GRUPOS DE SIMETRÍA EN EL ESGRAFIADO SEGOVIANO

Mª Ángeles Gilsanz Mayor [1], Mª Francisca Martínez Serrano [2]

[1] mangeles.gilsanz@upm.es Departamento de Matemática Aplicada a la Arquitectura Técnica. Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica. Universidad Politécnica de Madrid.
[2] fmartinez@fi.upm.es Departamento de Matemática Aplicada. Facultad de Informática. Universidad Politécnica de Madrid.

Resumen

En nuestro patrimonio arquitectónico hay una enorme riqueza desde muchos puntos de vista y es indispensable un conocimiento profundo de todos los aspectos -histórico, artístico, cultural- para su mantenimiento y adecuada conservación. En este trabajo nos centraremos en el análisis geométrico de los paramentos ornamentales conocidos como esgrafiados, que recubren los muros de muchos edificios de la provincia de Segovia, y más concretamente en los esgrafiados obtenidos por la repetición de un motivo inicial.

A principios del siglo XX surgió la noción matemática de grupo de transformaciones, que ha sido muy eficaz en el estudio de las simetrías de una figura. Gracias a los trabajos del cristalógrafo ruso E.S. Fedorov en 1891 y de los matemáticos G. Pólya y P. Niggli en 1924 sabemos que solo existen 17 grupos cristalográficos planos, es decir, que todas las formas de recubrir un plano mediante la repetición regular de un motivo dado pueden clasificarse, atendiendo a sus simetrías, en 17 clases distintas. A finales del siglo XX, en la Alhambra de Granada se encontraron modelos concretos de todos los grupos de simetría, y posteriormente también en el mudéjar aragonés. Es admirable que los artesanos musulmanes y mudéjares tuvieran la intuición y el conocimiento geométrico necesarios para aplicar todas las posibles simetrías en los revestimientos de sus muros, dejándonos un legado cuya relevancia ha sido destacada por los matemáticos varios siglos después.

Los esgrafiados objeto de este estudio son revocos realizados con diferentes técnicas, muy frecuentes en Cataluña y en distintas provincias castellanas, especialmente en Segovia. Su origen, historia, tipologías y formas de ejecución han sido recientemente objeto de análisis exhaustivo, y ello nos ha facilitado la tarea de recopilación de los distintos patrones. Aquí tratamos de averiguar cuántos de los mencionados grupos de simetría se encuentran en los esgrafiados segovianos, pues estos “encajes de cal y arena” forman parte de nuestro patrimonio y merecen ser transmitidos, sin perder un ápice de la diversidad de sus formas, a las generaciones futuras.

1.- Introducción

La simetría es un concepto relacionado a lo largo de todos los tiempos con el orden, la belleza y la armonía [12]. Juega un papel primordial en la naturaleza, lo que explica su continua aparición en estudios científicos de la Zoología, la Botánica, la Geología, la Química, la Física y en ámbitos técnicos de la Ingeniería y la Arquitectura. Es básica en el arte, principalmente en la ornamentación de superficies, como frecuentemente podemos apreciar, pues las decoraciones con diseños generados al repetir una figura o motivo forman parte de nuestra vida cotidiana en alfombras, tejidos, suelos, paredes, etc.

A este respecto, en distintos barrios de la ciudad de Segovia es probable toparse con un muro revestido con motivos geométricos que se repiten una y otra vez, rellenando todo o parte del mismo. Un paseo por la capital segoviana permite disfrutar de los *esgrafiados* de sus fachadas, esos “encajes de cal y arena” –así los denomina el estudioso Rafael Ruiz [9]– no solo en monumentos históricos, sino también en multitud de casas anónimas de cualquier calle. Igualmente son habituales en muchos de los pueblos de su provincia, como Abades, Anaya, Bernuy de Porreros, Coca, Hoyuelos, Sangarcía, Santiuste de San Juan Bautista, Turégano, La Velilla, Zamarramala, Zarzuela del Monte y un largo etcétera.

Los esgrafiados no son exclusivos de la provincia segoviana, ni tan siquiera de España, sino que también se encuentran en otras zonas de Castilla –Ávila, Salamanca–, son abundantes en Cataluña [3] y tienen gran importancia en otros países europeos, como Italia.

Según el diccionario de la lengua española de la Real Academia, esgrafiar significa *trazar dibujos con el grafio en una superficie estofada haciendo saltar en algunos puntos la capa superficial y dejando así al descubierto el color de la siguiente.* No vamos a detallar aquí el concepto de esgrafiado, por lo que remitiremos al lector interesado a libros especializados [3], [4], donde podrá encontrar información de las características y realización de este tipo específico de revoco.

En cuanto a su origen, resumiremos las conclusiones de R. Ruiz [10] que acepta una doble vía en la aparición del esgrafiado: una primera por influencia de las yeserías mudéjares y otra como evolución de los rejuntados con resalte de las fábricas de mampostería. Dicho autor menciona la Iglesia de la Santísima Trinidad, datada en el siglo XI, como el más antiguo ejemplo de esgrafiado encontrado hasta el momento en Segovia.

Se tiene constancia de la utilización de esta clase de revoco, inicialmente en los palacios, las casas nobles e iglesias, tanto en sus fachadas al exterior como en sus patios. Más tarde esta técnica fue adoptada también por el pueblo llano y su uso se fue extendiendo a toda la provincia, convirtiéndose en un elemento típico de la arquitectura popular segoviana [10]. Muchos de esos esgrafiados se conservan aún, como los círculos alineados y con un pedazo de escoria incrustado en sus puntos de tangencia que recubren los muros del Alcázar, o los once diferentes esgrafiados de la Torre de las Cadenas, o el que reviste, interrumpido por bandas horizontales, el Torreón de Arias Dávila. En la calle Real, la Avda. de Fernández Ladreda y muchas otras del casco antiguo se suceden, una tras otra, fachadas adornadas con distintos modelos.

En ocasiones se aprecian zonas deterioradas en el esgrafiado tras muchos años de cumplir su función primordial de proteger el muro de la intemperie. Su reparación requiere de expertos artesanos, como los formados en la Escuela de Artes Aplicadas y Oficios Artísticos de Segovia, indispensables para que pueda mantenerse esta hermosa tradición. Podemos constatar que muchos esgrafiados han sido rehabilitados manteniendo el diseño original, aunque también hemos observado alguna fachada recubierta con un revoco reciente que ha ocultado el antiguo esgrafiado, respetando solo una pequeña muestra del mismo, que se expone a la vista cual valiosa obra de arte.

Nuestro estudio de los esgrafiados segovianos se centra en aquéllos que se generan por la repetición de un patrón y que el artesano ejecuta directamente sobre el muro o con ayuda de una plantilla que va trasladando por el mismo hasta ocupar la extensión deseada. Matemáticamente, estas ornamentaciones que consisten en una única *tesela* que se traslada sucesivamente en dos direcciones hasta rellenar el plano, reciben el nombre de *mosaicos regulares*.

En el epígrafe &2 resumiremos los movimientos del plano, necesarios para estudiar la simetría de una imagen y detallaremos el grupo de simetría del cuadrado. La percepción de la simetría de una figura, intuitiva y poco precisa en un principio, se convierte así en una idea matemática rigurosa.

En el epígrafe &3 veremos que la simetría de un mosaico se analiza mediante el grupo de movimientos que lo dejan invariable, llamado grupo de simetría del mosaico, siendo 17 el número de grupos de simetría distintos. En la Alhambra de Granada [6] y en el arte mudéjar aragonés [11] hay ejemplos de todos y cada uno de los 17 grupos de simetría, mientras que en la Mezquita de Córdoba [8] solo se han encontrado modelos de 12 de ellos.

Finalmente, en el epígrafe &4 aportamos ejemplos de 13 grupos de simetría distintos en los esgrafiados segovianos, reseñando su ubicación. En cada fotografía se ha marcado la *tesela* y en el esquema que la acompaña se han representado los movimientos que ayudan a identificar el grupo correspondiente. Finalmente, sugerimos algunos diseños, con patrones tomados de esgrafiados existentes, que podrían originar los restantes grupos, completando todas las posibilidades.

2.- La simetría de una imagen

Algunas figuras tienen “más simetría” que otras y, así, un círculo nos parece más simétrico que un cuadrado, y éste más que la común letra F de nuestro alfabeto. Una forma sistemática de estudiar la simetría de una figura es observar los movimientos que la dejan invariable. Por ejemplo, el círculo no varía si lo giramos alrededor de su centro según un ángulo cualquiera –por esta propiedad, los pitagóricos lo consideraban la figura plana más perfecta–. En cambio, un cuadrado, como veremos en el epígrafe 2.2, debe girarse más cuidadosamente para que no cambie, pues solo cuatro ángulos lo dejarán inalterado. Ello nos permite intuir que, cuanto mayor es la simetría en una figura, mayor es el número de movimientos que la dejan invariable.

Pero ¿a qué nos referimos cuando hablamos de movimientos? Si tenemos una figura plana recortada en papel sobre una mesa y queremos colocarla en otro lugar de la misma, moveremos la figura y *ese movimiento no varía el tamaño ni la forma de la figura*. Los movimientos del plano se caracterizan por esa propiedad y pueden agruparse en cuatro posibles tipos: *traslaciones*, *giros*, *reflexiones* y *reflexiones deslizantes*.

2.1- Movimientos del plano

Analizaremos aquí someramente los movimientos del plano, aunque sin formular sus ecuaciones ni detallar sus propiedades. El lector interesado en profundizar más en los aspectos matemáticos puede consultar textos como [1], [2] y [5].

Cuando una figura se desplaza siguiendo una línea recta, estamos realizando una *traslación* sobre ella y para determinarla se utiliza un *vector*, pues de esa forma queda perfectamente fijada la dirección, la longitud y el sentido en que debe desplazarse la figura.

En el caso de los *giros*, es necesario fijar un punto, que será el *centro* del giro y un *ángulo*, que establecerá la amplitud del mismo.

Efectuar una *reflexión* equivale a colocar un espejo y sustituir la figura inicial por la imagen reflejada. Para ello, basta fijar una recta –donde estaría el espejo– denominada *eje* de la reflexión.

Finalmente, una *reflexión deslizante* consta de una reflexión seguida de una traslación cuyo vector debe ser siempre paralelo al eje de la reflexión.

En la figura 1 se puede observar el resultado de aplicar estos cuatro tipos de movimientos a una letra F de color gris situada en su parte central. La traslación se muestra en color rojo (arriba a la izquierda), el giro en color ciruela (abajo), la reflexión en doble trazo y color verde (arriba en el centro) y la reflexión deslizante en trazo discontinuo y color azul, con el vector del deslizamiento a su lado (arriba a la derecha).

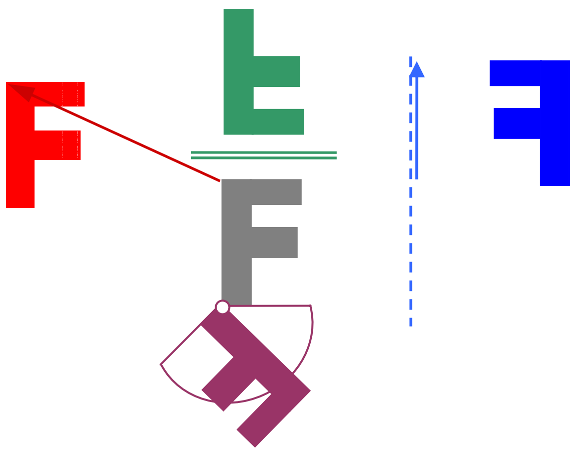


Fig. 1. La “F” del centro, en color gris, y sus transformadas
por distintos movimientos del plano.

2.2.- Grupo de simetría de una figura

Comenzaremos analizando las simetrías de un cuadrado, lo que equivale a la búsqueda de los movimientos que lo dejan invariable (fig. 2), y que son ocho en total: cuatro giros de 90º, 180º, 270º y 360º con centro situado en el centro del cuadrado y cuatro reflexiones, dos sobre sus diagonales y otras dos sobre las rectas que pasan por su centro y son paralelas a los lados.

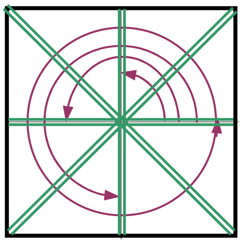


Fig. 2. El grupo de simetría del cuadrado.

Si efectuamos sucesivamente dos de estos movimientos, siempre podremos encontrar alguno, entre los ocho citados, que por sí solo daría idéntico resultado. Por ejemplo, aplicar el giro de 90º y a continuación el giro de 180º equivale a aplicar solamente el giro de 270º, lo que expresaremos diciendo que la *composición* del giro de 90º y del giro de 180º es igual al giro de 270º. Más generalmente, la composición del giro de ángulo A con el giro de ángulo B es el giro de ángulo A+B. La composición de dos reflexiones cuyos ejes forman un determinado ángulo A es el giro de ángulo doble 2A. Podemos asegurar, y el lector puede comprobarlo fácilmente con ayuda de una tabla de doble entrada de 8x8, que las 64 composiciones posibles de los ocho movimientos, tomados dos a dos, siempre va a ser alguno de los movimientos “de la casa”. En lenguaje matemático, esta propiedad se formula diciendo que la *composición* es *interna* en el conjunto de los ocho movimientos.

Observamos también que uno de estos movimientos –el giro de 360º– deja cada uno de los puntos donde estaba inicialmente, y por ello lo denominaremos movimiento *neutro* o identidad.

Además, cada movimiento tiene un *opuesto*, de tal forma que la composición de ambos deja cada punto donde estaba. Por ejemplo, el opuesto del giro de 90º es el giro de 270º. En general, el opuesto del giro de ángulo A es el giro de ángulo 360º–A. Para hallar el movimiento opuesto de una reflexión basta observar que aplicarla dos veces consecutivas sobre el cuadrado no produce ningún cambio en éste, o, dicho de otro modo, que la composición de una reflexión consigo misma es la identidad. De ello se deduce que el opuesto de una reflexión es ella misma.

Las propiedades que hemos apuntado anteriormente en el conjunto de los ocho movimientos del cuadrado –composición interna, neutro, opuesto– nos permiten decir que se trata de un *grupo*, denominado *grupo de simetría del cuadrado*.

De igual manera, para cualquier imagen es posible analizar los movimientos que la dejan invariable y que constituyen el *grupo de simetría de la imagen*. Cuando la imagen es “muy poco simétrica”, como la letra F de la figura 1, el grupo de simetría contiene un único movimiento: el neutro o identidad, que deja cada punto en el mismo lugar donde estaba inicialmente. El caso contrario es el del círculo, la figura plana reconocida como la más simétrica, cuyo grupo de simetría está formado por infinitos movimientos, pues contiene a cualquier giro cuyo centro esté situado en el centro del círculo y a cualquier reflexión cuyo eje sea uno de sus infinitos diámetros.

En general, la sensación de mayor simetría en una figura se corresponde con un mayor número de movimientos en su *grupo de simetría*. De esta forma, el sentido intuitivo e informal de la noción de simetría se convierte en un concepto matemático concreto y riguroso.

3.- Grupos cristalográficos planos

Pasaremos ahora a considerar las simetrías de un mosaico regular. La teoría matemática adecuada para su estudio es, de nuevo, la identificación de su grupo de simetría, es decir, la búsqueda y localización del grupo de movimientos del plano que lo dejan invariable.

Una manera sencilla de buscar los movimientos que dejan invariable un mosaico es copiarlo en dos hojas transparentes y superponer ambas haciendo coincidir la imagen superior con la inferior. A continuación podremos realizar cualquier movimiento en la hoja superior y comprobar si el mosaico coincide exactamente con el situado en la hoja inferior o, por el contrario, ha cambiado. Así, si al girar 180º la hoja superior –mientras se mantiene fijo el centro del giro con ayuda, por ejemplo, de la punta de un lápiz– ambos mosaicos superpuestos coinciden, eso significará que dicho giro forma parte de su grupo de simetría.

Desde épocas muy antiguas, artesanos de todas las culturas han creado patrones que por repetición, son capaces de rellenar el plano. Se conservan modelos en la decoración de los muros, en los estampados de tejidos, en alfombras, en solados. Es obligado destacar, por la variedad de sus formas, los arabescos, cuya obra cumbre es la Alhambra de Granada.

Debemos a la Cristalografía, y más concretamente al estudio de la simetría de la estructura interna de los cuerpos cristalinos, el resultado –sorprendente por poco intuitivo– de que tantos diseños diferentes pueden catalogarse en un total de solo 17 grupos de simetría distintos. El primero en demostrarlo fue el cristalógrafo E.S. Fedorov, en 1891, y más tarde los matemáticos G. Pólya y P. Niggli en 1924. De acuerdo con la cuestión inicial que originó su descubrimiento se denominan *grupos cristalográficos planos* y en inglés, quizás por la frecuente utilización de este tipo de diseños en la decoración de papeles pintados, se conocen como *wallpaper groups*.

El estudio pormenorizado de por qué existen exactamente 17 grupos de simetría distintos requiere un análisis matemático mucho más extenso y profundo del que aquí podemos dar y por ello remitimos al lector interesado al excelente texto [2].

Es asombroso que en los antiguos ornamentos egipcios se hayan encontrado ejemplos de los 17 grupos de simetría del plano, y ello es una prueba de la gran imaginación geométrica de sus creadores, así como de la búsqueda constante de la perfección y la simetría por parte del hombre a lo largo de todos los tiempos y culturas.

En 1987, tras un estudio exhaustivo de suelos, techos, muros y zócalos, R. Pérez [6] encontró modelos de los 17 grupos posibles en la Alhambra de Granada, con lo cual se puso de manifiesto que los artesanos nazaríes fueron capaces de idear todos los tipos, creando por intuición un legado cuya relevancia ha sido destacada por los matemáticos varios siglos después. La Alhambra, además de su extraordinaria belleza desde el punto de vista artístico, tiene la virtud de ser una valiosa enciclopedia de la geometría y del álgebra de grupos, pues es el único complejo arquitectónico en el mundo que compendia toda la tipología de los grupos de simetría.

En 2000, C. Usón [11] dio a conocer la presencia de los 17 grupos de simetría planos en las decoraciones geométricas del mudéjar aragonés.

También han sido analizados los diseños ornamentales de la Mezquita de Córdoba [8], donde se han encontrado hasta 12 grupos diferentes.

Hay muy variadas notaciones para denominar los grupos de simetría. Aquí utilizaremos la notación internacional abreviada, ampliamente admitida por muchos autores, según la cual, los 17 grupos cristalográficos planos son:

p1, pm, pg, cm, p2, pmm, pmg, pgg, cmm, p3, p3m1, p31m, p4, p4m, p4g, p6, p6m.

4.- Grupos de simetría en los esgrafiados

Hemos considerado sólo esgrafiados situados en Segovia o su provincia y de ellos, los del tipo *mosaico regular*, es decir, constituidos por un patrón inicial que se repite regularmente. Aportamos aquí 13 fotografías de esgrafiados, todas originales, correspondientes a los 13 grupos de simetría que hemos logrado identificar. Han sido seleccionadas entre más de un centenar de imágenes de fachadas, que fueron captadas con cámara digital y tratadas posteriormente con un programa informático para eliminar el efecto de la perspectiva y mejorar el contraste.

Sobre cada fotografía hemos marcado una *tesela* o *paralelogramo fundamental* que, mediante dos traslaciones independientes, permite reconstruir el esgrafiado completo. Es decir, a partir de una tesela y aplicando sucesivas traslaciones, se puede, teóricamente, rellenar el plano. En general, la tesela elegida responde a condicionantes matemáticos –menor tamaño posible– y no tiene por qué coincidir con el patrón o plantilla que el operario haya utilizado en la ejecución del esgrafiado. Junto a la fotografía hemos situado un *esquema* geométrico [13] del paralelogramo fundamental que muestra los movimientos sobre éste y que ayuda a la identificación del grupo. Para mayor claridad del dibujo, las traslaciones no se han marcado sobre el paralelogramo, ya que siempre coinciden con dos lados concurrentes del mismo. Hemos seguido el siguiente código:

Eje de reflexión	═══════
Eje de reflexión con deslizamiento	- - - - - - - - - -
Centro de giro de 180º : orden 2	○
Centro de giro de 120º : orden 3	▲
Centro de giro de 90º : orden 4	■
Centro de giro de 60º : orden 6	●

En el cuadro anterior no aparecen giros de orden 5, pues no es posible encontrarlos en un mosaico regular. De nuevo remitimos al lector al texto [2] donde se demuestra de forma detallada que no son posibles otros giros más que los reseñados anteriormente: de orden 2, 3, 4 y 6.

Por otra parte, debemos señalar que, aunque se trata de dibujos cuya ejecución artesanal lleva implícita cierta imperfección, hemos analizado las simetrías del modelo idealizado que representan, sin tener en cuenta los posibles errores en su desarrollo ni otras faltas o cambios de color ocasionados por el deterioro o el envejecimiento.

La pregunta que se plantea a la hora de estudiar este aspecto de los esgrafiados es: ¿Cómo se puede identificar correctamente su grupo de simetría? ¿Qué debe hacerse para hallar todos los giros, reflexiones y reflexiones deslizantes que lo dejan invariable? En la práctica, es útil copiar la imagen en dos hojas transparentes y mover la hoja superior intentando que coincidan ambos dibujos, en primer lugar para averiguar si contiene giros –y en caso afirmativo, detectar los de mayor orden– y después para buscar las reflexiones y reflexiones deslizantes. La siguiente tabla permite una primera aproximación al grupo de simetría, según los movimientos encontrados.

Giros de mayor orden	**Sin reflexiones Sin reflex. desliz.**	**Con reflexiones Sin reflex. desliz.**	**Con reflexiones Con reflex. desliz.**	**Sin reflexiones Con reflex. desliz.**
Sin giros	*p1*	*pm*	*cm*	*pg*
Giros orden 2	*p2*	*pmm*	*pmg* *cmm*	*pgg*
Giros orden 3	*p3*		*p3m1* *p31m*	
Giros orden 4	*p4*		*p4m* *p4g*	
Giros orden 6	*p6*		*p6m*	

Tabla 1. Movimientos contenidos en los 17 grupos de simetría del plano.

4.1.- Grupo p1

El grupo *p1* es el más sencillo de todos los grupos de simetría, pues los únicos movimientos que lo dejan invariable son las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela. No contiene giros, ni reflexiones, ni reflexiones deslizantes.

El esgrafiado que hemos seleccionado (fig. 3) se encuentra en Segovia, en el frontal superior de la fachada principal de la Iglesia de San Nicolás. Su diseño mixto, cuadrícula con círculos en su interior, incorpora el motivo conocido como burbuja, gota o lágrima, del que existen múltiples variantes en la ornamentación.

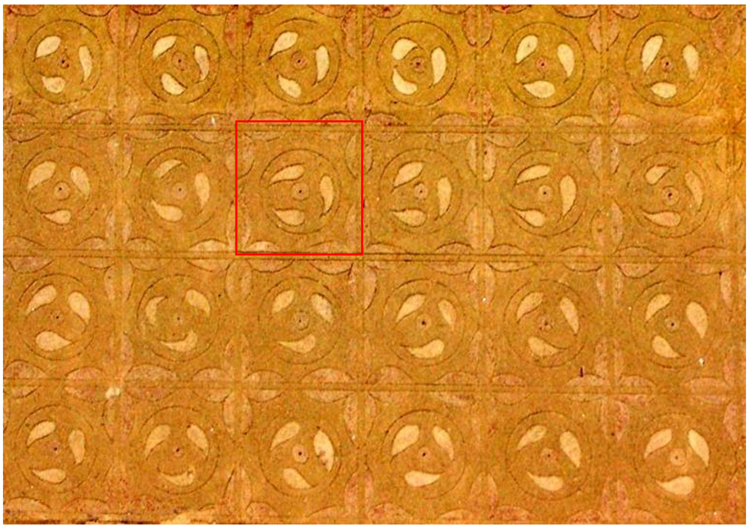


Fig. 3. Esgrafiado de grupo *p1*.

4.2.- Grupo pm

El grupo *pm* contiene las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela y, además, las reflexiones de ejes paralelos que hemos señalado en el esquema (fig.4) con líneas de doble trazo. No contiene giros ni reflexiones deslizantes.

El esgrafiado (fig.4) corresponde a la fachada del edificio de la calle Juan Bravo nº 54, de Segovia, siendo una combinación de flores de cuatro pétalos rodeadas de burbujas.

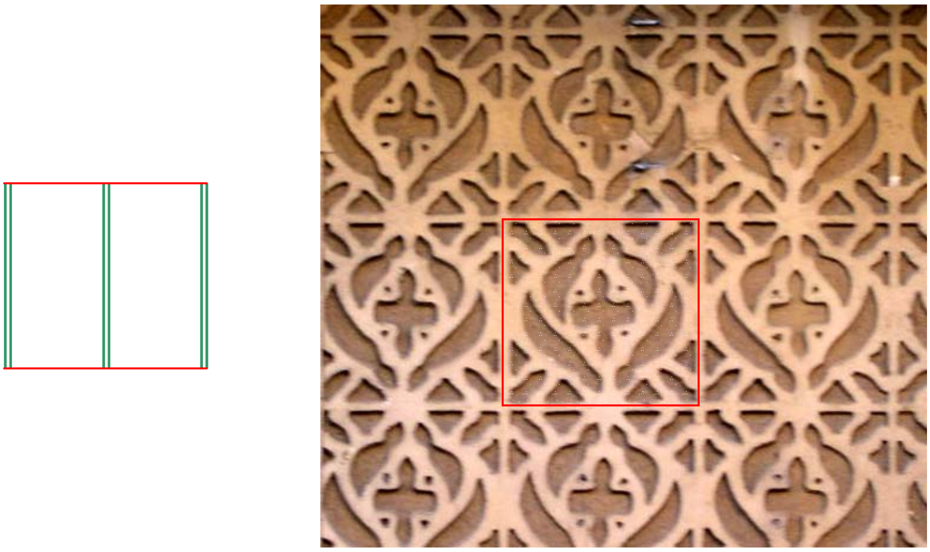


Fig. 4. Esquema y esgrafiado de grupo *pm*.

4.3.- Grupo pg

El grupo *pg*, además de las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela, contiene reflexiones deslizantes, de ejes paralelos que corresponden a las líneas de trazo discontinuo en el esquema (fig. 5). No contiene giros ni reflexiones.

El esgrafiado seleccionado (fig. 5) se encuentra en el zócalo de una vivienda situada en Abades, en la provincia de Segovia. Es el único de este grupo que hemos hallado hasta el momento. A pesar de estar formado únicamente por dos alineaciones, contiene suficiente información como para rellenar el plano, por lo que puede considerarse un mosaico.

Fig.5. Esquema y esgrafiado de grupo *pg*.

4.4.- Grupo cm

El grupo *cm*, además de las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela, contiene reflexiones, cuyos ejes se han marcado con doble trazo en el esquema (fig. 6) y reflexiones deslizantes, cuyos ejes son las líneas de trazo discontinuo. No contiene giros.

El esgrafiado (fig. 6) se encuentra en la fachada del edificio situado en la bajada del Carmen, nº 2, de Segovia. Su diseño es una variante de losange o red de rombos. En este caso, los lados de los rombos se modifican con líneas curvas, en los vértices se incorporan pequeños rectángulos y el interior se decora con formas vegetales.

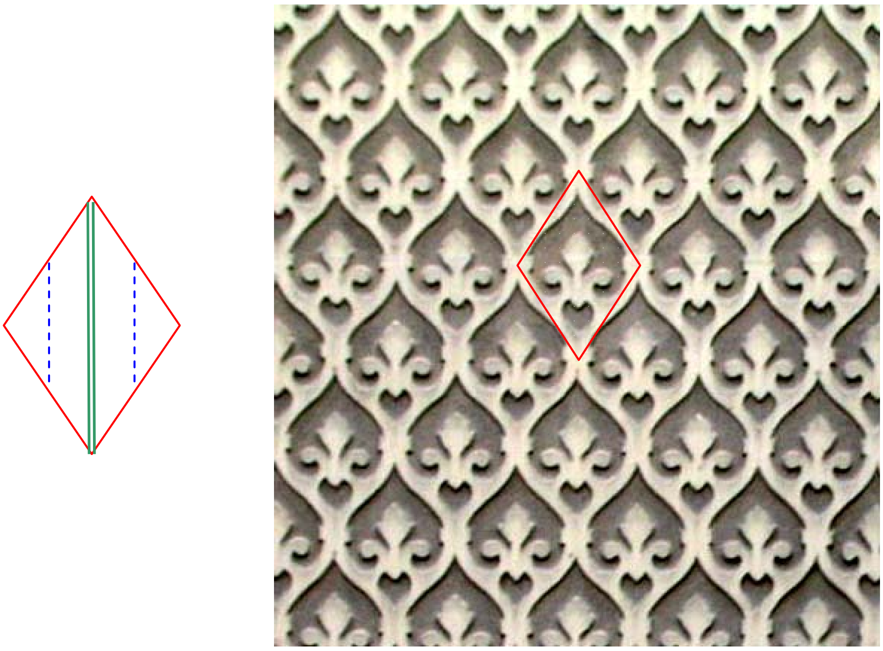
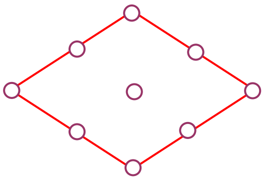


Fig. 6. Esquema y esgrafiado de grupo *cm*.

4.5.- Grupo p2

El grupo *p2* contiene las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela y también contiene giros de orden 2, esto es, de ángulo 180º, cuyos centros se han representado con pequeños círculos en el esquema (fig. 7). No contiene reflexiones ni reflexiones deslizantes.

Hemos seleccionado un esgrafiado (fig. 7) situado en la céntrica Plaza de Medina del Campo, en Segovia, cerca de la estatua del Comunero Juan Bravo. En su diseño pueden apreciarse triángulos de pequeño tamaño y burbujas que enmarcan flores de cuatro pétalos.



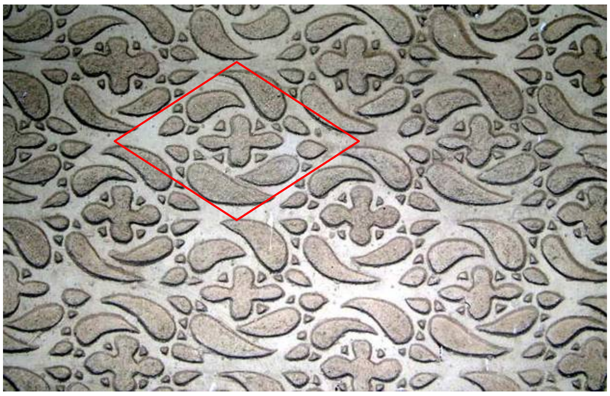
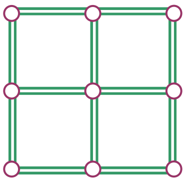


Fig. 7. Esquema y esgrafiado de grupo *p2*.

4.6.- Grupo pmm

Además de las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela, el grupo *pmm* contiene giros de orden 2, esto es, de 180º, con centro en los puntos marcados con círculos en el esquema (fig. 8). También contiene reflexiones cuyos ejes se han dibujado con doble trazo. No contiene reflexiones deslizantes.

El esgrafiado (fig. 8) se ha conseguido de una fachada de una vivienda unifamiliar en Abades, provincia de Segovia. Es una variedad de losange, en la cual el interior de los rombos ha sido adornado con dos motivos distintos, que se alternan en las sucesivas filas de la red.



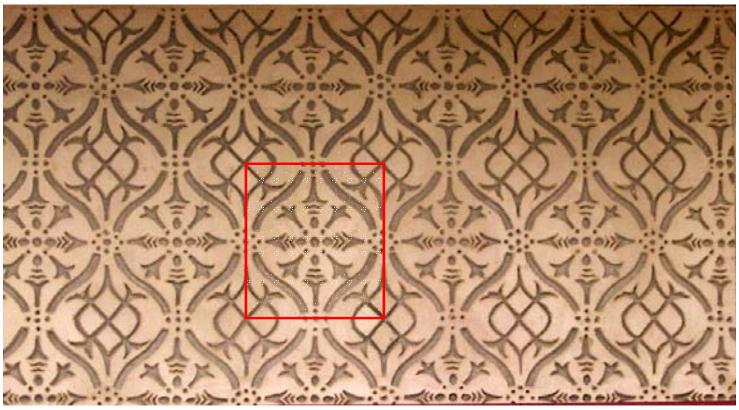
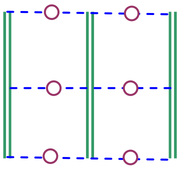


Fig. 8. Esquema y esgrafiado de grupo *pmm*.

4.7.- Grupo pmg

El grupo *pmg*, además de las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela, contiene giros de orden 2, esto es, de ángulo 180º, con centro en los puntos marcados con círculos en el esquema (fig. 9). Además contiene reflexiones, de ejes señalados con doble trazo y reflexiones deslizantes, cuyos ejes son perpendiculares a los ejes de reflexión y que se han dibujado en el esquema con línea discontinua.

El esgrafiado seleccionado (fig. 9) se encuentra en Santiuste de San Juan Bautista, provincia de Segovia. Es el único de este grupo que hemos hallado hasta el momento y su estado de conservación no puede calificarse como satisfactorio, pues ha sido recubierto de pintura, perdiendo así las características y utilidad propias del esgrafiado original.



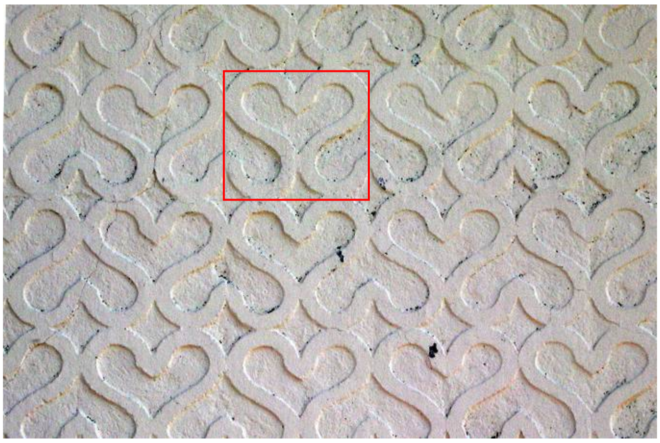
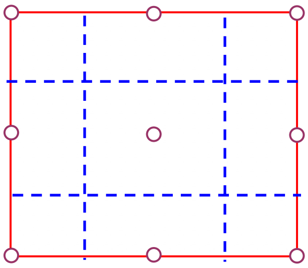


Fig. 9. Esquema y esgrafiado de grupo *pmg*.

4.8.- Grupo pgg

El grupo *pgg*, además de las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela, contiene giros de orden 2, es decir, de ángulo 180º, cuyos centros se han marcado con círculos en el esquema (fig.10) y reflexiones deslizantes con ejes de direcciones perpendiculares, señalados con línea discontinua. No contiene reflexiones.

Solo hemos encontrado un esgrafiado de grupo *pgg*, pues no hemos conseguido localizar el correspondiente a un dibujo de este mismo grupo que aparece en [10], pág. 196, formado por círculos con radios curvados, y ubicado en Hoyuelos. ¿Quizás se ha renovado la fachada, perdiéndose el esgrafiado? El de la fotografía (fig.10) se encuentra en la fachada de una vivienda en Coca, provincia de Segovia. Simula un muro de sillería con doble llaga, y presenta los lados menores de los sillares inclinados, hecho muy poco frecuente, pues en la mayoría de los casos éstos suelen trazarse siguiendo la vertical.



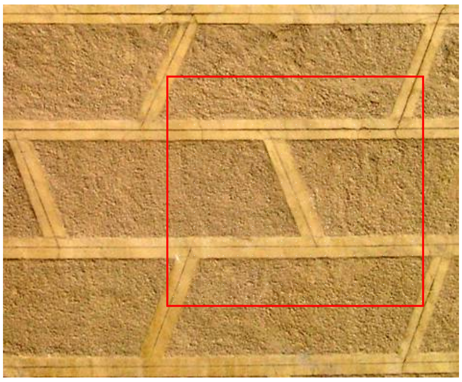


Fig.10. Esquema y esgrafiado de grupo *pgg*.

4.9.- Grupo cmm

El grupo *cmm*, además de las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela, contiene giros de orden 2, es decir, de ángulo 180º, cuyos centros se han marcado con círculos en el esquema (fig. 11). También contiene reflexiones, que corresponden a las líneas de doble trazo y reflexiones deslizantes, cuyos ejes son las líneas de trazo discontinuo.

El esgrafiado (fig. 11) corresponde a la fachada del edificio situado en la Avda. de Fernández Ladreda, nº 25, en Segovia. Es un losange muy sencillo, cuyo único adorno son los agujeros que aparecen en los vértices de los rombos.

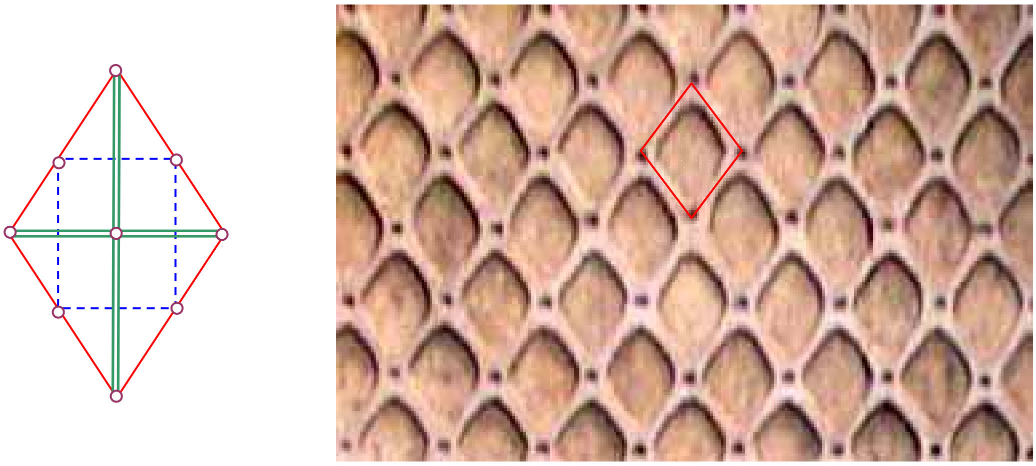


Fig. 11. Esquema y esgrafiado de grupo *cmm*.

4.10.- Grupo p4

El grupo *p4* contiene las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela y, además, giros de orden 4, es decir, de ángulo 90º, cuyos centros aparecen marcados con un cuadrado en el esquema (fig.12). También contiene giros de orden 2, de ángulo 180º, cuyos centros están en los puntos medios de los lados de la tesela, marcados en el esquema con un pequeño círculo. No contiene reflexiones ni reflexiones deslizantes.

El esgrafiado seleccionado (fig.12) se ha tomado de la fachada de la estación de autobuses de Segovia. La mayor parte de dicha fachada se encuentra rellena por otro esgrafiado y éste aparece entre las ventanas situadas en la vertical, a la derecha de la misma. Su diseño incorpora motivos helicoidales o torbellinos en el interior de los círculos, que proporcionan sensación de movimiento.

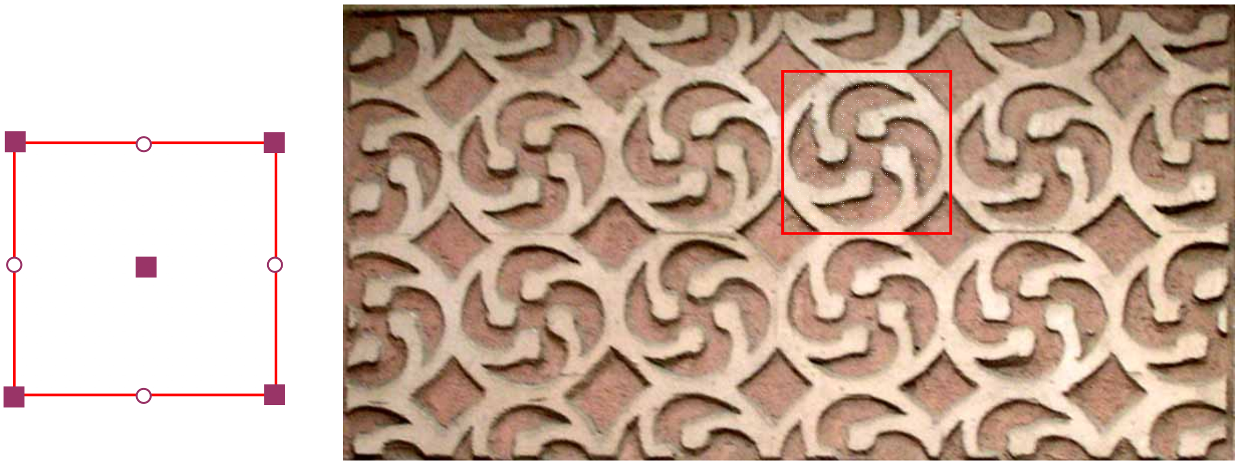
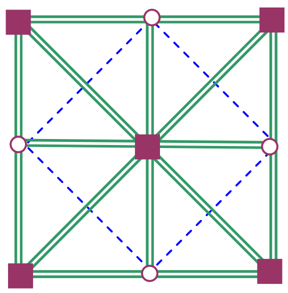


Fig. 12. Esquema y esgrafiado de grupo *p4*.

4.11.- Grupo p4m

El grupo *p4m* contiene las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela, giros de orden 4 representados en el esquema (fig. 13) mediante cuadrados, giros de orden 2 simbolizados por círculos, reflexiones con ejes en doble trazo y reflexiones deslizantes, con ejes en trazo discontinuo.

El esgrafiado (fig. 13) corresponde a la fachada de la calle del Carmen, nº 18, de Segovia. Este diseño se obtiene a partir de bandas onduladas que configuran una retícula curvilínea adornada con motivos vegetales.



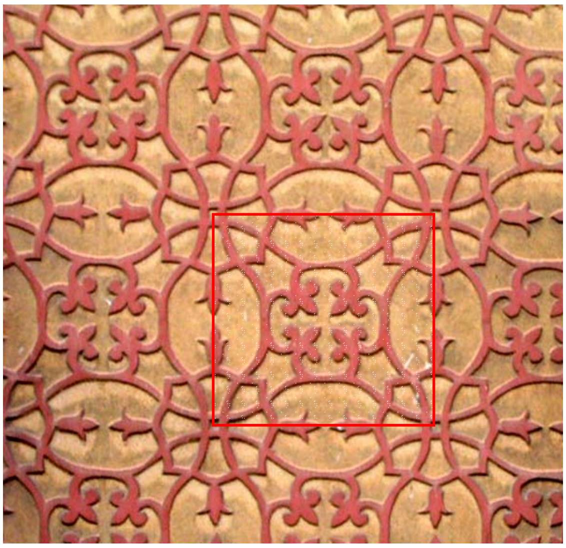
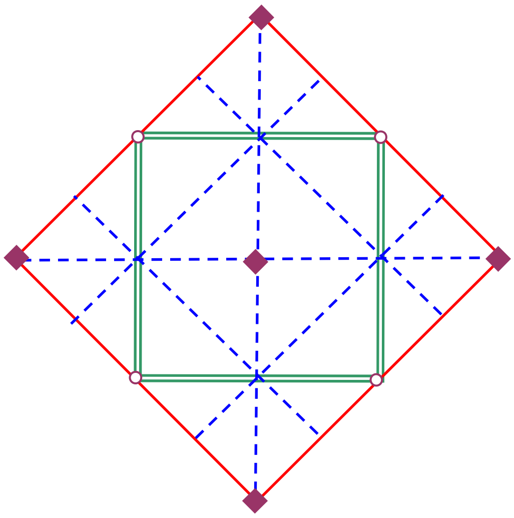


Fig. 13. Esquema y esgrafiado de grupo *p4m*.

4.12.- Grupo p4g

El grupo *p4g* contiene las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela y, además, giros de orden 4, de ángulo 90º, cuyos centros se han marcado con cuadrados en el esquema (fig.14). También contiene giros de orden 2 representados por círculos, reflexiones con ejes en doble trazo y reflexiones deslizantes, de ejes en trazo discontinuo.

El esgrafiado (fig.14) se ha tomado de la fachada posterior del Hospital Policlínico de Segovia, aunque también aparece en otras fachadas. En él, la retícula definida por las líneas onduladas, conocidas como sinusoides o meandros, no contiene ningún relleno. Cabe señalar que este motivo ha sido utilizado en distintas culturas figurando, por ejemplo, en la Mezquita de Córdoba.



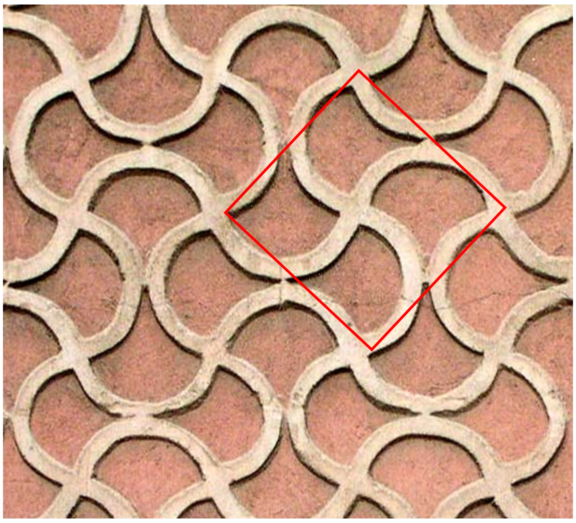
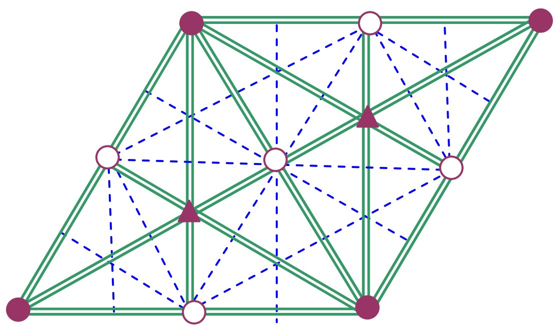


Fig. 14. Esquema y esgrafiado de grupo *p4g*.

4.13.- Grupo p6m

El grupo *p6m* contiene las traslaciones determinadas por dos lados concurrentes de la tesela y una gran cantidad de giros, reflexiones y reflexiones deslizantes. El mayor orden de giro es 6, que corresponde a ángulos de 60º, con centros situados en los vértices del rombo, marcados con círculos coloreados en el esquema (fig. 15). También hay giros de orden 3, de 120º, con centros en las marcas triangulares y giros de orden 2, de 180º, con centros en los círculos blancos. Los ejes de reflexión se han dibujado en doble trazo y los ejes de las reflexiones deslizantes en trazo discontinuo.

El esgrafiado de la fotografía (fig.15) corresponde a la fachada lateral del edificio situado en la calle Cervantes, nº 24, en Segovia. Proviene de una lacería de origen mudéjar que combina una trama hexagonal con estrellas de seis puntas. Los hexágonos están decorados con una estrella en su centro y cada estrella queda enlazada con las seis estrellas más próximas por la prolongación de sus lados.



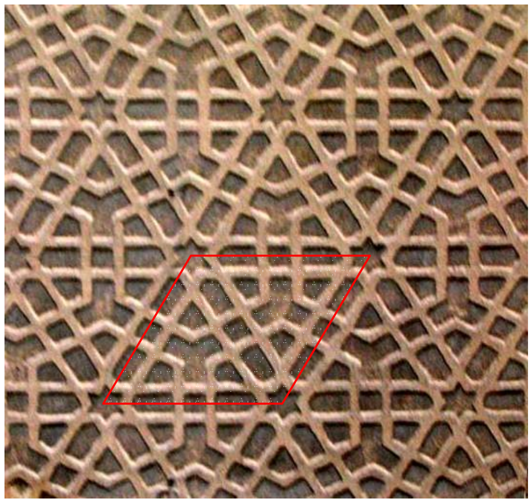


Fig. 15. Esquema y esgrafiado de grupo *p6m*.

4.14.- Los otros grupos

Veremos aquí que, mediante una ligera variación en la ejecución de algunos esgrafiados actuales, podrían obtenerse los grupos *p6*, *p3*, *p3m1* y *p31m*, aún no localizados.

En relación con la dificultad de encontrar los citados grupos –todos tienen giros de orden 3 ó 6–, A. Ramírez y C. Usón [7] sugieren que éstos se dan sobre todo en las culturas orientales, mientras que en Occidente son más frecuentes los restantes grupos, sin giros o con giros de orden 2 y 4. Podemos confirmar que, de los esgrafiados segovianos que hemos analizado hasta el momento, y a pesar del origen mudéjar de muchos de sus patrones, una inmensa mayoría corresponden a grupos con disposición en trama rectangular, pues el operario marca previamente en el revoco guías horizontales y verticales para encuadrar la plantilla.

4.14.1.- Grupo p6

Entre los grupos con giros de orden 6 hemos hallado varios esgrafiados de grupo *p6m*, pero ninguno de grupo *p6*. La diferencia entre ellos es que el grupo *p6* no contiene reflexiones ni reflexiones deslizantes, mientras que el grupo *p6m* sí las contiene (fig. 15). En la Mezquita de Córdoba [8] existe una lacería con estrellas de seis puntas y hexágonos, similar al de la figura 15, y que corresponde al grupo *p6,* debido a que la superposición alternante de unas líneas sobre otras, característica típica de la lacería, descarta las simetrías por reflexión. Hay modelos de esgrafiado [10] que sí respetan el entrecruzado de las líneas propio de la lacería que los origina, por lo que no puede decirse que los materiales o la forma de ejecución impidan hacerlo de ese modo. Bastaría, por tanto, un desarrollo apropiado del diseño (fig. 15) para obtener el grupo *p6*.

4.14.2.- Grupo p3

Presentamos un boceto (fig. 16, izquierda) de un esgrafiado ubicado [10] en La Velilla, provincia de Segovia, cuya ejecución se realizó siguiendo una disposición de los motivos incompatible con el giro de orden 3 que posee el patrón inicial. El otro boceto (fig. 16, derecha) es una variante para generar un posible esgrafiado de grupo *p3*, pues sí mantiene dicho giro de orden 3 y no hay reflexiones.

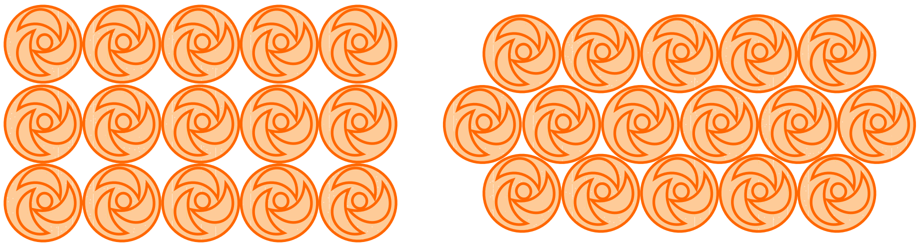


Fig. 16. Izq.: esgrafiado segoviano. Dcha.: posible variante de grupo *p3*.

4.14.3.- Grupo p3m1

Mostramos los bocetos de dos esgrafiados, realizados ambos a partir de un motivo triangular que alterna los colores blanco y negro. El primero (fig. 17, izquierda) corresponde a un esgrafiado segoviano [10] formado por triángulos rectángulos. El segundo (fig. 17, derecha) simboliza un esgrafiado catalán [3] donde los triángulos son equiláteros y cuyo grupo es *p3m1*, ya que posee giros de orden 3 y por todo centro de giro pasan ejes de reflexión.

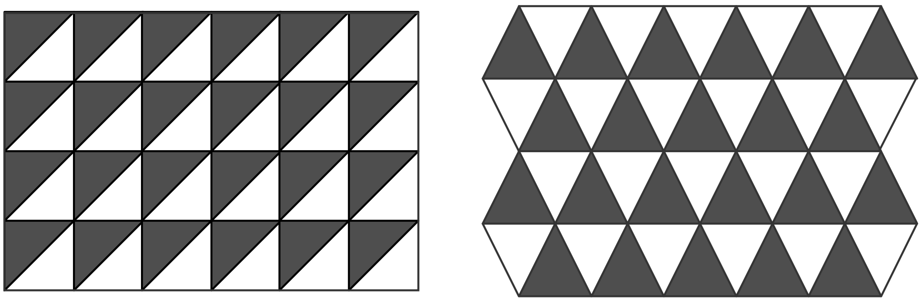


Fig. 17. Izq.: esgrafiado segoviano. Dcha.: esgrafiado catalán de grupo *p3m1*.

4.14.4.- Grupo p31m

Observemos el boceto de un esgrafiado segoviano [10] formado por hexágonos cuyo interior contiene un círculo que está rodeado de seis pequeños semicírculos (fig. 18, izquierda). Basta modificarlo ligeramente, añadiendo un cambio de color alternativamente en tres de los semicírculos (fig. 18, derecha) para que el máximo orden de giro sea 3, y se convierta en un posible esgrafiado de grupo *p31m*, pues contiene reflexiones y existen centros de giro de orden 3 –los vértices de los hexágonos– por los que no pasan ejes de reflexión.

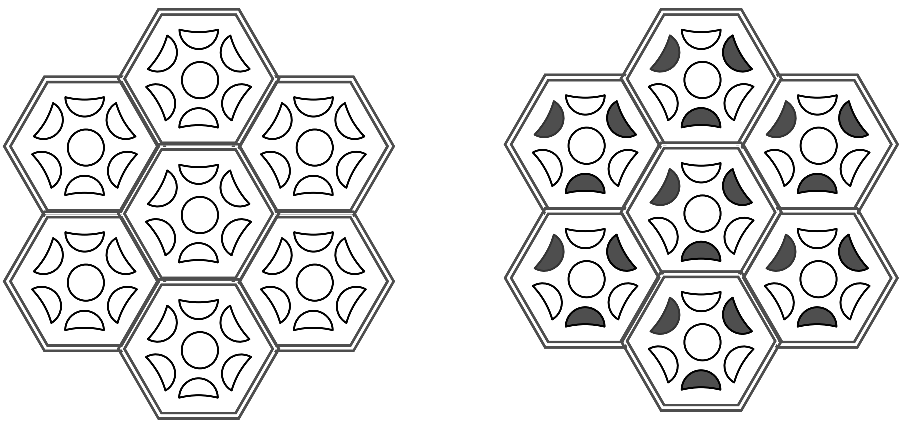


Fig. 18. Izq.: esgrafiado segoviano. Dcha.: posible variante de grupo *p31m*.

5.- Conclusiones

Hemos probado que existe una gran variedad en el diseño de los esgrafiados segovianos, que se pone de manifiesto en el alto número de grupos de simetría, 13 de los 17 posibles, que hemos hallado hasta el momento: *p1, pm, pg, cm, p2, pmm, pmg, pgg, cmm, p4, p4m, p4g, p6m.*

Pensamos que el conocimiento del esgrafiado segoviano en todos sus aspectos, lo que incluye la percepción de sus simetrías, hará posible un mejor aprecio de su valor y estimulará su conservación para las generaciones futuras.

La renovación de los esgrafiados que se han ido deteriorando con el paso del tiempo debería realizarse de forma que no se pierda la riqueza de su diversidad. Hay tres grupos –*pg, pgg, pmg*– de los que solo hemos hallado un representante, por lo que sería esencial favorecer su correcto mantenimiento.

Faltan por localizar los grupos *p3*, *p3m1*, *p31m* y *p6* para conseguir el catálogo completo. Hemos mostrado que ligeras modificaciones respecto de esgrafiados existentes proporcionarían los citados grupos y, dada la extensión de la provincia, no parece descabellado suponer que hayan llegado a materializarse en algún lugar esas u otras variantes similares. Desde aquí animamos a todos los que tengan posibilidad de encontrar esgrafiados en fachadas, muros interiores, patios escondidos o restos de edificios en ruinas, a fotografiar e identificar dichos grupos de simetría, para lo que cuentan con toda nuestra colaboración.

Agradecimientos

A Manuel Heras Sánchez, que proporcionó la cámara fotográfica digital con la que se hicieron las fotografías de los esgrafiados mostrados en este trabajo.

Referencias bibliográficas

[1] ALSINA, C., TRILLAS, E. *Lecciones de Álgebra y Geometría. Curso para estudiantes de arquitectura*. Editorial Gustavo Gili, S. A., Barcelona. 1984.
[2] ARMSTRONG, M.A. *Groups and Symmetry*. Springer-Verlag, New York. 1988.
[3] ESPUGA, J., BERASATEGUI, D., GIBERT, V. *Esgrafiats. Teoria i pràctica*. Edicions UPC, Barcelona. 2000.
[4] GONZÁLEZ MARTÍN, J. *Revestimientos continuos. Tradicionales y modernos*. Fundación Escuela de la Edificación. Madrid. 2005.
[5] GRÜNBAUM, B. AND SHEPHARD, G.C. *Tilings and patterns*. Freeman, San Francisco. 1984.
[6] PÉREZ GÓMEZ, R. *The four regular mosaics missing in the Alhambra.* Comp. and Math. with Appls., 14, 2 (1987). Pp 133-137.
[7] RAMÍREZ A., USÓN, C. *La repetición como argumento; la infinitud como objetivo. Los 17 grupos de simetría en el mudéjar aragonés*. UNED Aragón y Centro de Estudios Mudéjares, (Instituto de Estudios Turolenses). 2002.
[8] REVISTA EPSILON: *La Alhambra*. Nº monográfico. 2ª edición. S.A.E.M. Thales, Granada. 1995.
[9] RUIZ ALONSO, R. Los *esgrafiados segovianos. Encajes de cal y arena*. Segovia Sur. 2000.
[10] RUIZ ALONSO, R. *El esgrafiado. Un revestimiento mural.* Ed. de los Oficios, Segovia. 2001.
[11] USÓN VILLALBA, C. *Los 17 grupos de simetría planos en el mudéjar aragonés*. Revista SUMA, nº 33 (Febrero 2000), Pp. 5-23.
[12] WEIL, H. *Simetría*. Editorial McGraw-Hill, Madrid. 1990.
[13] Wikipedia. W*allpaper group*. http://en.wikipedia.org/wiki/Wallpaper group. 09-04-2007.