siempre por encima del valor medio EA_{int} . Esto se ha verificado para las demás secciones.

5.2.13. Esfuerzos hiperestáticos en vigas

Una vez entendida la rigidez axil y la deformación que sufren los elementos, se estudian los esfuerzos hiperestáticos que se desarrollan en una viga coaccionada cuando actúan cargas exteriores y deformaciones impuestas. Las vigas analizadas corresponden a las tres tipologías propuestas en la figura 5-1. Cada tipología es analizada para tres secciones diferentes, analizadas en este trabajo y cuyas cuantías se presentan en la tabla 5-1 y la tabla 5-8.

Tabla 5-8. Cuantías de armadura utilizadas en las diferentes vigas analizadas, para la sección 40x90 y 80x45.

Sección 40x90	Viga 1, bi-empotrada	Viga 2, Apoyada-Empotrada	Viga 3, bi-apoyada	
Momentos positivos	$A_{s2} = 3.4 \text{ cm}^2$	$A_{s2} = 3.4 \text{ cm}^2$	$A_{s2} = 16.1 \text{ cm}^2$
	$\rho' = 0.9\text{‰}$	$\rho' = 0.9\text{‰}$	$\rho' = 4.5\text{‰}$	
	$A_{s1} = 14.7 \text{ cm}^2$	$A_{s1} = 29.5 \text{ cm}^2$	$A_{s1} = 49.1 \text{ cm}^2$	
	$\rho = 4.1\text{‰}$	$\rho = 8.2\text{‰}$	$\rho = 13.6\text{‰}$	
Momentos negativos	$A_{s2} = 29.5 \text{ cm}^2$	$A_{s2} = 49.1 \text{ cm}^2$
	$\rho = 8.2\text{‰}$	$\rho = 1.36\text{‰}$		
	$A_{s1} = 3.4 \text{ cm}^2$	$A_{s1} = 3.39 \text{ cm}^2$		
	$\rho' = 0.9\text{‰}$	$\rho' = 0.9\text{‰}$		
Sección 80x45	Viga 1, bi-empotrada	Viga 2, Apoyada-Empotrada	Viga 3, bi-apoyada	
Momentos positivos	$A_{s2} = 3.4 \text{ cm}^2$	$A_{s2} = 22.0 \text{ cm}^2$	$A_{s2} = 31.4 \text{ cm}^2$
	$\rho' = 0.9\text{‰}$	$\rho' = 6.1 \text{‰}$	$\rho' = 8.7\text{‰}$	
	$A_{s1} = 34.4 \text{ cm}^2$	$A_{s1} = 63.8 \text{ cm}^2$	$A_{s1} = 117.8 \text{ cm}^2$	
	$\rho = 9.6\text{‰}$	$\rho = 17.7 \text{‰}$	$\rho = 32.7\text{‰}$	
Momentos negativos	$A_{s2} = 78.5 \text{ cm}^2$	$A_{s2} = 117.8 \text{ cm}^2$
	$\rho = 21.8 \text{‰}$	$\rho = 32.7\text{‰}$		
	$A_{s1} = 3.4 \text{ cm}^2$	$A_{s1} = 31.4 \text{ cm}^2$		
	$\rho' = 0.9\text{‰}$	$\rho' = 8.7 \text{‰}$		

En la figura 5-23 se presenta la evolución temporal del axil hiperestático desde el instante inicial hasta el instante final para estas vigas, izquierda. Al mismo tiempo se presenta la evolución

temporal del desplazamiento axial en la misma viga, con movimiento horizontal permitido, derecha. En este análisis se desprecia la colaboración del hormigón en tracción.

Los cálculos no lineales se realizan con un método paso a paso en el tiempo, utilizando SOFiSTiK [153]. En todos los análisis se introduce una variación térmica instantánea de $\pm 10^\circ\text{C}$ en el instante t_{∞} , una vez ocurridas las deformaciones reológicas. En la figura 5-24 muestra los mismos resultados, considerando la resistencia a tracción del hormigón.

Figura 5-23. Variación en el tiempo del esfuerzo axial N y del desplazamiento horizontal u_x para las tres vigas y las tres secciones analizadas. Comportamiento en Estado II.

Además, en todas las figuras se introduce un punto que indica el resultado obtenido al multiplicar la rigidez bruta por la deformación impuesta de retracción $\varepsilon_{cs}/(1+\chi\varphi)$, con el objeto de indicar cuanto se apartan los resultados del cálculo lineal convencional.

Figura 5-24. Variación en el tiempo del esfuerzo axial N y del desplazamiento horizontal u_x para las tres vigas y las tres secciones analizadas, considerando la resistencia a tracción del hormigón. Se incluye los resultados de un análisis lineal para comparar con los resultados no lineales.

En ambas figuras se observa claramente cómo el análisis lineal con rigidez bruta, de la viga doblemente empotrada y de la apoyada-empotrada, se aleja notablemente del resultado no lineal para t_{∞} , quedando exageradamente del lado de la seguridad. Además, se puede apreciar que, a medida que disminuye el grado de hiperestaticidad de la viga, esta diferencia disminuye. Esto se debe a que se analizan vigas que cubren una misma luz y que se dimensionan para el mismo nivel de carga. Esto hace que la viga simplemente apoyada requiera más armadura que el resto, aumentando su rigidez.

Las secciones más rebajadas también desarrollan axiles mayores, por un motivo similar. Requieren más armadura, tienen mayor rigidez axil y desarrollan mayores curvaturas, lo cual genera mayores desplazamientos axiles (mayor *beam-growth*).

En la viga simplemente apoyada de la figura 5-24, para la sección 80×45, se observa que el análisis no lineal genera esfuerzos de tracción ligeramente superiores al cálculo elástico con rigidez bruta y retracción. Esto se debe a que el análisis no lineal tiene en cuenta la colaboración de las armaduras, incrementando la rigidez por encima de la bruta en algunos casos y produciendo mayores esfuerzos hiperestáticos.

Como se puede ver en los resultados obtenidos, la combinación más desfavorable la generan las cargas externas, las reológicas y una disminución de temperatura. Esta combinación hace que las vigas se acorten y se traccionen. Esto genera la fisuración y por tanto, una disminución de la rigidez y del esfuerzo axil final con respecto al cálculo elástico tradicional.

5.2.14. Determinación simplificada de los esfuerzos hiperestáticos en vigas

Para completar la descripción, resta por realizar una comparativa entre los esfuerzos hiperestáticos obtenidos del cálculo numérico y la aplicación de las expresiones simplificadas desarrolladas en las secciones anteriores. De este modo, la tabla 5-9 presenta los resultados obtenidos con el programa SOFiSTiK [153] (ver Figura 5-23 y Figura 5-24), para el instante final t_{∞} y la combinación pésima, dónde se superpone un acortamiento térmico en t_{∞} -T.

En dicha tabla se presentan dos estimaciones simplificadas, la primera denominada $N_{int,FS}$ corresponde al producto de la rigidez axil promedio y el alargamiento obtenidos del modelo de viga correspondiente, con desplazamiento axil permitido. La segunda estimación N_{SIMP} se obtiene de las expresiones simplificadas de rigidez y desplazamiento presentadas en las secciones precedentes (ecuaciones (5.1), (5.2) y (5.3) para desplazamientos y ecuaciones (5.16), (5.17) y (5.18) para rigideces). Estos valores se presentan por duplicado, considerando o no la resistencia a tracción del hormigón (f_{ct}) y el *tension-stiffening*, tal como se ha definido al inicio del capítulo 3. Simplificadamente, se supone que la ley de momentos no varía y que corresponde a la elástica, en flexión simple.

De la tabla 5-9 se puede concluir que en general, para las situaciones diferidas (t_{∞}) se obtienen resultados adecuados aplicando las formulaciones simplificadas que incluyen los efectos de la resistencia a tracción. Los resultados $N_{int,FS}$ aproximan adecuadamente, con tendencia a sobrestimar los resultados, mientras que las estimaciones simplificadas N_{SIMP} subestiman los axiles obtenidos del cálculo numérico, en torno a un 20%.

Estos resultados demuestran en cierto modo algunas diferencias entre la determinación simplificada que se basa en el uso de parámetros obtenidos en flexión simple, con desplazamiento axil permitido y la situación con coacción horizontal, dónde evidentemente las rigideces son algo mayores a las estimadas en t_{∞} . Para los casos analizados, parece suficiente con incrementar la rigidez por un factor de 1.20. Por otro lado, los resultados obtenidos sin

consideración de la resistencia a tracción quedan del lado inseguro, subestimando groseramente los axiles obtenidos, por lo que no parecen aconsejables.

Tabla 5-9. Esfuerzos axiles [kN] obtenidos para las tres vigas y secciones analizadas. Cálculo no lineal considerando resistencia a tracción N_{NL+fct} y método simplificado (SIMP) en t_{∞} y $t_{\infty}-T$.

Viga bi-empotrada con coacción horizontal										
Sección	t_{∞}					$t_{\infty}-T$				
	N_{NL+fct}	$f_{ct}=0$ MPa		$f_{ct}=3.5$ MPa		N_{NL+fct}	$f_{ct}=0$ MPa		$f_{ct}=3.5$ MPa	
		$N_{int,FS}$	N_{SIMP}	$N_{int,FS}$	N_{SIMP}		$N_{int,FS}$	N_{SIMP}	$N_{int,FS}$	N_{SIMP}
80x45	681.2	294.5	391.9	629.6	549.4	853.4	610.7	709.2	1025.8	926.4
60x60	556	110.0	123.9	488.0	516.0	543.4	359.9	372.8	860.5	874.6
40x90	459.6	-19.4	46.4	495.6	307.0	302.4	185.1	251.6	885.0	685.4
Promedio(N_i/N_{NL+fct})		0.20	0.30	0.96	0.80		0.66	0.78	1.90	1.65
Varianza(N_i/N_{NL+fct})		6%	6%	1%	2%		6%	7%	5%	1%

Viga apoyada-empotrada con coacción horizontal										
Sección	t_{∞}					$t_{\infty}-T$				
	N_{NL+fct}	$f_{ct}=0$ MPa		$f_{ct}=3.5$ MPa		N_{NL+fct}	$f_{ct}=0$ MPa		$f_{ct}=3.5$ MPa	
		$N_{int,FS}$	N_{SIMP}	$N_{int,FS}$	N_{SIMP}		$N_{int,FS}$	N_{SIMP}	$N_{int,FS}$	N_{SIMP}
80x45	766.8	525.4	526.0	824.7	702.0	1054	925.1	926.2	1272.5	1128.2
60x60	686.2	404.0	416.8	779.7	633.3	818	746.3	759.6	1188.0	1026.6
40x90	519.2	130.7	120.6	665.3	392.4	525	389.9	380.0	1039.9	757.9
Promedio(N_i/N_{NL+fct})		0.51	0.51	1.16	0.86		0.84	0.84	1.55	1.26
Varianza(N_i/N_{NL+fct})		5%	6%	1%	1%		6%	6%	3%	0%

Viga bi-apoyada con coacción horizontal										
Sección	t_{∞}					$t_{\infty}-T$				
	N_{NL+fct}	$f_{ct}=0$ MPa		$f_{ct}=3.5$ MPa		N_{NL+fct}	$f_{ct}=0$ MPa		$f_{ct}=3.5$ MPa	
		$N_{int,FS}$	N_{SIMP}	$N_{int,FS}$	N_{SIMP}		$N_{int,FS}$	N_{SIMP}	$N_{int,FS}$	N_{SIMP}
80x45	1532.6	1542.9	1355.5	1783.0	1366.8	1934	2075.3	1887.9	2343.7	1898.5
60x60	1045.6	940.6	827.4	1204.8	890.6	1286.4	1395.0	1281.8	1696.6	1361.9
40x90	634.2	354.4	281.3	666.3	385.3	754	675.6	602.5	1046.0	755.8
Promedio(N_i/N_{NL+fct})		0.82	0.71	1.12	0.78		1.02	0.92	1.31	1.01
Varianza(N_i/N_{NL+fct})		5%	5%	0%	2%		3%	3%	0%	0%

La combinación pésima ($t_{\infty}-T$), producto de una disminución de temperatura brusca luego de actuar las deformaciones reológicas, conlleva una reducción de rigidez adicional que las expresiones simplificadas no tienen en cuenta. Es por este motivo que en la tabla 5-9 se observan algunas divergencias, especialmente para la viga bi-empotrada que pueden obtenerse axiles hiperestáticos un 65% superiores a los calculados con SOFISTIK. Estas diferencias van disminuyendo para la viga apoyada empotrada (26%) y bi-apoyada (1%), dónde prácticamente no hay diferencias. A diferencia de la situación diferida t_{∞} , en este caso existen sobrestimaciones basadas en el uso de una rigidez axil superior que no tiene en cuenta la fisuración producida por las tracciones de origen térmico. De este modo, en este caso los axiles determinados a partir de parámetros que no tienen en cuenta la resistencia a tracción producen axiles (N_{SIMP}) más aproximados a los obtenidos del cálculo no lineal (N_{NL+fct}). Nuevamente, se subestiman los axiles

en torno a un 20% en algunos casos, lo cual puede corregirse fácilmente aplicando un factor de 1.20.

5.3. Comportamiento de elementos verticales

Uno de los factores que hacen difícil el cálculo de los soportes de las estructuras integrales es la gran dimensión de estas estructuras. Ello dificulta mucho el análisis no lineal puesto que una aproximación directa al problema da lugar a modelos de muchos elementos con los consiguientes problemas de control e interpretación. Por ello, un primer paso en la comprensión del funcionamiento de estas estructuras consiste en aislar el soporte del resto de la estructura a efectos del análisis.

En un pórtico, o un puente, la interacción entre dinteles o tablero y pilares hace que estos últimos se vean sometidos a desplazamientos y giros impuestos en sus extremidades. La flexión que transmite el dintel genera un giro que aumenta con el paso del tiempo como consecuencia de la fluencia. Por otro lado, los movimientos horizontales de los dinteles, producto de la fisuración y de las deformaciones impuestas, generan un desplazamiento horizontal en la cabeza del pilar.

Figura 5-25. Soporte sometido a un desplazamiento impuesto en la cabeza del pilar. Casos límite y una simplificación de la realidad. Diagramas de momentos flectores obtenidos en pilares con diferente grado de rigidez a flexión, sometido a un desplazamiento unitario en la cabeza del pilar.

En el pilar, a diferencia del dintel, el axil de servicio puede considerarse una magnitud aproximadamente constante y la armadura no presenta variaciones en toda su longitud. De este modo, el diagrama momento-curvatura que representa a las secciones del pilar es único tanto en t_0 , como en t_{∞} . Esto simplifica notablemente su análisis.

El problema en los pilares pasa a ser la determinación de la ley de momentos, que depende en gran medida de las condiciones de apoyo a las que se encuentra sometido el pilar.

La figura 5-25 muestra tres posibles condiciones de apoyo para un pilar, empotrado en su base y sometido a un desplazamiento en la cabeza, en dirección horizontal. Las situaciones extremas se producen cuando la cabeza del pilar se encuentra empotrada, produciendo el máximo momento flector, o cuando se encuentra articulada, produciendo el mínimo momento flector. La situación

intermedia, la usual para un pórtico de edificación, genera momentos intermedios, con un esfuerzo flector mayor en la base que en la cabeza del pilar. En puentes, por otro lado, debido a que los tableros no suelen fisurar y que la rigidez a flexión del tablero es significativamente mayor a la del pitar, la situación se encuentra cercana a la del pilar bi-empotrado.

Los giros impuestos serán mayores en los pilares extremos, donde los esfuerzos provenientes del dintel no se ven compensados. Del mismo modo, los mayores desplazamientos horizontales impuestos de las cabezas de los pilares ocurrirán en los extremos de los pórticos.

El momento flector en un soporte típico debido a un desplazamiento horizontal impuesto en cabeza estará comprendido entre el que tendría un soporte en ménsula y el que tendría un soporte biempotrado (ver figura 5-25). Por lo tanto será proporcional a $EI/L^2 \cdot \delta$, donde la constante de proporcionalidad k estará comprendida entre 3 y 6.

Por otro lado, el principal objetivo a la hora de dimensionar la armadura para condiciones de servicio consiste en limitar las tensiones de tracción, limitando de esta forma la abertura de fisura. En principio esta tensión depende de un número importante de variables. Estas son:

- La longitud de la estructura, o más concretamente, la distancia del soporte considerado al punto de desplazamiento nulo, L_f .
- La magnitud de la deformación impuesta, ε_{imp} .
- El carácter de la deformación impuesta (instantánea debida a las variaciones de temperatura, o diferida, debida a la retracción y fluencia del hormigón).
- La rigidez de los soportes, que se puede tener en cuenta a través del cociente entre la rigidez a flexión del soporte y el cuadrado de su altura (EI/L^3).
- La rigidez relativa entre la losa o vigas que constituyen el forjado y el soporte (grado de empotramiento del soporte en su conexión al forjado).
- El armado del soporte, que se puede tener en cuenta a través de la cuantía de armadura, $\rho = A_s/bh$.
- El nivel de fuerza axial que se puede tener en cuenta a través del axial reducido, $\nu = N_d/(bh f_{cd})$. Los cálculos que se incluyen a continuación se han hecho suponiendo que $f_{cd} = 0.85 f_{ck}/1.5$, siendo f_{ck} el valor característico de la resistencia a compresión del hormigón.

El gran número de variables citadas hace que el problema parezca difícil de abordar. Sin embargo, resulta posible combinar estas variables, reduciendo el problema a un problema determinado por solo unas pocas variables. Puesto que el objetivo es limitar la tensión en la armadura, parece lógico determinar en primer lugar cómo afectan las variables anteriores a esta tensión, ver ecuación (5.21).

$$\sigma_s = E_s \kappa (d - x) = E_s \frac{M}{E_c I} (d - x) \quad (5.21)$$

Esta ecuación se puede reescribir con este resultado, la ecuación (5.21) puede reescribirse como la ecuación (5.22) donde el desplazamiento en cabeza del soporte δ se ha introducido en lugar del producto de la deformación impuesta por la distancia al punto de momento nulo, $\varepsilon_i \cdot L_f$.

$$\sigma_s = E_s \cdot k \underbrace{\frac{E_c I}{L^2} (\varepsilon_{imp} \cdot L_f)}_M \frac{1}{E_c I} (d-x) = E_s \cdot k \frac{\delta}{L^2} (d-x) = E_s \cdot k \frac{\delta d}{L^2} \left(1 - \frac{x}{d}\right) \quad (5.22)$$

La ecuación (5.22) indica que la tensión en la armadura es proporcional al parámetro $\lambda = k \cdot \delta \cdot d / L^2$ y a $(1-x/d) = (1-\xi)$. Este segundo término tiene en cuenta la influencia de la cuantía de armadura y el nivel de compresión, mientras que el primer término incluye la influencia del resto de las variables enumeradas anteriormente.

El valor de k se puede estimar en función de la rigidez a flexión del nudo superior, K_θ . Para ello, se supone una distribución lineal de los momentos flectores en el soporte y que el momento en la cabeza del soporte es igual al producto de la rigidez al giro proporcionada por el resto de los elementos que concurren en el nudo superior, K_θ , por la rotación del nudo (ver ecuación (5.23) donde el giro se obtiene como la integral de las curvaturas y el desplazamiento como la doble integral de las curvaturas).

$$\begin{aligned} M(x) &= M_{sup} - \frac{(M_{inf} - M_{sup})}{L} x \\ \frac{EI}{L^2} \delta &= \left(\frac{M_{inf}}{3} + \frac{M_{sup}}{6} \right) \\ \frac{2EI}{L} \theta &= (M_{inf} + M_{sup}) \\ M_{sup} &= -K_\theta \theta \end{aligned} \quad (5.23)$$

A partir de las expresiones de la ecuación (5.23), el momento en la base del soporte, M_{inf} , debido a un desplazamiento de la cabeza del soporte igual a δ se puede expresar como se muestra en la ecuación (5.24), eliminando M_{sup} y θ .

$$M_{inf} = 6 \left(\frac{2 \frac{EI}{K_\theta L} + 1}{4 \frac{EI}{K_\theta L} + 1} \right) \frac{EI}{L^2} \delta \rightarrow k = 6 \left(\frac{2 \frac{EI}{K_\theta L} + 1}{4 \frac{EI}{K_\theta L} + 1} \right) \quad (5.24)$$

El valor de K_θ puede obtenerse como la suma de la rigidez a flexión de los otros elementos que se conectan con el soporte en su sección superior, ver ecuación (5.25).

$$K_\theta = \sum \left(\frac{4EI}{L} \right)_{\text{vigas+soporte superior}} \quad (5.25)$$

Para este cálculo, se puede adoptar la rigidez bruta de vigas y columnas. Este supuesto quedará del lado de la seguridad para un forjado de hormigón armado puesto que, debido al axil de compresión presente en los soportes, la pérdida de rigidez de los mismos será menor que la pérdida de rigidez de las vigas y el grado de empotramiento estimado del extremo superior será mayor que el real.

Se debe señalar, sin embargo, que esta aproximación al problema presupone que la rigidez a flexión del soporte es constante y, por ello, sólo es válida como una primera aproximación al problema. Con objeto de obtener un valor más ajustado a la realidad, la distribución de rigideces variable del soporte debe ser considerado en el proceso iterativo necesario para resolver el problema estructural.

La sección 1.12 del Anejo 1 describe el procedimiento iterativo necesario para resolver el problema estructural del pilar. La aplicación de esta metodología permite la obtención de los resultados utilizados posteriormente, en el método de dimensionamiento de pilares propuesto en este trabajo.

La resolución del problema estructural del pilar permite la obtención de la ley de momentos flectores y la rigidez del pilar. Los esfuerzos pueden utilizarse para verificar las armaduras de los pilares, mientras que la rigidez del pilar puede utilizarse, como una primera aproximación, para analizar el comportamiento de la estructura integral.

La figura 5-26 presenta la forma en que varía la rigidez a flexión de un pilar biempotrado, sometido a un desplazamiento impuesto en la cabeza. La pérdida de rigidez se produce de forma localizada en la zona de máximo momento flector.

Figura 5-26. Variación de rigidez a flexión en un pilar.

En pórticos de edificación, principalmente, los pilares interiores no se encuentran sometidos a momentos flectores muy importantes. Esto hace que, pueda considerarse la rigidez a flexión no fisurada. El pilar extremo es el que sufre los mayores momentos flectores y por tanto, el más susceptible a fisurarse. La rigidez mínima que este pilar podría alcanzar, tal como se demostró en los análisis seccionales, en flexión compuesta, es la rigidez fisurada en flexión simple.

De la Figura 5-27 a la Figura 5-28 se muestra la variación de rigidez efectiva EI obtenida a partir de análisis numéricos para diferentes cuantías de armado ($\rho = A_s/bh$). Este valor se deduce a partir del desplazamiento experimentado por el pilar para las hipótesis de comportamiento en Estado II y TS, utilizando la ecuación definida en la Figura 5-25:

$$M = \frac{6EI}{L^2} \cdot \delta \rightarrow EI = \frac{M \cdot L^2}{6 \cdot \delta}$$

Es decir, el valor EI puede interpretarse como una rigidez elástica equivalente que permite obtener los mismos resultados que el análisis no lineal.

Los resultados obtenidos muestran como la rigidez efectiva se reduce a medida que aumenta el desplazamiento en la cabeza del pilar. Se puede observar también que las mayores reducciones de rigidez se obtienen para axiles bajos, por ejemplo, se puede ver que para axiles reducidos del orden de 0.30, la reducción de rigidez ronda el 50% de la rigidez en Estado I, situación que puede asemejarse a la de los pasos superiores de carretera. En cambio, para axiles reducidos grandes

como ocurre en edificación, alrededor de 0.50, la reducción se encuentra en torno al 70% de la rigidez en Estado I.

Figura 5-27. Variación de rigidez a flexión efectiva en un pilar a medida que aumenta δ . ($\rho = A_s/bh = 0.015$).

Figura 5-28. Variación de rigidez a flexión efectiva en un pilar a medida que aumenta δ . ($\rho = A_s/bh = 0.025$).

5.4. Comportamiento estructural de un pórtico simple

El comportamiento de un pórtico sencillo permite analizar la interacción entre ambos elementos: vigas y pilares. En la sección A1-11 del Anejo 1 se presentan las ecuaciones necesarias para analizar, de forma simplificada, el alargamiento y el nivel de axil que experimenta el dintel más extremo de un pórtico de n -vanos, como el que se muestra en la figura 5-29.

Figura 5-29. Esquema del pórtico de n-vanos.

El método permite calcular la interacción que existe entre los vanos y las pilas, al sufrir los primeros una deformación impuesta axial. Para ello se definen los siguientes parámetros necesarios para el cálculo:

ε = deformación impuesta en el dintel.

$$k_d = \frac{EA}{L_v} : \text{Rigidez del dintel.}$$

$$k_p = 12 \frac{EI}{L_p^3} : \text{Rigidez del pilar.}$$

La figura 5-30 y la figura 5-31 permiten una estimación del desplazamiento máximo y el axil máximo, respectivamente. El alargamiento del pilar extremo es un dato importante para la resolución del pilar aislado, mientras que el axil máximo que se desarrolla en el dintel es importante para las verificaciones de servicio y contrastar el método simplificado propuesto en el análisis de vigas.

En estas figuras se presentan dos conjuntos de resultados diferentes que se han obtenido de analizar dos tipologías ampliamente utilizadas en carreteras: puentes de vigas y puentes losa. Ambas tipologías suelen emplearse para cubrir luces comprendidas entre 5 y 20 m, con relaciones canto/luz de 1/17 en elementos isostáticos a 1/24 en elementos continuos. Los anchos de tablero van, aproximadamente, desde los 6 m hasta los 14 m. Las pilas suelen trabajar con axiles reducidos máximos en torno a 0.30, y las alturas van desde los 4 m hasta los 8 m, aproximadamente. La tabla 5-10 resume las características de los puentes analizados, que cubren la una gran cantidad de puentes utilizados en carreteras. De este modo, utilizando estas dimensiones tipo se han analizado múltiples relaciones k_d/k_p combinando los parámetros Luz, canto, altura de pilas, etc... y se han obtenido los siguientes límites:

- **Puentes de Vigas:** $20 < k_d/k_p < 2848$, siendo en general < 645 para luces comprendidas entre 15 y 20 m.
- **Puentes Losa:** $20 < k_d/k_p < 4683$, siendo en general < 1105 para luces comprendidas entre 15 y 20 m.

Aunque la mayor parte de los puentes de vigas existentes no son integrales, sus dimensiones se utilizan a modo de comparación. Entre los resultados obtenidos se incluye el puente situado sobre la carretera de Ávila, comentado en los siguientes capítulos, tiene una relación $k_d/k_p = 687$.

Tabla 5-10. Características de los puentes analizados.

Tipología	Puente de Vigas	Puente Losa	Puente Ávila
Canto/Luz	1/17-1/24	1/17-1/24	1/23.5
Ancho Tablero (m ²)	6.40-14.00	6.40-14.00	9
Sección Tablero (m ²)	0.94-5.69	1.33-6.14	5.61
Luces (m)	5.00-20.00	5.00-20.00	20
Altura Pila (m)	4.00-8.00	4.00-8.00	7.7
Sección Pila (m ²)	0.21-1.37	0.22-0.78	0.44
$k_d/k_{p,max}$	2848	4683	687
$k_d/k_{p,min}$	21	20	687

Figura 5-30. Gráfico adimensional que permite estimar el desplazamiento máximo en el pilar extremo, para un determinado número de vanos (n) y una relación de rigideces dada (k_d/k_p).

En el diagrama del desplazamiento máximo presentado en la figura 5-30 se muestra en ordenadas el desplazamiento del pilar extremo dividido por el desplazamiento impuesto máximo, obtenido como el producto de la deformación impuesta por la longitud total del dintel hasta el punto fijo. Se presentan resultados hasta $n^\circ \text{ vanos} = 20$ y se observa como las relaciones máximas k_d/k_p reflejan una baja coacción de las pilas, dónde el desplazamiento del tablero coincide prácticamente con el desplazamiento libre, lo cual se traduce en esfuerzos hiperestáticos casi nulos, ver figura 5-31. Por otro lado, las relaciones k_d/k_p mínimas reflejan una coacción importante de las pilas, limitando significativamente el desplazamiento impuesto y generando axiles hiperestáticos importantes, ver figura 5-31.

Figura 5-31. Gráfico adimensional que permite estimar el axil máximo que se produce en el dintel, para un determinado número de vanos (n) y una relación de rigideces dada (k_d/k_p).

Con estos resultados se puede ver como el paso superior analizado posteriormente en este trabajo, se sitúa en la zona dónde la coacción de las pilas no es importante, por lo que es de esperar bajos esfuerzos axiales en el tablero debidos a las deformaciones impuestas.

Los pórticos de edificación raramente superan la relación $k_d/k_p = 2000$; por otro lado, los tableros de puentes de carretera, utilizados normalmente como pasos superiores, pueden llegar a relaciones k_d/k_p del orden de 4000 a 8000 [157]. Mayores relaciones de rigidez se encuentran en aparcamientos subterráneos [158]. En estos últimos casos, el desplazamiento de los pilares extremos es prácticamente el máximo y el axil que se desarrolla en el dintel es despreciable.

6. MÉTODO PRÁCTICO DE DIMENSIONAMIENTO DE PILARES

6.1. Introducción

El estudio del comportamiento teórico del pilar aislado, con el procedimiento descrito en el capítulo 5, permite obtener resultados con cierta facilidad. De este modo, escogiendo adecuadamente los parámetros es posible realizar un estudio completo del comportamiento en servicio y determinar a partir de estos resultados, un método de dimensionamiento que permita garantizar el cumplimiento de las condiciones de servicio [152].

6.2. Diagramas de dimensionamiento

Los diagramas escogidos para dimensionar el pilar aislado se obtienen de representar el parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$, el cual puede considerarse como un desplazamiento generalizado, frente a la tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho = A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh \cdot f_c) = 0.5$

Figura 6-1. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para un axil reducido $\nu = 0.5$. f_y se toma igual a 500 MPa.

Figura 6-2. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.03$. f_y se toma igual a 500 MPa.

Si se fija la máxima tensión de trabajo del acero en un cierto valor, alrededor de 250 MPa, se puede obtener una relación directa entre ρ y $\Lambda=k\delta/L^2$ para distintos valores del axil reducido v . Esto se logra simplemente cortando las curvas del gráfico de la figura 6-1 con una línea horizontal de ordenada $\sigma_s/f_y = 0.5$. Estas curvas pueden utilizarse para efectuar un dimensionamiento directo

fácilmente para determinar

Cuantía de armadura ($\rho=As/bh$) necesaria en función de $k\delta/L^2$ para limitar la tensión de tracción en 250 MPa. Comportamiento instantáneo. $v=N/(bh \cdot f_c)$

se utilizan las curvas

Figura 6-3. Cuantía de armadura necesaria en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta/L^2$ para un nivel tensional igual a 250 MPa ($\sigma_s/f_y=0.5$)

Resulta interesante hacer notar que la pendiente de estas curvas se incrementa al aumentar los valores de Λ , lo cual resulta desafortunado puesto que errores pequeños en la determinación del valor de este parámetro darán lugar a errores importantes en la estimación de ρ . Es importante

notar que este comportamiento no se debe al método de cálculo utilizado, sino que más bien se trata de una característica intrínseca del problema. Aunque el error en términos de la cuantía de armadura necesaria para obtener un cierto nivel tensional es efectivamente muy importante, el error en términos del nivel tensional realmente alcanzado para una cuantía de armadura dada es mucho menor. Como ejemplo de esta circunstancia, si se tiene un axil reducido $\nu = 0.5$ y un valor de $k\delta d/L^2 = 1.75\%$, la armadura necesaria para una tensión de 250 MPa sería aproximadamente de $\rho = 1\%$. Si el valor de $k\delta d/L^2$ fuera realmente de 2.1% (un error del 20%) la armadura necesaria aumentaría radicalmente hasta el 3.0% para la misma tensión (un aumento del 300%). Sin embargo, si la cuantía se mantuviera en el 1%, la tensión aumentaría hasta 320 MPa (un incremento del 28%). También se debe señalar que el 1% supone una cuantía de armadura pequeña para un soporte y que, al aumentar la cuantía, el impacto de un error en la estimación de $k\delta d/L^2$ disminuye (menor pendiente de las curvas $\sigma_s/f_y - k\delta d/L^2$).

En todo caso, resulta interesante que mencionar que la figura 6-3 se puede dividir en tres zonas en cuanto a los valores de $\Lambda = k\delta d/L^2$:

Zona 1: Para valores pequeños de Λ , las deformaciones impuestas tienen una influencia muy reducida y se podrían despreciar en el diseño.

Zona 2: Para valores medios de Λ , la cuantía de armadura necesaria se puede calcular con prudencia a partir de estos gráficos.

Zona 3: Para valores de Λ mayores, resulta necesario disponer juntas puesto que no existe posibilidad de absorber las deformaciones impuestas manteniendo las tensiones por debajo de valores razonables en servicio.

Con objeto de tener en cuenta el alargamiento de la fibra de referencia (*beam-growth*) en la evaluación de las tensiones o en el dimensionamiento de los soportes, el parámetro $k\delta d/L^2$ puede remplazarse por $k \cdot (\delta - \varepsilon_{nl,qp,mean} - L_f) \cdot d/L^2 = k \cdot (\delta - \delta_{nl}) \cdot d/L^2$. El valor de $\varepsilon_{nl,qp,mean}$ se puede estimar a partir de los procedimientos simplificados que se presentan en el Anejo 1, con la ecuación (I-44).

En el Anejo 2 se presentan una serie de ábacos de dimensionamiento para secciones rectangulares y circulares, que cubren la mayoría de los casos encontrados en la práctica profesional.

6.3. Deformaciones diferidas

El análisis de las deformaciones diferidas puede llevarse a cabo de forma simplificada mediante el mismo procedimiento con la única diferencia que el módulo de deformación del hormigón debería tomarse igual al módulo efectivo: $E_{c\infty} = E_c / (1 + \varphi)$, siendo φ el coeficiente de fluencia. Este método simplificado, que supone despreciar las redistribuciones de tensiones a nivel seccional, se ha contrastado con una aplicación más rigurosa del método del coeficiente de envejecimiento con excelentes resultados [147]. Como se ha mencionado anteriormente, las deformaciones impuestas debidas a la fluencia y a la retracción tendrán en general dos términos: una deformación axil (que puede referirse al centro de gravedad de la sección bruta, que a su vez representa el eje de la barra y el punto en el que se supone que se produce la unión entre vigas y pilares) y una variación de curvatura. En pilares intermedios de forjados continuos de vanos iguales, el efecto de la variación de curvatura sobre los soportes se anulará debido a que el giro debido a las cargas aplicadas en un vano se verá compensado debido al giro producido por las cargas del vano adyacente. Sin embargo, el efecto de la deformación axil se acumulará a lo largo

de la longitud de la viga y producirá un acortamiento de la losa que tenderá a compensar, e incluso invertir, el alargamiento debido la fisuración del dintel, en caso que esto ocurra.

La figura 6-4, la figura 6-5 y la figura 6-6 son análogas, respectivamente, a la figura 6-1, la figura 6-2 y la figura 6-3 con la única diferencia de que el hormigón se ha considerado con un módulo efectivo, tomando un valor para el coeficiente de fluencia, $\varphi = 2$.

Se puede ver en la figura 6-6, mucho más claramente que en la figura 6-1, que para axiles reducidos superiores a 0.50 y con el objeto de limitar la relación entre la tensión en la armadura y el límite elástico, por debajo de un cierto valor (en este caso 0.30), resulta necesario disminuir la cuantía de armadura al aumentar Λ . Esta anomalía se puede explicar por el hecho de que el

aumentar por una mayor tensión en la armadura debido a este aumento de la tensión en la armadura.

Figura 6-4. Deformaciones impuestas diferidas. Tensión en la armadura en función de la cuantía de armadura y el parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu = 0.50 \cdot f_y$ se toma igual a 500 MPa. El coeficiente de fluencia se toma igual a 2.00.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento diferido. $\rho=0.03$

de pilares

Figura 6-5.
 $\Lambda_\infty = kd\delta/L$

Cuantía de armadura ($\rho = A_s/bh$) necesaria en función de $k\delta d/L^2$ para limitar la tensión de tracción en 250 MPa. Comportamiento diferido. $v = N/(bh \cdot f_c)$

parámetro
toma igual

Figura 6-6. Deformaciones impuestas diferidas. Cuantía de armadura necesaria en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda_\infty = kd\delta/L^2$ para un valor de tensión en la armadura de 250 MPa ($\sigma_s/f_y = 0.50$). En coeficiente de fluencia se toma igual a 2.00.

Figura 6-7. Deformaciones impuestas diferidas. Tensión en la armadura en función de la cuantía de armadura y el parámetro $\Lambda_{\infty}=kd\delta/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.90 \cdot f_y$ se toma igual a 500 MPa. El coeficiente de fluencia se toma igual a 2.00.

El cambio en el punto de intersección entre las curvas correspondientes a distintas cuantías de armado es también una función del nivel de fuerza axil y este efecto se manifiesta en el cambio de la forma de la curva la $\Lambda_{\infty}-\rho$ para $\nu=0.90$ representada en la figura 6-6 que muestra que, para un rango estrecho de valores de Λ , la solución no es única y que se puede alcanzar el mismo nivel tensional ya sea con una cuantía de armadura muy alta ya sea con una cuantía de armadura muy baja. Este efecto se puede entender mejor examinando la curva representada en la figura 6-7 que corresponde a un nivel de axil $\nu=0.90$ y en la cual el cruce entre curvas para distintas cuantías se produce por encima de la tensión objetivo de 250 MPa.

6.4. Combinación de deformaciones instantáneas y diferidas

A efectos de analizar la acción simultánea de cargas instantáneas, temperatura y efectos diferidos, se puede admitir la superposición de los distintos efectos. Aunque esto no es estrictamente cierto, especialmente para valores bajos de Λ , este supuesto da lugar a una buena estimación de la situación real, especialmente para valores grandes del parámetro Λ , donde las curvas $\sigma_s-\Lambda$ son prácticamente lineales.

Para ello el procedimiento a seguir es el siguiente:

- Se estima una armadura para el pilar.
- Se determina la tensión debida a las deformaciones impuestas diferidas $\Lambda_{\infty}=kd\delta_{\infty}/L^2$ en el gráfico $\sigma_s-\Lambda_{\infty}$ (1).
- Se entra con este valor de tensión en el gráfico $\sigma_s-\Lambda_0$, que corresponde a las deformaciones impuestas instantáneas, y se determina el valor Λ_{∞}^* correspondiente (2).
- Se determina el incremento $\Delta\Lambda_0=kd\delta_0/L^2$ correspondiente a las deformaciones impuestas instantáneas δ_0 .

- El nivel tensional final sería el que se obtiene del gráfico $\sigma_s - \Lambda_o$ para una abscisa igual a

Figura 6-8. Procedimiento de combinación de comportamiento instantáneo y diferido.

Como puede entenderse, no resulta sencillo en este caso obtener gráficos de dimensionamiento directo puesto que resulta necesario introducir una variable adicional para cuantificar el porcentaje de la deformación total que corresponde a acciones instantáneas.

Nota: En caso que se produzca una expansión térmica, es posible que el desplazamiento impuesto exceda los acortamientos reológicos. Sin embargo, una de las suposiciones del método simplificado es que los pilares tienen armadura simétrica, y en caso de que ocurra una inversión del desplazamiento, esto está considerado implícitamente en el cálculo.

Uno de los posibles efectos de la inversión del desplazamiento es la reducción del efecto de *tension-stiffening* (aquí vale recordar lo que sucede en el capítulo 4 con la viga 25-20-00, prefisurada con momentos negativos antes del ensayo). Esto debería ser tenido en cuenta en el modelo de *tension-stiffening* empleado. Por lo tanto, en caso de no considerar la resistencia a tracción, tal como es la propuesta original del método [131], esto no tiene influencia en el análisis.

6.5. Efecto de la consideración de la resistencia en tracción y *tension-stiffening*

Los diagramas de dimensionamiento presentados anteriormente se han obtenido para un hormigón sin resistencia a tracción. En este apartado se presentan resultados obtenidos aplicando, para el acero traccionado, la ley de rigidización en tracción propuesta por el MC2010 [26, 124], presentada al inicio del capítulo 3.

La figura 6-9, similar a la figura 6-1, presenta la comparación entre los diagramas de dimensionamiento para acciones instantáneas, considerando o no, la resistencia a tracción del hormigón. Como se puede ver, solamente para axiles y cuantías bajos, del orden de $v=0.10$ y $\rho=0.001$, se perciben diferencias en las gráficas.

Cuantía de armadura ($\rho=A_s/bh$) necesaria en función de $k\delta d/L^2$ para limitar la tensión de tracción en 250 MPa. Comportamiento instantáneo. $v=N/(bh\cdot f_c)$

Figura 6-
necesaria ϵ

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.1$

madura
 $\tau_s/f_y=0.50$)

Figura 6-10. Consideración de la resistencia en tracción en el comportamiento instantáneo. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.10$. f_y se toma igual a 500 MPa.

En general, el efecto de *tension-stiffening* es despreciable para axiles reducidos superiores a $v=0.20$. En la zona de axiles y cuantías bajos, se percibe un desplazamiento de las curvas hacia el lado inseguro, revelando que el aumento de la rigidez introducido conduce a mayores solicitaciones debidas al desplazamiento impuesto, y por tanto, a mayores tensiones en el acero traccionado, tal como se puede observar en la figura 6-10.

El comportamiento diferido presenta modificaciones similares al instantáneo, tal como se puede observar en la figura 6-11 y la figura 6-12.

**Cuantía de armadura ($\rho=A_s/bh$) necesaria en función de $k\delta d/L^2$
para limitar la tensión de tracción en 250 MPa. Comportamiento
instantáneo. $v=N/(bh \cdot f_c)$**

ito de pilares

Figura
necesaria

**Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de
armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido. $N/(bh \cdot f_c)=0.1$**

nadura
($\sigma_s/f_y=0,50$)

Figura 6-12. Consideración de la resistencia en tracción en el comportamiento diferido. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.10$. ($f_y = 500$ MPa).

6.6. Verificación experimental del método de dimensionamiento de pilares

6.6.1. Concepción de la campaña experimental

El método propuesto ha sido verificado experimentalmente en el laboratorio de Estructuras de la UPM, en el marco del programa de investigación sobre el “Uso de hormigones con fibras metálicas de NFU en estructuras integrales” [144]. En dicha campaña se han ensayado cuatro pilares de hormigón armado, cuyos resultados han permitido validar el método de dimensionamiento de pilares.

Los ensayos han sido concebidos de modo que los especímenes ensayados sean representativos de la realidad. Debido a que los gatos hidráulicos disponibles tienen una capacidad máxima de 200 kN y un desplazamiento máximo de 100 mm, los elementos ensayados se proyectan para desarrollar toda su capacidad dentro de dicho rango de carga y desplazamientos. Finalmente, para introducir la carga axial y evitar las dificultades de mantener la carga vertical centrada se utiliza un sistema de pretensado.

Para simplificar el prototipo ensayado se ha decidido adoptar un esquema de viga en voladizo. Puede decirse que en una estructura integral real esto representaría la semilongitud de un pilar biempotrado, con un desplazamiento impuesto en la cabeza igual al doble del impuesto en el ensayo, como se muestra en la figura 6-13. Dada una sección transversal de 30×30cm, la altura de la columna se ha proyectado para alcanzar la plastificación total de la armadura con la fuerza máxima disponible en el gato, de modo que pueda estudiarse detalladamente la zona de comportamiento en servicio. El esquema de la columna ensayada se muestra en la figura 6-14.

Figura 6-13. Esquema estructural de un puente tipo y modelo equivalente del pilar extremo.

La fuerza axial en el pilar se introduce mediante un barra de acero de pretensado de alta resistencia ($f_{py}/f_{pu} = 835/1050$ MPa), anclada en la cimentación del espécimen y tesada desde la parte superior. Con el objeto de evitar los efectos de la fricción entre la barra de pretensado y la vaina, éstas últimas fueron selladas con lechada de cemento. Esto significa que las barras de pretensado deben considerarse como parte de la armadura de refuerzo, dada la compatibilidad de deformaciones existente. Su influencia, sin embargo, es pequeña puesto que su localización se encuentra en el centroide de la sección. Las dimensiones de las armaduras de pretensado y vainas se detallan en la tabla 6-1. Los pilares se denominan con el código XX-YY, siendo XX el diámetro de la barra (12 o 25 mm) e YY el axial reducido (30% o 80%, aproximadamente), valor definido como $v = N / (0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h)$, dónde N es la fuerza axial. La sección transversal de los pilares se presenta en la figura 6-15.

Tabla 6-1. Propiedades del Sistema de pretensado

Axial reducido (-)	Ø Vaina Interior [mm]	Ø Vaina Exterior [mm]	Ø Barra [mm]	Deformación inicial [$\mu\epsilon$]	Fuerza Pretensado [kN]
≈30%	51	57	32	2.81	450
≈80%	63	69	47	3.46	1200

La composición del hormigón se detalla en la tabla 6-2. Es un hormigón autocompactante (HAC) de resistencia a compresión, a los 28 días, $f_{ck,28}=30$ MPa. La tabla 6-3 muestra los resultados obtenidos en ensayos de compresión directa y tracción indirecta, en probetas cilíndricas a los 7 y 28 días. Los valores de elongación y resistencia en el momento del ensayo se resumen en la tabla 6-4.

Tabla 6-2. Composición del hormigón HAC por m³

CEM II AM(P-V) 42,5R	400 kg
Agua	165 l
Agregados 0/5 mm	1004 kg
Agregados 5/10 mm	821 kg
Superplastificante	3.7 l
Rel. agua/cemento	0.41
Rel. cemento/agregados	0.22

Tabla 6-3. Resistencia media a compresión y tracción del hormigón a los 7 y 28 días.

Resistencia a compresión media cilíndrica [MPa]		Resistencia a tracción media indirecta *** [MPa]	
7 d*	28 d**	7 d*	28 d**
32.3	37.5	3.3	4.2

* 2 especímenes se ensayaron a los 7 días

** 3 especímenes se ensayaron a los 28 días

*** Ensayo de tracción indirecta (Brasileño)

Tabla 6-4. Resistencia del hormigón estimada y deformación de pretensado en el momento del ensayo

Columna	Fecha ensayo	Edad ensayo [d]	Resistencia estimada ensayo* [MPa]	Elongación pretensado [μɛ]	Fuerza pretensado [kN]	Axil reducido N/(0.85·b·h·f _{cd})
12-30	27/09/2012	113	41	140	440	29%
25-30	25/09/2012	111	41	130	500	33%
12-80	02/10/2012	118	42	348	1083	71%
25-80	11/10/2012	127	42	302	1151	75%

* De acuerdo con el EC2 #3.1.2 y los ensayos a 7 y 28 días. Todas las columnas fueron hormigonadas el 04/06/2012 y pretensadas el 11/09/2012.

La armadura pasiva longitudinal y transversal es tipo B-500S, cuyas propiedades se presentan en la tabla 6-5.

Tabla 6-5. Propiedades mecánicas del acero pasivo

Resistencia característica del acero f _{yk}	500	MPa
Resistencia característica a tracción f _{tk}	550	MPa
Módulo de Young	200000	MPa
Deformación de rotura	12	%

6.6.3. Instrumentación del ensayo

En cada ensayo se han tomado las siguientes medidas:

- Desplazamiento aplicado por el gato.
- Deflexiones (flechas) en el punto de aplicación de la carga y en dos secciones intermedias ($z=L/3$ y $z=2/3L$).
- Inclinación del punto de aplicación de carga.

- Elongaciones de los LDTV ubicados en la base de la columna, localizados en las cuatro caras del pilar: cara traccionada, comprimida y laterales, en las fibras donde se ubican las armaduras, cuya base de medida es 50 mm.
- Deformación longitudinal en ambas caras laterales del pilar, en correspondencia con la armadura longitudinal comprimida.
- Deformación longitudinal en ambas caras laterales del pilar, en correspondencia con la armadura longitudinal traccionada.
- Deformación longitudinal en la cara traccionada del pilar, en correspondencia con la armadura longitudinal.
- Todas las mediciones de deformaciones (obtenidas a lo largo de la longitud total del pilar) han sido tomadas con extensómetros digitales con una base de medida de 200 mm.

Figura 6-16. Instrumentación del ensayo: (a) vista lateral y (b) vista frontal

Dado que en la base del pilar se produce el mayor momento flector, y que es de esperar la formación de una fisura, en dicha zona se ha colocado un sensor de cuerda vibrante verticalmente y centrado. Este sensor, se ancla al hormigón mediante barras corrugadas de $\varnothing 12$ mm, solidarias con el mismo (El sistema completo se denomina “Sister bar” y se presenta en el Anejo 3). La ventaja de este tipo de medición, comparada con el extensómetro tradicional es que provee de un valor medio a lo largo de la longitud total del sensor, mientras que un extensómetro provee una medida de carácter local en la zona dónde se sitúa la base de medición. El ensayo se lleva a cabo utilizando control de desplazamientos del gato hidráulico con un desplazamiento máximo de 100 mm y una carga máxima de 200 kN. La instrumentación final se muestra en la figura 6-16.

6.7. Verificación experimental del método de dimensionamiento de armaduras

Como se ha mencionado al inicio de este capítulo, el método simplificado de dimensionamiento de pilares [131] no tiene en cuenta los efectos de *tension-stiffening*. Sin embargo, dado que los resultados experimentales necesariamente tienen estos efectos incorporados, es interesante

estudiar su influencia. De este modo, con el objeto de estudiar el efecto del *tension-stiffening* desde un punto de vista teórico, el comportamiento de los materiales se modela de acuerdo con el MC2010 [26], ver Anejo 1, interpolando entre los estados I y II, de acuerdo al método del EC2 [25].

Figura 6-17. Verificación experimental del método simplificado: 12-30 (a), 25-30 (b), 12-80 (c) and 25-80 (d)

Figura 6-17. Verificación experimental del método simplificado: 12-30 (a), 25-30 (b), 12-80 (c) and 25-80 (d)

Los resultados de este análisis no lineal se presentan en la figura 6-17, junto con el método simplificado [131] y los resultados experimentales. Como puede observarse, el efecto del *tension-stiffening* es importante solo en la columna 12-30, dado su baja cuantía y axil reducido. Para el resto de columnas este efecto es despreciable. También, la figura 6-17 muestra un buen acuerdo entre los resultados experimentales y el método simplificado de análisis [131], los resultados teóricos obtenidos con las hipótesis precedentes representan una buena aproximación que

queda **del lado de la seguridad** en el cálculo del desplazamiento admisible, respecto a los resultados experimentales.

6.8. Ejemplo de aplicación en un paso superior de carretera

A continuación se analiza un paso superior instrumentado por el Grupo HE [12] que se describirá detalladamente en el capítulo 7. El puente en cuestión es un puente integral de 64.00 m de longitud, de cuatro vanos de luces 12.00+20.00+20.00+12.00 m medidos sobre el eje de la estructura tal como se muestra en la figura 6-18. El tablero es una losa maciza pretensada, que se encuentra rígidamente unida a pilas y estribos. De este modo, el puente es completamente monolítico. Los estribos se encuentran cimentados sobre pilotes metálicos, que le dan la flexibilidad necesaria para minimizar la coacción de los movimientos horizontales, mientras que las pilas se cimentan sobre zapatas.

Figura 6-18. Alzado longitudinal de la estructura.

El tablero es una losa continua de hormigón pretensado HP-35 de canto constante igual a 0.85 m, ancho de 9.00 m en la parte superior y 3.80 en la inferior, con un área transversal de 5.41 m², ver figura 6-19. El pretensado evita la fisuración del tablero para cargas de servicio.

Figura 6-19. Sección transversal tipo de la estructura.

Las pilas de hormigón HA-35 son circulares de 0.75 m de diámetro, con una altura media de 7.59 m y una cuantía de armadura $\rho = 3.28\%$, ver figura 6-20. Su cimentación es directa mediante zapatas cuadradas de 5.50 m de lado y 1.10 m de canto, por lo cual pueden considerarse empotradas en su base.

Para determinar la acción producida por las deformaciones impuestas, es importante conocer la distancia desde la posición de la pila extrema hasta el punto fijo L_f . En este caso, simplificada, se supone que el punto fijo se encuentra en la mitad de la longitud del puente, es decir a unos 20 m. Estrictamente hablando, la diferencia de altura entre las diferentes pilas produce un ligero desplazamiento del punto fijo hacia el lado más rígido del tablero.

Figura 6-20. Sección transversal de la pila analizada.

El segundo paso consiste en estimar el esfuerzo axial al que se ve sometido el pilar. La carga cuasipermanente es aproximadamente de 160 kN/m, por lo que asignando la carga por área de influencia produce un axial cuasipermanente en la pila extrema de 3520 kN y de este modo, el axial reducido es:

$$\nu = \frac{N}{A_c f_{ck}/1.5} = \frac{3520}{11781} = 0.30$$

Como puede observarse el axial reducido para cargas permanentes resulta pequeño, comparado con pilares de edificación, donde este valor puede ser más del doble, debido a la importancia de los momentos y efectos de segundo orden en las pilas de los puentes y la ausencia de un condicionante de optimización de la superficie útil como el que se tiene en los edificios. Para los efectos de deformaciones impuestas, es favorable que el axial reducido sea más elevado y el elemento más flexible (véase el gráfico de la figura 6-2), lo que se consigue reduciendo las dimensiones de la pila. El canto útil se tiene en cuenta, además, en el factor $\Lambda = kd\delta/L^2$ y en la cuantía $\rho = A_s/bd$.

Una vez descritas las dimensiones de la estructura y el esfuerzo axial, resta por definir las deformaciones impuestas.

Para la fluencia del hormigón se considera un coeficiente de fluencia, a tiempo infinito, aproximadamente igual a $\varphi=2.00$, para las pilas y $\varphi=1.90$, para el tablero.

La retracción del tablero es, del orden de 0.35 mm/m.

$$\delta_{sh} = \varepsilon_{cs} \cdot L_f = 0.35 \cdot 20 = 7 \text{ mm}$$

Se supone una variación uniforme de temperatura $\Delta T=30^\circ\text{C}$ que actúa de forma instantánea y que produce un desplazamiento impuesto sobre la cabeza del pilar:

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L_f = 1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 20 = 6 \text{ mm}$$

El pretensado, que introduce un acortamiento del tablero, está formado por una familia de 6 tendones, cada uno formado por 19 cordones de acero superestabilizado de 15.24 mm de diámetro nominal y área igual a 140.00 mm² por cordón, según norma ASTM A416M-99.

La fuerza de pretensado se obtiene de suponer una fuerza de tesado igual al 75% de la tensión de rotura del acero, resultando por tanto $F_p = 6 \cdot 19 \cdot 1.4 \cdot 0.75 \cdot 186 = 22264$ kN. Esto produce una tensión media en el hormigón de:

$$\sigma_{pret} = \frac{F_p}{A_c} = \frac{22.26}{5.41} = 4.12 \text{ MPa}$$

Considerando módulo de deformación del tablero de $E_c=30000 \text{ MPa}$, el desplazamiento impuesto en la cabeza de la pila es:

$$\delta_{pret,o} = L_f \cdot \frac{\sigma_{pret}}{E_c} = \frac{4.12}{30000} \cdot 20 = 2.75 \text{ mm}$$

La baja coacción horizontal de los pilares hace que el acortamiento debido a la fluencia del tablero no se vea impedido, y por lo tanto que no se generen esfuerzos hiperestáticos.

La relación entre la rigidez a flexión del dintel y el pilar es del orden de $k_d/k_p = 7590$, de modo que según la figura I-7 del Anejo 1, el desplazamiento sufrido por el pilar es prácticamente el desplazamiento libre del tablero. Esto significa que prácticamente no aparecen axiles en el tablero debido a la coacción de los pilares. También se deduce que en caso de fisuración del pilar, lo cual implicaría un cambio en la relación de rigideces, no habría diferencia en el desplazamiento impuesto, puesto que hablamos del valor máximo.

El factor k utilizado en el parámetro Λ se toma igual a 6, puesto que se puede considerar que el empotramiento de una pila en el tablero es completo. El canto útil, como se mencionó anteriormente es igual a $d=0.70 \text{ m}$ y la altura de la pila $L=7.59 \text{ m}$.

En primer lugar se resuelve el **problema instantáneo**. En este caso, el desplazamiento impuesto en la cabeza del pilar es:

$$\delta = \delta_T + \delta_{pret,o} = 6 + 2.75 = 8.75 \text{ mm}$$

Dado que en el caso analizado las pilas tienen una armadura definida, el procedimiento consiste en verificar que las tensiones que se desarrollan en el acero no superan los 250 MPa. Para resolver el problema se utiliza la figura a.56, del anejo 2, que para un axil reducido $v=0.30$ y una cuantía $\rho=0.03$, entrando con el valor $\Lambda_o=0.64 [\cdot 1000]$ en abscisas, se obtiene la tensión en el acero traccionado en ordenadas, que en este caso es:

$$\Lambda_o = \frac{6 \cdot 0.70 \cdot 0.00875}{7.59^2} = 0.64 \text{ mm} \rightarrow \text{figura a.57} \rightarrow \frac{\sigma_s}{f_y} \cong 0.12$$

Las deformaciones impuestas por el pretensado más una contracción térmica, debida a una variación de temperatura, producen tensiones de tracción en la armadura de la pila del orden de $\sigma_s = 60 \text{ MPa}$.

Para resolver el **problema diferido** se procede de acuerdo con el procedimiento definido al inicio de este capítulo. En este caso se considera que el pretensado actúa como una acción diferida, junto con la retracción del tablero. Despreciando las pérdidas de pretensado, el desplazamiento impuesto debido a las acciones diferidas es:

$$\delta_{\infty} = \delta_{sh} + \delta_{pret,o} = 7 + 2.75 = 9.75 \text{ mm}$$

Consecuentemente, el incremento de Λ debido a las acciones diferidas viene dado por:

$$\Lambda_{\infty} = \frac{6 \cdot 0.70 \cdot 0.00975}{7.59^2} = 0.71 \text{ mm}$$

Utilizando la figura II-67, del Anejo 2, se calcula la tensión debida a las acciones diferidas:

$$\Lambda_{\infty} = 0.71 \text{ mm} \rightarrow \text{figura a.67} \rightarrow \frac{\sigma_s}{f_y} \cong 0.036$$

A partir de este estado tensional se calcula un valor de partida Λ_o^* en el gráfico de comportamiento instantáneo, figura II-56, con el objeto de determinar el incremento de tensiones producido por la temperatura, cuyo valor Λ_o^* viene dado por:

$$\frac{\sigma_s}{f_y} \cong 0.036 \rightarrow \text{figura a.56} \rightarrow \Lambda_o^* = 0.40 \text{ mm}$$

De este modo, el incremento efectivo que debe utilizarse en la figura a.56 es:

$$\Lambda_o = \Lambda_o^* + \Delta\Lambda_o = 0.40 + \frac{6 \cdot 0.70 \cdot 0.006}{7.59^2} = 0.84 \rightarrow \text{figura a.56} \rightarrow \frac{\sigma_s}{f_y} \cong 0.19$$

Resultando una tensión máxima en las armaduras del pilar de 95 MPa, por lo tanto el proyecto no presenta problemas tal como se ha verificado en las medidas realizadas en el puente [157].

Como una extensión del ejercicio, para demostrar la potencialidad del método, se estudian dos puentes de similares características geométricas, pero de mayor longitud. En el primero de los puentes se incrementa la longitud en 40 m, introduciendo dos vanos interiores, y en el segundo se incrementa la longitud en 80 m, introduciendo otros dos vanos interiores adicionales.

La o resume los cálculos realizados en los tres puentes, dónde se puede ver que hasta 104 m de longitud no hay tensiones elevadas en las armaduras. Los problemas aparecen en los cálculos diferidos para el puente de mayor longitud (144 m), dónde no se cumple el criterio preestablecido de los 250 MPa. Para decidir si el proyecto es adecuado, el paso siguiente sería la verificación de la abertura de fisura de acuerdo a la normativa vigente [24]. En caso que esta verificación fuera satisfactoria, el diseño seguiría siendo adecuado. En caso contrario, no es posible solucionar el problema aumentando la armadura. Tal como puede verse en las gráficas de dimensionamiento, el aumento de cuantía de la pila no mejora sensiblemente la situación.

Tabla 6-6. Resumen de cálculos realizados para los tres puentes planteados

L_{total}	L_f	ϵ_{cs}	ΔT	α	$\delta_{pret,o}$	$\delta_{T,o}$	$\delta_{sh,o}$	Λ_o	σ_s/f_y	σ_s	Λ_{∞}	σ_s/f_y	Λ_o^*	$\Delta\Lambda_o$	$\Lambda_o^* + \Delta\Lambda_o$	σ_s/f_y	σ_s
[m]	[m]	[$\mu\epsilon$]	[$^{\circ}C$]	[$1/^{\circ}C$]	[mm]	[mm]	[mm]		Fig.a.56	[MPa]		Fig.II-67				Fig.II-56	[MPa]
64	20	350	30	10^{-5}	2.75	6.00	7.00	0.64	0.12	60	0.71	0.04	0.40	0.44	0.84	0.19	95
104	40	350	30	10^{-5}	5.49	12.00	14.00	1.28	0.3	150	1.42	0.20	0.92	0.87	1.79	0.44	220
144	60	350	30	10^{-5}	8.24	18.00	21.00	1.91	0.48	240	2.13	0.38	1.60	1.31	267.91	0.76	380

7. CAMPAÑA EXPERIMENTAL EN UN PUENTE INTEGRAL

7.1. Introducción

La concepción de las estructuras integrales ha ido evolucionando con la necesidad de optimizar las formas estructurales para que absorban los efectos de las deformaciones impuestas, tratando de minimizar los costos de mantenimiento al suprimir el mayor número posible de juntas. No se debe olvidar que, a la hora de valorar el coste económico de una estructura, se debe tener en cuenta no sólo el coste de su ejecución sino también el coste de su mantenimiento. A este respecto, resulta siempre más económico realizar una inversión inicial ligeramente más cara pero que, por el contrario, supone un aumento en la calidad de la estructura durante la vida útil de la misma y su explotación y una drástica disminución en los costes de mantenimiento.

La gran mayoría de las estructuras, tanto de edificación como de obra pública, se han proyectado con juntas de dilatación para minimizar los efectos debidos a las deformaciones impuestas provocadas por la retracción, la fluencia, aguda, en el caso de estructuras pretensadas, particularmente en estructuras evolutivas, y la temperatura. Las juntas suponen un coste alto y pueden terminar generando problemas locales por mal funcionamiento de las mismas. Esta práctica de disponer juntas está fundada principalmente en el poco conocimiento respecto a la evaluación de los efectos de las deformaciones impuestas y en la existencia de una normativa no actualizada que facilita unas reglas simplificadas muy restrictivas, debido a la inexistencia de modelos que permitan conocer con garantías las deformaciones y estados tensionales de estas estructuras.

En respuesta a esta necesidad, la Unidad Docente de Hormigón Estructural realizó un primer proyecto de investigación “Estudio analítico y experimental de los efectos de las deformaciones impuestas en las estructuras integrales”, financiado por el Ministerio de Fomento y enmarcado dentro del Plan Nacional de Investigación Tecnológica 2000-2003 [159], que pretendió contribuir a dar respuesta a la problemática planteada. El proyecto permitió el estudio profundo de dos estructuras integrales de edificación. Siguiendo con esta línea de investigación, durante el período 2007-2008 se desarrolló el proyecto de investigación de “Puentes Integrales” [61] cuyo objetivo fue la realización de un estudio analítico y experimental del comportamiento de puentes integrales sin juntas. En esta sección se presentan los resultados obtenidos en esta última campaña experimental que comenzó en el año 2007 y cuyos datos aún siguen recolectándose hoy día.

La experimentación propuesta en esta campaña ha contemplado los siguientes aspectos:

- Las acciones en este tipo de puentes (acciones térmicas y acciones diferidas, retracción y fluencia).
- Las características de los materiales utilizados en la fabricación del puente. Para ello es necesaria la caracterización de los materiales, hormigón y acero (resistencias, módulo de elasticidad, etc.).
- La evaluación de las principales características de comportamiento del puente: deformaciones y estado tensional de los distintos elementos estructurales.

Figura 7-1. Fotografía del paso superior instrumentado. Carretera Ávila-Salamanca.

7.2. Descripción del paso superior instrumentado

Figura 7-2. Alzado longitudinal de la estructura.

El puente instrumentado en este trabajo es un puente integral de 64.00 m de longitud, de cuatro vanos de luces 12.00+20.00+20.00+12.00 m medidos sobre el eje de la estructura tal como se muestra en la figura 7-2. El tablero es una losa maciza pretensada, que se encuentra rígidamente unida a pilas y estribos. De este modo, el puente es completamente monolítico. Los estribos se encuentran cimentados sobre pilotes metálicos, que le dan la flexibilidad necesaria para minimizar la coacción de los movimientos horizontales, mientras que las pilas se cimentan sobre zapatas.

El tablero es una losa continua de hormigón pretensado HP-35 de canto constante igual a 0.85 m, con lo que resulta una relación canto/luz igual a 23.5, valor adecuado para esta tipología. Como se puede observar en la figura 7-3 el ancho del tablero es igual a 9.00 m, correspondiente a dos carriles de 2.50 m, dos arcenes de 1.50 m y dos bandas a cada lado de 0.50 m de anchura para la colocación de la barrera metálica y de la imposta. Los dos voladizos son de 2.20 m de longitud con canto variable desde 0.20 en el extremo hasta 0.40 m en la unión con el núcleo.

Figura 7-3. Sección transversal tipo de la estructura.

Las pilas de hormigón HA-35 son circulares de 0.75 m de diámetro, con alturas iguales a 8.03 m, 7.93 m y 7.14 m y están empotradas en el tablero. Su cimentación es directa mediante zapatas cuadradas de 5.50 m de lado y 1.10 m de canto.

Figura 7-4. Sección transversal de la pila analizada.

Los estribos son integrales y están constituidos por un cargadero de 2.10 m de canto mínimo en el extremo y 2.19 m de canto en el eje. Su anchura es de 1.00 m, y apoyan en cinco micropilotes de acero ($f_{yk} = 560$ MPa) cada uno que cuentan con un diámetro de tubería de 114 mm y espesor de 6.5 mm. El diámetro exterior del micropilote es de 225 mm y su longitud total es de 27.0 m (un primer metro dentro del encepado más los 26.0 m restantes en el terreno).

Con objeto de dotar a la cimentación de la flexibilidad necesaria prevista en el cálculo, se ha optado por sustituir en los dos metros superiores el mortero del micropilote por arena, de forma que se minimice la coacción a los desplazamientos horizontales del tablero.

7.3. Proceso constructivo

El proceso constructivo para la realización de la estructura es el siguiente:

1. Ejecución de las cimentaciones de pilas y estribos.
2. Ejecución de los estribos.
3. Ejecución de las pilas y cimbrado del tablero.

4. Ferrallado y hormigonado del tablero.
5. Tesado del tablero en 1 fase. Previamente al tesado del tablero, el hormigón deberá haber alcanzado una resistencia característica mínima igual a 30 MPa.
6. Descimbrado.
7. Ejecución de los acabados.

La secuencia de fotos presentada en la figura 7-5 muestra el avance de la construcción del puente hasta su culminación. La figura 7-6 y la figura 7-7 corresponden al hormigonado de la pilas. La figura 7-8 y la figura 7-9 corresponden al hormigonado y tesado del tablero.

(19/07/2007): Pilotes metálicos.

(12/09/2007): Armadura de zapata 1.

(26/09/2007): Instrumentación de pilar 1 (base).

(25/10/2007): Instrumentación de pilar 1 (cabeza).

(06/11/2007): Hormigonado de pilares, extracción de probetas.

(05/12/2007)

(04/03/2008) Hormigonado del tablero, extracción de probetas.

(16/04/2008) Tablero Hormigonado, tesado.

(16/10/2008) Puente terminado.

Figura 7-5. Secuencia fotográfica que muestra las etapas constructivas del puente.

Figura 7-6. Hormigonado del pilar (06/11/2007).

Figura 7-7. Hormigonado del pilar (06/11/2007).

Figura 7-8. Hormigonado del tablero (04/03/2008).

Elemento	Edad (d)
Estribos	213
Pilas	125
Tablero	6

Figura 7-9. Tesado del Tablero (10/03/2008) junto a la edad de los elementos principales en el momento del tesado.

7.4. Definición de la Instrumentación

En esta sección se detallan los aspectos fundamentales de la instrumentación utilizada. Se comienza describiendo los aspectos de funcionamiento de los sensores utilizados para posteriormente, detallar de forma ordenada según su lugar de emplazamiento, la instrumentación prevista.

7.4.1. Instrumental utilizado

Sensores de cuerda vibrante

Los sensores de medición de deformaciones utilizados en este trabajo son galgas extensométricas, barras instrumentadas y transductores de desplazamientos. Todos ellos funcionan mediante el sistema de cuerda vibrante, ver figura 7-10. Este sistema se basa en el principio de que la frecuencia propia de una cuerda, dentro de un delimitado rango de deformaciones, es directamente proporcional al estado tensional en el que se encuentra la cuerda. De esa forma, si una cuerda se encuentra tensado y fijado entre dos puntos de la estructura y los puntos varían su distancia relativa, esto induce tensiones en la cuerda que modifican su frecuencia natural de vibración. Por lo tanto, midiendo la frecuencia propia puede conocerse indirectamente la deformación de la cuerda y por tanto, la de la estructura.

Para medir la frecuencia propia de la cuerda, éste debe ser excitado. Esto se consigue mediante un bobinado que durante un cierto periodo de tiempo actúa como un electroimán, induciendo el movimiento de vibración de la cuerda y que posteriormente funciona como frecuencímetro. Todos estos sensores llevan incorporado un termistor que permite medir la temperatura.

Las diferencias entre los tres tipos de sensores mencionados radican en la forma en la que se utiliza el principio descrito. Las galgas de cuerda vibrante, constan de una cuerda entre dos bases que se fijan a la estructura. Por lo tanto, permiten medir el desplazamiento relativo entre dichas bases. El mismo sensor existe en dos tipos diferentes, uno pensado para medir deformaciones en la superficie exterior de la estructura, cuyas bases pueden pegarse o incluso atornillarse a la estructura (ver figura 7-10 a) y otro pensado para introducirse dentro de la masa de hormigón fresco (ver figura 7-10 b). Ambos sensores fueron utilizados y probados en laboratorio, en diferentes ensayos dando resultados satisfactorios.

Figura 7-10. Sensores de cuerda vibrante: a) para colocar en superficie exterior. b) para dejar embebido dentro de la masa de hormigón.

La medida de estos sensores deja de ser representativa del comportamiento medio cuando aparece una fisura entre las dos bases de medida. Este problema se soluciona con las barras corrugadas instrumentadas cuya longitud (en torno a 1.60 metros) permite obtener una medida promedio, siendo aptas para uso en zonas fisuradas. Por último, los transductores de desplazamientos funcionan esencialmente de un modo similar a la galga embebida, aunque su tamaño y rango de medida son significativamente mayores. Además, en este caso uno de los extremos debe estar anclada a un punto fijo, para poder registrar los desplazamientos que sufre

la estructura, dónde se encuentra embebido el otro extremo. Un matiz importante es el tratamiento de la temperatura. Dado que el sensor mide diferencias de frecuencia y no deformaciones en sí mismas, hay que tener en cuenta las deformaciones impuestas de la cuerda, puesto que la deformación medida corresponde a la parte mecánica de la deformación (la que produce tensión en la cuerda). De este modo, si los desplazamientos en los extremos de la cuerda son iguales a los que la cuerda experimenta por la variación de su propia temperatura, este no sufrirá variación de tensión, y por tanto no registrará variación de la frecuencia natural de vibración.

De este modo, el desplazamiento total real que se producirá en los extremos de la cuerda ($\Delta L_{total}^{cuerda}$) puede descomponerse en dos partes: una debida a la acción mecánica inducida por la tensión existente (ΔL_{efec}^{cuerda}) y otra debida a la deformación impuesta inducida por la temperatura (ΔL_{temp}^{cuerda}), ver ecuación (7.1). La deformación impuesta de relajación de la cuerda no es tenida en cuenta debido al orden de magnitud y la escala temporal en el que ocurre.

$$\Delta L_{total}^{cuerda} = \Delta L_{efec}^{cuerda} + \Delta L_{temp}^{cuerda} \quad (7.1)$$

La variación de tensión que sufre la cuerda se expresa en función de la deformación efectiva tal como se muestra en la ecuación (7.2).

$$\Delta \sigma = E \frac{\Delta L_{efec}}{L} \quad (7.2)$$

Las deformaciones que se producen en el hormigón son debidas a las acciones exteriores y las deformaciones impuestas producidas por la reología del hormigón (ΔL_{reo}^{horm}) y las variaciones de temperatura (ΔL_{temp}^{horm}). Dentro de las acciones exteriores se incluyen el peso propio, las sobrecargas, el pretensado, los asentamientos de apoyos, efectos estructurales de la variación de temperatura, etc. Todos estos efectos se engloban en un alargamiento “tensional” ($\Delta L_{tensional}^{horm}$). Por lo tanto, el alargamiento total del hormigón entre las bases de medida, viene dado por la ecuación (7.3).

$$\Delta L_{total}^{horm} = \Delta L_{reo}^{horm} + \Delta L_{temp}^{horm} + \Delta L_{tensional}^{horm} \quad (7.3)$$

Dado que la base de medida está unida solidariamente al hormigón, los desplazamientos deben ser iguales, por lo tanto, debe cumplirse la igualdad (7.4).

$$\Delta L_{total}^{cuerda} = \Delta L_{total}^{horm} \quad (7.4)$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores, se obtiene la relación (7.5).

$$\Delta L_{efectivo}^{cuerda} + \Delta L_{temperatura}^{cuerda} = \Delta L_{reo}^{horm} + \Delta L_{temp}^{horm} + \Delta L_{tensional}^{horm} \quad (7.5)$$

Por lo comentado anteriormente, el registro de deformación que proporciona la cuerda vibrante en aparato es función únicamente del desplazamiento efectivo ($\Delta L_{efectivo}^{cuerda}$) que puede despejarse de la relación anterior, según se muestra en la ecuación (7.6).

$$\Delta L_{efec}^{cuerda} = \Delta L_{reo}^{horm} + \Delta L_{tensional}^{horm} + (\Delta L_{temp}^{horm} - \Delta L_{temp}^{cuerda}) \quad (7.6)$$

Los desplazamientos debidos a la temperatura en el hormigón y en la cuerda vienen dados por las ecuaciones (7.7) y (7.8), respectivamente:

$$\Delta L_{temp}^{horm} = \alpha_{horm} \Delta T_{horm} L \quad (7.7)$$

$$\Delta L_{temp}^{cuerda} = \alpha_{cuerda} \Delta T_{cuerda} L \quad (7.8)$$

La temperatura en la cuerda será la medida por el propio termistor (ΔT_{cuerda}). En principio, debido a la continuidad del campo de temperaturas, podría decirse que la temperatura del hormigón en ese punto es la misma. Por lo tanto, la deformación efectiva de la cuerda puede expresarse del siguiente modo, según la ecuación (7.9).

$$\Delta L_{efec}^{cuerda} = \Delta L_{reo}^{horm} + \Delta L_{tensional}^{horm} + \Delta T_{cuerda} L (\alpha_{horm} - \alpha_{cuerda}) \quad (7.9)$$

La cuerda vibrante suele construirse de acero, y como la diferencia entre coeficientes de dilatación del acero y del hormigón es muy pequeña, puede despreciarse el último término de la ecuación anterior. Por lo tanto, en principio, el sensor medirá únicamente deformaciones debidas a acciones exteriores, la reología del hormigón y la parte estructural de la acción térmica, compensando las deformaciones impuestas por las variaciones de temperatura a nivel seccional.

Lo explicado anteriormente no se produce en los transductores de desplazamientos porque en estos se miden desplazamientos absolutos y no deformaciones relativas de la masa de hormigón, no siendo por tanto afectado por la diferencia de coeficientes de dilatación térmica entre la masa de hormigón y el acero de la cuerda.

Inclinómetros

El principio de medida consiste en un sensor de giros electrolítico que lleva acoplada una burbuja de aire en agua de gran precisión, conectado por un puente de resistencias. El puente produce un voltaje proporcional al valor del giro.

7.4.2. Secciones instrumentadas

Secciones transversales del tablero

Se midieron las deformaciones y la temperatura en diferentes puntos de la sección para cinco secciones del puente (secciones S-1 a S-5 definidas en la figura 7-11. En cada sección se tienen 12 sensores de cuerda vibrante con termistor. En total, se colocan 60 sensores.

Figura 7-11. Esquema de distribución de secciones a lo largo del tablero.

Figura 7-12. Esquema de instrumentación en las secciones transversales del puente.

Secciones transversales de la pila

Se midieron las deformaciones y la temperatura en diferentes puntos de la sección (S-6 y S-7 definidas en la figura 7-13). Para ello se colocaron 8 barras instrumentadas con sensores de cuerda vibrante y termistor. Los sensores se reparten entre las dos secciones extremas en uno de los pilares laterales.

Figura 7-13. Esquema de instrumentación del pilar P-1.

7.4.3. Auscultaciones realizadas

Movimiento horizontal del puente

Para la determinación del movimiento longitudinal del puente se ha medido la abertura de la junta, al final de la losa de transición, sección S-8 de la figura 7-11). Para asegurar que el movimiento del puente se mide respecto a un punto fijo se requiere un elemento de hormigón adicional que se hormigona a nivel de losa de transición, apoyado en un durmiente que no debe ser arrastrado por el movimiento del pavimento superior.

Figura 7-14. Esquema de instrumentación de la losa de transición.

Entre estos macizos y los durmientes se colocaron, en cada una de las juntas extremas (secciones S-8 y S-9 definidas en la figura 7-11), dos sensores especiales para medir la abertura de las mismas (ver Anejo 3). En total se dispusieron cuatro sensores para medir desplazamientos.

Las dimensiones de estos elementos se especifican en el Anejo 3, donde además, se detallan los cuidados adicionales que deben tenerse para garantizar que el macizo de hormigón no presente desplazamientos debidos a movimientos que puedan generarse en el pavimento. Básicamente, para lograr esto, se dispone una banda asfáltica entre la parte superior del durmiente y el macizo y otra entre la parte superior del macizo y el pavimento (ver figura 7-14).

Acción ambiental

En los ensayos a esta escala es importante hacer un estudio explícito de los datos climáticos en tres niveles diferentes.

En primer lugar, se analiza la temperatura y humedad de la zona con los datos proporcionados por la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET) de la estación más cercana al lugar de la construcción (Ávila - Observatorio, a 25 km de distancia del puente instrumentado).

En segundo lugar, se tiene que medir la temperatura y la humedad en los alrededores de la estructura. Estas mediciones se realizan mediante una sonda meteorológica ubicada en el emplazamiento del puente.

Por último, se mide la temperatura en el interior de los elementos de hormigón armado a diferentes profundidades mediante los termistores incorporados a los sensores de cuerda vibrante. En cada sitio donde se instala un sensor, se mide la temperatura.

En la figura 7-15 se representan mediciones de temperatura realizadas en la zona del puente (gris) contrastados con los valores provistos por la AEMET para la estación más cercana (naranja). Este

tipo de gráfico sirve, entre otras cosas, para la contrastación de las medidas y para detectar posibles anomalías en el funcionamiento de los sensores.

Figura 7-15. Registro de temperaturas. Estación local (T_{ext}) vs. Mediciones de la AEMET (INM) de la estación en Ávila.

Para la zona de Ávila, AEMET provee de datos medios anuales de temperatura y humedad relativa desde el año 1981 hasta el año 2010. Los valores medios anuales de temperatura y humedad relativa registrados son de 11°C y 63% , respectivamente. Estos valores coinciden con los valores medios obtenidos in-situ durante el periodo auscultado (11.4°C y 60.3%).

Medición de giros

Adicionalmente a la instrumentación anterior, se dispusieron 5 inclinómetros (ver Anejo 3) entre el estribo y la pila central tal como se indica en la figura 7-11. Estos aparatos permitieron medir la deformación del tablero proporcionando un dato de contraste para las medidas de las deformaciones en las secciones.

Control remoto

La recolección de datos se realizará de forma automática. Los sensores se conectan a una fuente común, denominada *Data-Logger* a la cual se conecta un MODEM tipo GSM para establecer comunicación telefónica y adquirir periódicamente los datos sin necesidad de acudir a la obra. Esto reduce el número de visitas a obra. El detalle de estos dispositivos se adjunta en el Anejo 3.

Fuente de Energía

Debido a que la obra se encuentra en una zona sin servicios eléctricos, para la alimentación de las galgas se utiliza una batería fotovoltaica que se recarga con un panel solar. El detalle de este instrumental se adjunta en el Anejo 3.

7.4.4. Instalación de la instrumentación

A continuación se comentan algunos aspectos de la instrumentación, utilizando algunas fotos obtenidas durante el proceso de montaje. En la figura 7-17 se muestra la base de la pila, dónde se colocan cuatro barras instrumentadas (*Sister-bar*) atadas a la armadura longitudinal de la pila. En la figura 7-18 se muestra la cabeza de la pila, dónde además de las cuatro barras instrumentadas, se montan cuerdas vibrantes convencionales adaptadas para trabajar del mismo modo que las barras instrumentadas, que se utilizaron para contrastar ambos sensores. En dicha figura se

puede observar que la galga convencional ha sido bañada en material plástico para evitar la adherencia con el hormigón.

Figura 7-16. Esquema de instrumentación del estribo.

Figura 7-17. Barra instrumentada instalada en esperas del pilar (26/09/2007).

Figura 7-18. Barras instrumentadas instaladas en la parte superior del pilar (25/10/2007). Se utilizan dos tipos diferentes para contrastar el funcionamiento de ambas.

Figura 7-19. Barras instrumentadas instaladas en la parte superior del pilar (25/10/2007). Detalle de la disposición final del cableado.

En la figura 7-18 se muestra la situación final, una vez colocadas las barras, los cables deben dejarse enrollados, protegidos y atados a las esperas para no entorpecer la construcción del puente y evitar problemas posteriores.

En la figura 7-20 se ve a los operarios del Laboratorio de Estructuras de la UPM instalando las galgas en la sección transversal del estribo, con la armadura del tablero montada a medias, faltando por colocar la capa de armadura longitudinal superior. Es importante mencionar que en todo momento se mantuvo un contacto fluido con la dirección de obra para coordinar las tareas.

Finalmente, en la figura 7-21 se observa una galga montada en la armadura longitudinal del tablero, en el detalle se observa como la misma se coloca siempre por debajo de las barras longitudinales para evitar que el hormigón la golpee directamente al producirse el vertido.

Figura 7-20. Instalación de cuerdas vibrantes embebidas en el tablero (6/2/2008). Operaciones de Montaje.

Figura 7-21. Instalación de cuerdas vibrantes embebidas en el tablero (3/3/2008). Cuerda vibrante instalada.

7.5. Ensayos de materiales

Los materiales que se han utilizado en la obra son los indicados en la tabla 7-1.

Tabla 7-1. Cuadro de materiales.

Material	Calidad
Hormigón de limpieza y nivelación	HM-12,5
Hormigón en cimentaciones	HA-25/P/25/IIa
Hormigón en tablero	HP-35/B/20/IIb+H
Hormigón en losa de transición	HA-35/B/20/IIb+H
Hormigón en alzado de las pilas	HA-30/B/20/IV+F
Hormigón en alzado de las aletas	HA-30/B/20/IIb+h
Hormigón en impostas	HA-30/P/20/IV+F
Acero de pretensar	Y 1860 S7
Acero pasivo	B 500 S
Acero estructural	S 275 JR

Se han extraído probetas del hormigón colocado en el pilar instrumentado y el tablero, registrando paralelamente la temperatura y la humedad ambiental. Los ensayos que se han realizado son los siguientes:

- **Resistencia a tracción (f_{ct}):** El ensayo de tracción indirecta se realiza de acuerdo con la norma UNE 83.305/84. Para cada hormigón se ensayaron dos probetas a 12 horas, 24 horas, 48 horas, 7 días, 14 días, 28 días, 60 y 90 días (total 16 probetas).
- **Resistencia a compresión (f_c):** El ensayo de compresión simple se realiza de acuerdo con la norma UNE 83.304/84. Para cada hormigón se ensayaron dos probetas a compresión a 12 horas, 24 horas, 48 horas, 7 días, 14 días, 28 días, 60 y 90 días (total 16 probetas).
- **Módulo de deformación longitudinal (E_c):** El ensayo de módulo de deformación longitudinal se realiza según la ASTM C 469/81 para cada uno de los hormigones empleados en la obra. Se ensayaron dos probetas a 12 horas, 24 horas, 48 horas, 7 días, 14 días, 28 días, 60 y 90 días (total 16 probetas).
- **Deformaciones reológicas del hormigón:** Para obtener la evolución en el tiempo de la retracción y la fluencia se ensayaron una serie de probetas en el Laboratorio de la Escuela de Caminos de Madrid.

Retracción del hormigón: Para la determinación de las deformaciones de retracción se utilizaron probetas cilíndricas de 15 cm de diámetro por 45 cm de longitud, fabricadas utilizando moldes de PVC. El sistema de medición utilizado es el siguiente:

- Por una parte, se disponen 4 bases de medida por probeta, situadas en puntos diametralmente opuestos. La lectura de las deformaciones se ejecuta por medio de un extensómetro digital.
- Por otra parte, se coloca una galga de cuerda vibrante embebida en el hormigón (ver figura 7-22).

Ambos sistemas de medición han sido estudiados en cuánto a precisión y estabilidad de las mediciones obtenidas con diferentes tipos de ensayos que se han realizado durante los últimos años en el laboratorio.

Figura 7-22. Izquierda: Molde de probeta de retracción: Galga de cuerda vibrante interior. Derecha: Probetas de retracción en el momento que llegaron de la obra.

Figura 7-23. Probetas de retracción en proceso de medición.

En la foto de la figura 7-23 se muestran las probetas de retracción con su numeración de caras y con las bases extensométricas pegadas en la superficie (indicadas con círculos rojos). Como se ha mencionado anteriormente, la galga de cuerda vibrante se encuentra centrada en su interior.

Fluencia: Los ensayos de fluencia se realizaron de acuerdo con la Norma ASTM C-152, en todo lo relativo a los equipos de carga e instrumentación. Al igual que en los ensayos de retracción, se utilizaron probetas de 15 cm de diámetro y 45 cm de longitud, fabricadas utilizando moldes de PVC. Se ensayan una serie compuesta de dos probetas, correspondientes a los hormigones

utilizados en los elementos de hormigón armado y pretensado. Las probetas se colocan en serie en un bastidor especial como el que se muestra en la figura 7-24.

Figura 7-24. Bastidor de fluencia.

Esta experimentación se hace complementando los datos de control de recepción que se realizan para el puente instrumentado. La probeta de fluencia correspondiente a los pilares se puso en carga el mismo día en que se tesó el puente junto a la probeta que caracteriza al hormigón del tablero.

7.6. Acciones sobre la estructura

Las acciones que soporta el puente pueden dividirse en los siguientes grupos:

- Acciones gravitatorias de peso propio y carga muerta.
- Fuerzas de pretensado.
- Deformaciones impuestas (reológicas y temperatura).

Precisamente éstas últimas, las deformaciones impuestas, son las que presentan mayores incertidumbres y las que han motivado, en gran medida, la campaña experimental realizada. Las deformaciones térmicas pueden considerarse de carácter instantáneo, mientras que las deformaciones reológicas (retracción y fluencia) son de carácter diferido.

En las siguientes secciones se describen algunos aspectos más importantes de las acciones consideradas.

7.6.1. Acción del peso propio

Para el cálculo del peso propio se ha considerado una densidad del hormigón armado igual a 25 kN/m^3 . El área de la sección transversal del tablero es de 5.62 m^2 , con lo que el peso propio puede estudiarse como una carga uniformemente repartida de 140.5 kN/m .

7.6.2. Acción de la carga muerta

La carga muerta está constituida por el pavimento, las aceras, las barreras de seguridad y las impostas.

El espesor del pavimento es de 5 cm , con una densidad igual a 24 kN/m^3 . Resulta por tanto una carga uniformemente repartida de 9.6 kN/m .

Las barreras se han considerado como una carga lineal de 1.2 kN/m a cada lado, con lo que suponen una carga uniformemente repartida de 2.4 kN/m .

Las aceras y las impostas se estiman como una carga uniformemente repartida de 8.4 kN/m .

7.6.3. Acción del pretensado

El pretensado está formado por seis cables de 19 cordones cada uno. Cada cordón tiene 15.24 mm de diámetro nominal y un área de 140 mm^2 , según norma ASTM A416M-99. Están compuestos por acero de pretensar Y-1860 S7. Estos tendones se disponen dentro de vainas de 10 cm de diámetro, ver la figura 7-25 y la tabla 7-2.

Figura 7-25. Tesado de cables.

Tabla 7-2. Características mecánicas del pretensado.

Tendones			
Diámetro ($\varnothing$)	15.24	mm	nominal
Área	140	mm^2	
Nº cordones	19		
Área	2660	mm^2	
Pen. Cuña	5	mm	
Fuerza/cordón	3710.7	kN	
Nº cables	6		
Fuerza tesado	20038	kN	
Área Tablero	5.41	m^2	
E_c	28000	MPa	
ϵ	132.28	$\mu\epsilon$	

Los tendones se tesaron al 75% de la tensión de rotura del acero. La penetración de cuñas es de 5 mm. Resultando por tanto una fuerza por cordón $F_{pi} = 19 \times 1.4 \times 0.75 \times 186 = 3710.7$ kN. Suponiendo un 10% de pérdidas iniciales, resulta una fuerza total de pretensado a tiempo cero de $F_p = 20038$ kN. El trazado del pretensado (simétrico respecto a la pila central) en la mitad del puente se presenta en la figura 7-26.

Figura 7-26. Trazado del pretensado en la semilongitud del tablero.

7.6.4. Acción de la temperatura

$$\begin{cases} \Delta T_1 = 17.8^\circ\text{C} \\ \Delta T_2 = 4.0^\circ\text{C} \\ \Delta T_3 = 2.1^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta T_1 = -10.3^\circ\text{C} \\ \Delta T_2 = -2.1^\circ\text{C} \\ \Delta T_3 = -1.2^\circ\text{C} \\ \Delta T_4 = -6.3^\circ\text{C} \end{cases}$$

Figura 7-27 - Variación no lineal de temperaturas de acuerdo con el EC1.

Considerando la posición GPS del Puente, de acuerdo con el anejo nacional del EC1 [33], es posible establecer las siguientes temperaturas máxima y mínima:

- Temperatura ambiente máxima y mínima, corregida para un periodo de retorno de 100 años: $T_{\max} = 44.6^\circ\text{C}$ y $T_{\min} = -21.6^\circ\text{C}$.
- Temperaturas máximas y mínimas del tablero: $T_{e,\max} = 44.6^\circ\text{C} + 2^\circ\text{C} = 46.6^\circ\text{C}$ y $T_{e,\min} = -21.6^\circ\text{C} + 8^\circ\text{C} = -13.6^\circ\text{C}$.
- Gradiente lineal de temperatura, eje horizontal, de calentamiento, fibra superior más caliente: $\Delta T_{M,\text{calor}} = 15^\circ\text{C}$.

- Gradiente lineal de temperatura, eje horizontal, de enfriamiento, fibra inferior más caliente $\Delta T_{M,frio} = -8^{\circ}\text{C}$.
- Gradiente no-lineal de temperatura, ver figura 7-27.

7.6.5. Acciones diferidas

En este apartado se describen someramente los valores de fluencia y retracción teóricos que se obtienen en tablero y pilares, aplicando algunos de los modelos teóricos mencionados en el estado del arte. La figura 7-28 presenta los resultados obtenidos para la retracción de pilas y tablero, mientras que la figura 7-29 hace lo mismo para las estimaciones de fluencia. Además del espesor ficticio, que difiere entre probetas y elementos, en estos cálculos se ha considerado una humedad relativa acorde a cada sitio, 45% para las probetas de laboratorio y 63% para los elementos en obra.

Figura 7-28. Estimaciones teóricas de retracción en pilas y tablero.

Figura 7-29. Estimaciones teóricas de fluencia en pilas y tablero.

En los cálculos de retracción se observa la notable influencia que tiene el espesor ficticio, que hace que en el caso del pilar se esperen deformaciones aproximadamente iguales a las obtenidas en la probeta pero con un desfase temporal muy importante, la deformación máxima en la probeta se alcanza en unos 100 días, mientras que en el pilar hay que esperar entre 1000 y 10000 días. Por otro lado, el tablero registra deformaciones considerablemente menores incluso para 10000 días.

Respecto a las funciones de fluencia se observa el notable efecto que tiene en los cálculos el tiempo de aplicación de la carga (7 días para el tablero y 126 días para el pilar), por lo que se espera que la fluencia del tablero sea superior a la del pilar.

7.7. Resultados experimentales

7.7.1. Ensayos de propiedades resistentes y reológicas en probetas

Hormigones utilizados en Pilas y Tablero

Tanto el hormigón utilizado en la pila, como el utilizado en el tablero, son HA-35 a pesar de que en proyecto se especificó un hormigón HA-30 para las pilas. En la figura 7-30 se muestran los datos provistos por la constructora (FCC), el día del hormigonado. Los valores de resistencia media a compresión obtenidos a los 28 días son de 48 MPa en el pilar y de 48.7 MPa en el tablero, por lo que la resistencia característica del hormigón utilizado en el puente se encuentra en torno a los 40 MPa.

A-50 TRAMO: PEÑALBA-SAN PEDRO
INFORME DE MUESTRA DE HORMIGÓN

REFERENCIA: H-639P FECHA: 6-nov-07 LOTE: 1 SERIE: 2 de 2
ESTRUCTURA: PS 72 ELEMENTO: FASE 2 ALZADO PILAS 1, 2 Y 3

DATOS DE LA TOMA
OPERADOR: O. LOPATEGUI HORA TOMA: 11:45 N° PROB FABRICADAS: 7
CONDICIONES AMBIENTALES: SOLEADO HUMEDAD RELATIVA: TEMP. AMB: 8,0 °C
ASENTAMIENTO: 1° 8,0 cm 2° COMPACTACIÓN PROBETAS: PICADO CON BARRA FORMA PROBETAS: Ø 15x30

DATOS DEL ALBARÁN
N° ALBARÁN: 526164 PLANTA SUMINISTRADORA: GRUINSA (ÁVILA) REL. A/C: 0,48
MATRÍCULA: 8684 D3D HORA DE CARGA: 11:14 HORA LLEGADA: 11:35 m³: 5,0
DESIGNACIÓN DEL HORMIGÓN: HA-35/B/20/IV+F TIPO DE CEMENTO: CEM II A-M 42,5 R
MARCA DE CEMENTO: PORTLAND VALDERRIBAS CONTENIDO CEMENTO kg/m³: 400 TEMP. HORMIGÓN: 17,0 °C
ADITIVO EN PLANTA:
TIPO: POLIFUNCIONAL MARCA: BETTOR NOMBRE: MELCRET PF 70 CANTIDAD:
TIPO: SUPERFLUIDIFICANTE MARCA: BETTOR NOMBRE: RHEOBUILD 1057 CANTIDAD:
ADICIONES:
TIPO: NO CONTIENE MARCA: NOMBRE: CANTIDAD:
ADITIVO EN OBRA:
TIPO: MARCA: NOMBRE: CANTIDAD:
CURADO INICIAL: ENFUNDADAS EN PLÁSTICO RESTO: CÁMARA HÚMEDA NORMALIZADA
FECHA DE ENTRADA EN CÁMARA: 7-nov-07 MATERIAL DE REFRENTADO: PASTA DE AZUFRE
MARCA PREENSA: SISTEMAS DE ENSAYO MODELO: CMED-AR-300/M4 CLASE/ESCALAS: 1/300-3000 kNw

RESULTADOS INDIVIDUALES
N° SERIE: 5076
FORMA DE ROTURA NO VALIDA

N°	EDAD	FECHA ROTURA	PESO (g)	P.E. (g/cc)	F.R.	N/mm²	MEDIA
2	7	13-nov-07					
2	28	4-dic-07					
1	90	4-feb-08					

A-50 TRAMO: PEÑALBA-SAN PEDRO
INFORME DE MUESTRA DE HORMIGÓN

REFERENCIA: H-838P FECHA: 4-mar-08 LOTE: 2 SERIE: 1 de 4
ESTRUCTURA: PS 72 ELEMENTO: LOSA DE TABLERO

DATOS DE LA TOMA
OPERADOR: J. SAEZ HORA TOMA: 10:00 N° PROB FABRICADAS: 59
CONDICIONES AMBIENTALES: SOLEADO HUMEDAD RELATIVA: TEMP. AMB: 3,5 °C
ASENTAMIENTO: 1° 11,0 cm 2° COMPACTACIÓN PROBETAS: PICADO CON BARRA FORMA PROBETAS: Ø 15x30

DATOS DEL ALBARÁN
N° ALBARÁN: 532145 PLANTA SUMINISTRADORA: GRUINSA (ÁVILA 2) CLASE: A
MATRÍCULA: 8951 CWZ HORA DE CARGA: 9:04 HORA LLEGADA: 9:38 m³: 10,0
DESIGNACIÓN DEL HORMIGÓN: HA-35/B/20/IIIB+H TIPO DE CEMENTO: CEM I 52,5 R REL. A/C: 0,43
MARCA DE CEMENTO: PORTLAND VALDERRIBAS CONTENIDO CEMENTO kg/m³: 380 TEMP. HORMIGÓN: 13,2 °C
ADITIVO EN PLANTA:
TIPO: POLIFUNCIONAL MARCA: BETTOR NOMBRE: MELCRET PF 70 CANTIDAD:
TIPO: SUPERFLUIDIFICANTE MARCA: BETTOR NOMBRE: RHEOBUILD 1057 CANTIDAD:
ADICIONES:
TIPO: NO CONTIENE MARCA: NOMBRE: CANTIDAD:
ADITIVO EN OBRA:
TIPO: MARCA: NOMBRE: CANTIDAD:
CURADO INICIAL: ENFUNDADAS EN PLÁSTICO RESTO: CÁMARA HÚMEDA NORMALIZADA
FECHA DE ENTRADA EN CÁMARA: 5-mar-08 MATERIAL DE REFRENTADO: PASTA DE AZUFRE
MARCA PREENSA: SISTEMAS DE ENSAYO MODELO: CMED-AR-300/M4 CLASE/ESCALAS: 1/300-3000 kNw

RESULTADOS INDIVIDUALES
N° SERIE: 5076
FORMA DE ROTURA NO VALIDA

N°	EDAD	FECHA ROTURA	PESO (g)	P.E. (g/cc)	F.R.	N/mm²	MEDIA
2	7	11-mar-08					
2	28	1-abr-08					
2	90	2-jun-08					
2	2	6-mar-08					

Figura 7-30. Hormigón utilizado en la pila (izquierda) y el tablero (derecha).

En la tabla 7-3 se resume la dosificación utilizada para los hormigones utilizados. En la tabla 7-4 se muestran las características mecánicas experimentales de los hormigones utilizados.

Tabla 7-3. Características de la mezcla de los hormigones utilizados.

Características	Hormigón pilas	Hormigón tablero
f_{ck}	40 MPa	40.7 MPa
Cemento	CEM II A-M 42.5 R	CEM I 52.5 R
Contenido de cemento	400 kg	380 kg
Contenido de agua	192 kg	163,4 kg

Resistencia de los hormigones en Pilas y Tablero

En la figura 7-31 se observan los valores de resistencia obtenidos de las probetas extraídas del pilar y tablero, comparados con el valor normalizado según EHE para $f_{ck} = 40$ MPa. Se puede observar que, a medida que pasan los días, la resistencia a compresión (f_{cm}) obtenida experimentalmente tiende a los valores normalizados. El error medio en valor absoluto, para mediciones realizadas a partir de los 7 días, se encuentra en torno al 6% y 3%, para el pilar y el tablero, respectivamente.

Tabla 7-4. Características mecánicas de los hormigones utilizados.

		Tiempo						
		1 d	2 d	7 d	14 d	28 d	60 d	90 d
f_{cm} [Mpa]	Pilar	12.27	21.10	37.70	43.77	48.03	49.63	51.47
	Tablero	4.57	18.40	40.77	47.60	48.67	53.63	56.07
f_{ctm} [Mpa]	Pilar	1.00	2.03	1.40	1.90	2.33	3.39	2.42
	Tablero	0.38	0.98	1.65	1.80	1.88	2.10	2.18
E_{cm} [Mpa]	Pilar	23550	25300	26050	26900	28500	28900	29300
	Tablero	19750	25150	27200	27750	28500	28800	29350

Figura 7-31. Resistencia a compresión de las probetas del pilar y tablero.

En la figura 7-32 se muestran los resultados de resistencia a tracción (f_{ctm}) medida para pilar y tablero comparados con el valor normalizado según EHE para $f_{ck} = 40$ MPa. Se observa claramente como el valor medido es inferior al normalizado. El error medio en valor absoluto, para mediciones realizadas a partir de los 7 días, se encuentra en torno al 40% y 44% para el pilar y el tablero, respectivamente.

En la figura 7-33 se presentan los resultados obtenidos para el módulo de elasticidad, comparado con los valores normalizados según EHE ($f_{ck} = 40$ MPa). Se puede ver que el valor medido es

inferior al normalizado. El error medio en valor absoluto, se encuentra en torno al 8% y 9% para el pilar y tablero, respectivamente.

Figura 7-32. Resistencia a tracción de las probetas del pilar y tablero.

Figura 7-33. Módulo de elasticidad de las probetas representativas del pilar.

Medidas de la retracción

A continuación se presentan las mediciones de retracción en las probetas de los pilares y el tablero. Los datos experimentales obtenidos de forma manual y automática se encuentran acompañados de estimaciones teóricas, obtenidas mediante las formulaciones de la EHE-08 [24], el MC-2010 (MC) [26], y la formulación de Bazant [27]. Los parámetros empleados en para el cálculo teórico se presentan en la tabla 7-5.

Las probetas no se han almacenado en cámaras de humedad y temperatura controladas, pero se dispone de registros continuos de la humedad y temperatura, tanto del laboratorio como de la obra.

Como se explicó anteriormente, no es necesaria la compensación por temperatura de las medidas hechas mediante galgas de cuerda vibrante en probetas. No obstante, las mediciones

manuales, deben ser compensadas debido a que el extensómetro mecánico se pone a cero, compensando la temperatura, antes de cada medida [69]. La deformación que sufrirá la probeta es suma de la producida por retracción y la parte producida por temperatura. Resulta necesario conocer la temperatura en el instante inicial de toma de medidas, T_o y la temperatura en el instante t en que se mide, T_t . De esa forma la deformación efectiva por retracción vendrá dada por la ecuación (7.10).

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{demec} - (T_t - T_o) \alpha_T \quad (7.10)$$

Tabla 7-5. Características de los hormigones utilizados en obra de interés para los modelos de retracción.

	Hormigón pilas	Hormigón tablero
f_{ck}	40 MPa	40 MPa
Humedad relativa media (probeta)	44.5 %	43.8 %
Humedad relativa media (elemento)	63%	63%
Espesor ficticio (probeta)	75 mm	75 mm
Espesor ficticio (elemento)	375 mm	813 mm
Cemento	CEM II A-M 42.5 R	CEM I 52.5 R
Contenido de cemento	400 kg	380 kg
Contenido de agua	192 kg	163.4 kg
Tiempo de curado	7 días	7 días

En la figura 7-34 y en la figura 7-35 se muestran los resultados experimentales de retracción obtenidos de la media de las medidas tomadas en dos probetas tanto para el tablero (Probetas Tablero) como para las pilas (MC Probetas). En las mismas figuras, y durante el tiempo en que se han registrado los resultados, se muestran las estimaciones teóricas que se obtienen a partir de la formulación del EC-2 [25] (EC2 Probetas) y del MC2010 [26] (MC Probetas). Asimismo se muestra la mejora de la precisión de las estimaciones cuando se realiza un ajuste de los modelos teóricos utilizados con los resultados experimentales de todo el período de toma de datos, de acuerdo con el procedimiento propuesto por Bazant [27] (MC* Probetas). Por último se muestra, en las mismas figuras, la retracción que se obtiene para el tablero y las pilas, a tiempo infinito (10000 días), según las predicciones de los modelos utilizados (MC* Probetas) (EC2* Pila) y las predicciones de los mismos modelos ajustados con los resultados experimentales de las probetas ensayadas.

Las diferencias del comportamiento reológico entre las probetas y el tablero o las pilas son debidas a la diferencia de humedad relativa y a la diferencia de espesor ficticio entre ellas. El tablero y las pilas se encuentran próximas a Ávila y las probetas se han ensayado en las condiciones de humedad del Laboratorio de Estructuras de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid. Por otro lado, las probetas tienen un espesor ficticio de 75 mm, mientras que el tablero y las pilas cuentan con espesores ficticios de 596 mm y 360 mm respectivamente.

Figura 7-34. Resultados experimentales de retracción para el hormigón de las pilas y estimaciones teóricas.

Figura 7-35. Resultados experimentales de retracción para el hormigón del tablero y estimaciones teóricas.

Medidas de la fluencia

A continuación se presentan las mediciones de fluencia en las probetas del pilar y el tablero. Los datos experimentales obtenidos de forma manual y automática se encuentran acompañados de estimaciones teóricas, obtenidas mediante las formulaciones de la EHE-08 [24], el MC-2010 [26], y la formulación de Bazant [27]. Los parámetros empleados en para el cálculo teórico se presentan en la tabla 7-6.

Tabla 7-6. Características de los hormigones utilizados en obra de interés para los modelos de fluencia.

	Hormigón pilas	Hormigón tablero
f_{ck}	40 MPa	40 MPa
Humedad relativa media (probeta)	43.8 %	43.8 %
Humedad relativa media (elemento)	63%	63%
Espesor ficticio (probeta)	75 mm	75 mm
Espesor ficticio (elemento)	375 mm	813 mm
Cemento	CEM II A-M 42.5 R	CEM I 52.5 R
Contenido de cemento	400 kg	380 kg
Contenido de agua	192 kg	163.4 kg
Tiempo de curado	7 días	7 días
Edad de puesta en carga	126 días	7 días
Tensión de carga	10 MPa	10 MPa

En la figura 7-36 y la figura 7-37 se muestran los resultados de fluencia del tablero y la pila, respectivamente, siguiendo el mismo criterio que para los ensayos de retracción. En el caso de la fluencia, ambas formulaciones estudiadas coinciden.

Figura 7-36. Resultados experimentales de fluencia para el hormigón del tablero y estimaciones teóricas.

Figura 7-37. Resultados experimentales de fluencia para el hormigón de las pilas y estimaciones teóricas.

En la tabla 7-7, para la retracción, y en la tabla 7-8, para la fluencia, se muestran los valores de errores medios (μ_j) y desviaciones típicas (σ_j), la varianza (σ_j^2), errores característicos máximos ($\mu_{carac,max}$) y mínimos ($\mu_{carac,min}$) y el rango de variación del error característico (μ_{range}) para los modelos teóricos utilizados (EC2, B3 y MC 2010) y para las predicciones de los modelos teóricos ajustados con los resultados experimentales de acuerdo con el método propuesto en el B3 [27, 162] (EC2*, B3* y MC 2010*).

El procedimiento empleado para el cálculo de errores es el recomendado por el GEHO [20, 23]. El mismo se define a continuación:

1. Se obtiene un coeficiente de ponderación p_i , que tiene en cuenta la distribución a lo largo del tiempo de la toma de datos según la ecuación (7.11).

$$p_i = \frac{n}{n_d n_i} \quad (7.11)$$

Donde n es el número total de ensayos, n_d es el número de décadas logarítmicas y n_i es el número de datos en la década a la que pertenece el dato i .

2. La media de valores experimentales para el ensayo j se calcula según la ecuación (7.12).

$$J_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i J_{i,j} \quad (7.12)$$

3. El error medio y la desviación típica del error de un modelo para el ensayo j se calculan según las ecuaciones (7.13) y (7.14).

$$\mu_j = \frac{1}{J_j} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i (J_{mod,i,j} - J_{exp,i,j}) \quad (7.13)$$

$$\sigma_j = \frac{1}{J_j} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n p_i \left((J_{mod,i,j} - J_{exp,i,j}) - \mu_j J_j \right)^2} \quad (7.14)$$

Donde $J_{exp,i,j}$ es el valor experimental del dato i y $J_{mod,i,j}$ es el valor del modelo que se estudia para ese mismo instante. La varianza puede calcularse del siguiente modo:

$$VAR = \sigma_j^2 = \frac{\sigma_j}{\mu_j} \quad (7.15)$$

4. Los valores globales que corresponden a toda la serie de ensayos se calculan mediante las ecuaciones (7.16) y (7.17) respectivamente.

$$\mu_{global} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mu_j \quad (7.16)$$

$$\sigma_{global} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_j^2} \quad (7.17)$$

5. El error característico máximo y mínimo, que tienen una probabilidad menor del 5% de ser sobrepasados se calcularán según las expresiones (7.18) y (7.19).

$$\mu_{carac,max} = \mu_{global} + 1.64\sigma_{global} \quad (7.18)$$

$$\mu_{carac,min} = \mu_{global} - 1.64\sigma_{global} \quad (7.19)$$

6. Por último, el rango del error se podrá calcular según la ecuación (7.20).

$$\mu_{range} = \mu_{carac,max} - \mu_{carac,min} \quad (7.20)$$

Tabla 7-7. Valores del error medio y desviaciones típicas de las formulaciones de retracción normalizadas y ajustadas con los resultados experimentales correspondientes, para las probetas del hormigón de las pilas y del tablero.

		EC2	MC	B3	EC2 *	MC *	B3 *
Pilas	μ_j [%]	-10.20	-12.28	-29.56	0.45	-1.32	-3.66
	σ_j [%]	11.57	6.10	6.94	10.35	6.30	8.87
	$VAR=\sigma_j/\mu_j$	1.13	0.50	0.23	23.09	4.78	2.42
	$\mu_{carac,max}$ [%]	8.78	-2.27	-18.18	17.43	9.01	10.88
	$\mu_{carac,min}$ [%]	-29.18	-22.29	-40.94	-16.53	-11.64	-18.20
	μ_{range} [%]	37.96	20.02	22.75	33.96	20.66	29.08
Tablero	μ_j [%]	-18.97	-20.46	-38.38	1.74	0.50	-4.44
	σ_j [%]	15.59	14.05	19.71	9.60	8.00	9.80
	$VAR=\sigma_j/\mu_j$	0.82	0.69	0.51	5.51	16.10	2.21
	$\mu_{carac,max}$ [%]	6.59	2.58	-6.05	17.48	13.62	11.63
	$\mu_{carac,min}$ [%]	-44.54	-43.50	-70.71	-14.00	-12.63	-20.52
	μ_{range} [%]	51.13	46.08	64.66	31.48	26.25	32.15

Como puede verse en la tabla 7-7 y la tabla 7-8, la utilización de resultados experimentales para mejorar las predicciones reduce el error medio y el rango entre los errores máximos y mínimos característicos, aunque como contrapartida aumenta los valores de desviación típica y varianza, lo cual es una medida de la dispersión de los resultados obtenidos.

Tal como aquí se muestra, una forma de mejorar las predicciones teóricas es utilizar resultados experimentales. No obstante, existen diferencias entre los hormigones de las probetas y los hormigones de obra: las condiciones higrométricas y el espesor ficticio. Estos factores hacen que la predicción a partir de modelos ajustados a las probetas pueda no ser tan buena como lo era el ajuste a la propia probeta.

Tabla 7-8. Valores del error medio y desviaciones típicas de las formulaciones de fluencia normalizadas y ajustados con los resultados experimentales correspondientes, para las probetas del hormigón de las pilas y del tablero.

		EC2	B3	MC	EC2 *	B3 *	MC *
Pilas	μ_j [%]	-12.43	-19.11	-3.08	0.15	-0.48	-1.03
	σ_j [%]	24.69	29.09	11.23	6.72	7.30	9.26
	$VAR=\sigma_j/\mu_j$	1.99	1.52	3.65	43.59	15.24	9.01
	$\mu_{carac,max}$ [%]	28.07	28.59	15.34	11.17	11.50	14.16
	$\mu_{carac,min}$ [%]	-52.93	-66.81	-21.49	-10.86	-12.46	-16.22
	μ_{range} [%]	80.99	95.41	36.83	22.03	23.96	30.38
Tablero	μ_j [%]	-19.92	-21.97	6.27	-0.16	-1.06	4.72
	σ_j [%]	16.69	21.68	14.36	5.68	6.93	11.77
	$VAR=\sigma_j/\mu_j$	0.84	0.99	2.29	34.82	6.53	2.49
	$\mu_{carac,max}$ [%]	7.46	13.58	29.83	9.15	10.31	24.03
	$\mu_{carac,min}$ [%]	-47.29	-57.52	-17.29	-9.48	-12.43	-14.59
	μ_{range} [%]	54.75	71.10	47.12	18.63	22.73	38.61

Este hecho proporciona una indicación de la complejidad de los fenómenos de retracción y fluencia, lo cual conduce a resultados con gran variabilidad y obliga a que aunque se tengan probetas de los hormigones específicos de obra, sea necesario prudencia a la hora de evaluar las acciones de retracción y fluencia. Por este motivo, parece aconsejable utilizar valores característicos para los cálculos, del mismo modo que se hace para la temperatura, dependiendo de la situación analizada. Es decir, cuando el parámetro reológico sea favorable, como por ejemplo: casos donde se reduzcan esfuerzos debidos a la relajación del hormigón, utilizar valor mínimos característicos. Del mismo modo, en casos desfavorables se pueden utilizar valores máximos característicos, como por ejemplo: cálculo de flechas o fisuración.

7.8. Mediciones realizadas en el puente

Como se ha mencionado anteriormente, las mediciones realizadas en el puente tienen por objeto caracterizar dos acciones de servicio fundamentales: las acciones térmicas y las reológicas. Los resultados presentados en esta sección, resumen los aspectos más importantes de la campaña experimental pudiéndose encontrar más información el Anejo 4 y el trabajo de A. Berecibar [162].

Las temperaturas y deformaciones obtenidas en las diferentes fibras de las secciones instrumentadas del tablero permiten estudiar las deformaciones impuestas por la temperatura (componente uniforme, gradiente lineal y no-lineal) y los movimientos reológicos del tablero (acortamientos inducidos por la fluencia y la retracción).

Los datos experimentales en el tablero se han recolectado con intervalos de una hora desde el 6 de agosto de 2008 al 9 de noviembre de 2009, con intervalos de tres horas desde el 13 de mayo de 2010 al 20 de julio de 2011, con intervalos de 24 horas desde el 21 de Julio de 2011 al 30 de noviembre de 2011, recuperando la frecuencia de una hora en enero de 2012 hasta el presente. Existe un periodo de datos no disponible entre el 19 de noviembre de 2009 y el 13 de mayo de 2010, debido a problemas con el equipo de adquisición de datos. En términos generales, los datos experimentales cubren un periodo de 4 años, continuando la medición actualmente.

7.8.1. Estimaciones de las acciones térmicas basadas en el EC1

La temperatura máxima ambiente en la zona geográfica dónde se ubica el puente instrumentado puede estimarse a partir del anejo nacional español del EC1 [33]. Los valores recomendados son:

- Temperatura ambiente máxima y mínima, corregida para un periodo de retorno de 100 años: $T_{\max}=44.6^{\circ}\text{C}$ y $T_{\min}=+21.6^{\circ}\text{C}$.
- Temperatura uniforme en el tablero máxima y mínima, $T_{e,\max}=44.6+2=46.6^{\circ}\text{C}$ y $T_{e,\min}=21.6+8=13.6^{\circ}\text{C}$.
- Variación de temperatura lineal (eje horizontal) máxima en caso de calentamiento, fibra superior, $\Delta T=15^{\circ}\text{C}$, y mínima en caso de enfriamiento, fibra inferior, $\Delta T=-8^{\circ}\text{C}$.
- Variación no lineal de temperatura máxima en caso de calentamiento, $\Delta T_1=17.8^{\circ}\text{C}$, $\Delta T_2=4^{\circ}\text{C}$ y $\Delta T_3=2.1^{\circ}\text{C}$, y mínima en caso de enfriamiento, $\Delta T_1=-10.3^{\circ}\text{C}$, $\Delta T_2=-2.1^{\circ}\text{C}$, $\Delta T_3=-1.2^{\circ}\text{C}$ y $\Delta T_4=-6.3^{\circ}\text{C}$.

7.8.2. Obtención de las acciones térmicas a partir de resultados experimentales

A partir de los resultados experimentales de temperatura obtenidos en las 5 secciones instrumentadas, en los 12 sensores por sección, se ha estimado el incremento uniforme ΔT_u , la variación lineal de temperaturas, de eje horizontal, ΔT_M y la variación no lineal ΔT_E , según el modelo utilizado por el EC1 [33] para representar la acción térmica en puentes. La variación lineal de temperatura de eje vertical no se ha estudiado debido a que la tipología de losa maciza de hormigón es poco sensible a este efecto.

Para la estimación del efecto de la temperatura, a partir de las medidas obtenidas durante la monitorización y de acuerdo con los criterios expuestos por el EC1 [33], se ha seguido el siguiente procedimiento.

Se determina la temperatura media de tres fibras, la superior, a partir de las temperaturas de los sensores del 1 al 7, la media, a partir de las temperaturas de los sensores 8 y 9, y la inferior, a partir de las temperaturas de los sensores del 10 al 12.

Se supone una variación parabólica de la temperatura entre las tres temperaturas medias determinadas, tal como se muestra en la figura 7-26.

Figura 7-38. a) Temperatura media de las fibras superior, T_s , media, T_m , e inferior, T_i , obtenida a partir de los resultados experimentales, y el ajuste parabólico supuesto. b) Modelo de temperatura uniforme, gradiente lineal y no lineal de acuerdo con el modelo propuesto por el EC1.

Para cada una de las temperaturas medias obtenidas en cada sección T_s , T_m , T_y , se definen las tres componentes del modelo del EC1 [33], la temperatura uniforme ΔT_u , la variación lineal ΔT_M y la variación no lineal autoequilibrada, a partir de las ecuaciones (7.21), (7.22) y (7.23). Para la variación no lineal se supone también una distribución parabólica.

$$T_s = \Delta T_u + \frac{y_s}{h} \cdot \Delta T_{Mz} + (a + b \cdot y_s + c \cdot y_s^2) \quad (7.21)$$

$$T_m = \Delta T_u + \frac{y_m}{h} \cdot \Delta T_{Mz} + (a + b \cdot y_m + c \cdot y_m^2) \quad (7.22)$$

$$T_i = \Delta T_u + \frac{y_i}{h} \cdot \Delta T_{Mz} + (a + b \cdot y_i + c \cdot y_i^2) \quad (7.23)$$

Para la componente no lineal de temperatura, la condición de autoequilibrio exige dos condiciones más:

$$\sum M = \int (\sigma_y \cdot y) dA = 0 \quad (7.24)$$

$$\sum N = \int \sigma_y dA = 0 \quad (7.25)$$

La deformación de una fibra cualquiera de la sección, debida únicamente la distribución no lineal de temperatura viene dada por la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_T(y) = \alpha T(y) = \alpha (a + b \cdot y + c \cdot y^2) \quad (7.26)$$

Y la tensión que se genera en la sección es debida a la diferencia entre la deformación plana de la sección ε (hipótesis de Bernoulli) y la deformación térmica parabólica ε_T ,

$$\sigma(y) = E_c [\varepsilon(y) - \alpha \varepsilon_T(y)] = E_c [\varepsilon(y) - \alpha (a + b \cdot y + c \cdot y^2)] \quad (7.27)$$

Introduciendo esta expresión en las ecuaciones de equilibrio de una sección rectangular, dadas por las ecuaciones (7.24) y (7.25) se obtienen las siguientes expresiones:

$$N = \int_0^h E_c [\varepsilon(y) - \alpha (a + b \cdot y + c \cdot y^2)] b(y) dy = 0 \quad (7.28)$$

$$M = \int_0^h E_c [\varepsilon(y) - \alpha (a + b \cdot y + c \cdot y^2)] b(y) y dy = 0 \quad (7.29)$$

Siendo $b(y)$ el ancho de la fibra de la sección a la altura y considerada.

De la resolución de este sistema de ecuaciones se pueden obtener ΔT_u , ΔT_M , a , b , c , que definen las componentes del modelo para representar la acción térmica según el EC1 [33], a partir de las temperaturas medias, T_s , T_m , T_i , determinadas a partir de las temperaturas medidas durante la monitorización y los datos geométricos de las sección, y_s , profundidad de los sensores del 1 al 7, y_m , profundidad de los sensores 8 y 9, y_i , profundidad de los sensores del 10 al 12, $b(y)$, anchura de la sección transversal a la profundidad considerada, y h , altura de la sección.

7.8.3. Distribuciones de temperatura uniforme y gradientes obtenidos a partir de las mediciones de temperatura

La figura 7-39 muestra la distribución de temperatura obtenida en las diferentes fibras instrumentadas para los que se registran las mayores temperaturas de calentamiento (fila superior en la figura 7-39) y enfriamiento (fila inferior en la figura 7-39). Del mismo modo, la Figura 7-39 también muestra una regresión parabólica y la descomposición en variaciones uniformes, lineales y no lineales, obtenidas de acuerdo a lo especificado en el EC1 [33].

Figura 7-39. Perfil de distribución de temperaturas a partir de las temperaturas medidas a) y valores de temperaturas uniforme b), gradiente lineal c) y componente autoequilibrada d) obtenidos de acuerdo con el modelo del EC1 [33] para representar la acción térmica en puentes. Caso de un día de gradiente de calentamiento, 11/06/2009 a las 19:00 (arriba) y de un día de gradiente de enfriamiento, 02/09/2009 a las 09:00 (abajo).

7.8.4. Variación de temperatura uniforme obtenida a partir de mediciones experimentales y el modelo del EC1

Figura 7-40. Comparación de la evolución de la temperatura uniforme del tablero y la del ambiente en todo el intervalo de monitorización.

La figura 7-40 muestra la temperatura uniforme determinada en el tablero junto a la temperatura ambiente medida en obra en un periodo de aproximadamente cuatro años. En esta figura se muestran también los valores de temperatura máximos y mínimos de acuerdo al EC1 [33]. La temperatura máxima uniforme obtenida en obra es de 44.5°C , mientras que la mínima es de -3.3°C , respectivamente. Por lo que en el periodo de tiempo auscultado no se verifica que las mediciones excedan a los valores normalizados.

La tabla 7-9 y la tabla 7-10 muestran las temperaturas máximas y mínimas medidas y los valores que propone el EC1 [33], junto con los valores máximos y mínimos de temperatura uniforme determinados en el tablero. Finalmente, para completar la comparativa, los valores de temperatura uniforme se calculan a partir de las mediciones de temperatura, sumando 8°C a la temperatura mínima ambiente y 2°C a la temperatura máxima ambiente. Dado que el periodo de medición es de cuatro años, se estiman valores corregidos aplicando las fórmulas que tienen en cuenta la influencia del periodo de retorno.

El rango máximo de variación de temperatura uniforme medido es de 47.8°C ., por debajo de los 60.2°C establecidos por la normativa [33]. Como puede observarse, los valores corregidos para un periodo de retorno de 100 años tampoco superan los valores normalizados, dando una variación máxima de 50.68°C , por lo que puede concluirse que los valores propuestos en la normativa envuelven a estos valores, quedando del lado seguro.

Experimentos realizados en otras tipologías de puente y ubicaciones dentro de España, [47, 49-52], también muestran la validez de las predicciones de temperatura del EC1 [33].

Tabla 7-9. Valores máximos de temperatura de temperatura ambiente, de temperatura uniforme, estimados a partir de las medidas experimentales realizadas, y valores propuestos por el EC1 [33]

Fecha	$T_{\max}$ (°C) ^a	$T_{\max,EC1}$ (°C) ^b	$T_{e,\max,exp}$ (°C) ^c	$T_{e,\max,EC1}$ (°C) ^b	$T_{e,\max,EC1,est}$ (°C) ^b
23/8/2009	30.1 (36.8)	44.6	40.3 (49.2)	46.6	32.1 (38.8)
10/7/2010	29.0 (35.4)	44.6	43.2 (52.7)	46.6	31.0 (37.4)
27/6/2011	30.9 (37.7)	44.6	44.5 (54.3)	46.6	32.9 (39.7)
27/6/2012	32.8 (40.0)	44.6	42.8 (52.3)	46.6	34.8 (42.0)

^a Máxima Temperatura ambiente medida.

^b Máxima Temperatura ambiente de acuerdo con EC1 (PR =100 años).

^c Máxima Temperatura uniforme en el tablero obtenida de las mediciones experimentales.

^d Máxima Temperatura uniforme en el tablero obtenida del EC1 ($T_{\max,EC1}+2^{\circ}\text{C}$).

^e Máxima Temperatura uniforme en el tablero obtenida a partir de la temperatura ambiente ($T_{\max}+2^{\circ}\text{C}$).

Nota: Entre paréntesis, cantidades corregidas para un periodo de retorno PR de 100 años.

Tabla 7-10. Valores mínimos de temperatura de temperatura ambiente y de temperatura uniforme, estimados a partir de las medidas experimentales realizadas, y los valores propuestos por el EC1 [33]

Fecha	$T_{\min}$ (°C) ^a	$T_{\min,EC1}$ (°C) ^b	$T_{e,\min,exp}$ (°C) ^c	$T_{e,\min,EC1}$ (°C) ^b	$T_{e,\min,EC1,est}$ (°C) ^b
1/1/2009	-6.8 (-12.9)	-21.6	-2.7 (-5.11)	-13.6	1.2 (-4.9)
26/12/2010	-7.5 (-14.2)	-21.6	-1.2 (-2.27)	-13.6	0.5 (-6.2)
24/1/2011	-7.9 (-14.9)	-21.6	-2.33 (-4.4)	-13.6	0.1 (-6.9)
4/2/2012	-8.8 (-16.6)	-21.6	-3.3 (-6.2)	-13.6	-0.8 (-8.6)

^a Mínima Temperatura ambiente medida.

^b Mínima Temperatura ambiente de acuerdo con EC1 (PR =100 años).

^c Mínima Temperatura uniforme en el tablero obtenida de las mediciones experimentales.

^d Mínima Temperatura uniforme en el tablero obtenida del EC1 ($T_{\min,EC1}+8^{\circ}\text{C}$).

^e Mínima Temperatura uniforme en el tablero obtenida a partir de la temperatura ambiente ($T_{\min}+8^{\circ}\text{C}$).

Nota: Entre paréntesis, cantidades corregidas para un periodo de retorno PR de 100 años.

La figura 7-41 y la figura 7-42 presentan la evolución de la temperatura uniforme del tablero, determinada a partir del procedimiento descrito en el EC1 [33] para una semana de verano e invierno, respectivamente. Se puede observar que en la semana de agosto de 2009, la temperatura del tablero es aproximadamente 10°C superior a la temperatura ambiente, mientras que en invierno la diferencia se reduce, aunque la tendencia es que la temperatura del tablero sea superior a la ambiente. Este fenómeno se debe en gran medida a la contribución adicional de energía que provee la radiación solar, mayor en verano que en invierno, y a la propia inercia térmica de la masa de hormigón que hace que las variaciones dentro del tablero sean más suaves que las ambientales.

Figura 7-41. Comparación de la evolución de la temperatura uniforme del tablero y la del ambiente, en una semana de **verano** del 20 al 27 de agosto del 2009.

Figura 7-42. Comparación de la evolución de la temperatura uniforme del tablero y la del ambiente durante una semana de **invierno** del 15 al 21 de febrero del 2009.

La figura 7-43 muestra la correlación entre la temperatura del aire y la temperatura uniforme en el tablero para los valores máximos (a) y mínimos (b). También se adjuntan los valores de acuerdo al EC1 [33], considerando una línea recta de pendiente unitaria y una ordenada al origen, igual a 2°C para los valores máximos de *a* y 8°C para los valores mínimos de *b*. Adicionalmente, estas figuras también muestran la temperatura uniforme propuesta por el EC1 [33], para la temperatura ambiente máxima y mínima definida para la ubicación geográfica del puente.

Como puede observarse en ambos casos, la temperatura uniforme máxima determinada considerando los resultados experimentales, son mayores a las que predice el EC1 [33], mientras que los valores mínimos son menores (mayores en valor absoluto) a los que predice la normativa.

Es importante notar que los valores obtenidos de acuerdo al EC1 [33] son válidos para las temperaturas ambientes máximas y mínimas durante el período de control; valores que no han sido alcanzados durante los años auscultados hasta el momento. Durante el periodo analizado, los máximos y mínimos correspondientes a un periodo de retorno de 100 años, no han sido

alcanzados. Es posible, aunque poco probable dado la tendencia que muestran los datos, que para temperaturas más extremas, cercanas a las establecidas en EC1 [33] para la zona del puente, que el efecto de la radiación solar sea diferente, menos importante, y que los valores se acerquen a los predichos por la normativa.

Figura 7-43. a) Relación entre la temperatura uniforme máxima diaria del tablero y la temperatura máxima diaria ambiental. b) Relación entre la temperatura uniforme mínima diaria del tablero y la temperatura mínima diaria ambiental.

Figura 7-44. Variación diaria de la temperatura ambiente y de temperatura uniforme en el tablero.

Otra explicación interesante para las diferencias observadas con respecto al EC1 [33], podría ser la elevada variación de temperatura diaria que existe en la localización del puente. De acuerdo con la información disponible, los valores de 2°C y 8°C propuestos por el EC1 [33], tanto como las diferencias consideradas entre la temperatura uniforme y la ambiente, fueron derivadas a partir de estimaciones realizadas en ubicaciones donde la variación térmica no supera los 10°C ("The

values in Figure 6.1 (Eurocode 1) are based on daily temperature ranges of 10°C . Such a range may be considered appropriate for most Member States"; EC1 [33]).

La figura 7-44 muestra la variación diaria de la temperatura ambiente y la variación diaria de la temperatura uniforme en el tablero. Está claro que la variación diaria de temperatura ambiente es mayor. La variación de temperatura ambiente máxima es de 18°C , casi el doble del valor considerado por el EC1 [33] para la mayoría de los estados miembros. Es posible que, con la existencia de nuevos datos experimentales y estudios específicos, se pueda proponer una corrección de las especificaciones del EC1 [33], para ubicaciones donde se esperen variaciones de temperatura diarias importantes.

La información en la figura 7-44 puede ser útil también para el proyecto de elementos no estructurales, influenciados por los movimientos longitudinales del tablero, tales como las juntas y los apoyos [163].

7.8.5. Gradiente lineal de temperatura

La figura 7-45 muestra los valores máximos y mínimos del gradiente de temperaturas lineal del tablero, junto a los valores propuestos por el EC1 [33]. Las máximas diferencias positivas se encuentran en verano, mientras que las variaciones de temperatura mínima no pueden asignarse a una estación en particular.

Considerando la información provista en la tabla 7-11 y la tabla 7-12, la máxima diferencia de temperatura positiva, con la fibra superior más caliente, es de 13.3°C , la cual se encuentra acotada por la diferencia propuesta por el EC1 [33] de 15°C . Algo similar sucede con la diferencia de temperatura mínima, con la fibra superior más fría, la cual es de -5.9°C , inferior que los 8°C propuestos por el EC1 [33]. La variación máxima medida durante la auscultación ha sido de 19.2°C , también acotada por los 23°C propuestos por el EC1 [33].

Figura 7-45. Variación del gradiente lineal de temperatura en el tablero, máximo y mínimo, con el tiempo.

Tabla 7-11. Valores mínimos de gradiente y los valores correspondientes propuestos por el EC1 [33].

Fecha	$\Delta T_{M,max,exp} (^{\circ}C)^a$	$\Delta T_{M,max,exp} (^{\circ}C)^b$
11/6/2009	13.3	15
23/6/2010	12.8	15
26/6/2011	13.1	15
30/5/2012	13.2	15

^a Máximo Gradiente de calentamiento estimado de los datos experimentales.^b Máximo Gradiente de calentamiento EC1.

Tabla 7-12. Valores mínimos de gradiente y los valores correspondientes propuestos por el EC1 [33].

Fecha	$\Delta T_{M,min,exp} (^{\circ}C)^a$	$\Delta T_{M,min,exp} (^{\circ}C)^b$
17/6/2009	-4.4	-8
2/9/2010	-5.9	-8
15/5/2011	-5.4	-8
6/8/2012	-5.1	-8

^a Mínimo Gradiente de enfriamiento estimado de los datos experimentales.^b Mínimo Gradiente de enfriamiento EC1.

La figura 7-46 muestra las mediciones de temperatura en las tres fibras instrumentadas, junto con el gradiente lineal determinado de acuerdo al EC1 [33], para el instante en el cual ocurre la máxima temperatura de calentamiento (11 de junio de 2009) y para el instante más frío (2 de septiembre de 2009). Adicionalmente, se presenta el gradiente lineal propuesto por el EC1 [33]. Se puede observar que la propuesta del EC1 [33] concuerda con las mediciones experimentales.

Figura 7-46. Comparación entre gradiente lineal del EC1 [33] con valores estimados a partir de las medidas experimentales de temperatura en el tablero.

Las figura 7-47 y figura 7-48 muestran el historial del gradiente lineal, para una semana de verano y otra de invierno, respectivamente. Las mismas figuras también muestran la variación temporal

de la temperatura ambiente. Las variaciones diarias son más pronunciadas en verano que en invierno. La temperatura máxima diaria sucede alrededor de las 18:00 – 19:00 horas y la mínima alrededor de las 8:00 – 9:00 horas. Esto concuerda con las mediciones realizadas por otros autores [33].

Figura 7-47. Comparación del gradiente del tablero con la temperatura ambiente durante una semana de verano.

La figura 7-49 muestra la variación del gradiente lineal versus variación de temperatura máxima. Se puede observar que el gradiente depende de la variación diaria en verano, mientras que en invierno no.

Finalmente, la figura 7-50 muestra la variación de temperatura diaria con el tiempo. Actualmente, esta información no suele ser considerada en el proyecto estructural de puentes; sin embargo, puede ser interesante para el estudio de juntas y apoyos [163].

Figura 7-48. Comparación del gradiente del tablero con la temperatura ambiente durante una semana de invierno.

Figura 7-49. Relación entre el gradiente lineal y la variación diaria de temperatura ambiente

Figura 7-50. Variación diaria del gradiente en el tablero

7.8.6. Gradiente de temperatura no-lineal

La figura 7-51 muestra las temperaturas medidas en las tres fibras instrumentadas del tablero y la variación no-lineal de temperatura determinada acorde a la metodología comentada anteriormente. El instante escogido corresponde al día de mayor variación térmica de calentamiento (11 de junio de 2009) y el momento de máxima diferencia de enfriamiento (2 septiembre de 2009). Adicionalmente, se presentan las variaciones no lineales propuestas por el EC1 [33].

Nuevamente, está claro que el ajuste propuesto por el EC1 [33] concuerda bastante bien con los datos experimentales, por lo que se considera una buena aproximación.

Figura 7-51. Comparación entre el gradiente no lineal del EC1 [33] con los valores medios de las fibras instrumentadas y con el ajuste parabólico.

7.8.7. Medición de deformaciones, desplazamientos y giros

Los desplazamientos impuestos por las acciones térmicas y reológicas sobre la estructura se obtienen a partir de las deformaciones longitudinales medidas en las diferentes secciones instrumentadas y de los movimientos medidos con los transductores de desplazamientos y giros.

Cómo se mencionó anteriormente, se disponen de doce galgas por sección transversal de tablero, distribuidas en tres fibras concretas, inferior, media y superior. De este modo, las deformaciones longitudinales pueden utilizarse para obtener los planos de deformaciones en las secciones. En las pilas, se han dispuesto galgas en la cabeza y la base del pilar, también en tres fibras y finalmente, se miden los alargamientos al final de la losa de transición, junto con los giros de cada una de las secciones instrumentadas.

A partir de las deformaciones medidas en cada fibra, se pueden obtener los planos de deformación de las distintas secciones instrumentadas. Como se ha mencionado anteriormente, para cada sección transversal del tablero se cuenta con registros de la deformación en 7 puntos de la fibra superior, en 2 puntos de la fibra media y en 3 puntos de la fibra inferior. De este modo, se obtiene una deformación media para cada una de esas tres fibras, con la ecuación (7.30), y a partir de esas tres deformaciones medias, se ajusta una recta con las expresiones definidas en la ecuación (7.31) que representa el plano de deformación de la sección en cuestión. El valor que dicha recta tiene a la altura del centro de gravedad corresponde a la deformación media de la sección y la inclinación de la misma a la curvatura.

En la figura 7-52 se muestran las deformaciones registradas en la sección 4 el 18/03/2008 a las 00.00, y su correspondiente plano de deformación. En la figura 7-53 se muestra el plano de deformación de la sección en 5 instantes diferentes. Los resultados son cualitativamente coherentes, produciéndose un desplazamiento progresivo del plano de deformaciones con el tiempo, con mayor velocidad en los primeros días y menor a medida que pasa el tiempo. Esto muestra la influencia de las deformaciones reológicas debidas al hormigón.

$$\varepsilon_{top} = \frac{\sum_{i=1}^7 \varepsilon_i}{7}; \quad \varepsilon_{medium} = \frac{\sum_{i=1}^2 \varepsilon_i}{2}; \quad \varepsilon_{bottom} = \frac{\sum_{i=1}^{12} \varepsilon_i}{3} \quad (7.30)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{top} + \varepsilon_{medium} + \varepsilon_{bottom}}{3}; \quad \bar{y} = \frac{y_{top} + y_{medium} + y_{bottom}}{3}; \quad \chi = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})}{\sum (y_i - \bar{y})^2}; \quad \varepsilon = \bar{\varepsilon} - \chi \cdot \bar{y} \quad (7.31)$$

Figura 7-52 - Plano de deformación de la sección 4 para el día 18/03/2008 a las 00.00, deformaciones medidas en las diferentes galgas y plano de deformación ajustado.

Figura 7-53 - Evolución del plano de deformaciones en la sección 4 para distintos tiempos.

En la figura 7-54 se muestra la evolución de la deformación media y la curvatura, en la sección 3 durante el periodo de auscultación. Se puede ver cómo la deformación media se vuelve con el tiempo, cada vez más negativa, debido a los fenómenos reológicos del hormigón. Recordemos que la temperatura no tiene efecto en estos resultados porque las cuerdas vibrantes la compensan automáticamente. La curvatura es muy pequeña, porque el pretensado prácticamente anula el peso propio y las cargas permanentes. Pueden verse unos saltos, tanto en la evolución de la deformación media como de la curvatura. En la evolución de la deformación media se observa un solo salto, que corresponde con el momento del tesado. En el caso de la curvatura, se producen dos saltos principales, que se corresponden con el pretensado y entrada de la carga de peso propio por un lado, y a la introducción de la carga muerta por otro lado. Tanto el peso propio como la carga muerta provocan variaciones en la curvatura del tablero, pero no variaciones de deformaciones medias en el mismo.

Figura 7-54. Evolución a lo largo del tiempo, en la sección 3, a) deformación media b) curvatura.

Como las secciones instrumentadas son solo 5, para poder integrar las deformaciones medias o las curvaturas a lo largo del puente, y así poder compararlas con los desplazamientos medidos por los JM o las rotaciones medidas por los inclinómetros, es necesario suponer una ley de variación a lo largo del puente.

Para las deformaciones medias se ha integrado la deformación media de cada sección a lo largo de la longitud atribuida a la misma, del siguiente modo:

$$\delta_{Total}^{JM} - \delta_{Temp}^{JM} = \int \varepsilon^{vw} . dx \rightarrow \delta_{Total}^{JM} - L . \Delta T_u . \alpha_{concr} = \int \varepsilon^{vw} . dx = \sum_{i=1}^5 \varepsilon^{vw} . L_i \quad (7.32)$$

Para las curvaturas se ha ajustado, a partir de los registros experimentales, una ley polinómica, de acuerdo con la ecuación (7.33). Integrando dicha ley de curvaturas, se obtiene la ley de giros, según la ecuación (7.34).

$$\chi(x, t) = f(x^n, t) \quad (7.33)$$

$$\theta(x, t) = \int \chi(x, t) dx = \int f(x^n, t) dx \quad (7.34)$$

Los JM miden los desplazamientos de los extremos del puente. En este caso se miden los desplazamientos totales, sin compensación de la temperatura. El alargamiento total viene dado por la siguiente expresión:

$$\delta = \int \Delta T_u(x) . \alpha_{horm} . dx \cong L . \Delta T_u . \alpha_{horm} \quad (7.35)$$

Dónde L representa la longitud desde el estribo hasta el punto fijo del tablero, situado aproximadamente en la semilongitud del tablero; y α_c es el coeficiente de dilatación térmica del hormigón.

Es sabido que, a medida que pasa el tiempo, la contribución de la fluencia y retracción a las deformaciones totales va decreciendo. De este modo, si se comparan las mediciones totales, partiendo desde una etapa avanzada en el tiempo y durante un periodo de tiempo reducido, se obtienen movimientos poco influenciados por las deformaciones reológicas. De este modo, en la figura 7-55 se muestra la evolución de la media de los desplazamientos registrados por los transductores de desplazamientos (JM-1 y JM-2) durante una semana, un año después de la construcción del puente, donde se supone que para esta altura el desplazamiento medido por los JM es muy aproximado al producido por la acción térmica. En la misma figura se ha representado la temperatura ambiente y la temperatura uniforme del tablero obtenidas de acuerdo a lo explicado anteriormente. Por último, se muestra la estimación del alargamiento del puente debido a la temperatura uniforme evaluada con la ecuación (7.35). Como puede verse la evolución de los desplazamientos medidos en los transductores de desplazamientos (JM) y el estimado tienen una aproximación muy adecuada. Este resultado permite confirmar que el tratamiento de la temperatura a partir de los resultados experimentales de las temperaturas medidas y utilizando el modelo del EC1 es adecuado.

Figura 7-55. Evolución de la temperatura ambiente y uniforme del tablero (eje ordenadas derecho) y evolución de los desplazamientos medidos (JM) y estimados (a partir de la temperatura uniforme) del tablero (eje de ordenadas izquierdo). Semana del 14 al 21 de marzo de 2009.

Es importante mencionar que dado que las losas de transición no han sido instrumentadas y que las mismas influyen en el movimiento de los transductores (aproximadamente en un 15% del total), se ha supuesto simplíficamente que la temperatura de las losas de transición es igual a la uniforme del tablero y se ha considerado la longitud del puente más la losa.

Otra conclusión que puede sacarse de esta comparación es que los movimientos del puente no se encuentran condicionados por los empujes laterales del terreno, ejercido por el relleno del trasdós de los estribos. William et al (2012) han estudiado los efectos de los empujes del terreno en puentes mixtos y han concluido que este efecto puede ser importante, condicionando el movimiento del puente. Sin embargo, este no ha sido el caso del puente auscultado en este trabajo. El motivo puede encontrarse en la rigidez axial de la estructura auscultada, con una losa maciza pretensada, mucho mayor a la auscultada por William et al (2012). Esto implicaría que, en

este caso particular, el empuje del relleno no representaría una restricción al movimiento térmico del tablero.

Para corroborar esto analíticamente, se realiza una estimación simple calculando la máxima presión producida por un empuje pasivo del relleno del trasdós.

$$F = \frac{1}{2} h^2 K_p \gamma b \quad (7.36)$$

Siendo F la fuerza generada por el empuje pasivo del relleno, h la altura del muro del estribo en contacto con el terreno, γ el peso específico del relleno, b el ancho del estribo y K_p el coeficiente de empuje pasivo definido por la ecuación (7.37) donde ϕ representa el ángulo de rozamiento interno del material,

$$K_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (7.37)$$

De este modo, considerando una altura del estribo de 2 m, un ancho de 9 m, un peso específico de 20 kN/m³, y un ángulo de rozamiento interno de 35°, la fuerza lateral máxima es de 1328 kN. Esta fuerza representa una tensión de compresión en el tablero de 0.25 MPa, lo cual es despreciable a efectos prácticos.

En la figura 7-56 se muestran los valores registrados por los transductores de desplazamientos (JM) a lo largo del periodo monitorizado. Asimismo se muestra la estimación que se obtiene integrando las deformaciones medias medidas por las cuerdas vibrantes en las 5 secciones instrumentadas, con la ecuación (7.32). Como puede verse la aproximación es adecuada.

Figura 7-56. Evolución a lo largo del tiempo de los desplazamientos medidos en los transductores de desplazamientos (JM). Evolución y comparación con la estimación del desplazamiento obtenida a partir de la integración de las deformaciones medias de las secciones (línea negra).

Análogamente a lo realizado con las deformaciones medias, se pueden comparar los giros obtenidos mediante la integración de las curvaturas con los registros de los inclinómetros, utilizando las ecuaciones (7.33) y (7.34). En este caso, el procedimiento no es tan directo como el

anterior, porque a diferencia de las deformaciones axiales, las curvaturas depende de la superposición de varios efectos (peso propio, el pretensado, las acciones reológicas y térmicas...). Esto hace que no se conozca con exactitud la forma en que varían las curvaturas a lo largo del tablero. El método pensado para el trabajo consiste en ajustar una ley polinómica que ajuste las curvaturas medidas en cada sección y a partir de la integración de dicha ley, estimar los giros en las secciones. La figura 7-57 muestra un ejemplo del ajuste realizado, utilizando las curvaturas deducidas en las secciones instrumentadas (S-1 a S-5) para un instante en particular. Posteriormente, la figura 7-58 muestra la correspondiente ley de giros, obtenida por integración de la ley anterior.

Figura 7-57. Distribución de curvaturas en el tablero estimada a partir de las curvaturas medidas (χ_i) en las secciones instrumentadas el 8 de marzo de 2008 a las 00:00.

Figura 7-58. Ajuste de la ley de giros a lo largo del tablero para el 18 de marzo de 2008 a las 00:00.

En la figura 7-59 se muestra la estimación de giros en la sección S-1 donde se sitúa el inclinómetro 1 a partir de la integración de las curvaturas junto con las mediciones experimentales de giros obtenidas del propio inclinómetro. También se presenta la misma comparación para la sección donde se sitúa el inclinómetro 4. Como no se dispone de registros de inclinómetros desde el inicio de la toma de datos, se considera como valor inicial del giro para los registros de los inclinómetros aquel que se ha estimado en ese instante a partir de la integración de las curvaturas. Puede verse cómo el registro del inclinómetro presenta una tendencia aproximada a los valores obtenidos integrando las curvaturas, pero mostrando mucho menos dispersión. En el caso de la sección S-1 la precisión es mejor que en el caso de la sección donde se sitúa el inclinómetro 4. Esto pone de manifiesto que el ajuste polinómico no es capaz de reproducir fielmente la distribución real de curvaturas en aquellos sitios donde no se disponen de mediciones de curvaturas. Dada la complejidad del problema real, se considera que la comparación es buena y que permite correlacionar las mediciones de curvaturas con los giros.

Figura 7-59. Evolución de los giros medidos con inclinómetros y evolución de los giros estimados a partir de las curvaturas obtenidas en las secciones instrumentadas y la adopción de una distribución polinómica entre ellas, para la sección situada a 0.68 m del estribo.

7.9. Perturbación debida a la introducción del pretensado

La zona de introducción de pretensado se produce una alteración brusca del campo de tensiones principales que se traduce en un comportamiento que se aleja de la teoría clásica de Bernoulli, de las caras planas. La figura 7-60 muestra la deformación de la fibra superior dónde se ubican las galgas 1 a 7 (figura 7-12) para las secciones S-1 y S-2. En dicha figura se puede ver claramente como las deformaciones en la sección de arranque S-1 se concentran en la zona central, dejando las alas casi sin trabajar, y como esta distorsión desaparece en la sección de centro de vano, dónde la sección tiende a comportarse de forma regular.

Figura 7-60. Deformaciones en la fibra superior del tablero para diferentes secciones (S-1 y S-2) y edades (desde 0 hasta 1325 días, luego del pretensado).

Es importante mencionar que se han producido fisuras inclinadas a 45° en las alas, que confirman el hecho que isostáticas de tracciones principales se difunden a 45° desde la zona central hasta las zonas externas, dónde se ubican las alas, ver figura 7-61. Es por este motivo que en los cálculos la sección del estribo no debe considerarse con toda su área e inercia, sino con un concepto de área efectiva tal como define la normativa.

Figura 7-61. Fisuras inclinadas a 45° debidas a la introducción del pretensado, cerca del Estribo (S-1).

7.10. Comparación teórica-experimental

En este apartado se realizan estimaciones teóricas tanto de deformaciones como de movimientos a lo largo del puente y se comparan con los valores experimentales medidos y estimados. El modelo teórico utilizado para los cálculos se describe en el Anejo 5. En la figura 7-62 y en la figura 7-63 se muestran la variación con el tiempo las deformaciones medias y curvaturas

de una sección del tablero. En la figura 7-64 y la figura 7-65 se muestran los mismos resultados de la sección superior de la pila instrumentada.

Figura 7-62. Evolución de las deformaciones medias obtenidas a partir de datos experimentales, valores normalizados (EC2 y MC-2010) y valores normalizados ajustados a los datos experimentales (EC2*/MC2010*), para la sección 4 del tablero, situada a 22 m del estribo.

Figura 7-63. Evolución de las curvaturas obtenidas a partir de datos experimentales, valores normalizados (EC2 y MC2010) y valores normalizados ajustados a los datos experimentales (EC2*/MC2010*), para la sección 4 del tablero, situada a 22 m del estribo.

Figura 7-64. Evolución de las deformaciones medias obtenidas a partir de datos experimentales, valores normalizados (EC2 y MC2010) y valores normalizados ajustados a los datos experimentales (EC2*/MC2010*), para la sección de cabeza de la pila instrumentada.

Figura 7-65. Evolución de las curvaturas obtenidas a partir de datos experimentales, valores normalizados (EC2 y MC2010) y valores normalizados ajustados a los datos experimentales (EC2*/MC2010*), para la sección de cabeza de la pila instrumentada.

Como se ha mencionado en la introducción de este capítulo, las mediciones de cuerda vibrante tienden a compensar los efectos térmicos, por tener la cuerda un coeficiente de dilatación térmica semejante al hormigón. Por lo tanto, los valores experimentales obtenidos del tablero no suelen incluir los efectos térmicos y por tanto las predicciones teóricas se han realizado sin tener en cuenta la variación de temperatura media del tablero. Esto es cierto en el tablero porque la influencia de los pilares es baja y el comportamiento se asemeja al movimiento libre del tablero. Sin embargo, en lo que respecta al pilar, si bien los efectos térmicos en la dirección axil del pilar se compensan con la medición, los movimientos impuestos por el tablero generan momentos en la cabeza del pilar, con sus consecuentes deformaciones las cuales son capturadas por las cuerdas vibrantes introducidas en el pilar. Esto hace que las variaciones térmicas se vean reflejadas en las mediciones de curvaturas del pilar, mientras que en el resto de casos no. Es por este motivo, que en la figura 7-65 se añaden dos curvas dónde se introduce la cota superior de las curvaturas inducidas por los movimientos térmicos. En las mediciones realizadas se ha verificado como variación de temperatura uniforme del tablero máxima 29.14°C y mínima -30.98°C , es decir, las oscilaciones térmicas del tablero son prácticamente $\pm 30^{\circ}\text{C}$ durante el periodo analizado, lo que produce un incremento de curvatura de ± 0.60 [1/km].

Figura 7-66. Evolución del desplazamiento en el estribo obtenida a partir de las mediciones con el JM, descontando los desplazamientos térmicos (JM), valores normalizados (EC2/ MC2010) y valores normalizados ajustados a los datos experimentales (EC2*/MC2010*).

En la figura 7-66 se muestran el desplazamiento en el del estribo E-1. Se muestran los desplazamientos medidos con los transductores de desplazamientos (JM) y los obtenidos por integración de las deformaciones medias medidas en las secciones instrumentadas. La curva que representa el movimiento de los JM empieza más tarde porque esta instrumentación se instaló después de la construcción del tablero y de su pretensado. No obstante, sirve de contrastación del desplazamiento obtenido por la integración de las deformaciones medias del tablero.

Como puede verse en las figuras anteriores, las estimaciones teóricas recogen de forma adecuada el comportamiento tanto seccional como los desplazamientos del puente. Un resultado que puede parecer paradójico, es que los resultados obtenidos por las formulaciones de los modelos teóricos sin ajustar, resultan ser igual o más adecuados que los resultados ajustados en el caso de la deformación media del tablero. Esto apunta a que la corrección por el tamaño del elemento, que se realiza a través del espesor ficticio, no parece ser adecuada. Esto ya ha sido observado en los estudios experimentales del NAT de Barajas [13].

Para corroborar esta observación, en la figura 7-67 se muestra la evolución del ratio entre las deformaciones de retracción y fluencia calculadas de acuerdo con la normativa y los valores obtenidos experimentalmente para las probetas del tablero. En estas figuras se puede ver cómo las formulaciones originales subestiman los valores reológicos tanto en retracción como fluencia, y cómo mejora la estimación cuando estas formulaciones se ajustan a los datos experimentales. La figura 7-68 muestra los mismos resultados para la probeta del pilar, verificándose la misma tendencia. Finalmente, la figura 7-69 muestra los resultados obtenidos en el tablero, dónde se comprueba que la corrección que es válida en las probetas produce sobrestimaciones en el tablero y que los resultados obtenidos con los valores normalizados ajustan mejor.

Figura 7-67. **Probetas del tablero.** Evolución del ratio entre deformaciones reológicas de retracción predichas por la normativa y las medidas experimentales (izquierda). Evolución del ratio entre la función de fluencia predicha por la normativa y la deducida de los datos experimentales (derecha).

Figura 7-68. **Probetas de la pila.** Evolución del ratio entre deformaciones reológicas de retracción predichas por la normativa y las medidas experimentales (izquierda). Evolución del ratio entre la función de fluencia predicha por la normativa y la deducida de los datos experimentales.

Figura 7-69. **Tablero.** Evolución del ratio entre deformaciones reológicas totales predichas por la normativa y las medidas experimentales.

8. COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES

8.1. Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado el comportamiento en servicio de estructuras de hormigón armado sometidas a la combinación de carga cuasipermanente y deformaciones impuestas de temperatura, fluencia y retracción. El problema se ha analizado utilizando las hipótesis clásicas del comportamiento en servicio, modelos de comportamiento simplificados y resultados experimentales.

En particular, desde el punto de vista teórico se han analizado dos instantes específicos, el inicial (t_0) donde sólo actúan las cargas de servicio y deformaciones térmicas y el final (t_∞) donde actúan, además, deformaciones impuestas debidas a la reología del hormigón.

La tesis tiene dos partes fundamentales, en primer lugar el entendimiento de la acción debida a las deformaciones impuestas y por otro lado, el comportamiento estructural del hormigón armado sometido a la concomitancia de acciones directas e indirectas. Por este motivo, los trabajos experimentales realizados buscan cuantificar las acciones impuestas y medir los movimientos y deformaciones que experimentan elementos simples y estructuras más complejas, como son los puentes integrales.

En primer lugar, se ha estudiado el comportamiento seccional desde el punto de vista teórico, para secciones tipo viga y tipo pilar. Las bases teóricas para la realización de un análisis de este tipo son clásicas. El tratamiento aquí presentado tiene la novedad de estudiar el efecto concomitante de las acciones de las cargas exteriores y las deformaciones impuestas, que no se ha realizado de forma sistemática hasta ahora. Asimismo, otro aspecto importante de este estudio, es que las condiciones de armado y disposición corresponden a situaciones reales de proyecto, según la práctica habitual.

Para representar el fenómeno y comprenderlo, se ha encontrado conveniente extender el diagrama clásico momento curvatura con diagramas adicionales. Los diagramas seccionales escogidos forman tres grupos definidos: aquellos que representan las propiedades de rigidez, que definen la estructura; aquellos que representan el plano de deformaciones, que representa la acción impuesta; y por último, aquellos que muestran los efectos de las deformaciones impuestas en el estado tensional de los materiales y sus correspondientes redistribuciones, entre t_0 y t_∞ .

El análisis teórico realizado se complementa mediante resultados experimentales del comportamiento en servicio de vigas. En particular, se analizan los efectos del fenómeno de *tension-stiffening*, contrastando algunos de los modelos más reconocidos con mediciones experimentales. Los resultados experimentales presentan el problema de que a medida que se producen fisuras, se producen distorsiones de los resultados debidos a la liberación de las tensiones de compresión acumuladas en las armaduras por la retracción que se produce entre el hormigonado y el momento del ensayo, midiéndose una deformación de tracción mayor que la correspondiente al esfuerzo aplicado. Este fenómeno se conoce en la literatura como TS negativo. Para un análisis adecuado de los resultados experimentales resulta necesario corregir

estos datos. Aquellos resultados dónde se corrige este efecto se denominan como “libres de retracción”.

La comparación analítica-experimental ha demostrado que, para cuantías de armadura bajas, las estimaciones de curvaturas con el modelo del apartado 7.4.3 del EC2 (EN 1992-1-1) aproximan mejor los datos experimentales brutos, sin corrección del TS negativo.

El coeficiente de interpolación ζ especificado por el EC2 (así como en el Código Modelo) ha sido contrastado con los datos experimentales. El parámetro exponencial “ a ”, que define la forma en que varía el parámetro de interpolación, ha sido ajustado a los datos experimentales utilizando la técnica de mínimos cuadrados.

Para datos libres de retracción, el valor medio del exponente “ a ” que mejor ajusta los datos experimentales es próximo a 1.00 para elementos con un recubrimiento de 20 mm ($d/h=0.92$) y próximo a 1.60 para elementos con recubrimiento de 70 mm ($d/h=0.80$) en lugar del valor igual a 2 que propone el EC2. Sin embargo, si se utilizan datos brutos se obtienen valores del exponente “ a ” próximos a 2, lo cual indica que el modelo del EC2 no tuvo en cuenta la corrección por la retracción que se produce previamente al ensayo.

Del análisis relativo a los efectos estructurales de las deformaciones impuestas se concluye que:

- El efecto *beam-growth* hace que en vigas hiperestáticas aparezcan reacciones de compresión, con un orden de magnitud $\nu=0,1$ para la condición de coacción rígida. Por otro lado, en vigas sin coacción horizontal, se produce un alargamiento de la fibra neutra que compensa en parte, las posteriores deformaciones de acortamientos inducidas por la reología del hormigón. Este efecto es probablemente una de las razones que explican la ausencia de patologías relacionadas con las deformaciones impuestas en las estructuras integrales.
- Si hay coacción axil, con el paso del tiempo, la actuación de las deformaciones impuestas reológicas genera un acortamiento que, sumado a una eventual disminución de temperatura, genera un esfuerzo axil de tracción en el eje de la viga. Estas reacciones son variables y dependen, además de la cuantía, de otros dos aspectos importantes: la configuración estática y el canto de la sección.
- Si se tiene en cuenta la resistencia a tracción y el TS se obtiene una compresión inicial debida al *beam-growth* menor, y aumentan las tracciones finales, una vez ocurridas las deformaciones reológicas. Por tanto, la no consideración de estos efectos queda del lado de la inseguridad de cara a determinar el nivel tensional de las armaduras en una cantidad que se ha evaluado entre el 15% y 70%, dependiendo del tipo de configuración estática.
- Para pilares de estructuras integrales se encuentran relaciones directas entre los desplazamientos impuestos en cabeza y la tensión de tracción en las armaduras. Estas relaciones permiten desarrollar un método de análisis simple que posteriormente se utiliza para dimensionar las armaduras.

En esta tesis se proponen dos métodos de utilidad práctica para los profesionales que deben enfrentar esta clase de problemas en proyectos reales. En los siguientes párrafos se resumen las conclusiones obtenidas.

A partir de las conclusiones derivadas del análisis seccional (deformaciones, rigideces,...) y el comportamiento de vigas en flexión simple sometidas a diferentes configuraciones estáticas, se proponen formulaciones simplificadas que sirven para determinar la rigidez axil media y los

alargamientos experimentados por dinteles sometidos a cargas verticales y deformaciones impuestas. En elementos coaccionados, el producto de la rigidez axil fisurada por la deformación impuesta efectiva calculada para situaciones de flexión simple da una cota superior del esfuerzo axil hiperestático que se genera.

Los resultados dependen de la ley de momentos flectores y por tanto de la configuración estática. Además, aunque las formulaciones se han deducido para comportamiento en Estado II, pueden corregirse fácilmente para introducir los efectos de la resistencia a tracción y TS introduciendo zonas de comportamiento en Estado I.

Estas formulaciones se han contrastado exitosamente con estimaciones realizadas mediante programas de elementos finitos. Los cálculos realizados han mostrado que la no consideración de la resistencia a tracción puede producir subestimaciones en torno al 20% en la determinación del axil hiperestático en el dintel. Para facilitar el cálculo se han desarrollado una serie de gráficos adimensionales que permiten la obtención de los parámetros sin necesidad del uso del ordenador.

Por otra parte se ha desarrollado un método simplificado que permite el dimensionamiento de pilares sujetos a un esfuerzo axil de compresión y un desplazamiento impuesto en cabeza. El método se basa en reducir el problema del análisis de una estructura de grandes dimensiones al problema de un soporte aislado. Ello simplifica mucho el análisis.

Un aspecto importante es la agrupación de las variables que intervienen en el problema que a primera vista son muy numerosas en solo 3: la cuantía de armadura, el axil reducido y el parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$. Usando este método se pueden elaborar gráficos que pueden ser utilizados para determinar la tensión en las armaduras de los soportes de una estructura para valores determinados de los parámetros anteriores o incluso determinar la armadura necesaria para satisfacer un cierto nivel tensional.

Este método requiere de una estimación del desplazamiento impuesto en la cabeza del pilar más solicitado, que en el caso de estructuras con dinteles muy rígidos, como son los tableros de puentes, es prácticamente la deformación libre del dintel. Esto es lo usual en puentes de carretera y en los forjados.

Se ha validado el método propuesto contrastando los resultados con un análisis no lineal de la estructura completa obteniendo resultados adecuados. También se ha estudiado el efecto de la consideración de la resistencia a tracción del hormigón y *tension-stiffening* y se ha encontrado que para el rango usual de comportamiento de pilares en estructuras reales, el efecto es despreciable.

También se ha validado el método con ensayos experimentales, demostrando que las predicciones del estado tensional en las armaduras quedan del lado de la seguridad.

Si bien, en puentes integrales lo usual es que el desplazamiento impuesto en la cabeza de los dinteles extremos sea el movimiento libre, esto no tiene por qué ser así para la generalidad de los casos. En aquellos casos donde la rigidez de los soportes tenga mayor influencia (por ejemplo un forjado coaccionado por pantallas de gran rigidez) son de utilidad los diagramas que se presentan hacia el final del capítulo 5, donde se puede estimar el movimiento en cabeza del pilar más extremo a partir de las rigideces relativas entre pilares y dinteles, y el número de vanos dispuesto. Si bien estos cálculos se basan en estimaciones lineales, el uso de parámetros de rigidez fisurada y deformación efectiva, basados en los conceptos desarrollados en esta tesis, puede mejorar la estimación.

El método propuesto tiene dos aplicaciones importantes:

- Comprobación del ELS en estructuras integrales partiendo de las armaduras dimensionadas para ELU.
- En fase de concepción estructural, determinación de la longitud máxima que se le puede dar a una estructura integral.

Con este método se puede también hacer un prediseño de la estructura integral, incluyendo las armaduras necesarias por condiciones de servicio. Posteriores análisis no lineales, más complejos y que tengan en cuenta un mayor número de variables, pueden utilizarse para completar el proyecto.

La figura 8-1 muestra esquemáticamente las curvas utilizadas (“ ρ vs. Λ ” y “ σ vs. Λ ”). El análisis de la forma de la curva “ ρ vs. Λ ” permite identificar tres zonas de comportamiento bien definidas:

Zona 1: Para valores pequeños de Λ , donde las deformaciones impuestas tienen una influencia muy reducida y se podrían despreciar en el proyecto.

Zona 2: Para valores medios de Λ , donde la cuantía de armadura necesaria se puede calcular con prudencia, debido a la fuerte pendiente de la curva.

Zona 3: Para valores de Λ mayores, donde resulta necesario disponer juntas puesto que no existe posibilidad de absorber las deformaciones impuestas manteniendo las tensiones por debajo de valores razonables en servicio.

Figura 8-1. Diagrama esquemático que muestra los diagramas de dimensionamiento para pilares. Izquierda, curva Λ vs. ρ . Derecha, curva Λ vs. σ .

Una característica distintiva de estas curvas es que la pendiente se incrementa al aumentar los valores de Λ . Esto significa que a medida que aumenta el parámetro Λ , los errores cometidos en la estimación de este parámetro producen incertidumbres importantes en la estimación de la armadura necesaria (ρ). Sin embargo, aunque el error en términos de la cuantía de armadura necesaria para obtener un cierto nivel tensional es efectivamente muy importante, el error en términos del nivel tensional realmente alcanzado para una cuantía de armadura dada es mucho menor, lo cual se ve mejor en diagramas “ σ vs. Λ ”. Para ilustrar esto, en la figura 8-1 se introducen variaciones del parámetro Λ y sus correspondientes variaciones de cuantía y tensión. Se establece un hipotético valor Λ_0 a partir del cual se introduce una variación dada $\Delta\Lambda$, en dos escalones de carga (Λ_1 y Λ_2). En la curva Λ vs. ρ se observa claramente como se incrementa el valor de ρ de forma desproporcionada para el escalón Λ_2 y sin embargo, en los diagramas Λ vs. σ , representados para dos cuantías de armado diferentes (ρ_1 y ρ_2), la variación de tensión obtenida

es proporcional en ambos escalones de carga (Λ_1 y Λ_2), dada la linealidad de la curva, reduciéndose a medida que aumenta la cuantía de armado debido a la menor pendiente de la curva.

Un simple ejemplo numérico realizado en el capítulo 6 para un axil reducido $v = 0.5$, una cuantía del 1% y un valor $\Lambda = 1.75\%$ ha demostrado que un incremento del 20% del parámetro Λ redundaría en un incremento de cuantía del 300%, mientras que mantener la cuantía e incrementar Λ en la misma cantidad representa un incremento tensional del 28%. Se debe señalar que el ejemplo se ha realizado para cuantías bajas de armadura y que, al aumentar la cuantía, el impacto de un error en la estimación de Λ disminuye (menor pendiente de las curvas Λ vs. σ).

En el análisis experimental descrito en el capítulo 7, dónde se busca evaluar la acción, las mediciones de temperatura han permitido contrastar la formulación propuesta en el apartado 5.3 del EC1 (EN 1991-1-5), para lo cual se han evaluado la componente uniforme y los gradientes lineales y no lineales de la temperatura medidos en el tablero.

Respecto a la componente uniforme de la temperatura se han detectado diferencias respecto de lo que propone el EC1. La componente uniforme planteada por el EC1 para puentes losa de hormigón es igual a la temperatura máxima y mínima del emplazamiento del puente más 2°C y 8°C, respectivamente, para tener en cuenta el efecto de la radiación. Las mediciones realizadas muestran que, durante el período de medición, la componente uniforme de temperatura máxima es aproximadamente igual a la máxima del ambiente más 15°C y la mínima en torno a la mínima del ambiente más 4°C.

Para poder valorar estas diferencias es necesario tener en cuenta las siguientes cuestiones. Por un lado, el período de auscultación es limitado. Por otro lado, según se indica en el EC1, el modelo de la componente uniforme de la temperatura se ha definido previendo que las variaciones diarias de temperatura puedan ser de 10°C como máximo y en este caso se han medido hasta 18°C de variación diaria de temperatura ambiente. Es posible que la componente uniforme de temperatura especificada en la normativa deba ajustarse teniendo en cuenta la variación de temperatura diaria del emplazamiento en caso que se confirmen estos resultados.

Las predicciones experimentales obtenidas para representar el gradiente térmico lineal y no lineal resultan adecuadas si se los comparan con las propuestas por el EC1.

Respecto a las deformaciones reológicas del hormigón, retracción y fluencia, se han contrastado los resultados experimentales con distintos modelos teóricos. En general, se verifica una tendencia de los modelos teóricos a subestimar las deformaciones medidas en probetas. El uso de métodos de predicción, corrigiendo la formulación a partir de los datos experimentales durante los primeros meses de vida ha permitido lograr mejoras en las estimaciones teóricas (en probeta).

Posteriormente, estas formulaciones corregidas han sido utilizadas para realizar estimaciones del movimiento del puente utilizando modelos de cálculo estructural, como los usuales en proyecto, basados en el comportamiento elástico lineal. Paradójicamente, las formulaciones teóricas que subestiman las deformaciones reológicas medidas en probeta, ajustan bien los desplazamientos medidos en el puente, mientras que las formulaciones corregidas los sobrestiman.

Es importante remarcar que todas las mediciones de retracción y fluencia de los hormigones ensayados corresponden a probetas cilíndricas de 150 mm de diámetro y 450 mm de altura. Estas probetas presentan un espesor ficticio de 75 mm. El puente estudiado presenta un espesor ficticio de aproximadamente 600 mm. En general las estructuras reales tienen espesores ficticios

mucho mayores que las probetas que han servido para la calibración de los modelos de retracción y fluencia existentes. Este aspecto es muy importante para poder analizar el comportamiento reológico de las estructuras de hormigón. Lamentablemente no existen resultados experimentales suficientes que permitan contrastar si los modelos actuales disponen de mecanismos fiables para representar el comportamiento reológico de piezas de gran tamaño. Las mediciones realizadas en esta tesis revelan que si bien los modelos subestiman el comportamiento de las probetas, las predicciones a nivel de tablero son bastante buenas. Lo mismo se ha observado en la campaña experimental realizada en el NAT de Barajas [13]. Lo cual indica que el efecto del espesor ficticio podría no estar bien representado en las formulaciones actuales.

Con el objeto de contrastar las mediciones de deformaciones en las diferentes secciones instrumentadas se ha estimado el alargamiento del tablero a partir de la integral de deformaciones. La comparación de estos resultados con otras medidas experimentales realizadas con transductores de desplazamientos, instalados en los extremos del puente, e inclinómetros, instalados en distintas secciones del tablero, son muy coherentes cualitativa y cuantitativamente por lo que se puede asegurar que el sistema de instrumentación y resultados es coherente y adecuado.

8.2. Líneas futuras de investigación

A partir de los estudios realizados en esta tesis se proponen algunas líneas futuras de investigación:

- Es importante continuar con la monitorización de estructuras existentes, abarcando diferentes tipologías de edificios y puentes, en diferentes regiones geográficas. También es muy importante medir los movimientos inducidos por las deformaciones reológicas. De este modo, se puede verificar la validez de las formulaciones propuestas por la normativa, que como se vio en este trabajo pueden diferir significativamente de las mediciones realizadas in-situ. Es de especial interés verificar la forma en que se trata el tema del espesor ficticio. Se debe hacer un esfuerzo por obtener resultados experimentales en elementos con espesores ficticios más cercanos a los de las construcciones reales, y su correlación con las mediciones realizadas en probetas estándar.
- También puede ser interesante verificar los efectos que las deformaciones reológicas tienen sobre fenómenos tales como el *tension-stiffening*, fenómeno que desde un punto de vista teórico tiende a desaparecer para cargas mantenidas en el tiempo.
- Se debe seguir invirtiendo esfuerzo en el estudio experimental de la concomitancia de cargas directas y deformaciones impuestas en estructuras hiperestáticas. El motivo principal por el que no se disponen datos se debe a las complicaciones existentes a la hora de realizar estos tipos de ensayos.
- El efecto de la interacción suelo-estructura no ha sido tratado en esta tesis, el comportamiento de estribos y zapatas puede influenciar el comportamiento del puente en determinados casos, futuros trabajos podrían ir encaminados en esta línea.
- Sería muy interesante poder extender los conceptos desarrollados en este trabajo a elementos bidimensionales, como son losas y muros, buscando extender la metodología a otras tipologías estructurales que contemplen elementos de esta clase.

REFERENCIAS

1. **Leonhardt.** "Estructuras de Hormigón Armado. Tomo VI: Bases para la construcción de puentes monolíticos". Editorial El Ateneo. (1987)
2. **Ministerio de Fomento de España.** "Guía para la concepción de puentes integrales en carreteras". 2000.
3. **Department for Transport.** "Design for Durability". Departamental Standard BD57/95 and Advice Note BA 57/95. Highways Agency, London. (1995)
4. **FHECOR Ing. Co.** "Kuursaal Auditorium and Congress Palace". www.fhecor.es
5. **Corres Peiretti et al.** "Sede de la Oficina de Armonización del Mercado Interior (O.A.M.I.) en Alicante". Revista de Obras Públicas, España. (1999)
6. **Corres Peiretti et al.** "Estudio Analítico y Experimental de los Efectos de las Deformaciones Impuestas en las Estructuras Integrales". Hormigón y Acero. (2004)
7. **Ndon & Bergeson.** "Thermal expansion of concrete: Case study in Iowa". Journal of Materials in Civil Engineering. Noviembre, p. 246-251. (1995)
8. **Najdanovic.** "Contribution à la vérification de l'état d'utilisation des colonnes sous déformations imposées, in Institut de statique et structures béton armé et précontraint". EPFL: Lausanne, CH. p. 194. (1987)
9. **Alavizadeh-Farhang.** "Concrete structures subjected to combined mechanical and thermal loading". Department of Structural Engineering. Royak Institute of Technology: Stockholm. (2000)
10. **Camara.** "Structural Response and Design Criteria for Imposed Deformations Superimposed to Vertical Loads Effects". 2º Congreso Internacional del FIB, Napoles, Italia. (2006)
11. **Gilbert.** "Shrinkage, cracking and deflection - the serviceability of concrete structures". Electronic Journal of Structural Engineering, 1: p. 15-37. (2001)
12. **Grupo HE.** "Grupo Hormigón Estructural", Cátedra de Hormigón Estructural, ETSI CCP UPM, Madrid. www.he-upm.com
13. **Petschke.** "Estudio analítico y experimental de los efectos de las deformaciones impuestas en las estructuras integrales". Tesis Doctoral, Depto. de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras. ETSI CCP UPM, Madrid. (2011)
14. **Ezeberry Parrotta.** "Comportamiento teórico de elementos de hormigón estructural en condiciones de servicio, sometidos a acciones exteriores y deformaciones impuestas". DEA. Depto. de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. ETSI CCP UPM, Madrid. (2011)
15. **CTE.** "Código técnico de la edificación". Ministerio de la Vivienda de España. (2006)
16. **IAP.** "Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera". Ministerio de Fomento de España. (1998)
17. **IAPF.** "Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril". Ministerio de Fomento. (2007)
18. **RILEM.** "NU-ITI Database for Concrete Creep and Shrinkage".
19. **Neville, Dilger & Brooks.** "Creep of plain and structural concrete". London, UK: Construction Press. (1983)
20. **Pérez Caldentey.** "Comportamiento en servicio del hormigón estructural estudio teórico y experimental". Depto de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. 1996, ETSI CCP Universidad Politécnica de Madrid: Madrid. p. 343.

21. **Fernández Ruiz.** “Evaluación no lineal de los efectos diferidos estructurales producidos por las deformaciones diferidas del hormigón y el acero”. Tesis doctoral. Depto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. ETSI CCP UPM, Madrid. (2003)
22. **Sánchez Pérez.** “Comportamiento diferido del hormigón estructural considerando la no linealidad mecánica. Estudio teórico y experimental”. Tesis doctoral. Depto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. ETSI CCP UPM, Madrid. (2001)
23. **GEHO-GT-II/3.** “Base de datos GHEO”. Grupo Español del Hormigón, Madrid. (1996)
24. **EHE-o8.** “Instrucción de Hormigón Estructural”. Ministerio de Fomento de España. (2008)
25. **EC2.** EN 1992-1-1: Eurocode 2. “Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings”. CEN. Brussels. (2004)
26. **CEB-FIP.** “Model Code 2010. Final draft. Volume 1”. International Federation for Structural Concrete (fib): Lausanne, Switzerland. (2012)
27. **Bazant & Baweja.** “Creep and Shrinkage Prediction Models for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3”. ACI Journal, 194. (2000)
28. **García Díaz.** “Estudio de retracción en una estructura real: estudio teórico y contrastación experimental”. Depto. de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. ETSI CCP UPM, Madrid. (2011)
29. **Pérez Caldentey & Corres Peiretti.** “Influencia del tipo de curado en el desarrollo de la retracción, serie VHR”. Serie experimental, Laboratorio de Estructuras ETSI CCP UPM.
30. **Rodríguez & Corres Peiretti.** “Influencia de la humedad variable en el periodo de predicción de la retracción, serie DMRT”. Serie experimental, Laboratorio de Estructuras ETSI CCP UPM.
31. **Pérez Caldentey & Corres Peiretti.** “Influencia de la edad de puesta en carga en el desarrollo de la fluencia, Serie VHFL”. Serie experimental, Laboratorio de Estructuras ETSI CCP UPM.
32. **Rostásy, Kock & Leonhardt.** “Zur Mindestbewehrung für Zwang von Aussenwänden aus Stahlleichtbeton”. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 267. (1976)
33. **EC-1.** EN 1991-1-5: Eurocode 1. “Actions on structures - Part 1-5: General actions - Thermal actions”. CEN. Brussels. (2003)
34. **Hock, Schäfer & Schlaich.** “Fugen und Aussteifungen in Stahlbetonskelettbauten”. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 368. (1986)
35. **Mirambell Arrizabalaga.** “Criterios de Diseño en Puentes de Hormigón Frente a la Acción Térmica Ambiental”. Universit Plitècnica de Catalunya: Barcelona. (1987)
36. **Emerson.** “The Calculation of the Distribution of Temperature in Bridges”. Transport and Road Research Laboratory. (1973)
37. **Emerson.** “Temperature Differences in Bridges: basis of Design Requirements”. Transport and Road Research Laboratory. (1977)
38. **Pfafferott.** “Standardgrafiken zur Auswertung von Messdaten für die nächtliche Entwärmung von Gebäuden”. Fraunhofer ISE: Freiburg, D. (2002)
39. **Ghali, Favre & Elbadry.** “Concrete Structures: Stresses and Deformations”. 4 ed. London, UK: Spon Press. (2012)
40. **Moorty & Roeder.** “Temperature-Dependent bridge movements”. Journal of Structural Engineering, 118(4): p. 1090-1105. (1992)
41. **Emerson.** “Thermal movements of concrete bridges: field measurements and methods of predictions”. American Concrete Institute: Detroit. p. 102. (1981)

42. **Crespo.** "Contraste experimental y de las variaciones térmicas en puentes". III Congreso de ACHE, Zaragoza. (2005)
43. **Larsson.** "Modelling of Temperature Profiles in a Concrete Slab under Climatic Exposure". Structural Concrete. 10(4): p. 193-201. (2009)
44. **Ortega, Millanes & Mansilla.** "Análisis de la instrumentación de temperaturas del viaducto mixto de alta velocidad Arroyo las Piedras". Hormigón y Acero. p. 81-97. (2010)
45. **Larsson & Karoumi.** "Modelling of Climatic Thermal Actions in Hollow Concrete Box Cross-Sections". Structural Engineering International 21(1): p. 74-79. (2011)
46. **Larsson & Thelandersson.** "Estimating Extreme Values of Thermal Gradients in Concrete Structures". Materials and Structures 44: p. 1941-1500. (2011)
47. **Ortega, Millanes & Mansilla.** "Contraste normativo y experimental de los efectos térmicos en puentes de hormigón, metálicos y mixtos". V Congreso de ACHE, Barcelona. (2011)
48. **Hue, Serrano & Bolaño.** "Öresund Bridge. Temperature and cracking control of the deck slab concrete at early ages". Automation in Construction 9 (5-6): p. 437-445. (2000)
49. **Inaudi et al.** "Structural Health Monitoring System for the new I-35W St. Anthony Falls Bridge". 4th International Conference on Structural Health Monitoring on Intelligent Infrastructure (SHMII-4). Zurich, Switzerland. (2009)
50. **Hedegaard et al.** "Instrumentation and Modeling of I-35W St. Anthony Falls Bridge". Journal of Bridge Engineering 18: p. 476-485. (2013)
51. **Hedegaard, French & Shield.** "Investigation of Thermal Gradient Effects in the I-35W St. Anthony Falls Bridge". Journal of Bridge Engineering 18(9): p. 890-900. (2013)
52. **Fu & Dewolf.** "Effect of differential temperature on a curved post-tensioned concrete bridge". Advances in Structural Engineering 7: p. 385-397. (2004)
53. **Barr, Stanton & Eberhard.** "Effects of temperature variations on precast, prestressed concrete bridge girders". Journal of Bridge Engineering 10(2): p. p186-194. (2005)
54. **Mari & Mirambell Arrizabalaga.** "Sobre la conveniencia de considerar la acción térmica ambiental en el dimensionamiento de estructuras de hormigón frente a estados límites últimos". Hormigón y Acero p. 9-19. (1989)
55. **Fennema, Laman & Linzell.** "Predicted and Measured Response of and Integral Abutment Bridge". Journal of Bridge Engineering 10 p. 666-677. (2005)
56. **Lowell et al.** "Integral Bridge Abutment-to Approach Slab Connection". Final Report. Center for Transportation Research and Education: Iowa State University. (2008)
57. **Shoukry, William & Riad.** "Response of an Integral Abutment Bridge to Temperature Variations". in Structures Congress: Crossing Borders. (2008)
58. **Phares, Faris & Lowell.** "Integral bridge abutment to approach slab connection". Journal of Bridge Engineering, ASCE 18: p. 179-181. (2013)
59. **Rodriguez, Barr & Halling.** "Temperature effects on a box girder, integral abutment bridge". Journal of Performance of Constructed Facilities 28(3): p. 583-591. (2014)
60. **Li, Maes & Dilger.** "Thermal Design Criteria for Deep Prestressed Concrete Girders Based on Data from Confederation Bridge". Canadian Journal of Civil Engineering. 31(5): p. 813-825. (2004)
61. **Corres Peiretti, Petschke & Ezeberry Parrotta.** "PROFIT I+D: Puentes integrales". Plan Nacional de I+D+I, Ministerio de Fomento de España. (2007-2008)
62. **Aboumoussa & Iskander.** "Thermal movements in concrete: Case study of multistory underground car park". Journal of Materials in Civil Engineering p. 545-553. (November/December 2003)

63. **Austin, Robins & Bishop.** "Behaviour and Design of Concrete Industrial Ground Floor Slabs". E.G.F. Report. Department of Civil & Building Engineering: Loughborough. p. 19. (2000)
64. **Collin, Veljkovic & Pétursson.** "International Workshop on the Bridges with Integral Abutments". University of Technology of Lulea. p. 151. (2006)
65. **Koch.** "Temperature Measurements at the Nesenbach-Valley Bridge". Otto-Graf Journal Vol. 11. (2000)
66. **Koch & Plötz.** "Erkenntnisse aus Messungen an der fugenlosen Brücke über das Nesenbachtal". Stuttgart. Beton-und Stahlbetonbau 96(Heft 10). (2001)
67. **Crespo.** "Contraste experimental de las variaciones térmicas en puentes". III Congreso de puentes y estructuras de edificación ACHE, Zaragoza. (2005)
68. **ARCER.** "Monografía 4: Diagramas característicos de tracción de los aceros con características especiales de ductilidad". Instituto para la Promoción de Armaduras Certificadas (IPAC): Madrid. p. 77. (2004)
69. **Neville.** "Properties of concrete". 4 ed. Essex, UK: Pearson Education Limited. 844. (1995)
70. **Jaccoud & Farra.** "Armature minimale pour le contrôle de la fissuration". Institut de Statique et Structures Béton Armé et Précontraint, EPFL: Lausanne, CH. (1993)
71. **Rüsch.** "Researches toward a general flexural theory for structural concrete". Journal of The American Concrete Institute 57(1): p. 1-28. (1960)
72. **Al-Kubaisy & Young.** "Failure of concrete under sustained tension". Magazine of Concrete Research 27 (92). (1975)
73. **Fouré.** "Étude expérimentale de la résistance du béton sous contrainte soutenue". Annales de l'ITBTP. Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics: Paris, France. (1985)
74. **Fouré.** "Résistance potentielle a long terme du béton soumis a une contrainte soutenue". Annales de l'ITBTP. Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics: Paris, France. (1985)
75. **Shkoukani & Walraven.** "Sustained tensile strength of concrete". IABSE: Zurich, CH. (1991)
76. **Bazant & Oh.** "Deformation of progressively cracking reinforced concrete beams". ACI Journal p. 268-277. (1984)
77. **Falkner.** "Zur Frage der Rissbildung durch Eigen- und Zwangspannung infolge Temperatur in Stahlbetonbauwerken". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 208. (1969)
78. **Jaccoud.** "Armature minimale pour le contrôle de la fissuration de structures en béton". Institut de Statique et Structures Béton Armé et Précontraint, EPFL: Lausanne, CH. (1987)
79. **Jaccoud & Charif.** "Armature minimale pour le contrôle de la fissuration. Essais série C". Rapport intermédiaire. Institut de Statique et Structures Béton Armé et Précontraint, EPFL: Lausanne, CH. (1985)
80. **Jaccoud & Charif.** "Armature minimale pour le contrôle de la fissuration". Publication N° 114. (1986)
81. **vSIA162.** "Structures en béton. Projet de nouvelle norme soumis". Société suisse des ingénieurs et des architectes. Consultation N 522-4. Zurich, CH: (1984)
82. **Favre et al.** "Dimensionnement des structures en béton: Dalles, murs, colonnes et fondations". Vol. 8. EPFL. Lausanne, CH. (1990)
83. **Nejadi.** "Time-dependent cracking and crack control in reinforced concrete structures". Civil and Environmental Engineering. UNSW: Sydney, AU. p. 390. (2005)

84. **Krips.** "Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton". TU Darmstadt: Darmstadt, D. (1984)
85. **Stevens.** "Deflexions of reinforced concrete beams". ICE Proceedings. (1972)
86. **Stevens & Illston.** "Long-term cracking in reinforced concrete beams". ICE Proceedings. (1972)
87. **Jaccoud & Favre.** "Flèche des structures en béton armé". Institut de Statique et Structures Béton Armé et Précontraint, EPFL: Lausanne, CH. (1982)
88. **CEB.** "CEB-FIB Model Code 1978". Bulletin N° 213/214. (1978)
89. **Hayashi.** "Study of the bending behavior of reinforced concrete columns under changing axial force". Transactions of the Architectural Institute of Japan. Tokyo Institute of Technology: Tokyo, J. (1980)
90. **Tennstedt.** "Beitrag zur Rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen unter Berücksichtigung des Wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons". Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau. TU Braunschweig: Braunschweig, D. p. 141. (1974)
91. **DIN.** "DIN 1045-1:2001-07 Tragwerke aus Beton". Stahlbeton und Spannbeton. (2001)
92. **Grasser & Thielen.** "Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderung von Stahlbetontragwerken". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 240. (1991)
93. **Kordina, Rostásy & Svensvik.** "Tragfähigkeit und Verformung von Stahlbetonbalken unter Biegung und gleichzeitigem Zwang infolge Auflagerverschiebung". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 336. (1982)
94. **Gvozdev.** "Comments on the clause 33 of the Russian code for reinforced concrete". Stroitel'naya Promyshlennost 17(3). (1939)
95. **Drucker.** "On structural concrete and the theorems of limit analysis". Mémoires IABSE p. 49-59. (1961)
96. **Ockleston.** "Load tests on a 3 storey R/C concrete building in Johannesburg". The Structural Engineer 33: p. 304-322. (1955)
97. **Braestrup.** "Dome effect in R/C slabs: rigid-plastic analysis". Journal of the Structural Division 15501(ST6). (1980)
98. **Christiansen & Frederiksen.** "Experimental investigation of rectangular concrete slabs with horizontal restraints". Materials and Structures 16(3): p. 179-192. (1983)
99. **Desayi & Kulkarni.** "Load-deflection behavior of restrained R/C slabs". Journal of the Structural Division 103(2): p. 405-419. (1977)
100. **Park.** "Ultimate strength of rectangular concrete slabs under short-term uniform loading with edges restrained against lateral movement". ICE Proceedings. (1964)
101. **Taylor, Rankin & Cleland.** "Arching action in high-strength concrete bridge slabs". Structures & Buildings 146(4). (2001)
102. **BS5400.** "British standard for the design of steel, concrete and composite bridges". British Standard Institution. (1978)
103. **Pfeiffer.** "Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus Stahloder Spannbeton mit Berücksichtigung der durch aufreissen Bedingten Achsendehnung". Massivbau TUHH: Hamburg, D. (2004)
104. **Djouahra.** "Verhalten von Stahlbetonbauteilen unter einer kombinierten Beanspruchung aus Last und zentrischem Zwang". TUD: Dortmund, D. p. 200. (2008)
105. **Yang, Morita & Yi.** "Effect of axial restraint on mechanical behaviour of high-strength concrete beams". Structural Journal p. 751-756. September-October (2000)

106. **Yang, Yi & Morita.** "Effect of axial restraint on flexural and shear behaviour of high-strength concrete members". Magazine of Concrete Research 56(2): p. 63-72. (2004)
107. **Yi & Yang.** "Effect of axial restraint on mechanical behaviour and average crack spacing of reinforced concrete flexural members". Nuclear Engineering and Design 228(1-3): p. 107-117. (2004)
108. **Pfeiffer.** "Non-Linear calculation of plane reinforced concrete frames". PhD Symposium, Munich, D. (2002)
109. **AE-88.** "Acciones en la Edificación". Ministerio de Fomento de España. (1988)
110. **Carlson.** "Drying shrinkage of large concrete members". ACI Journal 33(3): p. 7. (1937)
111. **Gilbert.** "Tension Stiffening in Lightly Reinforced Concrete Slabs". Journal of Structural Engineering 133(6): p. 899-903. (2007)
112. **Kaklauskas et al.** "Tension-Stiffening Model Attributed to Tensile Reinforcement for Concrete Flexural Members". The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction. Elsevier Ltd. p. 1433-1438. (2011)
113. **Kaklauskas.** "Integral Flexural Constitutive Model for Deformational Analysis of Concrete Structures". Monograph. Vilnius Technika. Vilnius, Lithuania. (2001)
114. **Bischoff.** Discussion of "Tension Stiffening in Lightly Reinforced Concrete Slabs" by R. Ian Gilbert. Journal of Structural Engineering 133(6): p. 1259-1260. (2008)
115. **Kaklauskas, Gribniak & Bacinskas.** Discussion of "Tension Stiffening in Lightly Reinforced Concrete Slabs" by R. Ian Gilbert. Journal of Structural Engineering 113(6): p. 1261-1262. (2008)
116. **Gilbert.** Closure to "Tension Stiffening in Lightly Reinforced Concrete Slabs". Journal of Structural Engineering 133(6): p. 1264-1265. (2008)
117. **Vecchio & Collins.** "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear". ACI Journal 83(2): p. 219-231. (1986)
118. **Hsu.** "Toward a Unified Nomenclature for Reinforced-Concrete Theory". Journal of Structural Engineering 122(3): p. 275-283. (1996)
119. **Bischoff.** "Effects of shrinkage on tension stiffening and cracking in reinforced concrete". Can. J. Civ. Eng. 28: p. 363-374. (2001)
120. **Kaklauskas & Gribniak.** "Eliminating Shrinkage Effect from Moment Curvature and Tension Stiffening Relationships of Reinforced Concrete Members". Journal of Structural Engineering. 137(12): p. 1460-1469. (2011)
121. **Zanuy Sánchez.** "Investigating the negative tension stiffening effect of reinforced concrete". Structural Engineering and Mechanics. 34(2): p. 189-211. (2010)
122. **ACI Committee 318.** "Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary ACI 318M-11". American Concrete Institute. (2011)
123. **Kaklauskas.** "Flexural layered deformational model of reinforced concrete members". Magazine of Concrete Research 56(10): p. 575-584. (2004)
124. **CEB-FIP.** "Model Code 2010. Final draft. Volume 2". International Federation for Structural Concrete (fib): Lausanne, Switzerland. (2012)
125. **Gribniak.** "Shrinkage influence of tension-stiffening of concrete structures". Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius, Lithuania. p. 213. (2009)
126. **Kaklauskas & Ghaboussi.** "Stress-Strain Relations for Cracked Tensile Concrete from RC Beam Tests". Journal of Structural Engineering. 127(1): p. 64-73. (2001)
127. **Collins et al.** "A General Shear Design Method". ACI Structural Journal. 93(1): p. 36-45. (1996)

128. **CEB-FIP**. "Structural Concrete. Textbook on behaviour, design and performance. Volume 1". 2nd ed. International Federation for Structural Concrete (fib): Lausanne, Switzerland. p. 308. (2009)
129. **CEB-FIB**. "Model Code 1990". Comité Euro-International du Béton. (1991)
130. **Branson**. "Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams". HPR Report 7(1). Alabama Highway Department, Bureau of Public roads: Alabama. (1963)
131. **Perez Caldentey et al.** "Serviceability design of columns of long jointless structures". Engineering Structures 44: p. 359-371. (2012)
132. **Kaklauskas, Gribniak & Girdzius**. "Average stress-average strain tension-stiffening relationships based on provisions of design codes". Journal of Zhejiang University-Science 12(10): p. 731-736. (2011)
133. **Kaklauskas et al.** "Shrinkage influence on tension stiffening in concrete members". Engineering Structures 31(6) p. 1305-1312. (2009)
134. **Arenas & Aparicio**. "Dos pasos elevados sobre la autopista de la Paz, Madrid". Hormigón y Acero p. 304-325. (1979)
135. **Arenas & Aparicio**. "Influencia de los estados de autotensión, en la seguridad frente a rotura por flexión de vigas continuas de hormigón armado y pretensado". Hormigón y Acero p. 109-124. (1982)
136. **Camara**. "Comportamento em Serviço de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado". Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico: Lisboa. (1988)
137. **Noakowski**. "Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur". Deutscher Ausschuss Für Stahlbeton Heft 296. (1978)
138. **Noakowski**. "Nachweisverfahren für Verankerung, Verformung, Zwangsbeanspruchung und Rissbreite". Deutscher Ausschuss Für Stahlbeton Heft 394. (1988)
139. **Noakowski & Schäfer**. "Steifigkeitsorientierte Statik im Stahlbetonbau. Stahlbetontragwerke einfach richtig berechnen". Ernst & Sohn. (2003)
140. **Noakowski et al.** "Verhalten von Hochbaudecken bei Zugkräften aus Zwang". Beton- und Stahlbetonbau 100, Heft 5, p. 406-416. (2005)
141. **Aparicio**. "Estudio de la evolución hasta rotura, por solicitaciones normales, de tableros continuos de puente de hormigón armado o pretensado". UDES: Santander. (1980)
142. **Schiessl**. "Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rissbreite". Deutscher Ausschuss Für Stahlbeton, Heft 400. (1994)
143. **Corres Peiretti, Perez Caldentey & Petschke**. "EC-2. Chapter 7. Serviceability limit states". Cracking. Background Document. CEN. (2002)
144. **Pérez Caldentey**. "Proyecto de Investigación: Uso de hormigones con fibras metálicas de NFU en estructuras integrales". C.E. S.A., Editor. ETSI CCP UPM, Madrid. (2011-2012)
145. **Perez Caldentey et al.** "Cracking of RC members revisited. Influence of cover, Φ/p_{eff} and stirrup spacing. An Experimental and Theoretical Study". Structural Concrete 14(1): p. 69-78. (2013)
146. **Srinivasa Rao & Subrahmanyam**. "Trisegmental Moment-Curvature Relations for Reinforced Concrete Members". ACI Journal (70-39): p. 346-351. (1973)
147. **Gribniak et al.** "Comparative analysis of deformations and tension-stiffening in concrete beams reinforced with GFRP or steel bars and fibers". Composites: Part B 50: p. 158-170. (2013)

148. **Kaklauskas et al.** "Experimental and numerical investigation of concrete beams reinforced with steel fibres". fib Symposium. Prague, Czech Republic. (2011)
149. **Bach & Graf.** "Tests on Reinforced Concrete Beams for Obtaining Moment-Curvature Relationships (Versuche mit Eisenbetonbalken zur Ermittlung der Beziehung zwischen Formänderungswinkel und Biegemoment)". Deutscher Ausschuss für Eisenbeton. Berlin. (1917)
150. **GEHO.** "Caracterización de las propiedades diferidas del hormigón y su incidencia estructural". Grupo Español del Hormigón. (1998)
151. **Gribniak et al.** "Shrinkage effect on short-term deformation behavior of reinforced concrete - When it should not be neglected". Materials and Design 51: p. 0261-3069. (2013)
152. **Branson.** "Deformation of concrete structures". New York: McGraw-Hill. (1977)
153. **SOFiSTiK.** Manual del usuario. (2009)
154. **Kim, Stanton & MacRae.** "Effect of Beam Growth on Reinforced Concrete Frames". ASCE Journal of Structural Engineering. (2004)
155. **Pfeiffer & Quast.** "Some advantages of 1D-instead of 2D-or even 3D-modelling for non-linear analysis of reinforced concrete frames". Technical University Hamburg, Germany. (2003)
156. **Yang, Yi & Lee.** "Mechanical characteristics of axially restrained concrete specimens at early ages". Journal of Materials in Civil Engineering p. 35-44. January-February (2004)
157. **Pérez Caldentey & Ezeberry Parrotta.** "Evaluación del Comportamiento en Servicio de Puentes Integrales". Informe técnico. ETSSI CCP UPM, Madrid. (2008)
158. **Corres Peiretti, Petschke & Ezeberry Parrotta.** "Estudio teórico de la influencia del uso del acero de alta ductilidad en el proyecto de estructuras de hormigón". Convenio de investigación privado financiado por ARCER. ETSI CCP UPM, Madrid. (2004-2007)
159. **Corres Peiretti et al.** "Proyecto de investigación estudio analítico y experimental de las deformaciones impuestas en las estructuras integrales". Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica, España. (2000-2003)
160. **Corres Peiretti et al.** "Instrumentación y auscultación de un puente integral". IV Congreso Internacional de Estructuras ACHE, Valencia. (2008)
161. **Bazant & Baweja.** "Concrete Creep and Shrinkage Prediction Models for Design Codes. Recent Results and Future Directions in Concrete Technology. New Trends". Industrial Applications, E&FN SPON. (1994)
162. **Berecibar Oregui.** "Estudio teórico y experimental de temperaturas y deformaciones en un puente integral". Tesis de Máster. Depto. de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. ETSI CCP UPM, Madrid. (2012)
163. **León et al.** "Resultados Parciales del Proyecto de I+D+i para la Supresión de Juntas en Puentes Existentes". V Congreso Internacional de Estructuras ACHE, Barcelona. (2011)
164. **Trost,** Dischingers grundlegende Arbeiten und neuere Erkenntnisse über die Auswirkungen des zeitabhängigen Werkstoffverhaltens in vorgespannten und nicht-vorgespannten Stahlbetonkonstruktionen. Spannweite der Gedanken. Springer-Verlag: p. 213-226. (1987)
165. **Trost,** Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. Beton- und Stahlbetonbau 11 (Heft 10). (1967)
166. **HIPER.** Programa para análisis evolutivo de estructuras desarrollado por el Dr. Alejandro Pérez Caldentey. (1996)

I. ANEJO 1: FORMULACIÓN TEÓRICA

I.1. Introducción

En este anejo se explican las hipótesis y ecuaciones utilizadas en este trabajo para describir el comportamiento en servicio de tensiones normales, de secciones de hormigón armado.

I.2. Convención de signos

Se utiliza el siguiente criterio de signos:

- Tracciones positivas, compresiones negativas.
- Curvatura positiva en correspondencia con un momento positivo, tracción de las fibras inferiores y compresión de las fibras superiores.
- Deformación impuesta positiva cuando induce deformaciones de tracción y viceversa.

I.3. Ecuación constitutiva del acero

I.3.1 Comportamiento instantáneo

Se considera un comportamiento lineal y elástico del acero. De este modo, la ecuación constitutiva es la siguiente:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (I.1)$$

Este comportamiento es válido siempre y cuando no se alcance la deformación de plastificación del acero, ε_y .

I.3.2 Comportamiento térmico

La ecuación constitutiva que rige el comportamiento del acero, cuando actúa la temperatura es:

$$\varepsilon_T = \alpha T \quad (I.2)$$

Siendo T es la temperatura, ε_T la deformación y α el coeficiente de dilatación térmica. En este trabajo se utiliza $\alpha = 10^{-5} [1/^\circ\text{C}]$.

I.4. Ecuación constitutiva general del acero, a nivel de fibra

En una fibra cualquiera de acero la deformación que se produce es:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{sm} + \varepsilon_{sT} \quad (I.3)$$

Siendo ε_{sm} la deformación mecánica del acero y ε_{sT} la deformación térmica del acero.

Las tensiones en el acero son producidas por las deformaciones mecánicas únicamente,

$$\sigma_s = E_s (\varepsilon_s - \varepsilon_{sT}) \quad (I.4)$$

1.5. Ecuaciones constitutivas del Hormigón

1.5.1 Comportamiento instantáneo

El hormigón se considera lineal en compresión y sin resistencia a tracción. Esta es la hipótesis más simple y conservadora, el denominado *Estado II*. La ecuación constitutiva es la siguiente:

$$\begin{cases} \sigma = E_c \varepsilon_c & \text{si } \varepsilon_c \leq 0 \\ \sigma = 0 & \text{si } \varepsilon_c > 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

1.5.2 Comportamiento reológico del hormigón

Retracción

El fenómeno de retracción es altamente dependiente de las condiciones climatológicas a las que se ve sometido el material. Esta deformación impuesta se simboliza ε_{sh} y se supone constante en toda la sección. Para la cuantificación de la retracción se utiliza la formulación establecida en el artículo 39.7 de la EHE.

Fluencia

Para cuantificar este fenómeno se utiliza la formulación establecida en la instrucción EHE, en el artículo 39.8. La formulación propuesta es válida mientras el comportamiento sea lineal, lo cual requiere que la tensión de trabajo del material se encuentre por debajo de una tensión umbral de $0.45 \cdot f_{cm}$.

1.5.3 Métodos de integración en el tiempo de las deformaciones de fluencia

Para obtener las deformaciones impuestas debidas a la fluencia es necesario resolver la siguiente ecuación de superposición [164]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(\tau_0)}{E(\tau_0)} \cdot [1 + \varphi(t, \tau_0)] + \int_{\tau_0}^t \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \cdot \frac{1}{E(\tau)} [1 + \varphi(t, \tau)] d\tau \quad (1.6)$$

Esta ecuación tiene en cuenta las variaciones de tensiones que pueden ocurrir en el tiempo, debidas a cambios en las fuerzas externas o por la propia relajación del hormigón.

En este análisis se considera que el módulo de elasticidad es constante, de modo que la expresión anterior puede simplificarse:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot (1 + \varphi(t, \tau_0)) + \frac{\sigma(t) - \sigma_0}{E} + \frac{1}{E} \int_{\tau_0}^t \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \cdot \varphi(t, \tau) \cdot d\tau \quad (1.7)$$

Figura 1-1. Método paso a paso para la resolución del problema de fluencia. Variaciones de tensiones en el tiempo debidas, izquierda. Coeficiente de fluencia, en correspondencia con los incrementos de tensiones de cada paso, derecha [164].

El instante t_0 corresponde al instante en que actúa la carga inicial, mientras que la variable t indica el instante de tiempo en el cual se ejecuta el análisis. Con esta regla de superposición se pueden resolver tanto problemas de fluencia, deformaciones impuestas debidas a cargas mantenidas en el tiempo, como de relajación, pérdidas de tensión originadas para deformaciones mantenidas en el tiempo.

Existen dos formas de resolver este problema. La primera es implementando un algoritmo de integración paso a paso en el tiempo que como se muestra en la figura I-1, requiere dividir el período temporal analizado en incrementos de tiempo donde ocurran variaciones de tensiones aproximadamente constantes. De este modo, la integral de la expresión (I.6), puede reemplazarse por una sumatoria como la siguiente:

$$\int_{t_0}^t \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \cdot \varphi(t, \tau) \cdot d\tau = \sum_{\tau_i} \Delta \sigma(\tau_i) \cdot \varphi(t, \tau_i) \quad (I.8)$$

Donde cada incremento de tensiones va multiplicado por un coeficiente de fluencia diferente en función del instante en que se produce la variación de tensión.

La segunda forma de resolver el problema es utilizando el denominado *método del coeficiente de envejecimiento* o *método de Trost* [165], que se explica a continuación. Trost propone reemplazar la integral (I.6) por la siguiente expresión:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot (1 + \varphi(t, t_0)) + \frac{\sigma(t) - \sigma_0}{E_0} \cdot (1 + \chi(t, t_0) \cdot \varphi(t, t_0)) \quad (I.9)$$

Donde el coeficiente de relajación $\chi(t, t_0)$ se denomina *coeficiente de envejecimiento*, que en este trabajo se ha considerado constante, de valor 0.8. Esta experiencia se basa en la experiencia previa de varios investigadores [20, 22, 39].

En aquellos análisis en que se considere la colaboración del hormigón traccionado, la fluencia a tracción se supone igual a la fluencia en compresión.

I.5.4 Comportamiento térmico

La deformación impuesta que sufre el hormigón cuando existe una variación uniforme de temperatura es la misma que la del acero:

$$\varepsilon_T = \alpha T$$

Para simplificar el problema, se supone que el hormigón tiene un coeficiente de dilatación térmica semejante al del acero, $\alpha = 10^{-5} [1/^\circ\text{C}]$.

I.5.5 Colaboración del hormigón traccionado

La resistencia a tracción se tiene en cuenta extendiendo la profundidad del bloque no fisurado en el hormigón, hasta la fibra que alcanza la resistencia a tracción del hormigón.

Para no complicar demasiado el análisis y poder seguir utilizando la formulación deducida anteriormente, se implementa el fenómeno de rigidización en tracción (tensión-stiffening) modificando la ecuación constitutiva del acero, tal como propone el Código Modelo [124, 129].

La formulación de rigidización en tracción, propuesta por el Código Modelo MC 90, permite estimar los efectos diferidos, con el coeficiente β_t , que vale 0,4 para cargas instantáneas y 0.25 para cargas diferidas.

La modificación de la ley constitutiva del acero puede hacerse de forma simple, utilizando un módulo de elasticidad modificado.

$$E_{sm} = \frac{E_s}{\left(1 - \beta_t \frac{A_{c,ef} \cdot f_{ctm}}{A_{s1} \cdot E_s \cdot \varepsilon_{s,II}}\right)} \quad (1.10)$$

Siendo:

- $A_{c,ef}$ área efectiva de hormigón traccionado [m^2].
- f_{ctm} resistencia media a tracción del hormigón [MPa].
- A_{s1} área de la armadura traccionada [m^2].
- E_s módulo de elasticidad del acero [MPa].
- $\varepsilon_{s,II}$ deformación de la armadura traccionada, en estado II.

Este módulo de elasticidad debe utilizarse para momentos superiores al momento de fisuración y requiere el cálculo paralelo del comportamiento en Estado II, para la determinación de $\varepsilon_{s,II}$.

1.6. Ecuación constitutiva general del hormigón, a nivel de fibra

A continuación se presenta la relación tensión deformación, para una fibra cualquiera de hormigón, utilizando el *método de Trost* para la integración temporal de la deformación impuesta de fluencia. Se omiten las variables temporales, puesto que se analiza el período entre t_0 y t_∞ .

En una fibra cualquiera de hormigón sometida a deformaciones impuestas generales, la deformación total es igual a:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m + \varepsilon_{cs} + \varepsilon_T + \varepsilon_{cr} \quad (1.11)$$

Siendo:

- ε_c : Deformación total.
- ε_{cm} : Deformación mecánica.
- ε_{cs} : Deformación debida a la retracción.
- ε_T : Deformación debida a la temperatura.
- ε_{cr} : Deformación debida a la fluencia.

La deformación total se obtiene sumando todas las deformaciones definidas anteriormente:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_0}{E_c}(1 + \varphi) + \varepsilon_{cs} + \varepsilon_T + \frac{\Delta\sigma}{E_c}(1 + \chi\varphi) \quad \text{si } \sigma \leq f_{ct} \quad (1.12)$$

De donde se puede deducir la variación de tensión originada por la deformación impuesta

$$\Delta\sigma = \frac{E_c}{(1 + \chi\varphi)} \left(\varepsilon_c - \frac{\sigma_0}{E_c}(1 + \varphi) - \varepsilon_{cs} - \varepsilon_T \right) \quad (1.13)$$

La tensión total se obtiene sumando este incremento de tensión producido por las deformaciones impuestas, a la tensión inicial:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \sigma_o + \Delta\sigma \quad \text{si } \sigma_c \leq f_{ct} \\ \text{si } \sigma_o + \Delta\sigma &> f_{ct} \rightarrow \sigma_c = 0 \end{aligned} \quad (I.14)$$

Si la resultante de la suma entre la tensión inicial y la redistribución de tensiones es superior a la resistencia a tracción del hormigón, la fibra se encuentra fisurada y la tensión debe anularse.

Si la resistencia a tracción es nula, $f_{ct}=0$, las ecuaciones anteriores describen el comportamiento en Estado II.

I.7. Ecuaciones de Compatibilidad a nivel seccional

Figura I-2. Esquema de la sección de Hormigón armado y el plano de deformaciones, de acuerdo con las hipótesis de Navier – Bernoulli

En este trabajo se utilizan las siguientes relaciones clásicas:

- Hipótesis de Navier – Bernoulli.
- Adherencia perfecta entre hormigón y acero.

La hipótesis de Navier – Bernoulli equivale a suponer que las secciones permanecen planas luego de deformarse. La figura I-2 presenta una sección deformada en forma esquemática, además de los parámetros utilizados para describirla.

Los parámetros que describen el plano de deformaciones son: la deformación de la fibra de referencia, ε_o , y la curvatura de la sección deformada, κ .

De este modo, la deformación de cualquiera de las fibras, y , es:

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_o + \kappa(y - Y_{ref}) \quad (I.15)$$

La hipótesis de adherencia perfecta obliga a que ambos materiales, hormigón y acero, se deformen con el mismo plano de deformación.

I.8. Ecuaciones de equilibrio a nivel seccional

La expresión general del equilibrio es la siguiente:

$$\begin{aligned} N &= \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A_s} \sigma_s dA_s \\ M &= \int_{A_c} \sigma_c y dA_c + \int_{A_s} \sigma_s y dA_s \end{aligned} \quad (I.16)$$

Estas expresiones representan el equilibrio de axiles y momentos, sucesivamente. El valor N , es el esfuerzo axil externo y el valor M , el momento flector. Las integrales de la derecha representan los esfuerzos internos de la sección.

Para simplificar la evaluación de las integrales se considera:

- En primer lugar, que la geometría de la sección es rectangular, lo cual simplifica la resolución de las integrales.
- En segundo lugar, que las armaduras de acero pueden ubicarse en n fibras específicas, denominadas Y_{si} , donde se pueden concentrar las propiedades mecánicas y geométricas. Esta simplificación permite reemplazar la integral de las tensiones en el acero por una sumatoria:

$$\int_{A_s} \sigma_s dA_s = \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = \sum_{i=1}^n E_s \varepsilon_{si} A_{si} \quad (1.17)$$

Aplicando la hipótesis de compatibilidad, las deformaciones en las fibras de acero son,

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_o + \kappa Y_{si} \quad (1.18)$$

1.8.1 Instante inicial, previo a la actuación de deformaciones impuestas

Para resolver el problema diferido es necesario resolver, previamente, el plano de deformaciones en el instante inicial, t_o . Introduciendo las simplificaciones comentadas anteriormente, la ecuación (1.16) se transforma en:

$$\begin{aligned} EA_h \varepsilon_{oo} + EB_h \kappa_o &= N \\ EB_h \varepsilon_{oo} + EI_h \kappa_o &= M \end{aligned} \quad (1.19)$$

En la ecuación (1.19) se hace una ligera modificación en la notación del plano de deformación, introduciendo un subíndice cero a la derecha de los parámetros que definen el plano de deformaciones, $\varepsilon_o \rightarrow \varepsilon_{oo}$, $\kappa \rightarrow \kappa_o$. Esto será de utilidad posteriormente, en el análisis diferido.

Siendo los parámetros de rigidez:

$$\begin{aligned} EA_h &= E_c A_c + E_s A_s = E_c b x_{fis} + \sum_{i=1}^n E_s A_{si} \\ EB_h &= E_c B_c + E_s B_s = E_c b x_{fis} \frac{(x_{fis} - Y_{ref})}{2} + \sum_{i=1}^n E_s A_{si} (Y_{si} - Y_{ref}) \\ EI_h &= E_c I_c + E_s I_s = E_c b x_{fis} \frac{(x_{fis} - Y_{ref})^2}{3} + \sum_{i=1}^n E_s A_{si} (Y_{si} - Y_{ref})^2 \end{aligned} \quad (1.20)$$

Los coeficientes EA_h , EB_h y EI_h corresponden, sucesivamente, al producto del módulo de Elasticidad del hormigón por el área, momento estático y momento de inercia de la sección homogeneizada, con respecto a la fibra de referencia. Estos coeficientes pueden construirse a partir de la colaboración separada del hormigón y acero. Los coeficientes EA_c , EB_c y EI_c corresponden al hormigón y EA_s , EB_s y EI_s al acero, estos últimos constantes durante todo el análisis.

Estos parámetros dependen de la profundidad del bloque comprimido, x_{fis} . Cuando la profundidad del bloque es cero, la sección se encuentra totalmente fisurada y las propiedades geométricas son constantes, mínimas e iguales a las propiedades del acero. Cuando la

profundidad es h , las propiedades geométricas son constantes y máximas e iguales a las de la sección homogeneizada, en Estado I. En ambos casos, el problema es lineal.

Cuando la profundidad es intermedia, el problema es no lineal y requiere de un proceso iterativo para encontrar la solución al problema.

1.8.2 Instante final, posterior a la actuación de deformaciones impuestas

El paso siguiente es reemplazar las ecuaciones constitutivas diferidas en las expresiones de equilibrio, con lo cual se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} N &= \int_{A_c} \sigma_o dA_c + \int_{A_c} \frac{E_c}{1 + \chi\varphi} \left(\varepsilon_c - \frac{\sigma_o}{E_o} (1 + \varphi) - \varepsilon_{cs} - \varepsilon_T \right) dA_c + \int_{A_s} E_s \varepsilon_s dA_s \\ M &= \int_{A_c} \sigma_o y dA_c + \int_{A_c} \frac{E_c}{(1 + \chi\varphi)} \left(\varepsilon_c - \frac{\sigma_o}{E_o} (1 + \varphi) - \varepsilon_{cs} - \varepsilon_T \right) y dA_c + \int_{A_s} E_s (\varepsilon - \varepsilon_{sT}) y dA_s \end{aligned} \quad (1.21)$$

Aplicando las mismas simplificaciones geométricas que se aplicaron en el instante inicial, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} EA_h \varepsilon_o + EB_h \kappa &= N + N_\varphi + N_{cs} + N_T - N_o \\ EB_h \varepsilon_o + EI_h \kappa &= M + M_\varphi + M_{cs} + M_T - M_o \end{aligned} \quad (1.22)$$

Este sistema permite resolver el plano de deformaciones en el instante t , para el cual se ha determinado los coeficientes de fluencia y envejecimiento. En este trabajo se analiza el instante t_∞ , que corresponde a un periodo de tiempo de 10000 días, según la instrucción EHE [28, 29, 127].

En este caso, los parámetros de rigidez tienen una forma similar a los anteriores, con un módulo de elasticidad ajustado a la edad. Es importante tener en cuenta que la profundidad del bloque comprimido no es la misma que en el instante inicial y que debe determinarse en un procedimiento iterativo.

$$\begin{aligned} EA_h &= \frac{E_c}{1 + \chi\varphi} bx_{fis} + \sum_{i=1}^n E_s A_{si} \\ EB_h &= \frac{E_c}{1 + \chi\varphi} bx_{fis} \frac{(x_{fis} - Y_{ref})}{2} + \sum_{i=1}^n E_s A_{si} (Y_{si} - Y_{ref}) \\ EI_h &= \frac{E_c}{1 + \chi\varphi} bx_{fis} \frac{(x_{fis} - Y_{ref})^2}{3} + \sum_{i=1}^n E_s A_{si} (Y_{si} - Y_{ref})^2 \end{aligned} \quad (1.23)$$

En la expresión de equilibrio se observa que aparece una serie de esfuerzos adicionales que no figuran en el instante inicial. Estos términos son generados por las deformaciones impuestas y pueden interpretarse como esfuerzos ficticios, que se introducen para modificar el plano de deformaciones.

Los esfuerzos axiales ficticios son, respectivamente:

- Esfuerzo axial inicial en el hormigón N_o :

$$N_o = EA_{co} \varepsilon_{oo} + EB_{co} \kappa_o \quad (1.24)$$

- Esfuerzo ficticio de fluencia N_φ :

$$N_{\varphi} = \frac{(1+\varphi)}{(1+\chi\varphi)} N_o \quad (I.25)$$

- Esfuerzo ficticio de retracción N_{sh} :

$$N_{sh} = EA_c \varepsilon_{cs} \quad (I.26)$$

- Esfuerzo ficticio de temperatura N_T :

$$N_T = EA_h \varepsilon_T + EB_h \kappa_T \quad (I.27)$$

Los momentos flectores adicionales son, respectivamente:

- El momento flector inicial en el hormigón M_o :

$$M_o = EB_{co} \varepsilon_{oo} + EI_{co} \kappa_o \quad (I.28)$$

- Esfuerzo ficticio de fluencia M_{φ} :

$$M_{\varphi} = \frac{(1+\varphi)}{(1+\chi\varphi)} M_o \quad (I.29)$$

- El esfuerzo ficticio de retracción M_{sh} :

$$M_{cs} = \varepsilon_{cs} EB_c \quad (I.30)$$

- Esfuerzo ficticio de temperatura N_T :

$$M_T = EB_h \varepsilon_T \quad (I.31)$$

A nivel seccional, los esfuerzos ficticios no modifican los esfuerzos externos N y M sino el plano de deformaciones. Los esfuerzos reológicos, al actuar únicamente en el hormigón, generan un estado de tensiones auto-equilibradas, con redistribuciones de tensiones entre hormigón y acero que pueden inducir la fisuración de la sección; mientras que los esfuerzos térmicos sólo modifican el plano de deformaciones, sin alterar el estado tensional.

I.9. Resolución del problema seccional de una sección rectangular

Figura I-3. Esquema de la sección de Hormigón armado y el plano de deformaciones, de acuerdo con las hipótesis de Navier – Bernoulli. Cambio del origen de las coordenadas y.

A continuación, a partir de trabajar las expresiones anteriores, se derivan ecuaciones que permiten resolver el comportamiento seccional de la sección rectangular de forma directa sin necesidad de implementar un procedimiento iterativo. Para ello es necesario realizar un cambio

en el origen de coordenadas de y , colocándolo en coincidencia con la profundidad de la fibra neutra, ver figura I-3. De este modo, la deformación baricéntrica viene dada por:

$$\varepsilon(y) = \kappa y \quad (I.32)$$

El uso de la fibra neutra como fibra de referencia tiene ventajas en la medida en que permite desacoplar las ecuaciones de equilibrio.

Las tensiones en las diferentes fibras:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= E_c \varepsilon[y] = E_c \kappa y \\ \sigma_{s1} &= E_s \varepsilon[d-x] = E_s \kappa (d-x) \\ \sigma_{s2} &= E_s \varepsilon[d_1-x] = E_s \kappa (d_1-x) \end{aligned} \quad (I.33)$$

Introduciendo las condiciones de compatibilidad y las ecuaciones constitutivas en las ecuaciones de equilibrio, se obtiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (la posición de la fibra neutra, x , y la curvatura de la sección κ).

$$\begin{aligned} N &= E_c \left\{ \int_0^x y dA_c + n(d-x)A_{s1} + n(d_1-x)A_{s2} \right\} \kappa = E_c B_f \kappa \\ M &= E_c \left\{ \int_0^x y^2 dA_c + n(d-x)^2 A_{s1} + n(d_1-x)^2 A_{s2} \right\} \kappa = E_c I_f \kappa \end{aligned} \quad (I.34)$$

Haciendo el cociente entre el momento flector y el esfuerzo axial se tiene la excentricidad de la carga:

$$\frac{M}{N} = e_f = \frac{I_f}{B_f} \rightarrow \text{ecuación de tercer } 3^{\text{er}} \text{ grado en } x \quad (I.35)$$

Debe señalarse claramente que M es el momento flector respecto del eje neutro y que B_f y I_f son el momento estático y momento de inercia de la sección fisurada respecto de la misma fibra. Puesto que normalmente se utilizan los valores de los esfuerzos referidos al centro de gravedad (cg) de la sección bruta, resulta relevante establecer la ecuación que permiten obtener M_{cg} a partir de M , así como la relación entre la excentricidad e_f , a la que hace referencia la ecuación (I.35) y la excentricidad de las fuerzas cuando éstas está referidas al centro de gravedad, como es habitual. Estas expresiones se dan en la ecuación (I.36) (una fuerza de tracción se considera positiva).

$$\begin{aligned} M &= M_{cg} - N(x - y_{cg}) \\ e_f &= \frac{M_{cg} - N(x - y_{cg})}{N} = e_{cg} - (x - y_{cg}) \rightarrow e_{cg} = e_f + x - y_{cg} \end{aligned} \quad (I.36)$$

Para una sección rectangular, el plano de deformaciones puede determinarse resolviendo una ecuación de tercer grado lo cual puede hacerse fácilmente mediante tanteos o un método iterativo o, incluso, analíticamente a partir de las expresiones de Cardano. Estas expresiones se desarrollan en la ecuación (I.37) que está formulada en términos de magnitudes adimensionales para una sección rectangular con dos capas de armadura. Estas expresiones están planteadas para el supuesto de sección fisurada. Si la sección no se fisura, el problema seccional se resuelve utilizando un análisis elástico.

$$\begin{aligned}
 \xi &= \frac{x}{d} ; \quad \rho = \frac{A_{s1}}{bd} ; \quad \rho' = \frac{A_{s2}}{bd} ; \quad n = \frac{E_s}{E_c} \\
 \iota &= \frac{I_f}{bd^3} = \frac{1}{3} \xi^3 + n\rho(1-\xi)^2 + n\rho' \left(\frac{d_1}{d} - \xi \right)^2 \\
 \beta &= \frac{B_f}{bd^2} = \frac{1}{2} \xi^2 - n\rho(1-\xi) - n\rho' \left(\frac{d_1}{d} - \xi \right) \\
 \frac{M - N \left(x - \frac{h}{2} \right)}{N \times d} &= \frac{e_{cg} - x + \frac{h}{2}}{d} = \varepsilon - \xi + \frac{h}{2d} = \frac{\frac{1}{3} \xi^3 + n\rho(1-\xi)^2 + n\rho' \left(\frac{d_1}{d} - \xi \right)^2}{\frac{1}{2} \xi^2 - n\rho(1-\xi) - n\rho' \left(\frac{d_1}{d} - \xi \right)}
 \end{aligned} \tag{I.37}$$

Desarrollando la ecuación (I.37) se obtiene una ecuación de tercer grado en $\xi=x/d$. Los coeficientes de esta ecuación se detallan en la ecuación (I.38).

$$\begin{aligned}
 \xi^3 + a_1 \xi^2 + a_2 \xi + a_3 &= 0 \\
 a_1 &= 3 \left(\varepsilon - \frac{h}{2d} \right) \\
 a_2 &= 6n \left(\rho \left(\varepsilon - \frac{h}{2d} + 1 \right) + \rho' \left(\varepsilon - \frac{h}{2d} + \frac{d_1}{d} \right) \right) \\
 a_3 &= 6n \left(\rho \left(-\varepsilon + \frac{h}{2d} - 1 \right) + \rho' \frac{d_1}{d} \left(-\varepsilon + \frac{h}{2d} - \frac{d_1}{d} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{I.38}$$

Una vez que se ha determinado ξ , la curvatura κ de la sección puede calcularse a partir de una de las expresiones dadas en la ecuación (I.34), tal como se muestra en la ecuación (I.39).

$$\begin{aligned}
 \iota &= \frac{I_f}{bd^3} = \frac{1}{3} \xi^3 + n\rho(1-\xi)^2 + n\rho' \left(\frac{d_1}{d} - \xi \right)^2 \\
 \mu &= \frac{M}{f_c b d^2} ; \quad E = \frac{E_c}{f_c} \\
 \frac{1}{r} &= \frac{M}{E_c I_f} \Leftrightarrow \frac{d}{r} = \frac{\mu}{E \iota}
 \end{aligned} \tag{I.39}$$

I.10. Metodología simplificada para el cálculo del beam-growth

Finalmente, se presenta una metodología simplificada alternativa que también permite calcular el alargamiento en un elemento lineal para una cuantía de armadura dada correspondiente a la sección de apoyos ρ . Si se supone que no se requiere armadura de compresión (ej. $\rho \cdot f_{yk}/f_{ck} < 0.425$), el momento último en la sección de negativos se puede determinar a partir de la cuantía de armadura, ver ecuación (I.40).

$$\begin{aligned}
 \xi_{ELU} &= \frac{x}{d} = \frac{\rho}{0.68} \frac{f_{yk}}{f_{ck}} \\
 \mu^- &= \frac{M_u}{b d^2 f_{ck}} = \rho \frac{f_{yk}}{f_{ck}} \left(1 - \frac{\rho}{1.7} \frac{f_{yk}}{f_{ck}} \right)
 \end{aligned} \tag{I.40}$$

Esto se trata de un supuesto razonable para losas que tienen cuantías de armadura pequeñas. Suponiendo una viga continua de vanos iguales, el momento flector positivo y, por lo tanto, la armadura correspondiente, se puede calcular mediante las expresiones de la ecuación (I.41). El momento positivo se obtiene suponiendo que la sobrecarga se sitúa en vanos alternos. En estas expresiones PP es el peso propio, CM es la carga muerta, SC es la sobrecarga, γ_G el coeficiente de mayoración de las cargas permanentes y γ_Q el coeficiente de mayoración de la sobrecarga.

$$\mu^+ = \mu^- \frac{\frac{\gamma_G (PP + CM)}{24} + \frac{\gamma_Q (SC)}{12}}{\frac{\gamma_G (PP + CM)}{24} + \frac{\gamma_Q (SC)}{12}} = k\mu^-$$

$$\rho^+ = 0.85 \frac{f_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu^+}{0.425}} \right)$$
(I.41)

Una vez calculados los momentos positivos y negativos, así como las cuantías de armadura correspondientes, resulta posible calcular el alargamiento de la fibra central de la sección utilizando las expresiones de la ecuación (I.42).

$$\xi_{SLS} = \frac{x}{d} = n\rho \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n\rho}} \right)$$

$$\iota = \frac{l_f}{bd^3} = \frac{1}{3} \xi^3 + n\rho (1 - \xi)^2$$

$$\varepsilon_{nl} = \frac{f_{ck}}{E_c} \frac{\mu}{\iota} \left(\frac{h}{2d} - \xi \right)$$
(I.42)

Los valores relevantes de las cargas a efectos de estimar el alargamiento de la fibra central corresponden a las cargas cuasipermanentes. Los momentos flectores debidos a estas cargas, μ_{cp} , se pueden obtener a partir de los valores correspondientes a al estado límite último, μ , como se muestra en la ecuación (I.43).

$$k_{pp} = \frac{PP}{Q_{tot}}; \quad k_{CM} = \frac{CM}{Q_{tot}}; \quad k_{SC} = \frac{SC}{Q_{tot}}$$

$$SC_{cp} = \psi_{02} SC$$

$$\mu_{cp}^- = \mu^- \frac{\gamma_G (k_{pp} + k_{CM}) + \gamma_Q k_{SC}}{k_{pp} + k_{CM} + \psi_{02} k_{SC}}$$

$$\mu_{cp}^+ = \mu_{cp}^- \frac{\frac{\gamma_G (k_{pp} + k_{CM})}{12} + \frac{\gamma_Q (k_{SC})}{12}}{\frac{\gamma_G (k_{pp} + k_{CM})}{12} + \frac{\gamma_Q (k_{SC})}{12}} = k\mu_{cp}^-$$
(I.43)

Finalmente, la deformación media de la fibra central se puede estimar utilizando la regla de integración de Simpson como se muestra en la ecuación (I.44). A estos efectos deben considerarse al menos 7 o 9 puntos de integración con objeto de tener en cuenta de forma adecuada escasa contribución de las zonas con momentos flectores pequeños. Como se puede ver, en la ecuación (I.44) se utilizan 9 puntos de integración.

$$\mu_{cp}(z) = \mu_{cp}^+ - \left(\left| \mu_{cp}^- \right| + \left| \mu_{cp}^+ \right| \right) \left(1 - \frac{2z}{L} \right)^2$$

$$\varepsilon_{nl,cp}(z) = \frac{f_c}{E_c} \frac{\mu_{cp}(z)}{t(z)} \left(\frac{h}{2d} - \xi(z) \right) \quad (I.44)$$

$$\varepsilon_{nl,cp,mean} = \frac{\left(\left| \varepsilon_{cp}(0) \right| + 4 \left| \varepsilon_{cp}(L/8) \right| + \left| \varepsilon_{cp}(L/4) \right| \right) + \left(\left| \varepsilon_{cp}(L/4) \right| + 4 \left| \varepsilon_{cp}(3L/8) \right| + \left| \varepsilon_{cp}(L/2) \right| \right)}{12}$$

Utilizando las expresiones anteriores, resulta posible estimar el alargamiento medio de la fibra central en función de la cuantía de armadura en la sección de apoyos. La figura I-4 representa estos valores. Mean tensile strain at center of gravity of the slabs as a function of the amount of flexural reinforcement at the supports

Figura I-4. Alargamiento medio del eje central de la sección de la losa debido a la fisuración en función de la cuantía de armadura estricta en apoyos de forjado.

I.11. Resolución del problema estructural. Comportamiento un pórtico simple

En esta sección se presenta las ecuaciones derivadas del análisis de un pórtico simple de n -vanos, que permiten estimar los esfuerzos y los desplazamientos inducidos por una deformación impuesta uniforme aplicada en los dinteles de un pórtico de n -vanos. El alargamiento del pilar extremo es un dato importante para la resolución del pilar aislado, mientras que el axil máximo que se desarrolla en el dintel es importante para las verificaciones de servicio y contrastar el método simplificado propuesto en el análisis de vigas. Para ello se comienza realizando un análisis elástico de un pórtico de un vano, como el mostrado en la figura I-5.

Figura I-5. Interacción entre dintel y pilar en el extremo de un pórtico de edificación.

Planteando el equilibrio de fuerzas entre el axil de la viga y el cortante que se desarrolla en la cabeza del pilar, se obtiene:

$$k_d \cdot (\delta - \varepsilon \cdot L) + k_p \cdot \delta = 0 \quad (I.45)$$

Siendo:

ε = deformación impuesta en el dintel.

$k_d = \frac{EA}{L_v}$: Rigidez del dintel.

$k_p = 12 \frac{EI}{L_p^3}$: Rigidez del pilar.

De donde se puede deducir el valor del desplazamiento en la cabeza del pilar:

$$\delta = \varepsilon \cdot L_v - \frac{k_p}{k_d} \cdot \delta \rightarrow \delta = \frac{\varepsilon \cdot L_v}{\left(1 + \frac{k_p}{k_d}\right)} \quad (I.46)$$

Con este desplazamiento, se puede calcular el axil que existe en el dintel. Que en este caso, es el cortante que introduce la pila:

$$N = k_p \cdot \delta \quad (I.47)$$

De estas fórmulas se puede deducir la generalización para un pórtico de n-vanos, como el mostrado en la figura I-6. De este modo, el desplazamiento horizontal de un pórtico de n-vanos se obtiene realizando los siguientes pasos:

1. Se parte del vano inmediato al punto fijo, en este se impone la deformación libre.
2. Al desplazamiento resultante, se oponen los pilares situados en los vanos restantes.
3. Para simplificar, se considera que los dinteles restantes son infinitamente rígidos. Esto hace que las rigideces de los pilares se sumen directamente.

De este modo, la ecuación de equilibrio en el primer vano, inmediato al punto fijo, es:

$$\delta_1 = \varepsilon \cdot L_1 - \frac{L_1}{EA_1} \cdot \sum_{i=1}^n k_{pi} \cdot \delta_i \quad (1.48)$$

Consecuentemente la ecuación de equilibrio en el segundo vano es:

$$\delta_2 = \delta_1 + \varepsilon \cdot L_2 - \frac{L_2}{EA_2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} k_{pi} \cdot \delta_i \quad (1.49)$$

Generalizando esta expresión, se obtiene:

$$\delta_j = \delta_{j-1} + \varepsilon \cdot L_j - \frac{L_j}{EA_j} \cdot \sum_{i=1}^{n-j+1} k_{pi} \cdot \delta_i \quad (1.50)$$

Figura I-6. Esquema del pórtico de n-vanos.

Esta ecuación genera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{p} \quad (1.51)$$

Siendo:

$$\mathbf{d}^T = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \dots, \delta_n\} \quad (1.52)$$

$$\mathbf{p}^T = EA \cdot \{1, 1, 1, 1, \dots, 1\} \quad (1.53)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1+k_p/k_d & k_p/k_d & & & & & & k_p/k_d \\ -1 & 1+k_p/k_d & k_p/k_d & & & & & \\ 0 & -1 & 1+k_p/k_d & k_p/k_d & & & & \\ & 0 & -1 & 1+k_p/k_d & k_p/k_d & & & \\ & & 0 & -1 & 1+k_p/k_d & k_p/k_d & & \\ & & & 0 & -1 & 1+k_p/k_d & k_p/k_d & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & & 0 & -1 & 1+k_p/k_d & k_p/k_d \\ 0 & & & & & & 0 & -1 & 1+k_p/k_d \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

La solución de este sistema de ecuaciones permite la obtención de los desplazamientos en la cabeza de cada uno de los pilares. Los axiles surgen, al sumar los cortantes que se generan en los pilares. En el caso de que todos los pilares tengan la misma rigidez:

$$N = k_p \cdot \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (1.55)$$

Si el número de vanos es muy elevado, el primer vano prácticamente no sufre desplazamientos, $\delta_1 \cong 0$.

$$\varepsilon \cdot L_v - \frac{k_p}{k_d} \cdot \sum \delta_i = 0 \rightarrow \sum \delta_i = \frac{k_d}{k_p} \cdot \varepsilon \cdot L_v \rightarrow \sum \delta_i = \frac{EA \cdot \varepsilon \cdot h_p^3}{12 \cdot EI} \quad (1.56)$$

De la ecuación (1.56) se puede estimar el axil máximo que sufre el dintel, que en este caso es:

$$N = k_p \cdot \sum \delta_i = EA \cdot \varepsilon \quad (1.57)$$

Esta axil corresponde al de la viga doblemente empotrada y es el límite superior del axil de los dinteles en pórticos.

La figura I-7 y la figura I-8 se obtienen aplicando la formulación anterior y permiten una estimación del desplazamiento máximo y el axil máximo, respectivamente. El alargamiento del pilar extremo es un dato importante para la resolución del pilar aislado, mientras que el axil máximo que se desarrolla en el dintel es importante para las verificaciones de servicio y contrastar el método simplificado propuesto en el análisis de vigas.

En el diagrama del desplazamiento máximo presentado en la figura I-7 se muestra en ordenadas el desplazamiento del pilar extremo dividido por el desplazamiento impuesto máximo, obtenido como el producto de la deformación impuesta por la longitud total del dintel hasta el punto fijo.

Figura I-7. Gráfico adimensional que permite estimar el desplazamiento máximo en el pilar extremo, para un determinado número de vanos (n) y una relación de rigideces dada (k_d/k_p).

Figura I-8. Gráfico adimensional que permite estimar el axil máximo que se produce en el dintel, para un determinado número de vanos (n) y una relación de rigideces dada (k_d/k_p).

I.12. Resolución del problema estructural. Análisis no lineal

Para resolver el problema estructural de cualquier elemento de hormigón armado, resulta necesario llevar a cabo un análisis no lineal puesto que los esfuerzos existentes son una función de la rigidez de la estructura, que a su vez es una función de los esfuerzos. En la figura I-9 se muestran dos diagramas de flujo alternativos para llevar a cabo el cálculo no lineal. En ambos casos resulta necesario llevar a cabo dos análisis: uno a nivel de sección y otro a nivel de estructura.

Figura I-9. Diagramas de flujo alternativos para llevar a cabo un análisis no lineal.

I.12.1 Análisis no lineal de un pilar aislado

Tal como se ha presentado en el trabajo, el método de dimensionamiento de armaduras de pilares se ha basado en el estudio del comportamiento de un pilar aislado, empotrado en su base y con una coacción al giro de rigidez variable en la sección superior. Cuando el pilar se ve sometido a un desplazamiento impuesto en la cabeza, los momentos flectores siguen una

distribución lineal del tipo presentado en la ecuación (I.58). El momento en la cabeza del pilar M_{sup} puede expresarse en función del momento en la base del pilar M_{inf} y de la rigidez relativa del soporte respecto del resto de los elementos que se confluyen en el nudo superior mediante la formulación incluida en la ecuación (I.58). Sin embargo, el valor del parámetro γ también debe ser considerado en el proceso iterativo puesto que la expresión de la ecuación (I.58) sólo es válida para una rigidez constante. Se trata, en todo caso de una buena aproximación inicial al problema.

$$\begin{aligned}
 M_{cg}(z) &= M_{inf} - \frac{M_{inf} - M_{sup}}{L} z = M_{inf} \left(1 - \frac{1+\gamma}{L} z \right) \\
 M_{sup} &= -\frac{M_{inf}}{\frac{2EI}{K_{\theta}L} + 1} = -\gamma M_{inf} \\
 \gamma &= \frac{1}{\frac{2EI}{K_{\theta}L} + 1}
 \end{aligned} \tag{I.58}$$

El valor de los momentos flectores se determina a partir de la condición que la doble integral de curvaturas que generan produzca un desplazamiento en cabeza del soporte igual al desplazamiento impuesto δ . La curvatura puede calcularse como el momento flector dividido por la rigidez a flexión de la sección referida a la fibra neutra. Introduciendo el valor del momento flector en función de la sección del soporte, identificada mediante la coordenada z , se puede determinar la distribución de momentos flectores a partir de un proceso de integración numérico, ver ecuación (I.59).

$$\begin{aligned}
 \delta &= \int_0^L \frac{M(z)}{EI(z)} (L-z) dz = \int_0^L \frac{M_{cg}(z) - N(x-y_{cg})}{EI(z)} (L-z) dz \\
 \delta &= M_{inf} \int_0^L \frac{\left[L - (\gamma+2)z + \frac{(\gamma+1)}{L} z^2 \right]}{EI(z)} dz - N \int_0^L \frac{\left[(x-y_{cg})(L-z) \right]}{EI(z)} dz \\
 f(z) &= \frac{L \left[1 - (\gamma+2) \frac{z}{L} + (\gamma+1) \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right]}{EI(z)} \\
 g(z) &= \frac{L \left[(x-y_{cg}) \left(1 - \frac{z}{L} \right) \right]}{EI(z)} \\
 M_{inf} &= \frac{\delta + N \int_0^L g(z) dz}{\int_0^L f(z) dz}
 \end{aligned} \tag{I.59}$$

La integración numérica puede hacerse con gran precisión utilizando la regla de Simpson. Se sugiere dividir el soporte en al menos 5 o 7 secciones, en cuyos puntos se lleva a cabo el análisis seccional expuesto en el apartado anterior. Para estas 5 o 7 secciones, se pueden calcular fácilmente las funciones f y g . El momento flector en la base del soporte se puede calcular

entonces a partir de las expresiones de la ecuación (1.60) que están formuladas suponiendo una discretización en 5 secciones.

$$M_{inf} = \frac{\delta + N \frac{L}{12} (g_1 + 4g_2 + 2g_3 + 4g_4 + g_5)}{\frac{L}{12} (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + f_5)} \quad (1.60)$$

Una vez que se ha determinado M_{inf} , resulta necesario volver a evaluar el parámetro γ partir de la condición de que el momento flector en la sección superior $M_{sup} = -\gamma M_{inf}$ debe ser igual a la rigidez a flexión del nudo superior multiplicada por el giro de dicho nudo: $K_\theta \theta$. El giro puede determinarse por integración de las curvaturas como se muestra en la ecuación (1.61).

$$\begin{aligned} \theta &= \int_0^L \frac{M(z)}{EI(z)} dz = \int_0^L \frac{M_{cg}(z) - N(x - y_{cg})}{EI(z)} dz \\ \theta &= M_{inf} \int_0^L \frac{\left[1 - (\gamma + 1) \frac{z}{L}\right]}{EI(z)} dz - N \int_0^L \frac{\left[(x - y_{cg})\right]}{EI(z)} dz \\ h(z) &= \frac{\left[1 - (\gamma + 1) \frac{z}{L}\right]}{EI(z)} \\ i(z) &= \int_0^L \frac{\left[(x - y_{cg})\right]}{EI(z)} dz \\ \gamma &= K_\theta \theta = K_\theta \left(M_{inf} \int_0^L h(z) dz + N \int_0^L i(z) dz \right) \end{aligned} \quad (1.61)$$

El proceso iterativo debe continuarse hasta alcanzar la convergencia tanto en términos de M_{inf} como de γ . Esta condición se puede alcanzar en pocas iteraciones si se parte de una solución inicial relativamente buena. Todos los cálculos se pueden llevar a cabo utilizando una hoja de cálculo estándar. Con este procedimiento, resulta posible determinar la tensión en la armadura para un cierto valor de la cuantía ρ y un cierto valor del axil reducido $v = N/(bhf_c)$.

II. ANEJO 2: DIAGRAMAS DE DIMENSIONAMIENTO DE PILARES

II.1. Introducción

En este anejo se presentan los diagramas de dimensionamiento obtenido con la metodología presentada en el capítulo 6. Se presentan resultados para tres secciones tipo: dos rectangulares y una circular.

II.2. Sección rectangular con armadura simétrica distribuida en dos capas

La figura II-1 presenta un esquema de la sección rectangular donde se definen los parámetros que la representan: el ancho de la sección b , el canto total h , el recubrimiento c , y el canto útil d . Las armaduras se suponen concentradas en dos capas extremas, a una distancia c del borde de la sección. Debido a que se analizan pilares, la armadura total A_s se distribuye simétricamente respecto al baricentro de la sección.

Figura II-1. Definición de parámetros utilizados en la sección rectangular.

La validez de los resultados obtenidos está sujeta a las relaciones presentadas en la tabla II-1.

Tabla II-1. Relaciones geométricas y mecánicas utilizadas para determinar los resultados de la sección rectangular.

Axil reducido, ν	$\nu = \frac{N}{bh f_{cd}}$
Cuantía geométrica, ρ	$\rho = \frac{A_s}{bh}$
Resistencia del hormigón, f_{cd}	$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot f_{ck}}{1.50}; \quad f_{ck,ref} = 25 \text{ MPa}$
Módulo de elasticidad, E_{cd}	$E_{cd} = E_{cm} \cdot \min \left(1.30 - \frac{f_{ck}}{400}, 1.178 \right);$ $E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{(f_{ck} + 8)}$

Figura II-2. Cuantía de armadura necesaria en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un nivel tensional igual a 250 MPa ($\sigma_s/f_y=0.5$). Comportamiento instantáneo.

Figura II-3. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.1$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.3$

Figura II-4. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.3$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.5$

Figura II-5. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.5$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.7$

Figura II-6. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.7$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.9$

Figura II-7. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.9$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh \cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.01$

Figura II-8. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.01$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh \cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.02$

Figura II-9. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.02$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Figura II-10. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.03$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Figura II-11. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.04$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa del acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.05$

Figura II-12. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.05$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Cuantía de armadura ($\rho=As/bh$) necesaria en función de $k\delta d/L^2$ para limitar la tensión de tracción en 250 MPa. Comportamiento diferido. $\nu=N/(bh\cdot f_c)$

Figura II-13. Cuantía de armadura necesaria en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para un nivel tensional igual a 250 MPa ($\sigma_s/f_y=0.5$). Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido. $N/(bh \cdot f_c)=0.1$

Figura II-14. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.1$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido. $N/(bh \cdot f_c)=0.3$

Figura II-15. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.3$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido. $N/(bh \cdot f_c)=0.5$

Figura II-16. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.5$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido. $N/(bh \cdot f_c)=0.7$

Figura II-17. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.7$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido. $N/(bh \cdot f_c)=0.9$

Figura II-18. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.9$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(bh \cdot f_c)$. Comportamiento diferido. $\rho=0.01$

Figura II-19. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.01$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento diferido. $\rho=0.02$

Figura II-20. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.02$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento diferido. $\rho=0.03$

Figura II-21. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.03$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Figura II-22. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.04$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Figura II-23. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.05$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

II.3. Sección rectangular con armadura distribuida uniformemente en el perímetro

La figura II-24 presenta un esquema de la sección rectangular donde se definen los parámetros que la representan: el ancho de la sección b , el canto total h , el recubrimiento c , y el canto útil d . Las armaduras se suponen distribuidas uniformemente en el perímetro, a una distancia c del borde de la sección. Debido a que se analizan pilares, la armadura total A_s se distribuye simétricamente respecto al baricentro de la sección.

Figura II-24. Definición de parámetros utilizados en la sección rectangular.

La validez de los resultados obtenidos está sujeta a las relaciones presentadas en la tabla II-2.

Tabla II-2. Relaciones geométricas y mecánicas utilizadas para determinar los resultados de la sección rectangular.

Axil reducido, ν	$\nu = \frac{N}{bh f_{cd}}$
Cuantía geométrica, ρ	$\rho = \frac{A_s}{bh}$
Resistencia del hormigón, f_{cd}	$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot f_{ck}}{1.50}; \quad f_{ck,ref} = 25 \text{ MPa}$
Módulo de elasticidad, E_{cd}	$E_{cd} = E_{cm} \cdot \min \left(1.30 - \frac{f_{ck}}{400}, 1.178 \right);$ $E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{(f_{ck} + 8)}$

Figura II-25. Cuantía de armadura necesaria en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para un nivel tensional igual a 250 MPa ($\sigma_s/f_y=0.5$). Comportamiento instantáneo.

Figura II-26. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.1$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.3$

Figura II-27. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.3$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.5$

Figura II-28. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.5$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.7$

Figura II-29. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.7$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento instantáneo. $N/(bh\cdot f_c)=0.9$

Figura II-30. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.9$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.01$

Figura II-31. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.01$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.02$

Figura II-32. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.02$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.03$

Figura II-33. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.03$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.04$

Figura II-34. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.04$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa del acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh \cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.05$

Figura II-35. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.05$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Cuantía de armadura necesaria ($\rho=As/bh$) en función de $k\delta d/L^2$ para limitar la tensión de tracción en 250 MPa. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $v=N/(bh \cdot f_c)$

Figura II-36. Cuantía de armadura necesaria en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para un nivel tensional igual a 250 MPa ($\sigma_s/f_y=0.5$). Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(bh\cdot f_c)=0.1$

Figura II-37. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.1$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(bh\cdot f_c)=0.3$

Figura II-38. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.3$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(bh\cdot f_c)=0.5$

Figura II-39. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.5$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(bh\cdot f_c)=0.7$

Figura II-40. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.7$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/bh$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(bh \cdot f_c)=0.9$

Figura II-41. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $v=0.9$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh \cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.01$

Figura II-42. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.01$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.02$

Figura II-43. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.02$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(bh\cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.03$

Figura II-44. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.03$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh \cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.04$

Figura II-45. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.04$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(bh \cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.05$

Figura II-46. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.05$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

II.4. Sección circular

La figura II-47 presenta un esquema de la sección circular donde se definen los parámetros que la representan: el diámetro de la sección D , el radio r , el recubrimiento c , y el canto útil d . Las armaduras se suponen concentradas en dos capas extremas, a una distancia c del borde de la sección. Debido a que se analizan pilares, la armadura total A_s compuesta de nb barras se distribuye simétricamente respecto al baricentro de la sección.

Figura II-47. Definición de parámetros utilizados en la sección circular.

La validez de los resultados obtenidos está sujeta a las relaciones presentadas en la tabla II-3.

Tabla II-3. Relaciones geométricas y mecánicas utilizadas para determinar los resultados de la sección circular.

Axil reducido, ν	$\nu = \frac{N}{\pi r^2 f_{cd}}$
Cuantía geométrica, ρ	$\rho = \frac{A_s}{\pi r^2}$
Resistencia del hormigón, f_{cd}	$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot f_{ck}}{1.50}$
Módulo de elasticidad, E_{cd}	$E_{cd} = E_{cm} \cdot \min \left(1.30 - \frac{f_{ck}}{400}, 1.178 \right);$ $E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{(f_{ck} + 8)}$

Figura II-48. Cuantía de armadura necesaria en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un nivel tensional igual a 250 MPa ($\sigma_s/f_y = 0.5$). Comportamiento instantáneo.

Figura II-49. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu = 0.1$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento instantáneo. $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.3$

Figura II-50. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.3$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento instantáneo. $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.5$

Figura II-51. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.5$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento instantáneo. $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.7$

Figura II-52. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.7$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento instantáneo. $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.9$

Figura II-53. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.9$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Figura II-54. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=kd\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.01$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Figura II-55. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=kd\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.02$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.03$

Figura II-56. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.03$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil r reducido $\nu=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.04$

Figura II-57. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.04$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Tensión relativa del acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $v=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$. Comportamiento instantáneo. $\rho=0.05$

Figura II-58. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.05$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento instantáneo.

Cuantía de armadura necesaria ($\rho=As/\pi r^2$) en función de $k\delta d/L^2$ para limitar la tensión de tracción en 250 MPa. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $v=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$

Figura II-59. Cuantía de armadura necesaria en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un nivel tensional igual a 250 MPa ($\sigma_s/f_y=0.5$). Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.1$

Figura II-60. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.1$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.3$

Figura II-61. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.3$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.5$

Figura II-62. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.5$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.7$

Figura II-63. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.7$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y de la cuantía de armadura $\rho=A_s/\pi r^2$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $N/(\pi r^2 \cdot f_c)=0.9$

Figura II-64. Tensión en las armaduras en función de la cuantía de armadura y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para un axil reducido $\nu=0.9$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.01$

Figura II-65. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.01$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.02$

Figura II-66. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.02$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.03$

Figura II-67. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda=k\delta d/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.03$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.04$

Figura II-68. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.04$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

Tensión relativa en el acero en función de $k\delta d/L^2$ y del axil reducido $\nu=N/(\pi r^2 \cdot f_c)$. Comportamiento diferido ($\varphi=2$). $\rho=0.05$

Figura II-69. Tensión en la armadura en función del axil reducido y del parámetro $\Lambda = kd\delta/L^2$ para una cuantía de armadura $\rho=0.05$. f_y se toma igual a 500 MPa. Comportamiento diferido.

III. ANEJO 3: CAMPAÑA EXPERIMENTAL

III.1. Geometría del puente – Esquema general de la instrumentación

La figura III-1 presenta la geometría del puente con la ubicación de los sensores, en dicha figura se puede ver que la instrumentación se concentra entre las alineaciones E-1 y P-2, remarcada con una elipse roja. La figura III-2 muestra en detalle la semilongitud del puente.

Figura III-1. Geometría del puente e instrumentación (vista general).

Figura III-2. Geometría del puente e instrumentación (detalle).

III.2. Elementos auxiliares

III.2.1. Macizos de hormigón (punto fijo)

El problema de la medición de la abertura de la junta pasa por la necesidad de establecer un punto fijo, a partir del cual se midan los movimientos. Hacia el final de la losa de transición, donde se acumulan los movimientos longitudinales del puente, se coloca un macizo como el mostrado en la Figura III-3 que tiene embebido uno de los extremos del el transductor de desplazamientos, estando el otro extremo embebido en la losa de transición. Debido a que el pavimento sobre el macizo sufre movimientos, se debe disponer una capa de material plástico que disminuya el rozamiento con el pavimento. La figura III-4 completa la descripción del macizo con las armaduras diseñadas para que el mismo no sufra daños durante el período de la auscultación.

Nota: La longitud del sensor cuando se encuentra cerrado debe estar totalmente embebida en el hormigón. Esta condición se prevé pasa en el eventual caso que se cierre la junta, el sensor indique una abertura nula y no se vea sometido a fuerzas mecánicas que puedan dañarlo. Como contrapartida hay que evaluar que el sensor tenga un recorrido máximo superior a la abertura de junta máxima.

Figura III-3. Dimensiones del macizo de hormigón utilizado como punto fijo.

Figura III-4. Armaduras del macizo de hormigón.

III.2.2. Caseta del Data-Logger

Para proteger el equipo de adquisición de datos (Data-Logger) del medioambiente y de las posibles acciones vandálicas es necesario colocar un armario metálico suficientemente rígido. Este armario debe ir fijado a una cimentación de hormigón que se encuentre conectada a la losa de transición del estribo 1, para que los cables vayan protegidos en todo momento por el hormigón del puente.

III.2.3. Poste metálico para el panel solar y la antena telefónica

Para alimentar el equipo y los sensores es necesario utilizar la energía solar, puesto que no se dispone de una red de corriente eléctrica. El panel solar se colocará en un poste metálico como el indicado en la figura III-5.

Figura III-5. Ubicación del armario y el poste metálico sobre el estribo 1.

Figura III-6. Disposición final del armario y del poste metálico.

La cimentación de este poste metálico deberá ser solidaria con la cimentación de la caseta del Data-Logger para trasladar los cables por su interior, ver figura III-6. La figura III-7 completa la descripción.

Figura III-7. Esquema del armario y el poste metálico.

III.3. Instrumental utilizado

III.3.1. Introducción

La adquisición de datos experimentales en una campaña de este tipo tiene que ser muy robusta y proveer de una gran capacidad de adquisición de datos. Será también necesario el acceso remoto y un sistema de control para disminuir el peligro de pérdida de datos.

En la figura III-8 se muestra un esquema simplificado de un equipo de medición. A la izquierda los sensores de medida (galgas, transductores, etc.), en el centro el sistema de adquisición de datos y a la derecha el ordenador, el cual es necesario para procesar los resultados.

Figura III-8. Esquema del sistema de adquisición de datos.

III.3.2. Motivo del uso de galgas de cuerda vibrante

Los motivos por los cuales se ha optado por utilizar estos sensores se resumen a continuación,

1. **Estabilidad en el tiempo** de las medidas realizadas. Los sensores de cuerda vibrante aseguran mediciones confiables durante periodos de tiempo largos, lo cual es compatible con los fenómenos reológicos que se quieren medir.
2. **Bajo consumo energético.** La energía de alimentación necesaria para abastecer a las cuerdas vibrantes es significativamente menor que para abastecer la misma instrumentación con extensómetros resistivos convencionales.

Una serie de pruebas adicionales realizadas en el Laboratorio de Estructuras de la ETSICCP respaldan esta decisión.

III.3.3. Cuerda vibrante: Principio de funcionamiento

El principio de funcionamiento de estos sensores se basa en que la frecuencia de vibración de una cuerda tensionada es proporcional a la tensión aplicada en la cuerda (y por tanto a la deformación de la misma). La galga está construida de modo que un alambre de un acero especial se ancla entre dos bordes extremos (como sucede en una guitarra).

Las deformaciones en los elementos instrumentados cambia la distancia entre los anclajes extremos lo cual se traduce en un cambio en la tensión y la frecuencia del alambre.

Para excitar la cuerda se utiliza un electroimán, que a su vez sirve para medir la frecuencia de vibración. La deformación se calcula aplicando factores de calibración a la frecuencia medida.

III.3.4. Galgas de cuerda vibrante embebidas (VW Embedments strain gauge)

Estos extensómetros de cuerda vibrante, ver figura III-9, son utilizados para medir deformaciones dentro de la masa de hormigón. Al deformarse el hormigón cambian la distancia entre los anclajes extremos del sensor cambia, lo cual se traduce en un cambio en la tensión del alambre de la cuerda.

Figura III-9. Sensor de cuerda vibrante embebido (fuente: Slope Indicator).

III.3.5. Instalación

En elementos de hormigón armado, los sensores se colocan atados a la armadura existente (ver figura III-10). En las probetas es necesario disponer unas varillas de acero, para fijar la galga en su posición y que no se muevan en el momento de colocar el hormigón, ver figura III-11.

Figura III-10. Esquema de instalación de un sensor de cuerda vibrante embebido (fuente: Slope Indicator).

Las ventajas que tienen estos sensores son las siguientes,

1. Las bobinas utilizadas para excitar y medir la frecuencia de la cuerda se encuentran rígidamente unidas al sensor de modo que no existe peligro de separación.
2. Cada sensor de cuerda vibrante tiene un sensor de temperatura incorporado (termistor), lo cual permite saber la temperatura exacta en el punto de medición y corregir las lecturas obtenidas.
3. Es posible transmitir la señal en distancias importantes (siempre y cuando se utilice un cable suficientemente protegido).
4. Los sensores se encuentran disponibles en longitudes desde 50 hasta 250 mm (2 a 10"). El Tamaño estándar es de 140 mm (5.5") y 250 mm (9.8").

Figura III-11. Moldes de probeta de retracción: Galga de cuerda vibrante interior fijada con varillas metálicas.

III.3.6. Barras instrumentadas de cuerda vibrante (Sister bar)

Figura III-12. Barra instrumentada. Sistema "Sister bar".

Figura III-13. Dimensiones de la barra instrumentada. Sistema "Sister bar".

Cuando los sensores de cuerda vibrante trabajan en zonas traccionadas, pueden tener problemas si una fisura los atraviesa en su longitud de base. La barra instrumentada de cuerda vibrante (Sister-bar) consiste en un sensor de cuerda vibrante solidario con dos barras de acero corrugado (barras de $\varnothing 16\text{mm}$) con una longitud tal que permiten su anclaje en el hormigón. La figura III-12 muestra una de estas barras y la figura III-13 sus dimensiones.

Por lo demás, la barra instrumentada funciona como cualquier galga de cuerda vibrante incluyendo un termistor para medir la temperatura.

III.3.7. Inclinómetro

El inclinómetro utilizado en esta tesis, ver figura III-14 y figura III-15, consiste de un sensor de giros electrolítico inserto en una caja compacta e impermeable. El sensor tiene acoplado un nivel de burbuja de agua de alta precisión conectado eléctricamente por un puente de resistencias. El circuito eléctrico generado por este puente produce un voltaje proporcional al giro del sensor.

Figura III-14. Inclinómetros fijos (fuente: Slope Indicator).

Figura III-15. Inclinómetros fijo para medición de ángulos pequeños. Izquierda: un valor positivo del giro indica un giro antihorario. Derecha: un valor negativo del giro indica un giro horario (fuente: Slope Indicator).

Cuando el inclinómetro es medido de forma manual, los cambios en la inclinación se encuentran comparando la lectura actual con la inicial. El inclinómetro puede ser conectado también a un Data-Logger, del cual se pueden obtener lecturas de frecuencias, realizar cálculos, y activar sistemas de alarma si el giro excede determinada magnitud umbral.

El rango de medición de giros es de ± 40 minutos de arco y se pueden detectar incrementos tan pequeños como 1 segundo de arco (0.00028 grados). Estos sensores se fijan a la estructura con una placa especial que permite girar el aparato libremente (360°).

Debido a que se miden ángulos muy pequeños, es necesario poner a cero el sensor en el momento de la instalación, para poder obtener el máximo rango de medición. Para ello es necesario ayudarse con algún dispositivo electrónico que permita ir midiendo la señal del sensor mientras se realizando la instalación.

III.3.8. Transductor de desplazamientos (VW Embedment jointmeter - JM)

Estos sensores basados en el principio de cuerda vibrante se utilizan para monitorear los movimientos de las juntas. El sensor, ver figura III-16, se compone de varios componentes, una parte fija denominada socket que se coloca a un lado de la junta y el transductor que se coloca del otro lado. Ambos elementos se conectan mediante un eje móvil (shaft) que se enrosca en el socket, ver figura III-17, y de este modo, los movimientos de la junta se traducen en un movimiento del eje y en una variación de la longitud de la cuerda vibrante colocada en el interior del transductor. El sistema de adquisición de datos es el mismo que se utiliza para medir las cuerdas embebidas.

El transductor es impermeable, lo cual permite su uso en zonas sumergidas.

Figura III-16. Transductor de desplazamientos de cuerda vibrante (fuente: Slope Indicator).

Figura III-17. Elementos que componen un medidor de abertura de juntas (fuente: Slope Indicator).

Entre las ventajas que presenta este dispositivo se encuentran:

- Elevada precisión: Este sensor tiene una precisión de 0.5% de la escala completa y una repetitividad de ± 0.3 mm.
- Fácil instalación: El objetivo y el transductor se instalan separadamente. El transductor se enrosca en el objetivo.
- Adaptación al cortante: Este sensor permite movimientos de hasta 10 mm en cualquier dirección.
- Medición de temperatura: Al igual que el resto de galgas de cuerda vibrante, el sensor tiene acoplado un sensor de temperatura.
- Lecturas automáticas o manuales: Se conecta puede automatizar el sistema de medición al igual que con los demás sensores de cuerda vibrante.

III.4. Sistema automático de adquisición de datos (“Data-Logger”)

Un sistema de adquisición de datos se compone de dos partes fundamentales una física compuesta por la unidad que recoge, almacena y transmite los datos y otra virtual, que es el software necesario para configurar el funcionamiento del equipo.

La parte física del sistema de adquisición de datos se denomina Data-Logger. Es un dispositivo electrónico con varios canales al cual se conectan una serie de sensores. En el presente trabajo se ha utilizado un equipo de marca Campbell Scientific , modelo CR10X, ver figura III-18.

Figura III-18. Data-Logger utilizado.

El CR10X estándar tiene 12 entradas simples (single ended inputs) o 6 entradas diferenciales. El dispositivo sólo puede medir voltajes de corriente continua de hasta 2.5 Volts. De este modo, los clásicos sensores resistivos (extensómetros) necesitan formar parte de un puente de Wheatstone, para que cuando circule una señal de corriente continua que varía entre 4-20 mA al pasar por una resistencia de 100 Ohm genere un voltaje (ley de Ohm) que pueda ser interpretado por el Logger.

III.5. Conexión de sensores a través de multiplexores

Los multiplexores permiten aumentar el número de sensores significativamente. Estos dispositivos consumen un canal diferencial y por donde se transmite la señal de los diferentes sensores conectados al mismo, de forma secuencial y automática. Como cada multiplexor, ver figura III-19, consume un canal diferencial, el máximo n° de multiplexores que pueden conectarse en el CR10X es de 6.

Debido al gran número de sensores necesarios, se utilizan unos 6 multiplexores capaces de adquirir datos desde 16 hasta 32 sensores cada uno. Los multiplexores escogidos son los denominados como AM16/32. El AM16/32 puede combinar 2 o 4 cables al mismo tiempo. Esto significa que se pueden conectar 16 sensores con 4 cables o 32 cables con 2 cables. La mayoría de las aplicaciones usan el modo de cuatro cables.

Figura III-19. Multiplexor de 32 canales.

III.6. Interface especial para sensores de cuerda vibrante

Los dispositivos de cuerda vibrante requieren una interface adicional (interface VW), la cual se conecta entre el Data-Logger y el multiplexor, ver figura III-20.

Figura III-20. Interfase entre el Data-Logger y multiplexor.

III.7. Impermeabilización

Es necesario que todos los componentes utilizados se encuentren protegidos por recubrimientos impermeabilizantes. Todos los dispositivos electrónicos vienen montados en una caja que se colocará dentro de un armario exterior que lo protegerá de la acción ambiental.

III.8. Sistema de alimentación del CR10X (Batería fotovoltaica y panel solar)

El CR10X requiere de una fuente de alimentación de 12V en corriente continua. Esto se puede conseguir con el uso de una batería, que debe mantenerse cargada. Debido a la posición de la obra y la falta de corriente eléctrica se utiliza una batería fotovoltaica recargable con un panel solar (La batería posee un circuito regulador / cargador incorporado).

El circuito regulador de voltaje es una resistencia tipo “shunt” diseñada para limitar el voltaje máximo que puede ser suministrado por una batería cuando se carga con un panel solar. El voltaje de la batería es comparado constantemente con una fuente de referencia y cuando alcanza 14.5 V (a 20°C) se activa un interruptor que corta la recarga. El voltaje de referencia se ajusta automáticamente con la temperatura. Cuando el voltaje de la batería decae en 1.3 V se reanuda la recarga desde el panel solar.

Las dimensiones del panel solar se han determinado previniendo que la energía suministrada a la batería sea mayor que la requerida por el sistema de medición completo.

III.9. Sistema de comunicación CR10X

Comunicación directa (RS232 Serial): Utilizando un SC32A o la nueva interface SC32B se puede comunicar con el CR10X directamente a través del puerto serie del ordenador. El CR10X no tiene un puerto serie incorporado, de modo que hace falta una interface SC32A/B.

La desventaja obvia de este método es que la conexión ordenador – Data-Logger requiere una distancia finita, lo cual impide conexiones remotas.

Modem Celular (telefonía móvil): Los módems celulares, ver figura III-21, y redes celulares trabajan con direcciones IP. Esto permite realizar “llamadas de larga distancia” entre el software Loggernet instalado en el ordenador y el Data-Logger situado en el sitio de la instrumentación, vía internet. El problema que tienen es que consumen mucha energía. Para ahorrar energía, el CR10X controla cuando y cuan largo es el período de activación del sistema. Puede llevar entre 10 y 30 minutos. Si la señal es baja puede ser problemático establecer la comunicación. La velocidad máxima de conexión es de 1200 baud.

Figura III-21. MODEM GSM/GPRS utilizado para transmitir datos desde el Data-Logger al ordenador por telefonía celular.

Programación personalizada: Es necesario disponer de un programa capaz de monitorear y transmitir los datos desde el Data-Logger hacia el ordenador. En este trabajo se utilizó el

programa LoggerNet. Este programa permite una gran versatilidad para el desarrollo de diferentes sistemas de adquisición de datos. La figura III-22 muestra el equipo completo de adquisición de datos y la Figura III-23 la puesta final en obra.

Figura III-22. Sistema de adquisición de datos utilizado en este trabajo. Data-Logger , Multiplexores, interfase VW y módem GSM. El sistema está preparado para funcionar con 84 canales diferenciales.

Figura III-23. Puesta en obra del sistema de adquisición de datos.