UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES**

**DESARROLLO DE MÉTODOS PARA LA ACOTACIÓN
DE LA INCERTIDUMBRE EN MEDIDAS DE TENSIONES
RESIDUALES EN MATERIALES METÁLICOS
TRATADOS POR LSP**

David Peral Jiménez

Ingeniero Industrial por la Universidad Politécnica de Madrid

TESIS DOCTORAL

Para la obtención del Grado de Doctor

Director:

José Luis Ocaña Moreno

Doctor Ingeniero Industrial por la E.T.S.I.I.
Universidad Politécnica de Madrid

2017

Planteamiento y resumen de la Tesis.

La técnica de “Laser Shock Processing” o “Laser Peening” (LSP) es una tecnología que permite la mejora de las propiedades mecánicas de diversos materiales de interés estratégico en industrias tan variadas como la aeronáutica, la aeroespacial, la nuclear o la biomédica.

El objetivo fundamental de la técnica LSP es la inducción de tensiones residuales de compresión en distintos materiales metálicos. Debido a las características del tratamiento, estas tensiones resultan estar distribuidas en zonas cercanas a la superficie de una manera no uniforme en profundidad. Resulta fundamental para la caracterización y desarrollo de la técnica LSP, por tanto, la medición de las tensiones residuales inducidas en estos materiales.

Sin embargo, la medida de tensiones residuales es, independientemente del método elegido para ello, una tarea muy compleja, pues estas se distribuyen en el interior del material tratado.

Existen principalmente dos técnicas de medida de tensiones residuales: las basadas en la difracción y las basadas en la relajación de tensiones. El CLUPM cuenta con la técnica del taladro incremental con rosetas de galgas extensométricas, estandarizado en la Norma ASTM E837-13. El taladro incremental es una técnica de relajación de tensiones cuyas principales ventajas son que provoca un daño muy localizado, que permite medir de forma más o menos rápida y sencilla hasta profundidades de 1-2 mm y que cuenta con un coste de equipamiento y consumibles muy inferior al de otras técnicas.

Esta Tesis Doctoral se centra en la mejora de la técnica de medida de tensiones residuales no uniformes en profundidad mediante el método del taladro incremental con rosetas de galgas extensométricas. En concreto pretende desarrollar una metodología adecuada para el cálculo y la acotación de incertidumbres, la optimización de las distribuciones de puntos de cálculo de las tensiones residuales y la aplicación de la Norma ASTM E837-13 en la estimación de la incertidumbre.

También pretende desarrollar modelos y estrategias para la corrección de las desviaciones que son muy influyentes en la decodificación de las tensiones residuales. Estas desviaciones son principalmente, la excentricidad del orificio (diferencia entre la posición teórica y real del orificio) y la geometría real del mismo (desviaciones con respecto a la idealidad geométrica considerada en los modelos de Elementos Finitos).

La estructuración de la Tesis responde al desarrollo temporal de la misma. La figura 1 muestra un esquema de la estructura.

En el capítulo 1 se presenta una introducción a las tensiones residuales en materiales metálicos y a la técnica LSP desde un punto de vista descriptivo.

El capítulo 2 revisa los métodos existentes de medida de tensiones residuales y presenta las ventajas y desventajas de cada uno de ellos. También justifica la elección del método del taladro incremental en el CLUPM.

En el capítulo 3 se describe detalladamente el método del taladro incremental, incluyendo su evolución histórica, los principios y teoría y los métodos de análisis de tensiones residuales no uniformes en profundidad. Asimismo se incluye un estudio detallado del estado del conocimiento en la estimación de incertidumbres y la corrección de desviaciones.

Los capítulos 4 y 5 son dos capítulos equivalentes que desarrollan los métodos, modelos y estrategias propuestos en este trabajo. Se han separado porque su contenido así lo permite y para proporcionar una mayor claridad al lector. Dentro de cada uno de estos capítulos se ha seguido, para mostrar las distintas partes que los componen, una estructura lo más parecida posible.

En el capítulo 4 se presentan los métodos propios desarrollados con el fin de estimar la incertidumbre y de calcular los puntos optimizados en profundidad. Además se estudia la idoneidad de estimar la incertidumbre a partir de la Norma ASTM E837 y se presentan unos procedimientos que permiten que esta estimación sea posible. Por último, se integran en uno solo los métodos de cálculo existentes para la minimización de desviaciones experimentales, aprovechando este método integrado las ventajas individuales de cada uno de ellos.

El capítulo 5 desarrolla los modelos y estrategias para la corrección de desviaciones. Se presenta el método de cálculo basado en Elementos Finitos desarrollado en el marco de la Tesis y explica cómo se puede corregir la excentricidad existente y cómo se puede tener en cuenta la geometría real del orificio. Se ha hecho gran énfasis en la posibilidad de utilización de las correcciones desarrolladas por toda organización que esté interesada, por lo que se han establecido métodos sencillos y accesibles basados en ajustes a funciones y en la tabulación de los coeficientes necesarios para estos ajustes.

El capítulo 6 se ocupa de verificar experimentalmente los métodos, modelos y estrategias desarrollados en los capítulos 4 y 5. Se verifican las correcciones propuestas y se ajustan los parámetros necesarios para una estimación correcta y conservadora de la incertidumbre. Para un mejor seguimiento de las verificaciones, se hace referencia directa en los títulos de los epígrafes a las distintas partes involucradas de los capítulos 4 y 5.

En el capítulo 7 se indica las principales conclusiones de la presente Tesis junto a las líneas de desarrollo futuro.

Finalmente la Tesis se completa con los Anexos los cuales detallan los procedimientos y el equipamiento experimental utilizado en la medida de tensiones residuales, la aplicación de la técnica LSP y la inducción de tensiones residuales conocidas. Estos Anexos también muestran información complementaria sobre la propagación de incertidumbres y la

verificación experimental, las tablas con las distribuciones optimizadas y los coeficientes para los ajustes propuestos y los códigos numéricos utilizados.

Figura 1: Esquema con la estructura de la Tesis.

Índice general

Planteamiento y resumen de la Tesis.....	ii
Índice general.....	v
Lista de símbolos y abreviaturas.....	xi
1. Introducción: Campos de tensiones residuales inducidos en materiales metálicos mediante la técnica LSP. Problemática específica.....	1
1.1. Tensiones residuales en materiales metálicos	1
1.2. Origen de las tensiones residuales.....	2
1.3. Efecto de las tensiones residuales.	3
1.4. Tensiones residuales introducidas mediante la técnica LSP.	5
2. Revisión de métodos para la determinación experimental de tensiones residuales superficiales y en profundidad en materiales metálicos.	9
2.1. Medida de tensiones residuales.	9
2.2. Métodos de medida basados en la relajación de tensiones.....	10
2.2.1. El método de la sección.	10
2.2.2. El método del taladro.	11
2.2.3. El método del taladro profundo.	12
2.2.4. El método del contorno.....	13
2.2.5. Otros métodos de medida basados en la relajación de tensiones.....	14
2.3. Métodos basados en la difracción.	16
2.3.1. Difracción de rayos X.	17
2.3.2. Radiación sincrotrón.	18
2.4. Otros métodos.....	19
2.4.1. Métodos magnéticos.	19
2.4.2. Métodos ultrasónicos.	20
2.4.3. Métodos fotoelásticos.	21
2.4.4. Métodos basados en la indentación.....	22
2.5. Criterios para la elección de un método de medida adecuado.	22
3. Estado del conocimiento en el tema de la corrección de desviaciones y la acotación de incertidumbres en medidas de tensiones residuales en materiales metálicos. Análisis del caso particular de la determinación experimental mediante el método del taladro incremental (Norma ASTM E837-13).	27
3.1. El método del taladro incremental.....	27
3.1.1. Etapas del procedimiento experimental.	29
3.1.2. Principios y teoría del método del taladro.	30

3.2.	Estado del conocimiento en la estimación de incertidumbres en el método del taladro incremental.	47
3.2.1.	Caso de tensiones residuales uniformes en profundidad.	48
3.2.2.	Caso de tensiones residuales no uniformes en profundidad.	50
3.3.	Estado del conocimiento en el cálculo de las distribuciones de puntos en profundidad.	52
3.4.	Estado del conocimiento en la corrección de desviaciones en el método del taladro incremental.	53
3.4.1.	Gradientes de tensiones en el plano.	55
3.4.2.	Espesor de las probetas.	57
3.4.3.	Excentricidad.	57
3.4.4.	Tensiones residuales inducidas en el proceso de mecanizado del orificio.	59
3.4.5.	Geometría del orificio.	60
3.4.6.	Efectos térmicos.	62
3.4.7.	Rosetas de galgas extensométricas.	63
3.4.8.	Geometría del espécimen a ensayar.	64
3.4.9.	Diámetro del orificio.	67
3.4.10.	Materiales isótropos.	68
3.4.11.	Materiales elásticos lineales.	68
3.4.12.	Coefficiente de Poisson.	70
4.	Desarrollo propio de métodos para la estimación y acotación de la incertidumbre de medida en determinaciones realizadas mediante el método incremental.	
	Modelos predictivos y optimización de puntos de cálculo.	71
4.1.	Introducción.	71
4.2.	Desarrollo de métodos para la estimación de la incertidumbre.	73
4.2.1.	Fuentes de incertidumbre.	73
4.2.2.	Propagación de las incertidumbres.	81
4.2.3.	Visualización de la problemática existente a través de un ejemplo práctico.	84
4.3.	Desarrollo de métodos para la optimización de las distribuciones de puntos de cálculo de las tensiones residuales en profundidad.	95
4.3.1.	Necesidad de calcular distribuciones de puntos en profundidad optimizadas.	95
4.3.2.	Desarrollo de las expresiones utilizadas.	98
4.3.3.	Cálculo práctico de distribuciones óptimas de puntos.	100
4.3.4.	Redefinición de las distribuciones óptimas de puntos.	101
4.3.5.	Comparación de las distribuciones propuestas con las distribuciones existentes en la bibliografía.	105
4.4.	Desarrollo de métodos para la utilización de la Norma ASTM E837 en la estimación de la incertidumbre.	108
4.4.1.	La regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov.	108
4.4.2.	Efecto del parámetro α	109

4.4.3.	Efecto en los puntos extremos.	111
4.4.4.	Efecto en diferentes distribuciones de puntos en profundidad.	112
4.4.5.	Valoración de las particularidades encontradas.	116
4.4.6.	Propuestas para la estimación de la incertidumbre compatibles con la Norma ASTM E837-13.....	117
4.5.	Recapitulación de los aspectos analizados.	119
5.	Desarrollo propio de modelos y estrategias para la corrección de desviaciones en medidas de tensiones residuales mediante el método del taladro incremental.	121
5.1.	Introducción.....	121
5.2.	Desarrollo del modelo de elementos finitos.	122
5.2.1.	Modelo de la carga.....	123
5.2.2.	Modelo de comportamiento del material.	124
5.2.3.	Modelo de la geometría de la pieza, elementos, mallado y condiciones de contorno.	125
5.2.4.	Automatización del cálculo por el MEF.	128
5.2.5.	Respuesta de las deformaciones en las galgas extensométricas.	128
5.3.	Desarrollo de modelos y estrategias para la corrección de las deformaciones medidas en presencia de agujeros excéntricos.	130
5.3.1.	Definición del problema.	130
5.3.2.	Corrección de la excentricidad.....	132
5.3.3.	Cálculo de las deformaciones de referencia.....	134
5.3.4.	Comprobación de la estrategia propuesta a través de ejemplos numéricos.	139
5.3.5.	Influencia del diámetro del orificio y del coeficiente de Poisson.	142
5.3.6.	Estimación de la incertidumbre por la corrección de la excentricidad.	144
5.4.	Desarrollo de modelos y estrategias para la corrección de los coeficientes considerando la geometría real del orificio.	146
5.4.1.	Definición del problema	146
5.4.2.	Corrección de la geometría real del orificio.	146
5.4.3.	Cálculo de los coeficientes a y b	147
5.4.4.	Comprobación de la estrategia propuesta a través de ejemplos numéricos.	154
5.4.5.	Estimación de la incertidumbre por la corrección de la geometría real del orificio.....	154
5.5.	Recapitulación de los aspectos analizados.	157
6.	Verificación experimental de los modelos, métodos y estrategias desarrollados y especificación de procedimientos optimizados.....	159
6.1.	Verificación experimental de los modelos y estrategias desarrollados para la corrección de las deformaciones medidas en presencia de agujeros excéntricos.	159
6.1.1.	Ensayo propuesto y equipamiento utilizado.	159

6.1.2.	Resultados.....	160
6.1.3.	Discusión.....	160
6.2.	Verificación experimental de los modelos y estrategias desarrollados para la corrección de los coeficientes considerando la geometría real del orificio....	161
6.2.1.	Ensayos propuestos y equipamiento utilizado.	162
6.2.2.	Calculo de las tensiones residuales sin tener en cuenta la geometría real del orificio.	163
6.2.3.	Calculo de las tensiones residuales teniendo en cuenta la geometría real del orificio.	165
6.2.4.	Calculo de las tensiones residuales teniendo en cuenta las tensiones residuales iniciales.	169
6.2.5.	Discusión.....	173
6.3.	Verificación experimental de los métodos desarrollados para la estimación y acotación de la incertidumbre de medida en determinaciones realizadas mediante el método incremental.....	173
6.3.1.	Ensayos propuestos y equipamiento utilizado.	173
6.3.2.	Resultados.	174
6.3.3.	Propagación de la incertidumbre.	178
6.3.4.	Utilización de la Norma ASTM E837 en la estimación de la incertidumbre.	180
6.3.5.	Discusión.....	186
6.4.	Recapitulación de los aspectos analizados.	188
7.	Conclusiones y líneas de futuro desarrollo.....	190
7.1.	Conclusiones.	190
7.1.	Líneas de futuro desarrollo.....	194
	Bibliografía.....	195
	Anexos	
A.	Descripción del equipamiento experimental utilizado en la técnica LSP.....	213
A.1.	Equipamiento láser.	213
A.2.	Posicionamiento de la probeta a tratar.	216
A.3.	Guiado del haz láser desde el resonador hasta la zona de tratamiento.....	217
A.4.	Medio confinante del plasma.	218
A.5.	Medición de la energía del pulso láser.	219
B.	Técnicas experimentales para la medida de tensiones residuales por el método del taladro incremental.	221
B.1.	Introducción.....	221
B.2.	Selección e instalación de la roseta de galgas extensométricas.	221
B.2.1.	Selección de la roseta de galgas extensométricas.	221
B.2.2.	Instalación de la roseta de galgas extensométricas.	223

B.3.	Montaje y alineamiento del equipo de taladrado y colocación de la probeta objeto de ensayo.	230
B.3.1.	Montaje del equipo de taladrado y colocación de la probeta objeto de ensayo.	231
B.3.2.	Elección y montaje de la fresa.	232
B.3.3.	Alineamiento.	233
B.4.	Establecimiento del cero en profundidad.	235
B.4.1.	Establecimiento del cero en el taladro RS-200.	236
B.4.2.	Establecimiento del cero en el taladro MTS3000.	237
B.5.	Taladrado del orificio.	238
B.5.1.	Taladrado del orificio en el equipo RS-200.	239
B.5.2.	Taladrado del orificio en el equipo MTS3000.	240
B.6.	Registro de las deformaciones liberadas en cada incremento en profundidad y medida del diámetro del orificio y la excentricidad.	242
B.6.1.	Registro de los deformaciones liberadas.	242
B.6.2.	Medida del diámetro del orificio.	244
B.6.3.	Medida de la excentricidad.	246
B.7.	Cálculo de las tensiones residuales.	248
C.	Dispositivo de flexión en cuatro puntos.	250
C.1.	Introducción.	250
C.2.	Criterios de diseño.	250
C.3.	Diseño seleccionado.	251
C.4.	Probetas.	252
C.5.	Caracterización del estado tensional.	253
C.6.	Planos.	254
D.	Medidas de tensiones residuales por difracción de rayos X.	257
D.1.	Introducción.	257
D.2.	Generación de rayos X.	257
D.3.	Física del proceso de difracción de rayos X por redes cristalinas.	259
D.4.	Aplicación de la técnica de difracción de rayos X a la determinación de tensiones residuales.	260
D.4.1.	Principios y teoría.	260
D.4.2.	Preparación de muestras y determinaciones preliminares.	264
D.4.3.	Procedimiento experimental.	265
E.	Información complementaria sobre la propagación de incertidumbres siguiendo el MCM.	267
E.1.	Introducción.	267
E.2.	Respuesta térmica de las galgas extensométricas.	267
E.3.	Problemas específicos encontrados en la propagación de la incertidumbre por el MCM.	269
E.4.	Tablas complementarias correspondientes a la sección 4.4.	270

E.5. Artículo publicado.....	272
F. Distribuciones optimizadas de puntos en profundidad para evaluar las tensiones residuales.....	286
F.1. Introducción.....	286
F.2. Tablas de distribuciones de puntos ideales.....	286
F.3. Código numérico.	292
G. Coeficientes para el cálculo de las deformaciones de referencia y código numérico para la corrección de la excentricidad.....	294
G.1. Introducción.....	294
G.2. Tablas de coeficientes.	294
G.2.1. Roseta tipo A.....	295
G.2.2. Roseta tipo B.....	298
G.3. Código numérico para la corrección de la excentricidad.	301
G.3.1. ecc_correction.m.....	302
G.3.2. step_i.m.....	303
G.3.3. C.m.....	305
G.3.4. G.m.....	305
H. Coeficientes para el cálculo de las constantes de calibración a y b teniendo en cuenta la geometría real del orificio.....	306
H.1. Introducción.....	306
H.2. Tablas de coeficientes.	306
H.2.1. Roseta tipo A.....	307
H.2.2. Roseta tipo B.....	310
H.2.3. Tablas de constantes de calibración.....	313
H.2.4. Roseta B.....	314
I. Información complementaria sobre la verificación experimental.....	315
I.1. Introducción.....	315
I.2. Información complementaria para la verificación experimental de los coeficientes calculados para la geometría real del orificio.....	315
I.2.1. Ensayos de flexión en cuatro puntos.	315
I.2.2. Determinación de las tensiones residuales iniciales en el material.	317
I.3. Información complementaria para la verificación experimental de la estimación de incertidumbres utilizando la Norma ASTM E837-13.	318
I.3.1. Ensayos de flexión en cuatro puntos.	318

Lista de símbolos y abreviaturas

EDM	Mecanizado por descarga eléctrica o electroerosión	
MEF	Método de los elementos finitos	
CLUPM	Centro Láser de la Universidad Politécnica de Madrid	
GUM	Guía para la expresión de la incertidumbre de medida	
MCM	Método de Monte Carlo	
LSP	Laser Shock Processing	
LSPwC	Laser Shock Processing sin recubrimiento	
FOD	Foreign Damage Object	
Nd:YAG	Neodymium-doped Yttrium Aluminium Garnet	
HEL	Limite elástico de Hugoniot	[MPa]
$(K^1)_j$	Constante que relaciona el estado tensional 1 de referencia y el real	[-]
$(K^2)_j$	Constante que relaciona el estado tensional 2 de referencia y el real	[-]
$(\epsilon'_a)_{ij}$	Deformación de la roseta a correspondiente al incremento j en un orificio de profundidad i en presencia de excentricidad	[$\mu\text{m}/\text{m}$]
$(\epsilon_a)_{ij}$	Deformación de la roseta a correspondiente al incremento j en un orificio de profundidad i	[$\mu\text{m}/\text{m}$]
$(\sigma_{max})_j$	Tensión principal máxima en el incremento j	[MPa]
$(\sigma_{min})_j$	Tensión principal mínima en el incremento j	[MPa]
$(\sigma_x)_j$	Tensión normal según eje X en el incremento j	[MPa]
$(\sigma_y)_j$	Tensión normal según eje Y en el incremento j	[MPa]
$(\tau_{xy})_j$	Tensión cortante X-Y en el incremento j	[MPa]
$(\epsilon'^1_a)_{ij}$	Deformación de referencia de la roseta a del estado tensional 1 en presencia de excentricidad	[$\mu\text{m}/\text{m}$]
$(\epsilon'^2_a)_{ij}$	Deformación de referencia de la roseta a del estado tensional 2 en presencia de excentricidad	[$\mu\text{m}/\text{m}$]
$(\epsilon^1_a)_{ij}$	Deformación de referencia de la roseta a del estado tensional 1	[$\mu\text{m}/\text{m}$]
$(\epsilon^2_a)_{ij}$	Deformación de referencia de la roseta a del estado tensional 2	[$\mu\text{m}/\text{m}$]
$\hat{\epsilon}_k$	Deformaciones sin corrección para la galga k	[$\mu\text{m}/\text{m}$]

$\vec{P}_{\text{reg}}$	Vector $\vec{P}$ teniendo en cuenta la regularización	[MPa]
$\vec{Q}_{\text{reg}}$	Vector $\vec{Q}$ teniendo en cuenta la regularización	[MPa]
$\vec{T}_{\text{reg}}$	Vector $\vec{T}$ teniendo en cuenta la regularización	[MPa]
W_{l_j}	Anchura de la línea j de la malla de la galga	[mm]
$\bar{a}_{ij}$	Constante de calibración de la matriz $\bar{a}$ en el incremento j dentro de un orificio con i incrementos	[-]
$\check{a}_{ij}$	Componentes ij de la matriz inversa $\check{a}^{-1}$	[-]
$\bar{b}_{ij}$	Constante de calibración de la matriz $\bar{a}$ en el incremento j dentro de un orificio con i incrementos	[-]
$\check{b}_{ij}$	Componentes ij de la matriz inversa $\check{b}^{-1}$	[-]
$\vec{p}_{\text{misfit}}$	Diferencia entre las deformaciones $\vec{p}$ medidas y las que resultarían del uso de $\vec{P}_{\text{reg}}$	[$\mu\text{m/m}$]
ε_{T/O_k}	Deformación causada por la temperatura en la galga k	[$\mu\text{m/m}$]
h_{dm_1}	Profundidad medida	[mm]
h_0	Profundidad cero o inicial	[mm]
$\varepsilon'_{T/O}$	Respuesta térmica con corrección por el factor de galga que ha utilizado el fabricante	[$\mu\text{m/m}$]
$\varepsilon''_{T/O}$	Respuesta térmica con corrección por la temperatura a la que se establece el cero en las galgas	[$\mu\text{m/m}$]
$\varepsilon'''_{T/O}$	Respuesta térmica sin ninguna corrección	[$\mu\text{m/m}$]
$\bar{A}$	Coeficiente de calibración que tiene en cuenta el área finita de las galgas para tensiones isotrópicas	[MPa ⁻¹]
$\bar{B}$	Coeficiente de calibración que tiene en cuenta el área finita de las galgas para tensiones tangenciales	[MPa ⁻¹]
C_{ST}	Corrección por sensibilidad transversal	[$\mu\text{m/m}$]
C_T	Coeficiente de variación del factor de galga con la temperatura	[K ⁻¹]
C_T	Corrección por efecto de la temperatura	[$\mu\text{m/m}$]
D_0	Diámetro del orificio practicado nominal	[mm]
D_G	Diámetro que corresponde al centro longitudinal de las galgas	[mm]
GF_F	Factor de galga utilizado por el fabricante de galgas para establecer la respuesta térmica	[-]
GF_{kl}	Factor de galga establecido en el instrumento de medida para la galga k	[-]

K_t	Sensibilidad transversal	[-]
$K_x(\xi)$	Funciones de calibración numéricas/experimentales según eje X	[-]
$K_y(\xi)$	Funciones de calibración numéricas/experimentales según eje Y	[-]
$\vec{P}$	Vector de las tensiones isotrópicas P_j	[MPa]
P_j	Tensión isotrópica dentro del incremento j	[MPa]
$\vec{Q}$	Vector de las tensiones de cortante a 45° Q_j	[MPa]
Q_j	Tensión cortante a 45° dentro del incremento j	[MPa]
R_0	Radio del orificio pasante	[mm]
R_G	Resistencia nominal de la galga extensométrica	[Ω]
$\vec{T}$	Vector de las tensiones de cortante X-Y T_j	[MPa]
T_0^a	Temperatura a la que se establece el cero en las galgas	[K]
T_F	Temperatura a la cual el fabricante determinó el factor de galga	[K]
T^a	Temperatura media durante el ensayo	[K]
T_j	Tensión cortante X-Y dentro del incremento j	[MPa]
$\bar{a}$	Constante de calibración adimensional para tensiones isotrópicas	[-]
$\tilde{a}$	Funciones acumuladas de relajación de deformaciones para tensiones isotrópicas desde cero hasta la profundidad considera	[-]
$\hat{a}(H, h)$	Generalización de la constante de calibración $\bar{a}$	[m ⁻¹]
$\bar{b}$	Constante de calibración adimensional para tensiones tangenciales	[-]
$\tilde{b}$	Funciones acumuladas de relajación de deformaciones para tensiones tangenciales desde cero hasta la profundidad considera	[-]
$\hat{b}(H, h)$	Generalización de la constante de calibración $\bar{b}$	[m ⁻¹]
$\bar{c}$	Operador derivada segunda para la regularización de Tikhonov	[-]
e_x	Componente de la excentricidad según el eje X	[mm]
e_y	Componente de la excentricidad según el eje Y	[mm]
${}^i\bar{a}(h)$	Coeficiente $\bar{a}$ correspondiente al componente i la serie de potencias	[-]
iP	Componente i de las series de potencias del campo de tensiones P	[MPa]
n_p	Número total de incrementos en profundidad	[-]
n_p	Número total de puntos del orificio	[-]
$\vec{p}$	Vector de las deformaciones isotrópicas p_i	[$\mu\text{m/m}$]
p_i	Deformación isotrópica después del incremento i	[$\mu\text{m/m}$]

p_{rms}^2	Media cuadrática de las componentes del vector $\vec{p}_{misfit}$	[m ² /m ²]
p_{std}^2	Desviación estándar del vector $\vec{p}$ al ajustar cada secuencia de cuatro puntos a una parábola	[m ² /m ²]
$\vec{q}$	Vector de las deformaciones de cortante a 45° q_i	[μm/m]
q_i	Deformación cortante a 45° después del incremento i	[μm/m]
$s_{i,\sigma_{1,3}}$	Coeficiente de sensibilidad de la tensión en la dirección 1, 3	[MPa]
$s_{i,\sigma_{max,min}}$	Coeficiente de sensibilidad de la tensión máxima, mínima	[MPa]
$s_{i,\tau_{13}}$	Coeficiente de sensibilidad de la tensión de cortante	[MPa]
$\vec{t}$	Vector de las deformaciones de cortante X-Y t_i	[μm/m]
t_i	Deformación cortante X-Y después del incremento i	[μm/m]
α_F	Coeficiente de expansión térmica del sustrato que el fabricante ha utilizado para establecer la respuesta térmica	[K ⁻¹]
α_S	Coeficiente de expansión térmica de la probeta	[K ⁻¹]
α_p	Factor de regularización para las tensiones $\vec{P}$	[-]
α_q	Factor de regularización para las tensiones $\vec{Q}$	[-]
α_t	Factor de regularización para las tensiones $\vec{T}$	[-]
β_j	Ángulo en sentido horario desde el eje X (galga 1) hasta la dirección principal máxima en el incremento j	[rad]
ε_r	Deformación en coordenadas polares según r para una tensión σ_x en la presencia de orificio	[μm/m]
ε_θ	Deformación en coordenadas polares según θ para una tensión σ_x en la presencia de orificio	[μm/m]
σ''_r	Tensión normal en coordenadas polares según r para la solución de Kirsch para una tensión σ_x	[MPa]
σ''_θ	Tensión normal en coordenadas polares según θ para la solución de Kirsch para una tensión σ_x	[MPa]
σ'_r	Tensión normal en coordenadas polares según r para una tensión σ_x sin la presencia de orificio	[MPa]
σ'_θ	Tensión normal en coordenadas polares según θ para una tensión σ_x sin la presencia de orificio	[MPa]
σ_{max}	Tensión principal máxima (más tracción)	[MPa]
σ_{min}	Tensión principal mínima (más compresión)	[MPa]
σ_x	Tensión normal uniforme según eje X	[MPa]

σ_y	Tensión normal uniforme según eje Y	[MPa]
$\tau''_{r\theta}$	Tensión cortante en coordenadas polares para la solución de Kirsch para una tensión σ_x	[MPa]
$\tau'_{r\theta}$	Tensión cortante en coordenadas polares para una tensión σ_x sin la presencia de orificio	[MPa]
τ_{xy}	Tensión cortante uniforme X-Y	[MPa]
Δh	Incremento en profundidad	[mm]
ΔR	Cambio de resistencia en la galga extensométrica	[Ω]
h	Profundidad que alcanza el orificio	[mm]
A, B, C	Coeficiente de calibración	[MPa ⁻¹]
D	Diámetro del orificio practicado	[mm]
E	Módulo de Young	[MPa]
GF	Factor de galga	[-]
H	Profundidad desde la superficie	[mm]
P	Tensión isotrópica uniforme (equibiaxial)	[MPa]
$P(H)$	Tensión isotrópica combinada que existe en la profundidad H	[MPa]
Q	Tensión cortante uniforme a 45°	[MPa]
R	Radio arbitrario desde el centro del orificio pasante	[mm]
T	Tensión cortante uniforme X-Y	[MPa]
U	Desplazamiento	[m]
W	Profundidad total del orificio	[mm]
Z	Profundidad desde la superficie	[mm]
d	Distancia entre los planos de la red cristalina	[nm]
de	Distancia desde el centro de la roseta al borde de la pieza	[mm]
dg	Distancia entre orificios adyacentes	[mm]
ds	Distancia desde el centro de la roseta a una discontinuidad con aporte de material	[mm]
e	Excentricidad	[mm]
n	Número entero	[-]
p	Deformación isotrópica (equibiaxial)	[$\mu\text{m}/\text{m}$]
$p(h)$	Deformación isotrópica combinada relajada cuando el orificio alcanza una profundidad h	[$\mu\text{m}/\text{m}$]

q	Deformación cortante a 45°	[μm/m]
$q(h)$	Deformación cortante a 45° relajada cuando el orificio alcanza una profundidad h	[μm/m]
r	Relación entre R y R_0	[-]
rc	Radio de curvatura de la superficie	[mm]
t	Deformación tangencial X-Y	[μm/m]
$t(h)$	Deformación cortante X-Y relajada cuando el orificio alcanza una profundidad h	[μm/m]
α	Ángulo entre el eje X y un punto $P(R, \alpha)$ en sentido antihorario	[rad]
β	Ángulo en sentido horario desde el eje X (galga 1) hasta la dirección principal máxima	[rad]
ε	Deformación liberada	[μm/m]
θ	Ángulo entre los rayos incidentes y los planos de dispersión	[rad]
λ	Longitud de onda de los rayos X o de los neutrones	[nm]
ν	Coefficiente de Poisson	[-]
ξ	Profundidad adimensional	[-]
σ	Tensión liberada	[MPa]

Capítulo 1

Introducción: Campos de tensiones residuales inducidos en materiales metálicos mediante la técnica LSP. Problemática específica.

1.1. Tensiones residuales en materiales metálicos

Las tensiones residuales son aquellas tensiones que se encuentran presentes en el interior de los materiales, independientemente de que estos se encuentren sometido a cargas externas o a otras fuentes de tensión [Totten02]. Es decir, son las tensiones que residen o permanecen en el material aun tras retirar todas las fuerzas aplicadas sobre él.

Estas tensiones están siempre en un estado de autoequilibrio en el material, compensándose las tensiones de tracción con las de compresión que se encuentran en zonas diferentes. Mientras que las tensiones de compresión tienden a mantener el material unido, las tensiones de tracción actúan a la inversa. La figura 1.1 muestra este comportamiento. Matemáticamente esto se traduce en que las tensiones de compresión son negativas y las de tracción, positivas.

Figura 1.1: Representación de las tensiones de compresión y tracción y la influencia de estas en grietas.

1.2. Origen de las tensiones residuales

Las tensiones residuales se generan como consecuencia de las deformaciones plásticas que sufre un material, las cuales son causadas por cargas mecánicas, térmicas, cambios de fase o procesos termomecánicos (como el temple o conformado) sufridos durante la fabricación, mecanizado o cuando la pieza o componente se encuentra en servicio. También existen diversas formas de eliminarlas, como la aplicación de tratamientos térmicos controlados.

Los diferentes mecanismos que se traducen en la producción de tensiones residuales están generados por diferentes procesos [Schajer13]:

- En deformaciones plásticas no uniformes, por ejemplo, en procesos de fabricación que cambian la forma del material, incluyendo la forja, la extrusión, el doblado y la laminación. También en la vida en servicio de la pieza cuando se produce deformación en la superficie, como en rodamientos de bolas y raíles de ferrocarriles.
- Cuando se produce la modificación de la superficie, por ejemplo, durante el mecanizado, el rectificado, el revestimiento, el granallado y el carburizado, y en servicio por medio de la corrosión o la oxidación.
- En cambios de densidad y/o fases en el material, frecuentemente en la presencia de fuertes gradientes térmicos, por ejemplo, en procesos de fabricación como la soldadura o el temple, en las transformaciones de fase en metales y cerámicas, típicamente en el endurecimiento por precipitación en aleaciones y la polimerización en plásticos, y en la vida en servicio en daños por radiación en componentes de reactores nucleares y en cambios de humedad en materiales que son afectados por esta, como es el caso de la madera.

Las tensiones residuales se suelen clasificar por la escala de longitud en las que estas se equilibran (figura 1.2) [Soul12].

De esta forma, las macrotensiones o tensiones de Tipo I son las de mayor alcance, varían en grandes áreas y se distribuyen casi homogéneamente sobre áreas macroscópicas del material, superando las dimensiones de los granos. Se mantienen constantes a gran escala comparada con la profundidad de penetración. Son deformaciones de naturaleza elástica y se generan siempre y cuando el límite elástico del material no sea superado. Si se supera comienzan a moverse las dislocaciones, apareciendo las microtensiones. A partir de ahí las macrotensiones no evolucionan más.

Las microtensiones son tensiones con un alcance menor y son de dos tipos. Las microtensiones del primer tipo o tensiones de Tipo II son de escala intergranular y son causadas por las diferencias entre propiedades elásticas y térmicas entre granos vecinos. Las microtensiones de segundo tipo o tensiones de Tipo III son de escala atómica o cristalina (dentro de un mismo grano), y son causadas por la presencia de dislocaciones,

defectos puntuales y por anisotropía entre granos. Ambas aparecen como variaciones locales de las macro tensiones y son acumulativas, de modo que van creciendo según se deforma el material. Las micro tensiones están presentes en torno a defectos y juntas de grano y su medida da una información cualitativa acerca de su evolución en el material.

Figura 1.2: Campos de tensiones categorizados según su longitud, tipo I para grandes áreas, tipo II para tamaños similares al tamaño de grano y tipo III para tamaños menores [Soul12].

En cuanto a los métodos más empleados para el cálculo de tensiones residuales, el método del taladro o la difracción de rayos X proporcionan valores de las tensiones de tipo I. En este último método, como la presencia de tensiones distorsiona varios cristales de la red simultáneamente, se modifica la posición del pico de difracción registrado y, las tensiones se cuantifican a partir de la medida del desplazamiento del pico en relación a una muestra sin tensionar.

Si se pretende disponer de un estudio más detallado, se ha de recurrir además al análisis de las micro tensiones, para lo cual se puede utilizar la difracción de rayos X. Para su medida, una vez localizado el pico de difracción, habrá que fijarse en si la anchura del pico aumenta o disminuye. Un aumento del ensanchamiento indica imperfecciones en la red, variaciones dentro del grano y disminución de la distancia entre dislocaciones ($<0.1 \mu\text{m}$), por lo que el ensanchamiento de pico es indicativo de la presencia de tensiones del tipo II y III.

1.3. Efecto de las tensiones residuales.

Debido a su carácter autoequilibrante la presencia de tensiones residuales no suele ser evidente. Por esta razón, se suelen ignorar durante la etapa de diseño ingenieril. Sin embargo, son importantes ya que son tensiones y deben ser consideradas de la misma manera que las tensiones debidas a cargas externas [Whiters07].

Desde el punto de vista de la resistencia de materiales, el efecto principal de las tensiones residuales es una adición a las tensiones generadas por sollicitaciones y cargas. Además,

los efectos provocados por las tensiones residuales pueden ser beneficiosos o perjudiciales dependiendo de su magnitud, signo y distribución.

Las tensiones residuales de compresión que se localizan en la superficie de un material, resultan beneficiosas; cualquier tensión externa de tracción es parcialmente contrarrestada y reducida en magnitud por el esfuerzo residual de compresión. El efecto neto es que la probabilidad de nucleación de una grieta, y por tanto de rotura por fatiga, se reduce.

Por el contrario, las tensiones residuales de tracción tienen el efecto inverso y su presencia puede ser la causa de roturas debidas a corrosión bajo tensión (típicamente en tuberías), o de fractura de alambres, de inexactitudes dimensionales y de la aparición y propagación rápida de grietas, lo que favorece un rápido deterioro de los materiales.

Algunos ejemplos concretos de los efectos nocivos que han producido las tensiones residuales incluyen:

- La fractura por fatiga con corrosión en válvulas cardiacas debido a las tensiones residuales inducidas por la flexión de los puntales de retención durante la fabricación. Causó cerca de 200 víctimas entre 1991 y 1996 (figura 1.3) [de Mol97].

Figura 1.3: Válvula cardíaca cóncavo-convexa Björk-Shiley con fractura en la pata izquierda [de Mol97].

- Las fracturas por fatiga agravadas por las tensiones residuales de tracción circunferenciales en los agujeros de los remaches de un Boeing 737 que causó el desprendimiento de parte del fuselaje en vuelo y que hirió a 64 pasajeros (figura 1.4) [McIlree93].
- Las grietas por corrosión bajo tensión de los tubos de intercambiadores de calor en reactores nucleares con la consecuente pérdida de potencia en la producción [Masabuchi01].

Cuando un componente que contiene tensiones residuales es seccionado, las tensiones que actúan en la superficie seccionada se liberarán y las tensiones del resto del material

se redistribuirán para mantener el equilibrio. Estas deformaciones asociadas con la redistribución de tensiones causan una distorsión en el componente, que a veces puede ser importante [Withers07] [Schajer10].

Figura 1.4: Fuselaje del vuelo 243 de Aloha Airlines tras el siniestro [en.wikipedia.org].

Particularmente, cuando se requiere de alta precisión dimensional, la deformación de distintos componentes mecanizados debida a las tensiones residuales puede ser problema muy serio. Una posible solución directa a este problema es reducir la magnitud de las tensiones residuales presentes en el componente, o bien durante la fabricación de los componentes, o bien por subsecuentes tratamientos térmicos. Otra opción es la post-mecanización de los componentes de forma incremental, y preferiblemente de forma simétrica. De esta forma las dimensiones convergen gradualmente a las dimensiones requeridas.

1.4. Tensiones residuales introducidas mediante la técnica LSP.

El principal objetivo de la técnica LSP es la mejora del comportamiento mecánico de los metales mediante la inducción cerca de la superficie de un campo de tensiones residuales de compresión.

Cuando un pulso láser de gran intensidad y muy corta duración (del orden de nanosegundos) incide sobre la superficie de un material, se transmite una onda de choque hacia el interior. Con una densidad de potencia en el orden de magnitud de los GW/cm^2 , el plasma generado queda atrapado entre el material y un medio confinante, y así, la duración y la amplitud del efecto de transmisión de presión se multiplican. De esta forma, los efectos de naturaleza térmica que sufre el material irradiado, que normalmente son indeseables porque implican modificaciones microestructurales, no son experimentados. Por el contrario, se transmite una tensión uniaxial que provoca la deformación plástica del material [Morales04] por alcanzar la amplitud de la onda de choque generada un valor superior al de la tensión de fluencia por choque o límite elástico de Hugoniot (HEL). Una

vez que cesa el pulso de presión, el material circundante oprime la región deformada plásticamente, dando lugar a la aparición de un estado tensional de compresión.

Es importante no superar el umbral de ruptura dieléctrica del medio confinante, ya que de producirse, aparecería un plasma en el mismo que absorberá la radiación láser antes de que llegar a la superficie de la pieza, reduciendo así la eficiencia energética del proceso [Berthe96].

La física de los procesos de la técnica LSP comprende concretamente las siguientes etapas que tienen lugar durante la interacción láser-materia:

- i) Incidencia del haz láser sobre el material, que se calienta hasta alcanzar temperaturas que producen su vaporización.
- ii) Interacción de la radiación con el vapor, que se calienta hasta ionizarse convirtiéndose en plasma.
- iii) Fuerte absorción de la radiación por los electrones libres presentes en el plasma aumentando su presión. Si el plasma no se encontrase confinado se expandiría lejos de la superficie del sólido e impediría la eficaz conversión de la energía en pulso de presión.
- iv) Enfriamiento del plasma cuando el pulso láser finaliza, reduciéndose su presión. El medio confinante hace que la presión decaiga más lentamente.
- v) Generación de ondas de choque por parte del pulso de presión, que se propagan en material, produciendo deformaciones plásticas y de compresión.

La figura 1.5 muestra un esquema las distintas capas que conforman una pieza sometida a un tratamiento por la técnica LSP. El plasma se considera como un gas ideal confinado entre dos pistones y se supone que la energía del pulso láser se deposita en la interfaz del material tratado y del medio confinante, en este caso agua, donde u_1 es la velocidad de movimiento del correspondiente interfaz y L es el espesor del vapor/plasma en un instante determinado.

A veces se utiliza un recubrimiento protector (típicamente una película de un material dieléctrico) en la superficie del metal con objeto de evitar efectos perjudiciales sobre la superficie, y confinarla bajo un recubrimiento de un material de cierta inercia para mejorar el acoplamiento mecánico a través de un efecto de adaptación de impedancia [Peercy70], [Fox74].

Para valores de densidades de potencia de alrededor de 1 GW/cm^2 , la interacción con la materia tiene lugar de manera que la deposición de energía y el correspondiente proceso de ablación se producen en un espesor de pocas micras ($10\text{-}20 \text{ }\mu\text{m}$). Éste suele ser el espesor mínimo que se considera necesario para la capa de recubrimiento.

Los distintos grupos de investigación que trabajan con la técnica LSP no han llegado a un acuerdo en cuanto al empleo o no del recubrimiento absorbente de sacrificio. Los grupos

que emplean láseres de elevada energía sin superposición de pulsos o estudios con un solo pulso han demostrado la eficacia del recubrimiento [MetalImprovement08].

Figura 3.5: Disposición espacial típica de las distintas capas que conforman una pieza sometida a un tratamiento por la técnica LSP [Ruiz de Lara16].

Sin embargo, los grupos que realizan el tratamiento con láseres de menor energía, siendo necesario una superposición de pulsos para recubrir un área extensa, no emplean el recubrimiento. La razón es que cuando un pulso láser llega al recubrimiento absorbente lo elimina, por lo que el segundo pulso que solapa en parte al anterior se encontrará con una superficie con recubrimiento parcial. Este fenómeno afecta a la uniformidad del tratamiento ya que el pulso láser no se encontrará con la superficie siempre en las mismas condiciones. En industrias como la aeronáutica o la aeroespacial, donde la técnica tiene un importante nicho de mercado, no se recomienda el empleo de recubrimiento. La denominación en inglés que recibe el tratamiento sin recubrimiento absorbente es Laser Peening without Coating” (LPwC) [Mukai95], [Sano00 08], [Ocana04 15a].

La técnica LSP consigue la inducción de un campo de tensiones residuales de compresión en la región superficial del material. Esto se traduce en una mejora significativa de las propiedades afectadas por el inicio y propagación de grietas superficiales: resistencia al desgaste y comportamiento en corrosión bajo tensión y en fatiga [Ocana13 15]. En la figura 1.6 es posible ver una imagen de la técnica LSP en un caso real. Además en el Anexo A se describe el equipamiento existente en el CLUPM.

Según la mayor parte de los estudios publicados, la extensión en profundidad del campo de tensiones residuales inducido por la técnica LSP es de alrededor de 1 mm e incluso superior [Ocana17]. Esta es una característica importante con valores apreciablemente mayores que los obtenidos mediante procedimientos alternativos.

Figura 1.6: Imagen de la técnica LSP [lsptechnologies.com].

Capítulo 2

Revisión de métodos para la determinación experimental de tensiones residuales superficiales y en profundidad en materiales metálicos.

2.1. Medida de tensiones residuales.

Independientemente de la técnica de medida utilizada, la evaluación de las tensiones residuales es un reto muy exigente debido a que estas se encuentran “encerradas” dentro del material. Incluso en el caso de tensiones causadas por cargas externas, las medidas son indirectas: se miden magnitudes como las deformaciones o los desplazamientos, y a partir de estas se interpretan las tensiones. El procedimiento típico consiste en realizar medidas comparativas en los componentes estudiados, aplicando cargas externas y retirándolas para después evaluar las tensiones basándose en la diferencia entre estas medidas. En el caso de tensiones residuales, las cargas no pueden ser simplemente aplicadas o no sobre un material, lo cual complica considerablemente su medida.

Cuando se utilizan técnicas de medida basadas en la relajación, se elimina el material que donde se encuentran las tensiones y estas se relajan. Un problema típico de este tipo de medidas es que, como se elimina el material que contiene las tensiones, las medidas se deben realizar en el material adyacente. Esta disyuntiva entre la localización de las tensiones y la localización de medida, crea exigentes problemas matemáticos que requieren de métodos de evaluación especializados [DeWald09] [Schajer06].

Las técnicas de medida no destructivas normalmente evitan la eliminación del material. Algunas de ellas se basa en la identificación de una referencia libre de tensiones cuando se interpretan las medidas. Sin embargo, conseguir un estado libre de tensiones y hacerlo de forma fiable es en la práctica muy difícil.

Una consecuencia directa de todas estas características y limitaciones es que la medida de tensiones residuales no alcanza la exactitud o fiabilidad que se consigue en la medida de tensiones aplicadas.

2.2. Métodos de medida basados en la relajación de tensiones.

Las deformaciones que acompañan a la relajación de tensiones cuando un componente con tensiones residuales se secciona, son típicamente de carácter elástico. Por lo tanto, existe una relación lineal entre la magnitud de las deformaciones y las tensiones residuales liberadas. Esta observación provee la base de los métodos de medida de tensiones residuales basados en la relajación [Lu96] [Schajer01] [Schajer10].

Aunque se usan diferentes técnicas de medida, especímenes y geometrías de corte, todos estos métodos buscan la identificación de las tensiones residuales a partir de las deformaciones medidas cuando se elimina o corta un material, de aquí la denominación alternativa de métodos “destructivos”. Para algunas geometrías concretas de los componentes a medir, la relación entre las deformaciones y tensiones puede ser determinada analíticamente, otras veces se necesitan calibraciones efectuadas por elementos finitos. En casi todos los casos la relación entre deformaciones y tensiones es complicada, ya que las tensiones son relajadas en una región de los componentes y las medidas se efectúan en otra región diferente.

Las diferentes técnicas de medidas de tensiones residuales por relajación difieren enormemente en sus características, como son la geometría de los componentes dónde son aplicables, el método de corte, el procedimiento de medida, las componentes de las tensiones residuales identificadas o la resolución espacial. A veces la naturaleza del espécimen dicta el método a seguir, sin embargo, otras veces se necesita de un análisis previo para elegir el método adecuado.

2.2.1. El método de la sección.

El método de la sección (sectioning method) combina a su vez otros métodos para la evaluación de las tensiones residuales dentro de un espécimen determinado [Tebedge73] [Shadley87]. Consiste en la realización de un corte en una placa con el objetivo de liberar las tensiones residuales presentes en la línea de corte. En el proceso de corte no se debe introducir ni plasticidad ni calor, para que las tensiones residuales originales puedan ser medidas sin la influencia de estos factores.

Normalmente implica el uso de galgas extensométricas y a veces medidas de difracción y el corte secuencial de varias partes del espécimen. La medida de las deformaciones relajadas a la vez que se secciona el espécimen presenta una valiosa fuente de información desde la cual se puede determinar la magnitud y localización de las tensiones residuales originales.

La figura 2.1 muestra un ejemplo donde una secuencia de cortes se ha realizado para evaluar las tensiones residuales en una viga con perfil en I [Tebedge73].

Figura 2.1: Método de la sección [Tebedge73].

En general, las tiras de material obtenidas en el proceso de seccionamiento exhiben deformación axial y curvatura al mismo tiempo, correspondientes a tensiones residuales de membrana y flexión, respectivamente. Las tensiones residuales de membrana son las dominantes en secciones fabricadas por laminado en caliente, mientras que las de flexión son características de secciones fabricadas por deformación en frío.

Se ha utilizado extensivamente para analizar las tensiones residuales en secciones de estructuras de acero al carbono, aluminio y acero inoxidable [Mazzolani95], [Lagerqvist01], [Young05]. En la bibliografía también encontramos medidas en estructuras de aluminio soldadas [Lanciotti07]. Cruise y Gardner llevaron a cabo un programa experimental para cuantificar las tensiones residuales en secciones de acero inoxidable fabricadas de tres formas diferentes [Cruise08].

2.2.2. El método del taladro.

El método del taladro es probablemente el método de medida de tensiones residuales basado en la relajación más utilizado. Supone el taladrado de un pequeño orificio en la superficie del material y la medida de las deformaciones alrededor de este, mediante galgas extensométricas. Este método es popular porque proporciona resultados fiables y rápidos en muchos tipos de especímenes, creando daño solo a nivel local (a veces es calificado como semidestructivo). El proceso de medida se encuentra bien desarrollado [Grant06] [Vishay10] y puede identificar el perfil de las tensiones (paralelas a la superficie) hasta una profundidad igual al radio del orificio practicado. La figura 2.2(a) muestra un esquema del método.

Aunque presentan bastantes similitudes entre sí, en esta Tesis se distingue entre el método del taladro, que se refiere a la medida de tensiones uniformes en profundidad, y el método del taladro incremental, referido a la medida de tensiones residuales no uniformes en profundidad.

El capítulo 3 y el Anexo B describen extensamente el método del taladro incremental, incluyendo los fundamentos teóricos, la evolución histórica y las técnicas experimentales para llevarlo a cabo.

Figura 2.2: Método del taladro (a), método del núcleo toroidal (b), y método del taladro profundo (c) [Schajer10].

2.2.3. El método del taladro profundo.

El método del taladro profundo (deep-hole method) es otra variante que combina elementos del método del taladro y del método del núcleo toroidal [Leggatt96] [DeWald03]. Supone dos fases diferenciadas. En la primera se taladra un orificio de gran profundidad en un determinado componente y se mide con precisión el diámetro de este. Después se realiza un orificio exterior al primero mientras se miden los cambios dimensionales en el diámetro del orificio (figura 2.2(c)). Por medio de estas variaciones dimensionales se pueden calcular las tensiones residuales originales.

El método del taladro profundo a veces es clasificado como semi destructivo, ya que, aunque se practica un orificio, el diámetro de este puede ser pequeño y puede coincidir con algún orificio que deba ser mecanizado posteriormente.

Este método permite medir tensiones residuales a grandes profundidades en especímenes de gran tamaño, como lingotes de fundición de acero o aluminio con un peso de varias toneladas. A mayores escalas, el método se ha utilizado también en la medida de tensiones en grandes rocas.

Las primeras aplicaciones del método incluían la medida de tensiones residuales en soldaduras de acero [Zhandano78]. Se practicaban orificios de 8 mm de diámetros con orificios exteriores incrementales de 40 mm de diámetro. Posteriormente se utilizaron galgas capacitivas sin contacto para medir el diámetro [Procter87] y galgas extensométricas acopladas a los lados del orificio para medir la relajación causada por el anillo exterior [Jesensky81].

Las mejoras más recientes incluyen la medida de la variación del diámetro mediante sondas de aire [Leggat96], [Bonner96] y el uso del mecanizado por electroerosión para la realización del orificio [George00], [Smith00].

El método del taladro profundo se ha convertido en una técnica corriente para la medida de tensiones residuales en materiales isótropos, particularmente en componentes de gran espesor. Algunos investigadores han desarrollado una extensión del método para materiales ortótropos como compuestos laminados [Bateman05].

2.2.4. El método del contorno.

El método del contorno (contour method) es una técnica desarrollada recientemente para la medición de tensiones residuales en todos los puntos de una sección [Prime01] [DeWald06]. Proporciona una gran resolución y ha sido aplicado a números casos, por ejemplo, a juntas T soldadas de acero al carbono [Prime01b], [Murugan09] y placas templadas con impactos de FOD [Prime02]. La principal ventaja del método radica en que proporciona un mapa en dos dimensiones de la distribución de tensiones residuales en toda la sección del espécimen considerado.

Supone cortar un componente a través de su sección y medir la altura del perfil de la sección resultante. Cuando las tensiones residuales se liberan, el material se deforma: hacia el interior del material en el caso de tensiones de tracción y hacia el exterior en el caso de tensiones de compresión (figura 2.3). De esta forma, las tensiones residuales normales al plano de corte pueden ser “decodificadas” determinando las tensiones requeridas para retornar la superficie deformada a su forma plana en la ausencia de corte.

Figura 2.3: Principio de superposición del método del contorno [Pagliaro10].

La teoría del método del contorno está basada en una variación del principio de superposición elástico de Bueckners [Bueckners58] y fue publicado por primera vez en detalle en 2001, donde se validó el método numéricamente, mediante una simulación elementos finitos en 2D, y experimentalmente, en una barra de acero con tensiones residuales conocidas [Prime01].

La aplicación del método del contorno implica cuatro pasos: corte del espécimen, medida del contorno, reducción de datos y análisis de tensiones.

El corte del espécimen es el paso más crítico, ya que los pasos subsecuentes dependen de la calidad de este proceso. El método más adecuado es la electroerosión por hilo o EDM y es importante que el corte sea recto y en un solo paso, con el espécimen bien sujeto para evitar que se mueva durante el proceso y con un ancho de corte constante. Estas características son muy dependientes del hilo elegido, del material y geometría del espécimen que va a ser cortado y de los parámetros operativos de la máquina de EDM. También es deseable, especialmente cuando existen grandes gradientes tensionales, que el hilo de corte sea lo más fino posible, para eliminar el menor material posible.

La medida del contorno se realiza normalmente mediante una máquina de medición por coordenadas, ya que es una forma cómoda de hacerlo y ha demostrado ser lo suficientemente exacta para tal fin [Prime01 02], [Zhang02]. Otra alternativa puede ser un medidor de perfiles láser.

El análisis de tensiones incluye el MEF para la decodificación de las tensiones originales que existían en el espécimen.

En la práctica, para evitar efectos de asimetría, se miden las superficies de los dos lados resultantes del corte y se utiliza la media de ambos. En la reducción de datos también se deben emplear técnicas matemáticas de reducción de desviaciones, pues el cálculo de tensiones magnifica las desviaciones experimentales.

2.2.5. Otros métodos de medida basados en la relajación de tensiones.

Otros métodos de medida basados en la relajación de tensiones y que son menos utilizados incluyen el método de la división, el de la eliminación de capas, el del núcleo toroidal y el de la ranura, y se describen a continuación.

El método de la división (splitting method) imita las deformaciones causadas por excesivas tensiones residuales que se observan en el agrietamiento de un material [Walton02] [ASTM E1928-07]. Se realiza un corte profundo en el espécimen y la apertura o cierre del material adyacente indica el signo y la magnitud aproximada de las tensiones residuales. Este método es comúnmente utilizado como una comparativa rápida en el control de calidad durante la fabricación de distintos materiales. Otra variante de este método se emplea para caracterizar las tensiones residuales circunferenciales en los tubos de pared delgada de los intercambiadores de calor. Este procedimiento es una generalización del Método de Stoney, a veces llamado también método de la curvatura

[Stoney09]. Comprende la medida de la deflexión o curvatura de una placa delgada causada por la adición o eliminación del material que contiene tensiones residuales (figura 2.4). El método fue desarrollado para evaluar las tensiones en metales galvanizados, y es también útil para determinar las tensiones inducidas en los tratamientos de granallado (Shoot Peening).

Figura 2.4: División longitudinal de un cilindro para conocer las tensiones residuales circunferenciales [plymouth.com].

El método de la eliminación de capas (layer removal method) comprende la observación de la deformación causada por la eliminación de una serie de capas del material [Treuting51]. El método es adecuado para la medida de tensiones residuales que varían con la profundidad, pero son uniformes paralelamente a la superficie, en placas planas y cilindros. La figura 2.5 muestra un ejemplo de este método para una placa plana (a) y un cilindro (b). Las deformaciones son medidas en una cara de la pieza, por ejemplo, usando galgas extensométricas, mientras se eliminan capas paralelas en las caras opuestas. En el caso de geometrías cilíndricas, las deformaciones se pueden medir en el exterior o en el interior (si la pieza es hueca), mientras capas anulares son eliminadas en la cara opuesta. En este último caso descrito el método se conoce como el Método de Sachs [Sachs41].

Figura 2.5: Método de la eliminación de capas en una placa plana (a), en un cilindro (b) [Rossini11].

El método del núcleo toroidal (ring-core method) [Kiel92] [Ajovalasit96] es una variante del método del taladro dónde el orificio se practica rodeando el área de medida. Frente al método del taladro tiene la ventaja de que las tensiones relajadas son mucho mayores pues la cantidad de material eliminado es mayor, lo que le permite identificar mejor las tensiones residuales. Sin embargo, es más difícil de implementar en la práctica y ejerce al material un daño mayor. Un esquema del método se muestra en la figura 2.2(b).

El método de la ranura (slitting method), utiliza el mismo concepto que el método del taladro, pero usando una ranura en vez de un orificio [Prime99] [Cheng07]. Las galgas extensométricas se posicionan en la parte frontal y/o posterior, y las deformaciones liberadas se miden a la vez que la ranura se va haciendo más profunda (figura 2.6). Para el mecanizado de la ranura, se puede utilizar una sierra, una fresadora o electroerosión (EDM). La ventaja frente al método del taladro es que con este método se pueden evaluar las tensiones residuales en toda la sección del espécimen. La desventaja es que solo puede determinar las tensiones residuales normales al plano de corte.

Figura 2.6: Esquema del método de la ranura [veqter.co.uk].

2.3. Métodos basados en la difracción.

Los métodos basados en la difracción posibilitan procedimientos no destructivos para la medida de las tensiones residuales. Que no sean destructivos significa que los componentes pueden ser vueltos a usar en servicio después de que las tensiones residuales sean medidas y el campo de tensiones sea evaluado. De esta forma, el equipo de medida debe ser portable o lo suficientemente compacto para ser llevado dónde se encuentra el componente, o bien el componente debe ser llevado a dónde se encuentra el instrumento de forma intacta y sin seccionarlo, porque si no estos métodos pueden perder las ventajas de las características no destructivas.

Los métodos basados en la difracción aprovechan la capacidad de la radiación electromagnética para medir la distancia entre planos atómicos en materiales cristalinos o policristalinos. Como respuesta a una carga de origen externo o térmico, el material se deforma, y en el caso del rango elástico, la respuesta es lineal. Los métodos de difracción miden de forma efectiva la distancia entre planos de los cristales, lo que puede

relacionarse a la magnitud y dirección del estado tensional que existe en el interior del material. Esta medida es independiente de si la tensión es residual o aplicada.

La difracción de la radiación electromagnética ocurre cuando la radiación interacciona con los átomos o granos que están posicionados de forma regular. En medidas de tensiones residuales la radiación utilizada es típicamente rayos X o neutrones. La radiación es absorbida y vuelta a radiar con la misma frecuencia de tal manera que las emisiones interfieren constructivamente en ciertas orientaciones y destructivamente en otras.

En las medidas de tensiones efectuadas mediante difracción de rayos X o difracción de neutrones, se escanea un intervalo de ángulos θ . El ángulo en el cual la radiación difractada es más intensa es tomado como el ángulo de Bragg. Pequeños cambios en el espaciado d , que tiende a hacer más ancho el pico difractado, reflejan las tensiones residuales Tipo II y Tipo III. Para radiación sincrotrón, el ángulo θ es a veces tomado constante y el detector escanea un intervalo de energías para determinar la condición de Bragg. Las deformaciones de la red que se miden son cantidades absolutas, es decir, relativas a las tensiones cero. Esto es una característica reseñable de los métodos de difracción porque permite medir tanto tensiones residuales como tensiones aplicadas. Por el contrario, las galgas extensométricas sólo pueden medir incrementos de deformaciones entre un estado inicial cuando la galga es pegada y estados posteriores.

El anexo D contiene más información acerca de la física del proceso de difracción de rayos X por redes cristalinas.

2.3.1. Difracción de rayos X.

La técnica de difracción de rayos X permite medir las variaciones del espacio interplanar que son consecuencia directa de la presencia de tensiones. Gracias a la teoría de la elasticidad, estos datos permiten evaluar las tensiones poniéndolas en función de las deformaciones que presenta la pieza.

Las longitudes de onda más comunes en la medida de tensiones no penetran a mucha profundidad en la mayoría de materiales. La penetración típica es del orden de los 25 μm , lo que se considera una medida de tensión superficial. La técnica de medida de rayos X se ha convertido en la técnica más utilizada en la evaluación de las tensiones superficiales [SAE03].

Debido a que la radiación penetra solo unas pocas micras, se asume que la tensión normal a la superficie es cero, por lo que se asume un estado de tensión plana en el volumen irradiado. Esta condición permite la simplificación de las ecuaciones que relacionan tensiones y deformaciones y evita la determinación precisa de la dimensión del plano reticular que no se encuentra tensionado. De esta manera se usan ecuaciones simplificadas para extrapolar las deformaciones a un vector en el plano de la superficie [SAE03].

A pesar de la poca profundidad en la que las tensiones residuales pueden ser medidas, la técnica de difracción de rayos X sin contacto es la única técnica general no destructiva que se aplica a la medida de tensiones residuales en superficie. Además, su fiabilidad ha sido demostrada y documentada ampliamente [SAE03].

Existen tres normas ASTM relacionada con las medidas por rayos X: la norma ASTM E915-10 para verificar el alineamiento de un instrumento, la norma ASTM E1426-98 para determinar los parámetros elásticos del material y la norma ASTM E2860-12 para la medida de tensiones en componentes estructurales.

La instrumentación para llevar las medidas de rayos X del laboratorio al campo de trabajo ha avanzado muy rápidamente en las últimas dos décadas. Estos instrumentos son denominados como instrumentación de tensiones por difracción de rayos X y no deben ser confundidos con los instrumentos convencionales de rayos X con accesorios para la medida de tensiones. Medidas en pocos segundos, resoluciones espaciales de menos de 1 mm^2 y mapeados automáticos son posibles con este tipo de instrumentos [Pineault94].

Al ser esta una técnica muy utilizada en la medida de tensiones residuales, se amplía la información sobre ella en el Anexo D.

2.3.2. Radiación sincrotrón.

Esta técnica utiliza también los rayos X como radiación difractada, sin embargo, los sincrotrones (o rayos X duros) generan haces muchos más intensos y con mucha más energía [Reimers99]. Estos rayos X tienen una profundidad de penetración mucho más elevada que la que pueden tener los rayos X normales (del orden de decenas y centenas de milímetros), produciendo, con una mayor resolución espacial, mapas tridimensionales de distribución de la deformación. Las fuentes de luz sincrotrón son instalaciones nacionales o plurinacionales centrales, con gran tamaño y complejidad.

En comparación con los rayos X tradicionales, la medida es también más rápida, generando mapas de deformación muy detallados en apenas unas horas. Además, pueden generarse haces estrechos e intensos, de 1 mm por $10\text{ }\mu\text{m}$, permitiendo resoluciones espaciales no limitadas por la anchura instrumental sino por el tamaño de los cristales de la muestra. Medidas en pocos milisegundos y resoluciones espaciales en el rango de micrómetros son posibles con este tipo de instrumentos.

Debido a la gran penetración de la radiación sincrotrón, el estado tensional del volumen irradiado no puede considerarse como tensión plana y las tres componentes dimensionales de las tensiones deben ser tenidas en cuenta. De esta forma, la deformación es determinada sustrayendo el parámetro de red sin tensiones del parámetro con tensiones. Así, el parámetro de red sin tensiones debe ser conocido con mucha precisión, y este requerimiento puede introducir incertidumbres importantes en la medida. El parámetro de red sin tensiones depende de la composición, la composición de las fases y otros factores que a menudo no se conocen exactamente.

2.3.3. Difracción de neutrones.

El principio físico de la difracción de neutrones es el mismo que para la difracción de rayos X y la difracción de sincrotrón. Sin embargo, los neutrones interactúan directamente con el núcleo de los átomos y la contribución a la intensidad difractada es diferente que en los rayos X que interactúan con los electrones. Los neutrones pueden ser generados por fisión o espalación nuclear.

La difracción de neutrones es capaz de medir las deformaciones elásticas inducidas por las tensiones residuales a través del volumen de componentes de 0.1 a 1.5 metros, con resolución espacial de menos de un milímetro. De esta forma no hace falta seccionar o eliminar capas de los materiales.

Al igual que en la difracción de rayos X, la difracción de neutrones mide el ángulo de Bragg de la radiación dispersada, que está relacionada con el espaciado entre los planos cristalográficos, que a su vez es influenciado por las tensiones ya sean aplicadas o residuales. Sin embargo, al contrario que en las técnicas tradicionales de rayos X, la exactitud de la difracción de neutrones requiere la determinación con precisión del espaciado de red sin tensiones de los planos cristalográficos medidos, pues el estado tensional es en principio triaxial.

Esta técnica comparte los inconvenientes en la determinación del parámetro de red sin tensiones de la radiación sincrotrón. Además, existen otras limitaciones como que el componente debe ser llevado a una fuente de neutrones, que cada medida dura de varios minutos a una hora, que la determinación de un volumen pequeño (del orden de 1 mm³) requiere al menos tres medidas, y que el coste es elevado.

A pesar de estos inconvenientes, la técnica ha sido aplicada con éxito en la medición de tensiones residuales en soldaduras, barras laminadas, fuselaje de cohetes [Root91], placas deformadas plásticamente [Hayaski97], y muchos otros componentes.

2.4. Otros métodos.

2.4.1. Métodos magnéticos.

Dentro de esta categoría, el método más utilizado es el que utiliza el Ruido Barkhausen [Jiles88]. Supone la medida en materiales ferromagnéticos del número y magnitud de las reorientaciones magnéticas realizadas durante la inversión magnética. Estas reorientaciones se observan como pulsos con una amplitud, duración y espaciado temporal aleatorios, y por lo tanto se describen como un ruido. Esta técnica solo es aplicable a materiales ferromagnéticos como muchos aceros y algunas cerámicas.

Figura 2.1: Etapas en la captura de las señales de voltaje del ruido Barkhausen durante la magnetización.

La respuesta de este método magnético está limitada a unos 300 MPa y a unos pocos milímetros de profundidad. Esta segunda condición puede evitarse con el uso de la Emisión Barkhausen Acústica y ultrasonidos, de manera análoga al método del Ruido Barkhausen. Sin embargo, la fiabilidad, exactitud y aplicabilidad de la técnica se ven seriamente comprometidos pues se necesita calibración con especímenes casi idénticos. Medidas en pocos segundos y resoluciones espaciales en el rango sub-milimétrico son posibles con los métodos magnéticos.

2.4.2. Métodos ultrasónicos.

Los métodos basados en los ultrasonidos ofrecen distintas técnicas que tienen la capacidad de determinar propiedades de los materiales, como la orientación cristalográfica, el tamaño de grano, la composición de fase, y las tensiones tanto aplicadas como residuales. La medición de tensiones mediante ultrasonidos está basada en la diferencia entre la velocidad de propagación de las ondas ultrasónicas en el material con o sin tensiones.

Las ondas son emitidas desde un dispositivo e introducidas en el material. Estas se propagan en un área específica y son detectadas por uno o dos receptores. Existen varias disposiciones posibles de emisor-receptor, generando diferentes configuraciones experimentales. Un ejemplo puede verse en la figura 2.9. La velocidad medida resulta proporcional a las tensiones medias existentes en la zona de propagación de las ondas, por lo que este método da información no solo de la superficie sino también del interior del material.

La incertidumbre en la aplicación de los ultrasonidos a la medida de tensiones residuales se debe a que la velocidad de los ultrasonidos no es afectada únicamente por las tensiones, sino que también por otras características microestructurales como el tamaño de grano, las segundas fases, la textura cristalográfica, etc. El efecto en estas otras características compromete la exactitud de los métodos de medida de tensiones por ultrasonidos.

Sin embargo, a pesar de los cambios microestructurales en los distintos productos fabricados, esta técnica se ha podido aplicar con éxito en varios casos [Leon-Salmanca96] [Santos00]. Medidas en pocos segundos y resoluciones espaciales de varios milímetros cúbicos son posibles con los métodos ultrasónicos.

Figura 2.2: Configuración del método de medida ultrasónico [veqter.co.uk].

2.4.3. Métodos fotoelásticos.

Los métodos fotoelásticos, también llamados métodos birrefringentes, se basan en que muchos materiales transparentes se convierten en birrefringentes bajo la acción de una tensión, es decir, su índice de refracción cambia direccionalmente. Cuando un haz de luz linealmente polarizado atraviesa un material fotoelástico aparecen en él franjas coloreadas que representan las tensiones de cortante [Hetenyi50], como se puede ver en la figura 2.10.

El método se limita a materiales transparentes y es comúnmente utilizado en el análisis de tensiones en modelos de estructuras transparentes, aunque también puede utilizarse en la medida de tensiones residuales. Una aplicación común se da en lentes de alta calidad, donde la birrefringencia causada por las tensiones residuales puede afectar notablemente a la calidad de la imagen. A través de calibraciones, se puede lograr la medida cuantitativa de tensiones cortantes. Una alternativa de este método, aplicable a materiales opacos, consiste en utilizar recubrimientos a base de polímeros fotoelásticos. Cuando se inducen en el material tensiones, por ejemplo, utilizando el método del taladro incremental, el recubrimiento se deforma y la birrefringencia puede observarse por medio de un polariscopio de reflexión.

Figura 2.3 Generación de franjas incrementando la carga desde cero [Frocht 64]

2.4.4. Métodos basados en la indentación.

La presencia de tensiones residuales influye ligeramente en la respuesta que tiene el material ante medidas de dureza usando métodos de indentación. Las tensiones de tracción tienden a decrementar la dureza aparente y las de compresión tienden a aumentarla.

Cuando un diente penetra por presión la superficie de un material se genera en este una marca o huella sobre este (figura 2.11). La técnica se basa en la medida de la fuerza que ejerce el indentador en función de la profundidad alcanzada de la huella medida mediante el uso de galgas superficiales.

Figura 2.4: Esquema del proceso de indentación para un indentador tipo Vickers (punta piramidal cuadrada) [icmm.csic.es].

La influencia de las tensiones residuales brinda la posibilidad de medir las tensiones residuales con estos métodos, sin embargo, la tarea no es fácil. Durante años, muchos estudios han buscado el refinamiento de la técnica para poder obtener resultados más cuantitativos [Chiang82]. Sin embargo, el efecto que se puede medir es pequeño y la exactitud de los métodos basados en la indentación es baja comparada con los rayos X o el método del taladro incremental. Medidas en pocos minutos y resoluciones espaciales de menos de un milímetro cúbico son posibles con este tipo de métodos.

2.5. Criterios para la elección de un método de medida adecuado.

En los métodos de medida de tensiones residuales no se puede esperar la precisión que se alcanza en la medida de las tensiones causadas por cargas externas, pues además de que las tensiones, en general, se evalúan de forma indirecta, se encuentran “encerradas” en el material y están autoequilibradas.

Además, cada método de medida cuenta con sus propias dificultades. Por ejemplo, en los métodos de medida por relajación, existe aún un carácter más indirecto, como es la pérdida de material tensionado y la inferencia de las tensiones residuales a partir del material circundante. Los métodos de difracción y los otros métodos requieren de calibraciones detalladas y extensas.

Otro factor a tener en cuenta es la dualidad entre la exactitud de la medida y la resolución espacial. Muchas veces estas dos características son opuestas: si se requiere mucha resolución, la exactitud será pequeña, pues se requeriría de medidas en puntos muy próximos y las pequeñas desviaciones en las medidas absolutas crearían desviaciones relativas notables. Si por el contrario se requiere mucha precisión, esta sería mejorada por el promedio de los datos, que reduce la resolución espacial. En este respecto, los métodos no destructivos tienen ventaja pues las medidas pueden ser repetidas.

Para elegir el método de medida de tensiones residuales adecuado hay que considerar muchos factores. En algunos casos, el método adecuado no será único, otras veces ningún método será completamente satisfactorio. Algunos factores a considerar se enumeran a continuación:

- Objetivo de la medida
- Material del espécimen
- Dimensiones y geometría del espécimen
- Daño aceptable en el espécimen
- Naturaleza de las tensiones residuales
- Exactitud y resolución espacial requeridas
- Medidas en laboratorio o en campo
- Disponibilidad del equipamiento requerido y experiencia en las medidas
- Coste y duración del ensayo requerido
- Otras características

La tabla 2.1 resume alguna de estas características de los métodos indicados y puede utilizarse como punto de partida para la elección de un método de medida.

Las tensiones residuales inducidas mediante la técnica LSP tienen una serie de peculiaridades que, junto a los materiales tratados y su geometría característica, y otros parámetros como el coste, las instalaciones disponibles y la duración de las medidas, hacen más adecuados unos métodos que otros.

De esta manera, el deseo de realizar medidas fiables, exactas y precisas, hace que los métodos cualitativos, como son los métodos de la división, los fotoelásticos o la indentación, queden descartados de partida.

Otros métodos que necesitan de grandes instalaciones y cuya disponibilidad es muy reducida, como son la difracción de neutrones y la radiación sincrotrón, son a su vez descartados para medidas habituales.

Tabla 2.1: Características de varios métodos de medida de tensiones residuales.

Método de medida	Material	Geometría	Daño	Naturaleza
División	La mayoría	Barras y tubos	Destruutivo	Cualitativo
Curvatura	La mayoría	Barras delgadas	Deposición de una película	Cuantitativo
Sección	La mayoría	Geometría regular	Destruutivo	Cuantitativo
Eliminación de capas	La mayoría	Placas planas y cilindros	Destruutivo	Cuantitativo
Taladro	La mayoría	General	Semidestrutivo	Cuantitativo
Núcleo toroidal	La mayoría	General	Semidestrutivo	Cuantitativo
Taladro profundo	La mayoría	General	Semidestrutivo	Cuantitativo
Ranura	La mayoría	General	Destruutivo	Cuantitativo
Contorno	La mayoría	General	Destruutivo	Cuantitativo
Rayos X	Cristalinos	General	No destructivo	Cuantitativo
Sincrotrón	Cristalinos	General	No destructivo	Cuantitativo
Neutrones	Cristalinos	General	No destructivo	Cuantitativo
Magnéticos	Ferromagnéticos	General	No destructivo	Cuantitativo
Ultrasonidos	La mayoría	Formas no complejas	No destructivo	Cuantitativo
Fotoelásticidad	Birrefrignentes	General	No destructivo	Cualitativo
Indentación	La mayoría	General	No destructivo	Cualitativo

Tabla 2.1 (continuación)

Método de medida	Profundidad	Resolución	En laboratorio o en campo	Coste y duración
División	Espesor de la pieza	-	Ambos	Bajos
Curvatura	Espesor de la capa	100 μm	Laboratorio	Bajos
Sección	Espesor de la pieza	5 μm – 80 μm	Laboratorio	Altos
Eliminación de capas	Espesor de la pieza	100 μm - 1 mm	Laboratorio	Altos
Taladro	Hasta 2 mm	50 μm – 250 μm	Ambos	Bajos
Núcleo toroidal	Hasta 5 mm	50 μm – 250 μm	Ambos	Bajos
Taladro profundo	Espesor de la pieza	3 mm – 20 mm	Laboratorio	Altos
Ranura	Espesor de la pieza	100 μm - 1 mm	Laboratorio	Altos
Contorno	Sección del espécimen	100 μm - 1 mm	Laboratorio	Altos
Rayos X	Superficial	10 μm - 2 mm	Ambos	Coste medio, duración baja
Sincrotrón	> 5 mm	1 μm - 1 mm	Grandes instalaciones	Altos
Neutrones	25-100 mm	100 μm - 5 mm	Grandes instalaciones	Altos
Magnéticos	1 mm	1 mm – 10 mm	Ambos	Bajos
Ultrasonidos	1-20 mm	1 mm – 10 mm	Ambos	Bajos
Fotoelásticidad	Espesor de la pieza	-	Ambos	Bajos
Indentación	< 1 mm	10 μm - 1 mm	Ambos	Bajos

Generalmente los especímenes que se tratan en el Centro Láser de la UPM (CLUPM) comprenden distintos materiales (especialmente acero AISI 316L, aluminio 2024 T351 y titanio Ti6Al4V) en placas planas de distintos espesores (de 2 mm a 2 cm). Debido a estas características existen métodos que no son adecuados para medidas habituales, como el método de la curvatura, utilizado en barras muy delgadas, los métodos magnéticos, aplicables solo a materiales ferromagnéticos, y el método del taladro incremental profundo, que requiere en la mayoría de los casos espesores mayores. Los métodos de ultrasonidos necesitan medidas de referencias libres de tensiones residuales que son muy difíciles de conseguir.

Dado que la profundidad de las tensiones residuales inducidas penetra hasta los 2 mm, hace que sea este el espesor adecuado de medición, por lo tanto, no es necesario la medida de las tensiones residuales en todo el espesor de los especímenes. Además, la direccionalidad del tratamiento hace que sea útil la medida de las tensiones residuales en al menos dos direcciones.

Si se tienen en cuenta las consideraciones anteriores, restan tres métodos de medida de tensiones residuales. Dos de ellos se basan en la relajación de tensiones: el método del núcleo toroidal que es similar al del taladro, pero es más difícil de implementar. El método de difracción de rayos X pierde algunas de sus ventajas si se pretende realizar medidas en profundidad pues necesita la eliminación de material por electropulido, lo que hace que se necesite de más tiempo para la preparación de muestras. También, el equipamiento de rayos X es del orden de 4 a 10 veces más caro que el correspondiente al taladro incremental.

Por estas razones el método elegido para la medida de tensiones residuales de forma habitual es el correspondiente al taladro incremental y fue introducido en el año 2002 en el CLUPM.

Capítulo 3

Estado del conocimiento en el tema de la corrección de desviaciones y la acotación de incertidumbres en medidas de tensiones residuales en materiales metálicos. Análisis del caso particular de la determinación experimental mediante el método del taladro incremental (Norma ASTM E837-13).

3.1. El método del taladro incremental.

El principio en el cual se basa la medida de tensiones residuales por el método del taladro es sencillo y directo: se practica un pequeño orificio en el espécimen a medir y se miden las deformaciones originadas en la superficie por medio de galgas extensométricas. Mediante el tratamiento matemático de estas deformaciones es posible decodificar las tensiones residuales que existían en dicho espécimen en el lugar donde se encuentra el orificio.

El primer autor que propuso el método fue Mathar en 1934 con la utilización de un extensómetro mecánico para medir los desplazamientos alrededor de un orificio circular practicado a través de una placa sometida a tensión (figura 3.1) [Mathar34]. Soete y Vancrombrugge mejoraron en 1950 la precisión y exactitud de la técnica con la utilización de galgas extensométricas, aunque todavía no existían las galgas extensométricas actuales que cuentan con un círculo marcado en su punto medio a través del cual el orificio debe ser realizado [Soete50]. Los primeros estudios fueron enfocados a la medida de tensiones en láminas y placas delgadas en todo su espesor, donde se supone que las tensiones residuales están uniformemente distribuidas en profundidad. La solución para

componentes de mayor espesor fue desarrollada posteriormente a partir de medidas experimentales. Fue Kelsey en 1956 el primer autor que investigó la variación de las tensiones residuales en profundidad con el método del taladro [Kelsey56].

Figura 3.1: Aparato utilizado por Mathar [Mathar34].

El método siguió desarrollándose sucesivamente y ya en 1966, gracias a Rendler y Vigness, se consiguió una sistematización que hizo posible la reproducibilidad del método [Rendler66]. La aplicación actual del método del taladro es consecuencia directa del trabajo de estos autores. Ellos fueron también los primeros en definir la roseta de galgas extensométricas que se contempla ahora en la norma ASTM E837. Desde entonces, otros estudios han extendido la técnica, particularmente desde el punto de vista experimental y a través del desarrollo de rutinas de análisis más precisas y extensas. Por ejemplo, Beaney y Procter introdujeron en 1974 una técnica para realizar orificios evitando la introducción de tensiones residuales. Para ello se valieron de la abrasión por medio de aire [Beaney74]. La utilización de turbinas con ultra alta velocidad de rotación (hasta 400.000 rpm) fue introducida por Flaman en 1982, y es la técnica más utilizada en la actualidad [Flaman82].

Más recientemente, el objetivo ha sido la medida de tensiones residuales variables en profundidad y el desarrollo de métodos matemáticos para su cálculo. La principal diferencia experimental radica en que el orificio se practica al mismo tiempo que se miden las deformaciones originadas en la superficie. Es aquí cuando la técnica se denomina método del taladro incremental, dejándose la denominación método del taladro para las tensiones residuales constantes. Los ordenadores modernos y la implementación en ellos de métodos numéricos, como el método de los elementos finitos (MEF), han permitido el desarrollo de métodos de cálculo que no habían sido posibles anteriormente. Schajer desarrolló en 1981 la primera solución general por el MEF para el taladro incremental, incluyendo la tabulación de los coeficientes de calibración [Schajer81]. Bijak-Zochowski fue el primero en proponer un método para calcular distribuciones de tensiones no uniformes en 1978 [Bijak-Zochowski78] y fue otra vez Schajer quién volvió a desarrollar

un método adecuado para calcular los coeficientes de calibración en el año 1988 [Schajer88].

También se ha tratado de incrementar la precisión y versatilidad del método mediante la introducción de rosetas con seis galgas extensométricas, con el fin de incrementar la sensibilidad de las deformaciones medidas, así como la utilización de orificios que incrementan de diámetro con la profundidad, lo que libera más tensiones residuales en puntos más alejados de la superficie [Tootonian95].

Las últimas tendencias del método incluyen la sustitución de las medidas de deformaciones en la superficie con el uso de galgas extensométricas, por medidas de campo completo realizadas por interferometría Moiré, interferometría láser Speckle u holografía.

En cuanto a la estandarización de la técnica, esta se recoge en la norma norteamericana ASTM E837. La primera versión data de 1989 y está enfocada en el cálculo de las tensiones residuales uniformes en profundidad. Posteriores versiones que completaron la primera norma fueron publicadas en 1992, 1994, 1995, 1999 y 2001. Las tensiones variables en profundidad fueron introducidas en la norma ASTM E837-08 de 2008, siendo la última versión del año 2013.

3.1.1. Etapas del procedimiento experimental.

En este apartado se describe de forma básica el procedimiento experimental, pues se explica con mucho más detalle en el Anexo B.

La medida comprende los siguientes pasos:

1. Elección e instalación de una roseta especial de tres galgas extensométrica en la pieza a medir, así como instalación de la instrumentación correspondiente.
2. Alineamiento y montaje de los elementos necesarios para el taladrado, así como de la probeta objeto de ensayo.
3. Establecimiento del cero, o posición de partida, que se consigue cuando la fresa está en contacto con el espécimen y ha atravesado la roseta de galgas y el adhesivo.
4. Taladrado del orificio en una serie de pequeños incrementos.
5. Registro de las deformaciones liberadas en cada incremento en profundidad y medida del diámetro del orificio y la excentricidad.
6. Cálculo del estado de tensiones residual inicial mediante un método de cálculo adecuado.

3.1.2. Principios y teoría del método del taladro.

Cuando se practica un orificio en un material sometido a tensiones residuales tiene lugar una relajación de las tensiones existentes en ese lugar, incluso cuando el orificio cuente con un diámetro muy pequeño. Esto ocurre porque las direcciones perpendiculares a una superficie libre (como en este caso la superficie del orificio) son necesariamente direcciones principales y la tensión normal y cortante son nulas. La eliminación de estas tensiones en la superficie del orificio hace que las tensiones que rodean a esta región también cambien, logrando el correspondiente cambio local en las deformaciones en la superficie del espécimen objeto de estudio.

En la mayoría de las aplicaciones prácticas del método, el orificio es ciego, con una profundidad pequeña en comparación con el espesor de la pieza y del orden de su diámetro. Desafortunadamente, la geometría de orificio ciego es lo suficientemente compleja como para no contar con una solución analítica a partir de la teoría de la elasticidad. Sin embargo, se puede obtener una solución para el caso más simple de un orificio pasante en una placa delgada en la que las tensiones residuales están uniformemente distribuidas en todo su espesor. Por esta razón, se va a desarrollar primero la teoría para la geometría de un orificio pasante, y después se extenderá a orificios ciegos.

3.1.2.1. Análisis en orificios pasantes.

En la figura 3.2(a) se observa una placa sometida a tensiones residuales constantes σ_x únicamente según la dirección x . Representaría el estado inicial de tensiones uniaxial de un componente determinado. En estas condiciones el estado de tensiones en la pieza en un punto P de coordenadas (R, α) puede expresarse en coordenadas polares mediante las siguientes ecuaciones:

$$\sigma'_r = \frac{\sigma_x}{2} (1 + \cos(2\alpha)) \quad (3.1)$$

$$\sigma'_\theta = \frac{\sigma_x}{2} (1 \pm \cos(2\alpha)) \quad (3.2)$$

$$\tau'_{r\theta} = \frac{-\sigma_x}{2} \sin(2\alpha) \quad (3.3)$$

En la figura 3.2 (b) se observa la misma placa después de haberse practicado un pequeño orificio pasante de radio R_0 , es decir, el estado final de un componente que se ha sometido al ensayo del taladro. En estas condiciones el estado de tensiones en la pieza es muy diferente al anterior y en un punto P de coordenadas (R, α) puede expresarse gracias a la solución de Kirsch [Timoshenko51]:

$$\sigma''_r = \frac{\sigma_x}{2} \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) + \frac{\sigma_x}{2} \left(1 + \frac{3}{r^4} \pm \frac{4}{r^2}\right) \cos(2\alpha) \quad (3.4)$$

$$\sigma''_\theta = \frac{\sigma_x}{2} \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) \pm \frac{\sigma_x}{2} \left(1 + \frac{3}{r^4}\right) \cos(2\alpha) \quad (3.5)$$

$$\tau''_{r\theta} = \frac{\pm\sigma_x}{2} \left(1 - \frac{3}{r^4} + \frac{2}{r^2}\right) \sin(2\alpha) \quad (3.6)$$

donde $r = \frac{R}{R_0}$ ($R > R_0$), siendo R_0 el radio del orificio y R es un radio arbitrario desde el centro del orificio.

Figura 3.2: Estado tensional antes y después de la introducción del orificio [Vishay10].

Sustrayendo del estado final de tensiones el estado inicial, se puede expresar la relajación de tensiones en un punto $P(R, \alpha)$ debida al taladrado del orificio.

Si el material considerado es un material elástico lineal, homogéneo e isótropo, con módulo de Young E y coeficiente de Poisson ν , las ecuaciones anteriores pueden sustituirse en la ley de Hooke biaxial para conocer las deformaciones relajadas en un punto $P(R, \alpha)$. Tras algunas operaciones matemáticas se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$\varepsilon_r = \frac{-\sigma_x(1+\nu)}{2E} \left[\frac{1}{r^2} + \left(\frac{4}{r^2(1+\nu)} - \frac{3}{r^4} \right) \cos(2\alpha) \right] \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{-\sigma_x(1+\nu)}{2E} \left[-\frac{1}{r^2} + \left(-\frac{4\nu}{r^2(1+\nu)} + \frac{3}{r^4} \right) \cos(2\alpha) \right] \quad (3.8)$$

Las ecuaciones anteriores pueden escribirse de una forma más simple, identificando adecuadamente las constantes A , B y C para un radio R determinado:

$$\varepsilon_r = \sigma_x(A + B \cos(2\alpha)) \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_\theta = \sigma_x(-A + C \cos(2\alpha)) \quad (3.10)$$

donde

$$A = \frac{-1+\nu}{2E} \left(\frac{1}{r^2} \right) \quad (3.11)$$

$$B = \frac{-1+\nu}{2E} \left[\left(\frac{4}{(1+\nu)} \right) \frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \right] \quad (3.12)$$

$$C = \frac{-1+\nu}{2E} \left[\frac{3}{r^4} - \left(\frac{4\nu}{(1+\nu)} \right) \frac{1}{r^2} \right] \quad (3.13)$$

Como se puede observar en las ecuaciones expuestas, en general las deformaciones liberadas decrecen con la distancia al centro del orificio. Por esta razón es deseable medir las deformaciones lo más cerca posible del orificio. Por otra parte, cerca del orificio las deformaciones se comportan de un modo poco “regular”, con fuertes variaciones, por lo que no es deseable la medida en esta zona, y por tanto se necesita de una relación de compromiso en la distancia en la que las deformaciones son medidas. A partir de estudios analíticos y experimentales se ha establecido el siguiente rango que proporciona el deseado compromiso: $0.3 < R_0/R_G < 0.45$, donde R_G es el radio que corresponde al centro longitudinal de las galgas.

Se puede comprobar que, en general, el valor radial de la deformación ε_r es mayor que el tangencial ε_θ . Como resultado, las rosetas de galgas extensométricas comerciales tienen las rejillas dispuesta de forma radial. También se demuestra que las deformaciones radiales liberadas son opuestas en signo a las tensiones residuales iniciales a lo largo de su dirección.

El desarrollo anterior solo consideraba el caso de tensiones residuales según la dirección x . Sin embargo, el caso general y que es más común en la práctica es un estado biaxial, con dos tensiones principales no nulas. Gracias al principio de superposición se puede incorporar a las ecuaciones (3.9 - 3.10) las tensiones residuales σ_y correspondientes a la dirección y . Solo hace falta cambiar σ_y por σ_x y realizar una rotación de 90° , por lo que $\cos(2\alpha)$ se convierte en $\cos(2\alpha + 90^\circ)$ o $-\cos(2\alpha)$. En estas condiciones las deformaciones radiales liberadas en un punto $P(R, \alpha)$ en un estado biaxial se pueden escribir como:

$$\varepsilon_r = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\alpha) \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) supone la relación básica que subyace en el análisis de tensiones residuales por el método del taladro. Para hallar las tres incógnitas (las dos tensiones principales y el ángulo α) se precisa de tres ecuaciones independientes. Esto se traduce en la necesidad de efectuar tres medidas de deformaciones en tres direcciones diferentes. En la práctica el procedimiento se refleja en la instalación de una roseta compuesta por tres galgas extensométricas colocadas alrededor del lugar donde el orificio va a ser efectuado. Por simplicidad analítica, las galgas están normalmente orientadas a 0° , 90° y 135° o a 0° , 45° y 90° (figura 3.3). Ambas configuraciones son equivalentes pero la primera se prefiere para minimizar las desviaciones provocadas por la excentricidad en la medida y la segunda cuando el espacio existente es limitado y se requiere efectuar el test por ejemplo, cerca de una soldadura.

El sistema de ecuaciones a partir de la ecuación (3.14) queda como sigue:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\alpha) \\ \varepsilon_2 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\alpha + 45^\circ) \\ \varepsilon_3 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\alpha + 90^\circ) \end{cases} \quad (3.15)$$

y su resolución da lugar a las tensiones principales y su dirección:

$$\sigma_{max}, \sigma_{min} = \frac{p}{2A} \pm \frac{1}{2B} \sqrt{q^2 + t^2} \quad (3.16)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{-t}{-q} \right) \quad (3.17)$$

donde:

$$p = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1)/2 \quad (3.18)$$

$$q = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)/2 \quad (3.19)$$

$$t = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)/2 \quad (3.20)$$

Las deformaciones combinadas p, q y t representan las deformaciones isotrópicas, cortantes a 45° y cortantes axiales respectivamente.

Figura 3.3: Orientación habitual de las tres galgas alrededor del orificio [Vishay10].

Además, el ángulo α se ha redefinido como $\beta = -\alpha$, cambiándole el sentido ya que es más conveniente de forma práctica: ahora es el ángulo que forma la dirección de la galga 1 a la dirección principal más próxima. Para determinar cuál es la dirección principal a la que se refiere la galga 1, se pueden seguir las siguientes reglas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_3 > \varepsilon_1: \beta \text{ se refiere a } \sigma_{max} \\ \varepsilon_3 < \varepsilon_1: \beta \text{ se refiere a } \sigma_{min} \\ \varepsilon_3 = \varepsilon_1: \left\{ \begin{array}{l} \beta = \pm 45^\circ \\ \varepsilon_2 < \varepsilon_1: \sigma_{max} \text{ a } +45^\circ \\ \varepsilon_2 > \varepsilon_1: \sigma_{max} \text{ a } -45^\circ \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3.21)$$

En este punto, algunas consideraciones con respecto a los coeficientes A y B son necesarias. Tal como están definidos estos coeficientes en (3.11 – 3.13), solo son válidos cuando se cumplen las condiciones de la solución de Kirsch, esto es, además de en otras

consideraciones, que las deformaciones se midan puntualmente. Sin embargo, cada galga extensométrica tiene una dimensión definida, y representa una media de las deformaciones que se encuentran bajo su rejilla. Además, las líneas paralelas que componen las rejillas no son todas radiales y son ligeramente sensibles también a las deformaciones tangenciales τ_{xy} . Por lo tanto, se puede encontrar una solución más precisa si las ecuaciones (3.11 – 3.13) son integradas en el dominio del área de las rejillas de las galgas. Una solución alternativa comprende medir estos coeficientes de manera experimental. De esta forma, los coeficientes que tienen en cuenta el área finita de las galgas se denominan $\bar{A}$ y $\bar{B}$.

Con estas consideraciones, una ecuación que representaría mejor el modelo sería la siguiente:

$$\varepsilon_r = \bar{A}(\sigma_x + \sigma_y) + \bar{B}(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\alpha) + \bar{C}\tau_{xy} \sin(2\alpha) \quad (3.22)$$

donde $\bar{C}$ es una constante de calibración. En materiales isótropos $\bar{C} = 2\bar{B}$ para una roseta antihoraria y $\bar{C} = -2\bar{B}$ para una roseta horaria.

3.1.2.2. Análisis en orificios ciegos: tensiones residuales uniformes en profundidad.

La configuración descrita en el punto 3.1.3.1 para un pequeño orificio practicado a través de una placa delgada, suficientemente ancha y plana sometida a tensiones uniformes, no es la más típica en la práctica. Por esta razón se desarrolló la aplicación para orificios ciegos que puede emplearse en componentes de distintas formas y tamaños.

La introducción de un orificio ciego en un espécimen sometido a un estado de tensión plana crea un estado local de tensiones muy complejo, para el cuál no existe una solución exacta. Sin embargo, este caso se parece mucho a la condición de orificio pasante en cuanto a la naturaleza general en la distribución de tensiones [Rendler66]. Las deformaciones relajadas siguen variando de manera sinusoidal alrededor del orificio, tal como se describe en la ecuación (3.14), por tanto, estas ecuaciones junto a las (3.16 – 3.17) serán igualmente aplicables al caso del orificio ciego cuando los coeficientes $\bar{A}$ y $\bar{B}$ adecuados sean empleados. Como estos coeficientes no pueden ser calculados a través de consideraciones teóricas, en su lugar se emplean calibraciones experimentales y procedimientos numéricos como el MEF.

Algunos investigadores han publicado diferentes análisis del método del taladro aplicado a orificios ciegos por el MEF [Beaney74] [Ajovalasit79] [Flaman87] [Schajer88]. Los coeficientes calculados por Schajer fueron incorporados en la norma ASTM E837.

Comparado con el orificio pasante, el orificio ciego añade una nueva variable independiente al problema: la profundidad adimensional del orificio Z/D_G donde Z es la profundidad desde la superficie y D_G es el diámetro que corresponde al centro longitudinal

de las galgas. De esta manera los coeficientes $\bar{A}$ y $\bar{B}$ pueden ser expresados funcionalmente como:

$$\bar{A} = f_A(E, \nu, r, Z/D_G) \quad (3.23)$$

$$\bar{B} = f_B(E, \nu, r, Z/D_G) \quad (3.24)$$

La referencia [Rendler66] hace una importante contribución a estos coeficientes, pues demuestra que para un material dado, con unas propiedades E y ν determinadas, los coeficientes $\bar{A}$ y $\bar{B}$ dependen solo de la geometría y por tanto son constantes para casos en los que la geometría es parecida. También se ha intentado eliminar la dependencia del material de estos coeficientes. Por ejemplo, Schajer introdujo dos nuevos coeficientes denotados $\bar{a}$ y $\bar{b}$ definidos de la siguiente manera:

$$\bar{A} = \frac{-\bar{a}(1+\nu)}{2E} \quad (3.25)$$

$$\bar{B} = \frac{-\bar{b}}{2E} \quad (3.26)$$

Si se comparan con los coeficientes expresados en (3.11 – 3.13), se puede comprobar que para un orificio pasante, $\bar{a}$ es independiente del material y $\bar{b}$ es levemente dependiente. Schajer calculó una variación menor al 2% del coeficiente $\bar{b}$ cuando la variación del coeficiente de Poisson es $0.25 < \nu < 0.35$.

Si se reescriben las ecuaciones (3.16 – 3.17) utilizando los nuevos coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ obtenemos las siguientes expresiones:

$$P = \frac{E}{1+\nu} \frac{1}{\bar{a}} p \quad (3.27)$$

$$Q = \frac{E}{\bar{b}} q \quad (3.28)$$

$$T = \frac{E}{\bar{b}} t \quad (3.29)$$

$$\sigma_{max}, \sigma_{min} = P \pm \sqrt{Q^2 + T^2} \quad (3.30)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{-T}{-Q} \right) \quad (3.31)$$

donde:

$$P = (\sigma_y + \sigma_x)/2 \quad (3.32)$$

$$Q = (\sigma_y - \sigma_x)/2 \quad (3.33)$$

$$T = \tau_{xy} \quad (3.34)$$

y

$$\sigma_x = P - Q \quad (3.35)$$

$$\sigma_y = P + Q \quad (3.36)$$

$$\tau_{xy} = T \quad (3.37)$$

Las tensiones combinadas P , Q y T representan las tensiones isotrópicas, cortantes a 45° y cortantes axiales respectivamente. El término relativo a τ_{xy} se ha introducido para tener en cuenta la ligera dependencia en la deformación medida de las tensiones tangenciales. El ángulo β entre la galga 1 y la tensión máxima en sentido horario sigue quedando definido por (3.21).

Además, para el cálculo del ángulo β se usa la función común arco tangente que tienen un único argumento. Como resultado β tendrá una ambigüedad de $\pm 90^\circ$. El ángulo correcto puede ser sin embargo calculado usando la función arco tangente con dos argumentos (o *atan2* en algunos lenguajes de computación [Organick66]) donde hay que tener en cuenta los signos del numerador y denominador. De manera alternativa el resultado de la función arco tangente con un argumento puede ser ajustado utilizando la tabla 3.1.

Tabla 3.1: Ajuste del ángulo β . Adaptada de [ASTM E837-13].

	$Q < 0$	$Q = 0$	$Q > 0$
$T > 0$	$-90^\circ < \beta < -45^\circ$	-45°	$-45^\circ < \beta < 0^\circ$
$T = 0$	90°	Sin definir	0°
$T < 0$	$45^\circ < \beta < 90^\circ$	45°	$0^\circ < \beta < 45^\circ$

La figura 3.4 muestra los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ para una roseta tipo A según la ASTM E837-13. Se puede observar como el diámetro de la galga D_G controla la respuesta de la deformación. Si las curvas son normalizadas de esta forma, todas ellas revelan una forma similar. Por ello, esta característica indica que es el diámetro de la roseta el que controla la forma de la respuesta. Por el contrario el diámetro del orificio D controla el tamaño de la curva, pero no su forma.

3.1.2.2.1. Promedio de los resultados.

Aunque teóricamente basta con practicar un orificio hasta su profundidad final y directamente evaluar las tensiones residuales mediante las ecuaciones (3.27 – 3.29), la exactitud de las tensiones residuales evaluadas se incrementa significativamente si las medidas de las deformaciones se realizan en una serie de pequeños incrementos en profundidad, según el orificio es practicado desde cero hasta su profundidad final [Kroenke00]. Esto es debido a que en la práctica ocurren desviaciones experimentales

aleatorias debidas a desviaciones en la lectura de las deformaciones, anomalías en las galgas extensométricas y cambios en las condiciones ambientales cuando los ensayos son llevados a cabo.

Así la norma ASTM E837-13 especifica el uso de ocho incrementos de igual profundidad, cada uno de $0.05 D_G$. El promedio de los resultados se realiza de esta forma mediante las siguientes expresiones: $P = \frac{E}{1+\nu} \frac{\sum(\bar{a} \cdot p)}{\sum \bar{a}^2}$ (3.38)

$$Q = E \frac{\sum(\bar{b} \cdot q)}{\sum \bar{b}^2} \quad (3.39)$$

$$T = E \frac{\sum(\bar{b} \cdot t)}{\sum \bar{t}^2} \quad (3.40)$$

Figura 3.4: Coeficientes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ para una roseta tipo A según ASTM E837-13 [Schajer81].

3.1.2.3. Análisis en orificios ciegos: tensiones residuales no uniformes en profundidad.

Aunque la configuración descrita en la parte 3.1.3.2, correspondiente a un pequeño orificio ciego en una placa de cierto espesor, suficientemente ancha y plana sujeta a tensiones uniformes en profundidad, es mucho más común que el caso de orificio pasante, sigue siendo un caso muy poco habitual en la práctica. Aproximadamente el 90% de los especímenes de medida con las anteriores características geométricas están sometidos a un estado de tensiones residuales que varía con la profundidad.

Esta variación en profundidad introduce un importante reto en el cálculo de las tensiones residuales porque la deformación en la superficie no depende ya solo de una única tensión uniforme, sino de la combinación de tensiones a través del espesor del espécimen.

En esta sección se revisarán los métodos para decodificar las tensiones residuales no uniformes en profundidad que se han desarrollado históricamente hasta llegar al método más utilizado en la actualidad, el método incremental.

3.1.2.3.1. El método de las deformaciones incrementales.

El método de las deformaciones incrementales para la estimación de tensiones residuales no uniformes fue propuesto por primera vez por Soete y Vancrombrugge [Soete50] y posteriormente fue desarrollado por Kelsey [Kelsey56]. Comprende el mecanizado de un orificio mediante pequeños incrementos en profundidad y la medida de las deformaciones relajadas durante este proceso.

Las tensiones que existían originalmente dentro de cada incremento de profundidad son calculadas asumiendo que la relajación de deformaciones es debida en su totalidad a las tensiones que existían dentro de ese incremento. Para cada incremento de profundidad, se usan valores únicos de las constantes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$. Estas constantes se determinan de manera experimental a partir del mecanizado incremental de un espécimen sometido a una distribución externa de tensiones uniformes conocidas.

Este método fue utilizado de forma habitual antes de que apareciese el método integral y posee de importantes limitaciones teóricas: la suposición de que las deformaciones relajadas después de cada incremento dependen solo de las tensiones dentro de ese incremento no es válida, ya que después del primer incremento, la subsecuente relajación de deformaciones es debida a la combinación del efecto de las tensiones dentro del nuevo incremento y el efecto del cambio de la geometría del orificio. El cambio de geometría permite que se sigan relajando las deformaciones a partir de las tensiones que se encontraban en los incrementos previos. Por esta razón, la relajación de deformaciones continúa creciendo incluso si dentro de los nuevos incrementos no existen tensiones.

3.1.2.3.2. El método de la tensión media.

Con el objetivo de evitar los inconvenientes del método de las deformaciones incrementales, se desarrolló un nuevo método basado en el uso de la tensión uniforme equivalente [Nickola86]. La tensión uniforme equivalente es la tensión uniforme en la profundidad total del orificio que produce la misma cantidad de relajación de las deformaciones que la distribución de tensiones no uniforme que existe en la realidad. Se calcula con los mismos valores de las constantes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ utilizados en campos de tensiones uniformes junto a las deformaciones relajadas que se han medido.

Con el método de la tensión media, la tensión uniforme equivalente se calcula utilizando las deformaciones medidas antes y después de cada incremento de profundidad del orificio. Se asume entonces que la tensión uniforme equivalente después del incremento iguala la media espacial de la tensión uniforme equivalente antes del incremento más la tensión existente en el incremento. La tensión dentro del incremento se determina resolviendo la siguiente ecuación:

$$\sigma_{h+\Delta h}(h + \Delta h) = \sigma_h h + \sigma_{\Delta h} \Delta h \quad (3.41)$$

donde Δh es el incremento en profundidad y $\sigma_{h+\Delta h}$, σ_h y $\sigma_{\Delta h}$ son las tensiones uniformes equivalentes dentro de la región indicada por el subíndice.

El método de la tensión media tiene también una limitación importante, pues asume que la tensión uniforme equivalente iguala la tensión media por encima de la profundidad del orificio. Esta situación solo sería real si las deformaciones en todas las profundidades dentro de un determinado un orificio contribuyeran de igual manera a la relajación de las deformaciones medidas en la superficie. En la práctica esto no es así, puesto que las tensiones que se encuentran más cerca de la superficie influyen más en la relajación de deformaciones que aquellas tensiones que se encuentran más alejadas.

Así, la tensión uniforme equivalente es realmente una media ponderada, con un sesgo hacia los valores de tensión más cercanos a la superficie. Scaramangas encontró experimentalmente que para un campo de tensiones que varía linealmente a través de la profundidad del orificio, la tensión uniforme equivalente iguala la tensión real aproximadamente a un cuarto de la profundidad [Scaramangas82]. Por el contrario, la tensión media iguala la tensión real a la mitad de la profundidad.

3.1.2.3.3. El método de las series de potencias.

El método de las series de potencias fue introducido como una aproximación teóricamente aceptable para calcular los campos de tensiones no uniformes a partir de los datos de las deformaciones [Schajer81]. Se usan cálculos por el MEF para calcular una serie de coeficientes ${}^0\bar{a}(h)$, ${}^1\bar{a}(h)$, ${}^2\bar{a}(h)$ y ${}^0\bar{b}(h)$, ${}^1\bar{b}(h)$, ${}^2\bar{b}(h)$ correspondientes a la respuesta de las deformaciones cuando se practica un orificio de profundidad h en la presencia de un campo de tensiones que varía en forma de serie de potencias, por ejemplo ${}^0\sigma(h) = 1$, ${}^1\sigma(h) = h$, ${}^2\sigma(h) = h^2$, etc. Se utiliza entonces esta respuesta de las deformaciones como funciones básicas en un ajuste por mínimos cuadrados de las deformaciones medidas. De esta manera se consigue que las deformaciones medidas sean descompuestas en componentes que corresponden a los campos de tensiones en forma de series de potencias. Se reconstruye entonces el campo real de tensiones sumando los campos de tensiones correspondientes a las componentes individuales de las deformaciones relajadas.

La aplicación del ajuste por mínimos cuadrados se realiza más convenientemente sobre las “ecuaciones normales” [Dahlquist74] para cada deformación compuesta definida en las ecuaciones (3.32 – 3.34). Las tensiones combinadas $P(h)$ son calculadas a partir de las deformaciones $p(h)$ usando:

$$\begin{bmatrix} \sum {}^0\bar{a}(h) {}^0\bar{a}(h) & \sum {}^0\bar{a}(h) {}^1\bar{a}(h) \\ \sum {}^1\bar{a}(h) {}^0\bar{a}(h) & \sum {}^1\bar{a}(h) {}^1\bar{a}(h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0P \\ {}^1P \end{bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \sum {}^0\bar{a}(h) p(h) \\ \sum {}^1\bar{a}(h) p(h) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$P(h) = {}^0P + h {}^1P \quad (3.43)$$

donde 0P y 1P son las dos primeras componentes de las series de potencias del campo de tensiones P , y los sumatorios de los productos son considerados en todas las profundidades h usadas en la medida de las deformaciones. Este cálculo es repetido para $Q(h)$ y $T(h)$ usando las deformaciones $q(h)$ y $t(h)$, los coeficientes $\bar{b}(h)$ en vez de $\bar{a}(h)$

y omitiendo el factor $(1 + \nu)$. El campo de tensiones en coordenadas cartesianas se calcula utilizando las expresiones (3.35 – 3.37) considerando todas las profundidades.

Los valores más recientes calculados de ${}^0\bar{a}(h)$, ${}^1\bar{a}(h)$ y ${}^0\bar{b}(h)$, ${}^1\bar{b}(h)$ pueden encontrarse en la referencia [Schajer88]. Sólo los dos primeros valores de las series de potencias son considerados porque el método del taladro no se adapta bien a términos del campo de tensiones más allá del uniforme y el lineal. Por la misma razón, la máxima profundidad se limita a $0.25 D_G$.

Una ventaja del método de las series de potencias es que el análisis de mínimos cuadrados crea el mejor ajuste posible considerando los datos de deformaciones. El efecto de promediar los resultados es efectivo cuando se utilizan muchos incrementos de profundidad. Sin embargo, el método está limitado ya que solo se ajusta bien cuando el campo de tensiones residuales varía de forma suave en profundidad, cosa que no ocurre por ejemplo en los campos de tensiones residuales creados mediante la técnica LSP.

3.1.2.3.4. El método de Schwarz-Kockelmann.

Este método fue propuesto por T. Schwarz y H. Kockelmann en 1993 y se basa en la medida de la variación de las deformaciones durante el taladrado del orificio (figura 3.5) [Schwarz93]. Fue incentivado por la compañía de soluciones de medida y fabricante de galgas extensométricas HBM, como respuesta al método integral incentivado por su competidor Vishay.

Supone una etapa preliminar donde se determina de forma numérica/experimental las funciones de relajación definidas por:

$$K_x(\xi) = \frac{E}{\sigma} \frac{d\varepsilon_x}{d\xi} \quad (3.44)$$

$$K_y(\xi) = \frac{E}{\sigma} \frac{d\varepsilon_y}{d\xi} \quad (3.45)$$

donde ε_x y ε_y son las deformaciones medidas por las galgas extensométricas orientadas, respectivamente, de forma paralela y perpendicular a la dirección de la sollicitación en el caso de una carga uniaxial.

Después de que las funciones de relajación hayan sido definidas, el campo de tensiones puede ser calculado aplicando las siguientes fórmulas:

$$\sigma_a(\xi) = \frac{E}{(K_x(\xi))^2 - \nu^2 (K_y(\xi))^2} \left[K_x(\xi) \frac{d\varepsilon_a(\xi)}{d\xi} + \nu K_y(\xi) \frac{d\varepsilon_c(\xi)}{d\xi} \right] \quad (3.46)$$

$$\sigma_b(\xi) = \frac{E}{(K_x(\xi))^2 - \nu^2 (K_y(\xi))^2} \left[K_x(\xi) \frac{d\varepsilon_b(\xi)}{d\xi} + \nu K_y(\xi) \left(\frac{d\varepsilon_a(\xi)}{d\xi} + \frac{d\varepsilon_c(\xi)}{d\xi} - \frac{d\varepsilon_b(\xi)}{d\xi} \right) \right] \quad (3.47)$$

$$\sigma_c(\xi) = \frac{E}{(K_x(\xi))^2 - \nu^2 (K_y(\xi))^2} \left[K_x(\xi) \frac{d\varepsilon_c(\xi)}{d\xi} + \nu K_y(\xi) \frac{d\varepsilon_a(\xi)}{d\xi} \right] \quad (3.48)$$

donde ξ se ha definido de forma adimensional como:

$$\xi = h/D \quad (3.49)$$

y los valores de las tensiones principales pueden calcularse mediante:

$$\sigma_{1,2}(\xi) = \frac{\sigma_a(\xi) + \sigma_c(\xi)}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_a(\xi) - \sigma_b(\xi))^2 + (\sigma_c(\xi) - \sigma_b(\xi))^2} \quad (3.50)$$

$$\beta(\xi) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{(\sigma_b(\xi) - \sigma_c(\xi))^2}{(\sigma_b(\xi) - \sigma_a(\xi))^2} \right) \quad (3.51)$$

Las funciones de calibración de este método están solo publicadas para ciertas rosetas de HBM y para todas las rosetas en determinados softwares comerciales.

Figura 3.5: Esquema del método de Schwarz-Kockelmann [AIAS10].

Aunque los resultados obtenidos por esta técnica puedan coincidir con los del método integral, este método es aproximado (como ocurre con el enfoque de las deformaciones incrementales) porque no tienen en cuenta el cambio de geometría del orificio con la profundidad y supone que las deformaciones relajadas después de cada incremento dependen solo de las tensiones dentro de ese incremento.

3.1.2.3.5. El método integral.

Como ya se ha comentado anteriormente, la variación en profundidad de las tensiones hace que la deformación en la superficie no dependa de una única tensión uniforme, sino de una combinación de tensiones. La combinación de tensiones a través del espesor del espécimen quedaría, por ejemplo para el estado isotrópico de tensiones y deformaciones, de la siguiente manera:

$$p(h) = \frac{1+\nu}{E} \int_0^h \hat{a}(H, h) P(H) dh \quad (3.52)$$

donde $p(h)$ es la deformación isotrópica combinada definida en (3.18) que es relajada cuando el orificio alcanza una profundidad h , $P(H)$ es la tensión isotrópica combinada definida en (3.32) que existe en la profundidad H desde la superficie de referencia, y $\hat{a}(H, h)$ es la generalización de la constante de calibración $\bar{a}(h)$ definida en la ecuación (3.27). En las expresiones anteriores a (3.41), se omitía por concisión explícitamente la dependencia de h . La ecuación (3.52) se puede generalizar de forma similar para $q(h)$ y $t(h)$ usando la función $\hat{b}(H, h)$.

Las ecuaciones del tipo de la ecuación (3.41) se clasifican matemáticamente como ecuaciones de Volterra de tipo uno, que describen un “problema inverso” porque la tensión que tiene que ser determinada se encuentra dentro de la integral. La solución de la ecuación (3.41) se calcula por medio de los llamados “métodos inversos”, que son especialmente diseñados para este tipo de ecuaciones.

El método más común utilizado para resolver la ecuación (3.52) se llama método integral o método del pulso unitario, el cual es una generalización de las ecuaciones (3.27 – 3.29) [Schajer88]. La técnica de medida supone el taladrado del orificio en una secuencia de pequeños incrementos, midiendo las deformaciones después de cada incremento. Se asume que las tensiones son constantes localmente en cada incremento, dando una representación escalonada que se asemeja a un histograma, tal como muestra la figura 3.6. Este es el método que se ha utilizado en esta Tesis.

Con este enfoque, las tensiones escalares P, Q y T de las ecuaciones (3.27 – 3.30) se convierten en los vectores P_j, Q_j y T_j donde $j = 1, 2, \dots, n$ es el índice que indica los n incrementos de profundidad de las tensiones que corresponden con los incrementos del orificio. Con las deformaciones p, q y t ocurre algo similar, convirtiéndose en p_i, q_i y t_i con $i = 1, 2, \dots, n$:

$$p_i = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1)_i / 2 \quad (3.53)$$

$$q_i = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)_i / 2 \quad (3.54)$$

$$t_i = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2 \varepsilon_2)_i / 2 \quad (3.55)$$

$$P_j = [(\sigma_3)_j + (\sigma_1)_j] / 2 \quad (3.56)$$

$$Q_j = [(\sigma_3)_j - (\sigma_1)_j] / 2 \quad (3.57)$$

$$T_j = (\tau_{13})_k \quad (3.58)$$

Figura 3.6: Representación de la variación escalonada de las tensiones residuales en profundidad usada en el método integral.

De forma análoga, las constantes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ se convierten en las componentes matriciales $\bar{a}_{ij}$ y $\bar{b}_{ij}$ cuyas componentes relacionan las tensiones en el incremento en profundidad j y las deformaciones medidas en un orificio de profundidad i :

$$\bar{a}_{ij} = \int_{h_{j-1}}^{h_j} \hat{a}(H, h_i) dH \quad (3.59)$$

$$\bar{b}_{ij} = \int_{h_{j-1}}^{h_j} \hat{b}(H, h_i) dH \quad (3.60)$$

La figura 3.7 muestra la interpretación física de la matriz $\bar{a}$ [Schajer88]. Considerando por ejemplo el coeficiente $\bar{a}_{32}$, este representa la deformación causada por una tensión unitaria dentro del incremento 2 en un orificio de 3 incrementos de profundidad. La matriz es triangular inferior porque solo las tensiones que existen dentro del orificio contribuyen a las deformaciones medidas. Los valores numéricos de las constantes de calibración pueden calcularse mediante el MEF [Schajer81 88].

Con las generalizaciones anteriores, las ecuaciones (3.27 – 3.30) se convierten en:

$$\bar{a} \vec{P} = \frac{E}{(1+\nu)} \vec{p} \quad (3.61)$$

$$\bar{b} \vec{Q} = E \vec{q} \quad (3.62)$$

$$\bar{b}\vec{T} = E \vec{t} \quad (3.63)$$

donde la flecha indica un vector, $\bar{a}$ y $\bar{b}$ son matrices y E y ν son escalares.

Figura 3.7: Interpretación física de las constantes de calibración $\bar{a}_{ij}$ (en esta figura $i = j$ y $j = k$) [adaptada de ASTM E837-13].

Las ecuaciones (3.61 – 3.63) son independientes entre sí y pueden ser resueltas individualmente. Por último, los resultados de las tensiones combinadas pueden ser convertidas a las direcciones principales y cartesianas dentro de cada incremento considerando las versiones vectoriales de las ecuaciones (3.30 – 3.31) y (3.35 – 3.37) respectivamente:

$$(\sigma_1)_j = P_j - Q_j \quad (3.64)$$

$$(\sigma_3)_j = P_j + Q_j \quad (3.65)$$

$$(\tau_{13})_j = T_j \quad (3.66)$$

$$(\sigma_{max})_j, (\sigma_{min})_j = P_j \pm \sqrt{Q_j^2 + T_j^2} \quad (3.67)$$

$$\beta_j = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{-T_j}{-Q_j} \right) \quad (3.68)$$

La tabla 3.1 también es de aplicación para ajustar el ángulo β , o puede utilizarse la función arco tangente con dos argumentos.

En general, y no solo con el método integral, el cálculo de las tensiones residuales no uniformes por el método del taladro incremental está limitada en la profundidad en las que estas pueden ser evaluadas. Es un límite físico y se describe mediante el principio de Saint-Venant: cuanto más alejadas están las tensiones de la superficie, que es dónde se miden las deformaciones, menor influencia tendrán las tensiones en las medidas.

En el método integral este efecto puede ser visualizado en los valores de los elementos de la diagonal de las matrices pues los valores se van haciendo más pequeños según se incrementa la dimensión de las matrices (o lo que es lo mismo, la profundidad) pues representan las deformaciones en la superficie causados por las tensiones en el fondo del orificio. El material que rodea el fondo del orificio ofrece un soporte sustancial a estas tensiones, por lo que solo una pequeña fracción de su efecto aparece en la superficie. El efecto se vuelve más extremo si el orificio se hace más profundo. De esta forma el límite físico se convierte en un problema matemático pues si los elementos de la diagonal se aproximan a cero, la matriz se convierte en singular y no se pueden evaluar las tensiones. En la práctica las tensiones pueden ser evaluadas hasta una profundidad de $0.2 D_G$.

En la bibliografía de índole matemática este problema es descrito como que las ecuaciones (3.61 – 3.63) están mal condicionadas. El efecto en las tensiones calculadas es que aparece un ruido importante en forma de grandes variaciones locales. Sin embargo, hay que tener en cuenta que es un problema físico causado por la acción del principio de Saint-Venant y por lo tanto no tiene un origen matemático que pueda ser resuelto utilizando otro enfoque. Así, la primera medida a tener en cuenta en los problemas mal condicionados es prestar una gran atención a la técnica experimental que debe ser extremadamente meticulosa. Reduciendo las desviaciones en la medida, se pueden reducir directamente las desviaciones en la evaluación de las tensiones. Las referencias [Grant06] [Vishay10] y [AIAS10] proveen cuantiosa información sobre cómo realizar medidas de calidad con el método del taladro incremental.

Después de haber dado prioridad a la calidad experimental, existen algunas técnicas matemáticas que pueden utilizarse para mejorar de los efectos restantes de las imperfecciones experimentales. En este sentido, dos son las técnicas más utilizadas: el uso de un número pequeño de incrementos y la regularización de Tikhonov.

3.1.2.3.5.1. Uso de un pequeño número de incrementos.

La primera opción para minimizar las posibles desviaciones experimentales es escoger un pequeño número de incrementos en profundidad del orificio, con tamaños que se hacen mayores a la vez que el orificio se hace más profundo [Vangi94]. De esta manera, cada incremento tiene mayor área donde las tensiones pueden actuar y por tanto tienen una mayor fuerza resultante. Además, el área de cada incremento sucesivo es cada vez mayor con el objetivo de compensar la menor sensibilidad cuando crece la profundidad.

Zucarello llegó a la conclusión de que la distribución óptima de pasos en profundidad, considerando las tensiones principales, tiene lugar cuando $a_{ii} = \text{cte}$ [Zucarello98].

La técnica de utilizar un pequeño número de incrementos resulta efectiva para minimizar las desviaciones experimentales y evitar una distribución de tensiones calculada con excesivo ruido. Sin embargo, la resolución espacial se ve afectada y la técnica se ve comprometida si existen realmente grandes variaciones en las tensiones residuales, especialmente en profundidad.

3.1.2.3.5.2. Regularización de Tikhonov.

Una alternativa al método anterior es la utilización de muchos pequeños incrementos aumentando así la cantidad de datos utilizados en el proceso de cálculo. Sin embargo, esta técnica usada por sí misma conllevaría importantes oscilaciones en la solución de tensiones, porque la solución de tensiones se rige por las diferencias entre medidas de deformaciones sucesivas, que son en este caso muy pequeñas y que concluiría en grandes desviaciones relativas.

Una estrategia matemática para solucionar el problema de las oscilaciones consiste en buscar el mejor ajuste de la solución que se aproxima de forma suave a los datos medidos. Para este fin se puede utilizar la regularización de Tikhonov [Tikhonov95], que comprende la modificación de las ecuaciones (3.61 – 3.63) para penalizar la componente que contiene el ruido en la solución de tensiones [Schajer07], de la siguiente manera:

$$(\bar{a}^t \bar{a} + \alpha_p \bar{c}^t \bar{c}) \vec{P}_{\text{reg}} = \frac{E}{(1+\nu)} \bar{a}^t \vec{p} \quad (3.64)$$

$$(\bar{b}^t \bar{b} + \alpha_q \bar{c}^t \bar{c}) \vec{Q}_{\text{reg}} = E \bar{b}^t \vec{q} \quad (3.65)$$

$$(\bar{b}^t \bar{b} + \alpha_t \bar{c}^t \bar{c}) \vec{T}_{\text{reg}} = E \bar{b}^t \vec{t} \quad (3.66)$$

donde el subíndice “reg” indica la solución de las tensiones utilizando la regularización. La matriz $\bar{c}$ de dimensión $n \times n$ contiene el operador derivada segunda, que para incrementos de profundidad de valor constante contiene la secuencia $[-1 \ 2 \ -1]$ en cada fila centrada en la diagonal principal, excluyendo la primera y la última fila para evitar que la secuencia incompleta cree una solución más plana y de menor cantidad en el primer y último punto.

Los coeficientes α_p , α_q y α_t son los parámetros que controlan la cantidad de regularización utilizada. Para $\alpha_p = \alpha_q = \alpha_t = 0$ las ecuaciones (3.58 – 3.60) se reducen a las ecuaciones (3.61 – 3.63) y no existe el efecto de la regularización. Incrementando el valor de los parámetros la cantidad de regularización aumenta. Mientras que valores demasiado pequeños suavizan insuficientemente la solución de tensiones, valores demasiado grandes suavizan excesivamente la solución de tensiones y eliminan “detalles” locales de las tensiones. La regularización óptima elimina la mayor parte del ruido de las medidas mientras que preserva los detalles espaciales.

Una manera de estimar la regularización óptima es la utilización del criterio de Morozov. Este dice que la cantidad óptima de regularización ocurre cuando la diferencia (llamada “misfit” en la fuente original) entre las deformaciones medidas y las deformaciones que resultarían de la solución regularizada tiene una norma euclídea igual a la desviación estándar de las medidas. Por ejemplo considerando a $\vec{P}$, la diferencia “misfit” quedaría como sigue:

$$\vec{p}_{\text{misfit}} = \vec{p} - \frac{(1+\nu)}{E} \bar{a} \vec{P}_{\text{reg}} \quad (3.67)$$

La desviación estándar de las medidas se estima con la desviación resultante del ajuste a una parábola, de todas las secuencias posibles de cuatro puntos consecutivos.

La utilización del método integral junto a la regularización de Tikhonov funciona en la práctica correctamente porque promedia una gran cantidad de datos de medida. Sin embargo, la técnica no responde bien ante cambios importantes en las tensiones por su tendencia a suavizar los datos. La norma ASTM E837-13 utiliza y estandariza este procedimiento como solución para mejorar los efectos de las imperfecciones experimentales.

3.1.2.3.6. El método de los algoritmos genéticos.

El método que utiliza algoritmos genéticos para calcular las tensiones residuales fue propuesto originalmente por la Universidad de Pisa a finales de los años 90 como una extensión del método integral [Beghini99 00 10 10b]. Se basa en las ecuaciones (3.61 – 3.63) propuestas por Schajer pero para resolver la ecuación (3.52) no supone que las tensiones son constantes localmente en cada incremento. En su lugar se describe el estado tensional mediante funciones como pueden ser los splines, series de potencias o series de Fourier.

La gran desventaja de este método es que, al no considerar constantes las tensiones en cada incremento, la dificultad matemática de resolver la ecuación (3.52) aumenta extraordinariamente, haciendo necesario utilizar técnicas matemáticas avanzadas como el uso de algoritmos genéticos y la formulación de algunas hipótesis en las desviaciones experimentales. Por esta razón, su uso en la práctica no se ha extendido siendo el método integral el más utilizado para el cálculo de tensiones residuales no uniformes en profundidad.

3.2. Estado del conocimiento en la estimación de incertidumbres en el método del taladro incremental.

El conocimiento de la incertidumbre de todo ensayo utilizado en la medición de una cierta propiedad del material es importante y necesario, ya que permite a los usuarios del ensayo tener la capacidad de poder interpretar los resultados y tomar decisiones oportunas sobre la aceptación de los mismos.

En el caso particular del método del taladro incremental para medir tensiones residuales en materiales elásticos lineales e isotrópos, el tema de la estimación de incertidumbres, incluyendo una metodología adecuada que permita su cálculo, no es un tema que haya sido abordado en profundidad hasta la fecha. Quizás el motivo principal es la gran complejidad que conlleva la estimación de incertidumbres en este método, ya que solo la

simple evaluación de las tensiones residuales (no solo por este método, sino por cualquiera) es un desafío muy importante debido a que estas se encuentran “encerradas” dentro del material. Además, el método del taladro incremental implica numerosos subprocesos que añaden un gran número de fuentes de incertidumbre al proceso general. Estos procesos incluyen la preparación de la superficie, el pegado de las galgas extensométricas, la conexión de la instrumentación de medida, el alineamiento del orificio, el establecimiento del punto de inicio o posición cero, el taladrado del orificio o la medida de las magnitudes que intervienen en el ensayo. El material objeto de test es también una fuente de incertidumbre pues a la incertidumbre propia del conocimiento de las propiedades del material se unen otros factores, como la heterogeneidad de este o la posible existencia previa de tensiones residuales en el caso de querer medir tensiones inducidas conocidas.

También resulta fundamental el hecho de que los equipos de medida solo pueden realizar un test en cada punto de medida. Medidas adicionales resultan, en la medición de otro punto que puede tener diferentes tensiones residuales. Por lo tanto, en principio no se pueden repetir las medidas en las mismas condiciones para análisis estadísticos.

Otro factor a tener muy en cuenta es la falta de patrones o materiales de referencia para la medida de tensiones residuales ya que estos simplemente no existen. Una alternativa que ha sido utilizada en varias ocasiones es el empleo de probetas con distribuciones de tensiones residuales conocidas, sin embargo a la dificultad de preparación de estas probetas se une que no existe una estandarización en el mundo científico y que cada autor utiliza el método que más le conviene.

Las habilidades y experiencia del operador han sido identificadas como probablemente los factores más importantes en la obtención de resultados precisos. El tamaño de la roseta de galgas extensométricas es también importante en este aspecto pues, aunque las rosetas de menor tamaño puedan ofrecer en principio la posibilidad de medida de tensiones residuales en zonas más cercanas a la superficie, las desviaciones experimentales generadas asociadas a estas rosetas (exactitud del orificio practicado, control de la profundidad, excentricidad, etc.) son mayores que los correspondientes a rosetas de mayor tamaño.

En el caso de tensiones uniformes en profundidad los estudios sobre las incertidumbres son más numerosos que en el caso de tensiones no uniformes, reduciéndose estos últimos sólo a unas pocas referencias. Aunque el caso de tensiones uniformes es considerablemente más sencillo, algunas de sus conclusiones pueden extenderse al caso de tensiones residuales no uniformes.

3.2.1. Caso de tensiones residuales uniformes en profundidad.

De forma general, se espera que las tensiones residuales uniformes determinadas mediante el método del taladro presenten un sesgo no mayor al $\pm 10\%$, considerando que las tensiones que presenta el material son realmente uniformes en profundidad y que la

técnica de taladrado no introduzca tensiones apreciables por medio del mecanizado del orificio [Beaney74 76]. Sin embargo, el requerimiento de que las tensiones residuales no varíen significativamente en profundidad es muy difícil de reconocer en la práctica [Schajer88 b], puesto que las tensiones residuales son inducidas por varios procesos de forma común, como el mecanizado, el conformado, la soldadura y otras técnicas de fabricación que aplican energía en y a través de la superficie de los componentes. De esta manera, la mayoría de las veces se encuentran gradientes de tensiones cerca de la superficie, y raramente se presentan distribuciones de tensiones residuales uniformes en los materiales. Si el método de cálculo de tensiones uniformes se aplica a una distribución no uniforme que no haya sido previamente reconocida, la desviación puede ser mucho mayor al del 10% apuntado anteriormente y normalmente se subestimarán el valor de las tensiones máximas.

En 1985 se llevó a cabo un programa de ensayos round-robin en especímenes de acero inoxidable AISI 1018 que previamente se habían sometido a un tratamiento de relajación de tensiones [Yavelak85]. Para mecanizar el orificio se utilizaron diferentes técnicas de taladrado, como el taladrado de alta velocidad (mediante una turbina neumática), el taladrado de baja velocidad (utilizando un taladro eléctrico convencional) y el taladrado abrasivo por medio de aire. Se realizaron 26 medidas en ocho laboratorios en ocho probetas nominalmente idénticas y los resultados mostraron una desviación estándar de 14 MPa entre las diferentes medidas.

Un año después se publicaron los resultados de otro programa similar de ensayos round-robin, contando con especímenes de acero inoxidable 304 en los que previamente se había relajado las tensiones residuales [Flaman86]. Se utilizaron 46 especímenes nominalmente idénticos y se distribuyeron entre 35 laboratorios para que realizaran los ensayos por distintos métodos. Las 46 medidas que se realizaron mediante taladrado de alta velocidad y taladrado abrasivo por medio de aire mostraron una desviación estándar no superior a los 12 MPa. En cambio, los resultados de seis medidas por taladrado de baja velocidad mostraron resultados no consistentes.

Hasta la fecha no se ha realizado un programa de ensayos round-robin para especímenes tensionados y desde al menos 2008 se lleva planeando este programa por la Residual Stress Technical Division of the Society for Experimental Mechanics con la participación del Subcomité ASTM E28.13. Aun así, la variabilidad de los resultados obtenidos en la medición de especímenes libres de tensiones se espera que sea considerablemente menor que en el caso de especímenes que sí contengan tensiones residuales.

Las evaluaciones de la precisión del método del taladro aplicado a aceros al carbono o inoxidables no pueden aplicarse a otros materiales, pues pueden tener otras características de mecanizado que difieran considerablemente de las del acero. La técnica de taladrado de alta velocidad se ha mostrado efectiva para diversos materiales como el cobre, el aluminio, el circonio y el estelite [Flaman85].

Oettel resumió y clasificó las fuentes de desviaciones en la referencia [Oettel00]. Surgió como un Code of Practice [CoP] dentro del proyecto UNCERT financiado por la European Commission's Standards, Measurement and Testing bajo el programa SMT4-CT97-2165 para simplificar la manera en la que las incertidumbres son calculadas. El objetivo fue producir una serie de documentos con un formato común, sencillos y accesibles a los consumidores, laboratorios de ensayo y autoridades de acreditación. Se trata por tanto de un documento básico y simple dividido en siete etapas:

- Paso 1: Identificar los parámetros para los cuales la incertidumbre tiene que ser estimada.
- Paso 2: Identificar las fuentes de incertidumbre en el ensayo.
- Paso 3: Clasificar las fuentes de acuerdo a Tipo A o Tipo B.
- Paso 4: Estimación de las fuentes de incertidumbre para cada fuente de incertidumbre.
- Paso 5: Computar la incertidumbre combinada.
- Paso 6: Computar la incertidumbre expandida.
- Paso 7: Reporte de resultados.

Cabe destacar que esta referencia anima a los laboratorios a realizar su propia lista de fuentes de incertidumbres pues estas dependen de los medios utilizados y las características individuales de cada ensayo.

Más recientemente, Scafidi et al. presentaron un procedimiento para evaluar la incertidumbre de las tensiones uniformes [Scafidi11]. Proponen además procedimientos para la corrección de las principales fuentes de desviaciones para evitar el inconveniente de que alguno de los parámetros de influencia del experimento caiga fuera de las limitaciones estándar, lo que ocurre frecuentemente en la práctica. Estas desviaciones son los efectos térmicos, la excentricidad entre el orificio y la roseta, el radio de acuerdo del fondo del orificio y los efectos de plastificación. Desafortunadamente, la corrección de estas desviaciones no es siempre posible considerando el caso de tensiones variables.

3.2.2. Caso de tensiones residuales no uniformes en profundidad.

Todavía no se ha llevado a cabo un programa extensivo para evaluar la exactitud de las medidas de tensiones no uniformes. Sin embargo, se espera que las desviaciones típicas sean mucho mayores que en el caso de medidas de tensiones uniformes.

En la bibliografía podemos encontrar un estudio que examinó la aplicación del método del taladro incremental en campos generados mediante granallado [Lord02]. Debido a la pronunciada pendiente del gradiente de tensiones, un único valor para la incertidumbre o desviación típica no puede ser identificado. Por tanto, los valores de las tensiones

residuales deben ser comparados en una serie de profundidades. Los resultados muestran en general, una mayor variación que la observada con campo de tensiones uniformes, particularmente en las zonas que se encuentran más cercanas a la superficie. Entre las conclusiones que se obtuvieron, se encuentra que la exactitud de las deformaciones medidas en los primeros incrementos tienen un efecto importante en los subsecuentes resultados, ya que en esa zona es donde la sensibilidad de las deformaciones es mayor y las deformaciones son por si mismas pequeñas y más susceptibles a desviaciones. Además, la calidad de las medidas está directamente relacionada a menudo con la habilidad del operador y la calidad de la configuración, disposición y organización de los experimentos. Por lo tanto, resulta fundamental que se utilice una práctica de medida meticulosa y un método de análisis correcto.

Otros factores que controlan la precisión y exactitud de los resultados incluye el desalineamiento de la fresa (también llamado excentricidad), la presencia de grandes gradientes de deformaciones cerca de la superficie, y la identificación de la superficie de referencia o detección del cero: cuando entra en contacto la fresa con la probeta después de que la fresa haya atravesado la galga extensométrica y el adhesivo que la une a la probeta.

La identificación del cero es particularmente importante cuando se quieren identificar las tensiones cerca de la superficie. En estos casos la incertidumbre en definir esta posición puede ser del orden de la rugosidad de la superficie.

Otros autores también han estudiado las incertidumbres en las tensiones variables en profundidad. Sin embargo, siempre lo han hecho de una manera simplificada y casi siempre como un medio para calcular otros resultados finales.

De esta forma, Vangi examinó los efectos de las desviaciones de medida en la evaluación de las tensiones residuales por el método integral [Vangi94]. Consideró solamente las incertidumbres asociadas con las deformaciones relajadas y el diámetro del orificio. También contempló varias simplificaciones, como considerar independientes y constantes las desviaciones de las deformaciones para todas las medidas. Finalmente, el estudio propone los puntos para evaluar las incertidumbres en relación con la incertidumbre máxima permisible.

En 1996 Schajer y Altus describieron un método para calcular el intervalo de tensiones que tiene una probabilidad específica de contener las tensiones residuales reales por el método integral [Schajer96]. Consideraron las desviaciones asociadas con las deformaciones, diámetro del orificio, profundidad de los pasos y constantes de los materiales. Además, se asume que las desviaciones tienen media nula, una distribución normal, son independientes de las otras y son proporcionales linealmente a la desviación resultante de las tensiones. Se siguió una estrategia de cálculo cuando todos los tipos de desviaciones consideradas se dan al mismo tiempo, que evita la violación de la asunción de la independencia de las desviaciones.

Zuccarello evaluó la incertidumbre de las tensiones con el fin de optimizar las profundidades donde son evaluadas, en el caso del método integral [Zuccarello99]. Como simplificación, solo se tienen en cuenta las deformaciones relajadas porque otras fuentes experimentales producen desviaciones proporcionales a las tensiones y, por tanto, si se las tuviera en cuenta, no sería posible obtener información a priori sobre las incertidumbres. Para evitar el inconveniente de la no independencia de las deformaciones, se consideran incrementos de deformación en vez de las deformaciones en sí, ya que su correlación es mucho más pequeña.

La última referencia que encontramos en la literatura tiene como autores a Prime y Hill [Prime06]. Proponen un nuevo enfoque para estimar la incertidumbre en problemas inversos en el cálculo de tensiones residuales para seleccionar el orden de las series de expansión. Consideran la covarianza entre los parámetros de ajuste, sin embargo, el artículo está enfocado principalmente al método de la ranura y el método integral tiene un orden fijo de expansión igual a cero. Dos fuentes de incertidumbre son consideradas: la desviación del modelo (la capacidad de las series de expansión elegidas para ajustarse a la variación real de las tensiones) y la desviación de las deformaciones.

3.3. Estado del conocimiento en el cálculo de las distribuciones de puntos en profundidad.

Aunque algunas técnicas matemáticas puedan ayudar a disminuir los defectos experimentales, como ya se ha comentado anteriormente, la calidad experimental es esencial a la hora de obtener medidas satisfactorias de tensiones residuales por el método del taladro incremental.

Entre las técnicas matemáticas destaca la elección de las distribuciones de puntos en profundidad donde evaluar las deformaciones medidas. Esta estrategia se basa en el hecho de que, al elegir intervalos cada vez más grandes, la incertidumbre es menor, ya que las desviaciones afectarían menos a los valores de las variables de entrada al ser estas últimas de mayor magnitud. Por el contrario, la resolución obtenida sería menor y se podrían no captar adecuadamente los gradientes en las tensiones residuales si estos son grandes. Esta opción lleva a la elección de puntos con intervalos de tamaño creciente según el orificio se va haciendo más profundo.

Con el fin de elegir los mejores puntos en profundidad para calcular las tensiones residuales, la referencia [Zuccarello99] propone un método original y proporciona algunas distribuciones en profundidad para usos prácticos. Parte desde la elección de una incertidumbre admisible y utiliza el número de condición de la matriz $\bar{a}$, en el caso de la tensión hidrostática P , lo que lleva a la condición $a_{ii} = \text{constante}$ para elegir los intervalos en profundidad requeridos. La misma metodología es aplicada a la matriz $\bar{b}$ y a las componentes de las tensiones Q y T . De esta manera, dos distribuciones de profundidades son propuestas para $a_{ii} = \text{constante}$ y para $b_{ii} = \text{constante}$. Además,

como el número de condición es solo una estimación de la incertidumbre de las tensiones residuales, la propagación de incertidumbres solo es utilizada para elegir el número de puntos de la distribución.

La referencia [Zucarello99] aplica ciertas simplificaciones al cálculo de las profundidades óptimas. De esta manera emplea incrementos de deformación en lugar de las deformaciones totales, y así evitar tener que tratar con las correlaciones de estas, ya que las correlaciones de los incrementos son débiles en comparación con las de las deformaciones absolutas. También supone que la fuente de incertidumbre más influyente es debida a las deformaciones medidas y utiliza solo esta incertidumbre para realizar los cálculos porque estas incertidumbres no son proporcionales a las tensiones residuales presentes en el material y pueden utilizarse de antemano para prever las profundidades óptimas.

Sin embargo, otras referencias indican que, aunque esta fuente de incertidumbre es importante, también hay otras que influyen en gran medida [Schajer96] [Peral17]. La información de la referencia [Zucarello99] es proporcionada para distribuciones de 4, 6, 8 y 10 puntos, con una relación entre el diámetro del orificio y el diámetro medio de la galga $\frac{D}{D_h} = 0.5$, para las rosetas tipo A y para valores del coeficiente de Poisson de 0.3.

La referencia [Barsanescu06] amplía la información proporcionada en [Zucarello99] con distribuciones de puntos para relaciones $\frac{D}{D_h} = 0.3, 0.4$ y 0.5 y añade más puntos a las distribuciones (4, 6, 8, 10 o 12 puntos). Ambas referencias enfrentan el problema de la elección de los puntos para evaluar las tensiones residuales desde el punto de vista de la máxima incertidumbre que es aceptable para posteriormente elegir el número de puntos óptimo (número de condición de la matriz).

3.4. Estado del conocimiento en la corrección de desviaciones en el método del taladro incremental.

El método del taladro incremental se fundamenta en la modelización de la realidad, en la simulación de un proceso de taladrado de un orificio en un material con unas características homogéneas determinadas y, en la medida de las deformaciones alrededor de este para posteriormente decodificar las tensiones residuales originales que existían. Por lo tanto, toda aquella variable que en un ensayo real se aleje de las suposiciones del modelo, provocará desviaciones de mayor o menor importancia en la estimación final de las tensiones. Además, las desviaciones en el método del taladro incremental son provocadas también por la incapacidad de poder controlar adecuadamente todas las variables dentro de un ensayo experimental.

Si se considera como modelo “estándar” el propuesto por Schajer [Schajer88] por ser el primer trabajo completo sobre medida de tensiones residuales no uniformes, y por ser el

modelo seguido por la gran mayoría de autores posteriores, existen algunas características comunes a destacar. Estas son: la geometría cilíndrica e ideal del orificio practicado, la no existencia de gradientes en el plano (de manera local), el posicionamiento del orificio exactamente en el centro de la roseta de galgas, la superficie plana donde se realiza el ensayo, el espesor de la pieza (especímenes de espesor considerable, mayor a 6 mm en el caso de orificios de dos milímetros de diámetro nominal), la medida de las deformaciones en superficie por medio de las galgas extensométricas ideales (miden la totalidad de las deformaciones liberadas), un coeficiente de Poisson igual a 0.3, la elasticidad lineal, la homogeneidad y la isotropía de los materiales de ensayo, o la no introducción de tensiones residuales en el taladrado del orificio y la no introducción de tensiones de tipo térmico.

La norma ASTM E837 utiliza una aplicación directa del modelo estándar, pero es a su vez más restrictiva. Esto es lógico ya que la norma trata de estandarizar y simplificar el ensayo para que cualquier laboratorio pueda ponerlo en práctica de una manera sencilla. De esta manera, las restricciones que presenta se antojan fundamentales en este objetivo.

Una estrategia habitual que se ha utilizado ha sido la limitación de las desviaciones que se sabe que se van a cometer. Con esta limitación se ha buscado la minimización del efecto de las desviaciones, pues todo ensayo en el que alguna variable caiga fuera de los límites marcados, debe ser descartado. Aunque este método es efectivo en su fin, en la práctica su aplicación estricta hace que, por ejemplo, en el caso de la norma ASTM E837, alrededor del 70% de los ensayos realizados queden fuera de sus límites. Esto afecta a variables como son la excentricidad, el diámetro del orificio, la geometría de las probetas o el límite elástico y las propiedades homogéneas del material ensayado.

Concretamente la norma ASTM E837-13 especifica los siguientes límites y especificaciones para limitar las desviaciones, en el caso de medidas de tensiones residuales no uniformes:

- Gradientes de las tensiones residuales en el plano pequeños.
- Rosetas de galgas extensométricas tipo A, B o C (figura 3.8).

Figura 3.8: Diseño de las rosetas de galgas extensométricas recomendadas por la norma ASTM E837 [vishaypg.com].

- Espesor del espécimen mucho mayor al diámetro del orificio practicado (al menos de valor D_G para rosetas tipo A y B y $1.2 D_G$ para rosetas tipo C).

- Comportamiento del material elástico lineal.
- Tensiones residuales que no excedan el 80% del límite elástico del material (debido a que puede ocurrir plastificación por concentración de tensiones alrededor del orificio practicado).
- Espécimen con área de ensayo plana y alejada de bordes y otras irregularidades (al menos $1.5 D_G$ para rosetas tipo A y C $0.5 D_G$ para rosetas tipo B).
- Excentricidad entre el centro del orificio y el centro de la roseta menor que $\pm 0.004 D_G$.
- Diámetro máximo y mínimo del orificio; para rosetas tipo A, B ($D_G = 5.13 \text{ mm}$) y C: $1.88 \leq D \leq 2.12$; para rosetas tipo B ($D_G = 2.57 \text{ mm}$): $0.93 \leq D \leq 1.00$; para rosetas tipo B ($D_G = 10.26 \text{ mm}$): $3.75 \leq D \leq 4.25$.

En el caso de los tipos de roseta y los diámetros máximos y mínimos del orificio, las desviaciones se restringirían porque los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ tabulados en la norma se ajustan adecuadamente a las rosetas y los intervalos especificados y las desviaciones para estos coeficientes y otras configuraciones no serían admisibles.

Una estrategia alternativa a la estrategia de limitación que también se ha seguido, ha sido la corrección de las desviaciones. A lo largo de los años desde que se propuso el método del taladro incremental, se han intentado corregir sobre todo las desviaciones debidas a variables que no se pueden controlar adecuadamente en el proceso. Las investigaciones empiezan en su mayoría con el caso más sencillo, el caso de tensiones residuales uniformes en profundidad, para posteriormente extenderse a tensiones variables utilizando por ejemplo el método integral o el método de los algoritmos genéticos. Variables que han intentado corregirse son por ejemplo la excentricidad.

También se ha intentado corregir algunas características del modelo estándar. Entre ellas destacan el coeficiente de Poisson, la geometría real del fondo del orificio, la isotropía del material o el efecto de la plasticidad.

A continuación, se detallarán las correcciones de desviaciones y su estado de conocimiento en el caso de tensiones residuales uniformes, por ser de interés en la evolución histórica del método, y en el caso de tensiones residuales variables en profundidad, por ser el objetivo principal de este trabajo.

3.4.1. Gradientes de tensiones en el plano.

La restricción a tensiones residuales que tengan gradientes pequeños en el plano paralelo a la superficie es debida a que, al practicar un orificio de un diámetro finito, con el método del taladro en el que se utilizan tres galgas extensométricas es imposible conocer la variación de tensiones residuales en el plano donde se ha eliminado material. Si el gradiente es grande, las tensiones residuales calculadas mediante la distribución de

tensiones liberadas serán muy distintas a las que existen en la realidad. Si el gradiente es pequeño pasará lo contrario y la desviación cometida será admisible.

En la práctica, hay varios casos donde este problema es importante. Por ejemplo, en uniones soldadas las tensiones residuales son normalmente no uniformes en el plano (figura 3.9 izquierda).

Algunos trabajos versan sobre este problema teniendo en cuenta tensiones uniformes. Cordiano y Salerno asumieron una distribución de campo completo en las tensiones residuales de una placa que varían de forma lineal y desarrollaron una teoría para el cálculo por el método del taladro [Cordiano69]. El método es solo aplicable en un caso especial y utilizaron una roseta con ocho galgas individuales.

Kabiri consideró las tensiones residuales no uniformes como aproximadamente lineales en una placa delgada y desarrolló una serie de ecuaciones incluyendo el efecto del área de la galga [Kabiri84]. Utilizó una roseta con cinco galgas extensométricas.

El-Sayed et al. dieron un nuevo enfoque al método del taladro para determinar las tensiones en el plano de campos de tensiones residuales biaxiales en placas delgadas [El-Sayed93]. En su propuesta solo se necesitan dos galgas extensométricas y las magnitudes y direcciones de las tensiones residuales uniformes serían determinadas mediante las cuatro deformaciones que se medirían cuando se practica primero un pequeño orificio seguido de otro concéntrico y con mayor diámetro.

Siguiendo el trabajo de Kabiri y El-Sayed y para prevenir las desviaciones debido a la posición y orientación de las cinco galgas que utiliza Kabiri, Luh y Hwang proponen el uso de una roseta comercial de tres galgas, donde practicaron un pequeño orificio y posteriormente uno concéntrico de mayor diámetro, midiendo las deformaciones liberadas [Luh99]. Este procedimiento es válido para determinar las tensiones residuales no uniformes en el plano en distribuciones biaxiales en placas delgadas (figura 3.9).

Figura 3.9: Placa delgada con soldadura a tope con los puntos dónde se realiza las medidas de tensiones (izquierda) y comparación de los resultados por el método de Kabiri [Kabiri84] y Luh [Luh99], adaptado de [Luh99].

Hasta la fecha no existen trabajos sobre la variación de tensiones en el plano con perfiles de tensiones residuales variables en profundidad.

3.4.2. Espesor de las probetas.

Para ensayos en orificios pasantes (placas finas), el máximo espesor recomendado es de $0.2D_G$ para rosetas tipo A y B y de $0.24D_G$ para rosetas tipo C. La razón de este espesor máximo es porque, como ya se ha mencionado, las galgas solo tienen sensibilidad hasta esta profundidad.

Para orificios ciegos (placas gruesas), el mínimo espesor permitido es de D_G para rosetas tipo A y B y de $1.2D_G$ para rosetas tipo C. De esta manera el espesor de la pieza es grande en comparación con la profundidad del orificio. Si se consideraran componentes más delgados aparecerían cambios de geometría creados por las tensiones residuales liberadas en la pieza. Este cambio de geometría afectaría a las deformaciones medidas por las galgas extensométricas alrededor del orificio.

Abraham y Schajer estudiaron, para tensiones residuales uniformes, el caso de espesores intermedios en el que la pieza tiene un espesor de un pequeño número múltiplo de la profundidad del orificio [Abraham12]. En este caso, la geometría asimétrica del orificio ciego en una placa de espesor finito crea un momento flector que no está presente en los casos de placas delgadas y orificios a través del espesor, y en los casos de placas gruesas y orificios ciegos. Estos autores presentaron un modelo analítico que adaptaron empíricamente a un modelo de elementos finitos para incluir los efectos de las deformaciones locales alrededor del orificio.

García-Sobolevski estudió la influencia del espesor en probetas planas y probetas planas con orificios cerca de los puntos de medida para el método de Schwarz-Kockelmann [García-Sobolevski07]. Implementó funciones de calibración y utilizó calibraciones experimentales y por el método de los elementos finitos.

En el caso de tensiones residuales no uniformes y siguiendo el método integral, Aoh y Wei investigaron los coeficientes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ para un amplio rango de espesores [Aoh02]. Definieron los espesores adecuados para placas delgadas y gruesas y propusieron los coeficientes de calibración para ciertos casos que después validaron experimentalmente [Aoh03].

3.4.3. Excentricidad.

La norma ASTM E837 limita la excentricidad de los ensayos, es decir, la distancia entre el centro del orificio y el centro del círculo de las galgas. La razón es motivada porque el modelo estándar considera una excentricidad nula. Esta suposición conlleva una simetría axial en el problema geométrico que reporta múltiples beneficios a la hora de presentar un modelo analítico. Con la limitación propuesta en la norma, las

desviaciones debidas a excentricidades por debajo del límite propuesto afectarían de una forma menor a las deformaciones medidas.

El problema se presenta porque en la práctica es habitual conseguir ensayos con una excentricidad mayor a la mínima exigida, incluso en condiciones de laboratorio. En estos casos los ensayos deben ser descartados. Los inconvenientes se agravan cuando se utilizan rosetas de menor tamaño ya que las restricciones son mayores y los medios para conseguirlas son en principio los mismos.

La figura 3.10 muestra un ejemplo de cómo se verían afectadas las deformaciones medidas en un ensayo en un componente con una distribución de tensiones residuales equibiaxial y una excentricidad de 200 μm .

Figura 3.10 Campo de tensiones equibiaxial: diferencia entre los valores de las deformaciones medidas en la ausencia (a) y presencia (b) de una excentricidad de 200 μm

Para evitar descartar estos ensayos fuera de la norma, múltiples autores han propuesto la corrección de la excentricidad en la medida de tensiones residuales uniformes, ya que, debido a la naturaleza de estas tensiones, la corrección no es demasiado compleja. Las correcciones son aplicadas directamente a las deformaciones medidas o las constantes de calibración $\bar{A}$ y $\bar{B}$ [Sandifer78], [Wang79], [Ajovalasit79], [Wang90], [Barsanescu09], [Vitek15].

Varios autores han considerado también el caso de tensiones residuales no uniformes. Vangi presentó un desarrollo del método integral para el caso de agujeros ciegos excéntricos [Vangi97]. Utiliza una formulación con cinco matrices en la que la situación de un orificio centrado es un caso particular. Los resultados son presentados para tres cocientes D/D_G distintos y para un coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$. Beghini et al.

propusieron un enfoque general para interpretar las medidas del taladro incremental que incluyen la excentricidad del orificio [Beghini10 10b]. En lugar de utilizar el método integral, utilizaron un método más general [Beghini99] donde nueve funciones de influencia (la generalización de los coeficientes de calibración) son requeridas. El uso de este método requeriría la petición a los autores de nuevos coeficientes para calcular las funciones de influencia en cada nuevo problema. Nau y Scholtes utilizaron dos estrategias para tener en cuenta la excentricidad [Nau12]. La primera requiere una roseta especial con ocho galgas extensométricas. La segunda requiere rosetas estándar y utiliza el método de Schwarz-Kockelmann.

3.4.4. Tensiones residuales inducidas en el proceso de mecanizado del orificio.

Como ya se ha mencionado anteriormente, el mecanizado de los materiales es una forma de generación de tensiones residuales en los diferentes componentes. Sin embargo, la técnica del taladro incremental requiere el mecanizado de un orificio. El objetivo es por tanto, la minimización de las tensiones residuales inducidas en el proceso de taladrado, para que las tensiones originales que existen en la pieza no se vean enmascaradas por estas.

En la bibliografía se pueden encontrar la aplicación de varias técnicas de taladrado para la investigación de la introducción de tensiones adicionales durante el proceso, así como trabajos enfocados a aumentar la fiabilidad del método del taladro incremental [Rendler66], [Flaman82 82b], [Wenn92], [Honner04].

Se considera que la técnica más adecuada es el taladrado de ultra-alta velocidad (20.000-400.000 r.p.m.), que normalmente implica la utilización de una turbina de aire comprimido. Esta técnica está bien desarrollada para materiales isótropos, especialmente aceros. Sin embargo, su utilización en materiales menos comunes, especialmente los difíciles de mecanizar o materiales compuestos, no está muy investigada y las tensiones residuales que se inducen no son conocidas de forma adecuada.

Figura 3.11: Aplicación del taladrado a baja velocidad (200 r.p.m.) a materiales plásticos [Valentini09].

El taladrado a baja velocidad sólo es interesante para materiales plásticos (figura 3.12), ya que de esta forma no se varía de forma apreciable la temperatura del espécimen y de las galgas extensométricas [Valentini09].

Las últimas investigaciones sobre el tema se centran en la proposición de una metodología numérico-experimental para la determinación de las tensiones inducidas durante el mecanizado y la optimización de las operaciones de taladrado [Nobre13 15].

3.4.5. Geometría del orificio.

Todo orificio que se aleje de la geometría ideal de un cilindro circular recto creará una desviación ya que la geometría real será distinta de la geometría considerada en las relaciones del modelo estándar. En los casos prácticos los orificios no son realmente circulares, sino que se asemejan más a una elipse de excentricidad próxima a la unidad. Además, no tienen las paredes rectas, sino que estas forman un pequeño ángulo con la perpendicular. Por último, la intersección entre las paredes y el fondo del orificio no forman un ángulo recto, sino un radio de acuerdo de valor finito. Estas desviaciones pueden considerarse como las principales desviaciones debidas a la geometría de un orificio real al utilizar el modelo estándar y serán explicadas a continuación.

3.4.5.1. Redondez del orificio.

En general se considera que la excentricidad del orificio es próxima a la unidad y este problema suele ser despreciable. Además, la geometría elipsoidal anularía la simetría del sistema y las ecuaciones se complicarían considerablemente. En la bibliografía este tema solo se ha tratado levemente, en casos muy concretos relacionados con materiales ortótropos [Smith56].

3.4.5.2. Perpendicularidad del orificio.

Garantizar que la parte inferior de la fresa esté posicionada perpendicularmente a la superficie del componente que va a ser analizado es esencial (figura 3.12). Para ello, se suele ajustar la perpendicularidad entre estos dos elementos por métodos mecánicos antes de la realización de un nuevo ensayo.

Figura 3.12: Posible inclinación del orificio (corte transversal).

Por ejemplo, si se practica un orificio de 2 mm de diámetro usando una roseta con galgas de longitud 1.57 mm, un ángulo de un grado con respecto a la perpendicular conllevaría una diferencia de 17 μm entre el borde exterior y el centro de la fresa. Esto correspondería a una desviación sustancial en profundidad para los incrementos considerados en la medida, y el efecto en las deformaciones medidas dependería de la orientación del ángulo del eje y la configuración de la roseta [Grant06]. En estos casos, la detección del cero también se vería afectada.

En el caso de tensiones residuales no uniformes, Xiao et al. estudiaron los efectos de la inclinación del orificio en 2.5°, 5° y 10° y los efectos en los coeficientes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ mostrando una variación menor al 2.5% en el caso de 5° y menor que un 5.6% en el caso de 10° [Xiao09]. Como en la práctica la inclinación suele ser muy pequeña, sobre todo si se ha ajustado el equipo en perpendicularidad antes de hacer el ensayo, las desviaciones cometidos por la falta de perpendicularidad suelen ser despreciables.

3.4.5.3. Radio del filete del fondo del orificio.

El modelo estándar considera en sus cálculos un orificio con un fondo ideal plano. La ausencia de este fondo plano afectaría concretamente al cálculo de los coeficientes de influencia obtenidos por simulaciones numéricas. Desafortunadamente, la mayoría de las técnicas utilizadas en las aplicaciones prácticas crean orificios que nunca son planos y tienen un radio del filete signficante, aunque unas más que otras (figura 3.13). La desviación del orificio real con respecto a la forma ideal tiene más influencia sobre la medida de tensiones residuales no uniformes que sobre la medida de tensiones uniformes.

Figura 3.13: Geometría real que muestra el radio del fondo para orificios practicados mediante dos fresas de TiAlN diferentes con forma de cono invertido (a) y (b) [Scafidi09] y la técnica EDM (c) [Lee04].

La forma del fondo del orificio está muy relacionada con la técnica de taladrado utilizada y los parámetros seleccionados. Por ejemplo, para el taladrado por ultra alta velocidad estos parámetros serían la presión del aire comprimido, la geometría de la fresa, y si se utiliza o no un taladrado orbital y la dirección de este.

El taladrado orbital consiste en dejar deliberadamente una excentricidad entre el centro de la roseta y el de la fresa y hacer un movimiento orbital, cuyo centro coincide con el centro de la roseta de galgas [Pfeiffer07]. Permite reducir las fuerzas de corte y favorece la disipación de calor, con lecturas más estables [Grant06]. Sin embargo, las paredes

laterales del orificio tienen peor calidad y no todos los equipos de taladro incremental permiten realizar el taladrado orbital y cuando lo permiten no es fácil de implementar.

Nau y Schlotes investigaron el taladrado por ultra alta velocidad y concluyeron que la geometría que más se parece a la del fondo plano ideal del método estándar es la debida al taladrado orbital con fresas de seis hojas [Nau13]. Las fresas de dos hojas también son una buena opción, pero tienden a practicar orificios más excéntricos. Sin embargo, la geometría de los orificios cuando tienen poca profundidad en todas las técnicas investigadas sigue siendo un punto débil del taladrado a ultra alta velocidad.

En cuando a la corrección directa de esta desviación de la geometría, es decir de la corrección de los coeficientes de influencia, Scafidi et al. efectuaron un análisis numérico donde propusieron correcciones explícitas para tener en cuenta la geometría del fondo del orificio con distintos parámetros, entre los que se encuentran los valores del radio del filete, la profundidad y el diámetro del orificio y el de la roseta[Scafidi08]. Blödorn et al. también estudian los coeficientes de calibración considerando la geometría real del orificio en tensiones residuales uniformes, encontrando grandes discrepancias sobre todo en las profundidades más próximas a la superficie [Blödorn16]. Todos estos casos de estudio corresponden al caso de tensiones residuales uniformes, no habiéndolos todavía para el caso de tensiones residuales no uniformes.

3.4.6. Efectos térmicos.

La norma ASTM E837 indica que los ensayos deben realizarse bajo condiciones de temperatura constantes. Además, después de cada paso en profundidad, el taladro debe pararse para permitir una estabilización de cualquier fluctuación térmica que puede ser causada por el proceso de mecanizado o el aire comprimido que sale de la turbina. Otra medida para minimizar los efectos térmicos es que las conexiones de las galgas comprendan de un circuito de tres hilos con compensación de temperatura. Con estas medidas las desviaciones térmicas deberían ser pequeñas. Aun así, algunos autores apuntan a las tensiones térmicas inducidas como fuente de desviaciones en las medidas [Schajer96], [Zuccarello98].

Honner, Litos y Svatner presentaron algunos estudios interesantes sobre este tema [Honner04], [Litos05]. Los autores muestran en estos estudios que el intercambio de calor no uniforme debido a la presencia de las galgas extensométricas adheridas al material, conllevan en general a un incremento de temperatura residual local de unos 0,5°C, que puede observarse incluso varios minutos después del mecanizado del actual incremento en profundidad (figura 3.14). En estas condiciones (campos térmicos no uniformes) los efectos térmicos de las deformaciones relajadas medidas no son despreciables incluso en la presencia de rosetas auto-compensadas [Scafidi10].

Valentini et al. comprobaron que para materiales plásticos el taladrado a bajas revoluciones (200 r.p.m.) no genera un calentamiento excesivo en las galgas (figura 3.11),

con una variación máxima de temperatura de 1°C justo después del taladrado de un paso y de 0.24°C tras 20 segundos de este [Valentini09].

3.4.7. Rosetas de galgas extensométricas.

En la norma ASTM E837 se especifican tres tipos de galgas extensométricas (figura 3.8). El uso de rosetas estandarizadas simplifica en gran medida el cálculo de las tensiones residuales. Las galgas de tipo A son recomendadas para uso general y son fabricadas en tres tamaños 031, 062 y 125 (longitud de la galga en milésimas de pulgada). Las de tipo B presentan las galgas localizadas en uno de sus cuadrantes y se recomiendan en medidas cerca de obstáculos que puedan impedir la correcta medida con las galgas del tipo A. Sólo existen las de tamaño 062. Las rosetas tipo C tienen un patrón especial con tres pares de galgas opuestas que se conectan como tres medios puentes y están fabricadas en tamaño 030. Son útiles cuando se requiere alta sensibilidad de las deformaciones y alta estabilidad térmica [Schajer97], sin embargo requieren ser conectadas con los medios puentes que son caros y costosos a la hora del montaje.

Figura 3.14: Imagen térmica (a) y visual (b) de la fresa, galgas extensométricas y espécimen a los 776 s del proceso de mecanizado, junto a la gráfica de la temperatura de la fresa o AR01 (c) y cerca de la fresa o AR02 (d). Adaptado de [Honner04].

Existen varios fabricantes de galgas extensométricas específicas para el ensayo del taladro incremental. Entre ellas destacan Vishay Measurement Group, HBM y TML. Sin embargo, el mismo tipo de galga en cada fabricante tiene sus propias medidas en cuanto a longitud y anchura de la resistencia en forma de rejilla. Esto quiere decir que los coeficientes de calibración no serán igual en todos los casos y que se desviarán de la realidad si se utilizan los coeficientes no adecuados. La norma ASTM E837 utiliza unos coeficientes de calibración calculados para las rosetas de la marca Vishay.

Además de las rosetas estándar indicadas en la norma, existen otras rosetas comerciales que tienen usos especiales. Por ejemplo, existe un modelo de HBM con 4 galgas para la corrección de la plasticidad en el caso de tensiones residuales uniformes [figura 3.15 (a)] [Beghini10c 11]. También existe un modelo de HBM para la corrección de la excentricidad [figura 3.15 (b)] [Beghini10 b] [Nau12]. Otros autores han utilizado también rosetas no comerciales con un mayor número de galgas para la medida de campos variables en el plano paralelo a la superficie [Cordiano69], [Kabiri84].

Figura 3.15: Roseta con cuatro galgas para la corrección de la plasticidad (a) y roseta con 6 galgas para la corrección de la excentricidad (b) [hbm.com].

3.4.8. Geometría del espécimen a ensayar.

La norma ASTM E837 considera especímenes con un área de ensayo plana y alejada de bordes y otras irregularidades. Sin embargo, los especímenes reales se alejan muchas veces de esta idealidad por su geometría compleja y la presencia de particularidades geométricas locales. La figura 3.16 ilustra algunas de estas particularidades geométricas y su forma de cuantificarlas. Estas son la distancia al borde de la pieza de , la distancia a una discontinuidad con aporte de material ds , el radio de curvatura del espécimen rc (considerando uno o dos ejes de curvatura) y el espaciado entre orificios dg .

Aunque en la tabla 3.2 se resumen los valores recomendados por [ASTM13] y [Schajer13], todavía no se ha llevado un estudio en profundidad sobre la repercusión en los coeficientes de calibración y/o posibles correcciones de todas las desviaciones aquí expuestos. Los valores recomendados en la tabla 3.2 hacen que los coeficientes de calibración varíen en un rango del 4%, sin embargo, la combinación de alguna de las características puede hacer que la desviación sea mucho mayor [Schajer13].

3.4.8.1. Distancia al borde de la pieza.

La proximidad de un borde libre al orificio practicado causa cambios en la rigidez y hace que las condiciones sean distintas de las que fueron consideradas en el cálculo de los coeficientes de calibración [figura 3.16 (a)]. Esto es particularmente importante con las rosetas tipo B ya que por su configuración pueden colocarse más cerca de los bordes.

Para el caso de orificios pasantes y tensiones residuales uniformes, Altrichter y Motzfeld establecieron como distancia entre el centro de la galga y el borde del espécimen, de , un

límite mínimo de al menos 15 veces el diámetro del orificio D [Altrichter60] [Motzfeld61]. También se observó que para placas de metal de 2 mm de espesor y usando diferentes condiciones de carga, valores de de mayores o iguales a $4.5D$ conllevan desviaciones relativas de un máximo de un 10% [Preckel86], [Kockelmann87].

Tabla 3.2: Especificaciones geométricas mínimas recomendadas (todas las dimensiones en [mm]), adaptada de [Schajer13].

Característica	Símbolo	Tipo de roseta				
		A 031	A 062	A 125	B 062	C 030
Distancia al borde	<i>de</i>	2.5	5.0	10.0	4.0	5.0
Distancia a discontinuidad	<i>ds</i>	2.0	4.0	8.0	2.0	5.0
Radio de curvatura	<i>rc</i>	6.0	12.0	24.0	12.0	12.0
Espaciado entre orificios	<i>dg</i>	6.0	12.0	24.0	12.0	12.0

Figura 3.16: Dimensiones relativas a las posiciones de la roseta y el espécimen: distancia a un borde libre (a), distancia a una discontinuidad con aporte de material (b), radios de curvatura de la superficie (c) y distancia entre orificios adyacentes (d).

Asimismo se han propuesto resultados menos conservadores. Schajer propone que cuando la distancia entre el centro de la galga y el borde del espécimen de es menor a $0.8D_G$, la validez de los coeficientes de calibración publicados para modelos estándar, caen fuera del rango $\pm 4\%$ [Schajer13]. Además, la presencia de chaflanes en el borde puede influenciar aún más la validez de los coeficientes.

En cuanto a la influencia de la distancia al borde de la pieza y el cálculo de tensiones residuales por el método de Schwarz-Kockelmann, García-Sobolevski estudia las funciones de calibración para especímenes planos y cilíndricos huecos con orificios cerca de los puntos de medida [García-Sobolevsk07].

3.4.8.2. Distancia a una discontinuidad con aporte de material.

La proximidad a una discontinuidad que suponga un aporte de material a la geometría plana local, como un cordón de soldadura o un nervio, resulta en el cambio de rigidez del material alrededor del orificio practicado.

Esta característica es menos severa que la causada por un borde libre a la misma distancia [figura 3.16 (b)]. Es improbable que la presencia de pequeños cordones de soldadura afecte sobremanera a la validez de los coeficientes de calibración de los modelos estándar, considerando distancias entre el centro de la galga y la discontinuidad, ds , que puedan obtenerse utilizando las rosetas estándar. Sin embargo, las distancias a discontinuidades con un mayor aporte de material deberían ser mayores para evitar así incertidumbres demasiado grandes [Schajer13].

3.4.8.3. Radio de curvatura del espécimen.

El radio de curvatura rc de la superficie donde se instala la galga, ya sea de uno o dos ejes, causa dos problemas significativos [figura 3.16 (c)]. En primer lugar, los coeficientes de calibración para una superficie curva, ya sea cilíndrica o esférica, se van a desviar de los valores de los modelos estándar según el radio de curvatura se incremente. En segundo lugar, el taladrado de un orificio con un fondo plano en una superficie curva creará una ambigüedad al establecer la posición de referencia inicial o cero. Las desviaciones debidas al radio de curvatura de la superficie es un tema que ha sido abordado en numerosas ocasiones en la bibliografía, y que arroja unos resultados no siempre acordes entre todos los autores.

Preckel calculó el efecto de la curvatura de la superficie mediante un análisis por elementos finitos usando como modelo una esfera [Preckel86]. Concluyó que la desviación máxima relativa es de un 15% para un radio de curvatura esférico $rc = 40\text{ mm}$. Para una correcta ejecución del método del taladro, Preckel sugiere además, para una superficie curva biaxial, unos radios de curvatura mínimos de 100 y 15 mm respectivamente.

De acuerdo con Kockelmann y König, para evitar desviaciones mayores al 20%, el radio de la superficie debería ser menor a $3D$, con una profundidad evaluable de $h \leq 4rc/D$ (por ejemplo, para $D = 2\text{ mm}$; $rc = 8\text{ mm}$ y $z \leq 1\text{ mm}$) [Kockelmann87].

Montay, Lu et al. estudiaron mediante elementos finitos la influencia de la geometría en los resultados obtenidos por el método del taladro, considerando el caso de esferas [Montay04], de cilindros [Luo05] y de cigüeñales [Montay06]. Estos autores llegaron a la conclusión de que para que la superficie de una esfera pueda ser considerada como

plana, el radio de curvatura debe ser de al menos $17.5D$. En el caso de una esfera de radio $5D$ la desviación máxima de los coeficientes de calibración sería de un 35%. Para el caso del cilindro la condición de superficie plana es de un radio de al menos $25D$.

García-Sobolevski estudia en su Tesis Doctoral las funciones de calibración para especímenes cilíndricos y cilíndricos huecos con orificios cerca de los puntos de medida [García-Sobolevsk07].

Debido a esta disparidad de valores, la necesidad de implementar calibraciones específicas para cada problema geométrico es importante cuando los valores de la curvatura de la superficie no son lo suficientemente grandes para que no haya duda [Haase98].

3.4.8.4. Espaciado entre orificios.

El efecto de relajación que ocurre cuando se practica un orificio, no se limita al área que ocupa la roseta, sino que se extiende más allá de ella. Cuando se requiere instalar varias rosetas en la superficie de un espécimen [figura 3.16 (d)], se debe considerar la potencial interferencia entre orificios adyacentes.

Grant concluyó que para un orificio de diámetro D practicado hasta una profundidad $0.7D$, en un estado de tensiones equibiaxial, la relajación de tensiones a una distancia $6D$ tiene un valor menor del 1% con respecto al estado original de tensiones que existía sin el taladrado del orificio [Grant02]. Se recomienda por tanto una distancia mínima entre orificios, dg , de seis veces el diámetro de estos.

3.4.9. Diámetro del orificio.

El diámetro del orificio practicado típico suele tener un valor de $D = 0.4D_G$, con un rango de diámetros recomendado de $\pm 0.04D_G$ [Schajer13]. El uso de diámetros más pequeños lleva a una menor relajación de tensiones y por tanto a deformaciones más pequeñas, siendo particularmente importante en los pasos próximos a la superficie ya que incrementaría la incertidumbre en las tensiones residuales calculadas. Por el contrario, el uso de diámetros más grandes pondría en peligro la integridad de las galgas extensométricas ya que podrían dañarse las rejillas al encontrarse el orificio muy cerca de su parte interna.

La norma ASTM E837 indica los coeficientes de calibración precisamente para un diámetro nominal $D = 0.4D_G$ y especifica una corrección basada en multiplicar estos coeficientes por la relación entre los cuadrados del diámetro medido y el nominal. Además indica un rango de diámetros donde la corrección funciona adecuadamente, ya que en realidad es una simplificación para que la corrección sea muy sencilla.

La opción de algunos autores que siguen el modelo estándar es indicar los coeficientes de calibración para varios diámetros y proponer una interpolación entre ellos para calcular los coeficientes correspondientes al diámetro real del orificio practicado [Schajer88],

[Vangi97]. Esta estrategia lleva a resultados más precisos que la corrección propuesta. Otros autores solo dan los coeficientes para un diámetro [Aoh02], [Nau13b] y se ofrecen para calcular el valor para otros diámetros bajo petición [Beghini00 10].

3.4.10. Materiales isótropos.

El modelo estándar fue desarrollado para materiales elásticos lineales e isótropos. En la realidad, los materiales no cumplen al cien por cien con estas características y cuanto más se alejen de esta suposición, mayor será la desviación cometida al estimar las tensiones residuales.

Existe una formulación del método del taladro para materiales ortótropos. Una suposición sencilla que a veces se hace es que las tensiones liberadas para materiales ortótropos son parecidas a las de los materiales isótropos de forma trigonométrica [Bert68], [Lake70], [Prasad87 87b]. Por lo tanto, se asume que la ecuación (3.22) es válida y que las galgas 1 y 3 (las que forman 90° entre sí), se encuentran en las direcciones simétricas del material ortótropo. En este caso, las constantes de calibración $\bar{A}$, $\bar{B}$ y $\bar{C}$ son independientes. Sicot et al. también utilizaron este enfoque aproximado para la medida de tensiones residuales en materiales laminados compuestos ortótropos [Sicot03 04].

Sin embargo, la ecuación $\bar{C} = 2\bar{B}$ no es válida para materiales ortótropos y para una correcta determinación de las tensiones residuales, especialmente cuando el comportamiento del material es más ortótropo, nueve factores de calibración son necesarios. Schajer y Yang propusieron una formulación exacta basada en la solución analítica de los campos de desplazamiento de una placa ortótropa con un orificio, pero que solo es válida para una clase limitada de materiales ortótropos [Schajer94]. Estos resultados fueron utilizados para la determinación de tensiones residuales en la primera capa de materiales compuestos laminados [Shokrieh05]. Más tarde se presentó una solución exacta para determinar los factores de calibración para placas ortótropas [Shokrieh07] y se aplicó el método del taladro para analizar las tensiones residuales en materiales ortótropos [Pagliaro07]. También el método del taladro incremental (para tensiones residuales variables en profundidad) ha sido desarrollado para materiales compuestos laminares [Ghasemi08 14] y materiales fuertemente texturizados [Schuster14 16]. El método se ha aplicado en casos prácticos a estructuras de madera como se muestra en la figura 3.17 [Sanchez-Beitia15].

3.4.11. Materiales elásticos lineales.

Una limitación importante del método del taladro y del taladro incremental es que el orificio es un concentrador de tensiones que puede causar deformaciones plásticas localizadas si las tensiones residuales tienen unos valores lo suficientemente altos. Como las ecuaciones que modelan el método solo tienen en cuenta la linealidad del material, tensiones residuales mayores que el 60% del límite elástico comienzan a crear zonas plásticas cerca del orificio con desviaciones notables de la linealidad. Si se limita la profundidad del orificio a $0.2D_G$, el rango de respuesta lineal puede ser extendido hasta el

70% del límite elástico del material [Schajer13]. En la mayoría de los casos, el efecto de plastificación local sobreestima el valor de las tensiones residuales.

No existen unos valores claramente definidos para el porcentaje del límite elástico en el cuál empiezan las sobreestimaciones y la desviación cometida cuando estas sobreestimaciones ocurren. Incluso la norma ASTM E837 ha ido cambiando a lo largo de su historia le valor de este porcentaje: del 50% inicial al 80% actual.

Figura 3.17: Método del taladro aplicado a tres bloques de *Pinus radiata* con diferentes direcciones de las fibras [Sánchez-Beitia15].

Beaney y Procter, pioneros en el trabajo experimental, mostraron en barras sometidas a esfuerzos uniaxiales que por debajo de la mitad del límite elástico las desviaciones son despreciables, aumentando al 10% cuando se alcanza la totalidad del límite elástico [Beaney74]. Gibmeier et al. mostraron que la sobrestimación empieza a partir de tensiones residuales con un valor del 60-70% del límite elástico en estados equibiaxiales [Gibmeier99]. Otras fuentes indican que, en la práctica, aparece un efecto apreciable en las medidas de tensiones residuales cuando estas superan el 70% del límite elástico del material [Beaney76], [Vishay10].

El efecto de la plasticidad ha sido cuantificado en varios trabajos por medio de cálculos numéricos en el caso de campos residuales uniformes equibiaxiales. Desviaciones del 16% con niveles de tensiones que igualan la plasticidad completa [Beaney76], del 20% con el 90% de plasticidad [Beghini94] o del 35% con el 95% [Gibmeier99] han sido indicados por varios autores. También, con la ayuda de modelos de elementos finitos en 3D, se han estudiado los efectos de la plasticidad en orificios ciegos [Vangi10], [Seifi12] y se han propuesto correlaciones para calcular directamente las tensiones residuales corregidas [Giri15]. En estos casos, el diámetro del orificio practicado afecta a los resultados, siendo los diámetros más pequeños más desfavorables [Beaney76].

Otros autores como Beghini, Bertini et al. estudiaron la corrección de la plasticidad utilizando rosetas con tres galgas y sabiendo de antemano la dirección de las direcciones principales para el caso de tensiones residuales uniformes [Beghini94 97 10c]. Como ya

se ha citado anteriormente, existe un modelo de roseta con 4 galgas para la corrección de la plasticidad en el caso de tensiones residuales uniformes [figura 3.15 (a)] [Beghini10c 11].

El efecto de la plasticidad en campo de tensiones no uniformes en profundidad, fue estudiado en distribuciones de tensiones residuales equibiaxiales [Kornmeier00], [Gibmeier04]. Con la ayuda de análisis numéricos se demostró que, el parámetro más importante para tener en cuenta la posible influencia de la plasticidad en las tensiones calculadas, es la relación entre las tensiones residuales y el límite elástico. También se demostró que las desviaciones dependen fuertemente de la distribución de tensiones considerada y que cuanto más cerca de la superficie se encuentren las capas más tensionadas, mayores desviaciones serán propagados a capas más profundas.

Nobre et al. consideraron el valor exacto del límite elástico local, diferente al límite elástico propio del material por el tratamiento superficial del material, como por ejemplo el que ocurre en el endurecimiento por deformación ocurrido en la superficie de los materiales granallados [Nobre06]. También presentaron resultados satisfactorios, en el caso de aceros y tratamientos superficiales mediante granallado con estados tensionales residuales equibiaxiales, en cuanto a la comparación con medidas de rayos X cuando el límite elástico local es considerado y no se sobrepasa el 60% del valor nominal.

3.4.12. Coeficiente de Poisson.

El coeficiente de Poisson que se utiliza en el modelo estándar, y en casi todos los estudios realizados posteriormente, es de $\nu = 0.30$ [Schajer88], [Vangi97], [Aoh02]. No se consideran otros valores porque se considera que existe una débil dependencia entre los coeficientes de calibración y el coeficiente de Poisson [Schajer81], [ASTM E837-13].

Sin embargo, esto solo es cierto en un pequeño intervalo de valores. Xiao mostró que para un intervalo del coeficiente de Poisson comprendido entre 0.25 y 0.35, comparado con la referencia de 0.3, conlleva desviaciones máximas del 5% en cuanto a los valores de los coeficientes de calibración [Xiao09].

Más recientemente, Nau investiga la influencia del coeficiente de Poisson en los coeficientes de calibración cuando varía este en un rango comprendido entre 0.2 y 0.4 y propone relaciones más o menos sencillas para compensar los efectos para rosetas tipo A y B [Nau13 b].

Capítulo 4

Desarrollo propio de métodos para la estimación y acotación de la incertidumbre de medida en determinaciones realizadas mediante el método incremental. Modelos predictivos y optimización de puntos de cálculo.

4.1. Introducción.

Tal como se justifica en el capítulo 3, es evidente la falta de un programa extensivo para evaluar la exactitud de las medidas de tensiones residuales no uniformes en profundidad. Pero es más, no existe todavía una metodología adecuada para la estimación de la incertidumbre, que debería ser el primer paso que se debería dar.

Un primer objetivo de este trabajo es, por tanto, el desarrollo de métodos concretos y precisos para la estimación de la incertidumbre en el cálculo de tensiones residuales por el método del taladro incremental. Al igual que en las demás secciones de este trabajo, el método integral ha sido elegido para calcular las tensiones residuales no uniformes y la información principal proviene de las deformaciones medidas alrededor del orificio por medio de galgas extensométricas.

Todas las fuentes de incertidumbre posibles son, en principio, consideradas y se propone el Método de Monte Carlo (MCM) como método para propagar la incertidumbre [GUM08b]. El Método de Monte Carlo implica significantes ventajas sobre el marco proporcionado por la Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida o Guía GUM [GUM08] como son el manejo de expresiones más simples, la posibilidad de evaluar las incertidumbres al mismo tiempo y una entrada de datos sencilla en el caso de las correlaciones. Pero casi más importante es que en el MCM no se presentan las limitaciones de la Guía GUM, ya que puede ser que el uso de una linealización del modelo

no sea adecuada en todos los casos y que la función de densidad de probabilidad para la magnitud de salida se aparte apreciablemente de una distribución normal o una distribución t , por ejemplo, cuando existe una marcada asimetría. Solo tras la aplicación del MCM se puede valorar la idoneidad de la aplicación de la Guía GUM para la propagación de la incertidumbre en este tipo de problemas.

Aparte de la necesidad de una metodología adecuada para propagar la incertidumbre, como cada medida tiene asociada una incertidumbre, y como es imposible eliminar completamente las desviaciones, un objetivo sería la cuantificación y reducción de la incertidumbre típica para que sea aceptable desde el punto de vista de la medida. El factor fundamental a la hora de alcanzar medidas de tensiones fiables es la calidad experimental.

Después de la realización de un procedimiento experimental meticuloso, se pueden utilizar algunas técnicas matemáticas para mejorar el efecto de defectos los experimentales. La estrategia principal que se ha seguido durante mucho tiempo es la evaluación de las deformaciones medidas en un pequeño número de incrementos, con pasos cada vez mayores según la profundidad se va incrementando. Aunque algunas publicaciones tratan sobre la elección de las profundidades basadas en la dualidad resolución-incertidumbre [Zucarello99], [Stefanuscu06], se necesitan calcular nuevas distribuciones de profundidad optimizadas para poder alcanzar mayor resolución, parámetros de configuración más amplios (diámetro del orificio, coeficiente de Poisson), la aplicación a tipos de rosetas diferentes y la adaptación a los últimos datos publicados sobre los coeficientes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$.

Otra estrategia para mejorar el efecto de los defectos experimentales que ha surgido más recientemente es el uso de la regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov [Tikhonov95], [Schajer07]. Además este es el método contemplado en la norma ASTM E837. Sin embargo, la estimación de incertidumbres cuando se aplica esta estrategia es otro reto al que nadie todavía se ha enfrentado y que este trabajo afronta. El principal problema de la estimación de incertidumbres viene dado por el uso de unas deformaciones que no son las que se han medido en la práctica, pero que se suponen más convenientes porque los resultados de tensiones residuales obtenidos son suaves y se cree que en la realidad, una variación brusca de las tensiones residuales es poco probable. Aunque esta técnica funciona bien y puede ser coherente en el cálculo de las tensiones residuales, conduce a resultados incoherentes en el caso de la estimación de incertidumbres.

Por último, la integración de las estrategias de minimización de los efectos experimentales (evaluación de las deformaciones medidas en un pequeño número de incrementos y regularización de Tikhonov y criterio de Morozov), con el fin de calcular las tensiones residuales y su correspondiente estimación de incertidumbres, supondría una unificación de los métodos de cálculo más utilizados y el aprovechamiento conjunto de las ventajas que aportan cada uno de ellos.

4.2. Desarrollo de métodos para la estimación de la incertidumbre.

4.2.1. Fuentes de incertidumbre.

Se han dividido las fuentes de incertidumbre en tres grandes grupos: las propiedades del material, las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$ y las deformaciones medidas. Estos grupos se dividen a su vez en otras fuentes de incertidumbres. Esta sección analiza cada uno de estos grupos y las fuentes de incertidumbre que los componen, destacando algunas características importantes que han de tenerse en cuenta para la correcta estimación de incertidumbres.

4.2.1.1. Covarianzas y correlaciones.

En general, en toda estimación de incertidumbre, la covarianza entre las variables debe ser tomada en cuenta ya que, aunque puede no ser importante en muchos casos, en otros puede afectar en gran medida y puede producirse una sobreestimación o subestimación de la incertidumbre obtenida.

Sin lugar a dudas, existe una gran dificultad en la estimación directa (o experimental) de las correlaciones. Para la obtención de valores con cierto grado de fiabilidad, se necesita un mínimo de unas 1000 medidas de las diferentes variables.

El grado de correlación entre dos variables X e Y viene dado por el coeficiente de correlación estimado [GUM08] que tiene como expresión:

$$r(X, Y) = \frac{u(X, Y)}{u(X) \cdot u(Y)} \quad (4.1)$$

Donde $u(X, Y)$ es la covarianza asociada a X e Y y $u(Y)$ y $u(X)$ son, la desviación típica de X e Y . Si $r(X, Y) = 0$ las variables son independientes, si $r(X, Y) = 1$ las variables tienen correlación total positiva y, si $r(X, Y) = -1$ las variables tienen correlación total negativa.

Para hacer frente a la dificultad de la estimación de la covarianza, en este trabajo se ha considerado que las fuentes de incertidumbres están divididas a su vez en otras más simples. Estas fuentes de incertidumbres simples son consideradas como totalmente dependientes ($r(X, Y) = 0$) o totalmente independientes ($r(X, Y) = 1$). Por ejemplo, si se considera como fuente de incertidumbre las deformaciones, las componentes de la incertidumbre experimental son estadísticamente dependientes unas de otras porque comparten instrumentación, deformaciones aparentes inducidas por causas térmicas y tensiones residuales inducidas por el proceso de mecanizado del orificio. Sin embargo, si estas fuentes de incertidumbre son examinadas por separado, el problema de la dependencia puede ser afrontado sin la complejidad de la estimación directa.

4.2.1.2. Propiedades del material.

Las propiedades del material consideradas relevantes son el módulo de Young (E) y el coeficiente de Poisson (ν).

Estas dos propiedades son independientes porque en materiales homogéneos e isotrópicos, la teoría de la elasticidad establece seis constantes elásticas: el módulo de Young, el coeficiente de Poisson, el módulo de compresibilidad K , el módulo de cizalladura G , el primer parámetro de Lamé λ , y el segundo parámetro de Lamé μ . Dos parámetros cualesquiera de ellos caracterizan completamente el comportamiento elástico de un material.

Además, las propiedades del material son independientes de los otros grupos de fuentes de incertidumbres porque fueron desacopladas en la obtención de las ecuaciones (3.61 – 3.63). Esta misma consideración es aplicable a las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$ y a las deformaciones medidas.

Normalmente los valores de las constantes elásticas se extraen de la bibliografía o del suministrador de las probetas (si las facilita) ya que no es siempre práctico o posible realizar ensayos mecánicos para determinarlas. Asimismo, los valores de las incertidumbres a propagar se extraen de la bibliografía. Valores típicos propuestos para estas varían entre el 1% y el 4% del valor nominal para el módulo de Young y el 3% del valor nominal para el coeficiente de Poisson [Oettel00], [AIAS10].

4.2.1.3. Matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$.

Las componentes de la matriz $\bar{a}$ se pueden calcular a partir de la expresión (3.59). Nótese que las variables H y h se refieren a la profundidad y son la misma variable, la diferencia radica en donde y cuando son contempladas (ver figura 3.7).

Sin embargo, en la práctica y por conveniencia, la matriz $\bar{a}$ es calculada de la siguiente manera:

$$\tilde{a}(H, h_i) = \int_0^{h_j} \hat{a}(H, h_i) dH \quad (4.2)$$

$$\bar{a}_{i,j} = \tilde{a}(H_j, h_i) - \tilde{a}(H_{j-1}, h_i) \quad (4.3)$$

Esta forma de cálculo es interesante sobre todo cuando se cuenta con valores de las funciones acumuladas de relajación de deformaciones $\tilde{a}$ en unos determinados puntos y se quieren conocer los valores en otros puntos, ya que se puede proceder cómodamente mediante interpolación.

Los valores de las funciones acumuladas de relajación de deformaciones $\tilde{a}$ se pueden obtener de tres maneras distintas:

- A partir de modelo de elementos finitos [Schajer81 88],

- interpolando los valores tabulados que se pueden encontrar en la bibliografía [Schajer88], [Aoh02], [Nau13] y,
- mediante expresiones analíticas que se pueden encontrar también en la bibliografía (aunque limitadas a casos muy concretos) [Beghini00].

En este capítulo, las componentes de $\bar{a}$ son calculadas de la siguiente manera:

- Se reconstruye la matriz $\tilde{a}$ a partir de los coeficientes encontrados en la norma ASTM E837-13, con la siguiente expresión:

$$\tilde{a}(H_j, h_k) = \sum_{k=1}^j \bar{a}_{ik} \quad (4.4)$$

- se realiza una interpolación para calcular $\tilde{a}$ en cualquier profundidad y
- se aplica la ecuación (4.3) a $\tilde{a}$ para obtener la nueva matriz $\bar{a}$.

La utilización de los coeficientes de la norma ASTM E837-13 se justifica en la organización temporal en la que este trabajo se ha desarrollado. Aunque el autor ha desarrollado sus propios modelos MEF, estos han sido posteriores al desarrollo de los métodos de acotación de la incertidumbre. Sin embargo, como los modelos del MEF de la norma ASTM E837-13 y los del autor parten de un origen común, los resultados son en cualquier caso comparables.

En cuanto a la interpolación utilizada, la referencia [Schajer88b] sugiere una interpolación bivalente triangular que utiliza seis puntos alrededor del punto considerado (figura 4.1). Sin embargo, se ha comprobado que, aunque esta es una interpolación sencilla y rápida, hay mejores alternativas sobre todo cuando se considera los puntos que no están rodeados por seis puntos conocidos (puntos cerca de la superficie y cerca del fondo del orificio en cada h_i).

Figura 4.1: Esquema triangular para interpolación de los valores de $\tilde{a}$ (adaptado de [Schajer88b]).

Actualmente los programas matemáticos comerciales permiten realizar interpolaciones más complejas, pero más exactas. En este trabajo el software utilizado ha sido Matlab (en diferentes versiones) y entre las opciones que permite (interpolación polinómica de hasta grado 12, splines cúbicos, splines de placa delgada, lowess lineal, lowes cuadrática, etc.) se ha elegido la opción interpolante biarmónica (figura 4.2). Esta opción ha arrojado los mejores resultados al comparar el error relativo de los valores de la referencia [Schajer88b], interpolados en las profundidades utilizadas en la norma ASTM E837 con los valores mostrados en esta.

Figura 4.2: Interpolación biarmónica en Matlab aplicada a la matriz $\tilde{a}$.

Como la matriz $\bar{a}$ en la norma E837 está tabulada para un valor nominal $D_0 = 2$ mm, sus valores tienen que ser corregidos para ajustarse a cualquier diámetro D . Schajer propone una corrección de la forma siguiente [Schajer88b]:

$$\bar{a}_{ij} \text{ corregida} = \bar{a}_{ij} \cdot \left(\frac{D}{D_0}\right)^2 \quad (4.5)$$

Esta corrección presenta una forma muy sencilla y se ajusta bien para valores del diámetro del orificio parecidos a los del valor nominal.

Para recapitular, la matriz $\bar{a}$ depende de las funciones $\tilde{a}$, de las profundidades donde son calculados sus valores y del diámetro del orificio practicado. Aunque sólo se ha hablado de la matriz $\bar{a}$, el caso de la matriz $\bar{b}$ es análogo.

4.2.1.3.1. Funciones $\tilde{a}$ y $\tilde{b}$.

El cálculo de las componentes originales de las matrices $\tilde{a}$ y $\tilde{b}$ (bien sean las que directamente se utilizan o desde las que se interpolan) se hace en todos los casos por medio de elementos finitos. Un MEF no puede representar todas los desplazamientos que

un problema continuo puede exhibir, y por lo tanto, una fuente de incertidumbre tiene que ser considerada en las funciones $\tilde{a}$ y $\tilde{b}$.

La referencia [Schajer88b] indica que las posibles desviaciones relativas de los valores tabulados de estas matrices se encuentran entre el 2% y el 4%. Además, como los valores provienen del mismo modelo de elementos finitos, se consideran que estas variables están totalmente correladas.

4.2.1.3.2. Profundidad del orificio.

La fresa se posiciona en cada profundidad h_{dm_i} mediante un micrómetro que es actuado de forma manual o automática. En la referencia [Schajer11] se apunta a valores de incertidumbre de entre 5 y 15 μm . Evidentemente la incertidumbre típica de un micrómetro manual será mayor que la de uno automático.

La correlación de las distintas profundidades no se tiene en cuenta, ya que es una práctica habitual en metrología dimensional cuando se considera un micrómetro.

4.2.1.3.3. Detección del cero o profundidad inicial.

El establecimiento del cero o profundidad inicial se produce cuando la fresa está en contacto con la superficie de la probeta, habiéndose atravesado completamente la galga extensométrica y el adhesivo que separa esta de la superficie (figura 4.3). Es entonces cuando las lecturas de las deformaciones son puestas a cero y se comienza con el ensayo.

Figura 4.3: Etapas en la detección del cero [Grant06].

Si se busca un perfil de tensiones con pequeños incrementos, la detección del cero tiene una importancia vital, pues esta tiene influye enormemente en los valores de las tensiones en los primeros incrementos. La rugosidad de la superficie puede afectar en esta detección.

Existen principalmente dos técnicas para realizar la detección. La primera consiste ir bajando el taladro lentamente en pasos y elevarlo al final de cada paso para observar el fondo del orificio. Cuando la fresa alcanza la probeta y si esta es de metal, se observaría el típico brillo metálico. Algunos operadores con experiencia se ayudan además del cambio de tonalidad del sonido de la turbina de aire que hace girar a la fresa, y que indica que se incrementa la carga al estar en contacto la fresa con un material más duro.

La segunda técnica consiste en detectar la continuidad eléctrica al cerrarse el circuito que forman la fresa y la probeta metálica. Sin embargo esta técnica no funciona para todas las turbinas, pues no todos los rodamientos de las turbinas son conductores y sólo sirve para materiales metálicos.

La corrección h_0 asociada a la diferencia entre el cero real y el cero obtenido en cada ensayo puede ser estimada como una única corrección para todas las profundidades h . Sin embargo, en la práctica el cero no se compensa debido a las grandes dificultades que existen a la hora de medirlo, pues para la correcta realización del ensayo no es nada recomendable retirar la probeta y no existe mucho espacio físico para la medida. Por esta razón, la supuesta corrección se transforma en una corrección de media cero y mayor incertidumbre $u(h_0)$, cuyos parámetros deben ser estimados en cada caso particular dependiendo de la técnica que se utilice para detectar el cero.

4.2.1.3.4. Diámetro del orificio.

La ecuación (4.5) muestra una corrección adecuada para diámetros del orificio similares al diámetro nominal utilizado en los valores tabulados de las funciones $\tilde{a}$ y $\tilde{b}$.

En la bibliografía nos encontramos unos valores de incertidumbre típica de entre 15 y 50 μm [Schajer11].

Por último y para terminar con la sección 4.2.1.3, cabe destacar que las componentes de las matrices están correlacionadas porque dependen de los mismos parámetros: diámetro del orificio, profundidades, profundidad inicial y porque se considera unas desviaciones en el modelo de elementos finitos que afecta a las funciones $\tilde{a}$ y $\tilde{b}$ de la misma manera.

4.2.1.4. Deformaciones medidas.

Sin lugar a duda, este es el grupo de fuentes de incertidumbre más difícil de estimar, debido, en parte, al gran número de variables que contribuyen a él. Sin embargo, si en el procedimiento experimental se toman las precauciones adecuadas, el efecto de algunas de estas variables se vería lo suficientemente minimizado como para no ser consideradas. Este es el caso de la excentricidad, las tensiones plásticas y las tensiones inducidas en el mecanizado. Estas no se han tenido en cuenta en la estimación de la incertidumbre, ya que su efecto es insignificante si los parámetros del test se encuentran dentro de los límites de la norma ASTM E837, como se ha considerado.

Otras fuentes de incertidumbre que pueden ser importantes y que se han tenido en cuenta son las debidas a la instrumentación de medida de las deformaciones y las galgas extensométricas. Dentro de este último grupo están las debidas a los parámetros de las galgas, la sensibilidad transversal y el efecto de la temperatura.

Así, la ecuación básica que describe el comportamiento de una galga extensométrica es la siguiente:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R/R_G}{GF} \quad (4.6)$$

donde ε es la deformación medida, ΔR es el cambio en la resistencia de la galga extensométrica, R_G es la resistencia nominal de la galga extensométrica (sin presencia de deformaciones) y GF es el factor de galga.

4.2.1.4.1. Instrumentación de medida de las deformaciones.

En este grupo se incluye el sistema de adquisición de datos y el software de medida. Durante la fase de captura de datos, se observa una variación en ΔR incluso en la ausencia de cargas externas. Esta variación puede ser considerada como un ruido, distinto del ruido electromagnético, que siempre aparece y no puede evitarse. Un análisis más profundo de este ruido muestra que presenta un comportamiento aleatorio con una amplitud más o menos constante en todas las galgas extensométricas de la roseta y que se distribuye de forma gaussiana. Además, no existe correlación de este ruido en las tres galgas (se conectan a canales distintos en el equipo de medida). Normalmente el fabricante aporta los datos sobre este ruido, aunque también se puede caracterizar directamente en el equipo de medida utilizado.

La norma ASTM E837 especifica que la instrumentación de medida de deformaciones debe contar con una resolución de deformaciones de $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ y una repetibilidad de la medida de al menos $\pm 1 \cdot 10^{-6}$.

Por otra parte, la mayoría de los softwares comerciales de medida de deformaciones aportan los resultados directamente como deformaciones y no como un cambio en la resistencia de las galgas extensométricas. Ambas opciones son equivalentes y en el Anexo E se explica más en detalle cómo manejar este asunto.

4.2.1.4.2. Parámetros de las galgas extensométricas.

Los parámetros tenidos en cuenta para el análisis son la resistencia de la galga (R_G) y el factor de galga (GF).

Es el fabricante el que habitualmente proporciona el valor de estos parámetros y sus incertidumbres expandidas. Además se asume la correlación de estos parámetros entre las tres galgas que forman la roseta, ya que las galgas comparten el proceso de fabricación y los materiales.

4.2.1.4.3. Sensibilidad transversal.

La ecuación básica de una galga (4.6) debe ser modificada para tener en cuenta la sensibilidad transversal (K_t). Esta tiene en cuenta el comportamiento de la galga ante deformaciones que son perpendiculares al eje primario de la galga. Las desviaciones debidas a la sensibilidad transversal son generalmente pequeñas, sin embargo, en campos tensionales biaxiales que responden a ratios extremos entre las principales deformaciones,

la desviación en la menor de las deformaciones principales puede ser muy alta si no se corrige la sensibilidad transversal.

Las ecuaciones para una roseta rectangular (45°) de tres galgas extensométricas son:

$$\varepsilon_1 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2} (\hat{\varepsilon}_1 - K_t \hat{\varepsilon}_3) \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2} [\hat{\varepsilon}_2 - K_t (\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_3 - \hat{\varepsilon}_2)] \quad (4.8)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2} (\hat{\varepsilon}_3 - K_t \hat{\varepsilon}_1) \quad (4.9)$$

donde $\hat{\varepsilon}_i$ indica las deformaciones de cada galga sin corrección, ε_i son las deformaciones corregidas y ν_0 es el coeficiente de Poisson del material en el cuál el fabricante de las galgas midió el factor de galga (normalmente $\nu_0 = 0.285$). En [Vishay11] puede encontrarse las ecuaciones para tener en cuenta la sensibilidad transversal para rosetas con otras configuraciones.

4.2.1.4.4. Efecto de la temperatura.

Existen dos fuentes de incertidumbre en las galgas extensométricas debidas a la temperatura:

- La primera es debida a que después del establecimiento del cero en las galgas extensométricas, un cambio en la temperatura del material cuyas deformaciones están siendo medidas o en el entorno que rodea las galgas inducen un cambio en las resistencias de las galgas porque estas son, en cierto grado, dependientes de la temperatura. Además, la diferencia en la expansión térmica entre la rejilla de la galga y el material del espécimen causa una expansión distinta en los materiales que crea tensiones que afectan a los valores indicados.
- La segunda es debida a que el factor de galga varía también con la temperatura y como consecuencia el factor de galga para calcular las deformaciones debe ser corregido. Normalmente, si la variación de temperatura es pequeña, este efecto puede ser no tenido en cuenta.

Si los parámetros que caracterizan este comportamiento no son favorables, las tensiones inducidas por la temperatura pueden ser la mayor fuente de incertidumbre del sistema de medida [Vishay14]. Además, aunque las desviaciones sean pequeñas, la incertidumbre puede no ser despreciable.

La ecuación que describe el comportamiento de una galga para cada deformación ε_k ($k = 1, 2 \text{ or } 3$) teniendo en cuenta la temperatura es la siguiente:

$$\varepsilon_k = \frac{GF_{kl} (\hat{\varepsilon}_k - \varepsilon_{T/O_k})}{GF_k (1 + C_T (T^a - T_F))} \quad (4.10)$$

donde $\hat{\varepsilon}_k$ indica las deformaciones sin corrección y ε_k indican las deformaciones corregidas, además:

- GF_{kl} es el factor de galga establecido en el instrumento de medida,
- GF_k es el factor de galga de la galga extensométrica k ,
- T^a es la temperatura media durante el ensayo,
- T_F es la temperatura a la cual el fabricante determinó el factor de galga,
- C_T es el coeficiente de variación del factor de galga con la temperatura y
- ε_{T/O_k} es la deformación causada por la temperatura en la galga k , y que puede ser calculada tal y como se explica en el Anexo E.

La referencia [Vishay14] contiene más información sobre la influencia de la temperatura en la medida de las deformaciones mediante galgas extensométricas. Los valores de las incertidumbres son proporcionados por el fabricante de las rosetas o el fabricante de los equipos de medida de temperatura.

4.2.2. Propagación de las incertidumbres.

El Método de Monte Carlo ha sido elegido para propagar las incertidumbres. El MCM es una técnica numérica para resolver problemas matemáticos por medio de la simulación de variables aleatorias [GUM08b]. Cualquier variable aleatoria puede ser simulada a partir de una variable aleatoria rectangular uniformemente distribuida en el intervalo (0, 1). Para esto el autor se ha servido del software matemático Matlab.

El método comprende los siguientes pasos:

- 1- Establecer la ecuación del modelo entre los resultados analíticos Z y los parámetros x_i tal como se indica en la ecuación (4.11).

$$Z = Z(x_i, \dots, x_n) \quad (4.11)$$

- 2- Identificar las funciones de densidad de probabilidad $p(x_i)$ de las fuentes de incertidumbre.
- 3- Seleccionar el número de pruebas de Monte Carlo, M .
- 4- Simular las muestras $\{x_{i1}, \dots, x_{iM}\}$ de cada fuente de incertidumbre, consideradas como una variable aleatoria con una función de densidad de probabilidad adecuada.
- 5- Computar los resultados $\{Z_{i1}, \dots, Z_{iM}\}$ con la ecuación (4.11) y las muestras $\{x_{i1}, \dots, x_{iM}\}$ para todas las variables x_i .

6- Calcular la incertidumbre típica combinada $u(Z)$ y la desviación típica de Z .

En este trabajo, los resultados analíticos son $\sigma_1, \sigma_3, \tau_{13}$. La ecuación del modelo para la tensión en la dirección 1 para cada profundidad del orificio i ($i = 1, \dots, n$) es la siguiente:

$$\sigma_{1i} = \sigma_{1i}(E, \nu, \bar{A}, \bar{B}, h_{dm_1}, \dots, h_{dm_i}, D_h, h_0, \Delta R_{1_1}, \dots, \Delta R_{1_i}, \Delta R_{3_1}, \dots, \Delta R_{3_i}, R_G, GF_1, GF_3, \nu_0, K_t, GF_{1I}, GF_{3I}, T, T_F, C_T, \varepsilon_{T/O_1}) \quad (4.12)$$

Propiedades del material
Matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$
Instrumentación

Parámetros de las galgas
Sensibilidad transversal
Efecto térmico

La ecuación del modelo para la tensión en la dirección 3 es análogo:

$$\sigma_{3i} = \sigma_{3i}(E, \nu, \bar{A}, \bar{B}, h_{dm_1}, \dots, h_{dm_i}, D, h_0, \Delta R_{1_1}, \dots, \Delta R_{1_i}, \Delta R_{3_1}, \dots, \Delta R_{3_i}, R_G, GF_1, GF_3, \nu_0, K_t, GF_{1I}, GF_{3I}, T^a, T_F, C_T, \varepsilon_{T/O_3}) \quad (4.13)$$

y para la tensión tangencial τ_{13} hay que añadir los componentes de la galga extensométrica 2:

$$\tau_{13i} = \tau_{13i}(E, \nu, \bar{A}, \bar{B}, h_{dm_1}, \dots, h_{dm_i}, D, h_0, \Delta R_{1_1}, \dots, \Delta R_{1_i}, \Delta R_{2_1}, \dots, \Delta R_{2_i}, \Delta R_{3_1}, \dots, \Delta R_{3_i}, R_G, GF_1, GF_2, GF_3, \nu_0, K_t, GF_{1I}, GF_{2I}, GF_{3I}, T^a, T_F, C_T, \varepsilon_{T/O_3}) \quad (4.14)$$

Las expresiones “intermedias” han sido esbozadas en las secciones 3.1.3 y 4.2. Para una mejor comprensión y tras varias simplificaciones matemáticas, las expresiones finales utilizadas en la propagación de incertidumbres por el MCM son indicadas explícitamente, en el caso de σ_1 y en cada profundidad del orificio i , en las ecuaciones (4.15 – 4.20).

$$\sigma_{1i} = \frac{E}{2} \sum_{j=1}^i \left[\left(\frac{\bar{a}_{ij}}{(1+\nu)} + \bar{b}_{ij} \right) \varepsilon_{1j} + \left(\frac{\bar{a}_{ij}}{(1+\nu)} - \bar{b}_{ij} \right) \varepsilon_{3j} \right] \quad (4.15)$$

donde $\bar{a}_{ij}, \bar{b}_{ij}$ son las componentes ij de la matriz inversa $\bar{a} = \bar{a}^{-1}$ y $\bar{b} = \bar{b}^{-1}$ y $\bar{a}$ y $\bar{b}$ son calculadas como se explica en la parte 4.2.1.3:

$$\bar{a}_{ij} = \left(\frac{D}{D_0} \right)^2 [\bar{a}(H_j, h_i) - \bar{a}(H_{j-1}, h_i)] \quad (4.16)$$

$$\bar{b}_{ij} = \left(\frac{D}{D_0} \right)^2 [\bar{b}(H_j, h_i) - \bar{b}(H_{j-1}, h_i)] \quad (4.17)$$

Las profundidades deben ser corregidas [Scafidi11] a partir de las profundidades medidas y el cero obtenido mediante la ecuación:

$$h_i = h_{dm_i} - h_0 \quad (4.18)$$

A partir de la información aportada en el Anexo E y la expresión (4.6):

$$\varepsilon_{1i} = \frac{GF_{1I} \left(\frac{\Delta R_{1i}/R_G}{GF_1} - \varepsilon_{T/O_1} \right)}{GF_1 (1 + C_T(T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_{1i}/R_G}{GF_1} (v_o - K_t) + \frac{\Delta R_{3i}/R_G}{GF_3} (1 - v_o K_t) \right] \quad (4.19)$$

$$\varepsilon_{3i} = \frac{GF_{3I} \left(\frac{\Delta R_{3i}/R_G}{GF_3} - \varepsilon_{T/O_3} \right)}{GF_3 (1 + C_T(T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_{3i}/R_G}{GF_3} (v_o - K_t) + \frac{\Delta R_{1i}/R_G}{GF_1} (1 - v_o K_t) \right] \quad (4.20)$$

ε_{T/O_m} puede ser calculado tal como se indica en el Anexo E.

Para σ_{1i} y τ_{13i} , las expresiones equivalentes a (4.15) son respectivamente:

$$\sigma_{3i} = \frac{E}{2} \sum_{j=1}^i \left[\left(\frac{\tilde{a}_{ij}}{(1+\nu)} - \tilde{b}_{ij} \right) \varepsilon_{1j} + \left(\frac{\tilde{a}_{ij}}{(1+\nu)} + \tilde{b}_{ij} \right) \varepsilon_{3j} \right] \quad (4.21)$$

$$\tau_{13i} = \frac{E}{2} \sum_{j=1}^i \tilde{b}_{ij} (\varepsilon_{1j} + \varepsilon_{3j} - 2\varepsilon_{2j}) \quad (4.22)$$

Echando un vistazo a las ecuaciones (4.15 – 4.20), es evidente la complejidad del modelo utilizado, los numerosos parámetros que aparecen y la no linealidad de algunas expresiones. Por lo tanto, se juzga el MCM como ideal para propagar las incertidumbres en el cálculo de tensiones residuales por el método del taladro incremental.

4.2.2.1. Correlaciones en el Método de Monte Carlo.

Tal como se indica en la sección 4.2.1.1., algunas de las variables contempladas están completamente correladas. En particular, se considera correlación total en las funciones $\tilde{a}$ y $\tilde{b}$ ya que se supone una función modelo que afecte todos los valores de la misma manera y en las mismas cantidades. La implementación de variables totalmente correladas en el MCM implica que, cuando las muestras $\{\hat{a}, \hat{b}\}$ son simuladas, todos los valores individuales desde los cuales las matrices son reconstruidas empleen el mismo valor de la parte variable en las variables aleatorias (paso 4 de la parte 4.2.2).

Con los factores de galga el proceso es similar. Comparten el proceso de fabricación y los materiales, por lo que la correlación es asumida. La estrategia para correlar completamente las variables aquí es más sencilla. Basta con considerar solo un valor de estas variables para todas las galgas extensométricas: $GF_1 = GF_2 = GF_3 = GF$.

La misma consideración aplica implícitamente a $v_o, K_t, T, T_F, C_T, T_0$ ya que no existe distinción de estos parámetros en las ecuaciones (4.12 – 4.15).

En este trabajo se ha seguido la estrategia explicada en la parte 4.2.1.1 para considerar las covarianzas. Sin embargo, si se requiere considerar otro tipo de correlación, se puede seguir las indicaciones de las referencias [GUM08b 11].

4.2.3. Visualización de la problemática existente a través de un ejemplo práctico.

Con el propósito de comprobar el procedimiento de estimación de incertidumbres propuesto, se ha calculado un problema práctico de tensiones residuales junto con su incertidumbre típica combinada a partir de datos experimentales.

El método del taladro incremental ha sido aplicado a un espécimen de Ti6Al4V de 1 cm de grosor tratado mediante Laser Peening (figura 4.4). Las características del tratamiento son las siguientes:

- 2500 pulsos/cm² (un pulso cada 0.2 mm),
- 2.8 J/pulso,
- longitud de onda de 1064 nm,
- diámetro de haz laser incidente de 1.7 mm,
- sin recubrimiento y,
- agua como medio confinante.

Figura 4.4: Probeta de Ti6Al4V usada en el test.

El material ha sido elegido por su alto límite elástico, sin embargo esta técnica es general y puede ser aplicada a cualquier material que caiga dentro de los límites de la norma ASTM E837-13.

Se ha utilizado una roseta tipo B CEA-06-062UM-120 de la marca Vishay Micro-Measurements con un diámetro medio de la galga $D_G = 5.13$ mm. El equipamiento

incluye una guía de taladrado Vishay RS-200 con una turbina de aire comprimido. El sistema de adquisición de datos es un escáner modelo 5100B con una tarjeta de datos 5110A y el software utilizado es el Strain Smart v3.10 de Vishay Measurement Group.

Para computar las tensiones, se han elegido las siguientes profundidades siguiendo la referencia [Zucarello99]: $h_{dm_j} = [0.04; 0.08; 0.16; 0.30; 0.50; 0.74; 0.98]$ mm. Esta distribución muestra una buena resolución espacial cerca de la superficie, donde los materiales tratados mediante la técnica LSP presentan mayor variación de tensiones. La elección del último punto en 0.98 mm y no en 1.00 mm se justifica en el hecho de evitar posibles problemas en la extrapolación. Las deformaciones medidas se muestran en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Deformaciones medidas.

Profundidad del orificio, h_{dm_j} [mm]	Defomación 1 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Deformación 2 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Deformación 3 [$\mu\text{m}/\text{m}$]
0.00	0	0	0
0.04	12	10	9
0.08	41	36	34
0.16	104	100	102
0.30	215	207	211
0.50	349	329	318
0.74	470	438	421
0.98	532	496	478

Para utilizar el MCM se ha implementado en Matlab el código necesario con los datos que se muestran en la tabla 4.2. Los valores medios que se reflejan en esta tabla han sido extraídos de los datos del distribuidor de Ti6Al4V, de la hoja de datos que acompaña a las galgas extensométricas o han sido medidos (caso del diámetro del orificio y la temperatura inicial). En el caso de la temperatura media durante el test, el valor ha sido seleccionado considerando las referencias [Honner04] y [Litos05].

Los valores de la desviación estándar y el semi-intervalo han sido obtenidos de las referencias [Oettel00], [Schajer88 96], [Honner04], [Ajovalasit10], [Montero11], [Doiron97], de la hoja de datos de las galgas extensométricas que proporciona el fabricante y de las hojas de características del fabricante del equipo de medida. Estos valores son habituales en experimentos de medidas de tensiones residuales por el método del taladro incremental, siendo además los valores específicos a los equipos de medida que se han utilizado aquí.

La profundidad cero se ha estimado teniendo en cuenta el procedimiento en la que se ha obtenido en este ensayo. El taladro se baja en pasos de 20 μm (la división de escala del

micrómetro que controla la posición) y el cero se establece cuando se detecta reflexión de la luz en el metal usando observación oblicua (se sube el taladro después de cada paso y se observa la reflexión de la luz). Así, se garantiza que la probeta siempre es penetrada y que lo hace en una profundidad en el intervalo $[0, 20] \mu\text{m}$, o lo que es lo mismo, una distribución rectangular con media $10 \mu\text{m}$ y semi-intervalo $10 \mu\text{m}$.

Tabla 4.2: Parámetros de entrada y sus funciones de densidad de probabilidad asignadas.

x_i	Descripción	$p(x_i)$	Tipo	Características
E	Módulo de Young del Ti6Al4V	Normal	B	113800 MPa, 3% $E = 3.4 \text{ GPa}$
ν	Coefficiente de Poisson del Ti6Al4V	Normal	B	0.342, 3% $\nu = 10 \cdot 10^{-3}$
$\tilde{a}$	Funciones acumuladas de relajación de deformaciones	Normal	B	Valores de ASTM E837 ^a , 2% $\tilde{a}$
$\tilde{b}$	Funciones acumuladas de relajación de deformaciones	Normal	B	Valores de ASTM E837 ^a , 2% $\tilde{b}$
h_{dmj}	Profundidades	Rectangular	B	Tabla 4.1, $5 \mu\text{m}$
h_0	Profundidad cero	Rectangular	B	$10 \mu\text{m}$, $10 \mu\text{m}$
D_h	Diámetro del orificio	Rectangular	B	1.90 mm , $10 \mu\text{m}$
D_0	Diámetro del orificio nominal	—	-	2.032 mm , —
$\Delta R_{1,2,3}$	Cambio en la resistencia de las galgas 1, 2, 3	Normal	B	Tabla 4.1 ^b , $2.50 \cdot 10^{-3} \Omega$ ($u(\widehat{\epsilon}_m) = 1 \mu\text{m/m}$)
GF	Factor de galga 1, 2, 3	Normal	B	2.080 , 0,5% $GF = 10 \cdot 10^{-3}$
R_G	Resistencia de la galga	Normal	B	120Ω , 0,2% $R_G = 0.48 \Omega$
K_t	Sensibilidad transversal 1, 2, 3	Normal	B	0.8%, 0.1%
ν_0	Coefficiente de Poisson de la galga	Normal	B	0.285, 3% $\nu_0 = 8.6 \cdot 10^{-3}$
C_T	Coef. de variación del factor de galga con la temperatura	Normal	B	2.1%/100°C, 0.1%/100°C
GF_I	Factor de galga del instrumento de medida 1, 2, 3	-	-	2,080, —
T_0	Temperatura inicial	Rectangular	B	23°C, 0.5 °C
T	Temperatura media durante el test	Rectangular	B	23.5°C, 0.5 °C
α_s	Coefficiente de expansión térmica Ti6Al4V	Rectangular	B	$8.6 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $1.0 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Las distribuciones normales se caracterizan por su media y su desviación típica. Las distribuciones uniformes por su media y su semi-intervalo.

^aCálculo explicado en la sección 4.2.1.3.

^bCálculo explicado en el Anexo E.

Las tablas 4.3 y 4.4 muestran, como ejemplo, las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$ utilizadas para las profundidades de la tabla 4.1 sin la propagación de incertidumbres.

Tabla 4.3: Matriz $\bar{a} \cdot 10^{-5}$ para la roseta tipo B y $D = 2$ mm.

Profundidad del orificio h [mm]	Profundidad de las tensiones H [mm]						
	0.04	0.08	0.16	0.30	0.50	0.74	0.98
0.04	-581						
0.08	-646	-593					
0.16	-826	-750	-1309				
0.30	-1045	-993	-1815	-2431			
0.50	-1249	-1200	-2233	-3311	-3034		
0.74	-1383	-1333	-2501	-3785	-3966	-2449	
0.98	-1451	-1396	-2631	-4010	-4306	-3086	-1262

Tabla 4.4: Matriz $\bar{a} \cdot 10^{-5}$ para la roseta tipo B y $D = 2$ mm.

Profundidad del orificio h [mm]	Profundidad de las tensiones H [mm]						
	0.04	0.08	0.16	0.30	0.50	0.74	0.98
0.04	-1140						
0.08	-1230	-1165					
0.16	-1516	-1410	-2602				
0.30	-1865	-1808	-3453	-4993			
0.50	-2208	-2165	-4201	-6643	-6877		
0.74	-2449	-2409	-4709	-7585	-8773	-6655	
0.98	-2580	-2527	-4962	-8057	-9548	-8097	-4670

La tabla 4.5 muestra las contribuciones a las incertidumbres típicas de las tensiones para cada fuente de incertidumbre en el caso de la tensión en la dirección 1. También se muestra la incertidumbre estándar combinada en la última fila. Una de las ventajas del MCM es que la función de distribución de salida recoge toda la información acerca de la cantidad de salida (ver más adelante la figura 4.6). Sin embargo, por simplicidad solo la incertidumbre estándar se presenta en la tabla 4.5. Las contribuciones a la incertidumbre pueden ser divididas en tres grandes grupos: las propiedades del material, las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$ y las deformaciones medidas. Se muestra la incertidumbre típica relativa en porcentaje entre paréntesis. Las contribuciones para σ_3 , σ_{max} y σ_{min} presentan comportamientos similares. El caso de τ_{13} es diferente porque sus valores son más pequeños y por lo tanto

su incertidumbre típica (valor absoluto) es más pequeña. Las tablas equivalentes a la tabla 4.5 para σ_3 y τ_{13} se muestran en la parte cuarta del Anexo E.

Nótese que el método integral considera tensiones constantes en los diferentes pasos de profundidad. Por lo tanto, los intervalos de profundidad son indicados en las tablas relativas a las tensiones o sus incertidumbres. Sin embargo, en las gráficas “Tensiones residuales/Incertidumbre” frente a “Profundidad”, solo se muestra el punto medio del intervalo para favorecer la claridad y legibilidad de estas.

Tabla 4.5: Contribución a la incertidumbre típica de la tensión σ_1 de cada componente de las fuentes de incertidumbre. En cursiva se presenta el subtotal de cada grupo.

Fuentes de incertidumbre	Contribuciones a $u(\sigma_1)$ [MPa (%)]						
	0.00- 0.04 mm	0.04- 0.08 mm	0.08- 0.16 mm	0.16- 0.30 mm	0.30- 0.50 mm	0.50- 0.74 mm	0.74- 0.98 mm
Módulo de Young	5.7 (2)	13 (3)	12 (3)	8.9 (3)	6.8 (3)	7.2 (3)	4.8 (3)
Coefficiente de Poisson	1.3 (1)	3.2 (1)	3.1 (1)	2.3 (1)	1.5 (1)	1.8 (1)	1.2 (1)
<i>Propiedades del material</i>	<i>5.9 (2)</i>	<i>14 (3)</i>	<i>12 (3)</i>	<i>9.2 (3)</i>	<i>7.0 (3)</i>	<i>7.5 (3)</i>	<i>4.9 (3)</i>
Funciones de influencia	3.6 (1)	8.6 (2)	8.3 (2)	6.0 (2)	4.1 (2)	4.7 (2)	3.3 (2)
Profundidades del orificio	12 (5)	48 (10)	28 (7)	16 (5)	10 (5)	9.9 (4)	20 (7)
Detección del cero	42 (17)	15 (3)	2.9 (1)	2.9 (1)	3.4 (2)	4.2 (2)	3.2 (2)
Diámetro del orificio	1.2 (0)	2.7 (1)	2.4 (1)	1.8 (1)	1.4 (1)	1.5 (1)	1.0 (1)
<i>Matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$</i>	<i>49 (20)</i>	<i>57 (12)</i>	<i>28 (7)</i>	<i>17 (6)</i>	<i>11 (5)</i>	<i>12 (5)</i>	<i>11 (7)</i>
Instrumentación	14 (6)	21 (4)	10 (3)	5.6 (2)	4.3 (2)	5.1 (2)	9.2 (6)
Galgas	2.0 (1)	4.5 (1)	4.0 (1)	3.0 (1)	2.3 (1)	2.5 (1)	1.6 (1)
Sensibilidad transversal	0.21 (0)	0.52 (0)	0.54 (0)	0.37 (0)	0.24 (0)	0.29 (0)	0.20 (0)
Efecto térmico	7.1 (3)	0.75 (0)	0.87 (0)	0.37 (0)	0.18 (0)	0.091 (0)	0.078 (0)
<i>Deformaciones</i>	<i>16 (7)</i>	<i>21 (4)</i>	<i>11 (3)</i>	<i>6.5 (2)</i>	<i>5.0 (2)</i>	<i>5.7 (2)</i>	<i>9.5 (6)</i>
$u(\sigma_1)$	54 (22)	62 (13)	34 (8)	20 (7)	14 (6)	15 (6)	15 (10)

Figura 4.5: Tensiones residuales en la dirección 1 (a), en la dirección 3 (b) y tensiones tangenciales (c) junto con las bandas de incertidumbre típica combinada para un espécimen de Ti6Al4V tratado mediante la técnica LSP.

La figura 4.5 representa la media de σ_1 (a), σ_3 (b) y τ_{13} (c) junto con las bandas de incertidumbre típica combinada considerando todas las fuentes de incertidumbre.

4.2.3.1. Discusión de los resultados típicos.

A tenor de los resultados mostrados en la tabla 4.5 y la figura 4.5 (a), la mayor incertidumbre típica combinada aparece en el intervalo 0.04-0.08 mm. Esto se explica por la resolución espacial (a mayor resolución espacial, mayor será la incertidumbre y viceversa [Zucarello99]) y por tener el mayor valor de las tensiones residuales (proporcionalidad entre las tensiones residuales y la incertidumbre). Sin embargo, la mayor incertidumbre estándar combinada relativa aparece en el intervalo 0.00-0.04 mm debido a la resolución espacial pero también a la detección de la profundidad cero. Esto es debido a la gran dificultad existente en la medida de tensiones residuales cerca de la superficie por el método del taladro incremental.

Si se analizan los parámetros de influencia, el que tiene más predominio es la profundidad del orificio y está relacionado con la incertidumbre asociada al posicionamiento manual del micrómetro y a la imposibilidad de garantizar una posición muy precisa por parte del operador. Aparte de la profundidad del orificio, los parámetros más influyentes son el módulo de Young y las funciones de influencia, después las galgas extensométricas y por último la detección de la profundidad cero. Por el contrario, las incertidumbres debidas a la sensibilidad transversal, el diámetro del orificio y el coeficiente de Poisson son mucho menos importantes. El efecto térmico es en general también mucho menos significativo, siendo más acusado en el primer intervalo por ser las deformaciones medidas en éste pequeñas. La clasificación de los parámetros de influencia puede variar si la relación entre las fuentes de incertidumbre individuales se desvía de las aportadas en la tabla 4.2.

Los parámetros más influyentes tienen ciertos puntos en común: las profundidades del orificio y la instrumentación son variables independientes en las distintas profundidades. Las variables independientes en profundidad ejercen una gran influencia ya que, con la misma desviación estándar, la incertidumbre típica que se obtiene es mucho mayor en comparación con el caso de variables correladas. Esto puede ser fácilmente demostrable con un ejemplo práctico siguiendo la sección 4.2.2.1. Por ejemplo, si las funciones de influencia no estuviesen correladas, la incertidumbre típica asociada que se obtendría sería muchísimo mayor, de aquí la importancia de la correlación. Si las componentes de la incertidumbre de las deformaciones medidas fueran consideradas como un todo y la independencia asumida, ocurriría una sobreestimación de las incertidumbres.

4.2.3.2. Linealización del modelo, distribución gaussiana.

El uso de la Guía GUM [GUM08] es adecuado cuando la linealización del modelo proporciona una representación adecuada y cuando la función de densidad de probabilidades para la cantidad de salida es similar a una distribución gaussiana. Como el MCM no tiene estas limitaciones, se va a comprobar la idoneidad del uso de la Guía GUM con el ejemplo práctico propuesto. De este modo se han representado las funciones

de densidad de probabilidad de todas las tensiones residuales en todas las profundidades consideradas, aunque por motivos de espacio en la figura 4.6 solo se muestran las correspondientes a las tensiones en la dirección 1. El ajuste a una curva normal está superpuesto en cada profundidad. Las figuras para la tensión en la dirección 3 y la tensión tangencial presentan comportamientos similares en cada profundidad equivalente.

Figura 4.6: Funciones de densidad de probabilidad de las tensiones en la dirección 1 para todos los intervalos y con el ajuste a una normal superpuesta (100 000 simulaciones).

En general, las funciones de densidad de probabilidad son más o menos simétricas y se parecen a una distribución gaussiana. Además, se muestra que, a mayor profundidad, mejor es el ajuste a una normal. A la vista de los resultados se puede considerar que el

uso de la Guía GUM estimaría satisfactoriamente la incertidumbre combinada. Sin embargo, el uso del MCM sería mejor opción sobre todo si se tienen en cuenta profundidades cercanas a la superficie.

4.2.3.3. Generalización de los resultados obtenidos.

Los resultados que aquí se presentan no son generales, puesto que dependen del estado tensional del espécimen que es examinado. Sin embargo, con algunas directrices y precauciones, el comportamiento de la incertidumbre puede ser extrapolado a otros casos y los resultados aquí mostrados se pueden utilizar para predecir la incertidumbre típica que se obtendría en un espécimen que presente cualquier estado tensional.

Schajer clasificó los errores como “errores del lado derecho” (producen errores de cálculo en las tensiones que son independientes de las tensiones residuales presentes) y “errores del lado izquierdo” (producen errores de cálculo en las tensiones que son proporcionales a las tensiones residuales presentes) [Schajer96]. La denominación proviene del lugar que ocupan las variables en las ecuaciones utilizadas para describir el modelo del método incremental. Aunque Schajer utiliza el enfoque tradicional de “error”, quizás por la época y porque no era una publicación meramente metrológica, sus resultados son también aplicables al enfoque actual de las componentes de la incertidumbre.

En la estimación de incertidumbres de este trabajo, la instrumentación y el efecto térmico son incertidumbres del lado derecho. Todas las demás contribuciones son incertidumbres del lado izquierdo.

Con condiciones experimentales similares, con parámetros de entrada del mismo orden que los mostrados en la tabla 4.2 y teniendo en cuenta el estado tensional de la probeta utilizada en este artículo, se pueden predecir las incertidumbres de otros problemas de determinación de tensiones residuales.

Si las tensiones residuales son de menor valor que las aquí obtenidas, las incertidumbres típicas de la fuentes del lado izquierdo serán más pequeñas y vice versa. Las incertidumbres del lado derecho no varían significativamente en ningún caso.

Como ejemplo, se han computado unas pequeñas deformaciones liberadas ($<10 \mu\text{m/m}$) con el fin de simular un tratamiento de relajación de tensiones, con los mismos parámetros usados en el espécimen de Ti6Al4V. La incertidumbre esperada es la debida mayormente a incertidumbres del lado derecho, pues las tensiones residuales que se van a obtener son muy pequeñas. La figura 4.7 muestra la incertidumbre típica combinada para σ_1 utilizando todas las contribuciones y solo las contribuciones del lado derecho en el caso de la probeta tratada mediante la técnica LSP. Como se observa, los resultados obtenidos coinciden con los esperados y la mayor diferencia aparece en el primer intervalo debido a la detección del cero. También se comprueba que las incertidumbres típicas con solo las contribuciones del lado derecho para la probeta la técnica LSP son muy similares a las obtenidas en el problema de relajación de tensiones, lo que reafirma la predicción realizada.

Figura 4.7: Comparación entre las incertidumbres combinadas calculadas y previstas para σ_1 en la simulación de una probeta de Ti6Al4V con relajación de tensiones.

4.2.3.4. Influencia de las características de las fuentes de incertidumbre.

Un paso más a la hora de extender los resultados propuestos en este trabajo es observar la relación entre, la incertidumbre estándar combinada, cuando algunas de sus características (desviación típica o semi-intervalo según aparece en la tabla 4.2) son modificadas, y las incertidumbres típicas combinadas de las tensiones. La figura 4.8 muestra estas relaciones para el caso de la tensión en la dirección 1 y para las fuentes de incertidumbres más influyentes (profundidades del orificio, instrumentación, detección del cero y módulo de Young), en cuatro de las profundidades consideradas.

Las figuras 4.8(a) y 4.8(b) muestran como la relación se hace mayor siempre que la incertidumbre de las profundidades del orificio y de la instrumentación se incrementan. Sin embargo, no existe una correspondencia con respecto a la profundidad considerada. La figura 4.8(c) indica que la incertidumbre cerca de la superficie es muy dependiente de la detección del cero. Sin embargo para los demás intervalos, la incertidumbre combinada permanece casi inafectada. La figura 4.8(d) denota como la influencia del módulo de Young es menor, si es comparada con las otras fuentes de incertidumbre de esta comparación.

4.2.3.5. Comparación con trabajos publicados anteriormente.

El método de estimación de incertidumbres es comparado en la figura 4.9 con la incertidumbre típica obtenida de acuerdo con [Schajer96]. Se ha elegido esta referencia porque se considera que es la más completa hasta la fecha (ya que es la publicación que más fuentes de incertidumbres ha considerado) y porque es directamente comparable con el trabajo aquí presentado.

Figura 4.8: Relación entre la incertidumbre típica combinada variando alguno de los parámetros de las fuentes y la incertidumbre típica combinada para la tensión en la dirección 1.

Aunque Schajer utiliza la expresión “análisis de errores”, hoy en día sería más correcto el uso de la expresión “análisis de incertidumbres” ya que evalúa la calidad del resultado de una medida. Para estimar el intervalo esperado que contenga las tensiones reales teniendo en cuenta [Schajer16], se ha utilizado el software H-Drill en su versión 3.30. Como H-Drill solo tiene en cuenta como fuentes de incertidumbres el módulo de Young, el diámetro del orificio, las profundidades y las deformaciones, solo estas fuentes han sido computadas por el MCM. Como información adicional, también se ha incluido el cálculo por MCM de todas las fuentes de incertidumbre.

La figura 4.9 muestra que el cálculo mediante el software H-Drill conlleva mayores incertidumbres típicas en general, incluso cuando los valores son comparados con los del MCM con todas las fuentes de incertidumbre. Solo la incertidumbre en el primer intervalo cuando es calculada por el MCM es mayor. La razón es que recoge la influencia del cero, que no es contemplada en H-Drill.

La causa de que los valores proporcionados por H-Drill sean mayores es debida al método de cálculo que emplea. La referencia [Schajer96] no está basada en la Guía GUM y aunque los valores no se alejen demasiado de los calculados por el MCM, se puede decir que si se utiliza esta referencia, se estarían sobreestimando los valores de la incertidumbre típica combinada.

Figura 4.9: Comparación entre las incertidumbres típicas combinadas del software H-Drill y el MCM con las mismas fuentes consideradas en H-Drill y con todas las fuentes consideradas en este trabajo.

4.3. Desarrollo de métodos para la optimización de las distribuciones de puntos de cálculo de las tensiones residuales en profundidad.

4.3.1. Necesidad de calcular distribuciones de puntos en profundidad optimizadas.

Existen principalmente dos publicaciones que versan sobre el cálculo de las distribuciones óptimas en profundidad [Zucarello99], [Stefanuscu06]. Esta última está basada en la primera, ampliando su contenido con nuevas relaciones entre diámetro del orificio y el diámetro medio de la galga, además de proponer otras distribuciones con más puntos. Sin embargo existen varios motivos por lo que las distribuciones propuestas en estas referencias no son totalmente adecuadas.

La referencia [Zucarello99] (y por tanto también la referencia [Stefanuscu06]) utilizan ciertas simplificaciones. Sólo consideran la fuente de incertidumbre de las deformaciones ya que la consideran como la más influyente. Esto tiene sentido desde el punto de vista de que es una de las fuentes de incertidumbre más importante, que no es proporcional a las tensiones residuales presentes en el material y que puede utilizarse por tanto de antemano para prever las profundidades óptimas. Sin embargo, como se ha visto, por ejemplo, en la tabla 4.5, hay otras fuentes de incertidumbre que son incluso más importantes. Otras publicaciones apoyan este hecho [Schajer96], [Peral17].

Una de las simplificaciones utilizadas es el uso de los incrementos de las deformaciones para calcular las incertidumbres (en vez de las deformaciones absolutas), ya que se espera que tengan correlaciones pequeñas. También suponen que las incertidumbres de los

incrementos son casi constantes e iguales para todas las deformaciones medidas. Sin embargo, como se ha mostrado en las secciones 4.2.1, 4.2.2 y 4.2.3, la correlación de las deformaciones como tal no es sencilla, y para manejarla adecuadamente se debería dividir la fuente de incertidumbre de las deformaciones en fuentes más simples. Siguiendo las indicaciones de estos apartados se ha calculado la correlación de las deformaciones absolutas y de los incrementos en las distintas profundidades para cada una de las galgas extensométricas. La tabla 4.6 muestra la matriz de correlaciones (ecuación (4.1)) solo considerando las deformaciones absolutas simuladas en el ejemplo práctico de la placa de Ti6Al4V tratada mediante la técnica LSP (figura 4.4). La tabla 4.7 hace lo propio considerando los incrementos de las deformaciones. Los resultados se muestran para la galga 1 (las otras dos galgas presentan resultados similares).

Tabla 4.6: Matriz de correlaciones para ε_{1i} .

	Profundidad [mm]						
Profundidad [mm]	0.04	0.08	0.16	0.30	0.50	0.74	0.98
0.04	1,0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1
0.08	0,2	1,0	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
0.16	0,2	0,4	1,0	0,7	0,7	0,7	0,7
0.30	0,2	0,4	0,7	1,0	0,9	0,9	0,9
0.50	0,2	0,4	0,7	0,9	1,0	0,9	0,9
0.74	0,1	0,4	0,7	0,9	0,9	1,0	1,0
0.98	0,1	0,4	0,7	0,9	0,9	1,0	1,0

Tabla 4.7: Matriz de correlaciones para $\Delta\varepsilon_{1i} = \varepsilon_{1i} - \varepsilon_{1i-1}$.

	Profundidad [mm]						
Profundidad [mm]	0.04	0.08	0.16	0.30	0.50	0.74	0.98
0.04	1,0	-0,6	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1
0.08	-0,6	1,0	-0,4	0,1	0,1	0,1	0,1
0.16	0,0	-0,4	1,0	-0,1	0,3	0,3	0,2
0.30	0,1	0,1	-0,1	1,0	0,2	0,4	0,3
0.50	0,1	0,1	0,3	0,2	1,0	0,2	0,3
0.74	0,1	0,1	0,3	0,4	0,2	1,0	-0,1
0.98	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	-0,1	1,0

Como se comprueba en estas tablas, aunque la correlación de los incrementos de deformaciones es menor que la de los valores absolutos, no es pequeña en todos los casos.

Las incertidumbres típicas de los incrementos sí que son casi constantes en todas las deformaciones (aunque su valor concreto depende del espaciado escogido) porque, aunque la incertidumbre total de las deformaciones tienen una parte aleatoria y otra que está correlada, la parte aleatoria es la única que afecta a la incertidumbre cuando los incrementos son considerados pues la parte correlada se cancela. La figura 4.10 muestra una comparación de las incertidumbres típicas de las deformaciones absolutas y de los incrementos de las deformaciones, para el mismo problema de la placa de Ti6Al4V.

Figura 4.10: Comparación de las incertidumbres típicas de las deformaciones absolutas y de los incrementos de deformaciones.

Otro problema que presentan las referencias citadas, es el uso práctico limitado de las distribuciones que presentan. En el caso de [Zucarello99], proporciona distribuciones para 4, 6, 8 y 10 puntos. [Stefanescu06] añade además una distribución de 12 puntos. Estas distribuciones se antojan insuficientes si se pretende calcular tensiones residuales con una resolución considerable o puntos cercanos a la superficie.

La referencia [Zucarello99] también facilita información para una relación entre el diámetro del orificio y el diámetro medio de la galga $D/D_h = 0.5$, para las rosetas tipo A y para valores del coeficiente de Poisson de 0.3. [Stefanescu06] proporciona relaciones para $D/D_h = 0.3, 0.4$ y 0.5 . Se echa en falta por tanto la consideración de otros tipos de rosetas y del coeficiente de Poisson, el cual tiene influencia en los resultados [Nau13].

Los trabajos publicados afrontan el problema desde el punto de vista de la misma incertidumbre aceptable (propagación de incertidumbres) para posteriormente elegir el número de puntos óptimos para evaluar las tensiones residuales (número de condición de las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$). Este trabajo afronta el problema desde otro punto de vista que se considera más útil porque se basa directamente en la resolución que se quiere conseguir. Utiliza directamente la propagación de incertidumbres para elegir la mejor distribución de puntos ya que es más fiable que el número de condición de la matriz (que sólo es una

aproximación de las incertidumbres) y considera la resolución que debe ser alcanzada para elegir el número de puntos necesario.

Otra cuestión que apoya la necesidad de un nuevo cálculo de distribuciones es que el valor de los coeficientes de calibración de las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$ tabulados han cambiado a lo largo del tiempo, gracias al MEF más realistas y mejores computadoras. De esta manera, este trabajo utiliza los coeficientes facilitados en la norma ASTM E837-13.

Por último, y como se demostrará más adelante, la referencia [Zucarello98] propone unas expresiones que no son correctas, y que por tanto deberían ser corregidas con el propósito de calcular adecuadamente los puntos óptimos en profundidad para evaluar las tensiones residuales. Esta quizás sea la razón más importante de la necesidad de cálculo de nuevas distribuciones de puntos optimizadas.

4.3.2. Desarrollo de las expresiones utilizadas.

Para estimar la incertidumbre se va a seguir la referencia [Zucarello98] considerando n incrementos de deformaciones $\Delta\epsilon_{l_i} = \epsilon_{l_i} - \epsilon_{l_{i-1}}$, siendo $l = 1, 2, 3$ el número de la galga extensométrica en la roseta. Se considerarán las incertidumbres típicas de los incrementos constantes en las distintas profundidades e iguales para las tres galgas (figura 4.10), por lo que $u(\Delta\epsilon_{l_i}) = u(\Delta\epsilon)$. Si se reescriben las ecuaciones (3.61 – 3.63) obtenemos las siguientes:

$$P_i = \frac{E}{(1+\nu)} \sum_{j=1}^i \Delta\check{a}_{ij} \Delta p_j \quad (4.23)$$

$$Q_i = E \sum_{j=1}^i \Delta\check{b}_{ij} \Delta q_j \quad (4.24)$$

$$T_i = E \sum_{j=1}^i \Delta\check{b}_{ij} \Delta t_j \quad (4.25)$$

donde $\Delta\check{a}_{ij} = (\bar{a}_{ij}^{-1} - \bar{a}_{ij+1}^{-1})$ y $\Delta\check{b}_{ij} = (\bar{b}_{ij}^{-1} - \bar{b}_{ij+1}^{-1})$ y donde $\bar{a}_{ij}^{-1}, \bar{b}_{ij}^{-1}$ son las componentes ij de la matriz inversa $\bar{a}^{-1}$ y $\bar{b}^{-1}$. Nótese que las componentes de $\bar{a}_{ij}^{-1}, \bar{b}_{ij}^{-1}$ son nulas cuando $j > i$.

De acuerdo con la Guía GUM [GUM08] la ley de propagación de incertidumbres con magnitudes de entrada no correlacionada es:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (4.26)$$

donde y es la estimación del mensurando Y , $u_c^2(y)$ es la incertidumbre típica combinada, x_i son las estimaciones de entrada y f es una relación funcional que relaciona el mensurando con las magnitudes a partir de las que se determina el mensurando.

Si se aplica la ecuación (4.26) a (4.23 – 4.25) considerando solo las incertidumbres de los incrementos de las deformaciones se obtiene:

$$u(P_i) = \frac{E}{(1+\nu)} \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^i (\Delta \check{a}_{ij})^2} u(\Delta \varepsilon) \quad (4.27)$$

$$u(Q_i) = E \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^i (\Delta \check{b}_{ij})^2} u(\Delta \varepsilon) \quad (4.28)$$

$$u(T_i) = E \sqrt{\frac{3}{2} \sum_{j=1}^i (\Delta \check{b}_{ij})^2} u(\Delta \varepsilon) \quad (4.29)$$

Si se compara la ecuación (4.29) con la ecuación (37) de la referencia [Zuccarello99] (que es como la (4.28)), se observa como esta última no es correcta ya que es $\sqrt{3}$ veces menor. Es por tanto que el análisis de esta referencia y [Stefanuscu06], que parten de la misma base teórica, no son adecuados.

En el caso general, el mensurando en un experimento de evaluación de tensiones residuales son las componentes cartesianas de estas σ_1 , σ_3 , τ_{13} o los componentes máximos y mínimos σ_{max} , σ_{min} y un ángulo β que los relaciona con una dirección conocida. Por lo tanto, las componentes de P y Q son un resultado intermedio y las ecuaciones (4.27 – 4.29) no son las que nos interesan.

Si se considera σ_{max} , σ_{min} o β y se aplica la ley de propagación de incertidumbres a (3.67 – 3.68), la complejidad de las ecuaciones hace que la expresión analítica de la incertidumbre típica tenga una expresión más compleja que en el caso de σ_1 , σ_3 y τ_{13} , y dependería además del estado tensional particular de cada problema, por lo que no se va a trabajar con estas variables.

De nuevo, la referencia [Zuccarello99] propone la expresión (40) que no es correcta, pues, además de partir de relaciones erróneas, tienen una expresión muy sencilla y considera la misma incertidumbre típica para σ_{max} , σ_{min} , hecho que en el caso general no es cierto.

Aplicando la ecuación (4.26) a (3.64 – 3.66), se obtienen las siguientes expresiones:

$$u((\sigma_1)_i) = u((\sigma_3)_i) = \frac{E}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{(1+\nu)^2} \sum_{j=1}^i (\Delta \check{a}_{ij})^2 + \sum_{j=1}^i (\Delta \check{b}_{ij})^2} u(\Delta \varepsilon) = s_{i,\sigma_{1,3}} u(\Delta \varepsilon) \quad (4.30)$$

$$u((\tau_{13})_i) = E \sqrt{\frac{3}{2} \sum_{j=1}^i (\Delta \check{b}_{ij})^2} u(\Delta \varepsilon) = s_{i,\tau_{13}} u(\Delta \varepsilon) \quad (4.31)$$

De esta manera, para calcular la distribución de incrementos óptima con la menor incertidumbre posible, la proposición $a_{ii} = \text{constante}$ o $b_{ii} = \text{constante}$ no es suficiente, incluso en el caso de los resultados intermedios de P , Q y T . Las expresiones a minimizar son, por tanto, los coeficientes de sensibilidad $s_{i,\sigma_{1,3}}$, $s_{i,\tau_{13}}$. La minimización de estos coeficientes es, en general, única para cada problema considerado y depende del coeficiente de Poisson, de la roseta utilizada (por los valores diferentes de los coeficientes de calibración) y del radio del orificio. También habría que elegir previamente las

tensiones a las que se quiere dar prioridad (normales o tangenciales) pues las profundidades óptimas no coinciden, en principio, para todas las tensiones. En la práctica, se suele dar mayor importancia a las tensiones normales.

La distribución de incrementos óptima debería ser calculada para cada nuevo problema con sus características particulares y teniendo en cuenta la resolución requerida (el número de puntos requeridos en una profundidad total específica) o la incertidumbre permisible. Sin embargo, perderíamos la posibilidad de poder comparar directamente los resultados en los mismos puntos en distintos problemas, por lo que es preferible elegir una distribución tipo que se adapte bien a alguno de nuestros problemas que sea de especial interés y utilizar esta distribución para todos los demás problemas.

El cálculo de los n coeficientes de sensibilidad se realiza a partir de un primero. Realmente no es un problema de minimización, sino un problema al que se le asigna un límite superior, pues se requiere establecer ese primer valor arbitrariamente.

4.3.3. Cálculo práctico de distribuciones óptimas de puntos.

Se van a proponer nuevas distribuciones óptimas de puntos teniendo en cuenta las ecuaciones (4.30 – 4.31). Para este fin, se requiere de algunas simplificaciones, pues debido a la dependencia de los parámetros descritos, existirían un excesivo número de distribuciones. Desde el punto de vista práctico es mucho más útil partir de simplificaciones basadas en la resolución requerida.

La manera de trabajar con estas ecuaciones es la siguiente:

1. Identificar los parámetros de cada problema.
2. Seleccionar el primer paso en profundidad. Este paso indica la resolución espacial escogida.
3. Como la sensibilidad del primer punto es implícitamente elegida, escoger el próximo punto teniendo en cuenta que su sensibilidad debe ser menor o igual que la del primer punto.

Con estas directrices se ha implementado en Matlab el código numérico apropiado, el cual es capaz de calcular automáticamente los puntos óptimos conociendo de antemano el primer punto seleccionado y el mínimo incremento espacial de los puntos que pueden elegirse. Para permitir cierta flexibilidad, se deja que la incertidumbre típica del nuevo punto sea hasta un 10% mayor. El código del programa se recoge en el Anexo F.

Se han tomado como referencia las rosetas de galgas extensométricas consideradas en la norma ASTM E837-13 (figura 3.8) y se ha elegido como límite de profundidad el valor práctico en el cuál no se obtiene información relevante, es decir $0.2 D_g$ para las rosetas de tipo A y B y $0.23 D_g$ para la roseta tipo C. Por razones relacionadas con la división de escala del micrómetro de posicionamiento manual, se ha considerado un incremento de

0.02 mm para todas las galgas, excepto para el caso de la roseta tipo A 1/32 in. nominal donde se ha considerado 0.01 mm y la roseta tipo A 1/8 in. nominal donde se ha considerado un paso mínimo de 0.04 mm. En la tabla 4.8 se recogen alguna de las características geométricas de las galgas.

Tabla 4.8: Características geométricas de las galgas extensométricas.

Tipo	Roseta	Radio medio de la galga ($D_g/2$) [mm]	Límite de profundidad práctico [mm]
A	1/32 in. nominal	1.29	0.52
A	1/16 in. nominal	2.57	1.03
A	1/8 in. nominal	5,13	2.05
B	1/16 in. nominal	2.57	1.03
C	1/16 in. nominal	2.16	1.25

De forma concreta, se han escogido los siguientes parámetros e intervalos: $0.3 < D/D_g < 0.5$; $0.26 < \nu < 0.34$; $s_{i,\sigma_{1,3}}$; y diferentes resoluciones.

Como los incrementos en profundidad considerados en este trabajo están basados en la resolución, el problema se simplifica enormemente. La variación de los distintos parámetros y el cálculo posterior de las distribuciones óptimas resulta en que muchas de ellas compartan los mismos puntos, ya que no se deja variar libremente los incrementos. De esta manera, se verifica que la relación D/D_g no afecta a los puntos de la distribución, sin embargo, el coeficiente de Poisson sí lo hace y lo hace de la siguiente manera: la ecuación (4.30) confirma que a mayores valor de ν , mayor es la influencia de los términos de $\Delta \tilde{b}_{ij}$. Esto incrementa la resolución y el número de puntos en las distribuciones porque la matriz $\bar{a}$ está peor condicionada que la matriz $\bar{b}$. En cualquier caso, la diferencia en la profundidad de los puntos entre las diferentes distribuciones no es demasiado significativa.

Para evitar proporcionar demasiadas distribuciones de puntos, las aquí proporcionadas solo consideran el caso más conservador. Este caso corresponde a $\nu = 0.26$. La tabla 4.9 muestra, como ejemplo, la distribución de puntos óptima para el caso de la roseta A 1/16 in. nominal teniendo en cuenta varias resoluciones, lo que da lugar a distinto número de puntos en profundidad. La información se completa en el Anexo F para otras configuraciones. En ese anexo también se proporciona el código de Matlab que permite calcular las distribuciones óptimas de puntos para cualquier caso particular.

4.3.4. Redefinición de las distribuciones óptimas de puntos.

Aunque las distribuciones de puntos en profundidad proporcionadas en la tabla 4.9 y en el Anexo F son las óptimas para los parámetros considerados, existen algunos aspectos que pueden discutirse. Por ejemplo, no siempre el último punto propuesto coincide con

el límite de profundidad hasta donde se pueden evaluar las deformaciones, o cuando el primer punto es elegido con una alta resolución, el número total de puntos es alto y las tensiones residuales calculadas mostrarían una dispersión importante. Asimismo, la incertidumbre típica puede ser reducida en las zonas donde la resolución no es esencial.

Tabla 4.9: Distribuciones de puntos ideales considerando distintas resoluciones para roseta tipo A 1/16 in. nominal.

Primer punto elegido - resolución [mm] (número de puntos)						
0.02 (33)	0.04 (17)	0.06 (12)	0.08 (9)	0.10 (7)	0.12 (6)	0.14 (5)
0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14
0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28
0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36	0.44
0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.50	0.64
0.10	0.20	0.30	0.40	0.52	0.68	0.96
0.12	0.24	0.36	0.50	0.68	0.96	
0.14	0.28	0.42	0.62	0.90		
0.16	0.32	0.50	0.76			
0.18	0.36	0.58	0.98			
0.20	0.40	0.68				
0.22	0.44	0.80				
0.24	0.50	0.98				
0.26	0.56					
0.28	0.62					
0.30	0.70					
0.32	0.78					
0.34	0.90					
0.36						
0.38						
0.40						
0.42						
0.44						
0.48						
0.52						
0.56						
0.60						
0.64						
0.68						
0.72						
0.76						
0.82						
0.88						
0.96						

De esta forma, se propone un método para permitir elegir en cada caso otra distribución alternativa equivalente, pero sin las consideraciones planteadas en el párrafo anterior.

Para evitar una excesiva dispersión de las tensiones residuales, se debe fijar el número de puntos. Un número de puntos alrededor de diez proporcional buenos resultados experimentalmente. Las zonas donde no se requiere una gran resolución (zonas donde las tensiones residuales no tienen gradientes importantes o zonas que no son puntos de gran interés en nuestro estudio) deben ser identificadas previamente con ayuda de la bibliografía existente o mediante la experiencia en medidas de tensiones residuales en especímenes con tratamientos similares.

Los pasos para redefinir las distribuciones de puntos son los siguientes:

1. Seleccionar la resolución global requerida prestando atención a las zonas que necesitan una resolución mínima.
2. Identificar las zonas donde la resolución es menos importante.
3. Seleccionar los nuevos puntos en estas zonas, eliminando algunos puntos e intentando mantener una densidad de puntos constante.
4. Desplazar el último punto para coincidir o estar cerca del límite de profundidad.

Con el fin de mostrar este procedimiento, se va a presentar un ejemplo a continuación. Como se ha explicado en capítulos anteriores, la técnica LSP induce en materiales metálicos unas tensiones residuales de compresión que se caracterizan por poseer un pico de compresión dentro de los 100 primeros micrómetros y una relajación paulatina según aumenta la distancia a la superficie. En esta situación existe un gran gradiente en las primeras centenas de micra, siendo esta zona la que necesita una mayor resolución.

Con estos datos de partida, es adecuado considerar una resolución de 40 μm . Si se utiliza una roseta del tipo B, la segunda fila de la tabla E.4 del Anexo F indica la distribución de puntos optimizada para conseguir una incertidumbre típica constante (considerando solo la incertidumbre debida a las deformaciones). Esta distribución tiene 17 puntos, por lo que la distribución de tensiones residuales obtenida presentaría una gran dispersión. Además, el último punto se encuentra a 0.96 mm de la superficie, no muy alejado en este caso del límite práctico de 1.02 mm.

Una posible estrategia para considerar la nueva distribución es la siguiente: seleccionar los dos primeros puntos de la distribución original de 17 puntos, omitir el siguiente punto y seleccionar el inmediatamente posterior, omitir los próximos dos puntos y seleccionar el siguiente, omitir tres y seleccionar el siguiente (repitiendo este paso dos veces) para finalmente seleccionar el último punto eligiéndolo en 1.00 mm, muy cerca del límite de profundidad. La distribución final vendría dada por [0.04; 0.08; 0.16; 0.28; 0.46; 0.72; 1.00] mm con un total de 7 puntos. Otras distribuciones de puntos son también posibles, pero si se hace según la forma descrita, usando de base la distribución elegida y con

mayores incrementos a mayor profundidad, se garantiza siempre una incertidumbre típica menor que la original.

Para ilustrar gráficamente el ejemplo propuesto, se ha simulado un tratamiento por la técnica LSP en una probeta de Ti6Al4V. Se ha utilizado una roseta tipo B y un diámetro del orificio de 1.88 mm. Las tensiones residuales simuladas se denominan tensiones ideales. A partir de esta distribución, se calculan las deformaciones que serían liberadas en un ensayo de medida de tensiones residuales por el método integral, considerando incrementos de 10 μm . Debido a la pequeña profundidad de los incrementos, las deformaciones liberadas calculadas pueden considerarse como las deformaciones ideales liberadas en el caso real de las tensiones residuales simuladas (como el método integral considera tensiones constantes en los intervalos, las deformaciones no serán exactamente iguales pero sí muy parecidas). Las deformaciones ideales se muestran en la figura 4.11.

Figura 4.11: Deformaciones ideales simuladas para un espécimen de Ti6Al4V tratado mediante la técnica LSP con un orificio de 1.88 mm para una roseta del tipo B.

La figura 4.12 muestra como ejemplo ilustrativo la distribución de tensiones mínimas calculada a partir de las deformaciones ideales en el caso de la distribución de 17 puntos y la redefinida de 7 puntos a partir de esta junto a las tensiones residuales mínimas ideales.

Como se puede comprobar, las dos distribuciones son casi equivalentes puesto que en las zonas donde la distribución de 7 puntos tiene menor resolución, no existe un gran gradiente de tensiones. Aunque no se presentan aquí, las tensiones máximas y de corte presentan resultados similares.

La figura 4.13 muestra la misma información que la figura 4.12 pero se ha añadido a las deformaciones ideales un ruido aleatorio de 2 $\mu\text{m}/\text{m}$. Se puede comprobar que el caso de la distribución de 17 puntos presenta una gran dispersión a lo largo de toda la curva que no está presente en el caso de la distribución de 7 puntos. En esta última distribución, solo

el primer tramo (0 – 0.12 mm) presenta mayor dispersión debido a que la resolución es importante.

Figura 4.12: Comparación de las tensiones mínimas ideales simuladas y las calculadas a partir de la distribución de 17 puntos y la de 7 puntos redefinida a partir de la de 17.

Este ejemplo pone de manifiesto de forma clara las ventajas que presentan las distribuciones redefinidas ya que se reduce la dispersión de manera significativa y se proporcionan las tensiones hasta una profundidad más acorde con el límite de detección de las rosetas.

4.3.5. Comparación de las distribuciones propuestas con las distribuciones existentes en la bibliografía.

Con el objetivo de valorar las mejoras de las distribuciones propuestas en este trabajo (denominadas nuevas distribuciones en las gráficas) con relación a las distribuciones que existían anteriormente ([Zucarello99], [Stefanuscu06]), se va a realizar una comparación. Es reseñable destacar las dificultades de hacer una comparación, ya que en el cálculo de las distribuciones no se ha partido exactamente del mismo punto de partida. Por lo tanto y para realizar una comparación lo más justa posible, es necesario que primero se definan las condiciones de la comparación.

[Zucarello99] propone dos distribuciones distintas basadas en las optimizaciones de las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$ de forma independiente. Se va a elegir la distribución que sigue el criterio $a_{ii} = \text{constant}$, ya que la matriz $\bar{a}$ es la peor condicionada.

El indicador que se toma en cuenta como parámetro para valorar la bondad de las distribuciones es la incertidumbre típica. La incertidumbre típica es, además, el criterio que se utiliza a la hora de calcular los puntos de las distribuciones. Asimismo, se ha elegido en todas las distribuciones una resolución similar (primer punto de cada distribución).

Utilizando el mismo problema práctico de la sección 4.3.3, con una roseta del tipo B y una resolución inicial de unos 100 μm , se estima la incertidumbre típica combinada de cada distribución. Para propagar las incertidumbres se utiliza el método desarrollado en las secciones 4.2.1 y 4.2.2 con las fuentes de incertidumbre que se incluyen en la tabla 4.2 adaptadas a este nuevo problema. Los valores que cambian son la media de la distribución del diámetro del orificio que es 1.88 mm, las deformaciones medidas (o el cambio en la resistencia de las galgas) que se indica en la figura 4.11 y las profundidades.

Figura 4.13: Comparación de las tensiones mínimas ideales simuladas y las calculadas a partir de la distribución de 17 puntos y la de 7 puntos redefinida a partir de la de 17 cuando se añade un ruido aleatorio de 2 $\mu\text{m}/\text{m}$.

Como el diámetro del orificio considerado es $D = 1.88 \text{ mm}$, la relación con el diámetro de la roseta de galgas es $D/D_h = 0.366$. Por tanto en la referencia [Stefanescu06] se ha escogido la distribución para $D/D_h = 0.4$.

Las profundidades concretas elegidas son [0.10; 0.20; 0.30; 0.42; 0.56; 0.74; 1.02] mm, para las nuevas distribuciones calculadas en este trabajo, [0.094; 0.169; 0.248; 0.337; 0.439; 0.571; 0.772] mm, para las distribuciones de la referencia [Zuccarello98] y [0.092; 0.185; 0.276; 0.376; 0.490; 0.630; 0.828] mm, para la referencia [Stefanescu06]. En las dos últimas no se ha considerado el último punto para mantener la profundidad dentro del límite práctico (aproximadamente 1 mm). En cada caso se han calculado las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$ adecuadas a cada distribución.

La figura 4.14(a) representa la media de las tensiones residuales máximas para cada distribución. Se observa que todas las distribuciones reproducen con fidelidad las tensiones residuales máximas ideales. La figura 4.14(b) hace lo propio en el caso de las tensiones residuales mínimas. En este caso el ajuste a las tensiones ideales no es tan bueno por falta de resolución. La utilización de una distribución con mayor resolución ayudaría a obtener mejores resultados.

Figura 4.14: Comparación de las distintas distribuciones en el caso de las tensiones residuales máximas (a) y mínimas (b).

La figura 4.15 muestra la comparación de las incertidumbres típicas combinadas en el caso en el caso donde solo se han considerado las fuentes de incertidumbres relativas a las deformaciones medidas (el cual se denota con ε e incluye específicamente las fuentes de la instrumentación, los parámetros de las galgas, la sensibilidad transversal y el efecto de la temperatura) y en el caso donde todas las fuentes de incertidumbres son consideradas. El primer caso se ha evaluado porque las fuentes de incertidumbres de las deformaciones han sido las que se han tenido en cuenta, para el cálculo de las distribuciones óptimas.

Se puede observar como la distribución propuesta en este trabajo es la que tiene menor incertidumbre típica combinada, tanto en el caso de las fuentes asociadas con las deformaciones como con todas las fuentes de incertidumbre, en todos los puntos si se compara con la distribución según [Stefanescu06] y en todos los puntos menos el último si se compara con la distribución según [Zuccarello98].

Las discrepancia con esta última referencia viene explicada porque en esta profundidad los puntos no son comparables, al haber una gran diferencia entre la profundidad. Intervalos mayores resultan en incertidumbres más bajas y, aunque los puntos medios sí son similares, el último intervalo de la distribución de [Zuccarello98] es mayor que en el caso del intervalo de la nueva distribución. Recordemos que las tensiones se representan en el punto medio del intervalo correspondiente pero realmente el método integral supone tensiones residuales constantes en intervalos. En cualquier caso la diferencia es muy pequeña, por lo que queda demostrado en este ejemplo que las nuevas distribuciones propuestas mejoran a las que existían anteriormente.

Figura 4.15: Incertidumbre típica combinada de la tensión máxima utilizando como entrada todas las fuentes de incertidumbre y solo las deformaciones.

4.4. Desarrollo de métodos para la utilización de la Norma ASTM E837 en la estimación de la incertidumbre.

4.4.1. La regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov.

A partir de la Norma ASTM E837-08 se ha aplicado la regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov en la decodificación de las tensiones residuales.

La regularización de Tikhonov, una técnica matemática utilizada para estabilizar problemas inversos, y el criterio de Morozov, una forma de estimar la regularización óptima, han sido explicados brevemente en la sección 3.1.3.3.5.2. En esta sección se va ampliar la información aportada anteriormente.

Una cuestión importante en el uso de estas técnicas, es la elección de la cantidad óptima de regularización. Esto se realiza a través de los parámetros α_p , α_q y α_t . Valores

insuficientes de estos parámetros favorecen la dispersión de las tensiones y valores excesivos enmascaran la verdadera solución del estado tensional del material. Si a la diferencia entre las deformaciones medidas y las deformaciones utilizadas en el cálculo se las llama “misfit”, y considerando una desviación típica igual para todas las deformaciones medidas, el criterio de Morozov indica que la regularización óptima se alcanza cuando se iguala la desviación típica y la media cuadrática.

La media cuadrática de la ecuación 3.67 viene representada por:

$$p_{rms}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{misfit\ j}^2 \quad (4.32)$$

por lo que si $p_{rms} = p_{std}$, se alcanza la cantidad óptima de regularización. Lo mismo aplica a q_{rms} , t_{rms} , q_{std} , y t_{std} .

Este procedimiento solo obtiene buenos resultados cuando se calcula de forma adecuada y fiable la desviación estándar. La referencia [Schajer07] propone un procedimiento numérico para calcularla que consiste en ajustar por medio de mínimos cuadrados una parábola a cada secuencia de cuatro puntos consecutivos de las deformaciones medidas. Como cuatro puntos en general no ajustan a una parábola, las desviaciones obtenidas se consideran como la desviación estándar. De esta manera:

$$p_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(p_j - 3p_{j+1} + 3p_{j+2} - p_{j+3})^2}{20(n-3)} \quad (4.33)$$

$$q_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(q_j - 3q_{j+1} + 3q_{j+2} - q_{j+3})^2}{20(n-3)} \quad (4.34)$$

$$t_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(t_j - 3t_{j+1} + 3t_{j+2} - t_{j+3})^2}{20(n-3)} \quad (4.35)$$

Por último, para obtener los valores óptimos de los coeficientes α se procede por iteración, partiendo de coeficientes con un valor del orden de $1 \cdot 10^{-6}$. Si los valores de p_{rms}^2 , q_{rms}^2 y t_{rms}^2 no están dentro del 5% de los valores de p_{std}^2 , q_{std}^2 y t_{std}^2 respectivamente, se prueba con nuevos coeficientes de la siguiente forma [ASTM E837-13]:

$$(\alpha_p)_{nuevo} = \frac{p_{std}^2}{p_{rms}^2} (\alpha_p)_{antiguo} \quad (4.36)$$

$$(\alpha_q)_{nuevo} = \frac{q_{std}^2}{q_{rms}^2} (\alpha_q)_{antiguo} \quad (4.37)$$

$$(\alpha_t)_{nuevo} = \frac{t_{std}^2}{t_{rms}^2} (\alpha_t)_{antiguo} \quad (4.38)$$

4.4.2. Efecto del parámetro α .

La introducción de una función que penaliza la curvatura y que es controlada mediante el parámetro α , afecta a la incertidumbre típica estimada si se utiliza para ello las ecuaciones

(3.64 – 3.66). A continuación se va a estudiar el efecto de introducir el parámetro α en la estimación de incertidumbres, pero por simplicidad, solo se considera la fuente de incertidumbre de las deformaciones medidas, calculándose la incertidumbre típica de σ_1 y σ_3 de forma analítica.

Al igual que para el criterio de Morozov, se considera que las deformaciones medidas tienen una desviación estándar igual. En la realidad, esto no es completamente cierto, pues existe una componente de la incertidumbre de las deformaciones (incertidumbre asociada con los parámetros de las rosetas) que es proporcional a las tensiones presentes en el espécimen. Sin embargo, esta contribución es de lejos mucho menos importante que la contribución a la incertidumbre de la parte aleatoria, que puede ser considerada constante para todas las deformaciones, tal como se muestra en la tabla 4.5. Además, tal como se ha descrito en la sección 4.2.1.4.1, no se han considerado correlaciones.

Si se aplica la ley de propagación de incertidumbres con magnitudes de entrada no correlacionadas (4.26) a las ecuaciones (3.61 – 3.63), después de algunas simplificaciones matemáticas, se obtiene la siguiente expresión:

$$u((\sigma_1)_i) = u((\sigma_3)_i) = \frac{E}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{(1+\nu)^2} \sum_{j=1}^i (\hat{a}_{ij})^2 + \sum_{j=1}^i (\hat{b}_{ij})^2} u(\varepsilon) \quad (4.39)$$

donde $\hat{a}_{ij}$ y $\hat{b}_{ij}$ representan la componente ij de la matriz $(\bar{a}^t \bar{a} + \alpha_p \bar{c}^t \bar{c})^{-1} \bar{a}^t$ y $(\bar{b}^t \bar{b} + \alpha_q \bar{c}^t \bar{c})^{-1} \bar{b}^t$ respectivamente, en los n puntos en profundidad.

Para poder representar gráficamente la expresión (4.39), se deben utilizar algunos valores numéricos. Se va a considerar un espécimen de Ti6Al4V con módulo de Young $E = 113180$ MPa y coeficiente de Poisson $\nu = 0,342$. Se considera también una roseta tipo A 1/16 in. nominal con una profundidad del orificio de 1 mm y un diámetro de este de 2.00 mm con 20 pasos en profundidad iguales de valor 0.05 mm. Se ha tomado la incertidumbre de las deformaciones igual a 1 $\mu\text{m/m}$. Estos valores son los normales para un ensayo de medida de tensiones residuales por el método del taladro incremental.

Observando la ecuación (4.39) y como, en principio, los parámetros α_p y α_q pueden tomar valores diferentes, se debe considerar el efecto de que estos parámetros no sean iguales, aunque bien es verdad que en la práctica se suelen encontrar valores similares.

De manera práctica se han considerado distintos valores de α_p y α_q y se ha observado que el efecto de α_p es considerablemente mayor que el de α_q y que por tanto va a tener un peso mucho mayor en la representación. Finalmente se ha elegido valores iguales ($\alpha = \alpha_p = \alpha_q$) para la representación en la figura 4.16, que muestra las incertidumbres típicas combinadas de las tensiones en la dirección 1 y 3 con la profundidad teniendo en cuenta solo la fuente de incertidumbre asociada con la instrumentación y en función del valor de los parámetros de α .

En la práctica, los valores habituales de α varían entre 10^{-6} y 10^{-2} . Valores más pequeños apenas mejoran la curvatura de las tensiones residuales. A tenor de la figura 4.16, es evidente que el uso de la regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov reduce enormemente el valor de la incertidumbre típica combinada, en este caso la debida a la instrumentación, que por otro lado es una de las que más influye en la incertidumbre típica combinada total (tabla 4.5).

Figura 4.16: Incertidumbre típica de las tensiones residuales en la dirección 1 y 3 considerando una desviación estándar de $1 \mu\text{m/m}$ y diferentes valores de α ($\alpha = \alpha_p = \alpha_q$) para una probeta de Ti6Al4V.

4.4.3. Efecto en los puntos extremos.

Se consideran puntos extremos los puntos cercanos a la superficie y los más próximos a la profundidad final.

La función de la matriz $\bar{c}$ en las ecuaciones (3.61 – 3.63) es la corrección de la solución de tensiones aproximando la derivada cero para soluciones “pequeñas”, la primera derivada para soluciones “planas” y la segunda derivada para soluciones “suaves”. Para este fin, las filas de la matriz $\bar{c}$ deben contener los términos $[0 \ 1 \ 0]$, $[0 \ -1 \ 1]$ y $[-1 \ 2 \ -1]$ centrados en la diagonal, respectivamente. En nuestro problema, la regularización que se debe utilizar es la que afecta al suavizado. En la primera y última fila de $\bar{c}$ el término $[-1 \ 2 \ -1]$ no está completo, pues faltaría el -1 en la primera fila o el 1 en la última fila. Si se computan las tensiones residuales de esta manera, se obtendrían unas que resultarían ser más pequeñas y planas. Para evitar este efecto, se establecen ceros en las filas primera y última.

Sin embargo, la nulidad de la primer y última fila genera un efecto en las tensiones calculadas y, por tanto, en la incertidumbre típica de los puntos extremos tal como puede observarse en la figura 4.16. Este comportamiento hace que la incertidumbre de estos puntos no siga la tendencia del resto, ya que estos puntos no estarían suavizados.

4.4.4. Efecto en diferentes distribuciones de puntos en profundidad.

Esta sección estudia las consecuencias de aplicar la regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov a un mismo problema, pero utilizando diferentes distribuciones de puntos donde se evalúan las tensiones. Desafortunadamente, es casi imposible proponer expresiones analíticas para este fin. Esto es debido principalmente a dos razones: por un lado, debido a la complejidad y el alto número de ecuaciones que describen la decodificación de tensiones, por otro lado, debido a que no existe un número limitado de problemas de tensiones residuales y se pueden encontrar soluciones de tensiones residuales con múltiples formas.

Para solventar este problema, se va a considerar un caso particular. Evidentemente los resultados no serán generales, pero se podrá aplicar en problemas que presenten condiciones similares. De esta manera se ha elegido, al igual que en secciones anteriores, un espécimen de Ti6Al4V tratado mediante la técnica LSP.

Se ha vuelto a utilizar el proceso utilizado en el apartado 4.3.4, donde se han considerado unas tensiones residuales inspiradas en un problema real (tensiones ideales), y posteriormente se han considerado una alta densidad de puntos (cada 10 μm) para calcular las deformaciones que se asemejan a las deformaciones ideales que conducirían a las tensiones ideales exactas. Estas deformaciones pseudoideales son posteriormente modificadas de manera aleatoria suponiendo una desviación estándar sin correlación, con el mismo valor para todas las deformaciones. Solo se utiliza una distribución aleatoria para poner en relieve las dificultades existentes cuando solo se utiliza un problema particular, que es lo que realmente se tiene en un ensayo real.

Se han considerado las siguientes distribuciones de puntos con intervalos constantes (hasta 1 mm): 10 μm , 20 μm , 40 μm , 50 μm , 60 μm , 80 μm y 100 μm . Finalmente, se han considerado tres niveles de desviaciones estándar de las deformaciones: 1 $\mu\text{m}/\text{m}$, 2 $\mu\text{m}/\text{m}$ y 3 $\mu\text{m}/\text{m}$. Para realizar una comparación lo más justa posible entre todas las distribuciones, se han simulado las desviaciones en la distribución con puntos cada 10 μm y se han trasladado las desviaciones a las demás distribuciones respetando los respectivos puntos. Además, las desviaciones de 2 $\mu\text{m}/\text{m}$ y 3 $\mu\text{m}/\text{m}$ están basadas directamente en las desviaciones de 1 $\mu\text{m}/\text{m}$, pues se ha utilizado la propiedad de la varianza $V(aX + b) = a^2V(X)$, siendo V la varianza, X una variable aleatoria y a y b dos números reales cualquiera [Fisher19], de valor 2 y 3 en nuestro caso, respectivamente.

De esta manera, la tensión máxima y mínima junto con el ángulo β que definen las tensiones residuales ideales del problema, se muestran en la figura 4.17.

Las deformaciones ideales para una roseta tipo A 1/16 in. nominal y un orificio de 1 mm de profundidad y 2 mm de diámetro son las representadas en la figura 4.11. En la figura 4.18 se han superpuesto las deformaciones ideales y las deformaciones simuladas con un ruido aleatorio de 2 $\mu\text{m}/\text{m}$ para la distribución de puntos equidistantes cada 50 μm . Se puede observar que visualmente los puntos tienen una variación mínima con respecto a

las curvas ideales. Sin embargo, debido a la mala condición del problema, estas pequeñas desviaciones en las deformaciones crean grandes desviaciones en las tensiones residuales calculadas.

Figura 4.17: Tensiones máximas, mínimas y ángulo β ideales simuladas para un típico espécimen de Ti6Al4V tratado mediante la técnica LSP.

Figura 4.18: Deformaciones ideales y simuladas para una distribución de puntos equidistantes cada 50 μm y una desviación aleatoria de 2 $\mu\text{m/m}$, inspiradas en un espécimen de Ti6Al4V tratado mediante la técnica LSP.

4.4.4.1. Predicción del comportamiento de la incertidumbre.

En este punto se va a intentar predecir el comportamiento lógico de las incertidumbres típicas combinadas, que nos será útil para comparar.

Para ello, se consideran dos distribuciones de puntos en profundidad con intervalos contantes que poseen un ruido aleatorio de la misma amplitud. La primera distribución

tiene mayor densidad de puntos (a la que denominamos caso I) que la segunda (denominada caso II). Si las tensiones residuales son evaluadas, la curva de tensiones del caso II será más suave que la curva del caso I. Esto será consecuencia de que, a mayor resolución espacial, mayor incertidumbre y viceversa [Zuccarello98], y como solo se está evaluando un caso particular, la mayor incertidumbre del caso I resultará en una curva con una gran dispersión y por tanto menos suave (ver gráfica 4.13).

4.4.4.2. Comparación de diferentes distribuciones de puntos en profundidad.

La figura 4.19(a) muestra la incertidumbre típica combinada de las tensiones residuales para las distribuciones de puntos equiespaciados de 40 μm , 50 μm , 80 μm y 100 μm , considerando como fuerte de incertidumbre las deformaciones ideales a las que se ha añadido un ruido de 1 $\mu\text{m/m}$. Las figuras 4.19(b) y (c) hacen lo mismo pero con un ruido de 2 $\mu\text{m/m}$ y 3 $\mu\text{m/m}$ respectivamente.

Las deformaciones han sido computadas mediante el software H-Drill v3.30 que usa la regularización indicada en la norma ASTM E837-13. A la hora de calcular las bandas de incertidumbre típica combinada, solo se ha tenido en cuenta la desviación estándar. Su valor se elige automáticamente por H-Drill de acuerdo con los valores de p_{std}^2 , q_{std}^2 y t_{std}^2 . Estos valores no coinciden completamente con las desviaciones simuladas ya que son solo un caso particular. En cualquier caso, son similares y obviamente la diferencia es mayor cuando se utilizan menos puntos para estimar las desviaciones estándar de las deformaciones.

Si se omiten los puntos extremos según lo explicado en la sección 4.4.3, la figura 4.19 indica que las incertidumbres no siempre siguen el comportamiento previsto en la sección 4.4.4.1, ya que las distintas curvas que indican la incertidumbre típica combinada se entrecruzan, y la mayor incertidumbre típica combinada no corresponde siempre a las distribuciones con mayor resolución. Este comportamiento es incluso más evidente cuando las desviaciones consideradas son mayores.

4.4.4.3. Comparación de diferentes valores de las desviaciones típicas de entrada.

Si se comparan las incertidumbres entre ellas, considerando el mismo espaciado entre puntos, la gráfica 4.19 muestra que no siempre las desviaciones mayores conducen a mayores incertidumbres típicas combinadas.

Este comportamiento se puede observar en la figura 4.20, donde se han representado juntas las distribuciones equiespaciadas cada 40 μm para las tres desviaciones consideradas. Se observa de forma clara que la incertidumbre típica combinada debido a la acción de la desviación de 1 $\mu\text{m/m}$ es la mayor de todas en casi todas las profundidades, aun siendo la que tiene la menor desviación.

Figura 4.19: Incertidumbres típicas combinadas de las tensiones residuales para las distribuciones equiespaciadas cada 40 μm , 50 μm , 80 μm y 100 μm , para desviaciones de 1 $\mu\text{m}/\text{m}$ (a), 2 $\mu\text{m}/\text{m}$ (b) y 3 $\mu\text{m}/\text{m}$ (c).

La causa de este comportamiento es que, con el proceso de regularización, las deformaciones son modificadas hasta que se ajustan a las desviaciones estándar. De esta forma, si el valor de la desviación estándar es mayor, las deformaciones son modificadas en mayor medida, y el suavizado es mayor, lo que conduce a una incertidumbre típica combinada menor. Sin embargo, la posición de las curvas no sólo depende de lo que se permita suavizar a las deformaciones, sino también del propio valor de la incertidumbre típica de las deformaciones, que tendría, como se ha razonado anteriormente, un comportamiento contrario al del suavizado. La causa que tiene más efecto sobre la incertidumbre típica combinada, de entre estas dos citadas, no se conoce de antemano. Por ejemplo, en la figura 4.20 se observa como la gráfica perteneciente a una desviación de 2 $\mu\text{m/m}$ está por debajo de la gráfica de 3 $\mu\text{m/m}$.

Figura 4.20: Comparación de las incertidumbres típicas combinadas de las distribuciones equiespaciadas cada 40 μm con diferentes incertidumbre de las deformaciones propagadas.

Aunque en la práctica se han considerado las distribuciones con intervalos constantes cada 10 μm , 20 μm , 40 μm , 50 μm , 60 μm , 80 μm y 100 μm , solo las de 40 μm , 50 μm , 80 μm y 100 μm han sido mostradas en las figuras para favorecer su legibilidad. Se ha encontrado el mismo comportamiento en todas las distribuciones.

4.4.5. Valoración de las particularidades encontradas.

A continuación y a modo de resumen, se van a valorar todos los aspectos y peculiaridades que se han encontrado en el estudio de la aplicación de la regularización de Tikhonov a la estimación de incertidumbres.

- Efecto del parámetro α : la regularización y la introducción del parámetro α , elegido según el criterio de Morozov, tiene el efecto de una gran reducción en el valor de la incertidumbre típica combinada cuando se usan valores comunes de α . De hecho, el valor del parámetro α es el parámetro más influyente, aunque el valor

del intervalo en la distribución de puntos y la desviación estándar de las deformaciones influyen en el valor total de la incertidumbre típica combinada. De esta manera, no es deseable que la estimación de la incertidumbre tenga mucha dependencia del parámetro α , pues este varía de problema a problema.

- Efecto en los puntos extremos: con regularización, la incertidumbre de los puntos extremos presentan una tendencia distinta a la del resto de puntos. En un principio, una posible solución podría ser el uso de la matriz $\bar{c}$ completa con la primera fila de a forma $[2 \ -1 \ 0 \ \dots]$ y la última fila de la forma $[\dots \ 0 \ -1 \ 2]$, pero solo para la estimación de la incertidumbre. Otra posible solución, útil solamente para los últimos puntos, sería eliminar directamente estos puntos (se perdería un poco de profundidad) o extender la profundidad y entonces eliminar los últimos puntos.
- Comparación de diferentes distribuciones de puntos en profundidad: en este caso se ha visto como las incertidumbres no siguen el comportamiento previsto de mayores incertidumbres típicas combinadas en distribuciones con mayor resolución. Un método que estimara las incertidumbres sin este comportamiento incoherente sería más apropiado.
- Comparación de diferentes valores de las desviaciones típicas de entrada: se observa en el ejemplo propuesto como el comportamiento menos lógico se da cuando se compara la misma distribución con distintos valores de desviaciones: la menor desviación conduce a la mayor incertidumbre típica combinada. Sin embargo, esta tendencia no siempre ocurre porque hay otras dependencias como el valor de la desviación por sí mismo.

4.4.6. Propuestas para la estimación de la incertidumbre compatibles con la Norma ASTM E837-13.

Finalmente, se va a proponer un método para hacer frente a los aspectos y peculiaridades resumidos en la sección 4.4.5 y para hacer posible una estimación de la incertidumbre de acuerdo a la norma ASTM E837-13. También se han estudiado varias propuestas que serán comentadas, así como sus ventajas y desventajas.

El primer método sugerido es la aplicación directa de la Norma ASTM E837-13 para la estimación de la incertidumbre, con la inclusión o no de la posible solución para compensar el comportamiento de los puntos extremos aportada en la sección anterior. Sin embargo, este trabajo ha mostrado las discrepancias encontradas en la aplicación directa de la Norma, por lo que esta opción es descartada. La regularización se basa en el hecho de que las tensiones residuales deben ser suaves, y este es un buen punto de partida a la hora de calcular las tensiones residuales. Sin embargo, su aplicación a la estimación de incertidumbres resulta, entre otras cosas, en una reducción drástica de las incertidumbres típicas combinadas, y supondría que las deformaciones regularizadas son “mejores” que las deformaciones experimentales medidas y no está claro hasta qué punto esta suposición es correcta.

Otra opción sería la estimación de incertidumbres sin tener en cuenta la regularización. Así, las tensiones residuales son decodificadas con el uso de la Norma ASTM E837 y la incertidumbre típica combinada es estimada sin el uso de la regularización, siguiendo el cálculo propuesto en la primera parte del capítulo 4. De esta manera serían resueltos los problemas presentados con un valor conservativo de la incertidumbre típica combinada. Sin embargo, el valor de la incertidumbre típica obtenida se antoja excesivamente conservador.

Otro enfoque es la aplicación de la Norma para la estimación de la incertidumbre típica combinada de las tensiones residuales, pero incrementando de alguna manera su valor para ser conservativos. Esto se puede aplicar, por ejemplo, con la introducción de un parámetro α con una incertidumbre, ya que este es el parámetro que controla la cantidad de suavizado y por tanto el valor de la incertidumbre típica. Sin embargo la aplicación de esta propuesta conllevaría multitud de problemas: el concepto de incertidumbre en este parámetro no tiene demasiado sentido y cuando se intenta aplicarlo en la práctica, el proceso de regularización implica un valor fijo de α .

El último enfoque sugerido en el párrafo anterior puede ser mejorado. Implicaría la selección de un valor fijo del parámetro α para estimar exclusivamente las incertidumbres. Su valor sería ajustado de forma experimental y los aspectos y peculiaridades anteriormente descritas serían así resueltos. La selección experimental de este parámetro le otorgaría legitimidad al método propuesto y al valor escogido de α .

Una característica importante que conviene remarcar es la dualidad resolución-incertidumbre. Por lo que, si se desea una incertidumbre moderada, la resolución no puede ser muy alta. Una resolución (espaciado entre profundidades) de 50 μm o 60 μm sería suficiente en la mayoría de los casos.

También hay que tener en cuenta, como puede observarse en la figura 4.16, que la incertidumbre se hace mayor a profundidades más alejadas de la superficie cuando se usan distribuciones de espaciado constante [Zucarello98], [Schajer96]. Para alcanzar un nivel constante de la incertidumbre típica combinada (teniendo en cuenta como fuente de incertidumbre la instrumentación), se puede implementar la estrategia explicada en la sección 4.3. En el caso en de que los incrementos no sean constantes, las ecuaciones (4.33 – 4.35) y la matriz $\bar{c}$ no son válidas tal como se han considerado hasta ahora, pues estas lo eran para el caso donde los incrementos en profundidad son constantes.

La ecuación que sustituiría a (4.33) es la siguiente:

$$p_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(r_i \cdot p_i)^2}{\|r_i\|^2 (n-3)} \quad (4.40)$$

donde se indica el producto escalar en el numerador y la norma Euclídea en el denominador.

El vector de desviaciones estándar es:

$$\mathbf{p}_i = [p_i \quad p_{i+1} \quad p_{i+2} \quad p_{i+3}]^t \quad (4.41)$$

Finalmente, para tener en cuenta las profundidades del orificio, se utiliza la siguiente expresión (donde h_i son las profundidades en el paso i):

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} r_{i1} \\ r_{i2} \\ r_{i3} \\ r_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(h_{i+3} - h_{i+2})(h_{i+1} - h_{i+3})(h_{i+2} - h_{i+1}) \\ (h_i - h_{i+3})(h_{i+2} - h_i)(h_{i+3} - h_{i+2}) \\ -(h_{i+1} - h_i)(h_{i+3} - h_{i+1})(h_i - h_{i+3}) \\ (h_{i+2} - h_{i+1})(h_i - h_{i+2})(h_{i+1} - h_i) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

La matriz $\bar{c}$ variaría su estructura $[-1 \ 2 \ -1]$ centrada en la diagonal, de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{-2}{(h_{i+1}-h_{i-1})(h_i-h_{i-1})} \left(\frac{W}{n_p}\right)^2 & \frac{2}{(h_i-h_{i-1})(h_{i+1}-h_i)} \left(\frac{W}{n_p}\right)^2 & \frac{-2}{(h_{i+1}-h_i)(h_{i+1}-h_{i-1})} \left(\frac{W}{n_p}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

donde n_p es el número total de puntos y W es la profundidad total del orificio.

Integrando las teorías válidas anteriormente expuestas se puede llegar a una solución que aporte las ventajas de todas ellas: la utilización de una distribución óptima en profundidad, junto con la regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov para calcular las tensiones residuales y, la elección de un α fijo, elegido de forma experimental, para la estimación de la incertidumbre. En el capítulo 6 se incluyen las medidas experimentales realizadas para este fin, así como la verificación de la solución de los problemas encontrados.

4.5. Recapitulación de los aspectos analizados.

A modo de resumen y para facilitar al lector el seguimiento de este trabajo, se van a recopilar y valorar los aspectos que se han desarrollado en este capítulo 4.

En primer lugar, en la sección 4.2 se ha desarrollado un método para la estimación de la incertidumbre basado en el MCM, ya que este método no presenta las limitaciones de la Guía GUM (puede que el uso de una linealización del modelo no sea adecuada y que la función de densidad de probabilidad para la magnitud de salida se aparte apreciablemente de una normal). El modelo propuesto resulta de considerar todas las fuentes de incertidumbre posibles y cuenta con una gran complejidad debido a la multitud de parámetros involucrados y la no linealidad de algunas expresiones.

A su vez, se ha aplicado el método desarrollado a la estimación de incertidumbres de una probeta de TiAl4V tratada mediante la técnica LSP. En este caso las fuentes de incertidumbre más importantes son la profundidad del orificio, la instrumentación y el módulo de Young. Otras fuentes que influyen en menor medida son las funciones de influencia y los parámetros de las galgas extensométricas. La detección del cero es muy

importante en las tensiones cercanas a la superficie y la sensibilidad transversal y las deformaciones térmicas inducidas pueden ser despreciadas.

Como los resultados son dependientes del material utilizado y su estado tensional, se ha analizado la posibilidad de extender los resultados del ejemplo práctico a otros problemas, resultando en una serie de indicaciones para tal fin.

En la sección 4.3 se han desarrollado los métodos necesarios para la optimización de las distribuciones de puntos en profundidad, siendo el propósito de la optimización la minimización de la incertidumbre típica combinada de las tensiones residuales.

La principal motivación de este cálculo de distribuciones viene dada por la utilización en la bibliografía de expresiones incorrectas. Se ha aprovechado para darle un nuevo enfoque a las distribuciones calculadas ya que estas se basan en la resolución requerida, enfoque considerado más útil en la práctica, y se han utilizado los últimos datos disponibles de los coeficientes de calibración.

Por último, en la sección 4.4 se ha analizado la posible utilización de la Norma ASTM E837, con la regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov, en la estimación de incertidumbres. Esto resulta en una gran reducción de la incertidumbre típica combinada, en el comportamiento anómalo de ciertos puntos y en ciertas incoherencias, como una menor incertidumbre típica combinada ante incertidumbres típicas de entrada mayores.

También se han analizado las posibles soluciones a estos problemas, resultando como propuesta la elección de un parámetro de regularización fijo que debe ser estimado mediante ensayos experimentales.

Si se combina la Norma ASTM junto con las distribuciones de puntos optimizadas en profundidad se pueden aprovechar las ventajas de ambos: distribuciones de tensiones residuales con altas resoluciones, suaves y con una incertidumbre acotada superiormente.

Capítulo 5

Desarrollo propio de modelos y estrategias para la corrección de desviaciones en medidas de tensiones residuales mediante el método del taladro incremental.

5.1. Introducción.

Se va a desarrollar una metodología adecuada para la corrección de las desviaciones más importantes que nos podemos encontrar en la medida de tensiones residuales por el método del taladro incremental, que tiene en cuenta las características del proceso.

En concreto se van a considerar dos desviaciones. La primera de ellas es la excentricidad, ya que nos encontramos en muchos casos fuera de la Norma ASTM E837, debido a que experimentalmente es muy difícil garantizar siempre valores de la excentricidad menores a los que esta especifica.

La segunda desviación considerada es la geometría real del orificio, de la que tenemos sospechas de que sea una desviación importante. El cilindro practicado se aleja en todos los casos, en mayor o menor medida, de la idealidad, debido a las fresas utilizadas y a la técnica de taladrado.

Para la corrección de estas desviaciones se utilizan los métodos numéricos, simulando en ellos el ensayo de medida de tensiones residuales. Se ha utilizado el método de los elementos finitos (MEF) ya que, como se ha descrito en el capítulo 3, no es posible resolver analíticamente el problema por ser un problema físico de geometría complicada. El MEF aproxima la solución de las ecuaciones diferenciales de la mecánica de los sólidos deformables, calculando primero el campo de desplazamientos y, posteriormente, a través de relaciones cinemáticas y constitutivas las deformaciones y tensiones respectivamente.

En la sección 5.2 se describe la metodología de simulación y las generalidades del modelo MEF empleado, dejándose para la corrección de las desviaciones las particularidades de cada los modelo, si estos las presentasen.

5.2. Desarrollo del modelo de elementos finitos.

Las primeras aplicaciones del MEF para el cálculo de tensiones residuales por el método del taladro utilizaban un modelo en dos dimensiones para hallar los coeficientes de calibración $\bar{A}$ y $\bar{B}$ para tensiones residuales constantes [Schajer81] y los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ para el método integral [Flaman85], [Niku-Lari85], [Schajer88 88b]. En esta época las computadoras no eran lo potentes que son hoy en día y los modelos en dos dimensiones (2D) reducían significativamente el tiempo de cálculo comparados con los modelos en tres dimensiones (3D). Se basaban en que un problema tridimensional puede ser reducido a un problema bidimensional por medio de series de Fourier bajo la condición de geometría axisimétrica [Zienkiewicz00]. Estos modelos en 2D se han seguido utilizando posteriormente para su empleo en el cálculo de tensiones residuales [Liu96], [Vangi97], [Andersen00], [Beghini00 10], [Svaricek07], [Sedivý07], [Scafidi08], [Korsunsky10] y la figura 5.1 muestra un ejemplo. Sin embargo, la reducción a un problema 2D tiene una gran desventaja, pues los coeficientes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ deben determinarse de forma separada para los campos de tensiones hidrostático y desviatorio.

Figura 5.1: Detalle del MEF en 2D [Andersen00].

Si se considera el caso real, los desplazamientos radiales y verticales obtenidos a partir de un modelo 2D están restringidos no solo por los elementos de la sección transversal considerada, sino también por los elementos de los planos paralelos adyacentes del modelo tridimensional. De aquí que las condiciones de restricción no puedan ser simuladas completamente en un modelo en 2D. Además, el modelo bidimensional supone una geometría cilíndrica. El modelo en forma de placa con un orificio no puede ser por tanto establecido mediante una rotación alrededor del eje de simetría. Como resultado, la expansión de series de Fourier no puede ser aplicada de una manera totalmente satisfactoria para reducir el problema 3D al problema 2D [Aoh02].

Los modelos bidimensionales son como consecuencia cada vez menos frecuentes y, en la actualidad los investigadores realizan mayoritariamente los análisis utilizando programas de cálculo más realistas basados en modelos 3D, [Gibmeier04], [Nobre06 12 15], [Xiao09], [Garleanu10], [Nau13 13b], [Giri15], [Blödorn16]. También se ha aplicado con

éxito los MEF a problemas de determinación de tensiones residuales en probetas tratadas mediante la técnica LSP [Correa15].

Los modelos para simulaciones del ensayo del taladro incremental en elementos finitos se componen de tres elementos fundamentales:

- i) Modelo de la carga correspondiente a las tensiones residuales que existen en el material.
- ii) Modelo de comportamiento del material.
- iii) Modelo de la geometría de la pieza, elementos, mallado y condiciones de contorno aplicadas a la mismo.

El software utilizado para los MEF es Abaqus® en su versión 6.14 utilizándose el método implícito pues el problema no es dependiente del tiempo.

5.2.1. Modelo de la carga.

Las tensiones residuales pueden ser consideradas como las tensiones elásticas encerradas en el material. El material original tiene un estado tensional determinado. Se supone que el taladrado del orificio no afecta significativamente al valor de sus tensiones. Se supone también que las tensiones son constantes en la sección y que por lo tanto no hay tensiones de cortante en la superficie del orificio.

A continuación se practica el orificio y se aplica externamente a los límites del orificio la carga que existía previamente (figura 5.1(a)). En estas condiciones la distribución de cargas en el material se mantiene inalterada con respecto al estado inicial. Como el material es lineal elástico se puede aplicar el principio de superposición. Si se aplica al orificio una carga igual a la del caso 5.1(a) pero de signo contrario (figura 5.1(b)), el estado resultante es el estado tensional del material después del taladrado (figura 5.1(c)).

Figura 5.2: Superposición de cargas que corresponden a la relajación de tensiones debida al taladrado del orificio: tensiones originales (a), cambio de tensiones debidas al taladrado del orificio (b), estado tensional final (c) (adaptado de [Schajer81]).

El estado 5.1(b) corresponde a la redistribución de las tensiones debida al orificio. De esta forma, cargando el interior de las paredes del orificio se puede calcular la relación entre las tensiones residuales y las tensiones relajadas a causa del taladrado.

La carga modelizada en Abaqus® es la correspondiente al estado tensional de las caras del orificio antes de realizarse este y en la orientación adecuada. Las tensiones son:

$$\sigma'_r = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} + \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \cos(2\theta) \quad (5.1)$$

$$\sigma'_\theta = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} - \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \cos(2\theta) \quad (5.2)$$

$$\tau'_{r\theta} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} [\sin(2\theta)] \quad (5.3)$$

donde σ'_r , σ'_θ y $\tau'_{r\theta}$ son la tensión radial, circunferencial y de cortante en un estado de tensión plana, estando la tensión máxima orientada según el eje x , la mínima según el eje y y siendo θ el ángulo que forma el eje x y la dirección de σ'_r (figura 5.3).

Figura 5.3: Sistema de coordenadas de la ecuaciones (5.1 – 5.3).

Siguiendo el método integral, se considera una carga constante para cada incremento de los n_p que constituyen un orificio de profundidad total W .

5.2.2. Modelo de comportamiento del material.

Se considera un comportamiento del material lineal elástico e isótropo, quedando este determinado por el módulo de Young E , y el coeficiente de Poisson ν .

Como ya se explicó en el capítulo 3, el problema es independiente del módulo de Young, pero no del coeficiente de Poisson. Afortunadamente la dependencia es pequeña para intervalos de ν comprendidos entre 0.25 y 0.35, y las desviaciones cometidas al no usar en los cálculos un valor exactamente igual al del material considerado en cada caso, también serán pequeñas [Schajer81].

Se ha sido elegido un valor de $\nu = 0.30$ para las simulaciones, a no ser que se indique lo contrario.

5.2.3. Modelo de la geometría de la pieza, elementos, mallado y condiciones de contorno.

Se ha elegido el modelo geométrico de la piza coincidiendo con la geometría más utilizada en las probetas utilizadas en el CLUPM para la medida de tensiones residuales, es decir, paralelepípedos rectangulares.

Teniendo en cuenta que los efectos de la relajación de tensiones son limitados a regiones cercanas al orificio practicado, el tamaño de la probeta es importante para optimizar el tiempo de cálculo. Tamaños muy grandes de cualquiera de las dimensiones del paralelepípedo prolongarán este tiempo, pues estas geometrías contarán con un mayor número de elementos (suponiendo mallados similares).

En los primeros modelos se partió de un tamaño del paralelepípedo de 8 x 8 x 2 cm, siendo la menor dimensión correspondiente al espesor de la pieza. Teniendo en cuenta que para orificios de unos 2 mm de diámetro y 1 mm de profundidad la Norma ASTM E837 indica un espesor mínimo de 5.13 mm para que las desviaciones sean pequeñas, se considera que las dimensiones utilizadas en un principio fueron bastantes conservadoras. Para reducir el tiempo de cálculo se consideró finalmente una pieza de 6 x 6 x 1 cm, con desviaciones relativas de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ menores al 1% con respecto a los de la pieza de tamaño original. Esta pérdida de precisión se considera asumible, teniendo en cuenta el gran ahorro de tiempo de cálculo conseguido (casi un 40% de reducción).

En cuanto a la geometría del orificio, se consideran orificios de hasta 1 mm de profundidad, 2 mm de diámetro y una geometría ideal de cilindro recto, siempre que no se indique lo contrario.

Como el método incremental requiere considerar distintas profundidades del orificio, una elección fundamental es la de los pasos en profundidad donde se van a hallar los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$. Si bien se hubiese podido elegir alguna de las distribuciones presentadas en la sección 4.5, esta forma de proceder no hubiese sido práctica. Se ha optado por considerar las profundidades consideradas en la Norma ASTM E837 con veinte intervalos de 50 μm cada uno. Las ventajas de utilizar esta distribución son varias. Por un lado al tener una densidad de puntos considerable nos permite interpolar los valores de $\bar{a}$ y $\bar{b}$ con mayor garantía en caso de necesitar calcular estos en otras profundidades diferentes. Por otro lado nos permite comparar de una forma directa los coeficientes obtenidos con los presentados en la Norma.

En cuanto a las condiciones de contorno, se han elegido para reproducir la sujeción real de la pieza a nivel experimental. En los ensayos la pieza se apoya sobre una superficie plana y se utiliza una sujeción que impide que esta se mueva en el plano durante el proceso de taladrado. Sin embargo, esta restricción horizontal o bien es débil o se realiza en puntos alejados del punto de taladrado, por lo que en realidad se puede considerar que la única condición de contorno aplicada es la restricción del movimiento vertical de la pieza, siendo esta la única condición de contorno que se aplica en las simulaciones. Se ha

comprobado, además, que la aplicación de otras condiciones de contorno similares y compatibles con la sujeción experimental apenas influye en el estado tensional resultante en las proximidades del orificio. El volumen de la pieza es quien absorbe la redistribución de tensiones durante y después del taladrado.

Utilizando condiciones de simetría solo es necesario simular un cuarto del problema original.

El mallado de la geometría ha sido redefinido varias veces hasta alcanzar su configuración final. Sabiendo que los puntos de interés se sitúan alrededor del orificio, es esta la zona que necesita una malla más fina. Las distintas aristas tanto de las piezas como de las particiones se han dividido en elementos de 1 mm, dejando la división para las aristas cercanas al orificio en $200/n \mu\text{m}$, siendo n un número entero.

Se ha realizado un estudio de convergencia consistente en el diseño del modelo completo (geometría, material, condiciones de contorno...) y en ir reduciendo el tamaño de los elementos posicionados cerca del orificio (a través del número entero n) hasta encontrar un tamaño máximo de elemento a partir del cual los resultados no cambian de forma significativa. En la figura 5.4 se grafican los resultados de este estudio para los coeficientes $\bar{a}_{11}$ y $\bar{a}_{33}$. Se observa como al ir disminuyendo el tamaño de la malla los valores de los coeficientes tienden a valores constantes y las oscilaciones desaparecen. Parece que $25 \mu\text{m}$ es un valor adecuado del tamaño de arista, por lo que $n = 8$ es el valor elegido para realizar las simulaciones.

Figura 5.4: Resultados del estudio de convergencia para determinar el tamaño de malla ideal en las zonas próximas al orificio.

Relacionado con el mallado están los tipos de elemento utilizados. En la región cercana al orificio se han utilizado elementos hexaédricos C3D8R. Estos elementos de propósito general con primer orden de interpolación e integración reducida (que reduce el tiempo de cálculo), son los que por defecto utiliza Abaqus®. Los demás elementos son del tipo tetraédrico C3D10, también de propósito general y que tienen un muy buen comportamiento en el MEF. Han sido utilizados porque se adaptan bien a la malla de las zonas que rodean el orificio.

La figura 5.5(a) muestra el mallado resultante de la geometría simulada. La figura 5.5(b) muestra un detalle de un orificio de 500 μm de profundidad.

Figura 5.5: Mallado resultante de la geometría simulada en Abaqus® (a) y detalle del mallado cerca de un orificio de 500 μm de espesor (b).

5.2.4. Automatización del cálculo por el MEF.

Uno de los mayores retos del cálculo de elementos finitos en esta Tesis ha sido la resolución de un gran número de problemas. Para calcular los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ para 20 incrementos en profundidad hace falta resolver 210 problemas individuales. Debido a este enorme número de problemas, las simplificaciones mostradas en la sección anterior han sido fundamentales a la hora de ahorrar tiempo de cálculo.

Pero además se ha hecho imprescindible la automatización del proceso de cálculo, pues abordar la construcción de cada problema individual manualmente es materialmente imposible. De este modo, se han desarrollado los códigos adecuados para la resolución automática de cada problema por medio del lenguaje de programación Python, que es el que utiliza Abaqus. También se ha dotado de flexibilidad a los códigos pudiendo elegirse cualquier diámetro e incremento de profundidad del orificio.

5.2.5. Respuesta de las deformaciones en las galgas extensométricas.

La galga extensométrica es el sensor con el que contamos en los diferentes ensayos para medir las deformaciones alrededor del orificio. Su respuesta debe ser modelada en nuestro MEF. Se considera que la galga tiene un comportamiento lineal y que no tiene sensibilidad transversal, por lo que la sensibilidad transversal tiene que ser corregida en la parte experimental. También se considera que el efecto del adhesivo que une la galga a la pieza y otros posibles efectos de atenuación de la señal son despreciables y que la galga mide todas las deformaciones liberadas.

El método más común de determinar matemáticamente las deformaciones indicadas por la galga es la integración doble del campo de deformaciones sobre la longitud y anchura del área de la galga. La integración es numérica en el caso de que el campo de deformaciones sea determinado por elementos finitos.

Sin embargo si se consideran muchos puntos para esta integración el tiempo de extracción de las deformaciones es considerable. Sabiendo que la integral de las deformaciones son los desplazamientos, y que la solución de elementos finitos es dada directamente es desplazamientos, es más sencillo considerar estos para calcular la respuesta que tendría una galga [Schajer93].

La expresión utilizada en el cálculo de la deformación es la siguiente:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{U(x_{2j}, y_j) - U(x_{1j}, y_j)}{W_{lj}}}{\sum_{j=1}^n \frac{x_{2j} - x_{1j}}{W_{lj}}} \quad (5.4)$$

donde U es el desplazamiento de los puntos considerados en el sistema local representado en la figura 5.6, y W_l es la anchura de las líneas de la malla de la galga. Se ha considerado que las líneas de la malla de la galga pueden tener diferentes anchuras y longitudes.

Figura 5.6: Área de la galga extensométrica y sistema de coordenadas local de esta [Schajer93].

Las dimensiones de los distintos tipos de galgas (A y B) han sido determinadas mediante microscopía confocal y modelizadas exactamente en Abaqus. La figura 5.7 muestra un detalle del MEF donde se puede apreciar la galga a 135° de la roseta tipo A, pero en la posición de 45° para ajustarse al modelo de un cuarto de placa propuesto. En las galgas a 0° y 90° también se han utilizado condiciones de simetría para que se ajustasen a este modelo.

Figura 5.7: Detalle del modelo donde se puede ver la galga extensométrica modelizada.

El proceso de extracción de desplazamientos también ha sido automatizado en Abaqus® a través de código en Python y la reconstrucción de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ se ha automatizado en MS Excel® a través de código en Visual Basic.

5.3. Desarrollo de modelos y estrategias para la corrección de las deformaciones medidas en presencia de agujeros excéntricos.

El presente trabajo utiliza el MEF para corregir las desviaciones en el posicionamiento del orificio con respecto a su posición teórica. Se centra en las deformaciones medidas en presencia de campos de tensiones residuales no uniformes en profundidad y utiliza el método integral.

En contraste con trabajos anteriores, se ocupa directamente de convertir las deformaciones medidas en presencia de excentricidad a las deformaciones que hubiesen sido medidas en el caso de que no existiera excentricidad. Este hecho tiene una ventaja muy clara, como es la posible utilización directa de cualquier método de cálculo de tensiones residuales y en concreto de la Norma ASTM E837, así como las técnicas propuestas en ella para la minimización de los efectos de las desviaciones experimentales.

Como contexto específico se ha utilizado la Norma ASTM E837 como referencia y se han utilizado los valores de incrementos en profundidad allí propuestos y las rosetas tipo A y B, que son sin ningún lugar a dudas las que se utilizan en la gran mayoría de aplicaciones.

El procedimiento planteado se aplica primeramente a un material con características nominales (E , ν , y D) y después se extiende a otros materiales y diámetros del orificio mediante simulaciones.

5.3.1. Definición del problema.

Se considera un área plana uniforme alejada de bordes y otras irregularidades y se supone que las tensiones residuales no tienen gradientes significativos en planos paralelos a la superficie en el área donde el orificio va a ser practicado.

El perfil de tensiones en profundidad tiene valores constantes en cada incremento k por lo que las tensiones en el plano son $(\sigma_x)_j$, $(\sigma_y)_j$ y $(\tau_{xy})_j$ (figura 3.6). El estado de tensiones biaxial está caracterizado en cada incremento por $(\sigma_{max})_j$ y $(\sigma_{min})_j$ y el ángulo β_j ($-90^\circ \leq \beta_j < +90^\circ$).

Cuando se practica un orificio de diámetro D , aparecen deformaciones según se van liberando las tensiones residuales contenidas en el espécimen. Es de utilidad descomponer las deformaciones medidas en cada galga considerando cada incremento j en un orificio de i incrementos (figura 5.8). De esta forma y utilizando el principio de superposición, se puede calcular la deformación que una galga extensométrica a colocada en la superficie mediría en un orificio con i incrementos:

$$(\varepsilon_a)_j = \sum_{i=1}^i (\varepsilon_a)_{ij} \quad (5.5)$$

Figura 5.8: Descomposición de las deformaciones medidas en $i = 3$ (en esta figura $i = j$ y $j = k$).

Si se considera una sola profundidad j , el estado tensional biaxial puede ser a su vez descompuesto en dos estados uniaxiales $(\sigma_{max})_j$ y $(\sigma_{min})_j$, a los que llamaremos estados 1 y 2 respectivamente. Aprovechando la simetría del problema, y tomando uno de los dos estados como referencia, se puede poner uno de los estados en función del otro rotando el estado de referencia 90° y multiplicándolo por una constante (figura 5.9).

Figura 5.9: Descomposición de las tensiones biaxiales del incremento j en dos estados uniaxiales (en esta figura $i = j$ y $j = k$).

Las dos descomposiciones anteriores se pueden combinar en una: si se considera el estado 1 en la profundidad H_j en un orificio de profundidad total h_i , las deformaciones liberadas en torno al orificio tendrán una distribución determinada, como la mostrada como ejemplo en la figura 5.10.

Figura 5.10: Deformaciones liberadas en la dirección x e y alrededor de un orificio de 2 mm de diámetro en el paso $i = 1, j = 1$ ($H_j = h_i = 0.05$ mm) para una tensión uniaxial de 100 MPa en un material de características $E = 200$ GPa y $\nu = 0.3$.

En esta situación, la deformación registrada en una galga extensométrica a en el caso en el que no existe excentricidad puede escribirse como:

$$(\varepsilon_a)_{ij} = (K^1)_j \cdot (\varepsilon_a^1)_{ij} + (K^2)_j \cdot (\varepsilon_a^2)_{ij} \quad (5.6)$$

donde $(\varepsilon_a^1)_{ij}$ y $(\varepsilon_a^2)_{ij}$ son las llamadas deformaciones de referencia, las deformaciones de los estado tensionales 1 y 2 respectivamente tomados como referencia en el paso j en un orificio de i pasos, y $(K^1)_j$ y $(K^2)_j$ son dos constantes que relacionan los estados tensionales de referencia y el estado tensional real en el paso j . Para evitar la duplicación de las soluciones se elige arbitrariamente que $(K^1)_j > (K^2)_j$.

Si se considera ahora la presencia de excentricidad, se pueden escribir expresiones similares a (5.5 – 5.6):

$$(\varepsilon'_a)_i = \sum_{j=1}^i (\varepsilon'_a)_{ij} \quad (5.7)$$

$$(\varepsilon'_a)_{ij} = (K^1)_j \cdot (\varepsilon'^1_a)_{ij} + (K^2)_j \cdot (\varepsilon'^2_a)_{ij} \quad (5.8)$$

donde la prima indica la presencia de excentricidad, por lo que las deformaciones registrada por la galga serán diferentes a la situación anterior.

Si se considera un mismo problema (mismas propiedades del material, mismo diámetro del orificio y mismas galga extensométrica), los valores de $(K^1)_j$ y $(K^2)_j$ solo dependen del valor de las tensiones residuales. En el mismo caso, las deformaciones de referencia $(\varepsilon'^1_a)_{ij}$ y $(\varepsilon'^2_a)_{ij}$ solo dependen de la excentricidad y el ángulo β_j . Su calculo será descrito en la sección 5.3.3 y por ahora su asume su valor. $(\varepsilon_a^1)_{ij}$ y $(\varepsilon_a^2)_{ij}$ son dos casos particulares correspondientes a una excentricidad nula.

5.3.2. Corrección de la excentricidad.

Analizamos ahora el caso práctico de una roseta con tres galgas a , b y c orientadas a 0° , 225° y 90° respectivamente. El eje x es coincidente con el eje longitudinal de la galga a y el eje Y coincide con el de la galga c . Sabemos los componentes de la excentricidad $e = (e_x, e_y)$ de acuerdo con los ejes descritos y conocemos también las deformaciones medidas en las tres galgas $(\varepsilon'_a)_i$, $(\varepsilon'_b)_i$ and $(\varepsilon'_c)_i$ (figura 5.11).

El método de calculo propuesto corrige las deformaciones medidas para ajustarlas a la posición de excentricidad nula en cada galga de manera secuencial, desde el primer paso ($i = 1$) hasta el último paso ($i = n$).

Figura 5.11: Dibujo esquemático que muestra la geometría del problema y las referencias utilizadas.

El primer paso de cálculo es la determinación de $(K^1)_j$, $(K^2)_j$ y el ángulo β_j cuando $j = i$. Como se trata de un método iterativo, se asume que se conoce el valor de estas variables para $k < i$ ya que han sido determinadas en pasos anteriores. Utilizando las deformaciones adquiridas en las tres galgas, podemos escribir un sistema de tres ecuación y seis incógnitas: $(\epsilon'_a)_{ii}$, $(\epsilon'_b)_{ii}$, $(\epsilon'_c)_{ii}$, $(K^1)_i$, $(K^2)_i$ y β_i .

$$\begin{cases} (\epsilon'_a)_{ii} = (K^1)_i \cdot (\epsilon'^1_a)_{ii} + (K^2)_i \cdot (\epsilon'^2_a)_{ii} \\ (\epsilon'_b)_{ii} = (K^1)_i \cdot (\epsilon'^1_b)_{ii} + (K^2)_i \cdot (\epsilon'^2_b)_{ii} \\ (\epsilon'_c)_{ii} = (K^1)_i \cdot (\epsilon'^1_c)_{ii} + (K^2)_i \cdot (\epsilon'^2_c)_{ii} \end{cases} \quad (5.9)$$

$(\epsilon'_a)_{ii}$, $(\epsilon'_b)_{ii}$ y $(\epsilon'_c)_{ii}$ se pueden calcular a partir de las ecuaciones (5.7 – 5.8) como:

$$(\epsilon'_a)_{ii} = (\epsilon'_a)_i - \sum_{j=1}^{i-1} [(K^1)_j \cdot (\epsilon'^1_a)_{ij} + (K^2)_j \cdot (\epsilon'^2_a)_{ij}] \quad (5.10)$$

Ahora tenemos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Como β_i no aparece explícitamente en las ecuaciones anteriores, una manera adecuada de resolver el sistema es la siguiente:

1. Elegir un β_i inicial.
2. Calcular $(K^1)_i$ y $(K^2)_i$ con dos de las tres ecuaciones del sistema (5.9), por ejemplo con la primera y la tercera:

$$(K^1)_i = \frac{(\epsilon'_a)_{ii}(\epsilon'^2_c)_{ii} - (\epsilon'_c)_{ii}(\epsilon'^2_a)_{ii}}{(\epsilon'^1_a)_{ii}(\epsilon'^2_c)_{ii} - (\epsilon'^2_a)_{ii}(\epsilon'^1_c)_{ii}} \quad (5.11)$$

$$(K^2)_i = \frac{(\epsilon'_a)_{ii}(\epsilon'^1_c)_{ii} - (\epsilon'_c)_{ii}(\epsilon'^1_a)_{ii}}{(\epsilon'^2_a)_{ii}(\epsilon'^1_c)_{ii} - (\epsilon'^1_a)_{ii}(\epsilon'^2_c)_{ii}} \quad (5.12)$$

3. Comprobar si se cumple la ecuación restante del sistema (5.9).
4. Si no se cumple, elegir otro ángulo β_i y repetir el procedimiento hasta que se cumpla la tercera igualdad.

El caso del primer incremento ($i = 1$) es una situación particular donde el segundo término de la ecuación (5.10) es nulo y no hace falta llevar a cabo cálculos previos.

Si se repite el procedimiento mostrado hasta que $i = n_p$, conoceríamos todos los ángulos β_j , todas las constantes $(K^1)_j$ y $(K^2)_j$ y las deformaciones corregidas podrían ser calculadas. A partir de las ecuaciones (5.5 – 5.6) y teniendo en cuenta las tres galgas de la roseta extensométrica obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} (\varepsilon_a)_i = \sum_{j=1}^i [(K^1)_j \cdot (\epsilon_a^1)_{ij} + (K^2)_j \cdot (\epsilon_a^2)_{ij}] \\ (\varepsilon_b)_i = \sum_{j=1}^i [(K^1)_j \cdot (\epsilon_b^1)_{ij} + (K^2)_j \cdot (\epsilon_b^2)_{ij}] \\ (\varepsilon_c)_i = \sum_{j=1}^i [(K^1)_j \cdot (\epsilon_c^1)_{ij} + (K^2)_j \cdot (\epsilon_c^2)_{ij}] \end{cases} \quad (5.13)$$

5.3.3. Cálculo de las deformaciones de referencia.

5.3.3.1. Modelo de elementos finitos particular.

Con el fin de calcular las deformaciones de referencia $(\epsilon'_l)_{ij}$ y $(\epsilon''_l)_{ij}$ ($l = a, b, c$), se ha utilizado el MEF explicado en la sección 5.2 pero con algunas particularidades que van a ser comentadas a continuación.

Como carga de referencia se ha utilizado una carga uniaxial de 100 MPa según el eje x y se ha modelado la roseta tipo A 1/16 pulgadas nominal de acuerdo con ASTM E837-13.

La presencia de excentricidad ha sido simulada cambiando la posición y orientación de la galga extensométrica. De este modo se han calculado las deformaciones de referencia. La figura 5.12 muestra un ejemplo del modelo para la corrección de la eccentricidad, donde se puede ver la posición de una galga y la distribución de tensiones según el eje x en las cercanías del orificio, en el caso de una carga en la tercera profundidad de un orificio de quince profundidades.

5.3.3.2. Cálculo de las deformaciones de referencia.

Los valores de $(\epsilon'_l)_{ij}$ y $(\epsilon''_l)_{ij}$ ($l = a, b, c$) pueden ser simulados por medio de MEF para cualquier excentricidad. Sin embargo, como es necesaria una iteración en el ángulo β_j , sería muy conveniente conocer de antemano los valores de las deformaciones de referencia para $-90 \leq \beta_j < 90$. Como existen infinitos valores del ángulo β_j en ese intervalo, una opción es discretizar β_j y encontrar un $\hat{\beta}_j$ que satisfaga aproximadamente el sistema (5.9).

Otra opción alternativa y mucho más práctica es observar que $(\epsilon'_l{}^1)_{ij}$ se ajusta a la ecuación (5.14).

Figura 5.12: Detalle del modelo particular utilizado para la corrección de la excentricidad.

$$(\epsilon'_l{}^1)_{ij} = (C_{l_1})_{ij} \cos \left(2\beta_j + (C_{l_2})_{ij} \right) + (C_{l_3})_{ij} \quad (5.14)$$

donde $(C_{l_m})_{ij}$ ($m = 1, 2, 3$) son los parámetros de ajuste y cuyos valores solo dependen de las componentes de la excentricidad e_x, e_y para cada ij (suponiendo las mismas propiedades del material, galga extensométrica y diámetro del orificio). Estos parámetros pueden ser calculados por medio de una regresión del modelo propuesto con la ayuda de un software matemático. En este trabajo se ha utilizado Matlab®. Un ejemplo se muestra en la figura 5.13.

$(\epsilon'_l{}^2)_{ij}$ se puede calcular rotando $(\epsilon'_l{}^1)_{ij}$ 90° (debido a la simetría del problema la dirección es indiferente):

$$(\epsilon'_l{}^2)_{ij} = (C_{l_1})_{ij} \cos \left(2\beta_j + (C_{l_2})_{ij} - 90^\circ \right) + (C_{l_3})_{ij} \quad (5.15)$$

Según se deduce del sistema (5.9), las deformaciones de referencia para el caso en el que no existe excentricidad, $(\epsilon_l^1)_{ij}$ and $(\epsilon_l^2)_{ij}$, ($l = a, b, c$), tienen que ser también calculadas. Sin embargo, no es necesario volver a calcularlas para cada nuevo problema con distinta excentricidad, porque sus valores permanecerían constantes.

A modo de resumen, la figura 5.14 muestra un diagrama del proceso dividido en seis pasos. Nótese que para $i = 1$, el paso uno no es necesario.

Figura 5.13: Valores de $(\epsilon_a^1)_{21}$ ($\Delta\beta_j = 5^\circ$) y ajuste para $e_x = -e_y = 100 \mu\text{m}$, $D_h = 2 \text{ mm}$ en el paso $j = 1, i = 2$ ($h_i = 0.10 \text{ mm}$, $H_j = 0.05 \text{ mm}$) para una tensión uniaxial de 100 MPa en un material de características $E = 200 \text{ GPa}$ y $\nu = 0.3$.

Figura 5.14: Diagrama que muestra los pasos de cálculo para corregir la excentricidad para el paso j .

5.3.3.3. Cálculo alternativo de las tensiones de referencia.

Si se observa la ecuación (5.14), $(\epsilon'_l)_{ij}$ y $(\epsilon''_l)_{ij}$ deben ser calculados de forma independiente en las tres galgas $l = a, b, c$.

Sin embargo, las galgas b y c pueden relacionarse con la galga a . En esta situación, $(\epsilon'_l)_{ij}$ y $(\epsilon''_l)_{ij}$ tienen que ser calculadas para una sola galga $l = a$, pero considerando dos excentricidades $e_b = (e_{bx}, e_{by})$ y $e_c = (e_{cx}, e_{cy})$ y dos rotaciones adicionales (figura 5.15). Este enfoque tiene muchas ventajas desde el punto de vista del cálculo.

Figura 5.15: Dibujo esquemático que muestra la geometría de las excentricidades.

A partir de relaciones geométricas podemos escribir:

$$(\epsilon'_b)_{ij} = \left[(C_{a1})_{ij} \cos(2\beta_j + (C_{a2})_{ij} - 225^\circ) + (C_{a3})_{ij} \right]_{e_b} \quad (5.16)$$

$$\begin{cases} e_{bx} = R \cdot \cos(\alpha + 45^\circ) \\ e_{by} = R \cdot \sin(\alpha + 45^\circ) \\ R = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \\ \alpha = \text{atan2}(-e_y, -e_x) \end{cases} \quad (5.17)$$

donde atan2 es la arcotangente de cuatro cuadrantes definida en algunos lenguajes de computación [Organick66]. En este trabajo tiene la forma $\text{atan2}(y, x)$.

$$(\epsilon'_c)_{ij} = \left[(C_{a1})_{ij} \cos(2\beta_j + (C_{a2})_{ij} - 90^\circ) + (C_{a3})_{ij} \right]_{e_c} \quad (5.18)$$

$$\begin{cases} e_{cx} = -e_y \\ e_{cy} = e_x \end{cases} \quad (5.19)$$

Las funciones de referencia para el estado 2 pueden calcularse a partir de la ecuación (5.15).

A partir de ahora se considera la siguiente simplificación en la notación: $(C_{lm})_{ij} = (C_{am})_{ij} = (C_m)_{ij}$, con $m = 1, 2, 3$.

5.3.3.4. Método práctico para el cálculo de las funciones de referencia.

Con el fin de evitar el cálculo de $(\epsilon'_l)_{ij}$ ($l = a, b, c$) para cada nuevo problema, pues los cálculos por el MEF son costosos en tiempo, se van a hacer un ajuste de $(\epsilon'_l)_{ij}$ ($l = a, b, c$) a funciones “simples”.

Primeramente se van a establecer los pasos ij y las profundidades H_k y h_j . Por simplicidad estos parámetros son los de la Norma ASTM E837-13: 20 incrementos iguales en profundidad de 0.05 mm para un orificio de 1 mm total de profundidad (roseta tipo A 1/16 in.).

Ya que existen infinitos valores posibles de la excentricidad, esta necesita ser discretizada, pudiendo así calcular de manera sencilla las funciones de referencia. Se ha elegido el siguiente intervalo de valores: $-200 \mu\text{m} \leq e_x, e_y \leq 200 \mu\text{m}$ (valores típicos que nos podemos encontrar en los ensayos para rosetas 1/16 in. nominal), con incrementos de $e_x, e_y = 20 \mu\text{m}$.

En este intervalo, las constantes $(C_m)_{ij}$ ($m = 1, 2, 3$) se ajustan muy bien a los siguientes polinomios:

$$(C_1)_{ij} = (\gamma_{100})_{ij} + (\gamma_{110})_{ij}e_x + (\gamma_{120})_{ij}e_x^2 + (\gamma_{102})_{ij}e_y^2 + (\gamma_{130})_{ij}e_x^3 + (\gamma_{112})_{ij}e_xe_y^2 \quad (5.20)$$

$$(C_2)_{ij} = (\gamma_{201})_{ij}e_y + (\gamma_{211})_{ij}e_xe_y + (\gamma_{203})_{ij}e_y^3 \quad (5.21)$$

$$(C_3)_{ij} = (\gamma_{300})_{ij} + (\gamma_{310})_{ij}e_x + (\gamma_{320})_{ij}e_x^2 + (\gamma_{302})_{ij}e_y^2 + (\gamma_{330})_{ij}e_x^3 + (\gamma_{312})_{ij}e_xe_y^2 \quad (5.22)$$

A su vez $(\gamma_{mpq})_{ij}$ puede ser ajustado a un polinomio de quinto grado en i y j , con un total de 21 coeficientes. Se puede escribir de forma compacta como:

$$(\gamma_{mpq})_{ij} = \begin{cases} \sum_{u=0}^5 \sum_{v=0}^5 (\delta_{mpq_{uv}}) i^u j^v & \text{si } (u + v) \leq 5 \\ 0 & \text{si } (u + v) > 5 \end{cases} \quad (5.23)$$

Para llevar a cabo el ajuste, se ha utilizado una regresión polinomial con el software Matlab®. El Anexo G muestra las tablas con los coeficientes $(\delta_{mpq_{uv}})$ para las rosetas tipo A y B.

La precisión del ajuste propuesto puede ser validada calculando la diferencia relativa entre $(\epsilon'_a)_{ij}$ ajustada, y el correspondiente valor calculado por el MEF. Como ejemplo, la figura 5.16 muestra el caso para $i = j = 1$ y $\alpha = 0^\circ$. Estos valores corresponden con el máximo valor absoluto de $(\epsilon'_l)_{ij}$ cuando $e_x = e_y = 0$. Para calcular el error se ha utilizado la siguiente expresión:

$$er_\epsilon = \frac{(\epsilon'_a)_{11}|_{fitted} - (\epsilon'_a)_{11}|_{FEM}}{(\epsilon'_a)_{11}|_{FEM}} \quad (5.24)$$

Figura 5.16: Diferencia relativa entre $(\epsilon'_a)_{ij}$ ajustados y los valores correspondientes calculados por el MEF ($-200 \mu m \leq e_x, e_y \leq 200 \mu m, i = j = 1, \alpha = 0^\circ$).

En la gráfica se observa una cierta tendencia que podría ser evitada añadiendo términos a los polinomios propuestos. Sin embargo, los bajísimos valores de la media (-0.08%) y la desviación estándar (0.08%), confirman la idoneidad de la técnica de interpolación utilizada. Se han obtenido también resultados similares considerando otros valores de i, j y α .

5.3.4. Comprobación de la estrategia propuesta a través de ejemplos numéricos.

Con el fin de comprobar el procedimiento propuesto para la corrección de las deformaciones en presencia de excentricidad, se ha simulado un problema de tensiones residuales. Se ha tomado como material un acero Duplex 2205 ($E = 200$ GPa, $\nu = 0.3$) y las tensiones residuales consideradas han sido inspiradas por las medidas de un ensayo real. Este ensayo comprende una probeta de este material tratada mediante la técnica LSP con 1 cm de espesor. Las características de la técnica LSP son las siguientes: 900

pulsos/cm² (un pulso cada 0.2 mm), 2.8 J/pulso, longitud de onda de 1064 nm, diámetro de spot láser de 1.5 mm, espécimen sin recubrimiento a la hora de realizar el tratamiento y agua como medio confinante.

El proceso del taladro incremental ($D = 2$ mm) ha sido simulado incrementando la profundidad del orificio y aplicando el estado tensional mostrado en la figura 5.17. La respuesta de las galgas extensométricas también ha sido estimada y se representa en la figura 5.18.

Figura 5.17: Tensiones residuales y ángulo β_j considerados para los cálculos numéricos.

La respuesta de deformaciones ha sido calculada para cuatro excentricidades diferentes situadas en la misma dirección.

Para cuantificar la desviación, se ha calculado la diferencia relativa entre las deformaciones ideales ($e = 0$) y las deformaciones medidas con excentricidad, utilizando la siguiente expresión:

$$er_{\epsilon_l} = \frac{(\epsilon_l)_i - (\epsilon_l)_i}{(\epsilon_l)_i} \quad (5.25)$$

para las tres galgas $l = a, b, c$.

La tabla 5.1 muestra la media y desviación estándar de esta diferencia relativa.

Observando los valores de la tabla 5.1, se deduce que, obviamente, la desviación es mayor cuando la excentricidad crece. Además, si se considera la misma excentricidad, la galga a presenta una media mayor. Esto es debido a su orientación y excentricidad en este ejemplo particular.

Figura 5.18: Respuesta de las deformaciones ante la relajación de tensiones de la figura 5.17.

Tabla 5.1: Media y desviación típica de la diferencia relativa de las deformaciones sin y con excentricidad, considerando cuatro excentricidades diferentes.

$e, (e_x, e_y)$ [μm]	20, (16, 12)			50, (40, 30)			100, (80, 60)			200, (160, 120)		
Galga	$er_{\epsilon'_a}$	$er_{\epsilon'_b}$	$er_{\epsilon'_c}$	$er_{\epsilon'_a}$	$er_{\epsilon'_b}$	$er_{\epsilon'_c}$	$er_{\epsilon'_a}$	$er_{\epsilon'_b}$	$er_{\epsilon'_c}$	$er_{\epsilon'_a}$	$er_{\epsilon'_b}$	$er_{\epsilon'_c}$
Media [%]	1.8	0.6	1.3	4.6	1.2	3.3	9.0	2.2	6.5	17.1	3.8	12.9
SD [%]	0.3	0.1	0.2	0.6	0.2	0.5	1.1	0.4	1.1	1.9	0.9	2.4

En la sección 4.2.1.4 se consideró que la excentricidad de los ensayos caía dentro de los límites de la Norma ASTM E837, por lo que sus efectos eran despreciables y no debía ser corregida. La excentricidad máxima permitida es de 20 μm para las rosetas tipo A 1/16 pulgadas. Este valor coincide con la excentricidad de las tres primeras columnas donde la máxima diferencia relativa es de 1.8%.

Debido a esta pequeña desviación y si se tiene en cuenta que la excentricidad es la misma para todas las profundidades, según la sección 4.2.3.1 se puede afirmar que la influencia de una excentricidad menor que la máxima permitida por la Norma tiene sobre las tensiones residuales calculadas un efecto muy limitado. De hecho, si se comparan con las tensiones residuales máximas y mínimas de la figura 4.17, las del ensayo con una excentricidad de 20 μm se desvían apenas un 0.6 y un 0.8%, con una desviación típica de 0.7% y un 1.0%, respectivamente. Aunque estos resultados no son generales, pues dependen del estado tensional del espécimen medido, en ensayos similares se puede optar por no corregir las deformaciones por excentricidad si esta es menor que la recogida en los límites de la Norma.

El siguiente paso ha sido corregir las deformaciones en los cuatro casos de excentricidad con el procedimiento desarrollado en esta Tesis. En la tabla 5.2 se muestran los resultados equivalentes a la tabla 5.1 reemplazando $(\epsilon'_l)_i$ por $(\epsilon'_l)_i|_{\text{corrected}}$ en la ecuación 5.25.

Tabla 5.2: Media y desviación típica de la diferencia relativa de las deformaciones sin y con excentricidad cuando estas últimas han sido corregidas, considerando cuatro excentricidades diferentes.

$e, (e_x, e_y) [\mu\text{m}]$	20, (16, 12)			50, (40, 30)			100, (80, 60)			200, (160, 120)		
Galga	$er_{\epsilon'_{l_a}}$	$er_{\epsilon'_{l_b}}$	$er_{\epsilon'_{l_c}}$	$er_{\epsilon'_{l_a}}$	$er_{\epsilon'_{l_b}}$	$er_{\epsilon'_{l_c}}$	$er_{\epsilon'_{l_a}}$	$er_{\epsilon'_{l_b}}$	$er_{\epsilon'_{l_c}}$	$er_{\epsilon'_{l_a}}$	$er_{\epsilon'_{l_b}}$	$er_{\epsilon'_{l_c}}$
Media [%]	0.1	0.0	0.0	0.1	0.1	0.0	0.1	0.1	0.0	0.1	0.1	0.0
SD [%]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

De la tabla 5.2 puede concluirse que, debido a las bajas desviaciones obtenidas, el método propuesto para corregir las deformaciones es válido y muestra muy buenos resultados en el intervalo de excentricidad $-200 \mu\text{m} \leq e_x, e_y \leq 200 \mu\text{m}$.

5.3.5. Influencia del diámetro del orificio y del coeficiente de Poisson.

Hasta ahora, las deformaciones de referencia calculadas han tenido en cuenta el material del modelo de MEF considerado en la sección 5.2 con un módulo de Young $E = 200 \text{ GPa}$, un coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$, y un diámetro de orificio de 2.00 mm . En principio, las deformaciones de referencia solo son válidas para problemas con estas mismas características. En estos problemas, los valores de $(K^1)_j$ y $(K^2)_j$ están relacionados directamente con las tensiones residuales.

Si se considera otro problema con otro módulo de Young $E^* \neq E$, pero con el mismo coeficiente de Poisson $\nu^* = \nu$ y diámetro de orificio $D^* = D$, como el material elástico lineal se puede demostrar fácilmente que para todo los ij :

$$\begin{cases} E \cdot (\epsilon'_l)_ij = E^* \cdot (\epsilon'_l)_ij^* \\ E \cdot (\epsilon''_l)_ij = E^* \cdot (\epsilon''_l)_ij^* \end{cases} \quad (5.26)$$

por lo que la ecuación (5.13) puede reescribirse como:

$$(\epsilon_l)_i^* = \frac{E}{E^*} \sum_{j=1}^i [(K^1)_j \cdot (\epsilon_l^1)_ij + (K^2)_j \cdot (\epsilon_l^2)_ij] \quad (5.27)$$

y el método de corrección propuesto podría aplicarse de forma directa.

En otros problemas con $\nu^\dagger \neq \nu$ y/o $D^\dagger \neq D$, no existen expresiones exactas equivalentes a (5.26 – 5.27) para relacionar los problemas entre sí. Aunque se puede buscar una expresión aproximada, esto requeriría de un gran trabajo y solo complicaría los cálculos.

Sin embargo, se puede comprobar a través de simulaciones, que, la aplicación directa de la corrección propuesta para problemas con un $E^\dagger$ cualquiera, $v^\dagger \sim v$ y $D_h^\dagger \sim D_h$, conduce a muy buenos resultados, ya que la diferencia relativa entre las deformaciones ideales y las deformaciones con excentricidad corregidas de esta forma es muy pequeña.

Para comprobar esta afirmación, se han realizado múltiples simulaciones para problemas con diferentes excentricidades y distribuciones de tensiones residuales, en los intervalos del coeficiente de Poisson de $0.25 \leq \nu \leq 0.35$ (valores típicos para metales) y del diámetro del orificio de $1.7 \text{ mm} \leq D \leq 2.1 \text{ mm}$ (valores típicos para rosetas 1/16 in. nominal). Análogamente a la sección 5.3.4, la respuesta de deformaciones ha sido calculada numéricamente mediante simulaciones en el caso en el que existe excentricidad y posteriormente ha sido corregida. Las deformaciones corregidas se han comparado a la respuesta calculada sin excentricidad de la ecuación (5.25), reemplazando $(\epsilon'_l)_i$ por $(\epsilon'_l)_i|_{\text{corrected}}$.

Como ejemplo, la tabla 5.3 muestra la media de las profundidades y la desviación estándar de las diferencias relativas para el mismo problema de tensiones residuales de la sección 5.3.4, pero en el caso de $e = 100 \text{ }\mu\text{m}$, para $\nu = 0.25; 0.30; 0.35$ y $D = 1.80; 1.90; 2.00; 2.10 \text{ mm}$. Se muestran solo los resultados de la galga a ya que se trata, en este caso particular, del caso más desfavorable.

Tabla 5.3: Media y desviación típica de la diferencia relativa de las deformaciones sin y con excentricidad cuando estas últimas han sido corregidas, considerando una excentricidad $e = 100 \text{ }\mu\text{m}$ y diferentes ν y D para la galga a .

		D	1.80 mm	1.90 mm	2.00 mm	2.10 mm
$\nu = 0.25$	Media [%]		0.3	0.2	0.1	0.2
	SD [%]		0.2	0.1	0.1	0.1
$\nu = 0.30$	Media [%]		0.3	0.1	0.1	0.1
	SD [%]		0.2	0.1	0.0	0.1
$\nu = 0.35$	Media [%]		0.3	0.2	0.1	0.1
	SD [%]		0.2	0.1	0.0	0.1

La tabla 5.3 revela que, la aplicación del procedimiento de corrección a problemas con otras características, conduce a diferencias relativas muy pequeñas. La influencia del coeficiente de Poisson es casi insignificante y la influencia del diámetro del orificio es mayor cuanto más se aleja el diámetro de este del nominal.

Aunque solo se ha mostrado un ejemplo concreto, todos los resultados comprobados muestran unas diferencias máximas de pocas décimas en porcentaje.

Cuando ν y D son diferentes de los nominales, $(K^1)_j$ y $(K^2)_j$ ya no se encuentran relacionadas directamente con las tensiones residuales, pues estas constantes "absorben" las diferencias entre las deformaciones en los diferentes problemas. Como el objetivo

principal de la corrección propuesta es la corrección de las deformaciones y no el cálculo de las tensiones residuales, este hecho no es de gran importancia y el método propuesto puede utilizarse para la corrección de las excentricidades en múltiples problemas con cualquier E , $0.25 \leq \nu \leq 0.35$ y $1.7 \text{ mm} \leq D \leq 2.1 \text{ mm}$.

5.3.6. Estimación de la incertidumbre por la corrección de la excentricidad.

En la sección 4.2.1.4 no se consideró la excentricidad como fuente de incertidumbre pues se suponía que esta caía dentro de los límites de la Norma ASTM E837 y por tanto no debía ser corregida ya que sus efectos eran despreciables.

Una vez extendido el ámbito de la Norma a ensayos con excentricidades mayores, en esta sección se va a estimar con ejemplos numéricos la incertidumbre típica combinada de las deformaciones y las tensiones residuales asociada a la corrección de la excentricidad.

La medida de la excentricidad se detalla en el apartado B.6.3 del Anexo B. Como se utiliza el mismo instrumento que en el caso de la medida del diámetro del orificio, se consideran las longitudes X e Y de las ecuaciones (B.4 – B.6) como distribuciones rectangulares de media cada valor medido y semi-intervalo la mitad de la resolución del instrumento, en este caso $10 \text{ }\mu\text{m}$.

Si se aplica la ley de propagación de incertidumbres con magnitudes de entrada no correlacionadas (4.26) a las ecuaciones (B.4 – B.6), se obtiene la expresión de la incertidumbre típica de las excentricidades en los ejes x e y :

$$u(e_x) = u(e_y) = \frac{\sqrt{3}}{2} u(X) = \frac{\sqrt{3}}{2} u(Y) \quad (5.28)$$

Propagando esta incertidumbre por el MCM con ayuda del código numérico aportado en el Anexo G, y considerando como datos de entrada los del problema planteado en 5.3.4 con una excentricidad de $200 \text{ }\mu\text{m}$ ($e_x = 160 \text{ }\mu\text{m}$, $e_y = 120 \text{ }\mu\text{m}$), se han calculado las deformaciones junto a las bandas de incertidumbre típica combinada. Debido a la escasa incertidumbre típica combinada resultante se ha optado por mostrar los datos más representativos en forma de tabla, ya que las bandas de incertidumbres apenas se distinguen del valor medio en las gráficas.

Así, la tabla 5.4 muestra la incertidumbre típica relativa de cada galga promediada en profundidad junto con la desviación estándar, para dar un valor de la dispersión. Aunque solo se muestra la excentricidad de $200 \text{ }\mu\text{m}$, el cálculo de otras excentricidades muestra resultados similares.

Como se puede comprobar, las incertidumbres típicas relativas son muy parecidas en todas las galgas y en todas las profundidades. Además su valor es muy bajo y aunque no son resultados generales, pues dependen del estado tensional del espécimen bajo ensayo e incluso de la excentricidad del orificio, el lector puede hacerse una idea de la poca

influencia que tiene la corrección de la excentricidad en la incertidumbre típica combinada de las deformaciones.

Tabla 5.4: Promedio en profundidad y desviación estándar de la incertidumbre típica relativa de las deformaciones, considerando la incertidumbre asociada a la corrección de la excentricidad como fuente de entrada.

$e, (e_x, e_y)$ [μm]	200, (160, 120)		
Galga	ε'_a	ε'_b	ε'_c
Media $u(\varepsilon)$ [%]	0.6	0.7	0.8
SD $u(\varepsilon)$ [%]	0.1	0.1	0.1

Figura 5.19: Tensiones residuales y ángulo β_j junto con sus bandas de incertidumbre típica cuando se considera como incertidumbre de entrada la asociada a la corrección de la excentricidad ($e_x = 160 \mu\text{m}$, $e_y = 120 \mu\text{m}$).

En la figura 5.19 se representan las tensiones máximas, mínimas y el ángulo beta junto con sus bandas de incertidumbre típica. Se ha elegido una distribución de 20 puntos en profundidad cada $50 \mu\text{m}$.

Como puede observarse, la contribución a la incertidumbre es muy pequeña (menor del 1% si se consideran las incertidumbres típicas relativas), incluso habiéndose elegido una alta resolución de puntos con espaciados constantes y no habiéndose utilizado técnicas de suavizado. La contribución de la corrección de la excentricidad puede ser, por tanto, despreciada con respecto a otras fuentes de incertidumbre de entrada (tabla 4.5). Esto es debido a que la excentricidad es constante en todo el ensayo y las desviaciones producidas en las deformaciones están correladas en profundidad. Como ya se ha visto en la sección 4.2.3.1, las variables correladas tienen poca influencia en la estimación de la incertidumbre típica combinada de las tensiones residuales.

5.4. Desarrollo de modelos y estrategias para la corrección de los coeficientes considerando la geometría real del orificio.

Una corrección importante, que no se ha tratado anteriormente en el caso de medidas de tensiones residuales no uniformes por el método del taladro, es la geometría real del orificio.

Como se puso en evidencia en la sección 3.4.5.3, la principal diferencia entre la geometría real de un orificio y la geometría ideal (un cilindro recto), es el fondo del orificio. Debido a que la geometría del extremo de la fresa no es recta, y al juego que tienen los cojinetes de la turbina, se observa una unión curva entre el fondo y el lateral del cilindro, o lo que es lo mismo, un radio en el filete del fondo del orificio.

Para corregir este cambio de geometría con respecto al MEF estándar presentado en la sección 5.2, se ha optado por el cálculo de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ que se adaptan a la situación real. Se debe modificar por tanto la geometría de la pieza en el MEF.

Se ha tomado cómo contexto específico el de la Norma ASTM E837 y el método integral. De esta forma es posible la aplicación directa de estos nuevos coeficientes a la Norma. Solo se han considerado las rosetas tipo A y B ya que son las utilizadas en la amplia mayoría de situaciones.

5.4.1. Definición del problema

El orificio se practica en un área plana uniforme y alejada de bordes y otras irregularidades. Además no existen gradientes significativos por parte de las tensiones residuales en los planos paralelos a la superficie. El estado tensional biaxial es constante en cada paso considerado.

El orificio no posee un fondo plano, sino que existe una unión no perpendicular entre la pared lateral y el fondo del orificio. Esta unión puede aproximarse por un radio que es igual en todos los pasos.

En esta situación los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ presentados en la Norma no son válidos y se deben calcular los adecuados.

5.4.2. Corrección de la geometría real del orificio.

5.4.2.1. Modelo de elementos finitos particular.

El principal cambio del MEF con respecto al descrito en la sección 5.2 es el cambio de geometría. Se ha modelado el radio del filete en el orificio lo que conlleva la modificación necesaria del modelo de carga, de los elementos de mallado y de las condiciones de contorno.

En cuanto a los elementos de malla y las condiciones de contorno, se han vuelto a utilizar las del modelo anterior pero adaptándolos a la geometría de la nueva situación.

Como la modificación de la geometría y el modelo de carga son más importantes, se van a explicar brevemente a continuación.

5.4.2.1.1. Modelo de la pieza considerando la geometría real del orificio.

Tal como se muestra en la figura 5.20, se ha añadido un filete en el fondo del orificio. A mayores profundidades aparece el filete completo (figura 5.20(a)), por el contrario, en los primeros incrementos solo aparece una parte de este (figura 5.20(b)).

5.4.2.1.2. Modelo de la carga considerando la geometría real del orificio.

Al cambiar la geometría, las ecuaciones (5.1 – 5.3) que modelan el estado tensional en la cara lateral no son válidas en la zona del filete. Para esta zona y considerando una carga uniaxial σ_{max} según el eje x , el estado tensional queda definido por:

$$\sigma'_r = \frac{\sigma_{max}}{2} [1 + \cos(2\theta)] \cos^2(\phi) \quad (5.29)$$

$$\sigma'_\theta = \frac{\sigma_{max}}{2} [1 + \cos(2\theta)] \sin^2(\phi) \quad (5.30)$$

$$\sigma'_\phi = \frac{\sigma_{max}}{2} [1 - \cos(2\theta)] \quad (5.31)$$

$$\tau'_{r\theta} = \frac{\sigma_{max}}{2} \cos^2(\theta) \sin(2\phi) \quad (5.32)$$

$$\tau'_{r\phi} = -\frac{\sigma_{max}}{2} \sin(2\theta) \cos(\phi) \quad (5.33)$$

$$\tau'_{\theta\phi} = -\frac{\sigma_{max}}{2} \sin(2\theta) \cos(\phi) \quad (5.34)$$

donde σ'_r , $\tau'_{r\phi}$ y $\tau'_{r\theta}$ son la tensión radial y las tensiones de cortante en el filete, estando la tensión máxima orientada según el eje x , siendo θ y ϕ los ángulos que se muestran en la figura 5.21.

5.4.3. Cálculo de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$.

Los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ pueden calcularse en un único paso ya que se cuenta con un modelo en 3D. Para ello se ha utilizado una carga uniaxial $(\sigma_{max})_j$ en cada paso j coincidente con el eje x . Además, para el cálculo solo es estrictamente necesario la respuesta de las deformaciones en las galgas orientadas a 0° y 90° de la roseta (sección 5.2.5).

De esta forma y siguiendo la secuencia de cargas de la figura 3.7, cada coeficiente se calcularía desarrollando las ecuaciones (3.61 – 3.63):

$$a_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)} \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_3)_i}{(\sigma_{max})_j} \quad (5.35)$$

$$b_{ij} = E \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_3)_i}{(-\sigma_{max})_j} \quad (5.36)$$

Figura 5.20: Detalle de los filetes de dos orificios de diámetro $D = 1.90$ mm, profundidad $h = 500$ μm y radio del filete $r_f = 75$ μm (a) y diámetro $D = 1.90$ mm, profundidad $h = 50$ μm y radio del filete $r_f = 175$ μm (b).

Figura 5.21: Sistema de coordenadas de la ecuaciones (5.28 – 5.33).

Como existen infinitos radios posibles, tanto para el valor del diámetro del orificio D como para el filete r_f , se deben discretizar sus valores para después generalizar los resultados mediante interpolaciones.

En cuanto a los valores del orificio, se han considerado un intervalo que comprende los valores más probables dentro de estos ensayos para una roseta tipo A 1/16 in. nominal: $1.7 \text{ mm} \leq D \leq 2.1 \text{ mm}$.

En cuanto a los valores del radio del filete, el intervalo más probable no está tan claro, pues su valor depende de la fresa elegida, de los parámetros utilizados en el ensayo (velocidad de descenso de la turbina y presión del aire comprimido) y de la forma de realizar el orificio.

En el CLUPM se utilizan fresas de cono invertido con seis hojas con un diámetro de 1.6 mm que cuentan con un chaflán de 0.13 mm a 45°. La presión del aire se encuentra en torno a los 4.6 bares y no se utiliza el taladrado orbital. En estas condiciones el diámetro del orificio varía normalmente entre 1.75 y 1.85 mm y el radio del filete es más o menos constante con un valor de unos 200 μm .

Sin embargo, para que los datos mostrados en esta Tesis puedan ser útiles para otros investigadores, se va a considerar un intervalo del radio del filete comprendido entre $0 \leq r_f \leq 275 \mu\text{m}$. Así, se han considerado los siguientes valores concretos $r_f = 0; 25; 125; 175; 225; 275 \mu\text{m}$ y $D = 1.70; 1.80; 1.90; 2.00; 2.10 \text{ mm}$.

5.4.3.1. Influencia del radio del filete en los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$.

A continuación se van a computar los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ en un caso particular con distintos valores del radio del filete y se van a comparar los resultados con los coeficientes calculados para una geometría real del orificio. Los parámetros elegidos son los siguientes para una galga tipo A 1/16 in. nominal: $D = 1.90 \text{ mm}$, $\nu = 0.3$, y $r_f = 0; 25; 125; 175; 225; 275 \mu\text{m}$.

Las figuras 5.22 y 5.23 muestran respectivamente los coeficientes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ para el caso estándar donde la geometría del orificio es un cilindro ideal y se incluye la diferencia en porcentaje cuando el radio del filete es de 25 μm y 225 μm . Se ha añadido una escala de color común para una mejor identificación de las diferencias.

En ambas figuras puede observarse como la diferencia en porcentaje, tanto en los coeficientes $\bar{a}$ como en los $\bar{b}$, es mayor cuanto mayor es el radio del filete. Esto ocurre porque la geometría se aleja más de la ideal.

Si nos centramos en cada fila (carga que recorre los pasos j en un orificio de i pasos), las mayores diferencias se contemplan en los casos en las que la carga se encuentra aplicada en el fondo del orificio y disminuye según la carga se aplica más lejos de este, es decir, según nos desplazamos a la izquierda en cada columna. Esto es debido a que el filete añade rigidez a la pieza y esta influye menos cuanto más alejada esté del punto de aplicación de la carga. Si, por el contrario, nos centramos en cada columna (carga en el paso j en un orificio creciente de i pasos), las diferencias se van haciendo menores a

medida que la profundidad del orificio aumenta, ya que la rigidez que añade el filete tiene menos peso en la rigidez total de la pieza.

Si se comparan las diferencias de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ entre sí, se observa como esta siempre es mayor para los coeficientes $\bar{a}$, por lo que el radio del filete afecta más a las deformaciones isotrópicas. Además, se observan unas “bandas” en la dirección de la diagonal donde las diferencias de porcentaje son más o menos constantes (algo más en el de a). La mayor diferencia en porcentaje para los coeficientes $\bar{a}$ es de un -10% en el caso del radio del filete de 25 μm , y de un -35% en el caso del radio del filete de 225 μm . Para los coeficientes $\bar{b}$ esta diferencia máxima es de un -2% en el caso del radio del filete de 25 μm , y de un -32% en el caso del radio del filete de 225 μm . Esta máxima diferencia coincide con la banda más cercana a la diagonal (cuando la carga se aplica en el fondo del orificio) y en concreto tiene su máximo valor absoluto cuando el orificio tiene una mayor profundidad.

Por último, cabe destacar la baja diferencia existente, en general, cuando el radio del filete es de 25 μm . La máxima diferencia (-10%) se da cuando el orificio es muy profundo y la sensibilidad muy baja, por lo que esta diferencia no será importante al aplicar alguna de las técnicas de mejora de las desviaciones experimentales. En este caso se podría utilizar los coeficientes de la geometría cilíndrica ideal sin que las desviaciones en las tensiones residuales sean significantes.

Un paso más en el análisis de la influencia del filete, es una evaluación más detallada de la variación de cada coeficiente $\bar{a}_{ij}$ con el radio del filete. La figura 5.24 muestra la variación de los coeficientes $\bar{a}$ de la primera columna de la matriz, cuando el radio el filete varía entre 0 y 275 μm . La figura 5.25 hace lo propio con los coeficientes $\bar{b}$.

Como puede observarse, los coeficientes varían de una forma suave con el radio del filete. En concreto, los $\bar{a}_{1j}$ varían de forma casi lineal. Por el contrario, los coeficientes $\bar{b}_{1j}$ tienen una cierta tendencia no lineal. Aunque por cuestiones de espacio solo se presentan los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ de la primera columna, cabe destacar que la tendencia descrita para $\bar{a}_{1j}$ solo se observa hasta más o menos una profundidad de 0.50 mm, desviándose de la linealidad cada vez más con la profundidad.

5.4.3.2. Método práctico para la determinación de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ teniendo en cuenta la geometría real del orificio.

Para evitar recurrir en cada nuevo problema al MEF, se van a corregir de una manera sencilla los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ teniendo en cuenta la dependencia con el radio del filete.

Como se ha visto en el sección anterior, la dependencia de los coeficientes con el radio del filete no es siempre lineal. Se ha comprobado que un ajuste muy bueno se consigue de la siguiente forma:

Figura 5.22: Coeficientes de calibración $\bar{a} \cdot 10^{-5}$ para el caso de referencia ($D = 1.90$ mm, $r_f = 0$ μ m) y diferencias en porcentaje para $r_f = 25$ μ m y $r_f = 225$ μ m.

Figura 5.23: Coeficientes de calibración $\bar{b} \cdot 10^{-5}$ para el caso de referencia ($D = 1.90 \text{ mm}$, $r_f = 0 \text{ }\mu\text{m}$) y diferencias en porcentaje para $r_f = 25 \text{ }\mu\text{m}$ y $r_f = 225 \text{ }\mu\text{m}$.

Figura 5.24: Variación de los coeficientes de calibración $\bar{a}_{1j}$ con el radio del filete para $D = 1.90$ mm.

Figura 5.25: Variación de los coeficientes de calibración $\bar{b}_{1j}$ con el radio del filete para $D = 1.90$ mm.

$$\bar{a}_{ij}|_{r_f} = \bar{a}_{ij} + C_{1a_{ij}} \cdot r_f + C_{2a_{ij}} \cdot r_f^2 + C_{3a_{ij}} \cdot r_f^3 \quad (5.37)$$

$$\bar{b}_{ij}|_{r_f} = \bar{b}_{ij} + C_{1b_{ij}} \cdot r_f + C_{2b_{ij}} \cdot r_f^2 + C_{3b_{ij}} \cdot r_f^3 \quad (5.38)$$

donde $\bar{a}_{ij}|_{r_f}$ y $\bar{b}_{ij}|_{r_f}$ son los coeficientes ij para un radio del filete comprendido en el intervalo $0 < r_f \leq 225 \mu\text{m}$, y $C_{ka_{ij}}$ y $C_{kb_{ij}}$ con $k = 1, 2, 3$ son las constantes utilizadas en el ajuste cúbico. Nótese que aunque se consideran polinomios de tercer grado, las constantes independientes son conocidas e iguales a los coeficientes para el cilindro ideal, por lo que solo se necesitan tres parámetros para el ajuste.

Con el fin de tener en cuenta el diámetro del orificio determinado experimentalmente, los coeficientes $\bar{a}_{ij}|_{r_f}$ y $\bar{b}_{ij}|_{r_f}$ pueden adaptarse utilizando la expresión (4.5) [Schajer88b].

Los coeficientes calculados $C_{ka_{ij}}$ y $C_{kb_{ij}}$ ($k = 1, 2, 3$) se encuentran tabulados en el Anexo H para las rosetas tipo A y B.

5.4.4. Comprobación de la estrategia propuesta a través de ejemplos numéricos.

La figura 5.26 muestra, como ejemplo, la desviación en porcentaje entre los valores de $\bar{a}$ calculados por el MEF y los calculados a través del ajuste al polinomio en el caso en el que el radio del filete es de 25 μm . La figura 5.27 hace lo propio considerando los coeficientes $\bar{b}$. Se puede comprobar que la diferencia es muy baja, siendo la mayor desviación de un -2%, por lo que se considera válida la interpolación considerada.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
Profundidad del orificio h [mm]	0,05	0%																			
	0,10	0%	0%																		
	0,15	0%	0%	-1%																	
	0,20	0%	0%	0%	-1%																
	0,25	0%	0%	0%	0%	-1%															
	0,30	0%	0%	0%	0%	0%	-1%														
	0,35	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%													
	0,40	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%												
	0,45	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%											
	0,50	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%										
	0,55	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%									
	0,60	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%								
	0,65	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%							
	0,70	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%						
	0,75	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%					
	0,80	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%				
	0,85	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%			
	0,90	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%		
	0,95	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-2%	
	1,00	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-1%

$D = 1.90 \text{ mm}$

$r_f = 25 \text{ }\mu\text{m}$

% desviación a

$D = 1.90 \text{ mm}$

$r_f = 25 \mu\text{m}$

% desviación α

Figura 5.26: Desviación de los coeficientes de calibración $\bar{a}$ interpolados con respecto a los simulados por el MEF ($D = 1.90 \text{ mm}$, $r_f = 25 \mu\text{m}$).

5.4.5. Estimación de la incertidumbre por la corrección de la geometría real del orificio.

En esta sección se va estimar la incertidumbre típica combinada de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ y las tensiones residuales asociada a la corrección de la geometría real del orificio.

Al igual que en los casos anteriores de estimación de la incertidumbre, los resultados no son generales y se debe escoger un ejemplo concreto. Se ha utilizado como datos de entrada los del problema planteado en 5.3.4.

		Profundidad de la tensión H [mm]																	
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
Profundidad del orificio h [mm]	0,05	0%																	
	0,10	0%	0%																
	0,15	0%	0%	0%															
	0,20	0%	0%	0%	0%														
	0,25	0%	0%	0%	0%	0%													
	0,30	0%	0%	0%	0%	0%	0%												
	0,35	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%											
	0,40	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%										
	0,45	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%									
	0,50	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%								
	0,55	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%							
	0,60	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%						
	0,65	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%					
	0,70	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%				
	0,75	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%			
	0,80	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%		
	0,85	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
	0,90	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	0,95	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	1,00	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

$D = 1.90 \text{ mm}$

$r_f = 25 \text{ }\mu\text{m}$

% desviación b

Figura 5.27: Desviación de los coeficientes de calibración $\bar{b}$ interpolados con respecto a los simulados por el MEF ($D = 1.90 \text{ mm}$, $r_f = 25 \text{ }\mu\text{m}$).

Como incertidumbre de entrada del radio del filete se va a considerar una distribución rectangular de media $r_f = 200 \text{ }\mu\text{m}$ y semi-intervalo $20 \text{ }\mu\text{m}$. Se ha escogido esta distribución para que todos los valores tengan la misma probabilidad y por similitud con el caso de la medida del diámetro y excentricidad del orificio. El semi-intervalo responde a un valor mayor que en aquellos casos para ser conservadores y para tener en cuenta las dificultades en la medición del radio del filete, ya que a veces su medida no es fácil y otras veces la geometría está a mitad de camino entre un radio y un chaflán.

La propagación de incertidumbres se ha realizado por el MCM dando lugar a las figuras 5.28 y 5.29, que muestran, respectivamente, la incertidumbre típica relativa de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$.

Estas tablas presentan valores de la incertidumbre relativa bajos, incluso menores que los que se consideran como incertidumbres de las funciones acumuladas de relajación de deformaciones (tabla 4.2). Además se puede comprobar que al ser considerado el radio del filete igual para todas las profundidades, los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ están totalmente correlados entre sí.

En la figura 5.30 se representan las tensiones máximas, mínimas y el ángulo beta junto con sus bandas de incertidumbre típica.

Como se observa, la contribución a la incertidumbre es pequeña (menor que el 3% en todos los casos si se consideran incertidumbres relativas), incluso habiéndose elegido una alta resolución de puntos con espaciados constantes y no habiéndose utilizado técnicas de

suavizado. En situaciones similares, la contribución de la corrección de la excentricidad puede ser no tenida en cuenta con respecto a otras fuentes de incertidumbre de entrada (tabla 4.5), como son las profundidades del orificio, la instrumentación o la detección del cero.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
Profundidad del orificio h [mm]	0,05	1,6																			
	0,10	1,4	1,6																		
	0,15	1,2	1,3	1,6																	
	0,20	0,95	1,1	1,3	1,5																
	0,25	0,75	0,89	1,1	1,3	1,5															
	0,30	0,63	0,70	0,88	1,1	1,3	1,5														
	0,35	0,58	0,57	0,67	0,86	1,1	1,3	1,4													
	0,40	0,52	0,51	0,52	0,66	0,86	1,1	1,2	1,4												
	0,45	0,46	0,46	0,47	0,51	0,65	0,85	1,1	1,2	1,3											
	0,50	0,42	0,41	0,42	0,44	0,49	0,66	0,85	1,0	1,2	1,3										
	0,55	0,37	0,37	0,37	0,39	0,43	0,50	0,65	0,85	1,0	1,1	1,3									
	0,60	0,33	0,33	0,33	0,34	0,37	0,42	0,49	0,67	0,85	1,0	1,1	1,2								
	0,65	0,29	0,29	0,29	0,30	0,32	0,35	0,41	0,50	0,67	0,86	1,0	1,1	1,1							
	0,70	0,26	0,26	0,26	0,27	0,28	0,31	0,34	0,41	0,51	0,69	0,85	1,0	1,0	1,1						
	0,75	0,23	0,23	0,23	0,24	0,25	0,27	0,29	0,34	0,41	0,53	0,71	0,87	0,94	0,99	1,0					
	0,80	0,20	0,20	0,20	0,21	0,22	0,23	0,25	0,29	0,34	0,42	0,55	0,72	0,87	0,95	0,90	1,0				
0,85	0,18	0,18	0,18	0,18	0,19	0,20	0,22	0,25	0,28	0,34	0,43	0,57	0,76	0,89	0,89	0,90	0,83				
0,90	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,18	0,19	0,21	0,24	0,28	0,34	0,44	0,61	0,77	0,90	0,91	0,77	0,75			
0,95	0,14	0,14	0,14	0,14	0,15	0,15	0,17	0,18	0,21	0,24	0,28	0,35	0,46	0,62	0,84	0,92	0,84	0,77	0,56		
1,00	0,12	0,12	0,12	0,12	0,13	0,14	0,14	0,16	0,18	0,20	0,24	0,29	0,36	0,48	0,69	0,84	0,94	0,87	0,60	0,40	

$D = 2.00$ mm

$r_f = 225 \mu\text{m}$, $u(r_f) = 20/\sqrt{3}$

$u(a)$ [%]

Figura 5.28: Incertidumbre típica relativa de los coeficientes $\bar{a}$ cuando se considera como incertidumbre de entrada la corrección del radio del filete para el problema 5.3.4.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
Profundidad del orificio h [mm]	0,05	0,87																			
	0,10	0,78	0,86																		
	0,15	0,67	0,72	0,81																	
	0,20	0,54	0,63	0,70	0,78																
	0,25	0,43	0,50	0,61	0,68	0,74															
	0,30	0,37	0,40	0,48	0,58	0,65	0,71														
	0,35	0,34	0,32	0,37	0,46	0,56	0,63	0,67													
	0,40	0,30	0,29	0,29	0,35	0,45	0,54	0,59	0,63												
	0,45	0,27	0,26	0,26	0,27	0,34	0,43	0,52	0,57	0,58											
	0,50	0,24	0,23	0,23	0,24	0,26	0,33	0,42	0,50	0,52	0,55										
	0,55	0,22	0,21	0,21	0,21	0,22	0,25	0,32	0,41	0,47	0,50	0,50									
	0,60	0,19	0,19	0,18	0,18	0,19	0,21	0,24	0,32	0,39	0,45	0,45	0,46								
	0,65	0,17	0,17	0,16	0,16	0,17	0,18	0,20	0,24	0,31	0,38	0,42	0,43	0,41							
	0,70	0,15	0,15	0,14	0,14	0,15	0,16	0,17	0,20	0,24	0,31	0,37	0,40	0,38	0,37						
	0,75	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,14	0,15	0,16	0,19	0,24	0,31	0,36	0,36	0,36	0,31					
	0,80	0,12	0,11	0,11	0,11	0,11	0,12	0,13	0,14	0,16	0,19	0,24	0,30	0,34	0,35	0,30	0,27				
0,85	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,11	0,12	0,13	0,15	0,19	0,24	0,30	0,33	0,31	0,28	0,22				
0,90	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,10	0,11	0,13	0,15	0,18	0,24	0,29	0,32	0,30	0,23	0,17			
0,95	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,15	0,18	0,24	0,30	0,31	0,26	0,21	0,11		
1,00	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,08	0,08	0,09	0,10	0,12	0,15	0,18	0,25	0,28	0,29	0,24	0,15	0,07	

$D = 2.00$ mm
 $r_f = 225 \mu\text{m}$, $u(r_f) = 20/\sqrt{3}$
 $u(b)$ [%]

Figura 5.29: Incertidumbre típica relativa de los coeficientes $\bar{b}$ cuando se considera como incertidumbre de entrada la corrección del radio del filete para el problema 5.3.4.

Figura 5.30: Tensiones residuales y ángulo β_j junto con sus bandas de incertidumbre típica cuando se considera como incertidumbre de entrada la asociada a la corrección del radio del filete.

5.5. Recapitulación de los aspectos analizados.

En esta sección se van a recopilar y valorar los aspectos que se han desarrollado en el capítulo 5.

En la sección 5.2 se mostraban los elementos finitos desarrollados en esta Tesis, planteando los modelos de la carga, el comportamiento del material, la geometría, el mallado y las condiciones de contorno. Se hacía especial hincapié en la importancia de la automatización y en la flexibilidad de los códigos, pues resulta materialmente imposible la resolución de los problemas de forma manual.

A continuación, en la sección 5.3 se desarrollaba un MEF específico para la corrección de las deformaciones medidas cuando existe excentricidad en el posicionamiento del orificio. Con la aplicación de esta corrección no hace falta descartar los ensayos si la excentricidad cae fuera de los límites de la Norma ASTM E837.

Se aportaban también las expresiones necesarias, que junto con los coeficientes recogidos en el Anexo G, permiten que cualquier organismo interesado pueda aplicar las correcciones de forma sencilla, sin necesidad de acudir a los elementos finitos.

Las grandes ventajas del método aportado, en contraposición a otros existentes, incluyen la aplicación directa de cualquier método de cálculo, por ejemplo, el método incremental, la regularización de Tikhonov o el criterio de Morozov, la aplicación a cualquier estado tensional y cualquier material y la no necesidad de acudir a los cálculos por elementos finitos.

También se ha comprobado que los límites fijados en la Norma son realistas, resultando en que no se necesita la corrección de la excentricidad cuando los valores caen dentro de los límites. Además, se ha justificado que la incertidumbre típica combinada de las tensiones residuales asociadas a esta corrección de la excentricidad son, en general, despreciables con respecto a otras fuentes de incertidumbre.

En la sección 5.4 se ha desarrollado el modelo MEF concreto para la corrección de los coeficientes considerando la geometría real del orificio. Esta geometría real es la considerada como un radio en el fondo del filete y provoca grandes desviaciones con respecto a la idealidad en los coeficientes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$, cuando se utilizan las fresas recomendadas por los fabricantes de equipos de medida de tensiones residuales.

Al igual que con la corrección de la excentricidad, se propone un método concreto que evita acudir a los cálculos por elementos finitos y que cualquiera pueda utilizar las correcciones.

Por último, se ha comprobado que la incertidumbre típica combinada de las tensiones residuales debida a la corrección por el radio del fondo del orificio es, en general, despreciable, si se compara con otras fuentes de incertidumbres como la profundidad del orificio, la instrumentación o la detección del cero.

Capítulo 6

Verificación experimental de los modelos, métodos y estrategias desarrollados y especificación de procedimientos optimizados.

6.1. Verificación experimental de los modelos y estrategias desarrollados para la corrección de las deformaciones medidas en presencia de agujeros excéntricos.

En el capítulo 5 se desarrollaba un modelo para corregir la excentricidad en las deformaciones. La estrategia seguida puede utilizarse directamente con el método integral y con la Norma ASTM E837-13 y es aplicable a cualquier material y diámetro de orificio cuando se utilizan las rosetas de galgas más comunes.

En las secciones 5.3.4 y 5.3.5 se ha comprobado la eficacia de la corrección desarrollada por medio de simulaciones numéricas. En esta sección se va a comprobar su eficacia en un caso experimental real.

6.1.1. Ensayo propuesto y equipamiento utilizado.

Se ha aplicado el método del taladro incremental a una probeta de Al7075 de medidas 5x5x1 cm, cuyas propiedades mecánicas se encuentran definidas por los valores $E = 71.7 \text{ GPa}$, $\nu = 0.33$.

Esta probeta se ha tratado mediante granallado de características 12-14A de acuerdo con la Norma NPC0100. Debido a la no-direccionalidad del tratamiento, se anticipa un estado de tensiones residuales equibiaxial. De esta manera, las tres deformaciones medidas deberían ser iguales. Sin embargo, como el orificio se ha practicado con una excentricidad intencionada, las deformaciones medidas no van a ser iguales. La aplicación del método de corrección debería igualar las deformaciones con lo que se verificaría la eficacia del método de corrección en un caso experimental.

Para el experimento se ha utilizado una roseta CEA-13-062UL-120 de la marca Vishay Micro-Measurements con $D_G = 5.13 \text{ mm}$. El diámetro del orificio practicado es de 1.82

mm y se ha realizado en 20 pasos iguales de 50 μm hasta una profundidad total de 1 mm. El equipo de taladrado utilizado es el MTS3000 de SINT Technology con posicionamiento y toma de datos automáticos y cero por contacto eléctrico entre la probeta y la fresa. El equipo de adquisición de datos es el Express DAQ de HBM.

6.1.2. Resultados.

La excentricidad medida es de 87 μm ($e_x = 55 \mu\text{m}$, $e_y = -68 \mu\text{m}$) y ha sido determinada mediante un proyector de perfiles de la marca Topcon modelo VP300 el cual tiene una resolución de 1 μm . El procedimiento experimental de medida, tanto de la excentricidad como del diámetro del orificio, se recoge en el Anexo B.

El orificio así como sus dimensiones se muestran en la figura 6.1. Las figuras 6.2(a) y 6.2(b) muestran respectivamente, las deformaciones medidas y las deformaciones corregidas.

Figura 6.1: Excentricidad y diámetro del orificio medidos en la probeta de Al7075 tratada mediante granallado.

6.1.3. Discusión.

Como se puede comprobar en la figura 6.2(b), y tal y como se ha predicho anteriormente, las deformaciones corregidas muestran una gran similitud entre sí. Las pequeñas diferencias entre las deformaciones corregidas pueden ser razonablemente debidas a diversos factores, como una superficie tratada que no es totalmente homogénea, tensiones residuales presentes en el material antes del tratamiento de granallado, desviaciones geométricas con respecto a la idealidad del modelo, etc.

En cualquier caso, la dispersión de las deformaciones corregidas es equivalente a la observada en las deformaciones medidas en especímenes metálicos tratados mediante granallado en los que se ha conseguido una excentricidad muy pequeña. De esta manera se verifica experimentalmente el método propuesto para corregir la excentricidad.

Figura 6.2: Respuesta de deformaciones de la muestra de Al7075 tratada mediante granallado en la presencia de un orificio excéntrico (a) y con la excentricidad corregida (b).

6.2. Verificación experimental de los modelos y estrategias desarrollados para la corrección de los coeficientes considerando la geometría real del orificio.

En el capítulo 5 se desarrollaba un modelo para la corrección de los coeficientes de calibración teniendo en cuenta la geometría real del orificio. Se han tenido en cuenta diferentes radios del filete y diferentes diámetros del orificio. El Anexo H muestra los valores de las constantes necesarias para este fin.

En esta sección se presenta la verificación de estos coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ en varios ensayos reales.

6.2.1. Ensayos propuestos y equipamiento utilizado.

Para comprobar los efectos que estos nuevos coeficientes tienen en la medida de tensiones residuales, se va a aplicar el método del taladro incremental a varias distribuciones de tensiones residuales conocidas. Para ello se ha constituido un dispositivo de flexión en cuatro puntos, capaz de inducir distribuciones de tensiones residuales no uniformes en profundidad en el material. Estas tensiones son conocidas de antemano gracias a la teoría de la elasticidad.

El Anexo C presenta información detallada sobre el dispositivo de flexión en cuatro puntos y el estado tensional inducido en las probetas.

Con este dispositivo, se ha aplicado una deformación elástica sobre una probeta de Al2024 T351 (280x25x9 mm, $E = 73.1$ GPa, $\nu = 0.33$), y esta se ha medido directamente en el eje de máxima deformación aprovechando la galga extensométrica que se utiliza para el ensayo del taladro incremental.

Nos encontramos, por tanto, con una distribución lineal en profundidad con esfuerzo máximo en la cara superior (tracción) y mínimo en la inferior (compresión), aunque solo es de interés en este estudio el primer milímetro en profundidad de la cara superior, porque es el límite de sensibilidad del ensayo (figura 6.3). En la figura 6.4 se puede observar el dispositivo construido junto con la probeta flexionada dispuesta para la realización de un ensayo.

Figura 6.3: Distribución de tensiones no uniforme en la probeta.

Figura 6.4: Dispositivo de flexión en cuatro puntos con probeta de Al2024 T351 flexionada.

Se han considerado tres ensayos con tres niveles de carga: (a), (b) y (c). Los parámetros relevantes de los ensayos se muestran en la tabla 6.1. Se ha utilizado el mismo equipo experimental que en el caso de la verificación de la excentricidad.

Tabla 6.1: Parámetros relevantes de los ensayos para la verificación experimental de los coeficientes para una geometría real del orificio.

Ensayo	Roseta de galgas extensométricas	Tipo de roseta	Deformación medida [$\mu\text{m}/\text{m}$]	Tensión Máxima [MPa]	Tensión a 1 mm [MPa]	Diámetro orificio D [mm]
(a)	CEA-062UL-120	A	2233	163	128	1.78
(b)	K-RY61-1.5/120R	B	2730	200	156	1.94
(c)	K-RY61-1.5/120R	B	3979	291	226	1.96

6.2.2. Cálculo de las tensiones residuales sin tener en cuenta la geometría real del orificio.

Las figuras 6.5(a), 6.5(b) y 6.5(c) muestran las tensiones residuales para los ensayos (a), (b) y (c) calculadas por el método integral. Los coeficientes utilizados han sido coeficientes calculados según la sección 5.2 considerando el orificio como un cilindro ideal recto. Se ha utilizado las profundidades indicadas en la norma ASTM E837-13 así como el suavizado por regularización.

En las figuras se muestran las tensiones calculadas σ_1 (tensión según la dirección longitudinal de la probeta), σ_3 (tensión según la dirección perpendicular a σ_1) y τ_{13} (tensión tangencial 1-3), así como las tensiones teóricas en estas direcciones. $\sigma_{1\text{teórica}}$ coincide con la distribución lineal cuyos puntos inicial y final se indican en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.1. $\sigma_{3\text{teórica}}$ y $\tau_{13\text{teórica}}$ son nulas.

Como se muestra en las gráficas, los valores de las tensiones residuales de σ_1 , σ_3 y τ_{13} se distribuyen en los tres ensayos, (a), (b) y (c), en torno a las tensiones teóricas esperadas. Sin embargo hay dos características que llaman poderosamente la atención y que son comunes en los tres ensayos.

En primer lugar se observa como las tensiones residuales parten de un valor mucho menor al esperado y que a partir de los 100 μm alcanzan más o menos el valor previsto. Esta circunstancia es muy evidente en el caso de σ_1 .

En segundo lugar se observa como la tendencia de σ_1 es en general creciente con la profundidad y, por tanto, totalmente contraria a la del valor teórico cuya pendiente es negativa. Para resaltar claramente la tendencia, se ha realizado un ajuste lineal de σ_1 mediante el software Excel y se ha representado mediante línea fina en la figura 6.5. En este ajuste no se han tenido en cuenta las tensiones residuales en los primeros 100 μm .

Figura 6.5: Tensiones residuales calculadas sin tener en cuenta el radio del filete junto con las tensiones residuales teóricas para tres niveles de carga: 163 MPa (a), 200 MPa (b) y 293 MPa (c).

6.2.3. Cálculo de las tensiones residuales teniendo en cuenta la geometría real del orificio.

A continuación se van a calcular las tensiones residuales cuando se considera el radio del filete del fondo del orificio. Un primer paso en este cálculo es, por tanto, la caracterización del orificio.

6.2.3.1. Caracterización del radio del filete.

Para caracterizar la geometría del orificio se han realizado varios taladros de distinta profundidad en una probeta de Al2024 T351 y se ha realizado un corte transversal para realizar una medida “directa”. La medida de la probeta sin cortar, a partir de un perfil obtenido a través de imágenes, como las ofrecidas por un microscopio confocal, no es adecuada debido a la perpendicularidad de las paredes del orificio. La figura 6.6 muestra algunas imágenes de los orificios practicados junto a su profundidad nominal.

Figura 6.6: Orificios de distinta profundidad considerados en la caracterización del radio del filete.

El radio del filete se ha medido en cada orificio mediante el software AutoCAD, ajustando este a un cuarto de circunferencia y comparándolo con el diámetro del orificio medido mediante el proyector de perfiles Topcon modelo VP300. La figura 6.7 muestra un ejemplo de este proceso en el orificio de 250 μm de profundidad.

La tabla 6.2 muestra los valores del diámetro y el radio del filete medidos con el proyector de perfiles. Los orificios de las primeras profundidades no se han considerado dada la dificultad práctica en la medida del radio del filete, al estar oculta la mayor parte del cuarto de circunferencia.

Como se observa en la tabla 6.2, para los distintos diámetros de los orificios obtenidos y para las distintas profundidades, la media del valor del radio del filete es de 223 μm con una desviación típica de 11 μm. El pequeño valor de la desviación típica, hace que se pueda considerar un valor constante en todos los orificios. La uniformidad del radio

obtenida es debida a que, en unas condiciones de ensayo definidas, su valor está determinado por la geometría de la fresa y el chaflán a 45° que esta presenta (figura 6.8).

Figura 6.7: Medición del radio del filete en un orificio de 250 μm de profundidad nominal.

Tabla 6.2: Características de los orificios considerados para la caracterización del radio del filete.

Profundidad nominal [μm]	Diámetro D [mm]	Radio del filete r_f [μm]
200	1.95	219
250	1.94	235
300	1.93	236
500	1.93	220
750	1.91	208
1000	1.91	218

Como se observa en la tabla 6.2, para los distintos diámetros de los orificios obtenidos y para las distintas profundidades, la media del valor del radio del filete es de 223 μm con una desviación típica de 11 μm . El pequeño valor de la desviación típica, hace que se pueda considerar un valor constante en todos los orificios. La uniformidad del radio obtenida es debida a que, en unas condiciones de ensayo definidas, su valor está determinado por la geometría de la fresa y el chaflán a 45° que esta presenta (figura 6.8).

Esta afirmación solo se puede hacer en las condiciones estándar en las que se han hecho los ensayos, como son una misma presión del aire comprimido (4.65 bar), un mismo tipo de fresa (SINTCTT/1), una misma velocidad de penetración (0.2 mm/min) y unos mismos pasos en profundidad (50 μm), ya que otras condiciones pueden cambiar el valor del radio [Nau13].

La obtención de un valor constante del radio del filete en cada orificio y en las distintas profundidades es de gran utilidad práctica, pues evita tener que caracterizar su valor en

cada ensayo y en las distintas profundidades (tarea materialmente imposible en el transcurso de un ensayo).

Figura 6.8: Fresa utilizada en el ensayo donde se observa los bordes a 45°.

6.2.3.2. Tensiones residuales y geometría real del orificio.

Una vez caracterizado el radio del filete del fondo del orificio ($r_f = 223 \mu\text{m}$), se han calculado los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$ a partir de las ecuaciones (4.5, 5.36 – 5.37) y el Anexo H.

Las figuras 6.9(a), 6.9(b) y 6.9(c) muestran la misma información que las 6.5 pero teniendo en cuenta la geometría real del orificio.

Al igual que en la figura 6.5, los valores de las tensiones residuales de σ_1 , σ_3 y τ_{13} se distribuyen alrededor de las tensiones teóricas. Sin embargo, y a diferencia de aquellas, la tendencia de σ_1 es en general negativa con la profundidad y concuerda con la tendencia del valor teórico en los tres niveles de carga (el ajuste lineal de σ_1 se ha representado mediante línea fina en la figura 6.9).

Con el cambio de tendencia de las tres curvas se verificaría experimentalmente la idoneidad de los nuevos coeficientes calculados teniendo en cuenta la geometría real del orificio.

Además, aunque la corrección del radio del filete aumenta las tensiones residuales iniciales, todavía se observa como estas parten de un valor menor al previsto y que no es hasta los 100 μm cuando se alcanza el valor esperado. Este hecho es causado posiblemente por las tensiones residuales iniciales con las que cuentan las probetas en su interior.

Figura 6.9: Tensiones residuales calculadas teniendo en cuenta un radio del filete de 223 μm junto con las tensiones residuales teóricas para tres niveles de carga: 163 MPa (a), 200 MPa (b) y 293 MPa (c).

6.2.4. Cálculo de las tensiones residuales teniendo en cuenta las tensiones residuales iniciales.

6.2.4.1. Caracterización del estado tensional inicial de las probetas.

Con el fin de caracterizar el estado inicial de tensiones residuales en las que se encuentran las probetas, y para establecer la influencia de estas en los ensayos de verificación de los coeficientes de calibración teniendo en cuenta la geometría real del orificio, se han realizado varios ensayos del taladro incremental a las probetas de Al2024 T351 en el estado según son suministradas de fábrica.

En total se han hecho cuatro ensayos en dos probetas distintas. La tabla 6.3 contiene más información sobre estos ensayos.

Tabla 6.3: Parámetros de los ensayos para el cálculo de las tensiones residuales iniciales.

Ensayo	Galga extensométrica	Tipo	Probeta	Diámetro orificio D [mm]
1	K-RY61-1.5/120R	B	1	1.79
2	K-RY61-1.5/120R	B	1	1.74
3	CEA-062UL-120	A	2	1.91
4	CEA-062UL-120	A	2	1.94

En la figura 6.10(a), 6.10(b) y 6.10(c) se muestran respectivamente las tensiones residuales σ_1 , σ_3 y τ_{13} . σ_1 es la tensión según la dirección longitudinal de la probeta, σ_3 es la tensión según la dirección perpendicular a σ_1 , y τ_{13} es la tensión tangencial 1-3.

En general, el valor de las tensiones calculadas es muy bajo, compatible con las placas laminadas de Al2024 T351 utilizadas [Sutton02]. Además, se observan ciertas tensiones residuales de compresión en los primeros puntos en profundidad de σ_1 y σ_3 , es decir, las probetas se reciben con ciertas tensiones de compresión cerca de la superficie y estas tensiones están afectando a los resultados obtenidos en las secciones 6.2.2.1 y 6.2.2.2.

Para eliminar el efecto de las tensiones residuales iniciales, se pueden utilizar principalmente tres alternativas. La primera de ellas consiste en eliminar físicamente las tensiones residuales mediante un tratamiento térmico.

Sin embargo, este método es descartado en este trabajo por dos razones: en primer lugar porque los tratamientos térmicos no son nunca cien por cien efectivos [Nobre15] y en segundo lugar, y como razón principal, porque no existe mucha información sobre tratamientos de relajación de tensiones en Al2024 T351. Los datos existentes para aleaciones de la serie 6000 y 7000 ambas endurecibles por tratamiento térmico de precipitación, como también lo es la 2024, muestran que, para tratamientos térmicos a temperaturas por debajo de los tratamientos de envejecimiento, prácticamente no hay relajación de tensiones. Sin embargo, a temperaturas superiores si hay relajación de

tensiones pero con una gran pérdida de propiedades mecánicas ya que se produce una sobremaduración [Younger07].

Figura 6.10: Tensiones residuales en las probetas en el estado suministrado de fábrica, según la dirección longitudinal (a), transversal (b) y de cortante (c).

La segunda alternativa para eliminar el efecto de las tensiones residuales está basada en el principio de superposición como se muestra en la figura 6.11 [Nobre15].

En nuestro caso este principio se aplicaría directamente en el aparato de flexión en cuatro puntos mediante la selección de dos cargas diferentes en cada paso a la vez que se lleva a cabo un ensayo del taladro incremental. Sin embargo, la selección de estas cargas conlleva muchos problemas en la precisión del posicionamiento del taladro que se traducen en grandes desviaciones experimentales y que hace que el método no sea útil de manera práctica, al menos con el equipamiento actual con el que se cuenta.

Figura 6.11: Aplicación del principio de superposición en la eliminación de las tensiones residuales iniciales [Nobre15].

La última alternativa, que es la que se ha considerado en este trabajo, resulta de la sustracción directa de las tensiones residuales del estado inicial de las obtenidas en la condición de carga.

Para esta tarea se ha considerado la media de las tensiones residuales de σ_1 , σ_3 y τ_{13} en los cuatro ensayos. En vez de realizar directamente la sustracción en tensiones, se ha realizado en deformaciones, ya que esta metodología será útil en la sección 6.3. Para ello se han utilizado las ecuaciones adecuadas derivadas de (3.53 – 3.58) y (3.61 – 3.63) y las matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$ correspondientes a las galgas tipo A y B, además de la corrección por diámetro del orificio (4.5). Por último se ha utilizado del círculo de Mohr en deformaciones para orientarlas adecuadamente [Vishay14b].

6.2.4.2. Tensiones residuales y tensiones residuales iniciales.

Tras la sustracción de las deformaciones que dan lugar al estado tensional inicial se han vuelto a calcular las tensiones equivalentes a las mostradas en las figuras 6.5 y 6.9 con un radio del filete de 223 μm .

De esta forma, las figuras 6.12(a), 6.12(b) y 6.12(c) muestran respectivamente las tensiones residuales para los ensayos (a), (b) y (c) (tabla 6.1), teniendo en cuenta la geometría real del orificio y las tensiones residuales iniciales.

Figura 6.12: Tensiones residuales calculadas teniendo en cuenta un radio del filete de 223 μm y sustrayendo las tensiones iniciales junto con las tensiones residuales teóricas para tres niveles de carga: 163 MPa (a), 200 MPa (b) y 293 MPa (c).

6.2.5. Discusión.

Como se puede comprobar en la figura 6.12, los valores de las tensiones residuales de σ_1 , σ_3 y τ_{13} se distribuyen en torno a las tensiones teóricas esperadas en los tres ensayos realizados. Además la tendencia de σ_1 coincide con la tendencia de su teórico y en este caso las tensiones residuales no parten de un valor mucho menor al esperado.

Esta coherencia entre resultados teóricos y experimentales valida el modelo desarrollado para la corrección de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$.

Las pequeñas discrepancias encontradas pueden ser razonablemente atribuidas a desviaciones experimentales y al hecho de que solo se ha realizado un ensayo en cada nivel de carga. En todos los casos, las tensiones residuales calculadas deberían caer dentro de las bandas de incertidumbres típicas combinadas. La sección siguiente muestra un ejemplo de estimación de incertidumbres y comparación con resultados experimentales.

6.3. Verificación experimental de los métodos desarrollados para la estimación y acotación de la incertidumbre de medida en determinaciones realizadas mediante el método incremental.

En el capítulo 4 se proponía el MCM como método de propagación de la incertidumbre y se desarrollaba una metodología que comprendía las peculiaridades del método del taladro incremental. Además, se calculaban unas distribuciones de puntos óptimas en profundidad para alcanzar un compromiso entre resolución e incertidumbre y se discutían los problemas de la estimación de la incertidumbre utilizando la Norma ASTM E837-13, que utiliza la regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov. Finalmente se proponía unificar los dos métodos más utilizados para el cálculo de las tensiones residuales y se proponía un procedimiento para estimar la incertidumbre teniendo en cuenta estos dos métodos.

En esta sección se van a comparar los procedimientos propuestos para el cálculo de las tensiones residuales y la estimación de incertidumbres con medidas experimentales, con el fin de comprobar si estos son adecuados o no.

6.3.1. Ensayos propuestos y equipamiento utilizado.

En numerosas ocasiones se cuantifica la incertidumbre de los ensayos como la suma cuadrática de la incertidumbre de repetibilidad, la de reproducibilidad y la interlaboratorios. Como los ensayos interlaboratorios son limitados y en el pasado no han dado buenos resultados [Lord02], se va a considerar la incertidumbre experimental como una sola correspondiente a la repetibilidad/reproducibilidad, tal como se explicará a continuación.

De esta manera, la verificación va a ser llevada a cabo mediante la comparación de la incertidumbre típica combinada calculada por medios teóricos, con la desviación típica calculada a partir del análisis estadístico de varios ensayos experimentales.

Para ello se han realizado diez ensayos experimentales, con el dispositivo de flexión en cuatro puntos, en dos probetas de Al2024 T351 ($E = 73.1 \text{ GPa}$, $\nu = 0.33$), de dimensiones 280x25x9 mm. Se ha considerado el mismo nivel de carga (163 MPa) calculado a través de la deformación de la galga extensométrica colocada en dirección longitudinal (2233 MPa aproximadamente). Las rosetas utilizadas en todos los casos son de tipo A siendo el modelo el CEA-062UL-120 de la compañía Vishay. Se ha utilizado el mismo equipo experimental que en el caso de la verificación de la excentricidad y la verificación experimental de los coeficientes calculados para una geometría real del orificio. La tabla 6.4 muestra los parámetros más relevantes de los ensayos. El Anexo I proporciona información complementaria sobre estos ensayos experimentales.

A pesar de contar con 10 medidas, no se considera la incertidumbre experimental de las tensiones residuales como la desviación típica muestral dividida por la raíz cuadrada del número de medidas. Esto ocurre como medida de precaución ya que no se garantizan las condiciones de repetibilidad pues, aunque se haya procurado que se cumplieran estas condiciones en los ensayos (elección de probetas y cargas a medir), en último término es un ensayo destructivo en el que no se mide exactamente en el mismo punto e incluso en la misma probeta (el mensurando no es el mismo) y en el que a veces los intervalos de tiempo entre las sucesivas medidas son importantes (varias horas o días). Es por tanto que solo se considerará a efectos experimentales una incertidumbre de repetibilidad/reproducibilidad.

La forma de actuación utilizada se ha considerado útil para fines comparativos, ya que se parte de probetas del mismo material y el mismo estado tensional.

Los decimales de la Tensión Máxima solo se han mostrado para poner en relieve la igualdad del estado tensional de las dos probetas, por lo que en las comparaciones se considerará un único nivel de carga.

6.3.2. Resultados.

Las figuras 6.13(a), 6.13(b) y 6.13(c) muestran las tensiones residuales (σ_1 , σ_3 y τ_{13}) para los diez ensayos considerados (tabla 6.4), teniendo en cuenta la geometría real del orificio (radio del filete de 223 μm) y las tensiones residuales iniciales (sustracción de las deformaciones que dan lugar al estado tensional inicial) tal como se ha explicado en la sección 6.2. Para el cálculo de estas se ha seguido estrictamente la Norma ASTM E837-13.

Estas figuras solo pretenden dar una visión global al lector de la distribución de las tensiones residuales en los ensayos, pues al estar superpuestas diez curvas la legibilidad es mala.

Tabla 6.4 Parámetros relevantes de los ensayos para la verificación experimental de la estimación de incertidumbres utilizando la Norma ASTM E837-13.

Ensayo	Probeta	Deformación medida [$\mu\text{m/m}$]	Tensión Máxima [MPa]	Diámetro orificio D [mm]	α_p [-]	α_q [-]	α_t [-]
1	1	2232	163.16	1.74	$1.62 \cdot 10^{-6}$	$1.12 \cdot 10^{-4}$	$1.64 \cdot 10^{-5}$
2	1	2232	163.16	1.74	$9.63 \cdot 10^{-6}$	$1.40 \cdot 10^{-4}$	$2.99 \cdot 10^{-5}$
3	1	2232	163.16	1.80	$4.77 \cdot 10^{-6}$	$1.20 \cdot 10^{-4}$	$2.69 \cdot 10^{-5}$
4	1	2232	163.16	1.77	$5.55 \cdot 10^{-5}$	$4.81 \cdot 10^{-5}$	$2.56 \cdot 10^{-5}$
5	1	2332	163.16	1.74	$3.69 \cdot 10^{-5}$	$1.20 \cdot 10^{-3}$	$3.28 \cdot 10^{-5}$
6	2	2233	163.23	1.78	$5.65 \cdot 10^{-6}$	$6.44 \cdot 10^{-5}$	$4.19 \cdot 10^{-5}$
7	2	2233	163.23	1.85	$7.83 \cdot 10^{-6}$	$8.20 \cdot 10^{-4}$	$1.27 \cdot 10^{-5}$
8	2	2233	163.23	2.18	$2.91 \cdot 10^{-6}$	$4.53 \cdot 10^{-5}$	$7.32 \cdot 10^{-5}$
9	2	2233	163.23	1.77	$5.57 \cdot 10^{-6}$	$9.70 \cdot 10^{-5}$	$1.58 \cdot 10^{-4}$
10	2	2233	163.23	1.73	$1.81 \cdot 10^{-2}$	$7.84 \cdot 10^{-5}$	$1.76 \cdot 10^{-4}$

Como puede comprobarse en la figura 6.13, las tensiones en los distintos ensayos se distribuyen muy bien alrededor de las tensiones teóricas y tienen una curvatura suave. El nivel de dispersión en σ_1 y σ_3 es parecido, siendo en τ_{13} menor.

Debido a que la legibilidad de las gráficas no es la más adecuada y a que las curvas no se disciernen correctamente, la figura 6.14 muestra la media y desviación típica de los ensayos junto con el valor teórico esperado. Estas curvas muestran de una manera más clara la posición de las curvas experimentales con respecto a las curvas teóricas.

En la figura 6.14 se observan algunas características que merece la pena destacar. En primer lugar se observa como los puntos iniciales cuentan con una mayor dispersión. Esto está relacionado con la influencia del establecimiento del cero y la dificultad para medir tensiones cerca de la superficie. Este efecto también se observa con los puntos finales y también tiene que ver con que la profundidad se va acercando al límite de detección de la técnica.

Además, la utilización por parte de la Norma ASTM E837-13 de espaciados constantes en la evaluación de las tensiones conlleva que las distribuciones tengan una tendencia de dispersión alrededor de los valores teóricos con la profundidad, es decir las bandas de desviaciones típicas tienen forma de embudo. Esto puede comprobarse con mayor claridad si se representan solamente las desviaciones estándar de las tres tensiones (figura 6.15), aunque aquí, el efecto en las tensiones tangenciales es más moderado.

Figura 6.13: Tensiones residuales en los diez ensayos realizados junto con las tensiones teóricas: según la dirección longitudinal (a), transversal (b) y de cortante (c).

Figura 6.14: Media de las tensiones residuales $\pm$ la desviación típica en los diez ensayos realizados junto con las tensiones teóricas: según la dirección longitudinal (a), transversal (b) y cortante (c).

Figura 6.15: Desviación típica de las tensiones en los diez ensayos realizados.

6.3.3. Propagación de la incertidumbre.

En la propagación de la incertidumbre se ha utilizado el MCM desarrollado en el capítulo 5, implementado en el software Matlab. Los parámetros de entrada y sus funciones de densidad de probabilidad asignadas se muestran en la tabla 6.5. Esta tabla está basada en la tabla 4.2 pero, como se ha utilizado un equipamiento y materiales diferentes, se han actualizado algunos valores. Además se han añadido las fuentes de la corrección de la excentricidad y la corrección del radio del filete, desarrollados en el capítulo 5.

Los valores medios que se reflejan en la tabla junto con los valores de la desviación estándar y el semi-intervalo, han sido obtenidos de la manera descrita en la sección 4.4.

La utilización del taladro con posicionamiento y cero automático MTS3000 ha permitido disminuir la incertidumbre típica de algunas de las fuentes de incertidumbre como son las profundidades y la profundidad cero.

Así, el certificado de calibración del taladro indica una incertidumbre típica de $3.1 \mu\text{m}$ para la profundidad en el intervalo 0-4 mm (se ha utilizado el valor más conservador para considerar un único valor).

La profundidad cero se ha estimado con la ayuda de algunos ensayos donde se ha practicado el cero y se ha medido la profundidad real de este. En este caso el cero automático por contacto eléctrico permite estimar un posicionamiento inicial comprendido en el intervalo $[0, 10] \mu\text{m}$, o lo que es lo mismo, una distribución rectangular con media $5 \mu\text{m}$ y semi-intervalo $5 \mu\text{m}$.

En todo el trabajo se están utilizando incertidumbres típicas combinadas, dejando para los usuarios que decidan el factor de cobertura deseado para la estimación de la incertidumbre expandida [GUM08].

Tabla 6.5: Parámetros de entrada y sus funciones de densidad de probabilidad asignadas.

x_i	Descripción	$p(x_i)$	Tipo	Características
E	Módulo de Young del Al2024 T351	Normal	B	73100 MPa, 3% $E = 2.2 \text{ GPa}$
ν	Coefficiente de Poisson del Al2024 T351	Normal	B	0.33, 3% $\nu = 9.9 \cdot 10^{-3}$
$\tilde{a}$	Funciones acumuladas de relajación de deformaciones	Normal	B	Según capítulo 5 ^a , 2% $\tilde{a}$
$\tilde{b}$	Funciones acumuladas de relajación de deformaciones	Normal	B	Según capítulo 5 ^a , 2% $\tilde{b}$
h_{dm_j}	Profundidades	Normal	B	Las indicadas en cada caso, 3.1 μm
h_0	Profundidad cero	Rectangular	B	5 μm , 5 μm
D_h	Diámetro del orificio	Rectangular	B	1.75 mm (normalizado a este valor), 10 μm
D_0	Diámetro del orificio nominal	—	-	2.00 mm, —
$\Delta R_{1,2,3}$	Cambio en la resistencia de las galgas 1, 2, 3	Normal	B	Las indicadas en cada caso, $2.50 \cdot 10^{-3} \Omega$ ($u(\widehat{\epsilon}_m) = 1 \mu\text{m/m}$)
GF	Factor de galga 1, 2, 3	Normal	B	2.10, 1% $GF = 21 \cdot 10^{-3}$
R_G	Resistencia de la galga	Normal	B	120 Ω , 0,2% $R_G = 0.48 \Omega$
K_t	Sensibilidad transversal 1, 2, 3	Normal	B	2.1%, 0.1%
ν_0	Coefficiente de Poisson de la galga	Normal	B	0.285, 3% $\nu_0 = 8.6 \cdot 10^{-3}$
C_T	Coef. de variación del factor de galga con la temperatura	Normal	B	1.2%/100°C, 0.1%/100°C
GF_I	Factor de galga del instrumento de medida 1, 2, 3	-	-	2,080, —
T_o	Temperatura inicial	Rectangular	B	23.7°C, 0.5 °C
T	Temperatura media durante el test	Rectangular	B	24.2°C, 0.5 °C
α_S	Coefficiente de expansión térmica Al2024 T351	Rectangular	B	$23.2 \cdot 10^{-6} \text{°C}^{-1}$, $1.0 \cdot 10^{-6} \text{°C}^{-1}$
e	Excentricidad	Rectangular	B	0 μm (se ha corregido cada ensayo individual), 10 μm
r_f	Radio del filete	Rectangular	B	223 μm , 20 μm

Las distribuciones normales se caracterizan por su media y su desviación típica. Las distribuciones uniformes por su media y su semi-intervalo.

^aCálculo explicado en la sección 4.2.1.3.

^bCálculo explicado en el Anexo E.

6.3.4. Utilización de la Norma ASTM E837 en la estimación de la incertidumbre.

Los valores de α de la tabla 6.4 (sobre todo los valores de α_p , que ya hemos visto en la sección 4.6.1 que son los más influyentes) marcarán el valor de la incertidumbre obtenida. Estos valores se encuentran entre los órdenes de magnitud 10^{-6} y 10^{-2} , por lo que, a tenor de la figura 4.17, se espera una gran variabilidad de las incertidumbres típicas combinadas al comparar todos los ensayos.

Como ejemplo, la figura 6.16 muestra la comparación de las incertidumbres típicas de σ_1 (a), σ_3 (b) y τ_{13} (c) del ensayo 6 y el ensayo 10, con valores de α_p de $5.65 \cdot 10^{-6}$ y $1.81 \cdot 10^{-2}$, respectivamente, estimadas con la propagación del MCM siguiendo estrictamente la Norma ASTM E837-13. También se muestra la desviación típica experimental de los 10 ensayos con fines comparativos.

En las figuras 6.16(a) y (b) se observa como la incertidumbre obtenida en los dos ensayos difiere en gran medida (la del ensayo 6 es aproximadamente un 40% mayor que la del ensayo 10). En cambio las incertidumbres típicas de la tensión tangencial son mucho más parecidas.

Si comparamos las incertidumbres típicas con la desviación típica experimental se observa que para σ_1 el ensayo 6 muestra una incertidumbre típica parecida, pero para σ_3 es un 50% mayor y para τ_{13} un 300% mayor.

Merece la pena considerar también los puntos finales. En el caso de los dos ensayos se observa como los puntos finales difieren enormemente de los demás. Además, en (a) se observa como para el ensayo 6 la incertidumbre está sobreestimada y subestimada para el ensayo 10 si se comparan con los valores experimentales. En cambio, en (b) y en (c) están las dos subestimadas.

6.3.4.1. Efecto del parámetro α .

Como ya se vio en la sección 4.4, no es deseable que la incertidumbre típica combinada dependa de los valores de α , porque este parámetro tiene una gran influencia y no se puede controlar fácilmente. Se propuso como solución la consideración de un α fijo en la estimación de incertidumbres.

Este α fijo se va a estimar considerando la desviación típica experimental. Las figuras 6.17(a), (b) y (c) muestran respectivamente la incertidumbre típica combinada de σ_1 , σ_3 y τ_{13} , para distintos valores de α , junto con la desviación típica experimental. Para el cálculo de las incertidumbres típicas combinadas se ha escogido la media de las deformaciones de todos los ensayos.

Figura 6.16: Incertidumbre típica estimada siguiendo la Norma ASTM E837-13 de σ_1 (a), σ_3 (b) y τ_{13} (c) de los ensayos 6 y 10 con α_p igual a $5.65 \cdot 10^{-6}$ y $1.81 \cdot 10^{-2}$ respectivamente, junto con la desviación típica experimental.

Se observa en las gráficas que el valor de α que mejor se ajusta en los tres casos a la vez es de aproximadamente $0.5 \cdot 10^{-6}$. Como no existe un único valor “ideal”, se ha buscado siempre el caso más conservador: en el caso de σ_1 y τ_{13} α la incertidumbre típica combinada es menor que la desviación típica experimental y en el caso de σ_3 tienen unos valores acordes.

El valor de α queda así fijado en $0.5 \cdot 10^{-6}$ para la estimación de la incertidumbre. Esto permite por una parte, utilizar la regularización de Tikhonov y bajar el valor de la incertidumbre total, apoyándonos en el hecho de que se espera que las tensiones no varíen bruscamente, y por otra parte, nos permite estimar un valor de la incertidumbre típica combinada conservador y adecuado a casos experimentales.

6.3.4.2. Efecto en los puntos extremos.

En la sección 4.4.3 se justificó como la aplicación de la Norma ASTM E837-13 en la estimación de la incertidumbre afectaba de forma diferente a los puntos iniciales y finales, en comparación con el resto de puntos.

En las figuras 6.17(a) y (b) se observa como la elección de $\alpha = 0.5 \cdot 10^{-6}$ conlleva una incertidumbre típica combinada en el punto inicial similar a la desviación típica experimental. En la figura 4.17 no se observa este comportamiento. Esto es debido a que en las figuras 6.17 se tienen en cuenta todas las fuentes de incertidumbre, incluyendo la fuente de incertidumbre de la profundidad cero que es la que más afecta a la profundidad inicial.

Para corregir el comportamiento anómalo de los puntos finales, se propuso como una de las posibles soluciones aumentar en algunos puntos la profundidad en el cálculo de las tensiones y la estimación de la incertidumbre. Posteriormente se eliminarían estos puntos añadidos para conseguir la distribución final de tensiones e incertidumbre. El hecho de aumentar la profundidad en la evaluación supone que los ensayos se deben hacer hasta una profundidad mayor y que se debe ampliar la profundidad en el cálculo de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$.

En la práctica se va a implementar la solución midiendo las deformaciones relajadas hasta una profundidad de 1.10 mm, es decir, se añaden dos puntos en el cálculo para posteriormente eliminarlos y solventar el problema del “efecto de borde”.

La figura 6.18 muestra la comparación de las incertidumbres típicas de σ_1 , σ_3 y τ_{13} cuando las deformaciones son consideradas hasta una profundidad de 1.00 mm y 1.10 mm. Han sido calculadas considerando un $\alpha = 0.5 \cdot 10^{-6}$ y con la deformación media de los diez ensayos realizados.

La separación vertical y la flecha indican la profundidad hasta donde se considerarían las incertidumbres típicas. Se observa la gran efectividad de la técnica utilizada y cómo la adición de solo dos puntos es suficiente para conseguir el efecto deseado.

Figura 6.17: Incertidumbre típica combinada estimada para distintos valores de α para σ_1 (a), σ_3 (b) y τ_{13} (c) utilizando las deformaciones medias de los diez ensayos junto con la desviación típica experimental.

Además se observa como el valor de las incertidumbres típicas de σ_3 y τ_{13} son parecidas. Esto es debido a que sus tensiones residuales están en torno a cero (sección 4.2.3.3).

A partir de ahora las incertidumbres típicas combinadas calculadas tendrán en cuenta esta “corrección” de los puntos finales.

Figura 6.18: Incertidumbre típica estimada para σ_1 , σ_3 y τ_{13} calculadas hasta una profundidad de 1.00 y 1.10 mm, utilizando las deformaciones medias de los diez ensayos.

Figura 6.19: Incertidumbre típica combinada para σ_1 en cuatro distribuciones de puntos con diferentes incrementos constantes en profundidad a partir de las deformaciones medias de los diez ensayos.

6.3.4.3. Comparación de diferentes distribuciones de puntos en profundidad.

En la sección 4.4.4.2 se explicó como al estimar la incertidumbre utilizando la Norma ASTM E837 de forma estricta, no se cumplía el comportamiento lógico de mayor incertidumbre típica a mayor resolución.

La elección de un α fijo permite evitar este comportamiento anómalo. La figura 6.19 muestra la incertidumbre típica combinada de σ_1 para cuatro distribuciones de puntos espaciados cada 40, 50, 80 y 100 μm . Aunque sólo se ha representado el caso de σ_1 , resultados similares se obtienen para σ_3 y τ_{13} .

6.3.4.4. Comparación de diferentes valores de las desviaciones típicas de entrada.

En la sección 4.4.4.3 se describió como la elección de una fuente de incertidumbre con mayor desviación típica de entrada (es este caso la instrumentación) podía conllevar una incertidumbre típica combinada inferior.

Si se considera un α fijo este problema puede ser solventado. La figura 6.20 muestra la incertidumbre típica combinada de σ_1 para distintos valores de la incertidumbre típica de entrada de la instrumentación: 1, 2 y 3 $\mu\text{m/m}$ (tabla 6.5), donde se observa que a mayor incertidumbre de la instrumentación, mayor incertidumbre típica combinada. Por simplicidad solo se representa σ_1 , siendo los casos de σ_3 y τ_{13} análogos.

Figura 6.20: Incertidumbre típica combinada para σ_1 considerando diferentes valores de la incertidumbre típica de la instrumentación a partir de las deformaciones medias de los diez ensayos.

6.3.4.5. Integración de los métodos de cálculo para la minimización de desviaciones experimentales.

Como se expuso en la sección 4.4.6.1, se pueden integrar los dos métodos de cálculo más utilizados en el método integral para la decodificación de las tensiones residuales y beneficiarse de las ventajas que ambos proponen.

Las principales ventajas de la regularización de Tikhonov y el criterio de Morozov incluyen una mayor resolución y un suavizado automático basado en criterios objetivos. Además ya se ha visto como se estima la incertidumbre típica combinada y los buenos resultados que se obtienen.

Una de las principales ventajas de la utilización de distribuciones de puntos que incrementan su espaciado en profundidad es la acotación superior de la incertidumbre. Por ejemplo, se observa en la figura 6.20 que la incertidumbre típica combinada se hace mayor con la profundidad por tener un espaciado constante.

Si se integran ambas técnicas en una sola se obtendría por una parte, una gran resolución junto con unas tensiones residuales suaves (que son como se esperan que sean en la realidad), y por otra parte, una cota superior de la incertidumbre en profundidad. Además en la estimación de incertidumbres no se observaría un efecto tan acusado de los puntos finales y no haría falta aumentar la profundidad de cálculo para corregirlo (ver sección 6.3.4.2).

Para hacer efectiva la integración, se tiene que elegir una distribución que tenga la misma resolución (punto inicial) que la propuesta en la Norma y que tenga una densidad de puntos elevada.

Se ha elegido para ello la distribución de la tabla F.2 del Anexo F, correspondiente a una resolución inicial de 50 μm y 15 puntos y se han vuelto a calcular las tensiones residuales y a estimar la incertidumbre típica combinada. Las tensiones residuales se comparan en la figura 6.21 con las calculadas a partir de los puntos de la Norma ASTM E837 y la figura 6.22 hace lo propio con las incertidumbres típicas combinadas.

6.3.5. Discusión.

En la figura 6.21 se observa la similitud de todas las tensiones residuales. También se observa que se pierde un poco de resolución a partir de los 400 μm con respecto a la distribución propuesta en la Norma. Sin embargo, esta pérdida de resolución carece de importancia, pues no se necesita de una gran resolución en estos puntos. Además, la falta de sensibilidad de la técnica a grandes profundidades (aproximadamente $>700 \mu\text{m}$ para rosetas de 1/16 pulgadas) hace que las desviaciones experimentales impidan captar fielmente, si estos existiesen, grandes gradientes de tensiones en estas profundidades por lo que la distribución propuesta es perfectamente válida y equivalente a la de la Norma.

Figura 6.21: Comparación de las tensiones residuales calculadas según las profundidades recogidas en la Norma ASTM E837 y según las profundidades optimizadas en profundidad.

Figura 6.22: Comparación de las incertidumbres típicas combinadas calculadas según las profundidades recogidas en la Norma ASTM E837 y según las profundidades optimizadas en profundidad.

Los resultados presentados verifican los modelos propios desarrollados para la estimación y acotación de la incertidumbre de medida en ensayos realizados mediante el método del taladro incremental, así como las distribuciones de puntos optimizadas y la integración de los métodos de cálculo para la minimización de desviaciones experimentales.

6.4. Recapitulación de los aspectos analizados.

En esta sección se resumen los aspectos más importantes del capítulo 6, para facilitar el seguimiento del trabajo al lector.

En la sección 6.1 se validaba el método desarrollado para la corrección de las deformaciones en presencia de orificios excéntricos. Para ello se practicaba, en un espécimen de aluminio tratado mediante la técnica de granallado, un orificio excéntrico y se aplicaba a las deformaciones medidas el método de corrección propuesto.

Debido a la naturaleza del tratamiento de granallado se espera un estado tensional equibiaxial en el que las tres deformaciones medidas deben ser iguales. Sin embargo, al existir excentricidad en el orificio, no se va a cumplir esta igualdad. La aplicación de la corrección iguala enormemente las deformaciones, siendo las pequeñas diferencias encontradas perfectamente atribuibles a otros factores y equivalente en cualquier caso a la observada en medidas similares con orificios con muy poca excentricidad. De esta manera queda validada la corrección de la excentricidad.

En la sección 6.2 se validaba la corrección de los coeficientes de calibración debida a la geometría real del orificio. Se utilizaba un dispositivo construido expresamente para esta Tesis y que aplica una flexión en cuatro puntos para crear un estado tensional conocido en probetas de aluminio.

Para la validación se realizaban tres ensayos con tres niveles distintos de carga. La aplicación de los coeficientes de calibración sin corrección proporciona una tendencia a las distribuciones de tensiones residuales contraria a la esperada. En cambio, la utilización de los coeficientes de calibración corregidos hace que la tendencia de las tensiones coincida con la teórica. De esta manera queda validada la corrección por el radio del filete del fondo del orificio.

Además se ha observado que las probetas utilizadas tienen una cierta tensión residual superficial. La resta de esta tensión inicial hace que las tensiones calculadas y las teóricas tengan una gran similitud.

Por último, en la sección 6.3 se ha hecho un análisis estadístico a partir de diez ensayos en una probeta con tensiones residuales teóricas conocidas. Este análisis ha sido comparado con la estimación de la incertidumbre realizada según el capítulo 4. De esta manera se elige el parámetro de regularización fijo y se puede utilizar la Norma ASTM E837 en la estimación de la incertidumbre.

Se observa que los ensayos realizados tienen entre sí una gran similitud de tensiones residuales y que se distribuyen aleatoriamente en torno a las tensiones residuales calculadas de forma teórica.

Al combinar la aplicación de la Norma y las distribuciones de puntos optimizadas en el cálculo de tensiones residuales y la estimación de sus incertidumbres, se sigue obteniendo una gran resolución en los puntos con más gradientes (los puntos más importantes en las distribuciones de tensiones residuales obtenidas mediante la técnica LSP), con una acotación superior de la incertidumbre, un comportamiento similar de todos los puntos y la resolución de las incoherencias encontradas en la sección 4.4. De esta manera se valida la integración de los métodos de cálculo de las tensiones residuales basados en la minimización de las desviaciones experimentales.

Además se utilizan las distribuciones de puntos optimizadas y se aplican las correcciones por excentricidad y geometría real del orificio, por lo que se utilizan todos métodos, modelos y estrategias desarrolladas en esta Tesis.

Capítulo 7

Conclusiones y líneas de futuro desarrollo.

7.1. Conclusiones.

En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas en el desarrollo de la presente Tesis Doctoral. Es importante hacer constar la estrategia de trabajo utilizada, ya que ha sido fundamental para la obtención de los resultados presentados. El estudio de las cuatro parcelas integrantes de la estrategia, como son el desarrollo teórico, la simulación numérica, el tratamiento experimental y el análisis de resultados, no se ha ejecutado de manera individual sino con una interrelación que ha hecho posible una mejora completa del sistema.

El principal objetivo de la Tesis ha consistido en el desarrollo de métodos para la corrección de desviaciones y la acotación de la incertidumbre, en la medida de tensiones residuales por el método del taladro incremental utilizando galgas extensométricas, desarrollado en el Centro Láser de la Universidad Politécnica de Madrid.

El objetivo ha sido cumplido mediante el desarrollo de métodos para la estimación de la incertidumbre, la optimización de los puntos de cálculo en profundidad, la integración de las dos teorías más utilizadas en la evaluación de las tensiones residuales para el cálculo de estas y la estimación de su incertidumbre, la corrección de la excentricidad entre la posición teórica del orificio y la real y la corrección debida a la geometría real del orificio.

Desde un punto de vista analítico y concreto las principales conclusiones obtenidas en el desarrollo de esta Tesis Doctoral son, en el ámbito de la estimación y acotación de incertidumbres, las siguientes:

- i) Monte Carlo es el método más adecuado para realizar una estimación de las incertidumbres ya que no presenta las limitaciones de la Guía GUM (puede que el uso de una linealización del modelo no sea adecuada y que la función de densidad de probabilidad para la magnitud de salida se aparte apreciablemente de una normal). En función de esto, el MCM es considerado como el más apropiado para la estimación de las tensiones residuales mediante el método del taladro incremental, debido a la complejidad del modelo

desarrollado, la multitud de parámetros involucrados y la no linealidad de algunas expresiones.

- ii) La profundidad del orificio es la fuente de incertidumbre más importante. Otras fuentes que también son importantes y que no pueden ser, en principio, ignoradas son la instrumentación, el módulo de Young, las funciones de influencia, los parámetros de las galgas extensométricas y la detección del cero en profundidad. La sensibilidad transversal y las deformaciones térmicas inducidas son mucho menos influyentes y pueden ser obviadas.
- iii) La detección del cero en profundidad tiene un gran impacto en el cálculo de tensiones cerca de la superficie. Por el contrario, los demás puntos permanecen casi inalterados.
- iv) Aunque estos resultados son propios de un espécimen de TiAl4V tratado mediante la técnica LSP, estos pueden extenderse, con las indicaciones proporcionadas, a otros problemas de cálculo de tensiones residuales en materiales de relativamente elevado límite elástico como aceros y algunas aleaciones de aluminio.
- v) El marco proporcionado por la Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida (Guía GUM) también es adecuado para estimar la incertidumbre, aunque en este caso hay que prestar especial atención a los puntos cercanos a la superficie.
- vi) Se han desarrollado las expresiones correctas para la obtención de distribuciones de puntos en profundidad optimizadas. Estas se adaptan a distintas resoluciones, parámetros de configuración (diámetro del orificio y coeficiente de Poisson) y rosetas de galgas extensométricas. La incertidumbre obtenida con estas distribuciones es menor que la obtenida con otras distribuciones de la bibliografía.
- vii) El enfoque práctico empleado en el cálculo de distribuciones optimizadas permite elegir distribuciones únicas para un amplio rango de parámetros: $0,3 < D/D_g < 0,5$ y $0,26 < \nu < 0,34$.
- viii) Es posible reducir la dispersión de las tensiones residuales eliminando puntos en las distribuciones donde no es necesaria una gran resolución. Para este fin se ha propuesto una metodología original.
- ix) La aplicación directa de la Norma ASTM E837-13 para la estimación de la incertidumbre de las tensiones residuales no es adecuada, debido a la gran reducción de esta sin la posibilidad de un control, el comportamiento singular de los puntos finales o algunas incoherencias a las que conduce, como una menor incertidumbre típica combinada ante incertidumbres típicas de entrada mayores.

- x) Estos problemas se resuelven eligiendo un α fijo (de valor $0.5 \cdot 10^{-6}$ en los casos particulares presentados como ejemplo), que se ha estimado a partir de ensayos experimentales haciendo que la incertidumbre típica combinada coincida con la desviación típica encontrada en los ensayos. El comportamiento singular de los puntos finales se corrige extendiendo los puntos de cálculo en profundidad.
- xi) La combinación de los puntos optimizados de cálculo con la Norma ASTM E837-13 para el cálculo de las tensiones residuales y la estimación de la incertidumbre permiten alcanzar una gran resolución y un suavizado automático basado en criterios objetivos, junto con una acotación superior de la incertidumbre a la vez que evitan la corrección del comportamiento singular en los puntos finales.

Si nos centramos en la corrección de desviaciones, desde un punto de vista concreto y analítico las principales conclusiones obtenidas en el desarrollo de esta Tesis Doctoral son las siguientes:

- i) La automatización del cálculo mediante programas basados en el MEF es fundamental a la hora de calcular los coeficientes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ debido al gran número de problemas a resolver y la flexibilidad en los valores de parámetros que estos necesitan.
- ii) Si la excentricidad en un ensayo cae fuera de las limitaciones de la Norma ASTM E837-13, este no tiene por qué ser descartado. Para ello se aporta un método de corrección de las deformaciones original con el cuál la Norma puede ser directamente aplicada y que es único para diferentes valores de ν y D .
- iii) En concreto, el método corrige la excentricidad en rosetas tipo A 1/16 y B para cualquier E , $0.25 \leq \nu \leq 0.35$, $1.7 \leq D \leq 2.1$ y $-200 \mu\text{m} \leq e \leq 200 \mu\text{m}$. Para rosetas tipo A 1/32 el método es válido dividiendo por dos D y e , y para rosetas tipo A 1/8 multiplicándolos por dos.
- iv) Cuando la excentricidad es menor de 0.04 veces el diámetro medio de la roseta de galgas extensométricas (unos $25 \mu\text{m}$ en rosetas tipo A y B 1/16), no merece la pena la corrección debido a la poca desviación que genera y a las dificultades técnicas de la medición.
- v) La contribución a la incertidumbre típica combinada de las tensiones residuales debida a la corrección por excentricidad es, en general, despreciable, si se compara con otras fuentes de incertidumbres como la profundidad del orificio o la instrumentación.
- vi) La geometría real del orificio debe ser tenida en cuenta para evitar desviaciones en el cálculo de las tensiones residuales. La característica más

importante de la geometría real es el radio del filete del fondo del orificio que conlleva desviaciones en el cálculo de los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$, especialmente de los valores próximos a la diagonal. Estas desviaciones son importantes (de hasta un 30%) cuando se utilizan las fresas de seis hojas recomendadas por los fabricantes de equipos de medida de tensiones residuales.

- vii) La corrección de los coeficientes debido a la geometría real del orificio permite obtener desviaciones menores al 1%. Además se proporciona un método y las tablas necesarias para la corrección del radio del filete de hasta 275 μm .
- viii) La contribución a la incertidumbre típica combinada de las tensiones residuales debida a la corrección por el radio del fondo del orificio es, en general, despreciable, si se compara con otras fuentes de incertidumbres como la profundidad del orificio, la instrumentación o la detección del cero.

Por último, cabe destacar las publicaciones a las que esta Tesis ha contribuido en el ámbito de la medida de las tensiones residuales y la técnica LSP y que se encuentran citadas a lo largo de la bibliografía [Ocana13 15 15a 17], [Correa15]. Además, ha producido de forma directa cinco artículos, uno que ya se encuentra publicado y que se facilita en el Anexo E [Peral17], y cuatro más que están en curso y de los que se facilita su presumible título:

- i) [Peral17] Peral, D., de Vicente, J., Porro, J.A. y Ocaña J.L., “*Uncertainty analysis for non-uniform residual stresses determined by the hole drilling strain gauge method*”. Measurement 97 51–63, 2017
- ii) “*New depth increment distribution for the calculation of non-uniform residual stresses in the incremental hole drilling strain gage method*”
- iii) “*Study of the uncertainty of non-uniform residual stresses considering the standard ASTM E837*”
- iv) “*Correction of the measured strains in the presence of eccentric holes in the determination of non-uniform residual stresses by the hole drilling strain gauge method*”
- v) “*Correction of the calibration coefficients considering the real hole geometry in the determination of non-uniform residual stresses by the hole drilling strain gauge method*”

7.1. Líneas de futuro desarrollo.

A la vista de las conclusiones de esta Tesis Doctoral se pueden proponer las siguientes líneas de desarrollo futuro:

- i) Extensión de los métodos de estimación de la incertidumbre propuestos al Suplemento 2 de la Guía GUM para expresar la incertidumbre a cualquier número de cantidades de salida [GUM11].
- ii) Extensión de los métodos de estimación de la incertidumbre propuestos al marco proporcionado por la Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida [GUM08], con la inclusión de expresiones concretas y sencillas que permitan un ahorro de tiempo en el cálculo con respecto al MCM.
- iii) Intercomparación con otros laboratorios de ensayo que utilicen la misma y otras técnicas de medida de tensiones residuales.
- iv) Mejora de los equipos existentes y avances en nuevos equipos de medida de tensiones residuales para perfeccionar la medida y permitir la reducción de la incertidumbre típica de las cantidades de entrada y, por tanto, una menor incertidumbre típica combinada.
- v) Corrección de desviaciones que no han sido evaluadas hasta la fecha como son la redondez del orificio y la perpendicularidad del mismo.

Bibliografia

- [Abraham12] Abraham, C. and Schajer, G.S., “*Hole-Drilling Residual Stress Measurement in an Intermediate Thickness Specimen*” Chapter 46, Experimental and Applied Mechanics, Volume 4: Proceedings of the 2012 Annual Conference on Experimental and Applied Mechanics, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series 34, 2012
- [AIAS10] Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni “*The Hole-Drilling Train Gauge Method for the Measurement of Uniform or Non-Uniform Residual Stresses*” AIAS, Florence, 2010
- [Ajovalasit79] Ajovalasit A., “*Measurement of residual stresses by the hole-drilling method: Influence of hole eccentricity*” The J. of Strain Anal. for Eng. Design 14 171-8, 1979
- [Ajovalasit96] Ajovalasit, A., Petrucci, G., Zuccarello, B., “*Determination of Non-Uniform Residual Stresses using the Ring-Core Method*” Journal of Engineering Materials and Technology 118(2):224–228, 1996
- [Altrichter60] Altrichter, S., “*Die mathematische Grundlagen der Eigenspannungsmessung mit dem Bohrlochverfahren*” ZIS-Mitteilungen 12, pp. 843-854, 1960
- [Andersen00] Andersen, L. F., “*Residual Stresses and Deformations in Steel Structures*”, Tesis Doctoral, Technical University of Denmark, 2000
- [Aoh02] Aoh, J.N. and Wei, C.H., “*On the Improvement of Calibration Coefficients for Hole-Drilling Integral Method: Part I—Analysis of Calibration Coefficients Obtained by a 3-D FEM Model*”, J. Eng. Mater. Technol 124(2), 250-258, 2002
- [Aoh03] Aoh, J.N. and Wei, C.H., “*On the Improvement of Calibration Coefficients for Hole-Drilling Integral Method: Part I—Experimental Validation of Calibration Coefficients*”, J. Eng. Mater. Technol 125(2), 107-115, 2003
- [ASTM E1928-07] ASTM, “*Standard Practice for Estimating the Approximate Residual Circumferential Stress in Straight Thin-walled Tubing, Standard Test Method E1928-07*”, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken PA, 2007
- [ASTM E837-13] ASTM, “*Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method, Standard Test Method E837-13*”, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 2013

- [Barsanescu09] Barsanescu, P. and Carlescu, P., “*Correction of errors introduced by hole eccentricity in residual stress measurement by the hole-drilling strain-gage method*”, Measurement 42, 474-477, 2009
- [Bateman05] Bateman, M.G., et al, “*Measurement of residual stress in thicksection composite laminates using the deep-hole method*”, International Journal of Mechanical Sciences; 47: 1718–1739, 2005
- [Beaney74] Beaney, E., Procter, E., “*A Critical Evaluation of the Centre Hole Technique for Measurement of Residual Stress*”, Strain, 1974
- [Beaney76] Beaney, E. M., “*Accurate Measurements of Residual Stress on Any Steel Using the Centre Hole Method*” Strain, Journal BSSM, Vol 12, No. 3, pp. 99–106, 1976
- [Beghini00] Beghini, M., Bertini, L., “*Analytical Expressions of the Influence Functions for Accuracy and Versatility Improvement in the Hole-Drilling Method*” Journal of Strain Analysis, Vol. 35, n° 2, pp. 125-135, 2000
- [Beghini10 c] Beghini, M., Bertini, L., and Santus, C., “*A Procedure for Evaluating High Residual Stresses Using the Blind Hole Drilling Method, Including the Effect of Plasticity,*” Journal of Strain Analysis, 45 (4), 301-318, 2010
- [Beghini10] Beghini, M., Bertini, L., Mori, L.F., “*Evaluating Non-Uniform Residual Stress by the HoleDrilling Method with Concentric and Eccentric Holes. Part I. Definition and Validation of the Influence Functions*”. Strain, 46(4), p.324-336, 2010
- [Beghini10b] Beghini, M., Bertini, L., Mori, L.F., “*Evaluating Non-Uniform Residual Stress by the HoleDrilling Method with Concentric and Eccentric Holes. Part II: Application of the Influence Functions to the Inverse Problem*” Strain, 46(4), p.337-346, 2010
- [Beghini10c] Beghini, M., Bertini, L., and Santus, C., “*A Procedure for Evaluating High Residual Stresses Using the Blind Hole Drilling Method, Including the Effect of Plasticity*”, Journal of Strain Analysis, 45 (4), 301-318, 2010
- [Beghini11] Beghini, M., Santus, C., Valentini, E., and Benincasa, A., “*Experimental Verification of the Hole Drilling Plasticity Effect Correction*”, Materials Science Forum, Vol. 681, pp. 151-158, 2011
- [Beghini94] Beghini, M., Bertini, L., and Raffaelli, P., “*Numerical Analysis of Plasticity Effects in Hole Drilling Residual Stress Measurement*”, Journal of Testing Evaluation 22 (6), 1994

- [Beghini97] Beghini, M., Bertini, L., “*Effect of Plastic Deformation in Residual Stress Measurements*”, Mechanical and Nuclear Engineering Department – University of Pisa, Italian Stress Analysis Association (AIAS), Journal no. 3, 1997
- [Beghini99] Beghini, M., Bertini, L., Mori, L.F., Rosellini, W., “*Genetic algorithm optimization of the hole-drilling method for non-uniform residual stress fields*” The J. of Strain Anal. for Eng. Design. 44 105-15, 1999
- [Bert68] Bert, C. W. and Thompson, G. L., “A method for measuring planar residual stresses in rectangularly orthotropic materials”, Composite Materials, 2(2), 244 – 53, 1968
- [Berthe96] Berthe, L., Fabbro, R., Peyre, P., Tollier, L. y Bartnicki, E., Proceedings of the SPIE, vol. 2789, p.246-53, 1996
- [Bijak-Zochowski78] Bijak-Zochowski, M., “*A Semidestructive Method of Measuring Residual Stresses*”, VDI-Berichte, 313, pp.469-476, 1978
- [Blödorn16] Blödorn, R., Bonomo, L.A., Viotti, M.R., Schroeter, R. B. and Albertazzi Jr., A., “*Calibration Coefficients Determination Through FEM Simulations for the Hole-Drilling Method Considering the Real Hole Geometry*”, Exp Tech, 2016
- [Bonner96] Bonner, N.W. y Smith, D.J., “*Measurement of residual stresses using the deep-hole method*”, Pressure Vessels and Piping; 327: 53–65, 1996
- [Bueckner58] Bueckner, H.F, “*The propagation of cracks and the energy of elastic deformation*”, Trans ASME; 80: 1225–1230, 1958
- [Cheng07] Cheng, W., Finnie, I., “*Residual Stress Measurement and the Slitting Method*” Springer, New York, 2007
- [Chiang82] Chiang, S. S., Marshall, D. B., Evans, A. G., “*The Response of Solids to Elastic/Plastic Indentations I: Stresses and Residual Stresses*” J. Appl. Phys., 50(1):298–311, 1982
- [Cordiano69] Cordiano, H. V. and Salerno, V. L., “*Study of residual stresses in linearly varying biaxial-stress fields*”, Experimental Mechanics, pp. 17–24, 1969
- [Correa15] Correa, C., Peral, D., Porro, J. A., Díaz, M., de Lara, L. R., García-Beltrán, A. y Ocaña, J. L., “*Random-type scanning patterns in laser shock peening without absorbing coating in 2024-T351 Al alloy: a solution to reduce residual stress anisotropy*”, Optics & Laser Technology, 73, 179-187, 2015
- [Cruise 08] Cruise, R. B. y Gardner, L., “*Strength enhancements induced during cold forming of stainless steel sections*”, Journal of Constructional Steel Research; 64(11): 1320-1316, 2008

- [Dahlquist74] Dahlquist, G., Björk, A., Anderson, N., “*Numerical Methods*” Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., Chapter 4, 1974
- [de Mol97] de Mol, A. J. M., Overkamp, P. J., van Gaalen, G. L., Becker, A. E., (1997) “*Non-destructive assessment of 62 dutch Bjork-Shiley convexo-concave heart valves*” European Journal of Cardio-Thoracic Surgery, 11(4):703–709, 1997
- [DeWald03] DeWald, A. T., Hill, M. R., “*Improved Data Reduction for the Deep-Hole Method of Residual Stress Measurement*” Journal of Strain Analysis 38(1):65–78, 2003
- [DeWald06] DeWald, A. T., Hill, M. R., “*Multi-Axial Contour Method for Mapping Residual Stresses in Continuously Processed Bodies*” Experimental Mechanics 46(4):473–490, 2006
- [DeWald09] DeWald, A. T., Hill, M. R., “*Eigenstrain-based Model for Prediction of Laser Peening Residual Stresses in Arbitrary Three-Dimensional Bodies*” Journal of Strain Analysis for Engineering Design 44(1) Part 1:1–11, Part 2:13–27, 2009
- [Doiron97] Doiron, T y Stoup, J, “*Uncertainty and dimensional calibration*”, J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. 102(6) 647, 1997
- [El-Sayed93] El-Sayed, M. M, Hendy, M. O., and El-Soally, E. E., “*A new approach for the determination of residual stresses in biaxially stressed plates*”, Journal of Strain Analysis, 28(3), pp. 181–186, 1993
- [Fisher19] Fisher, R. A., “*The Correlation between Relatives on the Supposition of Mendelian Inheritance*”, Transactions of the Royal Society of Edinburgh Vol. 52, 02, pp 399-433, 1919
- [Fitzpatrick 05] M.E. Fitzpatrick, A.T. Fry, P. Holdway, F.A.Kandil, J.Shackleton y L.Suominen. “*Determination of Residual Stresses by X-ray Diffraction – Issue 2*” A National Measurement Good Practice Guide No. 52; ISSN: 1744-3911. National Physical Laboratory Teddington, Middlesex, United Kingdom, TW11 0LW, 2005
- [Flaman82]Flaman, M.T., “*Brief Investigation of Induced Drilling Stresses in the Centre-hole Method of Residual Stress Measurement*”, Expt Mechs, 22, pp.26-30, 1982
- [Flaman82b] Flaman, M.T., and Herring, J.A., “*Comparison of Four Hole-Producing Techniques for the Center-Hole Residual-Stress Measurement Method*”, Exp. Tech., 9 (8), pp. 30-32, 1982
- [Flaman85] Flaman, M. T., and Herring, J. A., “*Comparison of Four HoleProducing Techniques for the Center-Hole Residual-Stress Measurement Method*,” Experimental Techniques , Vol 9, No. 8, pp. 30–32, 1985

- [Flaman86] Flaman, M. T., Herring, J. A., “*SEM/ASTM Round-Robin Residual-Stress-Measurement Study—Phase 1, 304 Stainless-Steel Specimen*” *Experimental Techniques*, Vol 10, No. 5, pp. 23–25, 1986
- [Flaman87] Flaman, M.T., Mills B.E., Boag J.M., “*Analysis of Stress-Variation-With-Depth Measurement Procedures for the Centre Hole Method of Residual Stress Measurements*” *Experimental Techniques* 11: 35-37, 1987
- [Fox74] Fox, J.A., “*Effect of water and paint coatings on laser irradiated targets*”, *Applied Physics letters*, vol. 24, p. 461-464, 1974
- [Frocht64] Frocht M. M., “*Photoelasticity*” Vol. 1, Edt: Wiley, 1964
- [García-Sobolevsk07] García-Sobolevski, E., “*Residual Stress Analysis of Components with Real Geometries Using the Incremental Hole-Drilling Technique and a Differential Evaluation Method*”, Tesis Doctoral, Kassel Universität, Kassel, 2007
- [Gârleanu10] Gârleanu, G., Popovici, V., Delia Gârleanu, D. y Arsene, D., “*Modeling by finite element method "Blind Hole Drilling" method*”, *Proceedings of the 3rd WSEAS Int. Conference on Finite Differences - Finite Elements - Finite Volumes - Boundary Elements*, 2010
- [George00] George, D. y Smith, D.J., “*Residual stress measurement in thick section components*”, Seattle: *Proceedings of the ASME pressure vessels and piping conference*; 410: 275–82, 2000
- [Ghasemi08] Ghasemi, A.R. and Shokrieh, M.M. “*Development of an integral method for determination of non- uniform residual stresses in laminated composites*”, *Polymer Science and Technology*, 21(4), 355 – 47, 2008
- [Ghasemi13] Ghasemi, A.R. Taheri-Behrooz, F. and Shokrieh, M.M. “*Determination of nonuniform residual stresses in laminated composites using integral hole- drilling method: Experimental evaluation*”, *Composite Materials* 45(4), 415-425, 2014
- [Gibmeier04] Gibmeier, J., Nobre, J. P., and Scholtes, B., “*Residual Stress Determination by the Hole Drilling Method in the Case of Highly Stressed Surface Layers*”, *Mater. Sci. Res. Int.*, 10(1), pp. 21–25, 2004
- [Gibmeier99] Gibmeier, J., Kornmeier, M., and Scholtes, B., “*Plastic Deformation during Application of the Hole-Drilling Method*”, 5th Europ. Conf. on Residual Stresses (ECRS 5), A. J. Bottger et al., eds., Trans Tech Pub., Delft, pp. 131-136, 1999
- [Giri15] Gira, A., Pandey, C., Mahapatra, M.M, Sharmab, K. and Singh K.P., “*On the estimation of error in measuring the residual stress by strain gauge rosette*”, *Measurement* 65, 41–49, 2015

- [Grant06] Grant P.V., Lord J. D, Whitehead P. S., “*Measurement Good Practice Guide No. 53 - Issue 2, The Measurement of Residual Stresses by the Incremental Hole Drilling Technique*” (National Physical Laboratory, Teddington), 2006
- [Guha15] Guha, S., Sangal, S. y Basu, S., “*A review of higher order strain gradient theories of plasticity: Origins, thermodynamics and connections with dislocation mechanics*”, *Sadhana*, 40(4), 2015
- [GUM08] JCGM 100, “*Evaluación de datos de medición - Guía para la expresión de la incertidumbre de medida*”, BIPM, Paris, 2008
- [GUM08b] JCGM 101, “*Evaluación de datos de medición - Suplemento 1 de la “Guía para la expresión de la incertidumbre de medida” - Propagación de distribuciones aplicando el método de Monte Carlo*”, BIPM, Paris, 2008
- [GUM11] JCGM 102, “*Evaluation of Measurement Data - Extension to any number of output quantities*”, BIPM, Paris, 2008
- [Haase98] Haase, F., “*Eigenspannungsermittlung an dünnwandigen Bauteilen und Schichtverbunden*” Dr. Ing. Dissertation, Universität Dortmund, 1998
- [Hayaski97] Hayaski, M., Ohkido, S., Minakawa, N., and Murii, Y., “*Residual Stress Distribution Measurement in Plastically Bent Carbon Steel by Neutron Diffraction*” 5th International Conference on Residual Stresses, Linköping University, Sweden, 2:762–769, 1997
- [Hetenyi50] Hetenyi, M., “*Handbook of Experimental Stress Analysis*”, Wiley, New York, 1950
- [Honner04] Honner, M., Litos, P., and Svantner, M., “*Thermography analyses of the hole-drilling residual stress measuring technique*”, *Infrared Phys. Tech.* 45 131-42, 2004
- [Jesensky81] Jesensky, M. y Vargova, J., “*Calculation and measurement of stresses in thick-walled pressure vessels*”, *Svaracske Spravy*; 4: 79–87, 1981
- [Jiles88] Jiles, D. C., “*Review of Magnetic Methods for Nondestructive Evaluation*” *NDT International* 21(5):311–319, 1988
- [Kabiri84] Kabiri, M., “*Nonuniform residual-stress measurement by holedrilling method*”, *Experimental Mechanics*, pp. 328–336, 1984
- [Kelsey56] Kelsey, R.A., “*Measuring Non-Uniform Residual Stresses by the Hole-drilling Method*”, *Proc., SESA XIV* (1), pp. 181-194, 1956

- [Kiel92] Kiel, S., “*Experimental Determination of Residual Stresses with the Ring-Core Method and an On-Line Measuring System*” *Experimental Techniques* 16(5):17–24, 1992
- [Kockelmann87] Kockelmann, H., and König, G., “*Eignung der Bohrlochmethode zur Ermittlung der Tiefenverläufe von Eigenspannungen*” Final report: research project of the German Research Foundation (DFG) Ko 896/2-1 Stuttgart (D): MPA, 1987
- [Kornmeier00] Kornmeier, M., Nobre, J. P., Gibmeier, J., Dias, A. M., and Scholtes, B., “*Plasticity Effect On Residual Stress Results Using Different Hole-Drilling Evaluation Methods*”, *Proc. 6th International Conference on Residual Stresses (ICRS6)*, Vol. 2, IOM Communications, Oxford, pp. 1188–1195, 2000
- [Korsunsky10] Korsunsky, A..M., Sebastiani, M. y Bemporad, E., “*Residual stress evaluation at the micrometer scale: Analysis of thin coatings by FIB milling and digital image correlation*”, *Surface & Coatings Technology* 205 2393–2403, 2010
- [Kroenke00] Kroenke, W.C., Holloway, A.M., Mabe, W.R., “*Stress Calculation Update in ASTM E837 Residual Stress Hole Drilling Standard*”, *Advances in Computational Engineering & Sciences*, Tech Science Press, Vol 1, p. 695–699, 2000
- [Lagerqvist01] Lagerqvist, O. y Olsson, A., “*Residual stresses in welded I-girders made of stainless steel and structural steel*”, Helsinki: Proceedings of the ninth Nordic steel construction conference, pp. 737–744, 2001
- [Lake70] Lake, B.R., Appl, F.J. and Bert, C.W., “*An investigation of the hole- drilling technique for measuring planar residual stress in rectangularly orthotropic materials*”, *Experimental Mechanics*, 10(6), 233 – 9, 1970
- [Lanciotti07] Lanciotti, A., Lazzeri, L. y Polese. C, Presentation at the Porto meeting of the European Union DaToN project, 2007
- [Lee04] Lee, H. T., Rehbach ,W. P., Hsu, F. C., Tai, T. Y. and Hsu, E., “*The study of EDM hole-drilling method for measuring residual stress in SKD11 tool steel*”, *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 149, no. 1-3, 2004
- [Leggatt96] Leggatt, R. H., Smith, D. J., Smith, S. D., Faure, F, “*Development and Experimental Validation of the Deep Hole Method for Residual Stress Measurement*” *Journal of Strain Analysis* 31(3):177–186, 1996
- [Leon-Salamanca96] Leon-Salamanca, T., Bray, D. E., “*Residual stress measurement in steel plates and welds using critically refracted longitudinal (LCR) waves*” *Research in Nondestructive Evaluation* 7(4):169–184, 1996

- [Litos05] Litos, P., Svantner, M. and Honner, M. “*Simulation of strain gauge thermal effects during residual stress hole drilling measurements*”, J. of Strain Anal. 40, 611–619, 2005
- [Lord02] Lord, J. D., Grant, P. V., Fry, A. T., and Kandil, F. A., “*A UK Residual Stress Intercomparison Exercise–Development of Measurement Good Practice for the XRD and Hole Drilling Techniques*” ECRS-6, Coimbra, Portugal, Materials Science Forum, Vols 404–407, pp. 567–572, 2002
- [Lu96] Lu, J., “*Handbook of Measurement of Residual Stresses*”, Fairmont Press, Lilburn, USA, 1996
- [Luh99] Luh, G. & Hwang, R., “*Measuring Non-Uniform Residual Stress in Thin Plates by a Proposed Hole-Drilling Strain Gauge Method*”, Int J Adv Manuf Technol 15: 103, 1999
- [Luo05] Luo, J., Montay, G. and Lu, J., “*An Advanced Residual Stress Determination for 3D Cylinder Structure*” Proceedings of the 7th International Conference on Residual Stresses, Xi'anChina (6, 2004); Materials Science Forum 490/491, pp. 62-66, 2005
- [Masabuchi01] Masabuchi, K., Blodgett, O. W., Matsui, S., Ruud, C. O., Tsai, C. C., “*Residual Stresses and Distortion*” Chapter 7, Welding Handbook 9ed, American Welding Society, 2001
- [Mathar34] Mathar J, “*Determination of initial stresses by measuring the deformation around drilled holes*” Trans. of the ASME 56 249-54, 1934
- [Mazzolani95] Mazzolani, F.M., “*Aluminium alloy structures*”, 2nd ed., E&FN Spon, An imprint of Chapman and Hal, 1995
- [McIlree93] McIlree. A. R., Ruud, C. O., Jacobs, M. E., (1993) “*The residual stresses in stress corrosion performance of roller expanded inconel 600 steam generator tubing*” Proc. International Conference on Expanded and Rolled Joint Technology, Canadian Nuclear Society, Toronto, Canada, 139–148, 1993
- [MetalImprovement08] Metal Improvement Company, First International Conference on Laser Peening, Houston, E.U.A., 2008
- [Montay04] Montay, G., Cherouat, A., Garnier, C. and Lu, J., “*Determining Residual Stress in Spherical Components: A New Application of the Hole-Drilling Method*” Journal of Testing and Evaluation Vol. 32-1, pp. 73-79 ASTM International, 2004
- [Montay06] Montay, G., Cherouat, A. and Lu, J., “*Residual Stress Analysis in a Crankshaft Using the Hole Drilling Method*” Proceedings of the 7th European

Conference on Residual Stresses, BerlinGermany (9, 2006); Materials Science Forum 524/525, pp. 537-542, 2006

- [Montero11] Montero, W., Farag, R., Díaz, V., Ramirez, M., y Boada, B. L., “*Uncertainties associated with strain-measuring systems using resistance strain gauges*”, J. Strain Anal. Eng., 46(1), 1-13, 2011
- [Morales04] Morales, M., “*Desarrollo de un modelo para la caracterización predictiva de procesos de tratamiento superficial de materiales metálicos con ondas de choque generadas por láser*”, Tesis Doctoral Universidad Politécnica de Madrid, 2004
- [Motzfeld61] Motzfeld, H., “*Fehlerquellen beim Messen von Schweißeigenspannungen nach dem Trepanier- und Bohrlochverfahren*”, Schweissen und Schneiden, Bd. 13, H. 10, pp. 464-470, 1961
- [Mukai95] Mukai, N., Aoki, N., Obata, M., Ito, A., Sano, Y. y Konagai, C., “*Laser processing for underwater maintenance in nuclear plants*”, 3rd JSME/ ASME joint International Conference on Nuclear Engineering, Kyoto, Japón, 1995
- [Murugan09] Murugan, N. y Narayanan. R. “*Finite element simulation of residual stresses and their measurement by contour method*”, Materials and Design; 30(6): 2067-2071, 2009
- [Nau12] Nau, A. and Scholtes, B., “*Experimental and numerical strategies to consider hole eccentricity for residual stress measurement with the hole drilling method*”, Mater. Test. 54, 296-303, 2012
- [Nau13] Nau, A. and Scholtes, B., “*Evaluation of the High-Speed Drilling Technique for the Incremental Hole-Drilling Method*”, Exp Mech 53: 531, 2013
- [Nau13b] Nau, A., von Mirbach, D. and Scholtes, B., “*Improved Calibration Coefficients for the Hole-Drilling Method Considering the Influence of the Poisson Ratio*”, Exp Mech 53: 1371, 2013
- [Nickola86] Nickola, W.E., “*Practical subsurface stress evaluation by the hole-drilling method*” Proceedings of the Spring Conference on Experimental Mechanics, New Orleans, June 3-13 pp 47-58, Society for Experimental Mechanics, 1986
- [Niku-Lari85] Niku-Lari, A., Lu, J., and Flavenot, J. F., “*Measurement of Residual Stress Distribution by the Incremental Hole-Drilling Method*”, Exp. Mech., 25, No. 6, pp. 175–185, 1985
- [Nobre06] Nobre, J. P., Dias, A. M., Gibmeier, J. and Kornmeier, M., “*Local Stress-Ratio Criterion for Incremental Hole-Drilling Measurements of Shot-Peening Stresses*” Journal of Engineering Materials and Technology 128(2), 2006

- [Nobre13] Nobre, J.P., Stiffel, J.H., 1, Nau, A., Outeiro, J.C., Batista, A.C., Van Paepegem, W. and Scholtes, B., “*Induced drilling strains in glass fibre reinforced epoxy composites*”, CIRP Annals 60(2) 87-90, 2013
- [Nobre15] Nobre, J.P. and Outeiro, J.C., “*Evaluating Residual Stresses Induced by Drilling of Ti-6Al-4V Alloy by Using an Experimental-numerical Methodology*”, Procedia CIRP 31 215-220, 2015
- [Ocana04] Ocaña, J.L., Morales, M., Molpeceres, C., Torres, J., “*Numerical Simulation of Surface Deformation and Residual Stresses Fields in Laser Shock Processing Experiments*”, Applied Surface Science, Vol.238 pp 242-8, 2004
- [Ocana13] Ocaña, J.L., Porro, J.A., Díaz, M., Ruiz de Lara, L., Correa, C., Gil-Santos, A. y Peral, D., “*Induction of engineered residual stresses fields and enhancement of fatigue life of high reliability metallic components by laser shock processing*”, Proc. SPIE 8603, High-Power Laser Materials Processing: Lasers, Beam Delivery, Diagnostics, and Applications II, 86030D, 2013
- [Ocana15] Ocaña, J.L., Porro, J.A., Díaz, M., Ruiz de Lara, L., Correa, C. y Peral, D., “*Fatigue life enhancement of high reliability metallic components by laser shock processing*”, Proc. SPIE 9356, High-Power Laser Materials Processing: Lasers, Beam Delivery, Diagnostics, and Applications IV, 93560J, 2015
- [Ocana15a] Ocaña, J. L., Correa, C., García-Beltrán, A., Porro, J. A., Díaz, M., Ruiz-de-Lara, L. y Peral, D., “*Laser Shock Processing of thin Al2024-T351 plates for induction of through-thickness compressive residual stresses fields*”, Journal of Materials Processing Technology, 223, 8-15, 2015
- [Ocana17] Ocaña, J. L., Porro, J. A., Díaz, M., Ruiz de Lara, L., García-Beltrán, A., Santiago, J. A., y Peral, D., “*Improvement of surface and mechanical properties of high strength metallic alloys by laser shock processing*”, Advances in Materials and Processing Technologies, 3(1), 12-22, 2017
- [Oettel00] Oettel, R., “*The Determination of Uncertainties in Residual Stress Measurement (Using the hole-drilling technique)*” (UNCERT, Dresden), 2000
- [Organick66] Organick, E. I., “*A FORTRAN IV Primer*”. Addison-Wesley, Boston, 1966
- [Ortiz02] Ortiz Berrocal, L., “*Resistencia de materiales*”, McGraw-Hill, 2002
- [Pagliaro07] Pagliaro, P. and Zuccarello, B. “*Residual stress analysis of orthotropic materials by the through hole- drilling method*”, Experimental Mechanics, 47(2), 217 – 36, 2007

- [Pagliaro10] Pagliaro, P., Prime, M. B., Swenson, H., Zuccarello, B., “*Measuring multiple residual stress components using the contour method and multiple cuts*” *Experimental Mechanics* 55(2):187-194, 2010
- [Peercy70] Peercy, P.S., Jones, E.D., Bushnell, J.C. y Gobeli, G.W., “*Ultrafast rise time laser-induced stress waves*”, *Applied Physics Letters*, vol. 16, p. 120-122, 1970
- [Peral17] Peral, D., de Vicente, J., Porro, J.A. y Ocaña J.L., “*Uncertainty analysis for non-uniform residual stresses determined by the hole drilling strain gauge method*”. *Measurement* 97 51–63, 2017
- [Pfeiffer07] Pfeiffer, W. and Wenzel, J., “*The multiple-incremental holedrilling method for determination of measurement uncertainties of residual stress measurements using the hole-drilling method*”, (ed) *Proc. Physics meets industry*, expert verlag, Renningen:43–44, 2007
- [Pineault94] Pineault, J., Brauss, M. E. “*Automated Stress Mapping – A New Tool for the Characterization of Residual Stress and Stress Gradients*” *Proc. 4th International Conference on Residual Stresses*, Society for Experimental Mechanics, Bethel CT, 40–44, 1994
- [Prasad87] Prasad, C.B., Prabhakaran, R. and Thompkins, S. “*Determination of calibration constants for the hole- drilling residual stress measurement technique applied to orthotropic composites. Part I: Theoretical considerations*”, *Composite Structures*, 8(2), 105 – 18, 1987
- [Prasad87b] Prasad, C.B., Prabhakaran, R. and Thompkins, S. “*Determination of calibration constants for the hole- drilling residual stress measurement technique applied to orthotropic composites. Part II: Experimental Evaluations*”, *Composite Structures*, 8(2), 165 – 172, 1987
- [Preckel86] Preckel, U., “*Erweiterung der Verfahrensgrenzen beim Bohrlochverfahren zur Ermittlung von Eigenspannungen 1. Art*”, *Industrie Anzeiger, Kurzberichte der Hochschulgruppe Fertigungstechnik* 108, Nr. 8, pp.18/26, 1986
- [Prevey86] Prevey, P.S., *SEM Conference on Experimental Mechanics*, 1986
- [Prime01] Prime, M.B “*Cross-Sectional Mapping of residual stresses by measuring the surface contour after a cut*”, *Journal of Engineering Materials and Technology*; 123(2): 162–168, 2001
- [Prime01b] Prime, M.B., Hughes, D.J. y Webster, P.J., “*Proceedings of 2001 SEM annual conference on experimental and applied mechanics*”, Portland, OR. pp. 608–611, 2001

- [Prime06] Prime, B. and Hill, R. “*Uncertainty analysis, model selection for series-expanded, residual stress inverse solutions. error of Residual Stress Inverse Solutions*”, J. Eng. Mat. Technol. 128 175-85, 2006
- [Prime99] Prime, M. B., “*Residual Stress Measurement by Successive Extension of a Slot: The Crack Compliance Method*” Applied Mechanics Reviews 52(2):75–96, 1999
- [Procter87] Procter, E. y Beaney, E.M., “*Advances in surface treatments: technology application effects*”, New York: International guide book on residual stresses; 14: 165–98, 1987
- [Reimers99] Reimers, W., Pyzalla, A., Broda, M., Brusch, G., Dantz, D., Schmackers, T., Liss, K-D., Tschentscher, T., “*The Use of High-Energy Synchrotron Diffraction for Residual Stress Analyses*” Journal of Materials Science Letters, 18(7):581–583, 1999
- [Rendler66] Rendler, N.J., Vigness, I., “*Hole Drilling Strain-gauge Method of Measuring Residual Stresses*”, Experimental Mechanics, 6 (12), pp. 577-586, 1966
- [Root91] Root, J. H., Hosbaas, R. R., Holden, T. M., “*Neutron Diffraction Measurements of Residual Stresses Near a Pin Hole in a Solid-Fuel Booster Rocket Casing*” In: Ruud, C. O. (ed) Practical Applications of Residual Stress Technology, ASM International 83–93, 1991
- [Rossini11] Rossini, N.S., Dassistia, M., Benyounisc, K.Y., Olabib A.G., “*Review of Methods for Measuring Residual Stresses in Components*” Materials and Design 35:572-588, 2011
- [Ruiz de Lara16] Ruiz de Lara, L., “*Desarrollo de métodos para la evaluación integrada de propiedades mecánicas y superficiales inducidas en materiales metálicos mediante tratamiento superficial por ondas de choque generadas por láser*”, Tesis Doctoral Universidad Politécnica de Madrid, 2016
- [Sachs41] Sachs, G., Espey, G., “*The Measurement of Residual Stresses in Metal. The Iron Age*”, Sept 18, 63–71, 1941
- [SAE03] SAE, “*Residual Stress Measurement by X-ray Diffraction*” SAE J784, Society of Automotive Engineers Handbook Supplement, Warrendale, PA, 2003
- [Sanchez-Beitia15] Sánchez-Beitia, S., Crespo de Antonio, M. and Acuña, L. “*Applicability of the Hole-Drilling procedure for stresses quantification in timber bending elements in service*”, J Constr Build Mater 93:798-805, 2015
- [Sandifer78] Sandifer, J. E. and Bowie, G. E., “*Residual stress by blind-hole method with off-center hole*”, Exp. Mech. 18, 173-179, 1978

- [Sano00] Sano, Y., Kimura, M., Mukai, N., Yoda, M., Obata, M. y Ogisu, T., “*Process and application of shock compression by nano-second pulses of frequency-doubled Nd:YAG laser*”, en High Power Lasers in Manufacturing, Chen, X., Fujioka, T. y Matsunawa, A., eds., Proceedings of SPIE, vol. 3888, p. 294306, 2000
- [Sano08] Sano, Y., First International Conference on Laser Peening, Houston, E.U.A., 2008
- [Santos00] Santos, A. A., Bray, D. E., “*Application of Longitudinal Critically Refracted Waves to Evaluate Stresses in Railroad Wheels*” Topics on Nondestructive Testing, 5, The American Society for Nondestructive Testing, 2000
- [Scafidi08] Scadafi, M., Valentini, E. and Zuccarello, B., “*Effect of the holebottom fillet radius on residual stress analysis by the hole-drilling method*”, ICRS-8 The 8th International Conference on Residual Stress – Denver:263–270, 2008
- [Scafidi09] Scafidi, M., Valentini, E. and Zuccarello, B., “*Effect of the hole-bottom fillet radius on the residual stress analysis by the hole drilling method*”, ICDD 52 263-270, 2009
- [Scafidi11] Scafidi, M., Valentini, E., Zucarello, B. “*Error and uncertainty analysis of the residual stresses computed by using the hole drilling method*” Strain 47 301-12, 2011
- [Scaramangas82] Scaramangas, A.A., Porter Goff, R.F.D., Leggatt, R.H., “*On the correction of residual stress measurements obtained using the centre-hole drilling method*” Strain, Vol. 18, No. 3, pp 88-97, 1982
- [Schajer01] Schajer, G. S., “*Residual Stresses: Measurement by Destructive Methods*” In: Buschow, K. H. J. et al. (eds) Encyclopedia of Materials: Science and Technology, Section 5a, Elsevier Science, Oxford, 2001
- [Schajer07] Schajer, G.S., “*Hole-drilling residual stress profiling with automated smoothing*” J. Eng. Mater. Technol. 129 440-5, 2007
- [Schajer10] Schajer, G. S., “*Relaxation methods for measuring residual stresses: techniques and opportunities*” Experimental Mechanics 50(8):1117–1127, 2010
- [Schajer11] Schajer, G.S., “*H-DRILL Hole-Drilling Residual Stress Calculation Program Version 3.30 – User Guide*”, Vancouver, 2011
- [Schajer13] Schajer, GS., “*Practical residual stress measurement methods*”, Wiley, Vancouver, Canada, 2013
- [Schajer81] Schajer, G.S., “*Application of Finite Element Calculations to Residual Stress Measurements*”, J. Eng. Mat. And Tech., 103, pp. 157-163, 1981

- [Schajer88 b] Schajer, G. S. “Judgment of Residual Stress Field Uniformity when Using the Hole-Drilling Method,” Proceedings of the International Conference on Residual Stresses II, Nancy, France. November 23–25, pp. 71–77, 1988
- [Schajer88] Schajer, G.S., “*Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole Drilling Method*”, J. Eng. Materials and Technology, 110 (4), Part I: pp.338-343, Part II: pp.3445-349, 1988
- [Schajer93] Schajer, G.S., “*Use of displacement data to calculate strain gauge response in non-uniform strain fields*”, Strain 29, 9-13, 1993
- [Schajer94] Schajer, G.S. and Yang, L. “*Residual- stress measurement in orthotropic materials using the hole-drilling method*”, Experimental Mechanics, 34(4), 324 – 33, 1994
- [Schajer96] Schajer, G. S. and Altus, E., “*Stress calculation error analysis for incremental hole-drilling residual stress measurement*”, J. Eng. Mater. Technol. 118 120-6, 1996
- [Schajer97] Schajer, G. S., and Tootoonian, M., “*A New Rosette Design for More Reliable Hole-Drilling Residual Stress Measurements*”, Experimental Mechanics, Vol 37, No. 3, pp. 299–306, 1997
- [Schuster14] Schuster, S. and Gibmeier, J., “*Residual Stress Analysis of Strongly Textured Materials by Means of the Incremental Hole-Drilling Method – Survey on the Application Limits*”, Materials Testing: Vol. 56, No. 11-12, pp. 915-922, 2014
- [Schuster16] Schuster, S. and Gibmeier, J., “*Incremental Hole Drilling for Residual Stress Analysis of Strongly Textured Material States – A New Calibration Approach*”, Exp Mech, 2016
- [Schwarz93] Schwarz, T., Kockelmann, H., “*The hole Drilling Method – The Best Technique for the Experimental Determination of Residual Stresses in Many Fields of Application*” Messtechnische Briefe 29 No.2, pp. 33-38, 1993
- [Sedivý07] Sedivý, O., Krempaszky, C. y Holý, S., “*Residual Stress Measurement by Electronic Speckle Pattern Interferometry*”, 5th Australasian Congress on Applied Mechanics, ACAM 2007 10-12 December, Brisbane, Australia, 2007
- [Seifi12] Seifi, R. and Salimi-Majd, D., “*Effects of plasticity on residual stresses measurement by hole drilling method*”, Mechanics of Materials 53, 72–79, 2012
- [Semwal13] Semwal, K. y Bhatt, S.C., “*Study of Nd³⁺ ion as a Dopant in YAG and Glass Laser*”, International Journal of Physics 1 (1), pp 15-21, 2013

- [Shadley87] Shadley, J. R., Rybicki, E. F., Shealy, W. S., “*Application Guidelines for the Parting out in a Through Thickness Residual Stress Measurement Procedure*” Strain 23(4):157–166, 1987
- [Shajer06] Schajer, G. S., Prime, M. B., “Use of Inverse Solutions for Residual Stress Measurements” Journal of Engineering Materials and Technology 128(3):375–382, 2006
- [Shokrieh05] Shokrieh, M.M. and Kamali, S.M. “*Theoretical and experimental studies on residual stresses in laminated polymer composites*”, Composite Materials, 39(24), 2213 – 25, 2005
- [Shokrieh07] Shokrieh, M.M. and Ghasemi, A.R. “*Determination of calibration factors of the hole-drilling method for orthotropic composites using an exact solution*”, Composite Materials, 41(19), 2293 – 31, 2007
- [Sicot03] Sicot, O., Gong, X.L., Cherouat, A. and Lu, J. “*Determination of residual stress in composite laminates using the incremental hole- drilling method*”, Composite Materials, 37(9), 831 – 43, 2003
- [Sicot04] Sicot, O., Gong, X.L., Cherouat, A. and Lu, J. “*Influence of experimental parameters on determination of residual stress using the incremental hole-drilling method*”, Composite Science and Technology, 64(2), 171 – 80, 2004
- [SINT15] SINT Technology, “*Restan 6.39 Operating and maintenance manual*”, (SINT Technology, Calenzano, Italy), 20xx
- [SINT15b] SINT Technology, “*Eval 7.13 back calculation software manual*”, (SINT Technology, Calenzano, Italy), 20xx
- [Smith00] Smith, D.J., Bouchard, P.J. y George, D., “*Measurement and prediction of through thickness residual stresses in thick section welds*”, Journal of Strain Analysis; 35: 287–305, 2000
- [Smith56] Smith, C. B., “*Effect of elliptic or circular holes on the stress distribution in plates of wood or plywood considered as orthotropic materials*”, USDA Forest Prod. Lab., pp. 1-52, 1956
- [Soete50] Soete, W., Vancrombrugge, R., “*An Industrial Method for the Determination of Residual Stresses*”, Proc., SESA, VIII (1), pp. 181-197, 1950
- [Soul12] Soul, S., Hamdy, N., “*Numerical Simulation of Residual Stress and Strain Behavior After Temperature Modification, Welding Processes*”, Dr. Radovan Kovacevic (Ed.), InTech, 2012
- [Stoney09] Stoney, G. G., “*The Tension of Thin Metallic Films Deposited by Electrolysis*” Proc. Royal Society of London, Series A 82(553):172–175, 1909

- [Sutton02] Sutton, M.A., Rynolds, A.P., Wang, D.Q., Hubbard, C.R., “*A Study of Residual Stresses and Microstructure in 2024-T3 Aluminum Friction Stir Butt Welds*”, J. Eng. Mater. Technol 124, 215-221, 2002
- [Svaricek07] Svaricek, K. y Milos, V., “*Residual Stress Evaluation by the Hole-Drilling Method with Eccentric Hole*”, Engineering Mechanics, Vol. 14, No. 1, p. 191–197, 2007
- [Tebedge73] Tebedge, N., Alpsten, G., Tall, L., “*Residual-stress Measurement by the Sectioning Method*” Experimental Mechanics 13(2):88–96, 1973
- [Tikhonov95] Tikhonov, A., Goncharsky, A., Stepanov, V., Yagola, A., “*Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems*”, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, 1995
- [Timoshenko51] Timoshenko, S., J.M. Goodier, “*Theory of Elasticity*”, New York: McGraw-Hill, 1951
- [Tootonian95] Tootonian, M., Schajer, G.S. “*Enhanced Sensitivity Residual Stress Measurements using Taper Hole Drilling*” Experimental Mechanics, pp124-129, 1995
- [Totten02] Totten, G., Howes, M., Inoue, T, “*Handbook of Residual Stress and Deformation of Steel*”, ASM International, Materials Park, OH, 2002
- [Treuting51] Treuting, R. G., Read, W. T., “*A Mechanical Determination of Biaxial Residual Stress in Sheet Materials*” Journal of Applied Physics 22(2):130–134, 1951
- [Valentini09] Valentini, E., Benincasa, A. and Bertelli, L., “*Experimental Residual Stress Analysis by the Hole-Drilling Method on Plastic Materials*”, AIAS – XXXVIII Convegno Nazionale, 2009
- [Vangi10] Vangi, D., and Tellini, S., “*Hole-drilling strain-gauge method: residual stress measurement with plasticity effects*”, J. Eng. Mater. Technol. 132, 2010
- [Vangi94] Vangi, D., “*Data management for the evaluation of residual stresses by the incremental hole-drilling method*” J. Eng. Mater. Technol. 116 561–6, 1994
- [Vangi97] Vangi, D., “*Residual stress evaluation by the hole drilling method with off-center hole: an extension of the integral method*”, J. Eng. Mater. Technol. 119 79–85, 1997
- [Vishay10] Vishay Precision Group “*Measurement of Residual Stresses by the Hole Drilling Strain Gage, Tech Note TN-503-6*” (Vishay, Raleigh NC), 2010

- [Vishay11] Vishay Precision Group “*Errors Due to Transverse Sensitivity in Strain Gages, Tech Note TN-509*” (Vishay, Raleigh NC), 2011
- [Vishay14] Vishay Precision Group “*Strain Gage Thermal Output and Gage Factor Variation with Temperature, Tech Note TN-504-1*” (Vishay, Raleigh NC), 2014
- [Vishay14b] Vishay Precision Group “*Strain Gage Rosettes: Selection, Application and Data Reduction, Tech Note TN-515*” (Vishay, Raleigh NC), 2014
- [Vishay92] Vishay Precision Group “*Model RS-200 – Milling Guide – Instruction Manual*” (Vishay, Raleigh NC), 1992
- [Vitek15] Vitek, K., “*Theory of hole drilling strain-gage method for the using of semiconductor strain gages*”, Appl. Mech. Mater. 732, 32-41, 2015
- [Walton02] Walton, H. W., “*Deflection Methods to Estimate Residual Stress*” In: Totten, G. E., Howes, M. A. H., Inoue, T. (eds) Handbook of Residual Stress and Deformation of Steel. ASM International, Materials Park, OH, 89–98, 2002
- [Wang79] Wang, H. C., “*The alignment error of the hole-drilling method*”, Exp. Mech. 17, 23-27, 1979
- [Wang90] Wang, J. Y., “*Refined analysis of the relieved strain coefficients for the off-center hole-drilling case*”, Exp. Mech. 30 367-371, 1990
- [Wenn92] Wenn, C. C., Lyn, C. Y., and Chou, C. P., “*A new approach for determining the inducing drilling stress in the hole-drilling method of residual-stress measurements. Exp. Tech.*, 16:33-35, 1992
- [Whiters07] Withers, P. J., “*Residual stress and its role in failure*”, Reports on Progress in Physics 70(12):2211–2264, 2007
- [Wong88] Wong, A. K., Dunn, S. A., Sparrow, J. G., 1988 “*Residual Stress Measurement by Means of the Thermoelastic Effect*” Nature 332(6165):613–615, 1988
- [Xiao09] Xiao, B., Li, K. and Rong, Y., “*Numerical Study on Calibration Coefficients for Hole-drilling Residual Stress Measurement*”, Proceedings of the SEM Annual Conference 2009
- [Yavelak85] Yavelak, J. J., “*Bulk-Zero Stress Standard—AISI 1018 Carbon-Steel Specimens, Round Robin Phase I*” Experimental Techniques, Vol 9, No. 4, pp. 38–41, 1985
- [Yerman96] Yerman, J.A., Kroenke, W.C. y Long, W.H., “*Accuracy evaluation of residual stress measurements*”, (Bettis Atomic Power Laboratory, West Mifflin PA), 1996

- [Young05] Young, B. y Lui, W.M., “*Behavior of Cold-formed high strength stainless steel sections*”, Journal of Structural Engineering, ASCE; 131(11): 1738–1745, 2005
- [Younger07] Younger, M.S. y Eckelmeyer, K.H., “*Overcoming residual stresses and machining distortion in the production of aluminium alloy satellite boxes*”, Sandia Report SAND2007-6811, Sandia National Laboratories, 2007
- [Zhandano78] Zhandano, I.M. y Gonchar, A.K., “*Determining the residual welding stresses at depth in metals*”, *Automatic Welding*; 31: 22–4, 1978
- [Zhang02] Zhang, Y., Fitzpatrick, M.E. y Edwards. L, “*Measurement of the residual stresses around a cold expanded hole in an EN8 steel plate using the contour method*”, Materials Science Forum; 404–407: 527–34, 2002
- [Zienkiewicz00] Zienkiewicz, O. C., “*The Finite Element Method*”, 5th. ed., Chapter 15, McGraw-Hill, New York, 1977
- [Zucarello99] Zucarello, B., “*Optimal calculation steps for the evaluation of residual stress by the incremental hole-drilling method*” Exp. Mech. 39 117-24, 1999

Anexo A

Descripción del equipamiento experimental utilizado en la técnica LSP.

A.1. Equipamiento láser.

El CLUPM dispone de un láser del fabricante Quanta-Ray modelo PRO (figura A.1) para la realización la técnica LSP. Este es un láser de estado sólido de Nd:YAG (acrónimo del inglés “Neodymium-doped Yttrium Aluminium Garnet”), en el que un cristal de óxido de itrio y aluminio ($\text{Nd:Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$) se encuentra dopado con iones de neodimio. Su longitud de onda característica de emisión láser es de 1064 nm (infrarrojo cercano).

Figura A.1: Láser Quanta-Ray PRO con el que cuenta el CLUPM.

El Quanta-Ray PRO emplea como bombeo del medio activo unas lámparas de xenón. El balance entre la eficiencia de bombeo y la calidad del modo es crítico y la obtención de un modo uniforme solo se produce cuando se controla totalmente la forma de iluminar la barra de Nd:YAG.

Las cámaras de bombeo del Quanta-Ray son elípticas y están recubiertas de oro, tal como se observa en la figura A.2. La lámpara flash se encuentra en uno de los focos de la elipse mientras que la barra de Nd:YAG se encuentra en el otro foco. De esta manera se aumenta la reflectividad y se mejora la iluminación de la barra del medio activo.

Figura A.2: Cámara de bombeo del láser Quanta-Ray Pro donde se observa la barra de Nd:YAG y la lámpara de bombeo de xenón [laser.co.kr].

La figura A.3 muestra el diagrama de niveles energéticos del Nd:YAG. Los electrones excitados pasan rápidamente del nivel fundamental (ground level) al nivel $F_{3/2}$, que es el nivel superior de la transición láser, donde permanecen por un tiempo relativamente largo (unos 230 μ s).

Figura A.3: Diagrama de niveles de energía del Nd:YAG [Semwal13].

La transición láser más probable es al estado $I_{11/2}$, emitiéndose en este caso un fotón de 1064 nm. La población de este nivel permanece baja ya que los electrones se relajan rápidamente al nivel fundamental, por lo que es sencillo conseguir la inversión de población. Aparecen también otras transiciones desde el mismo estado superior (las más importantes son 1319, 1338 y 946 nm) que tienen una ganancia menor que la transición fundamental de 1064 nm.

En condiciones normales de funcionamiento el láser emite un pulso de luz por cada destello de la lámpara flash. El pulso láser generado tiene una duración elevada lo que

conllea un pico de potencia bajo. Añadiendo un Q-switch al resonador se consigue un acortamiento del pulso y un aumento drástico del pico de potencia del pulso láser.

El principio de operación de un Q-switch es el siguiente:

- El nivel superior de la transición láser tiene un tiempo de vida largo. De este modo se acumula una elevada población de iones de neodimio excitados en la barra de YAG.
- Al evitar la oscilación mientras se sigue produciendo inversión de población, se puede liberar la energía acumulada rápidamente emitiendo un pulso láser de elevada intensidad.

El Q-switch del Quanta-Ray PRO es un dispositivo electro-óptico que se encuentra en la cavidad, que introduce elevadas pérdidas en la misma y que evita la oscilación. La energía se acumula hasta que se pasa rápidamente a un estado de pérdidas muy bajo, que permite que se produzca oscilación y que la cavidad descargue su energía en forma de pulso de luz.

La figura A.4 muestra las distintas partes del Q-switch. Está formado por un polarizador, una celda Pockels y una placa $\lambda/4$. La celda Pockels funciona cuando su cristal, con unas características cristalográficas especiales, se somete a un voltaje que cambia su índice de refracción.

Figura A.4: Distintas partes de un Q-switch.

Cuando no se aplica voltaje a la celda Pockels no se afecta a la polarización de la luz que la atraviesa. Así, el polarizador polariza horizontalmente la luz que entra en el Q-switch y la placa $\lambda/4$ convierte la polarización en circular. Esta luz se refleja en el espejo de final de la cavidad y pasa de nuevo por la placa $\lambda/4$ donde se polariza verticalmente. Como el polarizador solo transmite la luz con polarización horizontal, la luz incidente se refleja generando unas elevadas pérdidas en la cavidad. Al aplicar un voltaje, la celda Pockels cancela el retardo de la polarización de la placa $\lambda/4$, de tal forma que la luz permanece horizontalmente polarizada y sufre pérdidas mínimas.

Cuando el Q-switch está encendido las lámparas flash excitan los iones neodimio durante unos 200 μ s acumulando una elevada inversión de población. En el punto de máxima inversión de población se aplica un pulso de alto voltaje a la celda Pockels modificando el estado de pérdidas de la cavidad.

El láser también incorpora un modo de operación denominado pulso largo. El voltaje se aplica a la celda Pockels cuando las lámparas flash emiten un destello, y el Q-switch se

mantiene abierto durante el destello. El resultado es un tren de pulsos de alrededor de 200 μ s de duración, con una separación entre los pulsos de entre 2 y 4 μ s.

La energía total del tren de pulsos es similar a la de un único pulso. Este modo de pulso largo permite mayor seguridad en el alineamiento y es útil en experimentos donde la energía total del pulso es un factor crítico y no su distribución en el tiempo. La frecuencia del láser es fija en los dos casos e igual a 10 Hz.

El elevado pico de potencia de los pulsos con Q-switch permite trabajar con cristales no lineales, como el fosfato dideuterio de potasio (KD*P). De este modo, la frecuencia fundamental del Nd:YAG (1064 nm) interacciona con el cristal produciendo una segunda onda con la mitad de la longitud de onda de la fundamental (532 nm, luz verde visible).

La onda resultante de 532 nm puede ser a su vez doblada, atravesando un segundo cristal, produciendo una longitud de onda de 266 nm (UV medio). Esta puede mezclarse también en el cristal no lineal con el residuo de la fundamental de 1064 nm para producir una longitud de onda de 355 nm (UV cercano). Estas cuatro longitudes de onda (1064, 532, 355 y 266 nm) hacen al láser de Nd:YAG un dispositivo muy versátil:

- Las longitudes de ondas de 532 y 355 nm pueden bombear láseres de colorante con una elevada eficiencia de conversión.
- Las longitudes de ondas 355 y 266 nm son usadas para disociación y estudios fotodestructivos de moléculas.
- Las longitudes de ondas 1064 nm y 266 nm son ampliamente usadas en modificaciones ópticas de materiales e investigación de semiconductores.

El perfil de energía del pulso es gaussiano pero con la superficie superior en forma de meseta (figura A.5). El ancho temporal del pulso es de aproximadamente 9 ns.

Figura A.5: Distribución espacial de la energía del pulso láser Quanta-Ray PRO.

A.2. Posicionamiento de la probeta a tratar.

En muchas aplicaciones industriales del láser se dirige el haz láser desde el resonador hasta la zona de trabajo por medio de una fibra óptica. Esta es una solución práctica,

asequible y flexible. Sin embargo, en láseres de elevada intensidad, como el Quanta-Ray aquí utilizado, no existen fibras ópticas en el mercado capaces de transmitir tanta energía sin dañarse y sufrir pérdidas.

Es por tanto que en nuestro equipo se utilizan dispositivos ópticos fijos para dirigir el haz a la zona de tratamiento (ver sección A.3), con lo que el pulso láser llega siempre al mismo punto y es la pieza objeto de ensayo la que debe ser movida.

La pieza se coloca en un soporte movido por un robot de la marca ABB modelo IRB 120 (figura A.6). Se trata de un robot de 6 ejes, con una carga útil de 3 kg y resolución en cada eje aproximada de 0.01° .

Figura A.6: Robot ABB IRB 120 y ejes de movimiento.

A.3. Guiado del haz láser desde el resonador hasta la zona de tratamiento.

La configuración del sistema óptico es sencilla y cuenta con un espejo y una lente de enfoque. Como en los tratamientos por la técnica LSP en el CLUPM se trabaja siempre en el primer armónico, el espejo y la lente empleados son los adecuados para trabajar en 1064 nm ya que cuentan con un recubrimiento especial para soportar elevadas intensidades y trabajar en esta longitud de onda característica.

La figura A.7 muestra una imagen del espejo y la lente de enfoque empleados. El haz sale del láser y el espejo refleja el haz desviándolo 90° y haciéndolo llegar a la lente de enfoque

que reduce el diámetro del pulso láser. La lente de enfoque está montada sobre un carril de tal forma que puede desplazarse hacia adelante y atrás para permitir el enfoque o desenfoque el pulso láser sobre la superficie del blanco.

Figura A.7: Espejo y lente empleados en el montaje óptico.

La técnica LSP se realiza con agua como medio confinante y se emplea una vasija de metacrilato donde se recoge el agua utilizada en el proceso. El haz láser entra en la vasija por un orificio que se debe proteger para que el agua pulverizada no salga fuera del recipiente manchando la óptica de alrededor. Aunque idealmente debería usarse una ventana óptica para la longitud de onda de trabajo, ya que minimizaría las pérdidas energéticas, en la práctica no se puede emplear pues estos dispositivos ópticos llevan recubrimientos de CaF_2 que son solubles en agua.

La alternativa utilizada es la colocación de un vidrio común en la entrada a la vasija, que se puede sustituir fácilmente. Sin embargo este vidrio provoca problemas de reflexiones (un 10 % de la energía se refleja y se pierde). Además el reflejo puede convertirse en un peligro para la seguridad. Para controlar este reflejo generado se gira la vasija de tal forma que el reflejo no solamente queda atenuado en una pieza de hormigón, sino que se evita que regrese por el camino óptico hasta el resonador pudiendo provocar daños en el dispositivo láser (figura A.7).

A.4. Medio confinante del plasma.

La forma de confinamiento del plasma es uno de los puntos más importantes de la técnica LSP. El recubrimiento empleado como medio confinante debe ser transparente a la radiación láser. Por su disponibilidad y flexibilidad el agua es ideal para este fin y se debe garantizar el suministro adecuado a la zona de formación del plasma en el blanco.

En el CLUPM se suministra un pequeño chorro de agua en las inmediaciones del lugar donde se produce el impacto láser. De esta manera, se genera una película de agua en la zona de generación del plasma, de espesor suficiente para ejercer su función confinante.

Al ser una película delgada, se reducen las pérdidas por absorción de radiación por parte del agua (figura A.8).

Figura A.8: Chorro de agua empleado como medio confinante.

Un caudalímetro permite regular la cantidad de agua suministrada por la boquilla. Aunque el caudal no es un parámetro que modifique sustancialmente los efectos del tratamiento sobre la pieza, este debe mantenerse entre unos determinados márgenes para que se garantice la formación de una película adecuada: un caudal demasiado grande genera salpicaduras indeseables y uno demasiado bajo una película de agua poco uniforme. El agua se pulveriza cuando el pulso láser llega a la pieza y el vapor de agua generado se recoge mediante un tubo de extracción para mantener limpia la óptica circundante.

La figura A.9 muestra un esquema-resumen del montaje utilizado para tratamientos por la técnica LSP en el CLUPM.

Figura A.9: Montaje utilizado en tratamientos por la técnica LSP en el CLUPM.

A.5. Medición de la energía del pulso láser.

Es importante conocer la energía de los pulsos con que trabajamos ya que esta fluctúa con el tiempo de vida del láser.

Debido a la elevada potencia de pico suministrada por este tipo de láseres es necesario emplear unos dispositivos de medida de energía especiales que soporten estas altas densidades de energía.

El CLUPM dispone de un cabezal medidor F100A-HE-RP (figura A.10) adecuado para medir elevadas potencias y energías (hasta 100 W, 100 J y con alta densidad de energía). El cabezal contiene una termopila, un dispositivo electrónico que convierte la energía térmica en energía eléctrica. El rango espectral de medidas va desde los 0.19 hasta los 1.1 μm (excepto para 625 - 900 nm). El cabezal contiene un ventilador encargado de disipar el calor generado en la medida y los valores de estas se leen en una consola del fabricante LaserStar.

Figura A.10: Equipo de medida de potencia formado por la cabeza F100A-HE-RP y la consola LaserStar.

La tabla A.1 muestra la energía por pulso medida en varias posiciones a lo largo del camino óptico para la longitud de onda de 1064 nm.

Tabla A.1: Energía por pulso en distintos puntos del montaje en infrarrojo.

Posición de medida	Modo	Energía pulso largo [J/pulso]	Energía Q-Switch [J/pulso]
Salida del resonador	Pulso único	1.8	2.0
Detrás del espejo	Pulso único	1.9	2.0
Detrás de la lente	Pulso único	1.6	1.7
Detrás de la lente	10 Hz	-	2.8

Existen diferencias entre la energía medida cuando se trabaja en pulso largo y pulso corto. Esta diferencia está relacionada con la forma de generar el haz dentro de la cavidad láser. También existen diferencias cuando se trabaja en pulso único y pulso repetitivo (10 Hz), siendo la energía mayor en este último caso.

Anexo B

Técnicas experimentales para la medida de tensiones residuales por el método del taladro incremental.

B.1. Introducción.

En el capítulo 3 se explicaban extensamente los principios y la teoría del método del taladro incremental, cuando se utilizan rosetas de galgas extensométricas para cuantificar las deformaciones alrededor del orificio, incluyendo el desarrollo histórico del método y una breve explicación de las etapas del procedimiento experimental.

En este anexo se van a explicar ampliamente las técnicas experimentales utilizadas en la medida de tensiones residuales en el CLUPM. Las secciones han sido ordenadas según las etapas seguidas en la realización del ensayo.

Si se desea ampliar la información con información más general, se pueden consultar los manuales de usuario de los equipos utilizados [Vishay92], [SINT15].

B.2. Selección e instalación de la roseta de galgas extensométricas.

B.2.1. Selección de la roseta de galgas extensométricas.

Las rosetas estandarizadas disponibles se adaptan a una amplia gama de materiales en ensayos realizados en condiciones de laboratorio, que son las condiciones que se han utilizado en el desarrollo de esta Tesis. Para otras condiciones de temperatura solo sería posible su utilización directa en determinados materiales [Vishay14].

En el CLUPM se utilizan las rosetas de tipo A y B (figura 3.8). Aunque las rosetas de tipo C proporcionan mayor sensibilidad y alta estabilidad térmica, requieren instalaciones de medio puente que son caras y costosas de implementar.

En cuanto al tamaño de las rosetas, se utilizan las correspondientes a un diámetro nominal del orificio de 2 mm (siendo 1 mm la profundidad efectiva), válidas para las aplicaciones que hasta el momento se han presentado. Las rosetas de diámetro nominal de 4 mm (2

mm de profundidad efectiva) requieren de métodos complicados de implementar y equipamiento o fresas especiales y las de diámetro nominal de 1 mm (1 mm de profundidad efectiva), cuyo montaje es mucho más complicado, requieren de tolerancias muy estrechas, ya que son mucho más sensibles a desviaciones experimentales.

Tradicionalmente se han utilizado las rosetas del fabricante Vishay, aunque últimamente se han incorporado las rosetas del fabricante HBM. Estas dos marcas son las que suministran los fabricantes de los equipos de medida.

Las rosetas del tipo A son las de uso general y el modelo concreto se elige según el espacio disponible para la colocación y la disponibilidad de las mismas. Las rosetas de tipo B permiten medir en zonas más próximas a obstáculos. La tabla B.1 muestra las características más importantes en la elección de las rosetas.

Tabla B.1: Rosetas de galgas extensométricas utilizadas en el CLUPM.

Esquema de la roseta	Fabricante	Modelo	Tipo	Dimensiones [mm]
Vishay Micro Measurement	EA-XX-062RE-120/SE	A	10.7x10.7
Vishay Micro Measurement	CEA-XX-062UL-120	A	12.7x15.7
Vishay Micro Measurement	CEA-XX-062UM-120	B	9.6x12.2
HBM	K-RY61-1.5/120R-3 prewired	B	8.0x13.5

La ventaja de las rosetas tipo CEA de Vishay es que ya cuentan con los terminales de cobre para soldar las conexiones, lo que facilita el soldeo. Las de tipo EA son más baratas y pequeñas, por lo que pueden utilizarse cuando el espacio disponible es reducido. Sin embargo, estas últimas necesitan o bien instalar unos terminales complementarios o bien soldar directamente las conexiones a los puntos de soldadura, con el inconveniente de que

la superficie de estos puntos es muy pequeña, por lo que se necesita de una preparación especial de los conectores y de una gran pericia por parte del operario.

Las galgas del fabricante HBM cuentan con las conexiones ya soldadas, por lo que facilitan el proceso de conexión. Sin embargo, su coste es mucho más alto (más del doble que las rosetas sin conectores) y debido a la presencia física de los conectores, la instalación de las rosetas en las probetas es mucho más complicada y desaconsejable a operarios sin mucha experiencia.

B.2.2. Instalación de la roseta de galgas extensométricas.

Para la instalación de la roseta se debe preparar adecuadamente la superficie de la probeta, pegar la roseta a la probeta y posteriormente establecer las conexiones entre la roseta y el sistema de adquisición de datos.

B.2.2.1. Preparación de la superficie de la probeta.

La preparación de la superficie de la probeta objeto de medida se realiza en cuatro pasos: desengrasado, lijado (solo si es requerido), acondicionado y neutralizado.

B.2.2.1.1. Desengrasado.

Es necesario desengrasar la zona de instalación mediante un disolvente como el desengrasante CSM-1A (proporcionado por Vishay) o el alcohol isopropílico GC-6. En general, se emplea el desengrasante CSM-1A. Sin embargo, los materiales como el titanio, sus aleaciones y los materiales plásticos reaccionan con disolventes clóricos y en estos casos se prefiere la utilización del alcohol isopropílico. Se recomienda emplear los productos en forma de aerosoles y utilizar siempre gasas limpias. La limpieza ha de realizarse desplazando la gasa en una única dirección hasta eliminar la grasa de la superficie.

En la figura B.1 se muestran los consumibles utilizados en el desengrasado así como la manera correcta de realizarlo.

Figura B.1: Desengrasante CSM-1A, gasas y manera correcta de aplicar el desengrasante junto con las gasas [vishaypg.com].

B.2.2.1.2. Lijado.

Cuando la superficie está oxidada o es muy rugosa, es necesario lijarla con papel lija de grano 220 o 320, terminando la operación usando papel de lija de grano 320 o 400. El proceso de lijado se realiza mojando la superficie con el acondicionador de metal MCA-1. A continuación se seca la superficie de una sola pasada con una gasa limpia, repitiendo esta operación con otras gasas hasta que estas aparezcan completamente limpias.

El proceso de lijado es opcional ya que las probetas que presentan una superficie con una rugosidad adecuada ($1.6 - 3.2 \mu\text{m}$), no requieren ser lijadas. Mayores rugosidades ($>6.4 \mu\text{m}$) dificultan la limpieza de impurezas, pero también son aceptables. Además, con el lijado se puede modificar el estado de las tensiones superficiales de la zona de pegado de la banda extensométrica, por lo que no es aconsejable su uso [Prevey86]. Lo que siempre es necesario es acondicionar la zona de instalación.

En la figura B.2 se muestran los consumibles utilizados en el lijado así como la manera de realizarlo correctamente.

Figura B.2: Acondicionador MCA-1, papel de lija y manera correcta de realizar el lijado y el acondicionado [vishaypg.com].

B.2.2.1.3. Acondicionado.

La función del acondicionador es ayudar a acelerar el proceso de limpiado.

El proceso de acondicionamiento de la superficie de la probeta se realiza con el acondicionador de metal MCA-1, con la ayuda de gasas limpias y siempre desplazando estas en una única dirección como se puede observar en la figura B.2.

B.2.2.1.4. Neutralizado.

El neutralizado se emplea para devolver a la superficie a una alcalinidad óptima de pH 7 a 7.5.

Inmediatamente después del acondicionado, se procede a humedecer la superficie con el neutralizador 5A. Con una gasa o un bastoncillo de algodón, se seca la superficie, siempre

de una sola pasada. No es conveniente frotar la superficie, pues se volverían a depositar residuos contaminantes.

Figura B.3: Neutralizador A5 y manera aplicarlo con un bastoncillo de algodón [vishaypg.com].

B.2.2.2. Pegado de la roseta.

El pegado de la roseta de galgas extensométricas en la superficie de la probeta objeto de medida se realiza en cuatro pasos: manipulación, posicionamiento, pegado y fijado y retirada de la cinta adhesiva de la roseta.

B.2.2.2.1. Manipulación de la roseta.

Con la ayuda de unas pinzas, se retira la roseta de su estuche de plástico y se coloca sobre un vidrio completamente limpio. Posteriormente se aplica la cinta adhesiva PCT-2A sobre la roseta para el transporte del conjunto. Finalmente se levanta la cinta adhesiva siguiendo un ángulo pequeño para asegurarse que la roseta no se despegue, tal como se indica en la figura B.4.

Figura B.4: Cinta adhesiva PCT-2A y manera de levantar del vidrio el conjunto cinta adhesiva-roseta [vishaypg.com].

B.2.2.2.2. Posicionamiento de la roseta.

Para posicionar la roseta se sitúa el conjunto sobre el punto de medida (figura B.5). Si es necesario se levanta el conjunto con un ángulo pequeño las veces que sean precisas para que la roseta quede posicionada correctamente en la zona de interés.

Cuando la posición sea la correcta, se levanta de nuevo la cinta desde el extremo siguiendo un ángulo aproximado de 45°. Posteriormente se sujeta el extremo libre de la cinta adhesiva para dejar la banda paralela a la superficie de instalación y proceder al pegado (figura B.5).

Figura B.5. Posicionamiento del conjunto cinta adhesiva-roseta y posición final de la roseta [vishaypg.com]

B.2.2.2.3. Pegado de la roseta.

Para realizar el pegado de la banda extensométrica se emplea el adhesivo M-Bond 200. El M-Bond 200 es un adhesivo, certificado para aplicaciones de laboratorio, de fácil manejo y curado rápido a temperatura ambiente. Cuando se aplica adecuadamente, se puede utilizar en pruebas donde se producen grandes deformaciones (de hasta 30.000 $\mu\text{m/m}$), estudios de fatiga o en ensayos que alcanzan temperaturas extremas de +95°C o -185°C en un ciclo único, si bien, el rango normal de temperatura de trabajo es de -30-+65°C. Para una mayor fiabilidad, se debe aplicar sobre superficies de temperaturas comprendidas entre 20 y 30°C y con una humedad relativa ambiental entre el 30% y el 65%.

El adhesivo M-Bond 200 se utiliza junto con un catalizador especialmente formulado para controlar la velocidad de reacción del adhesivo, debiéndose emplear muy poca cantidad del mismo para obtener resultados óptimos. El exceso de catalizador puede ocasionar varios problemas: debilidad de la adhesión, fragilidad con el paso del tiempo, mal control del espesor de la capa de adhesivo, mayor tiempo de evaporación de los disolventes, etc.

El catalizador se aplica por la parte posterior de la banda extensométrica (el adhesivo endurece sin necesidad del catalizador, pero más lentamente y con una fiabilidad menor), tal como se muestra en la figura B.6.

A continuación se aplican una o dos gotas de M-Bond 200 en el borde del pliegue formado por la cinta y la superficie de la pieza, a unos 10-15 milímetros de la zona de asentamiento final de la banda. Esto garantiza que la polimerización local que tiene lugar según contacta el adhesivo con la superficie de la pieza, no ocasiona desigualdades de la capa de adhesivo.

Figura B.6: Adhesivo M-Bond 200 y catalizador junto con la manera correcta de aplicar el catalizador [vishaypg.com].

Seguidamente se coloca la cinta adhesiva en un ángulo aproximado de 30°, de forma que la banda se encuentre casi paralela a su posición final. Manteniendo la cinta tensa, se presiona con una gasa la banda extensométrica poniéndola en contacto con la pieza, de forma lenta pero firme y con un único movimiento. Cuando se desliza la gasa sobre la cinta, se debe hacer una presión firme con los dedos, dado que se necesita una capa de adhesivo uniforme (figura B.7).

Figura B.7: Aplicación del adhesivo M-Bond 200 [vishaypg.com].

B.2.2.2.4. Fijado de la roseta y retirada de la cinta adhesiva.

Inmediatamente después del paso anterior, se aplica una presión con el dedo pulgar por encima de la roseta y la banda adhesiva, manteniéndose ésta durante al menos un minuto (figura B.8). Si las condiciones ambientales son de baja humedad relativa (<30%) o con temperatura ambiente inferior a 20°C, esta presión se debe prolongar varios minutos.

Figura B.8: Presión sobre la roseta y retirada de la cinta adhesiva [vishaypg.com].

Por último, cuando la roseta de galgas extensométricas se encuentra firmemente adherida a la probeta se retira la cinta adhesiva. Para ello, se vuelve la cinta sobre sí misma y se despega lenta y firmemente de la superficie (figura B.8). En cualquier caso, al ofrecer la cinta una protección mecánica a la banda, se puede mantener colocada hasta el momento de seguir con las operaciones de soldadura y cableado.

B.2.2.3. Conexión de la roseta con el sistema de adquisición de datos.

Una vez fijada adecuadamente la roseta a la probeta de ensayo es necesario conectarla al sistema de adquisición de datos para poder registrar las deformaciones durante el proceso de taladrado.

Para la conexión de la roseta se deben soldar unos conectores a las galgas y estos se deben conectar adecuadamente al equipo de adquisición de datos.

B.2.2.3.1. Soldadura de los conectores a la roseta.

Para el proceso de soldado se emplea el soldador de la marca JBC modelo AD2200 y la soldadura 361A-20R-25 suministrada por Vishay. El proceso de soldadura no es sencillo y requiere que se realice cuidadosamente para evitar la afectación de la banda extensométrica. En el caso de las rosetas de HBM este paso no es necesario.

Dependiendo del tipo de roseta utilizada con la que se esté realizando el ensayo existirá la posibilidad de estañar directamente los terminales de cobre (en el caso de que la roseta sea tipo CEA e incorpore dichos terminales) o estañar los puntos de conexión (rosetas tipo EA).

En el segundo caso, será conveniente pegar unos terminales adicionales en la zona cercana a la banda extensométrica que se cablearan con los puntos de conexión mediante hilo de cobre. Posteriormente, desde los terminales adicionales se realizará una conexión exactamente igual que para las rosetas tipo CEB. También existe la posibilidad de no utilizar los terminales adicionales y conectar directamente unos conectores convenientemente preparados a los puntos de conexión, aunque para esta opción hace falta mucha pericia por parte del operario que realiza la tarea de soldadura. La figura B.9 muestra los consumibles utilizados en la soldadura.

Figura B.9: Soldadura 361A-20R-25, terminales de cobre, conectores 326-DFV e hilo de cobre [vishaypg.com].

A continuación y mediante tres conectores 326-DFV se realiza una conexión con compensación de temperatura (montaje en cuarto de puente) desde los terminales de cobre. El montaje en cuarto de puente tiene numerosas ventajas ya que es un equilibrado natural y se compensa automáticamente el efecto de la temperatura sobre los cables (figura B.10).

Figura B.10: Montaje en cuarto de puente con compensación de temperatura [vishaypg.com].

B.2.2.3.2. Comprobación de la soldadura.

Antes de realizar la conexión con el equipo de adquisición de datos, es muy recomendable comprobar la soldadura y las conexiones porque, si existe algún problema, este punto del proceso es el adecuado para solventarlos.

Para ello se dispone de un equipo de verificación de la soldadura que comprueba los valores del aislamiento y de la resistencia de la banda. El modelo de este comprobador de la instalación es el 1300 del fabricante Vishay.

En caso de que los valores de la resistencia o aislamiento no coincidan con los valores nominales suministrados por el fabricante habrá que volver a comprobar los puntos de soldadura, y si es necesario volver a soldar estos o si fuese más grave, descartar el ensayo en este punto y empezar con uno nuevo.

B.2.2.3.3. Conexión al equipo de adquisición de datos.

A lo largo del desarrollo de esta Tesis Doctoral se han utilizado dos equipos distintos de adquisición de datos. El primero de ellos del fabricante Vishay Micro Measurements y el segundo del fabricante HBM. Estos equipos son generales para extensometría y serán explicados a continuación.

B.2.2.3.3.1. Conexión al equipo de adquisición de datos de Vishay Micro Measurement.

El sistema de adquisición de datos de Vishay es el escáner modelo 5100B. Este sistema conectado a una computadora mediante una tarjeta PCI permite registrar las deformaciones que se producen durante la práctica del orificio.

Los tres conectores 326-DFV se conectan a la parte posterior del sistema de adquisición de datos (hay cinco canales disponibles), mediante la adecuada configuración de cuarto

de puente con compensación de temperatura (figura B.10). Aunque lo recomendable es que los conectores vayan directamente de las galgas al equipo de adquisición, para la conexión nos podemos ayudar de unas clemas. La figura B.11 muestra la parte frontal y las conexiones posteriores del escáner 5100B.

Figura B.11: Vista frontal y posterior del escáner 5100B [vishaypg.com].

B.2.2.3.3.2. Conexión al equipo de adquisición de datos de HBM.

El sistema de adquisición de datos de HBM es el expressoDAQ DQ430. Se conecta a una computadora por el puerto USB para registrar las deformaciones producidas en el ensayo.

Como el expressoDAQ carece en origen de conexión en cuarto de puente, se le ha añadido una conexión externa a una resistencia que hace posible este tipo de conexión. Los tres conectores 326-DFV se conectan a esta conexión externa por medio de una clema. La figura B.12 muestra el sistema expressoDAQ donde se pueden observar los conectores de entrada tipo RJ45.

Figura B.12: Sistema de adquisición de datos expressoDAQ DQ430 [hbm.com].

B.3. Montaje y alineamiento del equipo de taladrado y colocación de la probeta objeto de ensayo.

Al comienzo de esta Tesis Doctoral se contaba con el equipo de taladrado RS-200 de Vishay Measurement Group cuyos elementos principales son una turbina de aire comprimido, un micrómetro de accionamiento manual para el posicionamiento de la turbina y los elementos necesarios para la alineación. Este equipo fue adquirido en 2004 y ha estado funcionando desde entonces. Funciona con el equipo de adquisición de datos

de Vishay Micro Measurement. Desde 2010 el equipo ha presentado múltiples problemas de funcionamiento relacionados sobre todo con la calidad del orificio practicado.

Después de invertir mucho tiempo en intentar encontrar el origen del problema, incluso llegando a enviar el equipo al fabricante para su revisión, se encontraron los parámetros de trabajo en los que la calidad del orificio practicado era admisible. Sin embargo, por fin se entendió que lo que se necesitaba era un equipo nuevo ya que las condiciones de trabajo no alcanzaban ni de lejos las que del equipo cuando contaba con poco tiempo de uso.

Así en marzo de 2016 (más de tres años después del comienzo de esta Tesis Doctoral y sin haber podido medir medido de forma fiable en ese tiempo) se adquirió un nuevo equipo, el MTS3000 del fabricante italiano SINT Technology.

El MTS3000 cuenta con los mismos elementos principales que el RS-200, pero realiza el posicionamiento (así como la adquisición de datos) de forma automática. Este equipo funciona con el equipo de adquisición de datos de HBM.

Los dos equipos con los que se ha trabajado son los únicos disponibles comercialmente para la medida de tensiones residuales por el método del taladro incremental utilizando rosetas de galgas extensométricas.

B.3.1. Montaje del equipo de taladrado y colocación de la probeta objeto de ensayo.

Como las probetas que se suelen ensayar en el CLUPM tienen un tamaño pequeño (es difícil que sobrepasen los 5x5x3 cm) se prefiere dejar fijos los equipos de taladrado y mover las probetas (el ajuste fino si se hace moviendo el equipo de taladrado tal como se verá en la siguiente sección). De esta manera, ambos equipos se montan sobre una placa de hierro al carbono de medidas 40x25x1 cm con un peso elevado y suficiente, como para dejarla simplemente apoyada sobre la mesa de trabajo y que movimientos o golpes involuntarios no afecten a la medida.

En el caso del taladro RS-200, la sujeción a la placa de hierro al carbono se realiza aplicando el cementante RS-200 a las patas del equipo. En el caso del taladro MTS3000, la sujeción es magnética.

La sujeción de la probeta en la placa se realiza mediante la aplicación de un pegamento de barra de uso escolar en la base. Este pegamento permite que la probeta no se mueva durante el taladrado del orificio y, a su vez, asegura que se pueda retirar fácilmente la probeta después del ensayo. Los restos de este pegamento se pueden limpiar de forma sencilla, tanto en la probeta como en la placa de acero al carbono.

B.3.2. Elección y montaje de la fresa.

Las fresas utilizadas en el CLUPM son las recomendadas y suministradas por los fabricantes de los equipos de medida de tensiones residuales. Estas son fresas de carburo de tungsteno de cono invertido con un diámetro del vástago de 1.6 mm y un diámetro de la fresa también de 1.6 mm, y permiten realizar orificios de diámetro nominal de 2 mm. Estas fresas tienen su origen de uso en las clínicas odontológicas y tienen un pequeño radio o chaflán en su extremo que hace que la geometría del fondo del orificio se aleje de la de un cilindro ideal.

El estado de la fresa se comprueba mediante un microscopio antes de su puesta en el equipo y se utiliza una fresa nueva cada uno o dos ensayos dependiendo de los materiales de las probetas.

El montaje en el taladro RS-200 se realiza mediante presión y en el taladro MTS3000 mediante una tuerca de apriete.

La diferencia básica entre distintos tipos de fresas es el recubrimiento de estas, siendo las fresas que carecen de recubrimientos adecuadas para materiales más blandos, como el aluminio o el acero y, las que cuentan con recubrimiento, para materiales más duros como las aleaciones de titanio.

La figura B.13 muestra los rangos de dureza recomendados para las fresas de carburo de tungsteno con y sin recubrimiento y la tabla B.2 muestra las características principales de las fresas utilizadas.

Figura B.13: Fresas a utilizar según la dureza Vickers de los materiales de ensayo [sintechnology.com].

Tabla B.2: Fresas utilizadas en el CLUPM.

Suministrador	Referencia	Recubrimiento
Vishay Micro Measurement	ATC-200-062	-
Vishay Micro Measurement	ATC-200-062T	TiN
Kalma	H2.314.014	-
SINT Technology	1-SINTCT	TiAlN

B.3.3. Alineamiento.

Se deben realizar dos alineamientos:

- Alineamiento vertical: consistente en posicionar la fresa perpendicularmente al punto donde se va a realizar la medida.
- Alineamiento horizontal: consistente en posicionar la fresa en el centro de la roseta de galgas extensométricas.

Aunque en los dos equipos de taladrado estos dos alineamientos son parecidos, cada equipo tiene sus particularidades que serán explicadas a continuación.

B.3.3.1. Alineamiento vertical.

En el taladro RS-200 el alineamiento vertical se realiza mediante tres tornillos de ajuste vertical (denominadas vertical height adjustments en la figura B.14) y la ayuda de un nivel de burbuja que se coloca en una superficie plana libre del equipo. Cuando el equipo está adecuadamente alineado, las tuercas de bloqueo (locking nuts) garantizan que se mantenga la posición durante el ensayo.

Es importante advertir que el taladro no debe ser vertical como si se utilizara una plomada, sino que deber ser perpendicular a la superficie en el punto de medida por lo que la burbuja del nivel debe ocupar el mismo punto que si se coloca sobre la pieza. Como el nivel de burbuja no se posiciona correctamente sobre el punto de medida cuando están colocada la roseta y los conectores, conviene realizar el alineamiento vertical previamente.

Figura B.14: Taladro RS-200 con objetivo de alineamiento horizontal [vishaypg.com].

En el caso del taladro MTS3000, el alineamiento se realiza de forma parecida; con ayuda de los tornillos de ajuste vertical (numerados como 2 en la figura B.15) y las tuercas de

bloqueo (3). Aunque también se puede utilizar un nivel de burbuja, se cuenta con una escuadra calibrada (1) para tal fin. También se debe tener en cuenta que el taladro debe ser vertical con respecto al punto de medida.

Figura B.15: Alineación vertical en el taladro MTS3000 [sintechnology.com].

B.3.3.2. Alineamiento horizontal.

El alineamiento horizontal es una de las operaciones más críticas del proceso. Consiste en alinear el centro de la banda extensométrica con el centro de la fresa. En ambos equipos se suministra un objetivo microscopio con un ocular que contiene una cruceta para facilitar el posicionamiento del taladro en el centro de la banda extensométrica (figura B.14 y B.16). Los tornillos de ajuste horizontal sirven para el ajuste fino manteniendo la excentricidad lo más baja posible.

Sin embargo existen múltiples causas por las que la excentricidad puede que no caiga por debajo de la exigida por la Norma ASTM E837:

- En las rosetas no está perfectamente indicado el centro de estas (ver esquemas de las rosetas en tabla B.1), pues se utiliza una especie de diana marcada en un círculo exterior (la roseta de HBM sí tiene el marcado la diana interior).
- Es poco probable que los ejes de la cruceta del ocular coincidan con los ejes de la roseta cuando esta es colocada (la cruceta no se puede mover porque se desajustaría), lo que dificulta la alineación.
- La luz incidente en la roseta hace que las marcas (que son opacas, que tienen un espesor y que se encuentran en un medio transparente) tengan sombras que falseen sus verdaderos límites.
- Si el taladro no está perfectamente vertical, la distancia de enfoque influye en el alineamiento horizontal.

- La posición inicial de la cruceta del ocular no coincide perfectamente con el centro del orificio.
- Pequeños movimientos en la “posición horizontal” de nuestro ojo hace que veamos excentricidades distintas en el proceso.

Estas razones hacen que sea conveniente la aplicación de la corrección por excentricidad propuesta en esta Tesis a las deformaciones medidas en cada ensayo.

Figura B.16: Alineación horizontal en el taladro MTS3000 [sintechnology.com].

B.4. Establecimiento del cero en profundidad.

El establecimiento del cero en profundidad o posición de partida, se produce cuando la fresa está en contacto con el espécimen y ha atravesado la roseta de galgas y el adhesivo. Es un proceso crítico en el ensayo que influye sobremanera en las tensiones residuales obtenidas en las primeras profundidades.

Hay que tener en cuenta una serie de problemas inherentes:

- El taladrado debe atravesar todo el espesor de la banda extensométrica, la encapsulación de esta y el adhesivo.
- La rugosidad de la superficie del área del orificio afecta a la detección del cero. Por lo que cuanto menor sea la rugosidad, mejor definido estará el cero.
- Cualquier desviación en la alineación perpendicular entre la fresa y el punto de medida, dará lugar a contactos iniciales en los bordes de la fresa y no en la superficie por igual.
- Un perfil curvo en la superficie de ensayo da lugar a un primer contacto que no es uniforme en toda la superficie.
- Las turbinas de aire poseen un cierto juego axial que da lugar a cierta ambigüedad en la posición absoluta de perforación.

La acumulación de estos problemas puede dar lugar a una grave degradación de la calidad de las tensiones residuales obtenidas en las profundidades más próximas a la superficie. Además, estos problemas no se pueden detectar con la mera inspección de las deformaciones.

Como el establecimiento del cero es diferente en los dos equipos que se han utilizado en esta Tesis, se va a explicar por separado.

B.4.1. Establecimiento del cero en el taladro RS-200.

El cero se realiza en este equipo de manera manual y para ello existen varias técnicas. Hay que tener en cuenta que la división de escala del micrómetro que posiciona el taladro es de 20 μm . Este será el paso utilizado en todos los casos, no considerando posiciones intermedias ya que complicaría el posicionamiento del taladro a lo largo del ensayo. Además, siempre nos aseguraremos que la fresa haya atravesado la banda y el adhesivo. Esta manera de considerar el cero en el taladro se ha tenido en cuenta a la hora de la estimación de la incertidumbre debida a esta fuente (sección 4.4).

Se procede así posicionando la fresa cerca de la roseta pero sin tocarla, se acciona el taladro y se va bajando este por medio del micrómetro lentamente.

Cuando la fresa toca la superficie de la probeta se produce un cambio en el sonido de la turbina (se escucha normalmente un sonido más agudo). Entonces se continúa rotando el micrómetro hasta alcanzar la próxima marca de división de escala. Esta profundidad se establece como profundidad cero.

Este procedimiento asociado al cambio del sonido de la turbina no es siempre fácil de distinguir y hace falta un operario experimentado que conozca muy bien el equipo y sea capaz de distinguir perfectamente los diferentes sonidos.

Otra alternativa a la anterior se basa en la observación oblicua del orificio en el proceso de descenso del taladro (figura 4.3). Para ello se sigue el procedimiento anterior, pero se eleva el taladro cada vez que se alcanza una nueva división de escala en el micrómetro para poder observar la evolución del orificio. Cuando se observa una reflexión de la luz, típica de materiales metálicos, quiere decir que se ha alcanzado el cero. Para facilitar el proceso se pueden utilizar fuentes de luz externas, lentes magnificadores y se puede colorear, previamente al pegado de la galga, la superficie del orificio mediante un rotulador indeleble de color brillante, para facilitar la observación de la reflexión de la luz.

La figura B.17 muestra el proceso de establecimiento de la posición cero en un ensayo real.

Posición inicial

Perforación parcial

Perforación total
donde se aprecia el
brillo metálico
característico.

Figura B.17: Establecimiento del cero en el taladro RS-200.

B.4.2. Establecimiento del cero en el taladro MTS3000.

En este equipo el cero se establece de forma automática por contacto eléctrico. El equipo aplica un bajo voltaje entre dos conectores y mide la resistencia eléctrica entre la superficie del material y la fresa. Al estar el taladro aislado de la superficie de la probeta, cuando se produce el contacto eléctrico entre la fresa y la probeta el circuito se cierra y queda determinado el cero en profundidad.

Para ello se conectan dos conectores, uno entre el sistema de control electrónico y la turbina, y el otro entre el sistema de control electrónico y la pieza (figura B.18). El punto de contacto de la pieza debe ser conductor de la electricidad.

Posteriormente se posiciona la fresa cerca de la superficie y se selecciona “Positioning Endmill on Surface” en el software encargado del control del equipo, denominado Restan 6.39 (figura B.19). Entonces el taladro empieza a girar y avanza lentamente ($5 \mu\text{m/s}$) hasta que se cierra el circuito, momento en el que se para automáticamente el proceso.

Figura B.18: Conexión de los cocodrilos a la turbina y a la probeta para la detección del cero [sintechnology.com].

Figura B.19: Pantalla de control del posicionamiento en cero del software Restan 6.39 [sintechnology.com].

B.5. Taladrado del orificio.

Antes de comenzar a realizar el taladro se debe decidir el número de incrementos para completar la profundidad del agujero que se va a realizar. Normalmente se elige un número grande de incrementos equiespaciados que no tiene por qué coincidir con las profundidades donde se evaluarán las tensiones residuales. Esto es así para asegurar que las medidas de deformaciones son fiables (deberían ser curvas suaves) y para poder elegir después, si fuera necesario, distintas distribuciones de puntos donde evaluar las tensiones.

La Norma ASTM E837-13 recomienda una velocidad de rotación de entre 20.000 y 400.000 r.p.m. para minimizar la introducción de tensiones residuales mediante el mecanizado.

Como el taladrado es muy diferente en los dos equipos, se explicarán a continuación de forma separada.

B.5.1. Taladrado del orificio en el equipo RS-200.

Como ya se ha mencionado, la división de escala del micrómetro que posiciona el taladro en altura es de 20 μm . Para evitar complicaciones con el posicionamiento, solo múltiplos de esta cantidad son considerados para la distribución de profundidades.

Además, con el tipo de rosetas utilizadas la profundidad máxima de evaluación de las tensiones es de aproximadamente 1 mm, por lo que se toman 50 incrementos de 20 μm . Es recomendable llegar hasta por lo menos 1.10 mm de profundidad, ya que estas profundidades extras podrían ser de utilidad en distintos cálculos.

El procedimiento experimental se realiza conectando el taladro a una fuente de aire comprimido (figura B.20). La apertura y cierre de la válvula de aire comprimido se realiza mediante un pedal. Es importante, para evitar problemas en la calidad en el acabado del orificio, que la velocidad de giro de la fresa sea inferior a las 80.000 r.p.m., o lo que es lo mismo, que la presión de aire de entrada no supere los 0.75 bar. A estas conclusiones se ha llegado mediante pruebas experimentales. Sin embargo, las condiciones de funcionamiento quedan lejos de las recomendadas por el fabricante, caracterizadas por una presión de trabajo de 2.75 bar.

Para la realización del ensayo se parte de la posición cero en profundidad, se acciona el aire comprimido y se gira muy lentamente el micrómetro hasta bajar 20 μm (el giro debe ser con velocidad de rotación constante y se debe completar en 5 segundos como mínimo). Posteriormente se eleva la turbina, quitando la fresa del fondo del orificio, y se corta el suministro de aire a la turbina. El siguiente paso será el registro de las deformaciones liberadas que será explicado en la sección B.6.

El ensayo se completa repitiendo este procedimiento hasta alcanzar la profundidad total del orificio.

Cabe destacar aquí la posibilidad de realizar el orificio mediante taladrado orbital. El taladrado orbital consiste en dejar deliberadamente una pequeña excentricidad entre el centro de la roseta y el de la fresa y hacer un movimiento orbital, cuyo centro coincide con el centro de la roseta de galgas extensométrica [Pfeiffer07]. Aunque el fabricante de este equipo recomiende esta técnica en el manual de instrucciones, y aunque esta técnica permita reducir las fuerzas de corte y favorecer la disipación de calor [Grant06], la implementación de esta técnica es tremendamente tediosa, especialmente cuando se consideran muchos puntos en profundidad, pues se debe realizar un giro de 360° del taladro de forma manual. Además, debido a la antigüedad del equipo, los resultados

obtenidos no son en general satisfactorios, tanto en el establecimiento de la excentricidad deseada como en las deformaciones medidas.

Figura B.20: Taladro RS-200 preparado para la realización de un ensayo [vishaypg.com].

B.5.2. Taladrado del orificio en el equipo MTS3000.

En el taladro MTS3000 el orificio se practica de forma automática. Además, este proceso se encuentra relacionado estrechamente con la medida de deformaciones que será explicada en la sección B.6, por lo que antes de realizar el ensayo se deben especificar tanto las propiedades del material (E y ν), como la instrumentación a utilizar (expressoDAQ DQ430) y la roseta de galgas utilizada y sus parámetros.

La roseta de galgas será alguna de las contenidas en la tabla B.1 y los parámetros se proporcionan en el embalaje de las galgas. La figura B.21 muestra los parámetros de una galga CEA-06-062UM-120 del fabricante Vishay.

La entrada de aire comprimido (unos 8 bar) se conecta al sistema de control electrónico, de manera que no existe un control sobre la presión de salida hacia la turbina y la velocidad de rotación de esta. La turbina rota según el fabricante a 400.000 r.p.m.

El proceso de taladrado comienza con la configuración del equipo mediante el programa Restan 6.39. En la ventana de configuración (figura B.22) se configura el número de incrementos y la profundidad de los mismos. Este equipo permite cualquier valor de las profundidades, sin embargo se debe respetar la mínima resolución mecánica. Para una profundidad total de 1.10 mm se eligen 44 pasos constantes de 0.25 μm , para que los múltiplos coincidan con las profundidades consideradas en la Norma ASTM E837.

VISHAY MICRO-MEASUREMENTS & SR-4 Residual Stress STRAIN GAGES		
FOR COMPLETE TECHNICAL DATA VISIT WWW.VISHAY.COM/REF/STRAIN/GAGES		
	GAGE RESISTANCE IN OHMS	TC OF GAGE FACTOR 1%/100 °C
	120.0±0.4%	(+1.2±0.2)
GRID	GAGE FACTOR @ 24 °C	TRANSVERSE SENSITIVITY
1	2.075±0.5%	(+0.8 ±0.2)%
2	2.085±0.5%	(+0.8 ±0.2)%
3	2.075±0.5%	(+0.8 ±0.2)%
NOM	2.08 ±1.0%	
THERMAL OUTPUT COEFFICIENTS FOR 1018 STEEL		
ORDER	FAHRENHEIT	CELSIUS
0	-1.68E+2	-6.33E+1
1	+4.19E+0	+4.37E+0
2	-3.08E-2	-7.89E-2
3	+7.01E-5	+3.78E-4
4	-4.10E-8	-4.30E-7
FOL LOT NUMBER		BATCH NUMBER
A66AD885		VF378405
ITEM CODE	QUANTITY	CODE
3671	5	161212

CEA-06-062UM-120		

Figura B.22: Datos sobre las bandas extensométricas suministrada por el fabricante (parte posterior de las carpetas que contienen cinco bandas extensométricas).

El siguiente paso después de configurar todo correctamente, que será explicado en la siguiente sección, es el comienzo del ensayo en la ventana de gestión del ensayo.

Figura B.22: Pantalla de configuración del ensayo en el software Restan 6.39 [sintechnology.com].

B.6. Registro de las deformaciones liberadas en cada incremento en profundidad y medida del diámetro del orificio y la excentricidad.

El penúltimo paso en el ensayo de tensiones residuales por el método del taladro incremental consiste en medir, tanto las deformaciones liberadas mientras se practica el orificio, como el diámetro de este y la excentricidad entre el centro del mismo y el centro de la roseta de galgas.

B.6.1. Registro de las deformaciones liberadas.

El registro de las deformaciones es diferente según el equipo utilizado, por lo que se distinguirá cada caso.

B.6.1.1. Registro de las deformaciones liberadas con el taladro RS-200.

El software que acompaña al sistema de adquisición de datos es el StrainSmart v3.10. Desde el software se realizan las operaciones de configuración previas a la realización del taladro y las correspondientes a la adquisición de datos.

Tras introducir el nombre dado para el ensayo y los comentarios oportunos, se introduce la información concerniente a la roseta de galgas extensométricas (figura B.22).

A continuación se elige el material y se introducen los valores del módulo de Young y el coeficiente de Poisson, que normalmente se obtienen de la bibliografía.

En el siguiente paso se configura la información del equipo de adquisición de datos, incluyendo la asignación de los distintos canales a cada galga y la calibración adecuada para el tipo de ensayo que se va a realizar (en este caso la opción Cal A).

En el paso siguiente se debe elegir cómo se quieren registrar los datos. La manera más adecuada es elegir el registro manual con un intervalo de registro de, por ejemplo, 2 segundos. De esta manera podremos hacer la media en cada profundidad con las deformaciones grabadas en un periodo de tiempo. Aunque el registro manual requiere de una mayor atención en el transcurso del taladrado del orificio, nos permite tener mayor control de los datos que queremos registrar y minimizar las desviaciones en el tratamiento posterior de los datos.

El siguiente paso consiste en hacer cero en el sistema de adquisición de datos (cero en deformaciones) antes de comenzar a medir y establecer la calibración previa (shunt calibration). En este punto el sistema de adquisición avisaría con un mensaje de aviso y/o error si existiera algún error en la soldadura o las conexiones. Sin embargo, seguramente ya sería demasiado tarde para corregir estos errores sin empezar de nuevo desde cero con el ensayo. Si no aparecen errores ni avisos se puede considerar el sistema bien configurado y se puede armar el sistema.

La figura B.23 muestra la ventana donde se muestran las deformaciones medidas en las tres galgas (cada una en un color diferente) frente al tiempo. Para registrar los datos, y debido a que anteriormente se ha elegido modo manual, hay que pulsar el botón verde cada vez que se pretenda guardar los datos que se están midiendo en tiempo real. Al finalizar el proceso de taladrado se pulsa el botón cuadrado rojo de la parte superior de la pantalla para terminar con la adquisición de datos.

Figura B.23: Pantalla de visualización de deformaciones de StrainSmart v3.10 [vishaypg.com].

Es importante conocer que, después del taladrado del orificio en cada paso y tras levantar el taladro y cortar el suministro de aire (sección B.5.1), existe un periodo de estabilización de las deformaciones. Las deformaciones solo se registrarán después de que se observe visualmente que las deformaciones se han estabilizado (normalmente en un periodo posterior de entre 5 y 30 segundos) y se registrará un periodo de unos 20 segundos para tener una muestra aceptable de datos en cada profundidad.

Además, es muy práctico, para evitar posibles desviaciones en el postprocesado de datos, que el operario apunte independientemente y de forma aproximada las deformaciones que observa en la pantalla en cada profundidad.

Por último se guardarán los datos en la computadora para su posterior procesado.

B.6.1.2. Registro de las deformaciones liberadas con el taladro MTS3000.

En el taladro MTS3000 el orificio y la toma de datos se realiza a la vez y de forma automática.

Un retardo programable (normalmente de 3 segundos) permite dejar estabilizar a las deformaciones antes de empezar a grabarlas.

Al pulsar “start test” en la ventana de gestión del ensayo (figura B.24), el software Restan 6.39 pide al usuario que ponga a cero las deformaciones medidas por el equipo de adquisición de datos. Posteriormente comienza el ensayo y se muestra en pantalla la profundidad actual del taladro (figura B.25) y las deformaciones medidas durante el proceso (figura B.24).

Figura B.24: Pantalla de gestión del ensayo en el software Restan 6.39, donde se puede observar las deformaciones medidas a lo largo del ensayo [sintechology.com].

El taladrado y la adquisición de datos continúan de forma automática hasta que se alcanza la profundidad objetivo.

Figura B.25: Pantalla de profundidad actual del software Restan 6.39 [sintechology.com].

B.6.2. Medida del diámetro del orificio.

Los dos equipos permiten medir el diámetro del orificio practicado por medio del objetivo que incorporan.

En el caso del RS-200 el objetivo presenta una cruceta que está dividida en una escala para medir directamente el diámetro del orificio. En el caso del MTS3000, unos relojes comparadores miden el movimiento en X e Y de la cruceta que puede desplazarse mediante los tornillos de posicionamiento horizontal (figura B.16).

Esta opción de medida en ambos equipos es muy cómoda, pues se realiza inmediatamente después de practicar el orificio, sin mover la muestra y sin la necesidad de realizar grandes montajes, solo necesitando sustituir los respectivos taladros por sus objetivos.

Sin embargo, la medida con el objetivo no es la opción ideal ya que se presentan algunos problemas que dificultan la medida del diámetro si se realiza de esta manera. En primer lugar, el orificio y la roseta quedan cubiertos de una capa de suciedad (virutas, lubricante) que conviene retirar antes de la medida pues dificultan la correcta visión. Se puede usar aire comprimido y/o gasas para la limpieza. De la misma manera, en algunas rosetas queda una rebaba alrededor del orificio que conviene retirar para que no entorpecer la visión directa del orificio. Además, pequeños desplazamientos en la posición en el plano horizontal de nuestro ojo hace que la cruceta se desplace levemente (pero no de forma despreciable) en este plano.

Por estas razones es preferible medir el diámetro del orificio utilizando un instrumento de medida externo. En el CLUPM se utiliza un proyector de perfiles de la marca Topcon modelo VP-300 con unos tornillos micrométricos con división de escala digital de $1\text{ }\mu\text{m}$ y analógica de $20\text{ }\mu\text{m}$. El equipo se muestra en la figura B.26. Alternativamente se puede utilizar otros instrumentos como el microscopio confocal.

Figura B.26: Proyector de perfiles Topcon VP-300, bandeja portamuestras y tornillos micrométricos con pantalla digital (b) y objetivo 50x (c).

El procedimiento de medida del diámetro del orificio con el proyector de perfiles es el siguiente:

1. Se desplaza la bandeja (figura B.26(b)) hacia la derecha asegurándonos que queda suficiente recorrido en el tornillo micrométrico para la medición.
2. Se selecciona el objetivo de 50 aumentos (figura B.26(c)).
3. Se coloca la probeta sobre la bandeja, dejando un borde del orificio cerca de la línea vertical de la cruceta.
4. Se gira el tornillo micrométrico posicionando exactamente la línea vertical de la cruceta en el borde del orificio y se hace cero en la pantalla digital.
5. Se gira el tornillo micrométrico hasta posicionar la línea vertical de la cruceta en el borde opuesto y se anota la medida.
6. Se rota la probeta 90° y se repiten los pasos 3 a 5.
7. La medida del diámetro será la media de las medidas en los dos ejes X e Y.

Es recomendable repetir las medidas varias veces para minimizar las desviaciones experimentales.

B.6.3. Medida de la excentricidad.

El taladro RS-200 no permite medir directamente la excentricidad.

Por el contrario, el taladro MTS3000 permite medir la excentricidad directamente por medio del objetivo y los relojes comparadores que incorpora.

Para ello se deben medir las distancias X_1 , X_2 , Y_1 e Y_2 tal como se muestran en la figura B.27, suponiendo que la posición original coincide con el centro de coordenadas de X e Y . De esta manera la excentricidad puede ser calculada mediante las siguientes fórmulas:

$$e_x = \frac{X_1 - X_2}{2} \quad (B.1)$$

$$e_y = \frac{Y_1 - Y_2}{2} \quad (B.2)$$

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \quad (B.3)$$

Sin embargo, se prefiere no utilizar esta técnica ya que nos encontraríamos con los mismos problemas descritos en la medida del diámetro utilizando un objetivo. Además el centro de coordenadas supuesto no tiene por qué coincidir con el centro de la roseta, ya que puede haber desviaciones en la alineación horizontal del taladro (ver sección B.3.3.2).

La alternativa utilizada es la medición de la excentricidad por medio del proyector de perfiles Topcon VP-300. El procedimiento de medición sería análogo al descrito en el caso de la medida del diámetro pero midiendo otras distancias distintas.

Como al mover la probeta perdemos las referencias del centro de la roseta, necesitamos seleccionar unas nuevas. Estas nuevas referencias serán elegidas en función de los

distintos patrones que aparecen dibujados en las rosetas. Por ejemplo, en la figura B.28 se muestran las referencias seleccionadas para la roseta tipo A CEA-XX-062UL-120, donde se muestran además las tres distancias a medir según el eje Y : Y_1 , Y_2 e Y_3 . Las distancias según el eje X serían análogas pero girando la probeta 90° en sentido antihorario. Es importante respetar los ejes representados (ejes del orificio) y las galgas. Este sistema de referencia es el utilizado en la corrección desarrollada en esta Tesis para las deformaciones en presencia de orificios excéntricos.

Figura B.27: Parámetros necesarios para calcular la excentricidad directamente con el taladro MTS3000 [AIAS10].

En otras rosetas las referencias se eligen de forma similar, utilizando los patrones que tengan dibujadas cada una de ellas.

De este modo, la excentricidad puede ser calculada con el uso de las siguientes fórmulas:

$$e_x = \frac{X_2 + X_1 - X_3}{2} \quad (B.4)$$

$$e_y = \frac{Y_2 + Y_1 - Y_3}{2} \quad (B.5)$$

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \quad (B.6)$$

En la figura B.28 también se puede observar como el orificio está bien definido: está limpio de virutas y lubricante y la rebaba del borde ha sido retirada para facilitar la visión cenital.

Figura B.28: Parámetros necesarios para calcular la excentricidad con el proyector de perfiles Topcon VP-300.

B.7. Cálculo de las tensiones residuales.

Una vez que ya disponemos de las deformaciones relajadas durante el ensayo, del diámetro del orificio, de la excentricidad y se conoce tanto el módulo de Young como el coeficiente de Poisson del material objeto de estudio, se pueden calcular las tensiones residuales originales del material.

Las tensiones objeto de medida son no uniformes en profundidad. Para este tipo de tensiones existen diferentes métodos de cálculos caracterizados por distintos algoritmos. El método más empleado es el conocido como método integral y es el que se utiliza en el CLUPM.

En esta Tesis se ha utilizado la implementación en Matlab del método integral (capítulo 3) así como las variantes necesarias para la corrección de la excentricidad, la corrección por geometría real del orificio o la estimación de incertidumbres por el MCM.

También se han utilizado diferentes softwares comerciales que tienen ya implementado este método. Sin embargo, esta utilización ha sido en menor medida, ya que los programas comerciales no disponen de la flexibilidad que ha sido necesaria para el desarrollo de esta Tesis.

Entre los softwares comerciales encontramos H-Drill en sus versiones 2.33 y 3.30. Ambas versiones contemplan el método integral y además la versión 3.30 incluye los cálculos descritos en la Norma ASTM E837-08. Este software fue desarrollado por Gary Schajer, padre del método integral y es suministrado por el fabricante del taladro RS-200. Es independiente del software de adquisición de datos StrainSmart v3.10 y en él se deben introducir los datos de inicio de manera manual. Por esta razón es de gran ayuda la programación de macros en Excel que faciliten las tareas de postprocesado de deformaciones y de introducción de deformaciones y demás datos necesarios en H-Drill.

Las macros también son muy útiles en la exportación de datos a otras aplicaciones para representar las gráficas de una manera más apropiada. Para más información se puede consultar el manual de usuario de este programa [Schajer11].

Por parte del fabricante SINT Technology y el taladro MTS3000 se presenta el software Eval en su versión 7.13. Este software está íntimamente ligado al Restan 6.39 y recoge automáticamente los datos necesarios de allí. Como en el caso del H-Drill v3.30 también contempla la Norma ASTM E837-08. Para más información se puede consultar el manual de usuario [SINT15b].

Anexo C

Dispositivo de flexión en cuatro puntos.

C.1. Introducción.

Debido a que no existen patrones de tensiones residuales, no es nada fácil evaluar la precisión y exactitud de las distintas técnicas de medida. Como alternativa, se pueden utilizar dispositivos que induzcan distribuciones de tensiones residuales conocidas en los materiales.

Siguiendo esta alternativa, se va a diseñar y construir un dispositivo de flexión en cuatro puntos, que proporciona distribuciones de tensiones residuales lineares no uniformes de magnitud conocida por medio de la teoría de la elasticidad.

El dispositivo recoge las características técnicas recomendadas por [Yerman96], que realizó una extensa evaluación en laboratorio de este dispositivo.

C.2. Criterios de diseño.

Se han considerado los siguientes criterios de diseño en la construcción del dispositivo:

- Proporcionar probetas con distribuciones uniaxiales de tensiones con magnitud conocida. Como la mayoría de tensiones residuales en situaciones reales son no uniformes y es el caso que ocupa a esta Tesis, la distribución lineal no uniforme permite una evaluación de la precisión y exactitud en este tipo de casos.
- Proporcionar un estado tensional en las probetas elástico y constante en el tiempo para que este no se vea afectado en el transcurso de la realización de la medida.
- Construcción de un dispositivo robusto, portátil, reutilizable y de fácil manejo.
- Determinación directa del estado tensional de la probeta a partir del equilibrio partiendo de la medida de la carga, las deformaciones, los desplazamientos, etc.
- Utilización de probetas de dimensiones compatibles con la norma ASTM E837 y suficientemente grandes como para que el taladrado del orificio no afecte significativamente al estado tensional de las mismas.
- Utilización de probetas baratas y fáciles de obtener.

- Inducción de las tensiones residuales en una zona suficientemente amplia para poder realizar varios ensayos en una misma probeta.
- Compatibilidad del dispositivo de flexión y las probetas con otros tipos de medidas de tensiones residuales.
- Carga manual de las probetas en el dispositivo, sin necesidad de complejos métodos de carga.

C.3. Diseño seleccionado.

Con los criterios propuestos se diseñó un dispositivo de flexión en cuatro puntos para probetas con forma de paralelepípedo que permitiera una zona de trabajo de hasta 120 mm de longitud (figura C.1).

Figura C.1: Esquema del dispositivo de flexión en cuatro puntos.

El dispositivo permite ensayar probetas a tracción (parte superior de las mismas) en régimen elástico y está formado por dos placas laterales, un soporte central, cuatro pines endurecidos, un empujador y un tornillo de empuje. La robustez está asegurada por el gran espesor de las piezas que conforman el dispositivo.

La carga se aplica mediante el giro del tornillo de empuje a través de una rosca en el soporte central. El tornillo gira libremente en el empujador que tiene apoyados dos pines endurecidos. Los otros dos pines, además de conectar las placas laterales, para asegurar la cohesión del dispositivo, sirven de apoyo a la probeta. Los pines giran libremente para reducir la fricción entre estos y la probeta y que esta fricción no afecte a la efectividad de la carga.

El conjunto está fabricado en acero al carbono y las dimensiones de este (300x170x54 mm) permiten que sea portátil y que pueda realizarse la carga y el ensayo de forma vertical

u horizontal. El taller Cabello S.L. ha sido el encargado de la fabricación y montaje del dispositivo.

Las imágenes de la figura C.2 muestran el dispositivo final ya construido junto con una probeta en la que se ha realizado un ensayo de medida de tensiones residuales.

Figura C.2: Imágenes del dispositivo de flexión en cuatro puntos construido.

C.4. Probetas.

Las dimensiones admisibles de las probetas según el dispositivo diseñado comprenden longitudes mayores a 250 mm, anchuras menores a 30 mm y espesores variables. En concreto, se han elegido las dimensiones 280x25x9 mm, conformes a la Norma ASTM E837.

Se ha elegido como material para las probetas el Al2024-T351 ($E = 73.1$ GPa, $\nu = 0.33$) debido a la facilidad de carga, disponibilidad y por ser un material utilizado habitualmente en tratamientos por la técnica LSP. La empresa encargada de suministrar el material y mecanizar las probetas ha sido Ramem S.A.

En las probetas elegidas la carga puede realizarse manualmente con ayuda de una llave. La estabilidad en el tiempo queda asegurada mediante los componentes roscados del dispositivo.

La tabla C.1 muestra la composición del aluminio utilizado.

Tabla C.1: Composición de las probetas de Al2024-T351 según el suministrador.

	Al	Cr	Cu	Fe	Mg	Mn	Si	Ti	Zn	Otros
Composición [% en peso]	93.148	0.001	4.507	0.096	1.484	0.612	0.047	0.0262	0.053	0.0258

C.5. Caracterización del estado tensional.

Admitiremos que la probeta en flexión se mantiene dentro de los límites de elasticidad proporcional. También admitiremos la hipótesis de Bernouilli (o que las secciones planas antes de la deformación se mantienen planas después de ella) y que las deformaciones son lo suficientemente pequeñas para que la acción de las fuerzas no se vea modificada por la deformación.

Despreciando el peso propio de la probeta frente a las cargas aplicadas, los diagramas de esfuerzos cortantes (**V**) y momentos flectores (**M**) son los representados en la figura C.3. Se observa que los esfuerzos en la zona central de la probeta son constantes.

Figura C.3: Diagrama de esfuerzos cortantes y momentos flectores.

En estas condiciones se considera que la probeta está sometida a flexión pura en el tramo L_2 [Ortiz02]. La ley de Navier enuncia que en una sección sometida a flexión pura, los módulos de las tensiones son directamente proporcionales a sus distancias a la línea neutra. En nuestra probeta de sección rectangular las tensiones normales se distribuirían tal como se muestra en la figura C.4.

La manera de obtener la tensión normal máxima (y por tanto el estado tensional) dependerá de la magnitud de medida que seleccionemos. Se puede optar por medir la flecha de la probeta, la curvatura de la misma, la carga inducida por el tornillo mediante una célula de carga, etc.

Figura C.4: Distribución de tensiones en la probeta [Guha15].

Sin embargo, la manera más sencilla de hacerlo es aprovechar la roseta de galgas extensométrica que se va a utilizar en el ensayo del taladro incremental. Para ello se coloca una de las galgas alineada en la dirección longitudinal de la probeta y se mide directamente la deformación de la cara superior (deformación máxima) con un sistema de adquisición de datos.

Mediante la aplicación de la ley de elasticidad de Hooke en 1D se obtiene el estado tensional en la cara superior:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (C.1)$$

C.6. Planos.

A continuación se muestran los planos suministrados al taller que fabricó el dispositivo de flexión en cuatro puntos.

Anexo D

Medidas de tensiones residuales por difracción de rayos X.

D.1. Introducción.

La difracción de rayos X es una técnica aplicada ampliamente en la caracterización de materiales cristalinos. Tradicionalmente el método ha sido empleado para análisis cualitativo y cuantitativo de fases y para la determinación de la estructura cristalina. Actualmente las aplicaciones se han extendido hasta la determinación de imperfecciones estructurales y la medida de tensiones residuales.

D.2. Generación de rayos X.

Los rayos X interaccionan con la materia a través de los electrones que la forman y que se están moviendo a velocidades mucho menores que la de la luz. Cuando la radiación electromagnética X alcanza un electrón cargado éste se convierte en fuente de radiación electromagnética secundaria dispersada.

Los rayos X que más interesan en el campo de la cristalografía son aquellos que disponen de una longitud de onda próxima a 1 Angstrom o rayos X "duros", con una frecuencia de aproximadamente 3 millones de THz y a una energía de 12.4 keV.

Los equipos que se utilizan en los laboratorios para producir estos rayos X son sencillos. Disponen de un generador de alta tensión (50.000 voltios), que se aplica al llamado tubo de rayos X, donde se produce la radiación. El tubo de rayos X está constituido por dos electrodos (cátodo y ánodo), una fuente de electrones (cátodo caliente) y un blanco. Los electrones se aceleran mediante una diferencia de potencial entre el cátodo y el ánodo. La radiación es producida justo en la zona de impacto de los electrones y se emite en todas direcciones.

La generación de los rayos X es provocada por dos procesos de distinto origen:

- Producción de la denominada "brehmstrahlung" (radiación de frenado): cuando un electrón de alta energía pasa cerca del núcleo se desvía debido a la interacción electromagnética. Como consecuencia de este proceso de desvío, el electrón pierde energía en forma de un fotón, cuya energía (longitud de onda) puede tomar cualquier valor (figura D.1).

Figura D.1: Esquema de la emisión de rayos X por radiación de frenado [icmm.csic.es].

- Producción de rayos X característicos de un metal: un electrón de alta energía puede producir la salida de un electrón cercano al núcleo. La vacante así producida se rellena por el salto de otro electrón de una capa superior, con mayor energía. Esa diferencia de energía entre niveles (característica del átomo) se transforma en radiación X característica, con una longitud de onda (energía) determinada.

Figura D.2: Producción de rayos X según el mecanismo típico en un metal [icmm.csic.es].

En los equipos, la radiación que se utiliza para en cristalografía suele tener una única longitud de onda y para ello se suelen utilizar los llamados monocromadores.

Los dispositivos empleados actualmente en los laboratorios de caracterización son los difractómetros de rayos X, ya sean fijos o portátiles (figura D.3):

- Fijos: generalmente llevan tubos de altas potencias ($\approx 2\text{kW}$) y la muestra se sitúa dentro del difractómetro. Permite más variedad de análisis.
- Portátiles: utilizan tubos menos potentes ($\approx 200\text{W}$), tienen un menor tamaño y son fáciles de transportar. Tienen un menor recorrido del haz, unos 10 cm frente a los 20 cm de los dispositivos fijos y, por lo tanto hay una menor absorción en el aire. El dispositivo móvil se sitúa sobre la muestra, la cual no se mueve, solo se desplaza el ensamblado del tubo RX y los detectores. Se mueve permitiendo su adaptación a muestras grandes o situándose sobre grandes estructuras. Tienen colimadores que limitan área irradiada y dos detectores de posición para medir en las caras opuestas del cono de difracción.

Figura D.3: Dispositivo de difracción de rayos X fijo (izquierda) y portátil (derecha) [icmm.csic.es].

D.3. Física del proceso de difracción de rayos X por redes cristalinas.

El fenómeno de difracción es debido esencialmente a la relación de fases entre todas las ondas reflejadas por cada celda unidad de un cristal. Las diferencias de camino óptico conducen a diferencias de fase que a su vez producen un cambio en la amplitud. Cuando las ondas están completamente desfasadas se anulan entre sí. Por el contrario, si dos ondas están en fase, la amplitud de la onda final es la suma de las amplitudes de cada una. Puesto que un cristal está compuesto de miles de celdas unidad, esto resulta en un haz de bastante intensidad que puede ser medido fácilmente con un detector de rayos X.

La condición para que las ondas estén en fase es que la diferencia de sus caminos ópticos sea cero o un número entero n de la longitud de onda. En un cristal, la diferencia en el camino óptico entre átomos situados en posiciones equivalentes en distintas celdas unidad es $2d \sin\theta$ donde d es la distancia entre los planos imaginarios que unen puntos equivalentes de la red cristalina. Es decir, para que se observe difracción de rayos X en un ángulo de observación θ , se debe cumplir la expresión conocida como Ley de Bragg (figura D.4):

$$n\lambda = 2d \cdot \sin(\theta) \quad (\text{D.1})$$

Esta ecuación de Bragg tiene una interpretación sencilla, y es que, cuando en la interacción cristal-radiación se produce una situación de máximo de difracción, la radiación incidente se refleja en la secuencia paralela de planos cristalinos de índices hkl y espaciado d_{hkl} .

La ley de Bragg permite sacar algunas conclusiones:

- Los planos reticulares se comportan como espejos que reflejan los rayos X sólo en algunas posiciones dadas por:

$$\theta = \arcsen \frac{n\lambda}{2d} \quad (\text{D.2})$$

- Para unas condiciones experimentales dadas (λ y d) se obtienen valores discretos del ángulo de difracción θ que corresponden a los diferentes valores del número entero n .
- No hay infinitos órdenes de difracción ($\sin \theta \leq 1$) y su número máximo depende de las condiciones experimentales (cristal y longitud de onda):

$$n_{max} = \frac{2d}{\lambda} \quad (D.3)$$

- La geometría de la difracción (los ángulos de difracción θ) depende sólo de la geometría de la red.
- La ecuación (D.1) encierra las típicas relaciones de reciprocidad de la difracción; entre espaciado interplanar y ángulo dispersado, a menor espaciado, mayor ángulo y viceversa; e igualmente las redes directas con celdillas elementales grandes producen haces muy próximos, y al revés.
- Si se considera que d_{hkl} es una constante de la muestra, al disminuir la longitud de onda incidente, la ecuación de Bragg nos indica que los ángulos de difracción (θ) serán menores y por lo tanto el espectro se contrae, pero por contra se pueden obtener más órdenes de difracción y disponer así de mayor resolución estructural.

Figura D.4: Difracción de Bragg. Interferencia constructiva (izda.) y destructiva (dcha.) [en.wikipedia.org].

D.4. Aplicación de la técnica de difracción de rayos X a la determinación de tensiones residuales.

D.4.1. Principios y teoría.

Cuando hay presencia de micro o macrotensiones en un material se produce una variación en su distancia interplanar, es decir, una deformación de la red causada por ese estado de tensiones.

Cada grano dentro de la muestra tiene una orientación distinta, y aquellos en cuyos planos se cumpla la condición de Bragg serán los que contribuyan a la intensidad de pico de

difracción para la región estudiada. Será la variación de la distancia entre planos de estos granos la causante del desplazamiento de pico observado en el difractograma. Si la distancia se incrementa, θ disminuye y el pico se desplaza hacia la izquierda.

Para una u otra inclinación (ψ) que se le dé a la muestra, habrá unos u otros granos generando el pico de difracción. Por lo tanto, en cada dirección habrá una deformación característica.

$$\varepsilon_{\psi} = \frac{d_{\phi\psi} - d_0}{d_0} \quad (D.4)$$

Para poder llegar a esta expresión, que determina tensiones a partir de la variación en d , hay que relacionar primero las tensiones con las deformaciones. Para ello hay que recurrir a la teoría de la elasticidad.

Suponiendo que se tiene un comportamiento elástico, la relación entre tensión y deformación será lineal y determinada por la constante de elasticidad o módulo de Young (E), tal como se muestra en la expresión (C.1).

Si además asumimos que tenemos un estado de tensiones biaxial, la relación entre deformación transversal y longitudinal será

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (D.5)$$

Se asume un estado de tensiones plano $\varepsilon_z = 0$ (ausencia de tensiones aplicadas sobre la superficie z), aunque si existe la componente perpendicular de la deformación $\varepsilon_z = 0$, como resultado de la contracción del coeficiente de Poisson causada por las dos tensiones principales. Así, se puede relacionar ya tensión y deformación:

$$\varepsilon_z = -\nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \frac{-\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \quad (D.6)$$

Cuando la profundidad de penetración de los rayos X es pequeña (como ocurre en el caso de los aceros), al considerar el estado de tensión plana no se comete una gran desviación, a menos que el material presente elevados gradientes de tensiones.

Sustituyendo el resultado en (D.4), resulta:

$$\frac{d_n - d_0}{d_0} = \frac{-\nu}{E(\sigma_x + \sigma_y)} \quad (D.7)$$

Esta distribución de tensiones y deformaciones se puede representar gráficamente como muestra en la figura D.5:

Figura D.5: Distancias y orientaciones de planos atómicos de los granos y ángulos y tensiones medidos [Fitzpatrick05].

D.4.1.1. Método del $\sin^2 \psi$

Una vez realizadas las medidas de intensidad y, a partir de los difractogramas generados, se utiliza la ley de Bragg para, obtener un valor concreto de la distancia interplanar en cada inclinación. Gracias a la teoría de la elasticidad, podemos llegar a evaluar las tensiones poniéndolas en función del espacio interplanar:

$$\sigma_\phi = \frac{E}{(1+\nu)\sin^2\psi} \left(\frac{d_{\psi\phi 0} - d_n}{d_n} \right) \quad (D.8)$$

Figura D.6: Imagen esquemática del ajuste para cada punto medido en difracción de rayos X [Fitzpatrick05].

Representando d frente $\sin^2\psi$ al resulta la ecuación (figura D.6):

$$d_\psi = d_0 + d_0 \frac{1+\nu}{E} \sigma \sin^2\psi \quad (D.9)$$

Si se determina, gracias a un ajuste por mínimos cuadrados, el valor de la pendiente m , resulta:

$$m = \frac{1+\nu}{E} \sigma d_0 \quad (D.10)$$

Es decir, conocido el valor de la pendiente y de las constantes del material ν y E , es posible calcular la magnitud de las tensiones residuales:

$$\sigma = \frac{m}{d_0} \frac{E}{1+\nu} \quad (\text{D.11})$$

El método aquí descrito es el llamado Método del $\sin^2\psi$ que es actualmente el más utilizado. Requiere del registro de intensidad para distintas inclinaciones (normalmente unos valores predeterminados como 0° , 45° , 60°).

Existen casos donde los datos no se ajustan bien al caso ideal de una recta, como los mostrados en la figura D.7.

Figura D.7: Representación de los datos para casos no ideales [Lu 96].

La figura D.7(a) presenta un comportamiento llamado desdoblamiento en ψ típico de un material isotrópico con elevadas tensiones de cortadura, la figura D.7 (b) representa uno del tipo oscilatorio, presente en materiales con texturas, la figura D.7 (c) aparecería en el caso de que el tamaño de grano fuera muy grande y la D.7 (d) para casos con muy elevadas tensiones o grandes gradientes que varíen d sobre distancias menores que la resolución del propio método ($<20 \mu\text{m}$).

D.4.1.2. Otros métodos de tratamiento de datos.

Además del método del $\sin^2\psi$ existen otros métodos de tratamiento de datos obtenidos por difracción de rayos X. Entre ellos destacan algunos, como el de medida de dos ángulos, de ángulo único, el método de Marrion-Cohen (para muestras texturadas) o el del tensor completo (para muestras con elevados gradientes de tensión).

Otro método importante es el de Rietveld, que consiste en un ajuste teórico del patrón de difracción considerando los parámetros estructurales o de red, deslizamientos atómicos, anisotropía, tensiones de red, etc. y los parámetros experimentales dependientes de las condiciones de experimentación, sendos parámetros se van ajustando hasta que se produce la convergencia de los valores experimentales y teóricos.

D.4.2. Preparación de muestras y determinaciones preliminares.

D.4.2.1. Características necesarias en las muestras.

Para que pueda darse la condición de Bragg los materiales han de tener una estructura ordenada, es decir, ser cristalinos o semicristalinos. Además para asegurar que en el área irradiada hay varios granos, el tamaño de grano debe ser relativamente pequeño, de entre 10 y 100 micras. También es necesario tener una buena condición de superficie, que esté limpia, con un perfil homogéneo y sin grandes texturas. Además, los resultados son mejores si la muestra es homogénea. Cuando haya varias fases habrá que tomar medidas para cada una de ellas.

D.4.2.2. Alineamiento de la muestra

La Norma ASTM E915 regula la alineación del goniómetro, permitiendo la libertad de las inclinaciones ψ , traslaciones y del giro ϕ de la muestra.

Además, es fundamental la posición de la muestra, su altura y el alineamiento tanto con el haz de Rayos X como con el detector.

Antes de comenzar a medir se ha de calibrar el difractómetro para cada material. Para las calibraciones se dispone de muestras con tensiones conocidas o bien de polvos compactados (desagregados libres de tensiones), en cuyo caso las tensiones registradas han de estar por debajo de ciertos límites (generalmente por debajo de los 10 o 15 MPa). Mediante estos registros previos se asegura la validez de las medidas que se realicen.

D.4.2.3. Localización y desplazamiento del pico de difracción

Tras una medida con DRX obtendremos un difractograma con distintos valores de intensidad para las diferentes longitudes de onda.

- Difractograma generado por el tubo de RX: Representando la intensidad frente a la longitud de onda se obtiene un gráfico donde aparece una señal predominante, marcando una tendencia general, es la llamada “radiación blanca” o ruido de fondo (figura D.8). Destacando sobre ella se verán varios picos bien definidos para determinadas longitudes de onda, son las líneas características. Una de ellas, llamada K_β es generada por el tubo de RX mientras que la otra, K_α es debida a la propia muestra y resulta de utilidad por su elevada intensidad. K_β no da una información útil, pero puede ser eliminada mediante filtros o bien ser diferenciada debido a su baja intensidad (aproximadamente 1/5 de la intensidad de K_α).
- Difractograma generado por la muestra: La línea K_α es en realidad un doblete y normalmente, complicado de separar. Por lo tanto, hay que ingeniárselas para buscar el punto máximo o bien medio que será la posición donde quede finalmente determinado el pico de difracción. Existen diferentes métodos para identificar y localizar esta posición.

Figura D.8: Espectro esquemático que genera el tubo de rayos X [Fitzpatrick05].

D.4.2.4. Determinación del ensanchamiento de pico de difracción.

Además de la información obtenida del desplazamiento de pico, obtenida localizando la posición de éste en el difractograma, se tiene la que genera su posible ensanchamiento. De este modo, se puede añadir al estudio de las macro tensiones, la determinación de microdeformaciones y micro tensiones, generando información sobre la microestructura del material.

D.4.3. Procedimiento experimental.

Los pasos a seguir una vez comienza la medida de tensiones mediante un aparato de rayos X se puede dividir en varias etapas:

- 1) Calentamiento el tubo de RX.
- 2) Calibración del difractómetro de rayos X.
- 3) Medida del perfil de la muestra sin electropulir.
- 4) Medida de tensiones residuales en superficie.

A cada profundidad se realizan medidas de tensiones residuales para diferentes ángulos β (inclinaciones diferentes del tubo). El ángulo β lo forma el tubo de rayos X con la normal a la muestra. Para cada β se recoge una señal de intensidad en cada uno de los dos detectores, que forman con la normal a la superficie de la muestra sendos ángulos ψ (positivo y negativo), tal como se muestra en la figura D.9. De esta forma, el tubo equidista de cada uno de los detectores un ángulo $(\beta - \psi)$ que varía según el material de la probeta que se mida ya que su valor depende del ángulo θ , (para el cual se da el pico de intensidad) que garantiza la condición de Bragg.

Además se mide en dos direcciones, en paralelo y perpendicular a la dirección de avance del tratamiento, son las direcciones llamadas longitudinal (S_1) o transversal (S_3) respectivamente.

Figura D.9: Disposición experimental de los detectores en el difractómetro [protoxrd.com].

5) Electropulido y medida del perfil.

Tras la medida inicial en la superficie se produce el electropulido en la misma zona donde se haya medido, aproximadamente en el centro de la línea seguida para generar el perfil. La sonda del sistema de electropulido (figura D.10) produce un círculo (de unos 8 mm de diámetro) donde se arranca el material. Es necesario volver a medir el perfil para saber la cantidad de material exacta que se ha eliminado.

Figura D.10: Dispositivo para electropulido [protoxrd.com].

A continuación se realiza otra medida de tensiones residuales a esa profundidad y así se procede sucesivamente hasta alcanzar unas 400 micras, profundidad hasta la cual se considerarán válidas las medidas de rayos X.

6) Cambio del tubo de rayos X según materiales y elección del electrolito.

Cada material ha de ser medido con un tubo de rayos X diferente, con cada muestra de distinto material por lo general.

Para saber si el tubo elegido es el óptimo para medir un material, se hace una medida rápida (solo registra durante unos 10 segundos) y se observa si la señal de intensidad contiene algún pico diferenciabile. En el caso de que no haya pico, la señal es bastante horizontal y ha de usarse un tubo diferente.

Anexo E

Información complementaria sobre la propagación de incertidumbres siguiendo el MCM.

E.1. Introducción.

En este anexo se proporciona información complementaria sobre la propagación de incertidumbres siguiendo el MCM. Esta información no ha sido incluida en el capítulo 4 pero es importante si se quieren reproducir los resultados de este trabajo.

En concreto, se explican detalladamente el cálculo de la respuesta térmica de las galgas extensométricas y algunas estrategias seguidas para hacer frente a algunos problemas encontrados en la propagación, debido a la manera en la que habitualmente se presenta la información.

También se incluyen las tablas con las contribuciones a las incertidumbres típicas de las tensiones para cada fuente de incertidumbre que no fueron incluidas en el ejemplo práctico de la sección 4.2.3.

E.2. Respuesta térmica de las galgas extensométricas.

La respuesta térmica de cada una de las tres galgas extensométricas puede ser calculada mediante el método explicado a continuación. Si se desea ampliar la información puede consultarse la referencia [Vishay14]. Otro método alternativo se puede encontrar en la referencia [Montero11].

El fabricante de galgas extensométricas proporciona la respuesta térmica de cada galga (en $\mu\text{m/m}$) como una ecuación polinómica. Esta ecuación primaria se proporciona como la respuesta térmica media de las rosetas de galgas que forman cada lote producido, pero deben hacerse las correcciones necesarias en ella para apartarla a las condiciones particulares de cada ensayo. La forma típica de la ecuación es la siguiente:

$$\varepsilon_{T/O}''' = a_0(T^a)^0 + a_1(T^a)^1 + a_2(T^a)^2 + a_3(T^a)^3 + a_4(T^a)^4 \quad (\text{E.1})$$

donde $\varepsilon'''_{T/O}$ indica la respuesta térmica sin ninguna corrección, (T^a) es la temperatura media durante el ensayo y a_l son los coeficientes de los polinomios proporcionados por el fabricante que son iguales para las tres galgas de la roseta. Por ejemplo, los coeficientes utilizados en el ejemplo práctico del apartado 4.4 son los siguientes:

$$a_0 = -5.71 \cdot 10^1 \mu m/m$$

$$a_1 = 4.02 \cdot 10^0 \frac{\mu m/m}{^\circ C}$$

$$a_2 = -7.54 \cdot 10^{-2} \frac{\mu m/m}{^\circ C^2}$$

$$a_3 = 3.53 \cdot 10^{-4} \frac{\mu m/m}{^\circ C^4}$$

$$a_4 = -3.81 \cdot 10^{-4} \frac{\mu m/m}{^\circ C^4}$$

Si en el equipo de adquisición de datos las deformaciones de las galgas son establecidas a cero a alguna temperatura, T_0^a , distinta a la que el fabricante utilizó para determinar la curva de deformaciones inducida por la temperatura (en este caso $T_F = 24^\circ C$), debemos corregir la respuesta térmica de la siguiente manera:

$$\varepsilon''_{T/O} = \varepsilon'''_{T/O} - (a_0(T_0^a)^0 + a_1(T_0^a)^1 + a_2(T_0^a)^2 + a_3(T_0^a)^3 + a_4(T_0^a)^4) \quad (E.2)$$

donde $\varepsilon''_{T/O}$ indica que la respuesta térmica ha sido corregida por la temperatura a la que se establece el cero en las galgas.

Si el equipo de adquisición de datos de las galgas ha sido establecido con un factor de galga GF_{kl} distinto al utilizado por el fabricante para establecer la respuesta térmica (en este caso $GF_F = 2$), la respuesta térmica será distinta y debe ser corregida como:

$$\varepsilon'_{T/O_k} = \varepsilon''_{T/O} \frac{GF_F}{GF_{kl}} \quad (E.3)$$

donde ε'_{T/O_k} indica que la respuesta térmica ha sido corregida por el factor de galga que ha utilizado el fabricante.

Por último, si una galga extensométrica se utiliza en un material diferente al que ha usado el fabricante para la determinación de la respuesta térmica, el coeficiente de expansión térmica del sustrato, α_S , será diferente del coeficiente de expansión térmica utilizado por el fabricante (en este caso acero 1018 con $\alpha_F = 12,1 \cdot 10^{-6} ^\circ C^{-1}$). A partir de la referencia [Vishay14] y después de varias operaciones matemáticas la corrección se puede escribir como sigue:

$$\varepsilon_{T/O_k} = \varepsilon'_{T/O_k} + \frac{GF_k}{GF_{kl}} \frac{(1+K_t)}{(1+\nu_o K_t)} (\alpha_S - \alpha_F) (T^a - T_0^a) \quad (E.4)$$

donde ε_{T/O_k} indica que la salida térmica ha sido totalmente corregida.

Las fuentes de incertidumbre que no aparecen en las tablas 4.2 y 6.5 se han considerado como nulas [Montero11] dado su poca contribución a la incertidumbre final.

E.3. Problemas específicos encontrados en la propagación de la incertidumbre por el MCM.

Si se considera la ecuación (4.6), la mayoría de los programas de adquisición de datos por medio de galgas proporcionan los resultados directamente como deformaciones y no como el cambio de resistencia en la galga extensométrica. Si se considera la ecuación (4.7), si la sensibilidad transversal se introduce en el software, las deformaciones corregidas por sensibilidad transversal son proporcionadas directamente como salida de datos. Además, la combinación de estas ecuaciones junto con las propiedades térmicas de las galgas (ecuación 4.10 y sección E.2) no es directa, debido a la forma en que son expresadas habitualmente.

En esta Tesis, la sensibilidad transversal se introduce en el software. Para propagar las incertidumbres, las deformaciones $\widehat{\varepsilon}_k$ sin corrección ($k = 1, 2$ o 3) deben ser utilizadas (si la sensibilidad transversal se establece como nula, se puede omitir este paso). De (4.7 – 4.9):

$$\widehat{\varepsilon}_1 = \frac{1}{1-\nu_o K_t} (\varepsilon_1 + K_t \varepsilon_3) \quad (E.5)$$

$$\widehat{\varepsilon}_2 = \frac{1}{1-\nu_o K_t} (\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2) \quad (E.6)$$

$$\widehat{\varepsilon}_3 = \frac{1}{1-\nu_o K_t} (\varepsilon_3 + K_t \varepsilon_1) \quad (E.7)$$

Para incluir en la propagación de la incertidumbre R_G y GF , estas variables deben estar explícitamente en las ecuaciones. Además, el software utilizado proporciona los resultados como deformaciones. Como $u(\widehat{\varepsilon}_m)$ es el parámetro caracterizado (a partir de los datos proporcionados por el fabricante del equipo de adquisición de datos), la solución a estas cuestiones es “extender” $u(\widehat{\varepsilon}_m)$ a $u(\Delta R_m)$, y esto puede ser realizado simplemente con la ecuación (E.8). A partir de (4.6):

$$\Delta R_m = GF_m \cdot R_{G_m} \cdot \widehat{\varepsilon}_m \quad (E.8)$$

y teniendo en cuenta la guía [GUM08]:

$$u(\Delta R_m) = GF_m \cdot R_{G_m} \cdot u(\widehat{\varepsilon}_m) \quad (E.9)$$

Este es el parámetro de la función de densidad de probabilidad que ha de simularse tal como se ha indicado en la sección 4.2.2. Cabe destacar que la incertidumbre de R_G y GF

no se consideran en este momento, pero serán consideradas más adelante ya que estas variables aparecen explícitamente.

Finalmente es necesario obtener las ecuaciones para propagar las incertidumbres, teniendo en cuenta la sensibilidad transversal y la temperatura. Así, teniendo en cuenta la corrección por sensibilidad transversal (C_{ST}) y la corrección por efecto de la temperatura (C_T) [Vishay14], [Montero11], se puede escribir la siguiente expresión (de acuerdo con [Montero11] $C_{ST} = -E_{ST}$ y $C_T = -E_T$):

$$\varepsilon_m = \widehat{\varepsilon}_m + C_{ST_m} + C_{T_m} \quad (\text{E.10})$$

Tras algunas simplificaciones matemáticas, las deformaciones finales son:

$$\varepsilon_1 = \frac{GF_{1I} \left(\frac{\Delta R_1/R_{G1}}{GF_1} - \varepsilon_{T/O_1} \right)}{GF_1 (1 + C_T(T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_1/R_{G1}}{GF_1} (v_o - K_t) + \frac{\Delta R_3/R_{G3}}{GF_3} (1 - v_o K_t) \right] \quad (\text{E.11})$$

$$\varepsilon_2 = \frac{GF_{2I} \left(\frac{\Delta R_2/R_{G1}}{GF_1} - \varepsilon_{T/O_2} \right)}{GF_2 (1 + C_T(T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_2/R_{G1}}{GF_1} (v_o - K_t) + \left(\frac{\Delta R_1/R_{G1}}{GF_1} + \frac{\Delta R_3/R_{G1}}{GF_1} - \frac{\Delta R_2/R_{G1}}{GF_1} \right) (1 - v_o K_t) \right] \quad (\text{E.12})$$

$$\varepsilon_3 = \frac{GF_{3I} \left(\frac{\Delta R_3/R_{G1}}{GF_1} - \varepsilon_{T/O_3} \right)}{GF_3 (1 + C_T(T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_3/R_{G1}}{GF_1} (v_o - K_t) + \frac{\Delta R_1/R_{G1}}{GF_1} (1 - v_o K_t) \right] \quad (\text{E.13})$$

E.4. Tablas complementarias correspondientes a la sección 4.4.

En este apartado se incluyen las tablas E.1 y E.2 con las contribuciones a las incertidumbres típicas de las tensiones para cada fuente de incertidumbre en el caso de σ_3 y τ_{13} , respectivamente. Estas tablas son equivalentes a la tabla 4.5 de la sección 4.2.3.

Se muestra la incertidumbre estándar combinada en la última fila y la incertidumbre típica relativa en porcentaje entre paréntesis, excepto para τ_{13} ya que muchos de sus valores son cercanos al cero y la incertidumbre relativa tendría valores demasiado grandes que no servirían para la comparación.

Aunque no se han incluido en este trabajo por considerarse información redundante, los valores de σ_{max} y σ_{min} presentan comportamientos similares a los de σ_1 y σ_3 .

Como se puede deducir por los valores de las tablas E.1 y E.2, las contribuciones a la incertidumbre típica de σ_3 son equivalentes a las de σ_1 . No se puede decir lo mismo de τ_{13} , ya que los valores de la tensión tangencial son mucho menores (ver figura 4.5(c)). Como se ha visto en la sección 4.2.3.3, las contribuciones del lado izquierdo, que producen desviaciones proporcionales al valor de las tensiones residuales presentes, son en este caso casi nulas, siendo las contribuciones del lado derecho, que producen

desviaciones independientes del valor de las tensiones residuales presentes, mucho mayores.

La discusión de los resultados de la sección 4.2.3.1 también es aplicable a la tabla E.1.

Tabla E.1: Contribución a la incertidumbre típica de la tensión σ_3 de cada componente de las fuentes de incertidumbre. En cursiva se presenta el subtotal de cada grupo.

Fuentes de incertidumbre	Contribuciones a $u(\sigma_3)$ [MPa (%)]						
	0.00- 0.04 mm	0.04- 0.08 mm	0.08- 0.16 mm	0.16- 0.30 mm	0.30- 0.50 mm	0.50- 0.74 mm	0.74- 0.98 mm
Módulo de Young	4.7 (2)	12 (3)	13 (3)	8.7 (3)	5.3 (3)	6.6 (3)	4.8 (3)
Coefficiente de Poisson	1.3 (1)	3.2 (1)	3.1 (1)	2.3 (1)	1.5 (1)	1.8 (1)	1.2 (1)
<i>Propiedades del material</i>	<i>4.9 (2)</i>	<i>12 (3)</i>	<i>13 (3)</i>	<i>9.1 (3)</i>	<i>5.5 (3)</i>	<i>6.9 (3)</i>	<i>5.0 (3)</i>
Funciones de influencia	3.6 (2)	8.6 (2)	8.3 (2)	6.0 (2)	4.1 (2)	4.7 (2)	3.3 (2)
Profundidades del orificio	10 (5)	43 (10)	30 (7)	15 (5)	9.0 (5)	9.3 (4)	9.8 (6)
Detección del cero	35 (17)	13 (3)	2.6 (1)	2.8 (1)	3.1 (2)	4.1 (2)	3.1 (2)
Diámetro del orificio	0.97 (0)	2.5 (1)	2.6 (1)	1.8 (1)	1.1 (1)	1.4 (1)	0.98 (1)
<i>Matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$</i>	<i>40 (20)</i>	<i>52 (12)</i>	<i>29 (7)</i>	<i>16 (6)</i>	<i>9.9 (6)</i>	<i>11 (5)</i>	<i>11 (7)</i>
Instrumentación	14 (7)	21 (5)	10 (2)	5.7 (2)	4.4 (3)	5.1 (2)	9.2 (6)
Galgas	1.6 (1)	4.1 (1)	4.4 (1)	3.0 (1)	1.8 (1)	2.3 (1)	1.6 (1)
Sensibilidad transversal	0.24 (0)	0.55 (0)	0.51 (0)	0.38 (0)	0.28 (0)	0.30 (0)	0.20 (0)
Efecto térmico	7.1 (4)	0.76 (0)	0.87 (0)	0.37 (0)	0.19 (0)	0.092 (0)	0.078 (0)
<i>Deformaciones</i>	<i>16 (8)</i>	<i>21 (5)</i>	<i>11 (3)</i>	<i>6.4 (2)</i>	<i>4.8 (3)</i>	<i>5.6 (3)</i>	<i>9.6 (6)</i>
$u(\sigma_3)$	46 (23)	57 (13)	35 (8)	19 (7)	12 (7)	14 (7)	15 (10)

Tabla E.2: Contribución a la incertidumbre típica de la tensión τ_{13} de cada componente de las fuentes de incertidumbre. En cursiva se presenta el subtotal de cada grupo.

Fuentes de incertidumbre	Contribuciones a $u(\tau_{13})$ [MPa]						
	0.00- 0.04 mm	0.04- 0.08 mm	0.08- 0.16 mm	0.16- 0.30 mm	0.30- 0.50 mm	0.50- 0.74 mm	0.74- 0.98 mm
Módulo de Young	0.17	0.68	0.18	0.16	0.17	0.17	0.063
Coefficiente de Poisson	0	0	0	0	0	0	0
<i>Propiedades del material</i>	<i>0.17</i>	<i>0.68</i>	<i>0.18</i>	<i>0.16</i>	<i>0.17</i>	<i>0.17</i>	<i>0.063</i>
Funciones de influencia	0.11	0.45	0.12	0.11	0.11	0.11	0.042
Profundidades del orificio	0.35	2.3	0.42	0.27	0.074	0.13	0.078
Detección del cero	1.2	0.38	0.15	0.054	0.0055	0.058	0.022
Diámetro del orificio	0.035	0.14	0.037	0.033	0.035	0.034	0.013
<i>Matrices $\bar{a}$ y $\bar{b}$</i>	<i>1.4</i>	<i>2.7</i>	<i>0.49</i>	<i>0.29</i>	<i>0.14</i>	<i>0.18</i>	<i>0.09</i>
Instrumentación	14	20	9.6	5.3	3.8	4.0	5.4
Galgas	0.058	0.23	0.061	0.055	0.058	0.057	0.021
Sensibilidad transversal	0.0041	0.016	0.0043	0.0039	0.0041	0.0041	0.0015
Efecto térmico	0.00035	0.0014	0.00037	0.00033	0.00035	0.00035	0.00013
<i>Deformaciones</i>	<i>14</i>	<i>20</i>	<i>9.7</i>	<i>5.4</i>	<i>3.9</i>	<i>3.9</i>	<i>5.4</i>
$u(\tau_{13})$	19	21	9.9	5.4	3.9	3.9	5.4

E.5. Artículo publicado.

Se adjunta el artículo publicado hasta el momento concerniente a esta Tesis [Peral17].

Uncertainty analysis for non-uniform residual stresses determined by the hole drilling strain gauge method

D. Peral^{a,*}, J. de Vicente^{a,b}, J.A. Porro^{a,b}, J.L. Ocaña^{a,b}

^a UPM Laser Centre, Polytechnical University of Madrid (UPM) – Ctra. Valencia, km. 7.3, 28031 Madrid, Spain

^b Department of Applied Physics and Material Engineering, ETS Ingenieros Industriales, Polytechnical University of Madrid (UPM) – José Gutiérrez Abascal 2, 28006 Madrid, Spain

ARTICLE INFO

Article history:

Received 6 September 2016

Received in revised form 24 October 2016

Accepted 4 November 2016

Available online 5 November 2016

Keywords:

Non-uniform residual stresses

measurement

Hole drilling

Integral method

Strain gauges

Uncertainty

Monte Carlo method

ABSTRACT

Due to its simplicity and low cost, the hole drilling strain gauge method is one of the most popular techniques to determine residual stresses. The Standard ASTM E837-13 distinguish between constant and variable stresses in depth. Each type of measurement has an associated uncertainty. The goal should be the quantification and reduction in its magnitude to be acceptable for the purposes of the measurement. Uncertainty estimation associated with this method has not been addressed in depth. The present work deals with uncertainty calculation in the determination of non-uniform residual stresses by the integral method. A general estimation procedure by Monte Carlo method, where many uncertainty sources have been considered, is presented. In normal experiment condition, most of these sources are significant and the irrelevant ones have been identified. Monte Carlo method verifies that a measurement uncertainty evaluation with the GUM uncertainty framework can be performed.

© 2016 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The strain gauge hole drilling method proposed by Mathar in 1934 [1] describes the drilling of a small shallow hole in the surface of the specimen. An adjacent strain gauge is able to register deformations in the specimen during the process. Deformations arise when stresses contained in the specimen are released with the material removal.

By measuring deformations, original stresses can be calculated. In case of non-uniform stresses, the integral method can be used [2]. Integral method calculates the influence of the relieved stress in the given depth which, however, changes with the total depth of the hole. Although there are some other methods to decode non-uniform stresses [2–4], integral method is conceptually and algebraically simple and is the method followed in this article.

The hole drilling strain gauge method is standardized in ASTM E837-13 [5]. It uses a particular case of the integral method. Although the experimental procedure is not widely addressed in the ASTM E837-13, there are some references that deal with it extensively [6,7].

The method is physically limited by the Saint-Venant Principle, which indicates that the surface strain response quickly becomes insensitive to the effect of interior stresses existing at increasing distances from the measurement surface. Due to this physical limit, a painstaking experimental procedure is essential for the quality of the measurement. After experimental technique, there are two mathematic strategies that can be used to improve the effects of the experimental defects. The first strategy is to evaluate the measured strains in a small number of hole depth increments, with steps larger as the hole depth increase [8]. This is the technique used in this work. The other technique is to use the Tikhonov regularization [9] and it is the technique considered in ASTM E837-13.

There are some references dealing with the uncertainty of the hole-drilling strain gauge method.

Oettel summarize and classify the uncertainty sources in Ref. [10]. Scafidi et al. present a procedure to evaluate the stress uncertainty in the case of uniform stresses [11]. They propose procedures for the correction of the main deviations in order to overcome if one or more of the experimental influence parameters fall out of the corresponding standard limitations. These deviations are the thermal effects, the hole-rosette eccentricity, the hole-bottom fillet radius and the plasticity effects. Unfortunately, the correction of these errors is not always possible regarding non-uniform stresses. In the case of thermal effect, the correction is

Abbreviations: MCM, Monte Carlo Method; GUF, GUM uncertainty framework.

* Corresponding author.

E-mail addresses: d.peral@upm.es, peral@hotmail.com (D. Peral).

possible. A correction for the eccentricity is available [12–14] but it is not directly applicable to the integral method. To date, it is not possible for the correction of hole-bottom fillet radius and plasticity effect for non-uniform stresses. This work is only applicable (except thermal effects) to the case where the experimental parameters fall in the ASTM E837-13 and therefore the influence of these uncertainty sources are almost negligible.

Vangi examined the effects of measurement uncertainty sources on the evaluation of residual stresses with the integral method [15]. He considered uncertainties associated with the relaxed strains and the hole diameter. Independent strain deviations with constant values for all measurement are also contemplated.

Zuccarello evaluates the stress uncertainty in order to optimize the calculation steps in the evaluation of residual stress with the integral method [8]. Only relaxed strains are taken into account because other experimental sources produce stress uncertainties proportional to the actual stress. If the other experimental sources are taken under consideration, it would not be possible to obtain any useful prior indication for the stress uncertainty. In order to overcome the non-independence of the strains uncertainty components between the different depths (they arise from the same sources), the strain increments instead of the strains are considered since their correlation is far weaker.

Schajer and Altus describe a method for calculating the stress range that has a specified probability of containing the actual residual stresses with the integral method [16]. They consider uncertainty components associated with strains, hole depths, hole diameter and material constants. It is assumed that these uncertainty components have statistical normal distributions with zero mean and they are independent of each other and each one is linearly combined. A calculation strategy is followed to overcome the violation of the assumption of error independence when all error types exist at the same time.

Prime and Hill propose a new approach to estimate combined uncertainty in residual stress inverse solutions and to select the order of the series expansion [17]. They consider the covariance between fit parameters and the article is mainly focused in the incremental slitting method. Two sources are considered: fitting model uncertainty (*model error* in the literature) (ability of the chosen series expansion to fit the actual stress variation) and strain uncertainty.

The present work is focused on the correct uncertainty estimation of non-uniform residual stresses determined by the hole drilling strain gauge method. The probable uncertainty sources have been taking into account since strain uncertainty is not always the only significant uncertainty [16,17]. Monte Carlo method (MCM) is proposed to propagate the uncertainty [18]. MCM implies some advantages over application of GUM uncertainty framework (GUF) [19]: simpler and more manageable expressions, the possibility to evaluate all the uncertainties at same

time and a quite easy input of correlated variables. In addition, MCM avoids some of the limitations of the GUF: the use of a linear approximation in some cases can be inadequate and the output probability density function can depart appreciably from a normal distribution. With these considerations, some of the simplifications and approaches used sometimes in the previous works are avoided: few uncertainty sources and independence, linearity, zero mean, constant values and normal distribution of the variables. As an example, the calculation process proposed is applied for the case of Ti6Al4V laser peened metallic sample. The possibility of applying of these particular results to other materials and treatments, the limitations of the GUF and the influence of some sources will be explored. Finally, the example is compared with the uncertainty that would be obtained following the Ref. [16].

2. Relationship between strains and stresses

In preparation for the uncertainty analysis, this part concisely reviews the integral method [2].

Measured relaxed strains in j (number of hole depth steps so far) are denominated ε_1 , ε_2 and ε_3 . They have been measured with a rosette with three strain gauges oriented to 0° , 45° and 90° respectively. The stresses in the directions of 0° and 90° are denominated σ_1 and σ_3 , and the shear stress normal to these directions, τ_{13} (Fig. 1).

If k is the sequence number for hole depth steps (Fig. 2), with $k \leq j$, the following relations can be considered:

$$p_j = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1)_j / 2 \quad (1)$$

$$q_j = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)_j / 2 \quad (2)$$

$$t_j = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)_j / 2 \quad (3)$$

$$P_k = ((\sigma_3)_k + (\sigma_1)_k) / 2 \quad (4)$$

$$Q_k = ((\sigma_3)_k - (\sigma_1)_k) / 2 \quad (5)$$

$$T_k = (\tau_{13})_k \quad (6)$$

The integral method formulation carries the following matrix relations (where the bar accent indicates a matrix and the arrow accent a vector):

$$\bar{a} \vec{P} = \frac{E}{(1 + \nu)} \vec{p} \quad (7)$$

$$\bar{b} \vec{Q} = E \vec{q} \quad (8)$$

$$\bar{b} \vec{T} = E \vec{t} \quad (9)$$

Fig. 1. Gauge placement, drilling location and sequencing.

Fig. 2. Physical interpretation of $\bar{a}_{j,k}$ (adapted from [5]).

where E and ν are the Young's modulus and the Poisson's ratio (material properties) and $\bar{a}$ and $\bar{b}$ are lower triangular calibration matrices.

The components $\bar{a}_{j,k}$ are explained as the strain relaxation caused by a unitary isotropic stress in the increment k (indicated by column number) of a hole of depth k (indicated by row number) as it is shown in Fig. 2. The components $\bar{b}_{j,k}$ have the same physical interpretation but considering shear stresses.

Finally, from (4–6) the Cartesian component stresses are:

$$(\sigma_1)_j = P_j - Q_j \quad (10)$$

$$(\sigma_3)_j = P_j + Q_j \quad (11)$$

$$(\tau_{13})_j = T_j \quad (12)$$

The principal stresses, rotated an angle β clockwise from strain gauge 1 direction to the maximal principal stress direction, are:

$$(\sigma_{max})_k, (\sigma_{min})_k = P_k \pm \sqrt{Q_k^2 + T_k^2} \quad (13)$$

$$\beta_k = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{-T_k}{-Q_k} \right) \quad (14)$$

3. Uncertainty sources

Three big groups of uncertainty sources are taken under consideration in this article: material properties, matrices $\bar{a}$ and $\bar{b}$ and measured strains. All uncertainties used in this work are standard uncertainties with a coverage factor $k = 1$ according to [19].

This section reviews these groups and their components, highlighting some important features for the uncertainty analysis, especially for the sources that have not been addressed deeply in previous works.

3.1. Covariance and correlations

Covariance between variables should be taken into account in an uncertainty analysis. If not, overestimation or underestimation of the uncertainty can be produced. Undoubtedly, there is a great

difficulty in direct (experimental) calculation of correlations because, a minimum of 1000 measurements of the different variables are required in order to get reliable values.

The degree of correlation between two variables X and Y is the estimated correlation coefficient [19]:

$$r(X, Y) = \frac{u(X, Y)}{u(X) \cdot u(Y)} \quad (15)$$

where $u(X, Y)$ is the covariance associated with X and Y and $u(X)$ and $u(Y)$ are, the standard deviation of X and Y . If $r(X, Y) = 0$ the variables are independent, if $r(X, Y) = 1$ they have a total positive correlation and if $r(X, Y) = -1$ they have a total negative correlation.

To overcome the difficulty of covariance estimation, this work, conversely to previous ones, considers that uncertainty sources are divided in simpler ones. Simpler sources are considered as fully dependent or independent. For instance, regarding strain measurements, experimental uncertainty components are statistically dependent of each other because they share instrumentation, thermally induced apparent strains, or residual stresses induced by the hole-drilling process [8,16]. If these sources are examined separately, the problem of dependence can be overcome.

3.2. Material properties

The materials properties considered as relevant for the analysis are the Young's modulus (E) and the Poisson's ratio (ν).

3.3. Matrices $\bar{a}$ and $\bar{b}$

The components of matrix $\bar{a}$ are calculated as follows [2,20]:

$$\bar{a}_{j,k} = \int_{H_{k-1}}^{H_k} \hat{A}(H, h_j) dH \quad (16)$$

where $\hat{A}(H, h)$ are functions that represent the strain relaxation per unit depth caused by a unit stress at depth H (depth from surface) in a hole of depth h_j . Notice that depths H_k and h_j are the same variable and the difference is where they are contemplated.

For convenience, components of matrix $\bar{a}$ are calculated in the following manner:

$$\bar{A}(H, h_j) = \int_0^H \dot{A}(H, h_j) dH \quad (17)$$

$$\bar{a}_{j,k} = \bar{A}(H_k, h_j) - \bar{A}(H_{k-1}, h_j) \quad (18)$$

Values of the cumulative strain relaxation functions $\bar{A}$ can be obtained from finite elements models, interpolating the tabulated ones [20], or by the analytical expressions of Ref. [21].

In this work, $\bar{a}$ components are calculated as follows:

- “Reconstruction” of $\bar{A}$ matrix from $\bar{a}$ matrix in ASTM E837-13:

$$\bar{A}(H_k, h_j) = \sum_{l=1}^k \bar{a}_{jl} \quad (19)$$

- Biharmonic interpolation to calculate $\bar{A}$ in any depth with the software Matlab[®].
- Application of Eq. (18) to $\bar{A}$ to obtain new $\bar{a}$ matrix.

As the matrix $\bar{a}$ in ASTM E837 is tabulated for a nominal hole diameter $D_0 = 2$ mm, they can be corrected to fit diameter values D_h similar to D_0 as follows [20]:

$$\bar{a}_{jk \text{ corrected}} = \bar{a}_{jk} \cdot \left(\frac{D_h}{D_0} \right)^2 \quad (20)$$

Summing-up, matrix $\bar{a}$ depends on the functions $\bar{A}$, the depths where it is calculated and the hole diameter. The case of matrix $\bar{b}$ is analogous.

3.3.1. Functions $\bar{A}$ and $\bar{B}$

The calculation of the components of the matrices $\bar{A}$ and $\bar{B}$ in ASTM E837-13 is made by finite element method. As finite element models cannot represent all of the deformations that a continuous problem can exhibit, an uncertainty should be considered in these functions.

3.3.2. Hole depth measurement

The notation is h_{dmj} for each discretized depth. A micrometre positions the drill in depth and independence in each step j is supposed (usual consideration in metrology).

3.3.3. Zero depth detection

The zero occurs when the gauge backing and adhesive have been completely removed, the drill bit is in contact with the surface and the strain reading are set to zero.

The correction h_0 , associated with the difference between ideal zero and obtained zero, can be estimated as a unique correction of the all considered depths. However, in the practice it is not compensated because of the difficulty in measuring. It will be taken under consideration as a distribution with higher $u(h_0)$, whose parameters should be estimated in each particular case.

3.3.4. Hole diameter

Eq. (19) shows a suitable correction when tabulated values of the functions $\bar{A}$ and $\bar{B}$ are used.

3.4. Measured strains

The effects of the hole-rosette eccentricity (within $\pm 0.004D_{mg}$), plastic strains (residual stresses do not exceed about 80% of the material yield stress to avoid plasticity due to stress concentration introduced by the hole) and induced stresses by the hole machining (motor rotating at 20000–400000 rpm) have not been con-

templated, as they are almost negligible if the test falls in of the standard limitations.

The considered uncertainty sources within this group are strain measurement instrumentation and strain gauges. Within this last group, gauge parameters, transverse sensitivity and thermal effect are evaluated.

The basic equation that describes the behaviour of a strain gauge is as follows:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R/R_G}{GF} \quad (21)$$

where ε is the measured strain, ΔR is the change in strain gauge resistance, R_G is the unstrained resistance of strain gauge, and GF is the gauge factor.

3.4.1. Strain measurement instrumentation

During data capture phase, a variation in ΔR is observed even in the absence of external loadings. This can be considered as a noise, different from electromagnetic noise, that always appears and cannot be removed.

On the other hand, most software provides results directly as strains and not as a change in the strain gauge resistances. Both views are equivalent and Appendix B explains more in deep how to manage this issue.

3.4.2. Strain gauges: parameters

The parameters taking into account for the analysis are the unstrained resistance of strain gauge R_G , and the gauge factor GF .

3.4.3. Strain gauges: transverse sensibility

The basic equation of a strain gauge (21) can be corrected to take into account the transverse sensibility K_t . Transverse sensibility represents the behaviour in responding to strains which are perpendicular to the primary axis of the strain gauge. The equations for a three-gauge rectangular (45°) rosette are [22]:

$$\varepsilon_1 = \frac{1 - \nu_0 K_t}{1 - K_t^2} (\widehat{\varepsilon}_1 - K_t \widehat{\varepsilon}_3) \quad (22)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1 - \nu_0 K_t}{1 - K_t^2} [\widehat{\varepsilon}_2 - K_t (\widehat{\varepsilon}_1 + \widehat{\varepsilon}_3 - \widehat{\varepsilon}_2)] \quad (23)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1 - \nu_0 K_t}{1 - K_t^2} (\widehat{\varepsilon}_3 - K_t \widehat{\varepsilon}_1) \quad (24)$$

where $\widehat{\varepsilon}_i$ indicates strains from the respective gauge elements without correction and ε_i are the corrected strains along the gauge axes. ν_0 is the Poisson's ratio of the material on which the manufacturer's gauge factor was measured (usually 0.285).

3.4.4. Strain gauges: thermal effect

There are two uncertainty in strain gauges due to temperature:

- After the zero-strain balance of the gauges, a change in the temperature of the tested material or in the environment surrounding the gauge, induces a change in the resistance of the gauge. The difference in thermal expansion between the gauge's conductive grid and the material of the specimen causes a different expansion and, stresses are produced.
- The gauge factor varies with temperature and it has to be corrected for.

The equation that describes this behaviour for each strain ε_m ($m = 1, 2$ or 3) is as follows [23]:

$$\varepsilon_m = \frac{GF_{ml}(\widehat{\varepsilon}_m - \varepsilon_{T/O_m})}{GF_m(1 + C_T(T - T_F))} \quad (25)$$

where $\widehat{\varepsilon}_m$ indicates strain without correction and ε_m represent the corrected strains. In addition:

- GF_{ml} is the gauge factor setting of the measuring instrument.
- GF_m is the gauge factor of strain gauge m .
- T is the mean temperature during the test.
- T_F is the temperature at which the manufacturer determined the gauge factor.
- C_T is the variation coefficient of gauge factor of strain gauge with temperature, and
- ε_{T/O_m} is the temperature-induced strain of strain gauge m , and can be calculated as stated in [Appendix A](#).

4. Propagation of uncertainty

MCM simulation has been considered to evaluate the uncertainty. The MCM is a numerical technique for solving mathematical problems by means of the simulation of random variables [18]. Any random variable can be simulated from a rectangular random variable uniformly distributed in the interval (0, 1). Authors use the software Matlab® R2016a.

The method involves the following steps:

1. Establish the model equation between the analytical result Z and the parameters x_i as indicated in Eq. (26).

$$Z = Z(x_1, \dots, x_n) \quad (26)$$

2. Identify the probability density functions $p(x_i)$ of the uncertainty sources.
3. Select the number of Monte Carlo trials, M .
4. Simulate the samples $\{x_{i1}, \dots, x_{iM}\}$ of each source of uncertainty, considered as a random variable with the adequate probability density function.
5. Compute the results $\{Z_{i1}, \dots, Z_{iM}\}$ with Eq. (26) and the samples $\{x_{i1}, \dots, x_{iM}\}$ for all the variables x_i .
6. Calculate the combined standard uncertainty $u(Z)$ as the standard deviation of Z .

In this article, the analytical results are $\sigma_1, \sigma_3, \tau_{13}$. The model equation for σ_1 for each number of hole depth j ($j = 1, \dots, n$) is as follows:

$$\sigma_{1j} = \sigma_{1j}(E, \nu, \bar{A}, \bar{B}, h_{dm1}, \dots, h_{dmj}, D_h, h_0, \Delta R_{11}, \dots, \Delta R_{1j}, \Delta R_{31}, \dots, \Delta R_{3j}, R_G, GF_1, GF_3, v_0, K_t, GF_{11}, GF_{31}, T, T_F, C_T, \varepsilon_{T/O_1}) \quad (27)$$

Material properties
Matrices $\bar{a}$ and $\bar{b}$
Instrumentation

Gauge parameters
Transverse sensibility
Thermal effect

σ_3 is analogous. Components of the strain gauge 2 have to be added to the model equation of τ_{13} .

“Intermediate” equations have been outlined in parts 2 and 3. After some mathematical operations they are explicitly indicated in Eqs. (28)–(33) for σ_1 in each hole depth j . These are the used expressions to propagate uncertainty by MCM.

$$\sigma_{1j} = \frac{E}{2} \sum_{k=1}^j \left[\left(\frac{\hat{a}_{jk}}{(1+\nu)} + \hat{b}_{jk} \right) \varepsilon_{1k} + \left(\frac{\hat{a}_{jk}}{(1+\nu)} - \hat{b}_{jk} \right) \varepsilon_{3k} \right] \quad (28)$$

where $\hat{a}_{jk}, \hat{b}_{jk}$ are the component jk of the inverse matrix $\bar{a}^{-1}$ and $\bar{b}^{-1}$ and $\bar{A}$ and $\bar{B}$ are calculated as explained in part 3.3.:

$$\bar{a}_{jk} = \left(\frac{D_h}{D_0} \right)^2 [\bar{A}(H_k, h_j) - \bar{A}(H_{k-1}, h_j)] \quad (29)$$

$$\bar{b}_{jk} = \left(\frac{D_h}{D_0} \right)^2 [\bar{B}(H_k, h_j) - \bar{B}(H_{k-1}, h_j)] \quad (30)$$

The depths have to be corrected [11] from measured depths and zero depth offset by equation:

$$h_j = h_{dmj} - h_0 \quad (31)$$

From [Appendix B](#) and Eq. (21):

$$\varepsilon_{1j} = \frac{GF_{11} \left(\frac{\Delta R_{1j}/R_G}{GF_1} - \varepsilon_{T/O_1} \right)}{GF_1(1 + C_T(T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_{1j}/R_G}{GF_1} (v_0 - K_t) + \frac{\Delta R_{3j}/R_G}{GF_3} (1 - v_0 K_t) \right] \quad (32)$$

$$\varepsilon_{3j} = \frac{GF_{31} \left(\frac{\Delta R_{3j}/R_G}{GF_3} - \varepsilon_{T/O_3} \right)}{GF_3(1 + C_T(T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_{3j}/R_G}{GF_3} (v_0 - K_t) + \frac{\Delta R_{1j}/R_G}{GF_1} (1 - v_0 K_t) \right] \quad (33)$$

ε_{T/O_m} can be calculated as stated in [Appendix A](#).

For σ_{1j}, τ_{13j} , the equivalent equations for (28) are respectively:

$$\sigma_{3j} = \frac{E}{2} \sum_{k=1}^j \left[\left(\frac{\hat{a}_{jk}}{(1+\nu)} - \hat{b}_{jk} \right) \varepsilon_{1k} + \left(\frac{\hat{a}_{jk}}{(1+\nu)} + \hat{b}_{jk} \right) \varepsilon_{3k} \right] \quad (34)$$

$$\tau_{13j} = \frac{E}{2} \sum_{k=1}^j \hat{b}_{jk} (\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{3k} - 2\varepsilon_{2k}) \quad (35)$$

Looking over Eqs. (28)–(33), it is clear the complexity of the model, the numerous parameters that appear on it and the non-linearity of some of the expressions. MCM is judged to be ideal to propagate the uncertainty in this work.

4.1. Correlations in MCM

Some of the variables contemplated are fully correlated as stated in part 3.1. In particular, fully correlation in functions $\bar{A}$ and $\bar{B}$ is considered. It is supposed a model function that affect all the values in the same way and in the same quantities. The implementation of fully correlation variables in MCM implies that, when the samples $\{\hat{A}, \hat{B}\}$ are simulated, all of the individual values from where the matrices are reconstructed employ the same random variable (step 4 part 4).

With gauge factors, the process is similar. They share the manufacturing process and the materials, then, the correlation is assumed. The strategy to fully correlate the variables here is simpler. It is enough with consider only a value of these variables for all the strain gauges: $GF_1 = GF_2 = GF_3 = GF$.

The same applies implicitly to $v_0, K_t, T, T_F, C_T, \beta_G, T_0, \alpha_S, \alpha_G$ since no distinction of these parameters is made in Eq. (27).

In this article the strategy explained in part 3.1. to consider covariance is followed. If it is required, every variable can be correlated as explained in Refs. [18,24].

5. Practical example

In order to test the proposed procedure to estimate the uncertainty, a practical residual stresses problem together with its uncertainty has been calculated from experimental data. Hole drilling strain gauge method has been applied to a Laser Peened Ti6Al4V sample of 1 cm thick whose characteristics are: 2500 pulses/cm² (one pulse each 0.2 mm); 2.8 J/pulse, wavelength of 1064 nm, a spot diameter of 1.7 mm, without coating and water as a confining medium (Fig. 3). Ti6Al4V has been chosen as its high yield strength but the technique is general and can be applied to any material under ASTM E837-13 limits.

A type B rosette [5] CEA-06-062UM-120 Vishay Micro-Measurements has been used with $D_{mg} = 5.13$ mm. The equipment includes a Vishay RS-200 milling guide with an air turbine drilling system. The data acquisition system is a Model 5100B Scanner with a 5110A Strain Gauge Card and the software is Strain Smart v3.10 of Vishay Measurement Group. To compute residual stresses, next depths have been chosen following Ref. [8]: $h_{dmj} = [0.04; 0.08; 0.16; 0.30; 0.50; 0.74; 0.98]$ mm. This distribu-

Fig. 3. The laser Peened Ti6Al4V sample used in test.

Table 1

Measured strains.

Hole depth, h_{dmj} [mm]	Strain 1 [$\mu\text{m/m}$]	Strain 2 [$\mu\text{m/m}$]	Strain 3 [$\mu\text{m/m}$]
0.00	0	0	0
0.04	12	10	9
0.08	41	36	34
0.16	104	100	102
0.30	215	207	211
0.50	349	329	318
0.74	470	438	421
0.98	532	496	478

tion shows good spatial resolution close to the surface, where Laser Peened materials have higher stresses variation. Measured strains are shown in Table 1.

A proper calculation code to performance the MCM with the data provided in Table 2 has been implemented in Matlab®.

Mean values have been taken from data provided by the Ti6Al4V distributor, the datasheet included with strain gauges, or they have been measured (hole diameter, initial temperature). In the case of mean temperature during test, it has been selected regarding Refs. [25,26].

Standard deviation and semi-width values have been obtained from Refs. [10,16,20,25,27–29], from strain gauge manufacturer datasheet, or equipment manufacturer datasheets. These values are typical in incremental hole-drilling experiments.

Zero depth has been estimated regarding the way that it is detected in this test. The drill is lowered in steps of 20 μm (scale division) and the zero is set when metal reflection is detected using oblique observation [6]. Thus, the specimen is penetrated a depth in the interval (0 μm , 20 μm), that is to say a rectangular distribution with mean 10 μm and semi-width 10 μm .

For the sake of a better understanding and as example, Tables 3 and 4 show the matrices $\bar{a}$ and $\bar{b}$ that have been used for the hole depths of Table 1 without uncertainty propagation.

Table 5 shows stress standard uncertainty contributions for each uncertainty source in seven increments for σ_1 . Combined standard uncertainty is also shown. Although the output distributions function collect all the information about the output quantity (see Fig. 5), only the standard uncertainty is presented. Uncertainty

Table 2

Input parameters and their assigned probability density functions.

x_i	Description	$p(x_i)$	Type	Features
E	Young's modulus Ti6Al4V	Normal	B	113800 MPa, 3% $E = 4.2$ GPa
ν	Poisson's ratio Ti6Al4V	Normal	B	0.342, 3% $\nu = 10 \cdot 10^{-3}$
$\bar{A}$	Cumulative strain relaxation function	Normal	B	ASTM E837 values ^a , 2% $\bar{A}$
$\bar{B}$	Cumulative strain relaxation function	Normal	B	ASTM E837 values ^a , 2% $\bar{B}$
h_{dmj}	Depths	Rectangular	B	Table 1, 5 μm
h_0	Zero depth	Rectangular	B	10 μm , 10 μm
D_h	Hole diameter	Rectangular	B	1.90 mm, 10 μm
D_0	Nominal hole diameter	–	–	2.032 mm, –
$\Delta R_{1,2,3}$	Change in strain gauge resistance 1, 2, 3	Normal	B	Table 1 ^b , $2.50 \cdot 10^{-3} \Omega$ [$u(\widehat{\epsilon_m}) = 1 \mu\text{m/m}$]
GF	Gauge factor 1, 2, 3	Normal	B	2.080, 0.5% $GF = 10 \cdot 10^{-3}$
R_G	Strain gauge resistance	Normal	B	120 Ω , 0.2% $R_G = 0.48 \Omega$
K_t	Transverse sensibility 1, 2, 3	Normal	B	0.8%, 0.1%
ν_0	Poisson's ratio strain gauge	Normal	B	0.285, 3% $\nu_0 = 8.6 \cdot 10^{-3}$
C_T	Variation coef. of gauge factor with temperature	Normal	B	2.1%/100 °C, 0.1%/100 °C
GF_I	GF setting of the measuring instrument, gauge 1, 2, 3	–	–	2.080, –
T_0	Initial temperature	Rectangular	B	23 °C, 0.5 °C
T	Mean temperature during the test	Rectangular	B	23.5 °C, 0.5 °C
α_s	Thermal expansion coefficient Ti6Al4V	Rectangular	B	$8.6 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $1.0 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Normal distributions are featured by its mean and its standard deviation. Uniform distributions by its mean and its semi-width.

^a Calculation explained in Section 3.3.

^b Calculation explained in Appendix B.

Table 3Matrix $\bar{a} \cdot 10^{-5}$ for rosette type B and $D_h = 2$ mm.

Hole depth h [mm]	Stress depth H [mm]						
	0.04	0.08	0.16	0.30	0.50	0.74	0.98
0.04	–581						
0.08	–646	–593					
0.16	–826	–750	–1309				
0.30	–1045	–993	–1815	–2431			
0.50	–1249	–1200	–2233	–3311	–3034		
0.74	–1383	–1333	–2501	–3785	–3966	–2449	
0.98	–1451	–1396	–2631	–4010	–4306	–3086	–1262

Table 4Matrix $\bar{b} \cdot 10^{-5}$ for rosette type B and $D_h = 2$ mm.

Hole depth h [mm]	Stress depth H [mm]						
	0.04	0.08	0.16	0.30	0.50	0.74	0.98
0.04	–1140						
0.08	–1230	–1165					
0.16	–1516	–1410	–2602				
0.30	–1865	–1808	–3453	–4993			
0.50	–2208	–2165	–4201	–6643	–6877		
0.74	–2449	–2409	–4709	–7585	–8773	–6655	
0.98	–2580	–2527	–4962	–8057	–9548	–8097	–4670

Table 5

Contribution to stress standard uncertainty of each uncertainty component source. Italics indicate sub-sums of the groups.

Uncertainty sources	Contributions to $u(\sigma_1)$ [MPa (%)]						
	0.00–0.04 mm	0.04–0.08 mm	0.08–0.16 mm	0.16–0.30 mm	0.30–0.50 mm	0.50–0.74 mm	0.74–0.98 mm
Young's Modulus	5.7 (2)	13 (3)	12 (3)	8.9 (3)	6.8 (3)	7.2 (3)	4.8 (3)
Poisson's ratio	1.3 (1)	3.2 (1)	3.1 (1)	2.3 (1)	1.5 (1)	1.8 (1)	1.2 (1)
<i>Material properties</i>	5.9 (2)	14 (3)	12 (3)	9.2 (3)	7.0 (3)	7.5 (3)	4.9 (3)
Influence functions	3.6 (1)	8.6 (2)	8.3 (2)	6.0 (2)	4.1 (2)	4.7 (2)	3.3 (2)
Hole depths	12 (5)	48 (10)	28 (7)	16 (5)	10 (5)	9.9 (4)	20 (7)
Zero depth detection	42 (17)	15 (3)	2.9 (1)	2.9 (1)	3.4 (2)	4.2 (2)	3.2 (2)
Hole diameter	1.2 (0)	2.7 (1)	2.4 (1)	1.8 (1)	1.4 (1)	1.5 (1)	1.0 (1)
<i>Matrices $\bar{a}$ and $\bar{b}$</i>	49 (20)	57 (12)	28 (7)	17 (6)	11 (5)	12 (5)	11 (7)
Instrumentation	14 (6)	21 (4)	10 (3)	6 (2)	4 (2)	5 (2)	9 (6)
Strain gauges	2.0 (1)	4.5 (1)	4.0 (1)	3.0 (1)	2.3 (1)	2.5 (1)	1.6 (1)
Transverse sensitivity	0.21 (0)	0.52 (0)	0.54 (0)	0.37 (0)	0.24 (0)	0.29 (0)	0.20 (0)
Thermal effect	7.1 (3)	0.75 (0)	0.87 (0)	0.37 (0)	0.18 (0)	0.091 (0)	0.078 (0)
<i>Strains</i>	16 (7)	21 (4)	11 (3)	6.5 (2)	5.0 (2)	5.7 (2)	9.5 (6)
$u(\sigma_1)$	54 (22)	62 (13)	34 (8)	20 (7)	14 (6)	15 (6)	15 (10)

contributions can be divided in three big groups: material properties, matrices $\bar{a}$ and $\bar{b}$ and measured strains. Relative standard measurement uncertainty (in %) is added in brackets. Contributions for σ_3 , σ_{max} and σ_{min} present similar behaviour. The case of τ_{13} is special because its values are smaller and therefore its (absolute) uncertainty is smaller.

Notice that integral method considers constant stresses in intervals. Therefore, depth intervals are indicated in tables related to stresses or its uncertainty. However, in graphs Residual Stresses/Uncertainty vs. Depth, only the middle point is shown to favour readability.

Fig. 4 represents the mean of σ_1 (a), σ_3 (b) and τ_{13} (c) together with the combined standard uncertainty bands considering all the sources.

6. Discussion

The highest combined standard uncertainty occurs at in 0.04–0.08 mm as per the data shown in Table 5. This is explained by reason of spatial resolution (the greater the spatial resolution, the

greater will be the uncertainty and vice versa [8]) and the highest level of stress (proportionality between residual stresses and uncertainty). However, the highest relative uncertainty occurs in 0.00–0.04 mm because of spatial resolution and the zero-depth detection. This is due to the difficulty in measuring the residual stress near the surface by the hole-drilling strain gauge method [6].

Regarding influential parameters, the most influential one is hole depth and it is related with the uncertainty of the manual positioning of the micrometre and the impossibility of guarantee a high accurate positioning by operator. Apart from that, most influential parameters are instrumentation, Young's modulus, influence functions, strain gauges and zero depth detection. On the contrary, uncertainties of transverse sensitivity, hole diameter and Poisson's ratio are much less influential. Thermal effect is also in general much less significant. The ranking of the influential parameters may vary if the relationship between the individual uncertainty sources deviate from that given in Table 2.

Most influential parameters have some common points: hole depth and instrumentation are independent variables. Independent variables are very significant because, with the same standard deviation, the obtained uncertainty is much bigger if the variables

Fig. 4. Stresses in direction 1 (a) direction 3 (b) and shear stress (c) together with the combined standard uncertainty bands for a Laser Peened Ti6Al4V specimen.

are uncorrelated (it can be easily confirmed following part 4.1). For example, if influence functions would not be correlated, the obtained associated uncertainty would be much bigger.

If the strain measurement uncertainty components are considered as a whole and the independence is assumed, an uncertainty overestimation would occur.

Fig. 5. Probability density functions of the stress in direction 1 for some depths (100 000 simulations).

6.1. Linearization of the model, Gaussian distribution

The use of GUF is suitable when a linearization of the model provides an adequate representation and the probability density function for the output quantity is similar to a Gaussian distribution. As MCM does not have these limitations, the sustainability of GUF is checked against the example proposed. Probability density functions of all the stresses and all the depths have been represented. On account of space limitations only some representative points of σ_1 are reported in Fig. 5, where a normal fitted curve is superimposed. Equivalent depths present a similar behaviour.

Generally, probability density functions are more or less symmetric and are similar to a Gaussian distribution. It is shown that the deeper, the better normal fit. In the light of the results, GUF could be considered to estimate satisfactorily the combined uncertainty. The use of MCM would be a better option regarding first points.

6.2. Generalization of the obtained results

The presented numerical results are not general, since they depend on residual stress state of the specimen examined. However, with some guidelines, the uncertainty behaviour can be made general and these results can be used to predict the uncertainty of any residual stress state.

Schajer classifies errors in “right-side” errors (they produce stress calculation errors independent to the stresses that are present) and “left-side” errors (they produce stress calculation errors proportional to residual stresses) [16]. Although Schajer used the traditional approach of “error”, his results can also be applied to the approach of uncertainty component. In this work “right-side” uncertainties are the instrumentation and the thermal effect. The other contributions are “left-side” uncertainties.

With similar experimental conditions, similar input parameters (Table 2) and taking into account the residual stress state obtained

in this article, uncertainties can be predicted. If stresses are smaller, uncertainties of left-side sources will be smaller and vice versa. Right-side uncertainties do not change significantly in any case. As an example, very low released strains ($< 10 \mu\text{m/m}$) have been computed to simulate a typical stress relieving treatment with the same parameters used in a Ti6Al4V specimen. In principle, the uncertainty expected will be mostly due to right side uncertainties. Fig. 6 shows the calculated combined standard uncertainty for σ_1 for this case using all of the contributions and right-side contributions. It can be seen that the prediction agrees mostly the results and that the biggest difference is the first point because of the zero depth.

Fig. 6. Comparison between predicted and calculated combined standard uncertainty for σ_1 in a simulated specimen of Ti6Al4V with a stress relieving treatment.

6.3. Influence of the uncertainty source features

One more step to extend the results of this work is to observe, as Ref. [11] proposes, the relationship between combined standard uncertainty when some source features (standard deviation or semi-width in Table 2) have been varied and combined standard

stress uncertainty. Fig. 7 shows these relationships and, by reasons of space restriction, only σ_1 in four depths with the most influential sources (hole depths, instrumentation, zero depth, Young's modulus) are regarded.

Fig. 7a and b shows how the ratio increase always with the uncertainty of hole depth and instrumentation. However, there is

Fig. 7. Ratio between combined standard uncertainty varying some source feature and combined standard uncertainty for σ_1 .

Fig. 8. Comparison between H-Drill, MCM with the same uncertainty sources than H-Drill and all the sources considered in this work.

not a correspondence with the considered depth. Fig. 7c indicates that uncertainty in near surface point is highly dependent of the zero depth, however, the other points are almost unaffected. Fig. 7d denotes how the influence of Young's modulus is minor, compared with the other sources.

6.4. Comparison with previous works

The practical example proposed in this article is compared in Fig. 8 with the uncertainty obtained according to [16], since this reference is one of the most complete work to date. Although Schajer uses the expression “error analysis”, nowadays it would be denoted as “uncertainty analysis” because it evaluates the quality of a measurement result. To estimate the expected range containing the actual stresses according to that reference, the software H-Drill© v3.30 has been used. As H-Drill© only take into account Young's modulus, diameter, depth and strains uncertainties, only these sources have been computed by MCM (instrumentation in the case of strains). As additional information, the calculation with all of the sources are also included.

Fig. 8 shows that H-Drill calculation leads to higher uncertainties in general even if the values are compared with MCM with all uncertainty sources. Only the uncertainty in first point by MCM is higher because zero depth, which is not contemplated in H-Drill. The cause of these higher values is the calculation method. Probability bounds of Ref. [16] does not follow the GUM Guide [19]. Regarding Fig. 8 and considering that Monte Carlo analysis provides reliable results, it can be considered that Ref. [16] provides conservative realistic uncertainties.

7. Conclusions

This work describes in detail how to perform a complete Monte Carlo uncertainty analysis for the hole drilling strain gauge method. Many uncertainty sources are taken into account and a practical example in a Ti6Al4V specimen treated by laser peening is presented. It has been checked that hole depth is the most important uncertainty source. There are other sources that are also important and cannot be, in principle, ignored: instrumentation, Young's modulus, influence functions, parameters of strain gauges and zero depth detection. Transverse sensitivity, hole diameter, Poisson's ratio, and thermal induced strains uncertainties are much less influential and can be disregarded.

Some guidelines have been given in order to extend the results of the proposed example to other residual stress problems. The influence of some uncertainty sources, with the change of some features of their probability density functions, have been analysed. It has been corroborated that zero-depth detection have great impact in near surface stresses, however, other points are almost unaffected.

As Monte Carlo is considered a reliable method to estimate uncertainty, the present work has been utilized to check the suitability of the GUF. With this last approach, suitable results would be achieved, although it is important to pay attention to near surface points.

Finally, the results of this work have been compared with a previous one [16] which reports more conservative results although in good agreement with this work.

Acknowledgements

This work was supported by MICINN/MINECO (Spain; Project MAT2012-37782). Dr R. Jagdheesh kindly reviewed the manuscript.

Appendix A

This appendix reports the calculation of thermal output, which is widely explained in Ref. [23]. Another alternative can be founded in Ref. [28].

The strain gauge manufacturer provides the strain gauge thermal output (in $\mu\text{m}/\text{m}$) as a polynomial equation. This primary equation is provided as the mean strain gauge thermal output of the lot and should be corrected to adapt it to each specific test. Its typical form is:

$$\varepsilon''_{T/0} = a_0 T^0 + a_1 T^1 + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4 \quad (\text{A.1})$$

where $\varepsilon''_{T/0}$ indicates the thermal output without correction, T the mean temperature during the experiment and a_i are the polynomial coefficients provided by the manufacturer. They have the same value for all strain gauges. The coefficients used in the numerical simulation developed in this work are:

$$a_0 = -5.71 \cdot 10^1 \mu\text{m}/\text{m}$$

$$a_1 = 4.02 \cdot 10^0 \frac{\mu\text{m}/\text{m}}{^\circ\text{C}}$$

$$a_2 = -7.54 \cdot 10^{-2} \frac{\mu\text{m}/\text{m}}{^\circ\text{C}^2}$$

$$a_3 = 3.53 \cdot 10^{-4} \frac{\mu\text{m}/\text{m}}{^\circ\text{C}^4}$$

$$a_4 = -3.81 \cdot 10^{-4} \frac{\mu\text{m}/\text{m}}{^\circ\text{C}^4}$$

If the strain gauge instrumentation were balanced for zero strain at some temperature, T_0 , other than that used by the manufacturer to determine the temperature induced strain curve (in this case $T_F = 24^\circ\text{C}$), strain gauge thermal output must be corrected as follows:

$$\varepsilon''_{T/0} = \varepsilon'''_{T/0} - (a_0 T_0^0 + a_1 T_0^1 + a_2 T_0^2 + a_3 T_0^3 + a_4 T_0^4) \quad (\text{A.2})$$

where $\varepsilon'''_{T/0}$ indicates that thermal output is corrected as above.

If the strain gauge instrumentation were set at a gauge factor GF_{kl} other than that used by the manufacturer to determine the thermal output (in this case $GF_F = 2$), the thermal output component will differ and have to be corrected as:

$$\varepsilon'_{T/0_k} = \varepsilon'''_{T/0} \frac{GF_F}{GF_{kl}} \quad (\text{A.3})$$

where $\varepsilon'_{T/0_k}$ indicates that thermal output is corrected as above.

Finally, if a strain gauge is employed on other material different to the material used in obtaining the manufacturer's thermal output, the thermal expansion coefficient of the substrate, α_s , will differ from the thermal expansion coefficient used by the manufacturer (in this case carbon steel 1018 with $\alpha_F = 12,1 \cdot 10^{-6} ^\circ\text{C}^{-1}$). From [23] and after some mathematical operations, the correction is as follows:

$$\varepsilon_{T/0_k} = \varepsilon'_{T/0_k} + \frac{GF_k}{GF_{kl}} \frac{(1 + K_t)}{(1 + \nu_o K_t)} (\alpha_s - \alpha_F) (T - T_0) \quad (\text{A.4})$$

where $\varepsilon_{T/0_k}$ indicates that thermal output is fully corrected.

Uncertainty values of the variables which do not appear in Table 2 have been considered null [28].

Appendix B

This appendix explains some particular problems in the application of Monte Carlo which authors have faced.

Concerning Eq. (21), most strain gauges software provides the results directly as strains and not as the change in the strain gauge resistance. Regarding Eq. (22), if the transversal sensibility is introduced in the software, the strains corrected with the transversal sensibility are given at the output. Furthermore, the combination of these equations together with the thermal properties of the gauges (Eq. (25) and Appendix A) is not straight because of the way that they are usually expressed.

In this work, the transversal sensibility is introduced in the software. To propagate uncertainties, the strains $\widehat{\varepsilon}_m$ without correction ($m = 1, 2$ or 3) should be used (if transversal sensibility is set to zero, this step must be omitted). From (22–24):

$$\widehat{\varepsilon}_1 = \frac{1}{1 - \nu_o K_t} (\varepsilon_1 + K_t \varepsilon_3) \quad (B.1)$$

$$\widehat{\varepsilon}_2 = \frac{1}{1 - \nu_o K_t} (\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2) \quad (B.2)$$

$$\widehat{\varepsilon}_3 = \frac{1}{1 - \nu_o K_t} (\varepsilon_3 + K_t \varepsilon_1) \quad (B.3)$$

To include in the uncertainty propagation R_G and GF , these variables have to be explicitly in equations. In addition, the software used provides the results as strains. As $u(\widehat{\varepsilon}_m)$ is the parameter characterized (from equipment manufacturer), the solution to these issues is to extend $u(\widehat{\varepsilon}_m)$ to $u(\Delta R_m)$, and this can be simply done with Eq. (B.4). From (21):

$$\Delta R_m = GF_m \cdot R_{Gm} \cdot \widehat{\varepsilon}_m \quad (B.4)$$

And taking into account the GUF [19]:

$$u(\Delta R_m) = GF_m \cdot R_{Gm} \cdot u(\widehat{\varepsilon}_m) \quad (B.5)$$

This is the parameter of the probability density function to simulate as indicated in part 4. Notice that the standard uncertainty of R_G and GF is now not considered but it will be done in future as these variables will appear explicitly.

Finally, it is necessary to obtain the equations to propagate the uncertainties taking into account the transversal sensibility and the temperature. Taking into account the correction for transversal sensibility (C_{ST}) and the correction of the effect of temperature (C_T) [23,28], the following expression can be written (according to [23] $C_{ST} = -E_{ST}$ and $C_T = -E_T$):

$$\varepsilon_m = \widehat{\varepsilon}_m + C_{STm} + C_{Tm} \quad (B.6)$$

After some mathematical operations, the final strains are as follow:

$$\varepsilon_1 = \frac{GF_{11} \left(\frac{\Delta R_1/R_{G1}}{GF_1} - \varepsilon_{T/O_1} \right)}{GF_1 (1 + C_T (T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_1/R_{G1}}{GF_1} (\nu_o - K_t) + \frac{\Delta R_3/R_{G3}}{GF_3} (1 - \nu_o K_t) \right] \quad (B.7)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{GF_{21} \left(\frac{\Delta R_2/R_{G1}}{GF_1} - \varepsilon_{T/O_2} \right)}{GF_2 (1 + C_T (T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_2/R_{G1}}{GF_1} (\nu_o - K_t) + \left(\frac{\Delta R_1/R_{G1}}{GF_1} + \frac{\Delta R_3/R_{G1}}{GF_1} - \frac{\Delta R_2/R_{G1}}{GF_1} \right) (1 - \nu_o K_t) \right] \quad (B.8)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{GF_{31} \left(\frac{\Delta R_3/R_{G1}}{GF_1} - \varepsilon_{T/O_3} \right)}{GF_3 (1 + C_T (T - T_F))} - \frac{K_t}{1 - K_t^2} \left[\frac{\Delta R_3/R_{G1}}{GF_1} (\nu_o - K_t) + \frac{\Delta R_1/R_{G1}}{GF_1} (1 - \nu_o K_t) \right] \quad (B.9)$$

Appendix C. Supplementary material

Supplementary data associated with this article can be found, in the online version, at <http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2016.11.010>.

References

- [1] J. Mathar, Determination of initial stresses by measuring the deformation around drilled holes, *Trans. ASME* 56 (4) (1934) 249–254.
- [2] G.S. Schajer, Measurement of non-uniform residual stresses using the hole-drilling method. Part I—stress calculation procedures, *J. Eng. Mater. Technol.* 110 (4) (1988) 338–343, <http://dx.doi.org/10.1115/1.3226059>.
- [3] T. Schwarz, H. Kockelmann, Die Bohrlochmethode—ein für viele Anwendungsbereiche optimales Verfahren zur experimentellen Ermittlung von Eigenspannungen, *Messtechnische Briefe* 29 (2) (1993) 33–38.
- [4] M. Beghini, L. Bertini, L.F. Mori, W. Rosellini, Genetic algorithm optimization of the hole-drilling method for non-uniform residual stress fields, *J. Strain Anal. Eng.* 44 (1) (2009) 105–115, <http://dx.doi.org/10.1243/03093247JSA457>.
- [5] ASTM E837-13a, Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2013, <http://dx.doi.org/10.1520/E0837>.
- [6] P.V. Grant, J.D. Lord, P.S. Whitehead, Measurement Good Practice Guide No. 53—Issue 2: The Measurement of Residual Stresses by the Incremental Hole Drilling Technique, National Physical Laboratory, Teddington, 2006.
- [7] Vishay Precision Group, Measurement of Residual Stresses by the Hole Drilling Strain Gage, Tech Note TN-503-6, Vishay, Raleigh, NC, 2010.
- [8] B. Zuccarello, Optimal calculation steps for the evaluation of residual stress by the incremental hole-drilling method, *Exp. Mech.* 39 (2) (1999) 117–124, <http://dx.doi.org/10.1007/BF02331114>.
- [9] G.S. Schajer, Hole-drilling residual stress profiling with automated smoothing, *J. Eng. Mater. Technol.* 129 (3) (2007) 440–445, <http://dx.doi.org/10.1115/1.2744416>.
- [10] R. Oettel, *The Determination of Uncertainties in Residual Stress Measurement*, UNCERT, Dresden, 2000.
- [11] M. Scafidi, E. Valentini, B. Zuccarello, Error and uncertainty analysis of the residual stresses computed by using the hole drilling method, *Strain* 47 (4) (2011) 301–312, <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2009.00688.x>.
- [12] M. Beghini, L. Bertini, L.F. Mori, Evaluating non-uniform residual stress by the hole-drilling method with concentric and eccentric holes. Part I: definition and validation of the influence functions, *Strain* 46 (4) (2010) 324–336, <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2009.00683.x>.
- [13] M. Beghini, L. Bertini, L.F. Mori, Evaluating non-uniform residual stress by the hole-drilling method with concentric and eccentric holes. Part II: application of the influence functions to the inverse problem, *Strain* 46 (4) (2010) 337–346, <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2009.00684.x>.
- [14] D. Vangi, Residual stress evaluation by the hole-drilling method with off-center hole: an extension of the integral method, *J. Eng. Mater. Technol.* 119 (1) (1997) 79–85, <http://dx.doi.org/10.1115/1.2805978>.
- [15] D. Vangi, Data management for the evaluation of residual stresses by the incremental hole-drilling method, *J. Eng. Mater. Technol.* 116 (4) (1994) 561–566, <http://dx.doi.org/10.1115/1.2904329>.
- [16] G.S. Schajer, E. Altus, Stress calculation error analysis for incremental hole-drilling residual stress measurements, *J. Eng. Mater. Technol.* 118 (1) (1996) 120–126, <http://dx.doi.org/10.1115/1.2805924>.
- [17] M.B. Prime, M.R. Hill, Uncertainty, model error, and order selection for series-expanded, residual-stress inverse solutions, *J. Eng. Mater. Technol.* 128 (2) (2006) 175–185, <http://dx.doi.org/10.1115/1.2172278>.
- [18] JCGM 101, Evaluation of Measurement Data - Propagation of distributions using a Monte Carlo method, BIPM, Paris, 2008.
- [19] JCGM 100, Evaluation of Measurement Data—Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, BIPM, Paris, 2008.
- [20] G.S. Schajer, Measurement of non-uniform residual stresses using the hole-drilling method. Part II—practical application of the integral method, *J. Eng. Mater. Technol.* 110 (4) (1988) 344–349, <http://dx.doi.org/10.1115/1.3226060>.
- [21] M. Beghini, L. Bertini, Analytical expressions of the influence functions for accuracy and versatility improvement in the hole-drilling method, *J. Strain Anal. Eng.* 35 (2) (2000) 125–135, <http://dx.doi.org/10.1243/0309324001514071>.
- [22] Vishay Precision Group, Measurement of Residual Stresses by the Hole Drilling Strain Gage, Tech Note TN-509, Vishay, Raleigh, NC, 2011.
- [23] Vishay Precision Group, Measurement of Residual Stresses by the Hole Drilling Strain Gage, Tech Note TN-504-1, Vishay, Raleigh, NC, 2014.

- [24] JCGM 102, Evaluation of Measurement Data - Extension to any number of output quantities, BIPM, Paris, 2011.
- [25] M. Honner, P. Litoš, M. Švantner, Thermography analyses of the hole-drilling residual stress measuring technique, *Infrared Phys. Tech.* 45 (2) (2004) 131–142, <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2003.08.001>.
- [26] P. Litoš, M. Švantner, M. Honner, Simulation of strain gauge thermal effects during residual stress hole drilling measurements, *J. Strain Anal. Eng.* 40 (7) (2005) 611–619, <http://dx.doi.org/10.1243/030932405X30812>.
- [27] A. Ajovalasit, et al., The Hole-drilling Strain Gauge Method for the Measurement of Uniform or Non-uniform Residual Stresses, AIAS-TR01, 2010.
- [28] W. Montero, R. Farag, V. Díaz, M. Ramirez, B.L. Boada, Uncertainties associated with strain-measuring systems using resistance strain gauges, *J. Strain Anal. Eng.* 46 (1) (2011) 1–13, <http://dx.doi.org/10.1243/03093247JSA661>.
- [29] T. Doiron, J. Stoup, Uncertainty and dimensional calibrations, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* 102 (6) (1997) 647.

Anexo F

Distribuciones optimizadas de puntos en profundidad para evaluar las tensiones residuales.

F.1.Introducción.

En este anexo se proporciona las distribuciones de puntos calculadas según el capítulo 4. Las distribuciones están optimizadas para que de ellas resulte la mínima incertidumbre típica combinada si se consideran como fuente de incertidumbre de entrada las deformaciones (instrumentación de medida de las deformaciones). Se contemplan las rosetas tipo A, B y C de tamaño 1/16 pulgadas y para las de tipo B también se contemplan los tamaños 1/8 y 1/32 pulgadas.

Con el propósito de evitar proporcionar demasiadas distribuciones de puntos, solo el caso más conservador va a ser considerado (distribuciones con los puntos más espaciados para que la incertidumbre esté acotada superiormente). Este caso corresponde a $\nu = 0.26$. Otra ventaja de utilizar siempre las mismas distribuciones de puntos, independientemente de las características del ensayo, es que se puede comparar directamente las tensiones residuales o sus incertidumbres en las mismas profundidades.

Para que el lector interesado pueda calcular, si lo desea, la distribución ideal en cada caso particular, se proporciona el código numérico implementado en Matlab.

F.2.Tablas de distribuciones de puntos ideales.

Las tablas presentadas muestran las profundidades óptimas calculadas teniendo en cuenta varias resoluciones, lo que da lugar a un distinto número total de puntos en profundidad, hasta alcanzar la profundidad efectiva máxima.

Tabla F.1: Distribuciones de puntos ideales para la roseta tipo A 1/32 pulgadas.

Primer punto elegido - resolución [mm] (número de puntos)						
0.01 (34)	0.02 (18)	0.03 (12)	0.04 (9)	0.05 (7)	0.06 (6)	0.07 (5)
0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14
0.03	0.06	0.09	0.12	0.15	0.18	0.22
0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.25	0.32
0.05	0.10	0.15	0.20	0.26	0.34	0.48
0.06	0.12	0.18	0.25	0.34	0.48	
0.07	0.14	0.21	0.31	0.45		
0.08	0.16	0.25	0.38			
0.09	0.18	0.29	0.49			
0.10	0.20	0.34				
0.11	0.22	0.4				
0.12	0.25	0.49				
0.13	0.28					
0.14	0.31					
0.15	0.35					
0.16	0.39					
0.17	0.45					
0.18	0.53					
0.19						
0.20						
0.21						
0.22						
0.24						
0.26						
0.28						
0.30						
0.32						
0.34						
0.36						
0.38						
0.41						
0.44						
0.48						
0.53						

Tabla F.2: Distribuciones de puntos ideales para la roseta tipo A 1/16 pulgadas.

Primer punto elegido - resolución [mm] (número de puntos)							
0.02 (33)	0.04 (17)	0.05 (15)	0.06 (12)	0.08 (9)	0.10 (7)	0.12 (6)	0.14 (5)
0.02	0.04	0.05	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14
0.04	0.08	0.10	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28
0.06	0.12	0.15	0.18	0.24	0.30	0.36	0.44
0.08	0.16	0.20	0.24	0.32	0.40	0.50	0.64
0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.52	0.68	0.96
0.12	0.24	0.30	0.36	0.50	0.68	0.96	
0.14	0.28	0.35	0.42	0.62	0.90		
0.16	0.32	0.40	0.50	0.76			
0.18	0.36	0.48	0.58	0.98			
0.20	0.40	0.52	0.68				
0.22	0.44	0.61	0.80				
0.24	0.50	0.66	0.98				
0.26	0.56	0.77					
0.28	0.62	0.85					
0.30	0.70	1.01					
0.32	0.78						
0.34	0.90						
0.36							
0.38							
0.40							
0.42							
0.44							
0.48							
0.52							
0.56							
0.60							
0.64							
0.68							
0.72							
0.76							
0.82							
0.88							
0.96							

Tabla F.3: Distribuciones de puntos ideales para la roseta tipo A 1/8 pulgadas.

Primer punto elegido - resolución [mm] (número de puntos)						
0.04 (33)	0.08 (17)	0.12 (12)	0.16 (9)	0.20 (7)	0.24 (6)	0.28 (5)
0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28
0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.48	0.56
0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72	0.88
0.16	0.32	0.48	0.64	0.80	1.00	1.28
0.20	0.40	0.60	0.80	1.04	1.36	1.92
0.24	0.48	0.72	1.00	1.36	1.92	
0.28	0.56	0.84	1.24	1.80		
0.32	0.64	1.00	1.52			
0.36	0.72	1.16	1.96			
0.40	0.80	1.36				
0.44	0.88	1.60				
0.48	1.00	1.96				
0.52	1.12					
0.56	1.24					
0.60	1.40					
0.64	1.56					
0.68	1.80					
0.72						
0.76						
0.80						
0.84						
0.88						
0.96						
1.04						
1.12						
1.20						
1.28						
1.36						
1.44						
1.52						
1.64						
1.76						
1.92						

Tabla F.4: Distribuciones de puntos ideales para la roseta tipo B.

Primer punto elegido - resolución [mm] (número de puntos)						
0.02 (33)	0.04 (17)	0.06 (11)	0.08 (9)	0.10 (7)	0.12 (6)	0.14 (5)
0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14
0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28
0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36	0.44
0.08	0.16	0.24	0.32	0.42	0.50	0.64
0.10	0.20	0.30	0.40	0.56	0.68	0.96
0.12	0.24	0.36	0.50	0.74	0.98	
0.14	0.28	0.44	0.62	1.02		
0.16	0.32	0.52	0.78			
0.18	0.36	0.62	1.02			
0.20	0.40	0.74				
0.22	0.46	0.90				
0.24	0.52					
0.26	0.58					
0.28	0.64					
0.30	0.72					
0.32	0.82					
0.34	0.96					
0.36						
0.38						
0.40						
0.42						
0.44						
0.48						
0.52						
0.56						
0.60						
0.64						
0.68						
0.72						
0.78						
0.84						
0.92						
1.02						

Tabla F.5: Distribuciones de puntos ideales para la roseta tipo C.

Primer punto elegido - resolución [mm] (número de puntos)						
0.02 (35)	0.04 (16)	0.06 (12)	0.08 (9)	0.10 (7)	0.12 (6)	0.14 (5)
0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14
0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28
0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36	0.44
0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.50	0.64
0.10	0.20	0.30	0.40	0.52	0.68	0.96
0.12	0.24	0.36	0.50	0.68	0.98	
0.14	0.28	0.42	0.62	0.92		
0.16	0.32	0.50	0.78	0.10		
0.18	0.36	0.58	1.02			
0.20	0.40	0.68				
0.22	0.44	0.80				
0.24	0.50	0.98				
0.26	0.56					
0.28	0.62					
0.30	0.70					
0.32	0.78					
0.34	0.88					
0.36	1.02					
0.38	1.28					
0.40						
0.42						
0.44						
0.46						
0.50						
0.54						
0.58						
0.62						
0.66						
0.70						
0.74						
0.80						
0.86						
0.94						
1.02						
1.14						

F.3.Código numérico.

El siguiente código numérico representa la función *puntos_optimos.m* programada en Matlab. La función está autoexplicada en los comentarios. Los argumentos de entrada son el módulo de Young en GPa, el coeficiente de Poisson, el diámetro del orificio en mm, la resolución en mm, el paso mínimo al siguiente punto en mm, y la profundidad máxima también en mm. Nótese que en realidad no es necesario conocer el módulo de Young, sin embargo, las sensibilidades utilizadas estarían divididas por E .

La función utiliza a su vez la llamada a las funciones *Matriz_A* y *Matriz_B*, que no se muestran aquí porque dependen de la roseta utilizada. Estas funciones deberán proporcionar los valores de $\bar{A}$ y $\bar{B}$ en la profundidad indicada por el argumento (H, h) con que se llama a las funciones.

El resultado del script es un vector fila h con las profundidades optimizadas donde evaluar las tensiones residuales. La figura F.1 muestra un ejemplo del uso de la función junto con el vector h de salida.

Figura F.1: Ejemplo de la entrada y salida de datos de la función *puntos_optimos.m*.

```
function [h]=puntos_optimos(E, nu, D, pasoInicial, pasoMin, profEfect)
% Los argumentos de entrada son el módulo de Young [GPa], el coef. de
% Poisson, el diámetro del orificio [mm], el primer punto elegido o
% resolución [mm], el incremento mínimo del paso [mm] y la profundidad
% efectiva [mm]

%% Inicializamos las variables
paso=pasoMinimo; % Paso utilizado inicialmente
h=[pasoInicial]; % Profundidad inicial
long=1; % Número de términos inicial de la profundidad
A=zeros(2,2); % Tamaño matriz A inicial
B=zeros(2,2); % Tamaño matriz B inicial

while h(long)<profEfectiva % La profundidad es menor que la efectiva
    h=[h h(long)+paso];
    NoDepth=length(h);
    if NoDepth>size(A,2) % Redefinimos la dimensión de A y B
        A=[A zeros(NoDepth-1,1)];
```



```

        A=[A; zeros(1,NoDepth)];
        B=[B zeros(NoDepth-1,1)];
        B=[B; zeros(1,NoDepth)];
    end

    %% Construcción de las matrices A y B
    if A(1,1)==0 % Construimos la matriz A
        A(1,1)=Matriz_A(h(1),h(1));
    end
    if B(1,1)==0 % Construimos la matriz B
        B(1,1)=Matriz_B(h(1),h(1));
    end
    for i=1:NoDepth
        A(NoDepth,i)=Matriz_A(h(NoDepth),h(i));
        B(NoDepth,i)=Matriz_B(h(NoDepth),h(i));
    end
    A=[zeros(NoDepth,1) A];
    B=[zeros(NoDepth,1) B];

    %% Construcción de las matrices a y b
    a=zeros(length(h),length(h)); % Inicializamos la matriz a
    b=zeros(length(h),length(h)); % Inicializamos la matriz b
    for i=1:length(h)
        a(:,i)=A(:,i+1)-A(:,i);
        b(:,i)=B(:,i+1)-B(:,i);
        a=tril(a);
        b=tril(b);
    end
    A(:,1)=[];
    B(:,1)=[];

    a=((D)/2)^2*a; % Normalizamos al diámetro del orificio
    b=((D)/2)^2*b;

    %% Calculamos las sensibilidades
    a_b=inv(a);
    for i=(length(h)-1):-1:1
        a_b(:,i)=a_b(:,i)+a_b(:,i+1);
    end
    b_b=inv(b);
    for i=(length(h)-1):-1:1
        b_b(:,i)=b_b(:,i)+b_b(:,i+1);
    end
    s_a=1/(1+nu)^2*sum(a_b.*a_b,2)*.5;
    s_b= sum(b_b.*b_b,2)*.5;
    s=E*sqrt(s_a+s_b);

    long=length(h);

    %% Comprobamos que la incertidumbre es menor que la del primer pto
    if s(long)>1.1*s(1) % Dejamos un margen del 10%
        paso=paso+pasoMinimo;
        h(long)=[];
        A(:,NoDepth)=[];
        A(NoDepth,:)=[];
        B(:,NoDepth)=[];
        B(NoDepth,:)=[];
    end
    long=length(h);
end

```

Anexo G

Coeficientes para el cálculo de las deformaciones de referencia y código numérico para la corrección de la excentricidad.

G.1. Introducción.

En este anexo se incluyen las tablas con los coeficientes $\delta_{mpq_{uv}}$ pertenecientes a la ecuación (5.23), que son necesarios para el cálculo de las deformaciones de referencia (sección 5.3.3.4). Se incluyen los coeficientes para las rosetas tipo A y tipo B.

También se recoge el código programado en Matlab para la corrección de las deformaciones en presencia de orificios excéntricos, y se incluyen las pautas para entender y utilizar este código correctamente.

G.2. Tablas de coeficientes.

Se proporcionan tres tablas por roseta para $m = 1, 2, 3$.

Las columnas representan los índices u, v y las filas los índices p, q . Las unidades están indicadas en cada fila y estas son las correspondientes a la medida de las deformaciones en $[\mu\text{m}/\text{m}]$ y de las excentricidades en $[\mu\text{m}]$ (ecuaciones (5.14, 5.20 – 5.23)).

Las siete cifras significativas consideradas suponen desviaciones de centésimas de tanto por ciento con respecto a considerar todas las cifras significativas disponibles.

G.2.1. Roseta tipo A.

Tabla G.1: Coeficientes $(\delta_{1pq_{uv}})$ para rosetas tipo A.

p, q	u, v									
	0, 0	1, 0	0, 1	2, 0	1, 1	0, 2	3, 0	2, 1	1, 2	0, 3
0, 0 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	-2.811457 E-06	-4.872245 E-07	8.475558 E-08	2.451602 E-08	-5.917605 E-08	9.679549 E-08	-1.438636 E-09	-2.811457 E-06	-4.872245 E-07	8.475558 E-08
1, 0 [1/m]	3.541458 E-09	8.218646 E-10	-1.007074 E-10	-3.908439 E-11	1.046242 E-10	-2.260900 E-10	8.806588 E-13	3.541458 E-09	8.218646 E-10	-1.007074 E-10
2, 0 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	-2.975161 E-12	-1.195970 E-12	-6.159156 E-14	8.791071 E-14	-1.579766 E-13	4.697558 E-13	-2.644375 E-15	-2.975161 E-12	-1.195970 E-12	-6.159156 E-14
3, 0 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	2.087202 E-15	1.683378 E-15	2.877022 E-16	-1.822193 E-16	1.591762 E-16	-7.307966 E-16	8.924409 E-18	2.087202 E-15	1.683378 E-15	2.877022 E-16
0, 2 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	1.088795 E-12	2.450711 E-13	-3.860323 E-14	-1.550193 E-14	3.086431 E-14	-5.575505 E-14	8.270376 E-16	1.088795 E-12	2.450711 E-13	-3.860323 E-14
1, 2 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	-2.090924 E-15	-6.693481 E-16	1.704031 E-16	7.248184 E-17	-1.162360 E-16	1.729002 E-16	-5.743985 E-18	-2.090924 E-15	-6.693481 E-16	1.704031 E-16

Tabla G.1: continuación.

p, q	u, v										
	4, 0	3, 1	2, 2	1, 3	0, 4	5, 0	4, 1	3, 2	2, 3	1, 4	0, 5
0, 0 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	1.173266 E-08	-1.858048 E-08	5.148828 E-09	8.967894 E-11	-9.034591 E-10	1.813531 E-09	-1.169260 E-09	2.432110 E-10	-2.238746 E-12	2.321113 E-11	-5.525840 E-11
1, 0 [1/m]	-1.945872 E-11	2.807920 E-11	3.377482 E-13	-4.058916 E-14	1.369040 E-12	-2.449712 E-12	1.213250 E-12	-3.283961 E-13	1.349773 E-15	-3.219276 E-14	6.659695 E-14
2, 0 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	2.503536 E-14	-2.337412 E-14	-3.510753 E-14	3.406226 E-17	-1.489833 E-15	1.632756 E-15	-2.528171 E-16	1.453684 E-15	-2.810842 E-19	2.958927 E-17	-3.257309 E-17
3, 0 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	-2.539601 E-17	1.410265 E-17	8.511217 E-17	-2.186461 E-19	1.426483 E-18	-4.955146 E-19	-8.297373 E-19	-3.621088 E-18	2.416608 E-21	-2.644002 E-20	-8.235486 E-22
0, 2 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	-5.881744 E-15	8.560291 E-15	-1.228496 E-15	-4.085229 E-17	4.223667 E-16	-7.756841 E-16	4.367626 E-16	-9.287110 E-17	9.046801 E-19	-9.971634 E-18	2.094500 E-17
1, 2 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	1.960165 E-17	-1.899552 E-17	-3.728323 E-18	2.712504 E-19	-1.353830 E-18	1.973656 E-18	-1.152484 E-18	4.921399 E-19	-5.096693 E-21	3.084751 E-20	-5.268680 E-20

Tabla G.2: Coeficientes $(\delta_{2pq_{uv}})$ para rosetas tipo A.

	u, v									
p, q	0, 0	1, 0	0, 1	2, 0	1, 1	0, 2	3, 0	2, 1	1, 2	0, 3
0, 1 [μm^{-1}]	8.322731 E-04	3.886374 E-06	5.955262 E-06	1.629117 E-09	-4.307466 E-07	7.625254 E-07	-5.428322 E-10	8.322731 E-04	3.886374 E-06	5.955262 E-06
1, 1 [μm^{-2}]	-1.300374 E-07	-3.318215 E-10	-1.045479 E-09	-1.860372 E-10	7.439830 E-10	-3.336578 E-09	-3.810872 E-11	-1.300374 E-07	-3.318215 E-10	-1.045479 E-09
0, 3 [μm^{-3}]	-1.025828 E-10	-1.359293 E-11	1.741424 E-11	1.377829 E-12	-2.770137 E-12	-5.156445 E-12	-1.534853 E-13	-1.025828 E-10	-1.359293 E-11	1.741424 E-11

Tabla G.2: continuación.

	u, v										
p, q	4, 0	3, 1	2, 2	1, 3	0, 4	5, 0	4, 1	3, 2	2, 3	1, 4	0, 5
0, 1 [μm^{-1}]	1.487412 E-08	3.216472 E-08	-5.355207 E-08	-2.421223 E-10	2.026561 E-09	-9.234640 E-09	1.247533 E-08	-4.913087 E-09	8.158039 E-12	-9.103023 E-11	3.278354 E-10
1, 1 [μm^{-2}]	-2.598576 E-11	-7.418479 E-12	2.093726 E-10	3.973815 E-12	-2.776677 E-12	5.618296 E-12	-7.249125 E-12	-2.536869 E-12	-9.588992 E-14	1.306213 E-13	-2.789747 E-13
0, 3 [μm^{-3}]	2.156450 E-13	4.691937 E-13	3.712371 E-13	9.468296 E-15	-3.586319 E-14	1.085274 E-13	-2.415042 E-13	1.224406 E-13	-2.103122 E-16	1.376301 E-15	-5.180193 E-15

Tabla G.3: Coeficientes $(\delta_{3pq_{uv}})$ para rosetas tipo A.

p, q	u, v									
	0, 0	1, 0	0, 1	2, 0	1, 1	0, 2	3, 0	2, 1	1, 2	0, 3
0, 0 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	-1.909993 E-06	-4.858958 E-07	1.833090 E-07	3.567270 E-08	-4.467818 E-08	6.797203 E-08	-2.585285 E-09	-1.909993 E-06	-4.858958 E-07	1.833090 E-07
1, 0 [1/m]	2.775665 E-09	-8.349041 E-10	-2.481059 E-10	-5.683907 E-11	8.402133 E-11	-1.808820 E-10	3.602855 E-12	2.775665 E-09	8.349041 E-10	-2.481059 E-10
2, 0 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	-2.813455 E-12	-1.197600 E-12	1.480943 E-13	7.679126 E-14	-7.432045 E-14	3.647991 E-13	-1.500973 E-15	-2.813455 E-12	-1.197600 E-12	1.480943 E-13
3, 0 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	2.177236 E-15	1.939915 E-15	-1.185481 E-16	-2.178659 E-16	8.129101 E-17	-5.869228 E-16	1.176352 E-17	2.177236 E-15	1.939915 E-15	-1.185481 E-16
0, 2 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	1.002246 E-12	2.623734 E-13	-8.692069 E-14	-1.597179 E-14	2.304690 E-14	-4.720955 E-14	8.322614 E-16	1.002246 E-12	2.623734 E-13	-8.692069 E-14
1, 2 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	-2.054872 E-15	-7.493474 E-16	2.469019 E-16	6.347299 E-17	-8.058612 E-17	1.558126 E-16	-4.211810 E-18	-2.054872 E-15	-7.493474 E-16	2.469019 E-16

Tabla G.3: continuación.

	u, v										
p, q	4, 0	3, 1	2, 2	1, 3	0, 4	5, 0	4, 1	3, 2	2, 3	1, 4	0, 5
0, 0 [μm/m]	1.076665 E-08	-1.708716 E-08	5.450570 E-09	1.371478 E-10	-8.387258 E-10	1.595294 E-09	-9.414740 E-10	1.404120 E-10	-2.953107 E-12	2.113398 E-11	-4.668362 E-11
1, 0 [1/m]	-2.099002 E-11	2.988307 E-11	-1.996372 E-12	-1.957202 E-13	1.537513 E-12	-2.426477 E-12	9.676314 E-13	-1.684259 E-13	4.393188 E-15	-3.570290 E-14	6.192833 E-14
2, 0 [μm ⁻¹ /m]	1.996819 E-14	-2.880184 E-14	-2.417346 E-14	-1.294880 E-17	-1.444747 E-15	2.171220 E-15	-5.217203 E-16	1.151520 E-15	3.978001 E-19	3.267895 E-17	-5.116566 E-17
3, 0 [μm ⁻² /m]	-1.625344 E-17	1.432146 E-17	7.176448 E-17	-3.264705 E-19	1.044115 E-18	-8.774329 E-19	-2.143563 E-19	-3.389899 E-18	3.886783 E-21	-2.074532 E-20	1.073060 E-20
0, 2 [μm ⁻¹ /m]	-5.724278 E-15	9.200926 E-15	-1.769175 E-15	-4.044749 E-17	4.181887 E-16	-7.376765 E-16	3.018387 E-16	-5.167795 E-18	8.813581 E-19	-9.680777 E-18	1.860446 E-17
1, 2 [μm ⁻² /m]	1.757318 E-17	-2.076066 E-17	-2.342644 E-18	2.021210 E-19	-1.284933 E-18	1.928417 E-18	-9.954771 E-19	3.962580 E-19	-4.124450 E-21	2.990092 E-20	-5.046431 E-20

G.2.2. Roseta tipo B.

Tabla G.4: Coeficientes $(\delta_{1pq_{uv}})$ para rosetas tipo B.

p, q	u, v									
	0, 0	1, 0	0, 1	2, 0	1, 1	0, 2	3, 0	2, 1	1, 2	0, 3
0, 0 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	-3.150192 E-06	-5.535137 E-07	9.010675 E-08	2.650103 E-08	-6.676635 E-08	1.130884 E-07	-1.439318 E-09	1.324580 E-08	-2.117831 E-08	5.621838 E-09
1, 0 [1/m]	4.227855 E-09	1.003140 E-09	-1.051063 E-10	-4.556978 E-11	1.335790 E-10	-2.894795 E-10	8.339488 E-13	-2.481382 E-11	3.477471 E-11	1.798635 E-12
2, 0 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	-3.892962 E-12	-1.521104 E-12	-8.654954 E-14	1.094736 E-13	-2.136075 E-13	6.254313 E-13	-3.434761 E-15	3.463802 E-14	-3.215046 E-14	-4.710089 E-14
3, 0 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	2.886517 E-15	2.371612 E-15	2.764160 E-16	-2.656036 E-16	2.314831 E-16	-1.002149 E-15	1.349617 E-17	-3.306219 E-17	1.382381 E-17	1.219846 E-16
0, 2 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	1.569396 E-12	3.583393 E-13	-3.434757 E-14	-1.804112 E-14	4.151696 E-14	-9.317437 E-14	4.002022 E-16	-7.459577 E-15	1.111573 E-14	5.827189 E-16
1, 2 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	-3.476283 E-15	-9.801962 E-16	-5.554847 E-17	5.020413 E-17	-1.033547 E-16	3.495266 E-16	-8.931117 E-19	1.782486 E-17	-1.981056 E-17	-2.204603 E-17

Tabla G.4: continuación.

p, q	u, v										
	4, 0	3, 1	2, 2	1, 3	0, 4	5, 0	4, 1	3, 2	2, 3	1, 4	0, 5
0, 0 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	9.173098 E-11	-1.020887 E-09	2.065678 E-09	-1.329920 E-09	2.829245 E-10	-2.359756 E-12	2.625694 E-11	-6.295793 E-11	5.771771 E-11	-2.415758 E-11	4.660348 E-12
1, 0 [1/m]	-3.950843 E-14	1.733217 E-12	-3.010245 E-12	1.471113 E-12	-4.643468 E-13	1.494496 E-15	-4.031690 E-14	8.077491 E-14	-5.459484 E-14	1.600652 E-14	-1.140862 E-15
2, 0 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	6.175770 E-17	-2.084236 E-15	2.257272 E-15	-3.861124 E-16	2.022839 E-15	-9.026081 E-19	4.173831 E-17	-4.575282 E-17	-8.309979 E-19	1.332963 E-17	-3.457779 E-17
3, 0 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	-3.243280 E-19	1.695970 E-18	-2.025755 E-19	-1.244877 E-18	-5.290491 E-18	3.053951 E-21	-2.950158 E-20	-8.832001 E-21	4.322388 E-20	-1.315075 E-20	9.490894 E-20
0, 2 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	-1.153843 E-17	5.548352 E-16	-1.145880 E-15	7.865349 E-16	-3.225687 E-16	3.759048 E-19	-1.386715 E-17	3.429309 E-17	-3.037030 E-17	9.729969 E-18	1.429309 E-18
1, 2 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	2.241561 E-20	-1.242721 E-18	1.910282 E-18	-1.011967 E-18	1.232335 E-18	-9.454837 E-22	2.935936 E-20	-5.497117 E-20	3.942213 E-20	-1.133202 E-20	-1.407412 E-20

Tabla G.5: Coeficientes $(\delta_{2pq_{uv}})$ para rosetas tipo B.

p, q	u, v									
	0, 0	1, 0	0, 1	2, 0	1, 1	0, 2	3, 0	2, 1	1, 2	0, 3
0, 1 [μm^{-1}]	9.419548 E-04	9.142845 E-06	6.682447 E-06	-5.842254 E-07	6.478658 E-08	-5.507563 E-07	3.512267 E-08	-9.641477 E-08	2.588121 E-07	-9.277822 E-08
1, 1 [μm^{-2}]	-2.570173 E-07	-9.119490 E-09	-2.871606 E-10	2.062020 E-10	6.068605 E-10	-1.330489 E-09	4.074193 E-12	-5.912237 E-11	-1.698470 E-10	2.413970 E-10
0, 3 [μm^{-3}]	-8.973608 E-11	-3.119163 E-11	-2.521624 E-12	3.422899 E-12	-2.261201 E-12	4.829430 E-12	-1.630035 E-13	-2.414524 E-14	1.238581 E-13	-5.402823 E-13

Tabla G.5: continuación.

	u, v										
p, q	4, 0	3, 1	2, 2	1, 3	0, 4	5, 0	4, 1	3, 2	2, 3	1, 4	0, 5
0, 1 [μm^{-1}]	-1.573070 E-09	1.163342 E-08	-3.403592 E-08	3.110580 E-08	-1.129032 E-08	3.163759 E-11	-3.588971 E-10	1.147151 E-09	-1.284197 E-09	5.302614 E-10	1.000067 E-11
1, 1 [μm^{-2}]	1.609744 E-13	-2.531093 E-12	3.249265 E-11	-4.216878 E-11	1.116833 E-11	-1.645847 E-14	2.610326 E-13	-1.640430 E-12	2.711018 E-12	-1.769674 E-12	4.496234 E-13
0, 3 [μm^{-3}]	2.068780 E-15	1.521951 E-15	4.471116 E-14	-9.773535 E-14	8.298924 E-14	3.427036 E-17	1.403121 E-16	-2.236269 E-15	3.995639 E-15	-1.686496 E-15	-9.620319 E-16

Tabla G.6. Coeficientes $(\delta_{3pq_{uv}})$ para rosetas tipo B.

p, q	u, v									
	0, 0	1, 0	0, 1	2, 0	1, 1	0, 2	3, 0	2, 1	1, 2	0, 3
0, 0 [$\mu\text{m}/\text{m}$]	-2.063243 E-06	-5.300255 E-07	1.974851 E-07	3.875641 E-08	-4.873743 E-08	7.630975 E-08	-2.791036 E-09	1.185783 E-08	-1.876998 E-08	5.757719 E-09
1, 0 [1/m]	3.153131 E-09	9.682520 E-10	-2.902442 E-10	-6.782112 E-11	1.000648 E-10	-2.144299 E-10	4.317438 E-12	-2.465170 E-11	3.424189 E-11	-1.157156 E-12
2, 0 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	-3.303113 E-12	-1.552963 E-12	2.114179 E-13	1.224632 E-13	-1.031562 E-13	4.561587 E-13	-4.775345 E-15	2.369904 E-14	-2.953904 E-14	-3.554380 E-14
3, 0 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	2.886781 E-15	2.415117 E-15	-1.180016 E-16	-2.738337 E-16	8.795532 E-17	-7.582478 E-16	1.492977 E-17	-1.794453 E-17	1.512712 E-17	9.712525 E-17
0, 2 [$\mu\text{m}^{-1}/\text{m}$]	1.308328 E-12	3.720779 E-13	-1.230716 E-13	-2.478934 E-14	3.287159 E-14	-6.974224 E-14	1.427002 E-15	-8.466543 E-15	1.291571 E-14	-1.766847 E-15
1, 2 [$\mu\text{m}^{-2}/\text{m}$]	-3.057812 E-15	-1.156473 E-15	2.575856 E-16	9.921797 E-17	-1.204357 E-16	3.061125 E-16	-6.559052 E-18	2.794197 E-17	-3.434906 E-17	-1.179440 E-17

Tabla G.6: continuación.

	u, v										
p, q	4, 0	3, 1	2, 2	1, 3	0, 4	5, 0	4, 1	3, 2	2, 3	1, 4	0, 5
0, 0 [μm/m]	1.485923 E-10	-9.246700 E-10	1.746530 E-09	-1.016648 E-09	1.519838 E-10	-3.215593 E-12	2.326089 E-11	-5.082429 E-11	4.178928 E-11	-1.570124 E-11	3.591607 E-12
1, 0 [1/m]	-2.306302 E-13	1.797168 E-12	-2.77351 6E-12	1.077565 E-12	-2.250768 E-13	5.120949 E-15	-4.157200 E-14	7.044257 E-14	-3.790632 E-14	9.252206 E-15	-2.162445 E-15
2, 0 [μm ⁻¹ /m]	1.147100 E-16	-1.654286 E-15	2.267250 E-15	-5.768707 E-16	1.715125 E-15	-1.669674 E-18	3.721189 E-17	-5.574210 E-17	1.945650 E-17	-1.005027 E-18	-2.593816 E-17
3, 0 [μm ⁻² /m]	-4.191553 E-19	1.137475 E-18	-7.77646 8E-19	-4.941987 E-19	-4.604485 E-18	5.097507 E-21	-2.226168 E-20	5.167695 E-21	3.455939 E-20	-2.369934 E-20	8.884433 E-20
0, 2 [μm ⁻¹ /m]	-7.318636 E-17	6.54909 9E-16	-1.154337 E-15	5.824482 E-16	-1.159294 E-16	1.63418 3E-18	-1.57500 8E-17	3.016600 E-17	-1.776722 E-17	1.710769 E-18	8.045639 E-19
1, 2 [μm ⁻² /m]	3.098413 E-19	-1.952942 E-18	2.617082 E-18	-7.524049 E-19	6.645578 E-19	-6.224101 E-21	4.327869 E-20	-6.099627 E-20	1.935129 E-20	2.075860 E-21	-8.799951 E-21

G.3. Código numérico para la corrección de la excentricidad.

El código implementado en Matlab cuenta con cuatro subrutinas llamadas *ecc_correction.m*, *step_i.m*, *C.m* y *G.m*.

ecc_correction.m tiene cinco argumentos de entrada. Los primeros tres argumentos son tres vectores columna con las veinte deformaciones medida en las galgas *a*, *b* y *c* en $\mu\text{m/m}$. El cuarto y quinto argumento son e_x y e_y en μm . Esta función calcula algunos de los valores de las variables que se van a utilizar durante el código restante (e_{ax} , e_{ay} , e_{bx} , e_{by} , e_{cx} y e_{cy}), y carga los coeficientes $\delta_{mpq_{uv}}$ que permanecen almacenados en tres matrices de dimensiones 6x21, 3x21 y 6x21.

ecc_correction.m llama a la función *step_i.m* que calcula las deformaciones corregidas para cada paso *i* siguiendo el diagrama de la figura 5.14. Sus argumentos son los datos iniciales del diagrama y los seis pasos en los que se divide el diagrama se indican también en el código.

En *step_i.m* cabe destacar la manera en la que el ángulo β_i es calculado. Se ha escogido un incremento $\Delta\beta_i = 0.001^\circ$ para la iteración y se considera que la igualdad del sistema (5.13) se da cuando:

$$100.01 > \frac{(\varepsilon'_b)_{ii}|\beta_i}{(\varepsilon'_b)_{ii}} > 99.99 \quad (\text{G.1})$$

donde el subíndice β_i indica el cálculo por iteración de $(\varepsilon'_b)_{ii}$. La elección de estos parámetros asegura un tiempo total de cálculo de segundos.

Las ecuaciones (5.11 – 5.12) tienen una discontinuidad cuando el denominador es cero. Aunque en la práctica es muy difícil encontrarse con esta situación exacta, significa que, para cierta combinación de ángulos y excentricidades cerca de la discontinuidad, la ecuación (G.1) solo se logra cuando $\Delta\beta_i$ es muy pequeño, incrementando considerablemente el tiempo de cálculo. Para evitar esto, β_i se calcula de dos maneras independientes: considerando las ecuaciones 1 y 3 en el sistema (5.13) y comprobando que se cumple la segunda ecuación y, considerando las ecuaciones 1 y 2 y comprobando la tercera ecuación. De esta manera, cuando nos encontramos cerca de la discontinuidad, se logra que se cumpla (G.1) solo de una de las dos maneras en las que se realiza el cálculo, siendo esta la que se toma para calcular finalmente β_i .

step_k.m llama a *C.m* que calcula los valores de $(C_m)_{ij}$ y sus argumentos son *i*, *j*, e_{lx} y e_{ly} .

C.m llama a *G.m* que calcula los valores de $(\gamma_{mpq})_{jk}$ y sus argumentos *i*, *j*, y $\delta_{mpq_{uv}}$ para $(u + v) \leq 5$.

Por último, la salida del procedimiento *ecc_correction.m* son tres vectores columna con las deformaciones corregidas ϵ_a , ϵ_b y ϵ_c .

La figura G.1 muestra un ejemplo con las variables de entrada, la llamada a la función y la salida de datos

Figura G.1: Ejemplo de la entrada y salida de datos de la función *ecc_correction.m*.

G.3.1. *ecc_correction.m*.

```
function [Ea,Eb,Ec]=ecc_correction(Eap,Ebp,Ecp,ex,ey)

global eax eay ebx eby ecx ecy d1 d2 d3
eax=ex;eay=ey; % gauge a eccentricity
R=sqrt(eax^2+eay^2); % gauge b eccentricity
ebx=R*cos(atan2(-eay,-eax)+deg2rad(45));eby=R*sin(atan2(-eay,-
eax)+deg2rad(45));
ecx=-eay;ecy=eax; % gauge c eccentricity

load('d1');load('d2');load('d3'); % load of delta coefficients

% initialization of variables
Ea=zeros(20,1);Eb=zeros(20,1);Ec=zeros(20,1);B=zeros(1,20);K1=zeros(1,
20);K2=zeros(1,20);

for j=1:20

[B(1,j),K1(1,j),K2(1,j),Ea(j,1),Eb(j,1),Ec(j,1)]=step_i(j,B,K1,K2,Eap(
j),Ebp(j),Ecp(j));
end
```

G.3.2. step_i.m.

```
function [Bj,K1j,K2j,Ea,Eb,Ec]=step_i(j,B,K1,K2,Eapj,Ebpj,Ecpj)

global eax eay ebx eby ecx ecy
% initialization of variables
ea1=zeros(1,20);eb1=zeros(1,20);ec1=zeros(1,20);ea2=zeros(1,20);eb2=ze
ros(1,20);ec2=zeros(1,20);
ea1p=zeros(1,20);eb1p=zeros(1,20);ec1p=zeros(1,20);ea2p=zeros(1,20);eb
2p=zeros(1,20);ec2p=zeros(1,20);
Eapk=zeros(1,20);Ebpk=zeros(1,20);Ecpk=zeros(1,20);

%% 1- Reference strains with eccentricity for each k<j (part 3)
for k=1:j-1
    [Ca1, Ca2, Ca3]=C(j,k,eax,eay);[Cb1, Cb2, Cb3]=C(j,k,ebx,eby);
    [Cc1, Cc2, Cc3]=C(j,k,ecx,ecy);

    ea1p(1,k)=Ca1*cos(deg2rad(2*B(k))+Ca2)+Ca3;ea2p(1,k)=Ca1*cos(deg2rad(2
    *(B(k)-90))+Ca2)+Ca3;
    eb1p(1,k)=Cb1*cos(deg2rad(2*(B(k)-
    225))+Cb2)+Cb3;eb2p(1,k)=Cb1*cos(deg2rad(2*(B(k)-225-90))+Cb2)+Cb3;
    ec1p(1,k)=Cc1*cos(deg2rad(2*(B(k)-
    90))+Cc2)+Cc3;ec2p(1,k)=Cc1*cos(deg2rad(2*(B(k)-90-90))+Cc2)+Cc3;

    Eapk(1,k)=K1(1,k)*ea1p(1,k)+K2(1,k)*ea2p(1,k);Ebpk(1,k)=K1(1,k)*eb1p(1
    ,k)+K2(1,k)*eb2p(1,k);
    Ecpk(1,k)=K1(1,k)*ec1p(1,k)+K2(1,k)*ec2p(1,k);
end

%% 2- Strains with eccentricity for k=j (equation 6)
Eapk(1,j)=Eapj-sum(Eapk(1,1:j-1));Ebpk(1,j)=Ebpj-sum(Ebpk(1,1:j-
1));Ecpk(1,j)=Ecpj-sum(Ecpk(1,1:j-1));

%% 4- Contants K1 and K2 and angle beta for k=j (system 5 and
equations 7-8)
[Ca1, Ca2, Ca3]=C(j,j,eax,eay);[Cb1, Cb2, Cb3]=C(j,j,ebx,eby);
[Cc1, Cc2, Cc3]=C(j,j,ecx,ecy);

for Bj_ab = -90:0.001:90
    %% 3- Reference strains with eccentricity for -90<beta<90 for k=j
    (part 3)

    ea1p(1,j)=Ca1*cos(deg2rad(2*Bj_ab)+Ca2)+Ca3;ea2p(1,j)=Ca1*cos(deg2rad(
    2*(Bj_ab-90))+Ca2)+Ca3;
    eb1p(1,j)=Cb1*cos(deg2rad(2*(Bj_ab-
    225))+Cb2)+Cb3;eb2p(1,j)=Cb1*cos(deg2rad(2*(Bj_ab-225-90))+Cb2)+Cb3;
    ec1p(1,j)=Cc1*cos(deg2rad(2*(Bj_ab-
    90))+Cc2)+Cc3;ec2p(1,j)=Cc1*cos(deg2rad(2*(Bj_ab-90-90))+Cc2)+Cc3;
    %%
    K1j=(Eapk(1,j)*eb2p(1,j)-
    ea2p(1,j)*Ebpk(1,j))/(ea1p(1,j)*eb2p(1,j)-ea2p(1,j)*eb1p(1,j));
    K2j=(Eapk(1,j)*eb1p(1,j)-
    ea1p(1,j)*Ebpk(1,j))/(ea2p(1,j)*eb1p(1,j)-ea1p(1,j)*eb2p(1,j));

    Ecpjj_calc=K1j*ec1p(1,j)+K2j*ec2p(1,j);
    if 100.01>(Ecpjj_calc)/Ecpk(1,j)*100 &&
    (Ecpjj_calc)/Ecpk(1,j)*100>99.99 && K1j>K2j
        break
    end
end
```

```

end
end

for Bj_ac = -90:0.001:90
    %% 3- Reference strains with eccentricity for -90<beta<90 for k=j
    (part 3)

    ea1p(1,j)=Ca1*cos(deg2rad(2*Bj_ac)+Ca2)+Ca3;ea2p(1,j)=Ca1*cos(deg2rad(
    2*(Bj_ac-90))+Ca2)+Ca3;
    eb1p(1,j)=Cb1*cos(deg2rad(2*(Bj_ac-
    225))+Cb2)+Cb3;eb2p(1,j)=Cb1*cos(deg2rad(2*(Bj_ac-225-90))+Cb2)+Cb3;
    ec1p(1,j)=Cc1*cos(deg2rad(2*(Bj_ac-
    90))+Cc2)+Cc3;ec2p(1,j)=Cc1*cos(deg2rad(2*(Bj_ac-90-90))+Cc2)+Cc3;
    %%
    K1j=(Eapk(1,j)*ec2p(1,j)-
    ea2p(1,j)*Ecpk(1,j))/(ea1p(1,j)*ec2p(1,j)-ea2p(1,j)*ec1p(1,j));
    K2j=(Eapk(1,j)*ec1p(1,j)-
    ea1p(1,j)*Ecpk(1,j))/(ea2p(1,j)*ec1p(1,j)-ea1p(1,j)*ec2p(1,j));

    Ebpjj_calc=K1j*eb1p(1,j)+K2j*eb2p(1,j);
    if 100.01>(Ebpjj_calc)/Ebpk(1,j)*100 &&
    (Ebpjj_calc)/Ebpk(1,j)*100>99.99 && K1j>K2j
        break
    end
end

if Bj_ac~=90 && Bj_ab==90;Bj=Bj_ac;elseif Bj_ac==90 &&
Bj_ab~=90;Bj=Bj_ab;else Bj=Bj_ac;end

ea1p(1,j)=Ca1*cos(deg2rad(2*Bj)+Ca2)+Ca3;ea2p(1,j)=Ca1*cos(deg2rad(2*(
Bj-90))+Ca2)+Ca3;
ec1p(1,j)=Cc1*cos(deg2rad(2*(Bj-
90))+Cc2)+Cc3;ec2p(1,j)=Cc1*cos(deg2rad(2*(Bj-90-90))+Cc2)+Cc3;
K1j=(Eapk(1,j)*ec2p(1,j)-ea2p(1,j)*Ecpk(1,j))/(ea1p(1,j)*ec2p(1,j)-
ea2p(1,j)*ec1p(1,j));
K2j=(Eapk(1,j)*ec1p(1,j)-ea1p(1,j)*Ecpk(1,j))/(ea2p(1,j)*ec1p(1,j)-
ea1p(1,j)*ec2p(1,j));
K1(j)=K1j;K2(j)=K2j;

%% 5- Reference strains without eccentricity for each k<=j (part 3)
B(j)=Bj;
for k=1:j
    [Ca1, Ca2, Ca3]=C(j,k,0,0);[Cb1, Cb2, Cb3]=C(j,k,0,0);
    [Cc1, Cc2, Cc3]=C(j,k,0,0);

    ea1(1,k)=Ca1*cos(deg2rad(2*B(k))+Ca2)+Ca3;ea2(1,k)=Ca1*cos(deg2rad(2*(
    B(k)-90))+Ca2)+Ca3;
    eb1(1,k)=Cb1*cos(deg2rad(2*(B(k)-
    225))+Cb2)+Cb3;eb2(1,k)=Cb1*cos(deg2rad(2*(B(k)-225-90))+Cb2)+Cb3;
    ec1(1,k)=Cc1*cos(deg2rad(2*(B(k)-
    90))+Cc2)+Cc3;ec2(1,k)=Cc1*cos(deg2rad(2*(B(k)-90-90))+Cc2)+Cc3;
end

%% 6- Total strains without eccentricity for k=j
Ea(1,:)=sum(K1.*ea1(1,:)+K2.*ea2(1,:));Eb(1,:)=sum(K1.*eb1(1,:)+K2.*eb
2(1,:));
Ec(1,:)=sum(K1.*ec1(1,:)+K2.*ec2(1,:));

```

G.3.3. C.m.

```
function [C1,C2,C3]=C(j,k,exC,eyC)

global d1 d2 d3
G1=zeros(20,20,6);G2=zeros(20,20,3);G3=zeros(20,20,6); %
initialization of variables

for p=1:6
    if k<=j;G1(j,k,p)=G(j,k,d1(p,:));G3(j,k,p)=G(j,k,d3(p,:));end
end
for q=1:3
    if k<=j;G2(j,k,q)=G(j,k,d2(q,:));end
end

C1=G1(j,k,1)+G1(j,k,2)*exC+G1(j,k,3)*exC^2+G1(j,k,4)*exC^3+G1(j,k,5)*e
yC^2+G1(j,k,6)*eyC^2*exC;
C2=G2(j,k,1)*eyC+G2(j,k,2)*exC*eyC+G2(j,k,3)*eyC^3;
C3=G3(j,k,1)+G3(j,k,2)*exC+G3(j,k,3)*exC^2+G3(j,k,4)*exC^3+G3(j,k,5)*e
yC^2+G3(j,k,6)*eyC^2*exC;
```

G.3.4. G.m.

```
function [G_out] = G(i2,k2,d)

G_out=0; % initialization of variables
for u=0:5;for v=0:5;if
u+v<=5;G_out=G_out+d((1+u+v)*(u+v)/2+v+1)*i2^u*k2^v;end;end;end
```

Anexo H

Coeficientes para el cálculo de las constantes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ teniendo en cuenta la geometría real del orificio.

H.1. Introducción.

En este anexo se incluyen los coeficientes necesarios para el cálculo de las constantes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ cuando se considera la geometría real del orificio (sección 5.4). En concreto se incluyen los coeficientes $C_{ka_{ij}}$ y $C_{kb_{ij}}$ ($k = 1, 2, 3$) de las ecuaciones (5.33 – 5.34) para las rosetas tipo A y tipo B.

También se incluyen las constantes de calibración $\bar{a}$ y $\bar{b}$ utilizadas en esta Tesis para un diámetro $D = 2.00$ mm y coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$, para las rosetas A y B.

H.2. Tablas de coeficientes.

Se proporcionan tres tablas por cada roseta para $k = 1, 2, 3$. Al igual que los coeficientes $\bar{a}$ y $\bar{b}$, son triangulares inferiores y tienen dimensión 20x20.

Las filas representan la profundidad que alcanza el orificio en cada incremento, h , y las columnas la profundidad desde la superficie considerada, H .

Las cifras significativas consideradas garantizan diferencias, con respecto a considerar todas las cifras significativas disponibles, de pocas décimas de tanto por ciento en los casos más desfavorables.

H.2.1. Roseta tipo A.

H.2.1.1. Coeficientes $\bar{a}$.

Tabla H.1: Coeficientes $C_{1a_{ij}} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo A.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	7.658																			
	0.10	4.859	8.581																		
	0.15	6.146	5.624	10.40																	
	0.20	6.417	4.856	5.254	10.87																
	0.25	5.827	5.511	4.055	5.852	10.81															
	0.30	5.168	5.068	5.008	3.680	5.877	10.90														
	0.35	4.878	4.542	4.536	4.620	3.424	6.371	10.91													
	0.40	4.413	4.092	3.872	3.963	4.265	3.161	6.407	10.39												
	0.45	4.118	3.896	3.615	3.639	3.648	3.987	3.105	6.656	10.54											
	0.50	3.641	3.415	3.285	3.094	3.154	3.199	3.640	2.846	6.689	9.477										
	0.55	3.373	3.215	3.023	2.997	2.823	3.048	2.986	3.435	2.870	6.678	9.809									
	0.60	2.896	2.741	2.646	2.506	2.540	2.414	2.645	2.583	3.036	2.595	6.690	8.358								
	0.65	2.697	2.587	2.456	2.415	2.298	2.390	2.287	2.585	2.451	2.934	2.647	6.483	8.860							
	0.70	2.320	2.210	2.140	2.035	2.038	1.942	2.067	1.969	2.289	2.111	2.516	2.391	6.483	7.190						
	0.75	2.117	2.041	1.952	1.913	1.835	1.868	1.802	1.945	1.892	2.196	2.008	2.485	2.417	6.129	7.805					
	0.80	1.766	1.692	1.645	1.572	1.568	1.501	1.566	1.499	1.669	1.595	1.956	1.691	2.031	2.172	6.101	6.067				
	0.85	1.635	1.583	1.522	1.491	1.438	1.448	1.407	1.474	1.442	1.598	1.581	1.860	1.640	2.086	2.181	5.670	6.739			
	0.90	1.370	1.319	1.286	1.234	1.228	1.180	1.214	1.168	1.260	1.210	1.392	1.334	1.701	1.374	1.644	1.976	5.633	5.051		
	0.95	1.253	1.218	1.176	1.153	1.117	1.118	1.091	1.125	1.106	1.186	1.176	1.329	1.333	1.576	1.342	1.741	1.953	5.166	5.724	
	1.00	1.028	0.994	0.972	0.936	0.931	0.898	0.917	0.887	0.940	0.909	1.011	0.975	1.152	1.108	1.460	1.103	1.311	1.772	5.111	4.156

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo A

$C_{1a_{ij}} \cdot 10^{-6}$ [1/ μm]

Tabla H.2: Coeficientes $C_{2a_{ij}} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo A.

	Profundidad de la tensión H [mm]																				
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	13.28																			
	0.10	17.04	11.44																		
	0.15	-0.681	14.91	1.170																	
	0.20	-6.759	6.216	19.90	-1.542																
	0.25	-2.062	-4.859	10.63	15.61	-2.558															
	0.30	2.550	-2.735	-4.789	13.33	15.46	-5.706														
	0.35	1.723	1.732	-2.997	-2.903	14.49	10.69	-10.06													
	0.40	2.334	2.361	2.870	-1.374	-1.953	16.53	8.924	-10.24												
	0.45	1.685	1.360	1.837	1.052	-1.121	-0.022	16.11	4.837	-17.12											
	0.50	2.321	2.338	1.933	2.430	2.320	0.560	1.401	17.37	2.046	-13.98										
	0.55	1.534	1.320	1.512	0.939	1.728	0.528	0.832	2.578	16.34	-0.881	-22.65									
	0.60	2.315	2.299	1.981	2.282	1.617	2.513	1.692	2.468	4.758	16.74	-3.858	-16.63								
	0.65	1.360	1.202	1.266	0.951	1.316	0.636	1.471	0.275	2.485	4.630	15.75	-5.837	-26.23							
	0.70	1.758	1.760	1.517	1.738	1.294	1.883	1.057	2.176	0.820	3.805	7.296	15.17	-8.603	-18.25						
	0.75	1.180	1.062	1.065	0.876	1.024	0.684	1.099	0.426	1.171	0.196	3.687	6.034	14.65	-9.676	-28.01					
	0.80	1.786	1.762	1.562	1.685	1.354	1.701	1.176	1.852	0.972	2.095	0.352	4.958	9.251	13.41	-11.86	-19.01				
	0.85	1.059	0.968	0.942	0.819	0.861	0.672	0.851	0.524	0.922	0.301	0.913	0.229	4.451	6.898	13.30	-12.32	-28.36			
	0.90	1.433	1.408	1.256	1.334	1.091	1.310	0.955	1.364	0.841	1.527	0.682	1.741	-0.186	5.478	10.24	11.46	-14.00	-19.13		
	0.95	0.953	0.878	0.841	0.749	0.746	0.624	0.695	0.505	0.698	0.384	0.752	0.185	0.677	0.267	4.800	7.303	11.79	-14.01	-27.68	
	1.00	1.333	1.301	1.180	1.216	1.032	1.157	0.906	1.144	0.806	1.198	0.714	1.343	0.564	1.506	-0.465	5.735	10.64	9.704	-15.17	-18.80

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo A

$C_{2a_{ij}} \cdot 10^{-9}$ [1/ μm^2]

Tabla H.3: Coeficientes $C_{3a_{ij}} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo A.

		Profundidad de la tensión H [mm]																				
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	-27.27																				
	0.10	-17.71	-23.82																			
	0.15	22.73	-17.37	-7.434																		$D = 2.00$ mm
	0.20	32.06	10.30	-28.84	-3.584																	Roseta tipo A
	0.25	14.22	30.25	2.414	-20.98	-3.096																$C_{3aij} \cdot 10^{-12}$ [1/ μm^3]
	0.30	0.632	18.90	32.85	-4.412	-23.02	2.355															
	0.35	3.461	2.949	20.99	28.26	-8.266	-15.09	10.53														
	0.40	2.371	2.140	0.528	18.57	26.05	-15.48	-14.70	10.04													
	0.45	3.667	3.994	3.317	5.768	17.81	20.02	-17.53	-8.079	24.09												
	0.50	2.234	1.788	2.592	2.261	2.861	14.63	15.43	-23.09	-5.595	17.11											
	0.55	3.587	3.611	3.071	4.472	3.843	7.824	12.90	10.75	-24.78	-0.832	35.34										
	0.60	1.713	1.340	1.743	1.183	2.965	2.239	5.143	9.292	3.751	-27.71	2.147	22.74									
	0.65	3.204	3.160	2.773	3.365	2.841	4.774	4.369	8.601	7.852	2.086	-29.93	5.773	43.05								
	0.70	2.028	1.680	1.901	1.344	2.305	1.414	3.736	2.755	7.440	4.377	-6.290	-29.75	8.538	26.69							
	0.75	2.709	2.652	2.392	2.654	2.341	3.201	2.744	4.819	4.721	8.469	3.493	-5.013	-32.93	11.05	47.41						
	0.80	1.060	0.837	0.999	0.615	1.218	0.599	1.866	0.927	3.429	2.515	8.466	-0.371	-14.54	-30.38	12.87	29.10					
	0.85	2.055	2.008	1.846	1.968	1.800	2.221	1.974	2.915	2.561	4.589	4.768	7.730	0.030	-10.42	-34.16	14.72	48.99				
	0.90	0.886	0.727	0.837	0.554	0.946	0.510	1.273	0.626	1.946	1.041	3.467	2.679	9.265	-3.700	-19.98	-29.61	15.85	30.33			
	0.95	1.420	1.399	1.302	1.380	1.286	1.533	1.395	1.913	1.684	2.655	2.355	4.293	4.630	6.785	-2.432	-14.18	-33.89	17.15	48.48		
	1.00	0.318	0.227	0.317	0.142	0.414	0.142	0.633	0.236	1.014	0.446	1.697	0.919	3.160	2.552	9.278	-6.158	-23.38	-28.26	17.57	30.62	

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo A

$C_{3a_{ij}} \cdot 10^{-12}$ [$1/\mu\text{m}^3$]

H.2.1.2. Coeficientes $\bar{b}$.

Tabla H.4: Coeficientes $C_{1b_{ij}} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo A.

	Profundidad de la tensión H [mm]																				
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	-2.333																			
	0.10	9.024	-0.467																		
	0.15	10.07	10.79	2.208																	
	0.20	8.032	8.858	10.73	3.223																
	0.25	6.687	7.295	8.249	11.45	4.132															
	0.30	6.241	6.110	6.896	7.969	11.49	4.783														
	0.35	5.925	5.904	5.647	6.602	7.774	11.81	5.899													
	0.40	5.264	5.253	5.293	4.980	6.210	7.437	11.67	5.831												
	0.45	4.814	4.950	4.869	5.123	4.665	5.953	7.320	11.54	7.113											
	0.50	4.167	4.198	4.351	4.287	4.573	4.069	5.497	6.866	11.29	6.341										
	0.55	3.786	3.909	3.885	4.099	4.030	4.455	3.839	5.291	6.752	10.80	7.758									
	0.60	3.181	3.237	3.347	3.312	3.560	3.503	3.940	3.279	4.733	6.207	10.48	6.414								
	0.65	2.901	3.007	3.020	3.147	3.113	3.393	3.362	3.834	3.134	4.632	6.076	9.776	7.908							
	0.70	2.406	2.466	2.554	2.541	2.689	2.643	2.950	2.896	3.414	2.643	4.031	5.518	9.464	6.213						
	0.75	2.171	2.260	2.289	2.373	2.369	2.520	2.503	2.799	2.804	3.261	2.541	4.005	5.341	8.631	7.684					
	0.80	1.752	1.808	1.878	1.881	1.977	1.956	2.128	2.088	2.407	2.365	2.907	2.097	3.354	4.795	8.316	5.813				
	0.85	1.586	1.659	1.693	1.752	1.763	1.853	1.855	2.012	2.013	2.297	2.328	2.739	2.049	3.419	4.599	7.469	7.208			
	0.90	1.273	1.321	1.375	1.385	1.450	1.443	1.549	1.528	1.706	1.670	1.978	1.944	2.477	1.674	2.781	4.110	7.189	5.326		
	0.95	1.142	1.199	1.231	1.275	1.289	1.347	1.358	1.448	1.459	1.608	1.622	1.880	1.927	2.281	1.652	2.892	3.894	6.368	6.586	
	1.00	0.892	0.931	0.973	0.986	1.032	1.033	1.101	1.094	1.201	1.185	1.354	1.326	1.609	1.584	2.083	1.329	2.279	3.463	6.119	4.795

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo A

$C_{1b_{ij}} \cdot 10^{-6}$ [$1/\mu\text{m}$]

Tabla H.5: Coeficientes $C_{2bij} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo A.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	101.4																			
	0.10	-24.10	99.37																		
	0.15	-17.26	-26.29	92.94																	
	0.20	6.821	-7.205	-19.15	94.12																
	0.25	15.73	9.857	-2.289	-20.77	92.78															
	0.30	13.34	14.41	10.40	0.819	-17.05	91.84														
	0.35	9.335	10.89	14.08	12.04	2.508	-17.75	84.35													
	0.40	9.741	9.889	11.58	16.67	13.33	5.109	-15.08	85.35												
	0.45	8.302	7.769	8.415	8.711	16.44	14.40	5.326	-14.42	73.14											
	0.50	8.574	8.890	8.103	8.947	9.649	18.62	15.71	7.093	-12.98	76.75										
	0.55	6.994	6.779	7.236	6.277	7.309	6.979	17.98	15.41	6.814	-11.18	61.28									
	0.60	7.363	7.629	7.212	7.912	6.784	8.065	7.786	19.65	17.35	7.704	-10.38	67.38								
	0.65	5.695	5.619	5.879	5.440	6.115	5.046	6.079	5.619	18.39	15.21	7.571	-8.285	50.18							
	0.70	5.905	6.132	5.876	6.363	5.715	6.727	5.405	6.879	5.770	19.44	17.66	7.447	-8.041	57.88						
	0.75	4.594	4.581	4.726	4.512	4.848	4.376	5.089	4.057	4.932	4.570	17.82	14.17	7.888	-5.755	40.43					
	0.80	4.907	5.080	4.933	5.244	4.847	5.460	4.750	5.830	4.513	5.933	4.248	18.55	17.31	7.005	-5.615	48.95				
	0.85	3.742	3.753	3.831	3.724	3.876	3.646	3.993	3.551	4.215	3.273	3.959	3.766	16.54	12.70	7.905	-3.598	32.15			
	0.90	3.936	4.070	3.984	4.194	3.935	4.317	3.881	4.532	3.839	4.888	3.645	4.945	2.891	16.97	16.14	6.408	-3.634	40.73		
	0.95	3.093	3.114	3.160	3.102	3.169	3.044	3.208	2.982	3.322	2.915	3.509	2.666	3.183	3.162	14.85	11.09	7.729	-1.869	25.31	
	1.00	3.290	3.387	3.336	3.466	3.295	3.522	3.244	3.619	3.213	3.812	3.188	4.126	3.006	4.134	1.917	15.10	14.61	5.878	-2.010	33.38

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo A

$C_{2bij} \cdot 10^{-9} [1/\mu\text{m}^2]$

Tabla H.6: Coeficientes $C_{3bij} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo A.

	Profundidad de la tensión H [mm]																				
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	-163.1																			
	0.10	108.0	-161.3																		
	0.15	60.52	105.3	-158.7																	
	0.20	-4.876	41.10	90.43	-166.9																
	0.25	-22.97	-8.262	34.57	94.73	-169.9															
	0.30	-12.32	-14.62	-4.954	29.92	84.88	-173.4														
	0.35	-0.217	-5.372	-10.97	-7.025	27.48	85.73	-162.8													
	0.40	-2.019	-1.498	-5.901	-14.67	-8.050	22.09	76.49	-169.7												
	0.45	0.361	1.610	2.161	2.699	-13.20	-10.28	20.84	74.01	-148.1											
	0.50	-1.280	-1.840	0.545	1.481	1.306	-16.82	-12.68	17.20	66.79	-159.1										
	0.55	0.940	1.396	0.933	4.101	5.205	8.618	-15.84	-12.40	15.37	61.90	-129.6									
	0.60	-1.074	-1.544	-0.467	-1.100	2.751	3.630	7.098	-19.25	-17.27	13.98	55.59	-144.7								
	0.65	1.103	1.346	0.991	2.348	1.990	5.922	7.608	12.04	-17.44	-13.00	10.74	50.56	-110.6							
	0.70	-0.610	-0.940	-0.301	-0.943	0.979	0.078	4.665	5.483	11.82	-20.33	-19.71	11.99	45.27	-128.0						
	0.75	0.836	1.010	0.827	1.512	1.262	2.963	2.754	6.848	9.006	13.45	-17.69	-12.31	6.889	40.29	-92.66					
	0.80	-0.965	-1.149	-0.747	-1.171	-0.078	-0.778	1.438	0.541	5.203	6.160	14.42	-20.59	-20.83	10.16	35.32	-111.0				
	0.85	0.303	0.451	0.397	0.788	0.703	1.564	1.415	3.174	3.114	7.071	9.501	13.47	-16.73	-10.84	3.806	31.27	-76.46			
	0.90	-1.119	-1.218	-0.942	-1.214	-0.527	-0.992	0.272	-0.421	1.801	0.987	5.429	6.466	15.80	-19.56	-20.17	8.565	26.90	-94.33		
	0.95	-0.355	-0.228	-0.222	0.034	0.031	0.533	0.484	1.410	1.300	3.018	3.038	6.733	9.225	12.53	-15.06	-9.139	1.340	23.62	-62.41	
	1.00	-1.544	-1.579	-1.379	-1.518	-1.065	-1.323	-0.552	-0.954	0.274	-0.301	1.755	1.106	5.152	6.251	15.91	-17.80	-18.59	6.930	19.89	-78.84

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo A

$C_{3bij} \cdot 10^{-12} [1/\mu\text{m}^3]$

H.2.2. Roseta tipo B.

H.2.2.1. Coeficientes $\bar{a}$.

Tabla H.7: Coeficientes $C_{1a_{ij}} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo B.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	8.739																			
	0.10	5.114	9.221																		
	0.15	6.461	5.946	11.18																	
	0.20	6.788	5.075	5.533	11.71																
	0.25	6.587	6.213	4.606	6.627	11.91															
	0.30	5.473	5.379	5.296	3.867	6.310	11.79														
	0.35	5.373	5.004	4.989	5.068	3.769	7.083	11.86													
	0.40	4.589	4.242	3.997	4.113	4.429	3.277	6.866	11.16												
	0.45	4.512	4.271	3.958	3.987	3.983	4.336	3.404	7.362	11.37											
	0.50	3.693	3.450	3.304	3.112	3.174	3.236	3.704	2.909	7.133	10.08										
	0.55	3.674	3.503	3.289	3.266	3.070	3.321	3.230	3.699	3.134	7.332	10.51									
	0.60	2.833	2.668	2.564	2.425	2.464	2.347	2.602	2.541	3.032	2.630	7.101	8.800								
	0.65	2.919	2.800	2.655	2.614	2.483	2.586	2.469	2.797	2.624	3.126	2.873	7.060	9.429							
	0.70	2.176	2.059	1.984	1.881	1.887	1.801	1.940	1.858	2.205	2.019	2.457	2.397	6.834	7.471						
	0.75	2.277	2.196	2.097	2.058	1.971	2.009	1.934	2.089	2.029	2.360	2.129	2.624	2.609	6.614	8.258					
	0.80	1.555	1.477	1.429	1.358	1.361	1.302	1.380	1.325	1.517	1.458	1.855	1.570	1.942	2.160	6.398	6.228				
	0.85	1.749	1.693	1.627	1.595	1.537	1.548	1.502	1.574	1.538	1.705	1.686	1.986	1.725	2.187	2.341	6.066	7.093			
	0.90	1.116	1.061	1.028	0.979	0.979	0.939	0.985	0.952	1.060	1.025	1.228	1.187	1.586	1.239	1.530	1.948	5.864	5.111		
	0.95	1.334	1.296	1.251	1.227	1.188	1.190	1.159	1.196	1.175	1.260	1.247	1.409	1.414	1.671	1.401	1.817	2.082	5.486	5.998	
	1.00	0.741	0.704	0.683	0.650	0.652	0.627	6.723	0.639	0.709	0.691	0.812	0.789	0.989	0.959	1.345	0.965	1.188	1.734	5.289	4.154

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$C_{1a_{ij}} \cdot 10^{-6} [1/\mu\text{m}]$

Tabla H.8: Coeficientes $C_{2a_{ij}} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo B.

	Profundidad de la tensión H [mm]																				
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	13.34																			
	0.10	22.91	15.56																		
	0.15	3.950	20.25	4.325																	
	0.20	-4.562	9.676	24.32	-0.257																
	0.25	-4.592	-7.375	9.724	14.60	-4.657															
	0.30	4.749	-1.335	-3.377	16.31	18.01	-6.160														
	0.35	1.819	1.768	-3.369	-3.064	15.90	10.51	-11.78													
	0.40	4.643	4.587	5.176	0.357	-0.020	19.76	10.56	-11.24												
	0.45	1.737	1.329	1.892	0.968	-1.253	0.267	17.51	3.884	-19.50											
	0.50	4.732	4.692	4.281	4.663	4.575	2.619	3.759	20.58	2.810	-15.11										
	0.55	1.521	1.252	1.496	0.809	1.719	0.327	0.955	3.214	17.54	-2.355	-25.43									
	0.60	4.850	4.795	4.452	4.658	3.932	4.720	3.807	4.725	7.320	19.61	-3.766	-17.82								
	0.65	1.280	1.085	1.186	0.796	1.249	0.456	1.415	0.024	2.810	5.473	16.76	-7.644	-29.10							
	0.70	4.308	4.287	4.026	4.168	3.677	4.161	3.253	4.254	2.775	6.098	9.931	17.70	-8.909	-19.20						
	0.75	1.052	0.910	0.935	0.702	0.903	0.499	0.997	0.233	1.076	-0.068	4.126	6.912	15.44	-11.54	-30.80					
	0.80	4.384	4.350	4.120	4.185	3.787	4.054	3.426	4.017	2.998	4.036	2.096	7.178	11.79	15.54	-12.42	-19.73				
	0.85	0.900	0.795	0.777	0.633	0.699	0.484	0.700	0.341	0.790	0.121	0.781	-0.009	4.892	7.697	13.90	-14.08	-30.96			
	0.90	4.040	4.012	3.835	3.863	3.559	3.699	3.256	3.570	2.941	3.527	2.555	3.517	1.385	7.554	12.66	13.25	-14.58	-19.56		
	0.95	0.778	0.691	0.659	0.554	0.566	0.428	0.525	0.315	0.545	0.204	0.618	0.008	0.538	0.070	5.218	7.971	12.27	-15.66	-30.00	
	1.00	3.960	3.929	3.783	3.777	3.527	3.584	-89.69	3.390	2.940	3.239	2.635	3.170	2.259	3.116	0.918	7.614	12.87	11.17	-15.70	-19.03

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$C_{2a_{ij}} \cdot 10^{-9} [1/\mu\text{m}^2]$

Tabla H.9: Coeficientes $C_{3a_{ij}} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo B.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	-30.84																			
	0.10	-32.70	-36.15																		
	0.15	12.05	-30.16	-16.96																	
	0.20	29.65	5.439	-37.02	-7.070																
	0.25	23.17	39.85	8.660	-16.30	1.579															
	0.30	-3.314	17.52	32.07	-8.876	-28.08	2.158														
	0.35	4.007	3.530	23.17	30.38	-9.864	-14.80	12.78													
	0.40	-1.391	-1.498	-3.412	16.72	23.93	-21.20	-18.47	10.96												
	0.45	4.342	4.770	3.894	6.726	19.46	20.67	-19.94	-6.763	27.80											
	0.50	-1.644	-2.048	-1.296	-1.320	-0.773	11.99	11.83	-29.57	-8.005	18.42										
	0.55	4.298	4.364	3.664	5.327	4.518	9.121	13.74	10.06	-27.56	1.155	40.05									
	0.60	-2.472	-2.830	-2.445	-2.812	-0.924	-1.300	1.857	5.948	-0.910	-34.10	0.787	24.35								
	0.65	3.907	3.886	3.365	4.110	3.391	5.638	5.068	9.989	7.937	0.379	-32.92	8.286	48.15							
	0.70	-2.297	-2.648	-2.443	-2.857	-1.839	-2.482	0.013	-0.596	4.463	0.632	-11.61	-35.82	7.890	27.97						
	0.75	3.336	3.289	2.940	3.286	2.840	3.864	3.247	5.605	5.408	9.794	3.030	-7.176	-35.80	13.64	52.51					
	0.80	-3.489	-3.725	-3.542	-3.829	-3.123	-3.576	-2.120	-2.847	-0.045	-0.668	5.845	-4.267	-20.04	-35.82	12.74	30.06				
	0.85	2.582	2.537	2.328	2.485	2.251	2.740	2.418	3.464	3.036	5.248	5.442	8.858	-0.642	-12.63	-36.82	17.14	53.85			
	0.90	-3.795	-3.970	-3.839	-4.034	-3.549	-3.828	-2.912	-3.354	-1.831	-2.498	0.202	-0.286	6.892	-7.551	-25.46	-34.37	15.80	30.81		
	0.95	1.847	1.831	1.704	1.805	1.667	1.958	1.762	2.347	2.051	3.123	2.756	4.869	5.222	7.667	-3.196	-16.23	-36.31	19.48	52.87	
1.00	-4.492	-4.601	-4.480	-4.583	-4.200	-4.337	306.5	-3.899	-2.917	-3.282	-1.799	-2.357	0.162	-0.186	7.182	-9.779	-28.56	-32.29	17.54	30.80	

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$C_{3a_{ij}} \cdot 10^{-12}$ [$1/\mu\text{m}^3$]

H.2.2.2. Coeficientes $\bar{b}$.

Tabla H.10: Coeficientes $C_{1b_{ij}} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo B.

		Profundidad de la tensión H [mm]																		
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	7.658																		
	0.10	4.859	8.581																	
	0.15	6.146	5.624	10.40																
	0.20	6.417	4.856	5.254	10.87															
	0.25	5.827	5.511	4.055	5.852	10.81														
	0.30	5.168	5.068	5.008	3.680	5.877	10.90													
	0.35	4.878	4.542	4.536	4.620	3.424	6.371	10.91												
	0.40	4.413	4.092	3.872	3.963	4.265	3.161	6.407	10.39											
	0.45	4.118	3.896	3.615	3.639	3.648	3.987	3.105	6.656	10.54										
	0.50	3.641	3.415	3.285	3.094	3.154	3.199	3.640	2.846	6.689	9.477									
	0.55	3.373	3.215	3.023	2.997	2.823	3.048	2.986	3.435	2.870	6.678	9.809								
	0.60	2.896	2.741	2.646	2.506	2.540	2.414	2.645	2.583	3.036	2.595	6.690	8.358							
	0.65	2.697	2.587	2.456	2.415	2.298	2.390	2.287	2.585	2.451	2.934	2.647	6.483	8.860						
	0.70	2.320	2.210	2.140	2.035	2.038	1.942	2.067	1.969	2.289	2.111	2.516	2.391	6.483	7.190					
	0.75	2.117	2.041	1.952	1.913	1.835	1.868	1.802	1.945	1.892	2.196	2.008	2.485	2.417	6.129	7.805				
	0.80	1.766	1.692	1.645	1.572	1.568	1.501	1.566	1.499	1.669	1.595	1.956	1.691	2.031	2.172	6.101	6.067			
	0.85	1.635	1.583	1.522	1.491	1.438	1.448	1.407	1.474	1.442	1.598	1.581	1.860	1.640	2.086	2.181	5.670	6.739		
	0.90	1.370	1.319	1.286	1.234	1.228	1.180	1.214	1.168	1.260	1.210	1.392	1.334	1.701	1.374	1.644	1.976	5.633	5.051	
	0.95	1.253	1.218	1.176	1.153	1.117	1.118	1.091	1.125	1.106	1.186	1.176	1.329	1.333	1.576	1.342	1.741	1.953	5.166	5.724
	1.00	1.028	0.994	0.972	0.936	0.931	0.898	0.917	0.887	0.940	0.909	1.011	0.975	1.152	1.108	1.460	1.103	1.311	1.772	5.111

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$C_{1b_{ij}} \cdot 10^{-6}$ [$1/\mu\text{m}$]

Tabla H.11: Coeficientes $C_{2bij} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo B.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	13.28																			
	0.10	17.04	11.44																		
	0.15	-0.681	14.91	1.170																	
	0.20	-6.759	6.216	19.90	-1.542																
	0.25	-2.062	-4.859	10.63	15.61	-2.558															
	0.30	2.550	-2.735	-4.789	13.33	15.46	-5.706														
	0.35	1.723	1.732	-2.997	-2.903	14.49	10.69	-10.06													
	0.40	2.334	2.361	2.870	-1.374	-1.953	16.53	8.924	-10.24												
	0.45	1.685	1.360	1.837	1.052	-1.121	-0.022	16.11	4.837	-17.12											
	0.50	2.321	2.338	1.933	2.430	2.320	0.560	1.401	17.37	2.046	-13.98										
	0.55	1.534	1.320	1.512	0.939	1.728	0.528	0.832	2.578	16.34	-0.881	-22.65									
	0.60	2.315	2.299	1.981	2.282	1.617	2.513	1.692	2.468	4.758	16.74	-3.858	-16.63								
	0.65	1.360	1.202	1.266	0.951	1.316	0.636	1.471	0.275	2.485	4.630	15.75	-5.837	-26.23							
	0.70	1.758	1.760	1.517	1.738	1.294	1.883	1.057	2.176	0.820	3.805	7.296	15.17	-8.603	-18.25						
	0.75	1.180	1.062	1.065	0.876	1.024	0.684	1.099	0.426	1.171	0.196	3.687	6.034	14.65	-9.676	-28.01					
	0.80	1.786	1.762	1.562	1.685	1.354	1.701	1.176	1.852	0.972	2.095	0.355	4.958	9.251	13.41	-11.86	-19.01				
	0.85	1.059	0.968	0.942	0.819	0.861	0.672	0.851	0.524	0.922	0.301	0.913	0.229	4.451	6.898	13.30	-12.32	-28.36			
	0.90	1.433	1.408	1.256	1.334	1.091	1.310	0.955	1.364	0.841	1.527	0.682	1.741	-0.186	5.478	10.24	11.46	-14.00	-19.13		
	0.95	0.953	0.878	0.841	0.749	0.746	0.624	0.695	0.505	0.698	0.384	0.752	0.185	0.677	0.267	4.800	7.303	11.79	-14.01	-27.68	
	1.00	1.333	1.301	1.180	1.216	1.032	1.157	0.906	1.144	0.806	1.198	0.714	1.343	0.564	1.506	-0.465	5.735	10.64	9.704	-15.17	-18.80

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$C_{2bij} \cdot 10^{-9} [1/\mu\text{m}^2]$

Tabla H.12: Coeficientes $C_{3bij} \cdot 10^{-6}$ para rosetas tipo B.

		Profundidad de la tensión H [mm]																				
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	-27.27																				
	0.10	-17.71	-23.82																			
	0.15	22.73	-17.37	-7.434																		
	0.20	32.06	10.30	-28.84	-3.584																	
	0.25	14.22	30.25	2.414	-20.98	-3.096																
	0.30	0.632	18.90	32.85	-4.412	-23.02	2.355															
	0.35	3.461	2.949	20.99	28.26	-8.266	-15.09	10.53														
	0.40	2.371	2.140	0.528	18.57	26.05	-15.48	-14.70	10.04													
	0.45	3.667	3.994	3.317	5.768	17.81	20.02	-17.53	-8.079	24.09												
	0.50	2.234	1.788	2.592	2.261	2.861	14.63	15.43	-23.09	-5.595	17.11											
	0.55	3.587	3.611	3.071	4.472	3.843	7.824	12.90	10.75	-24.78	-0.832	35.34										
	0.60	1.713	1.340	1.743	1.183	2.965	2.239	5.143	9.292	3.751	-27.71	2.147	22.74									
	0.65	3.204	3.160	2.773	3.365	2.841	4.774	4.369	8.601	7.852	2.086	-29.93	5.773	43.05								
	0.70	2.028	1.680	1.901	1.344	2.305	1.414	3.736	2.755	7.440	4.377	-6.290	-29.75	8.538	26.69							
	0.75	2.709	2.652	2.392	2.654	2.341	3.201	2.744	4.819	4.721	8.469	3.493	-5.013	-32.93	11.05	47.41						
	0.80	1.060	0.837	0.999	0.615	1.218	0.599	1.866	0.927	3.429	2.515	8.466	-0.371	-14.54	-30.38	12.87	29.10					
	0.85	2.055	2.008	1.846	1.968	1.800	2.221	1.974	2.915	2.561	4.589	4.768	7.730	0.030	-10.42	-34.16	14.72	48.99				
	0.90	0.886	0.727	0.837	0.554	0.946	0.510	1.273	0.626	1.946	1.041	3.467	2.679	9.265	-3.700	-19.98	-29.61	15.85	30.33			
	0.95	1.420	1.399	1.302	1.380	1.286	1.533	1.395	1.913	1.684	2.655	2.355	4.293	4.630	6.785	-2.432	-14.18	-33.89	17.15	48.48		
	1.00	0.318	0.227	0.317	0.142	0.414	0.142	0.633	0.236	1.014	0.446	1.697	0.919	3.160	2.552	9.278	-6.158	-23.38	-28.26	17.57	30.62	

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$C_{3bij} \cdot 10^{-12}$ [1/ μm^3]

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$C_{3bij} \cdot 10^{-12} [1/\mu\text{m}^3]$

H.2.3. Tablas de constantes de calibración.

H.2.3.1. Roseta A.

Tabla H.13: Coeficientes $\bar{a} \cdot -100$ para rosetas tipo A.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	0.668																			
	0.10	0.801	0.717																		
	0.15	0.910	0.841	0.728																	
	0.20	1.008	0.939	0.860	0.728																
	0.25	1.094	1.027	0.949	0.860	0.711															
	0.30	1.170	1.103	1.030	0.942	0.842	0.684														
	0.35	1.238	1.171	1.098	1.018	0.919	0.814	0.647													
	0.40	1.298	1.230	1.158	1.078	0.989	0.885	0.773	0.605												
	0.45	1.350	1.282	1.210	1.132	1.044	0.951	0.840	0.727	0.558											
	0.50	1.395	1.327	1.255	1.177	1.092	0.999	0.900	0.789	0.674	0.509										
	0.55	1.435	1.366	1.294	1.217	1.132	1.043	0.944	0.845	0.731	0.621	0.460									
	0.60	1.469	1.400	1.327	1.250	1.167	1.078	0.983	0.884	0.782	0.672	0.563	0.410								
	0.65	1.499	1.430	1.357	1.280	1.196	1.110	1.015	0.921	0.819	0.720	0.612	0.508	0.364							
	0.70	1.525	1.455	1.382	1.305	1.222	1.135	1.042	0.948	0.850	0.752	0.654	0.552	0.453	0.316						
	0.75	1.547	1.477	1.404	1.327	1.243	1.157	1.065	0.973	0.875	0.782	0.684	0.592	0.493	0.401	0.275					
	0.80	1.566	1.495	1.422	1.345	1.262	1.176	1.084	0.992	0.896	0.803	0.710	0.618	0.529	0.437	0.351	0.233				
	0.85	1.582	1.512	1.438	1.361	1.278	1.192	1.100	1.009	0.914	0.823	0.729	0.641	0.553	0.470	0.384	0.305	0.198			
	0.90	1.596	1.525	1.452	1.374	1.291	1.205	1.114	1.023	0.929	0.837	0.746	0.658	0.573	0.491	0.413	0.334	0.261	0.161		
	0.95	1.608	1.537	1.463	1.386	1.303	1.217	1.125	1.035	0.941	0.851	0.759	0.674	0.589	0.510	0.432	0.361	0.288	0.222	0.133	
1.00	1.618	1.547	1.473	1.396	1.312	1.226	1.135	1.045	0.951	0.861	0.771	0.685	0.602	0.523	0.449	0.377	0.312	0.244	0.185	0.102	

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo A

$\bar{a} \cdot -100$

Tabla H.14: Coeficientes $\bar{b} \cdot -100$ para rosetas tipo A.

		Profundidad de la tensión H [mm]																		
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	1.258																		
	0.10	1.450	1.357																	
	0.15	1.610	1.549	1.403																
	0.20	1.758	1.700	1.612	1.430															
	0.25	1.890	1.840	1.755	1.645	1.431														
	0.30	2.010	1.962	1.890	1.782	1.649	1.415													
	0.35	2.119	2.075	2.004	1.911	1.782	1.634	1.383												
	0.40	2.215	2.173	2.107	2.017	1.904	1.760	1.598	1.338											
	0.45	2.302	2.262	2.198	2.113	2.003	1.878	1.718	1.550	1.285										
	0.50	2.377	2.339	2.278	2.195	2.092	1.968	1.829	1.663	1.488	1.223									
	0.55	2.444	2.409	2.348	2.269	2.167	2.051	1.913	1.768	1.596	1.421	1.160								
	0.60	2.503	2.468	2.410	2.331	2.233	2.119	1.989	1.845	1.692	1.520	1.345	1.091							
	0.65	2.554	2.522	2.464	2.388	2.290	2.180	2.051	1.916	1.765	1.612	1.440	1.269	1.025						
	0.70	2.598	2.567	2.511	2.435	2.340	2.230	2.106	1.972	1.829	1.678	1.523	1.355	1.189	0.954					
	0.75	2.637	2.607	2.552	2.477	2.383	2.276	2.152	2.022	1.880	1.737	1.585	1.435	1.271	1.111	0.890				
	0.80	2.670	2.641	2.587	2.513	2.420	2.313	2.192	2.063	1.925	1.783	1.638	1.489	1.342	1.185	1.033	0.822			
	0.85	2.699	2.671	2.617	2.544	2.452	2.347	2.226	2.100	1.962	1.825	1.681	1.539	1.394	1.253	1.103	0.959	0.764		
	0.90	2.723	2.696	2.643	2.571	2.479	2.375	2.255	2.130	1.995	1.858	1.717	1.577	1.438	1.298	1.164	1.021	0.887	0.701	
	0.95	2.745	2.718	2.666	2.594	2.503	2.400	2.281	2.156	2.022	1.887	1.747	1.611	1.473	1.340	1.206	1.078	0.946	0.818	0.649
1.00	2.763	2.737	2.685	2.614	2.523	2.420	2.302	2.178	2.045	1.911	1.773	1.637	1.503	1.371	1.243	1.116	0.996	0.870	0.753	0.593

$D = 2.00\text{ mm}$
 $b = 100$
Roseta tipo A

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo A

$\bar{b} \cdot -100$

H.2.4. Roseta B.

Tabla H.15: Coeficientes $\bar{a} \cdot -100$ para rosetas tipo B.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	0.722																			
	0.10	0.867	0.774																		
	0.15	0.991	0.915	0.789																	
	0.20	1.098	1.022	0.934	0.787																
	0.25	1.192	1.118	1.031	0.932	0.766															
	0.30	1.276	1.201	1.119	1.022	0.910	0.735														
	0.35	1.350	1.275	1.193	1.103	0.994	0.877	0.693													
	0.40	1.415	1.339	1.258	1.169	1.069	0.954	0.829	0.645												
	0.45	1.472	1.395	1.314	1.227	1.128	1.024	0.901	0.777	0.592											
	0.50	1.520	1.444	1.363	1.276	1.180	1.077	0.966	0.843	0.717	0.538										
	0.55	1.564	1.486	1.405	1.319	1.223	1.124	1.014	0.903	0.778	0.657	0.484									
	0.60	1.600	1.522	1.441	1.354	1.260	1.161	1.055	0.946	0.833	0.712	0.593	0.428								
	0.65	1.632	1.554	1.472	1.386	1.292	1.195	1.089	0.984	0.871	0.763	0.645	0.533	0.378							
	0.70	1.659	1.581	1.499	1.412	1.319	1.221	1.118	1.013	0.905	0.797	0.690	0.579	0.473	0.327						
	0.75	1.683	1.604	1.522	1.436	1.342	1.245	1.141	1.039	0.931	0.828	0.721	0.621	0.515	0.417	0.283					
	0.80	1.702	1.623	1.541	1.455	1.361	1.264	1.162	1.059	0.954	0.851	0.748	0.648	0.552	0.454	0.362	0.237				
	0.85	1.720	1.641	1.558	1.472	1.378	1.282	1.179	1.077	0.972	0.871	0.769	0.673	0.577	0.489	0.397	0.313	0.201			
	0.90	1.734	1.655	1.572	1.486	1.392	1.295	1.193	1.092	0.987	0.886	0.786	0.691	0.599	0.510	0.427	0.343	0.267	0.162		
	0.95	1.747	1.668	1.585	1.498	1.404	1.308	1.205	1.104	1.000	0.900	0.800	0.707	0.615	0.530	0.447	0.371	0.295	0.225	0.132	
	1.00	1.758	1.678	1.595	1.508	1.414	1.318	1.215	1.114	1.011	0.911	0.812	0.718	0.628	0.543	0.464	0.388	0.319	0.248	0.186	0.100

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$a \cdot -100$

Tabla H.16: Coeficientes $\bar{b} \cdot -100$ para rosetas tipo B.

		Profundidad de la tensión H [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
Profundidad del orificio h [mm]	0.05	1.411																			
	0.10	1.630 1.524																			
	0.15	1.822 1.752 1.583																			
	0.20	1.992 1.925 1.824 1.612																			
	0.25	2.144 2.087 1.989 1.860 1.612																			
	0.30	2.283 2.227 2.143 2.018 1.863 1.592																			
	0.35	2.407 2.356 2.274 2.166 2.015 1.843 1.552																			
	0.40	2.518 2.469 2.392 2.286 2.156 1.987 1.799 1.500																			
	0.45	2.617 2.571 2.496 2.397 2.268 2.122 1.937 1.742 1.437																			
	0.50	2.703 2.659 2.587 2.490 2.369 2.225 2.063 1.871 1.668 1.365																			
	0.55	2.780 2.738 2.668 2.574 2.455 2.319 2.159 1.990 1.791 1.590 1.291																			
	0.60	2.846 2.806 2.737 2.645 2.530 2.396 2.245 2.078 1.901 1.703 1.502 1.212																			
	0.65	2.904 2.866 2.799 2.709 2.595 2.465 2.315 2.158 1.983 1.807 1.609 1.414 1.136																			
	0.70	2.954 2.917 2.851 2.762 2.651 2.522 2.377 2.221 2.055 1.881 1.703 1.512 1.322 1.056																			
	0.75	2.998 2.963 2.898 2.810 2.699 2.573 2.429 2.278 2.113 1.948 1.773 1.601 1.415 1.234 0.984																			
	0.80	3.035 3.001 2.937 2.850 2.741 2.616 2.474 2.323 2.163 2.000 1.833 1.663 1.495 1.317 1.146 0.908																			
	0.85	3.067 3.034 2.972 2.886 2.777 2.653 2.512 2.365 2.205 2.046 1.880 1.719 1.553 1.393 1.224 1.062 0.843																			
	0.90	3.095 3.063 3.001 2.915 2.808 2.685 2.545 2.398 2.241 2.083 1.921 1.761 1.603 1.445 1.292 1.132 0.981 0.773																			
	0.95	3.119 3.088 3.026 2.942 2.835 2.713 2.574 2.428 2.272 2.116 1.955 1.799 1.642 1.491 1.340 1.196 1.047 0.905 0.715																			
	1.00	3.139 3.108 3.048 2.964 2.857 2.736 2.598 2.453 2.298 2.143 1.984 1.829 1.675 1.525 1.381 1.239 1.104 0.963 0.832 0.653																			

$D = 2.00 \text{ mm}$

Roseta tipo B

$b \sim 100$

$D = 2.00$ mm

Roseta tipo B

$b \cdot -100$

Anexo I

Información complementaria sobre la verificación experimental.

I.1. Introducción.

Este anexo amplía la información experimental proporcionada en el capítulo 6 mediante la incorporación de imágenes y gráficas que muestran los datos recogidos. De este modo se facilita el seguimiento de esta Tesis y la reproducción de los resultados obtenidos.

En concreto se muestran, para la verificación experimental de los coeficientes calculados para la geometría real del orificio, las imágenes detalladas de los orificios de las tres probetas utilizadas, donde se han esbozado la excentricidad y el diámetro de estos. También se muestran las deformaciones medidas en los tres ensayos. Toda esta información se presenta, además, para las probetas y ensayos utilizados en la determinación de las tensiones residuales iniciales del material.

La misma información complementaria es mostrada para la verificación experimental de la estimación de la incertidumbre siguiendo la Norma ASTM E837-13, pero se añade además, la comparación de las deformaciones cuando estas se normalizan con diferentes parámetros.

I.2. Información complementaria para la verificación experimental de los coeficientes calculados para la geometría real del orificio.

I.2.1. Ensayos de flexión en cuatro puntos.

I.2.1.1. Imágenes detalladas de los orificios.

Las imágenes proporcionadas complementan la información de la tabla 6.1.

Las excentricidades totales son de 34 μm , 45 μm y 33 μm , para los ensayos (a), (b) y (c), respectivamente. No son excesivas, pero si mayores que las permitidas en la Norma ASTM E837, por lo que se ha efectuado la corrección de las deformaciones debido a la excentricidad.

Figura I.1: Orificios practicados para la verificación experimental de los coeficientes calculados a partir de la geometría real del orificio en los ensayos (a), (b) y (c).

I.2.1.2. Deformaciones medidas en los ensayos.

En línea discontinua se han representado las deformaciones originales y en continua las corregidas teniendo en cuenta la excentricidad. Como la excentricidad en los tres ensayos es pequeña, visualmente se comprueba que las diferencias entre las deformaciones son también pequeñas.

En el ensayo (a) la galga *a* está orientada en la dirección longitudinal de la probeta y es la que presenta mayor relajación de tensiones. En los ensayos (b) y (c) es la galga *b* la que se encuentra según la dirección longitudinal. Además, las galgas *a* y *c* estarían dispuestas de forma simétrica según esta dirección y deben medir deformaciones similares, tal y como se puede comprobar en las figuras I.2(b) y (c). La corrección de la excentricidad hace que las deformaciones medidas en las galgas *a* y *c* sean aún más parecidas.

Las deformaciones se han medido hasta 1.10 mm de profundidad en previsión de que una mayor profundidad pudiese ser necesaria para alguno de los cálculos

Figura I.2: Deformaciones medidas y deformaciones corregidas por excentricidad para la verificación experimental de los coeficientes calculados a partir de la geometría real del orificio en los ensayos (a), (b) y (c).

I.2.2. Determinación de las tensiones residuales iniciales en el material.

I.2.2.1. Imágenes detalladas de los orificios.

Estas imágenes complementan la información proporcionada en la tabla 6.3.

Las excentricidades totales son de 7 μm , 22 μm , 29 μm , y 46 μm , para los ensayos (1), (2), (3) y (4), respectivamente. No son excesivas en ninguno de los casos, y en los ensayos (1) y (2) no merece la pena corregir las deformaciones dado su pequeño valor. En los otros casos se han efectuado las correcciones de las deformaciones debido a la excentricidad.

I.2.2.2. Deformaciones medidas en los ensayos.

Se han representado las deformaciones originales en línea discontinua y en línea continua las corregidas teniendo en cuenta la excentricidad, para los ensayos (3) y (4). Como la excentricidad es pequeña y como el valor de las deformaciones es bajo, no existe gran diferencia entre las deformaciones medidas y corregidas.

En los ensayos (1) y (2) la galga c está orientada en la dirección longitudinal de la probeta. En los ensayos (3) y (4) la galga a es la que se encuentra según la dirección longitudinal. En todos los casos las deformaciones medidas son pequeñas lo que indica unas tensiones residuales muy bajas, propias de la laminación del aluminio, y donde aparecen tensiones residuales de compresión en la superficie.

Figura I.3: Orificios practicados para la determinación de las tensiones residuales iniciales en el material en los ensayos (1), (2), (3) y (4).

I.3. Información complementaria para la verificación experimental de la estimación de incertidumbres utilizando la Norma ASTM E837-13.

I.3.1. Ensayos de flexión en cuatro puntos.

I.3.1.1. Imágenes detalladas de los orificios.

Las imágenes mostradas en esta sección complementan la información proporcionada en la tabla 6.4.

Figura I.4: Deformaciones medidas y deformaciones corregidas por excentricidad para la determinación de las tensiones residuales iniciales en el material en los ensayos (1), (2), (3) y (4).

Las excentricidades de los cinco ensayos en cada una de las dos probetas se muestran en la tabla I.1. Todas las deformaciones utilizadas en los cálculos han sido corregidas por excentricidad.

Tabla I.1: Excentricidades medidas en los ensayos de la verificación experimental de la estimación de incertidumbres utilizando la Norma ASTM E837-13.

Ensayo	Probeta	e_x [μm]	e_y [μm]	e [μm]
1	1	-91	46	102
2	1	-57	38	69
3	1	-30	20	36
4	1	-14	5	15
5	1	-33	16	37
6	2	-7	33	34
7	2	-25	28	38
8	2	-2	27	27
9	2	-27	28	39
10	2	-34	4	34

Figura I.5: Orificios practicados para la verificación experimental de la estimación de incertidumbres utilizando la Norma ASTM E837-13 en los ensayos (1) a (10).

I.3.1.2. Deformaciones medidas en los ensayos.

Se han representado en todas las gráficas las deformaciones originales en línea discontinua y las deformaciones corregidas por excentricidad en línea continua.

En todos los ensayos la galga a está orientada en la dirección longitudinal de la probeta y es la que presenta mayor relajación de tensiones.

Figura I.6: Deformaciones medidas y deformaciones corregidas por excentricidad para la verificación experimental de la estimación de incertidumbres utilizando la Norma ASTM E837-13 en los ensayos (1) a (10).

I.3.1.3. Comparación de las deformaciones.

Resulta interesante comparar las deformaciones de los diez ensayos entre sí, y ver las diferencias cuando se normalizan ciertas características como son el diámetro del orificio o cuando se corrige la excentricidad.

La figura I.7 muestra la media de las deformaciones medidas y sus bandas de media más la desviación típica y media menos desviación típica. Se ha preferido esta representación, en lugar de mostrar todas las deformaciones juntas para favorecer la legibilidad de la gráfica.

Figura I.7: Media de las deformaciones $\pm$ la desviación típica en los diez ensayos realizados.

La figura I.8 hace lo propio cuando se normaliza el diámetro de los orificios practicados a 1.75 mm mediante la aplicación de la ecuación (4.5) a las deformaciones medidas.

Figura I.8: Media de las deformaciones $\pm$ la desviación típica en los diez ensayos realizados cuando se normaliza el diámetro del orificio a 1.75 mm.

En la figura anterior se observa como cuando se normaliza el diámetro las desviaciones típicas decrecen en todas las galgas, siendo la mayor la disminución de la desviación típica de la galga a (en la profundidad de 1 mm es de unas 4 veces menor).

Por último, la figura I.9 muestra la misma información que la figura I.8 pero cuando se ha corregido la excentricidad.

En la figura I.9 se observa visualmente como al corregir la excentricidad las bandas de desviaciones típicas son más estrechas. En la galga a la disminución es muy clara (los valores de las desviaciones típicas caen casi a la mitad). En las galgas b y c la disminución es menos evidente visualmente, pero numéricamente se comprueba una desviación de aproximadamente un 10%.

El hecho de que disminuye la desviación típica cuando se corrige la excentricidad evidencia que esta corrección es efectiva.

Además, de forma general podemos afirmar que las medidas en los ensayos realizados son fiables y de gran calidad, debido a la poca dispersión encontradas en las deformaciones medidas.

Figura I.9: Media de las deformaciones $\pm$ la desviación típica en los diez ensayos realizados cuando se normaliza el diámetro del orificio a 1.75 mm y se corrige la excentricidad.