Nuevos órdenes sobre los números y cantidades borrosas

Pablo Hernández Varela [2], **Carmen Torres-Blanc** [1],
Susana Cubillo Villanueva [1], **José Atilio Guerrero** [2]

[1] *Universidad Politécnica de Madrid*
scubillo@fi.upm.es, ctorres@fi.upm.es,
[2] *Universidad Nacional Experimental del Táchira, Venezuela*
phernandezv@unet.edu.ve, jaguerrero4@gmail.com

En los procesos de los sistemas borrosos, comúnmente se debe comparar y elegir entre varios números borrosos para emitir una respuesta o tomar una decisión. En cierto sentido, los números y cantidades borrosas se pueden considerar como "valores reales" con grados de incertidumbre, imprecisión, o vaguedad, y por tanto se representan como conjuntos borrosos sobre la recta real. Es decir, en general, no son simplemente números reales, y no se pueden ordenar con el orden total de los mismos. En lo que sigue, para simplificar las notaciones, identificaremos un conjunto borroso F sobre la recta real con su función de pertenencia f .

Por otra parte, el orden parcial usual de los conjuntos borrosos inducido por el orden de los números reales, es decir

$$f \leq g \text{ si } f(x) \leq g(x), \text{ para todo } x \in \mathbb{R} \qquad (1),$$

no extiende el orden de los números reales. En efecto, supongamos que se quiere tratar a dos números reales a y b como números borrosos, por medio de sus funciones características $\bar{a}$ y $\bar{b}$, entonces el orden parcial usual (1), no extiende el orden usual ($\leq$) de los números reales. Por ejemplo, si $a, b \in \mathbb{R}$, con $a < b$, no se cumple que $\bar{a} \leq \bar{b}$, ya que $\bar{b}(a) = 0 < \bar{a}(a) = 1$. Además, tampoco se cumple $\bar{b} \leq \bar{a}$, por lo que no son comparables con dicho orden parcial. Por tanto, el orden parcial (1) no es recomendable para comparar dos números o cantidades borrosas. Por este motivo, en [1] se presenta el orden parcial que se obtiene a partir de las extensiones en forma horizontal del Principio de Extensión de Zadeh

$$(f \bullet g)_\alpha = f_\alpha \bullet g_\alpha = \{a \circ b : \ a \in f_\alpha, b \in g_\alpha\} \qquad (2),$$

tomando como $\circ$ las operaciones $\vee$ y $\wedge$; es decir, el siguiente orden parcial:

$$f \leq g \text{ si } f_\alpha \leq_I g_\alpha, \text{ para todo } \alpha \in (0,1], \qquad (3)$$

donde f_α representa el α-corte correspondiente de la función f, y $[a_1, a_2] \leq_I [b_1, b_2]$ si $a_1 \leq b_1$ y $a_2 \leq b_2$. Este orden parcial sí extiende el orden de los números reales, ya que dados dos números reales a y b tales que $a \leq b$, se tiene que $\bar{a} \leq \bar{b}$, al ser $\bar{a}_\alpha = [a, a]$ y $\bar{b}_\alpha = [b, b]$ para todo α, y por consiguiente $\bar{a}_\alpha \leq_I \bar{b}_\alpha$ para todo α. Sin embargo, este orden parcial no está definido para cualesquiera conjuntos borrosos sobre ℝ, y sólo es válido para ordenar parcialmente conjuntos borrosos con funciones de dominio real convexas, semicontinuas superiormente (upper-semicontinuas), con soporte acotado y fuertemente normales (lo que llamaremos números borrosos, FNs), condiciones que aseguran que los α-cortes sean intervalos cerrados y acotados.

En este trabajo, proponemos el uso de dos órdenes parciales, obtenidos a partir de la forma vertical del Principio de Extensión de Zadeh ([4]), de las operaciones $\vee$ y $\wedge$:

$$(f \sqcap^* g)(x) = \sup\{f(y) \wedge g(z) : y \wedge z = x\} \ \text{ y } \ (f \sqcup^* g)(x) = \sup\{f(y) \wedge g(z) : y \vee z = x\} \quad (4)$$

- Discuss how researchers in fuzzy sets (and especially in linguistic description of data) can use NLG effectively and the implications of the techniques they usually employ from an NLG point of view. In this regard, we will focus on: *i)* Exploring where fuzzy quantified statements can be placed in terms of NLG tasks, *ii)* Providing illustrative examples and use cases taken from the literature.

- Likewise, we will also discuss how fuzzy sets can be used for including uncertainty management in several tasks involved in standard NLG systems. More specifically, we will show some examples on how fuzzy set related techniques can be used for: *i)* content determination, *ii)* lexicalization, *iii)* referring expression generation, *iv)* aggregation.

- We will also address the differences between approaches in linguistic summarization of data and NLG regarding evaluation tasks.

- The previous topics will serve to open up the discussion on another important issue involved in the cross-fertilization of both fields, namely the usage of empirical techniques to define fuzzy linguistic terms and expressions in real application contexts.

References

[1] J. Kacprzyk and S. Zadrozny. Computing with words is an implementable paradigm: Fuzzy queries, linguistic data summaries, and natural-language generation. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 18(3):461–472, June 2010.

[2] Nicolás Marín and Daniel Sánchez. On generating linguistic descriptions of time series. *Fuzzy Sets and Systems*, 285:6 – 30, 2016. Special Issue on Linguistic Description of Time Series.

[3] A. Ramos-Soto, A. Bugarín, and S. Barro. On the role of linguistic descriptions of data in the building of natural language generation systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 285:31–51, 2016.

[4] Nicolás Marín and Daniel Sánchez. Fuzzy sets and systems + natural language generation: A step forward in the linguistic description of time series. *Fuzzy Sets and Systems*, 285:1 – 5, 2016. Special Issue on Linguistic Description of Time Series.

[5] A. Bugarin, N. Marin, D. Sanchez, and G. Trivino. Aspects of quality evaluation in linguistic descriptions of data. In *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2015 IEEE International Conference on*, pages 1–8, Aug 2015.

[6] Albert Gatt and François Portet. Multilingual generation of uncertain temporal expressions from data: A study of a possibilistic formalism and its consistency with human subjective evaluations. *Fuzzy Sets and Systems*, 285:73 – 93, 2016. Special Issue on Linguistic Description of Time Series.