COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE VIGAS MIXTAS DE SECCIÓN CAJÓN EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO BAJO LA INTERACCIÓN DE ESFUERZOS DE FLEXIÓN, CORTANTE Y TORSIÓN. ESTUDIO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL

TESIS DOCTORAL

Alejandro Giraldo Soto

MSc. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

2017

COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE VIGAS MIXTAS DE SECCIÓN CAJÓN EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO BAJO LA INTERACCIÓN DE ESFUERZOS DE FLEXIÓN, CORTANTE Y TORSIÓN. ESTUDIO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL

Autor:

Alejandro Giraldo Soto

MSc. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Director de Tesis:

Alejandro Pérez Caldentey

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

2017

D POLITECNICA DE MADRID

D. 15

Tribunal nombrado por el Mgfc. y Excmo. Sr. Rector de la Universidad Politécnica de Madrid, el día

Presidente D.

Vocal D.

Vocal D.

Vocal D.

Secretario D.

Suplente D.

Suplente D.

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el día de de 2017

en la *E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la U.P.M.*

Calificación:

EL PRESIDENTE

LOS VOCALES

EL SECRETARIO

A mis padres...

Agradecimientos

La investigación que a continuación se expone, no hubiese sido posible sin el respaldo institucional que he tenido para su elaboración. Creo necesario, por lo tanto, comenzar agradeciendo al Grupo de Investigación de Hormigón Estructural GHE por brindarme la oportunidad de beneficiarme, además de las cualidades técnicas y profesionales que caracteriza a este reconocido grupo, de disfrutar de sus cualidades humanas que nos enseñan a formarnos como personas.

Un especial agradecimiento a mi director de tesis Dr. Alejandro Pérez Caldentey quien, con su apoyo, dedicación y ejemplo, me transmitió gran parte de su conocimiento haciéndome sentir, además de orgulloso y privilegiado, feliz por ganar una amistad.

Agradezco igualmente a los otros dirigentes de este grupo de investigación: Dr. Hugo Corres Peiretti y Dr. Javier León González, así como, a los técnicos del Laboratorio de Estructuras de la E.T.S.I.C.C.P. quienes han tenido un papel sumamente importante en el desarrollo de las campañas experimentales permitiendo alcanzar los objetivos propuestos, por ello, gracias a D. Isidro García Martín y D. Miguel A. Peña Cobos.

Quiero igualmente agradecer a D. Fernando García Martín quien, a través del Grupo de Cementos Portland Valderrivas nos proporcionó el hormigón para realizar las campañas experimentales. Asimismo, doy las gracias a todas las personas quienes me brindaron su apoyo y, que en una mayor o menor medida participaron en el desarrollo de este trabajo, entre ellos, además de mis padres:

C. Widmer, R. Meichtry, J. Torrico, F. Marchetto, L. Todisco, F. Aríñez, G. Grolí, C. Giraldo, O. Künzle, D. Peñín, F. Almansa, A. Azpeitia, O. Encinas, A. Martínez, J. Iglesias, E. García, M. Dfant, R. Martínez, A. Berecibar, E. Rúa, L. Albajar, C. Zanuy, R. González, B. Gutiérrez, M. Carbonell, y muchos otros que, aunque no los mencione, les guardo un sentimiento grato.

Gracias a todos, parte de este trabajo es vuestro.

RESUMEN SUMMARY

Resumen

En esta tesis se presenta un estudio teórico y experimental relativo al comportamiento en Estado Límite Último de vigas mixtas de sección cajón unicelular compuestas de una losa superior de hormigón armado y un cajón metálico. Estas vigas, que representan una tipología usual en puentes mixtos de carretera, son sometidas a la acción conjunta de esfuerzos de flexión, cortante y torsión. Además, se realizan algunas consideraciones relativas a la conexión y se evalúa la influencia de la torsión en puentes mixtos de carretera.

En el estudio se presentan e interpretan los resultados experimentales de dos campañas de ensayos: la primera (EN-MV), desarrollada en la década los años '90, donde, en el marco del grupo de hormigón estructural (GHE) de la Universidad Politécnica de Madrid, consistió en la ejecución de 8 ensayos sobre vigas mixtas de sección cajón, llevándolas hasta la rotura bajo la interacción de esfuerzos de flexión y cortante; y la segunda (EN-MVT), llevada a cabo recientemente por el mismo grupo de investigación, donde se reprodujeron los ensayos anteriores, con ligeras adaptaciones, pero incluyendo la torsión en la interacción de esfuerzos.

Los resultados experimentales son comparados y discutidos respecto a las estimaciones teóricas recogidas en las especificaciones de la normativa europea, los Eurocódigos, así como, las recogidas en las *Recomendaciones para el Proyecto de Puentes Mixtos para Carreteras RPX-95*.

Además, se expone una metodología de fácil aplicación, basada en las especificaciones de los Eurocódigos, que permite proyectar y realizar comprobaciones en Estado Límite Último de secciones mixtas en cajón sometidas a la interacción de esfuerzos de flexión, cortante y torsión.

El estado del arte arroja una carencia de estudios experimentales de estas características. Por ello la presente tesis cuenta con una recopilación extensa de todos los resultados y mediciones relativos a los ensayos de la segunda campaña (EN-MVT), con el propósito de servir de apoyo para futuras investigaciones.

Palabras claves

Secciones mixtas, vigas cajón, interacción de esfuerzos en ELU, influencia de la conexión, abolladura, puentes curvos, deslizamiento, torsión

Summary

This thesis presents a theoretical and experimental study regarding the behavior in Ultimate Limit State of composite box girders composed of a reinforced concrete slab and a steel box. These girders, which represent an usual typology in composite road bridges, are subjected to the interaction of bending, shear and torsional forces. In addition, some considerations regarding the connection between concrete and steel are made and the influence of torsion in composite road bridges is evaluated.

The experimental results of two series of laboratory tests are presented and interpreted: the first one (EN-MV), developed in the 1990's within the framework of the Structural Concrete Research Group (GHE) of the Technical University of Madrid, involved 8 tests that were carried out on composite box beams under the interaction of bending and shear; and the second one (EN-MVT), carried out recently by the same research group, in which the previous tests were reproduced, with slight adaptations, including torsion in the force interaction.

The experimental results are compared and discussed with respect to the theoretical models included in the specifications of the European regulations (Eurocodes), as well as those included in the Recommendations for the Design of Composite Road Bridges (RPX-95).

In addition, an easy-to-apply methodology, based on the specifications of the Eurocodes, is presented, which allows the design of composite box sections subjected to the interaction of bending, shear and torsion actions in Ultimate Limit State.

The review of earlier works reveals a lack of experimental studies with these characteristics. With the goal of serving as support for future research, an extensive compilation of all results and measurements related to the experimental tests (EN-MVT) are presented.

Keywords

Composite steel-concrete, box girders, force interaction, influence of the connection, plate buckling, curved bridges, slip, torsion

Índice de Contenido

1 – INTRODUCCIÓN

1.1.	Motivación	34
1.2.	Objetivos	35

2 – ESTADO DEL ARTE

2.1	Introducción.....	40
2.2	Comportamiento de chapas metálicas	41
2.2.1.	Concepto de la inestabilidad de chapas.....	41
2.2.2.	Teoría del comportamiento de chapas esbeltas	41
2.2.3.	Inestabilidad elástica de chapas no rigidizadas.....	41
2.2.3.1	Comportamiento no-lineal elástico en la Inestabilidad chapas no rigidizadas.....	45
2.2.3.2	Comportamiento en Estado Límite Último de chapas no rigidizadas	49
2.2.3.3	Comportamiento de chapas rigidizadas.....	55
2.2.4.	Clasificación de secciones EN 1993-1-1:2005.....	66
2.2.5.	EN 1993-1-5:2006.....	66
2.2.5.1	Chapas no rigidizadas sometidas a tensiones normales	67
2.2.5.2	Chapas con rigidizadores longitudinales sometidas a tensiones normales.....	67
2.2.6.	RPX-95.....	68
2.2.6.1	Comportamiento de chapas con rigidizadores longitudinales.....	68
2.2.6.2	Método elastoplástico (EP). Diagrama de pivotes.....	71
2.3	Interacción de esfuerzos	73
2.3.1.	Interacción en chapas metálicas.....	73
2.3.1.1	Combinación de tensiones normales y tangenciales	73
2.3.1.2	Modelos de comprobación de la interacción de esfuerzos	77

2.3.2.	Interacción en la losa de hormigón.....	80
2.3.2.1	Bentz (2006). SMCFT.....	80
2.4	Conexión entre hormigón y acero.....	84
2.4.1.	Influencia de la conexión en la capacidad resistente.....	84
2.4.2.	Nie (2003).....	86

3 – ESTUDIO EXPERIMENTAL I (EN-MV)

3.1	Programa experimental.....	92
3.2	Concepción de los ensayos.....	92
3.3	Descripción de las vigas mixtas	93
3.3.1	Tipología de las vigas mixtas	93
3.3.2	Materiales	95
3.3.3	Clasificación de las secciones según el Eurocódigo 3 y 4.....	97
3.3.4	Resistencia teórica de las secciones según el Eurocódigo 3 y 4	98
3.4	Fase de los ensayos	100
3.5	Esfuerzos	102
3.6	Identificación de los ensayos.....	104
3.7	Resultados experimentales.....	105
3.7.1	Resumen de cargas y esfuerzos últimos de los ensayos.....	105
3.7.2	Resultados experimentales a flexión negativa – Fase 1.....	105
3.7.3	Resultados experimentales a flexión positiva – Fase 2.....	111
3.8	Conclusiones	116

4 - ESTUDIO EXPERIMENTAL II (EN-MVT)

4.1	Programa experimental.....	120
4.2	Concepción de los ensayos.....	120
4.3	Descripción de las vigas mixtas	120

4.3.1	Tipología de las vigas mixtas	121
4.3.2	Materiales	123
4.3.3	Clasificación de las secciones según el Eurocódigo 3 y 4	125
4.3.4	Resistencia teórica de las secciones según el Eurocódigo 3 y 4	125
4.4	Fases de los ensayos	127
4.5	Esfuerzos	131
4.6	Identificación de los ensayos	134
4.7	Resultados experimentales	135
4.7.1	Resumen de cargas y esfuerzos últimos de los ensayos	136
4.7.2	Tipos de fallos	137
4.7.2.1	Flexión negativa – Fase 1	137
4.7.2.2	Flexión positiva – Fase 2	140
4.7.3	Resultados experimentales a flexión negativa – Fase 1	144
4.7.3.1	Imperfecciones iniciales de chapas	144
4.7.3.2	Arrastre por cortante en losa de hormigón y chapa de fondo	147
4.7.3.3	Conexión – Deslizamiento	148
4.7.3.4	Distribución de curvaturas	151
4.7.3.5	Diagramas $M - \chi$ y $M - V_w$	151
4.7.3.6	Comparación entre las vigas	159
4.7.4	Resultados experimentales a flexión positiva – Fase 2	162
4.7.4.1	Arrastre por cortante en losa de hormigón y chapa de fondo	162
4.7.4.2	Conexión – Deslizamiento	163
4.7.4.3	Distribución de curvaturas	167
4.7.4.4	Diagramas $M - \chi$ y $M - V_w$	169
4.7.4.5	Comparación entre las vigas	174
4.8	Conclusiones	179

5 - ESTUDIOS TEÓRICOS

5.1	Interacción de la torsión en secciones mixtas en cajón.....	182
5.1.1	Interacción flexión – cortante – torsión	182
5.1.1.1	Esfuerzos en la sección mixta debido al momento torsor.....	182
5.1.1.2	Interacción de esfuerzos Flexión – Cortante – Torsión	183
5.1.1.3	Coeficiente de reducción ρ_T o predeformación $\varepsilon_{o,T}$ del ala inferior no rigidizada. Interacción Axil – Cortante.....	184
5.1.1.4	Coeficiente de reducción ρ_T o predeformación $\varepsilon_{o,T}$ del ala inferior rigidizada. Interacción Axil – Cortante.....	186
5.1.1.5	Coeficiente de reducción ρ_T de la losa de hormigón armado. Interacción Axil – Cortante	188
5.1.1.6	Interacción Flexión – Cortante – Torsión en los ensayos EN-MVT	192
5.1.2	Estudio paramétrico de la influencia del esfuerzo torsor en puentes reales	196
5.1.2.1	Acciones	199
5.1.2.2	Combinaciones de cargas	199
5.1.2.3	Influencia de la torsión en el esfuerzo cortante en el alma	200
5.2	Influencia de la conexión en secciones mixtas de hormigón y acero	206

6 – CONSIDERACIONES FINALES

6.1	Conclusiones	212
6.2	Futuras líneas de investigación.....	215

ANEXO I. Mediciones y equipos

ANEXO II. Resultados experimentales EN-MVT

ANEXO III. Figuras de los resultados experimentales EN-MVT

ANEXO IV. Anejo de cálculo

NOTACIONES

Definiciones generales

Flexión Negativa	Flexión que tracciona las fibras superiores
Flexión Positiva	Flexión que tracciona las fibras inferiores

Letras mayúsculas latinas

$A_0; A_1$	Parámetros de las formulaciones de NIE
A_{bruta}	Área bruta de hormigón
A_c	Área de hormigón Área bruta de panel metálico
A'_c	Área bruta de la losa de fondo de hormigón.
$A_{c,eff}$	Área efectiva de elemento comprimido
$A_{c,eff,loc}$	Área efectiva del subpanel
A_{eff}	Área efectiva que tiene en cuenta el arrastre por cortante y la posible abolladura de chapa
$A_{eff,ELU}$	Área efectiva en situación de Estado Límite Último
$A_{ki}; A_\phi$	Área encerada por la línea media de la sección cajón
A_L	Área del rigidizador Armadura longitudinal dispuesta entre almas
A_s	Área de sección de acero Área del rigidizador
A_{sf}	Área de la armadura transversal
A_{sl}	Suma de las áreas brutas de los rigidizadores
$A_{sl,f}$	Suma de las áreas de las armaduras de flexión contenidas en el ancho efectivo de la losa de hormigón b_{eff}
$A_{sl,f,T}$	Suma de las áreas de las armaduras resistentes a flexión y torsión (armadura comprendida entre las almas y contenidas en el ancho eficaz b_{eff})
$A_{sl,eff}$	Suma de las áreas efectivas de los rigidizadores longitudinales
$A_{sl,T}$	a de las áreas de las armaduras longitudinales resistentes al momento torsor T_{Ed} (armadura comprendida entre almas)

A_w	Área del alma
B	Rigidez equivalente de la sección compuesta efectiva
C	Rigidez a torsión de un rigidizador
D	$= Et^3/12(1 - \nu^2)$, rigidez flexional de una placa de ancho unidad
D_1	Rigidez a flexional de la placa en dirección establecida como principal
$D_x; D_{xy}; D_y$	Rigidez a flexional de la placa según los ejes X e Y
E	Módulo de elasticidad
E_c	Módulo de elasticidad hormigón
E_s, E_α	Módulo de elasticidad acero
F	Fuerza
$F_1; F_2$	Fases de los ensayos
$F_{cr,sys}$	Fuerza crítica del sistema
$F_{cr,max}$	Fuerza crítica máxima
H	$= D_1 + 2D_{xy}$, parámetro de rigidez
$I_0; I_h$	Momento de inercia de sección homogenizada
I_c	Momento de inercia de elemento de hormigón
I_{eff}	Momento de inercia efectiva de la sección mixta
I_p	Momento de inercia de la placa
I_s	Momento de inercia de elemento metálico
K	Rigidez a cortante de la conexión
L	Parámetro de longitud
$M; M_{Ed}$	Momento solicitante
$M_{f,eff,Rd}$	Contribución de las alas al momento resistente reducido de la sección $M_{eff,Rd}$
$M_{eff,Rd}$	Momento resistente reducido de la sección considerando la interacción con la torsión
M_{EL}, M_y	Momento elástico de la sección
$M_{EL,eff}$	Momento elástico de la sección eficaz
M_{pl}	Momento plástico
$M_{pl,Rd}$	Momento plástico resistente
$M_{pl,w}$	Momento plástico del alma

$M_{Rd}; M_u$	Momento resistente
M_{ult}	Momento último del ensayo
$M_{y,f}$	Momento plástico de las alas
N_{Ed}	Axil solicitante
$N_{eff,Rd}$	Resistencia axil reducida
N_{Rd}	Resistencia axil
$N_{Rd,T}$	Resistencia reducida a axil de las alas en interacción en interacción con la torsión
$N_{Rd,ult}$	Resistencia última de ala metálica rigidizada
N_{Rf}	Axil asociado a la deformación ε_f en chapas comprimidas rigidizadas
$N_x; N_{xy}; N_y$	Componentes de fuerza contenida en el plano de la chapa
P_1	Cargas aplicadas en el vano
P_2	Carga aplicada en el voladizo
P_5	Valor de la carga para el cual se apoya el extremo de una de las alas $R_5 > 0$
P_{ult}	Carga última del ensayo
R_5	Reacción en el <i>apoyo 5</i>
$R_5 W_{ult}$	Reacción última del ensayo en el alma de la cara W
$R_{Rd,min}$	$= \min \left\{ \frac{V_{Rd,inf}}{b_{inf}}; \frac{f_{sk} A_L}{\gamma_s b_{sup}} \right\}$, valor del rasante mínimo
Q_c	Momento estático de la losa de hormigón respecto al centro de gravedad de la sección homogenizada
S_b	Multiplicador numérico del límite elástico
S_c	Distancia entre conectores
S_d	Rasante
S_{d_w}	Rasante en una de las alas
S_{d_W}	Rasante en el alma de la cara W
$S_{d_W,ult}$	Rasante último del ensayo en el alma de la cara W
T	Valor de la Torsión
T_{Ed}	Momento torsor solicitante
T_H	Tensión tangencial horizontal consecuencia de la torsión
T_{Rd}	Momento torsor resistente

T_{ult}	Torsor último del ensayo
T_V	Tensión tangencial horizontal consecuencia de la torsión
U_i	Energía potencial
V	Esfuerzo cortante
$V_{b,Rd}; V_{Rd}; V_u$	Resistencia a cortante
$V_{c,T,Ed}$	Cortante solicitante en la losa de hormigón derivado de la torsión T_{Ed}
$V_{bf,Rd}$	Contribución de las alas a la resistencia a cortante
$V_{bw,Rd}$	Contribución del alma a la resistencia a cortante
$V_{f,b,Rd}$	Resistencia a cortante del ala
$V_{f,T,Ed}$	Cortante solicitante en el ala derivado de la torsión T_{Ed}
V_{Ed}	Esfuerzo cortante solicitante
$V_{Ed,i}^j$	Cortante en la sección i bajo la combinación de cargas j , siendo $j = \{1; 2\}$
$V_{i,T,Ed}$	Cortante solicitante derivado de la torsión en cada una de las paredes i
$V_{i,Rd}$	Resistencia a cortante en cada una de las paredes i
$V_{Rd,c}$	Valor mínimo de la resistencia a cortante de elementos de hormigón sin armadura a cortante
$V_{Rd,inf}$	Resistencia a cortante de cálculo la chapa inferior
$V_{Rd,max}$	Cortante máximo que produce el agotamiento de la biela oblicua comprimida en el hormigón
$V_{Rd,sl}$	Cortante máximo que agota la armadura longitudinal de torsión
$V_{Rd,st}$	Cortante máximo que agota la armadura transversal
V_{ult}	Cortante último del ensayo
$V_{w,b,Rd}$	Resistencia a cortante de un alma
$V_{w,bw,Rd}$	Contribución de un alma a la resistencia a cortante
$V_{w,bf,Rd}$	Contribución de las alas a la resistencia a cortante en un alma
$V_{w,Ed}$	Cortante total solicitante en el alma más solicitada
$V_{w,ref,EL,i}^I$	$= V_{Ed,i}^I / 2$ esfuerzo cortante solicitante en un alma debido al cortante en la sección i bajo la combinación 1
$V_{w,ref,PL}^I$	$= (V_{Ed,1A}^I + V_{Ed,1Q}^I) / 2$, esfuerzo cortante medio en un alma correspondiente a medio vano bajo la combinación 1

$V_{w,tot,i}^j$	Cortante total en el alma más solicitada debido al cortante y la torsión bajo la combinación j , siendo $j = \{1; 2\}$
$V_{w,tot,PL}^j$	Cortante total medio en el alma más solicitada correspondiente a medio vano debido al cortante y la torsión bajo la combinación j , siendo $j = \{1; 2\}$
$V_{W,T}$	Cortante en el ama de la cara W debido de la torsión
$V_{w,T,Ed}$	Cortante solicitante en el alma derivado de la torsión T_{Ed}
$V_{w,T,i}^j$	Cortante en un alma debido al la torsión en la sección i bajo la combinación de cargas j , siendo $j = \{1; 2\}$
$V_{W,ult}$	Cortante último del ensayo en el alma de la cara W
$V_{W,V}$	Cortante en el ama de la cara W debido al cortante sin la torsión
V_W	Cortante sobre el alma de la cara W
V_w	Cortante sobre una de las almas
$V_x; V_y$	Cortante según dirección establecida por los ejes coordenados
W	Identifica el alma o la cara A o B
$W_{w,s}$	Abertura vertical de la conexión de una de las almas
$W_{W,s}$	Abertura vertical de la conexión del alma de la cara W
X	Parámetro de longitud Eje de coordenadas
Y	Eje de coordenadas

Letras minúsculas latinas

$a; b$	Dimensiones de la chapa
a_g	Tamaño máximo del árido
a_{ij}	Variable dependiente del valor de la tensión
a_{mn}	Parámetro de la serie de Fourier
b	Ancho de panel metálico
b_c	Ancho bruto de la losa de hormigón
$b_{c,loc}$	Ancho de subpanel metálico
$b_{c,t}$	Ancho de la losa de hormigón resistente a torsión
$b_e; b_{eff}$	Ancho efectivo

$b_{edge,eff}$	La porción del ancho efectivo en los subpaneles adyacentes a las almas
b_f	Ancho del ala inferior
b_{inf}	Ancho de la chapa inferior
$b_{i,loc}$	Ancho del subpanel
b_L	Separación entre rigidizadores longitudinales.
b_r	Ancho reducido de chapa
b_{sup}	Distancias entre almas a nivel de la chapa superior
c	Ancho de ala
d_c	$y_{cb} + y_{st}$
$f.n.$	Fibra neutra respecto a la cara superior de la losa de hormigón
f	Desviación
f_e	Desviación de la sección transformada
f'_c	Resistencia a compresión del hormigón
f_{cm}	Resistencia media a compresión del hormigón
f_u	Resistencia última
f_y	Tensión de plastificación del acero
f_{sk}	Resistencia característica del acero
f_{yd}	$= f_y/\gamma_s$ Tensión de plastificación de cálculo del acero
f_{ym}	Resistencia media del acero
$f_m(x)$	Función de modos de pandeo de pandeo
$g_n(y)$	Función de modos de pandeo de pandeo
	Distancia entre la chapa inferior y la fibra media de la losa de hormigón
h_c	Canto de la losa superior de hormigón
h_T	Distancias ente los planos medios del ala inferior y la losa superior
i	Radio de giro
	Paredes o elementos que conforman la sección mixta en cajón
k	Coefficiente de abolladura
k_σ	Coefficiente de abolladura por tensiones normales
k_τ	Coefficiente de pandeo por tensiones tangenciales

l	Longitud del elemento
	Longitud de vano
	Longitud de pandeo
m	Número de medias ondas en la abolladura de chapas
	Coefficiente amplificador de la rigidez del rigidizador
n	Número de rigidizadores
	Coefficiente de homogenización entre el acero y el hormigón
p	Espaciamiento longitudinal de los conectores
s_c	Factor numérico asociado a la tensión
s_{cx}	Factor numérico asociado a la tensión en su componente X
s_f	Separación de la armadura transversal
s_{cy}	Factor numérico asociado a la tensión en su componente Y
s_x	Distancia vertical entre barras alineadas en la dirección x
s_{xe}	Parámetro de separación de fisuras
s	Deslizamiento de la conexión
s_w	Deslizamiento de la conexión de una de las almas
s_W	Deslizamiento de la conexión del alma de la cara W
t	Espesor de chapa
t_f	Espesor de chapa rigidizada
v_c	Contribución del hormigón a la resistencia a cortante.
v_{Ed}	Tensión tangencial longitudinal en la unión entre un lado del ala de la losa de hormigón y el alma
v_s	Contribución de las armaduras a la resistencia a cortante
$w; w_1$	Movimiento perpendicular al plano de panel metálico
w_0	Imperfección inicial de chapa
w_m	w máximo
w_{tot}	w total
$w_1(x, y)$	Primera aproximación de modo de abolladura
x	Parámetro de longitud
	Eje de coordenadas

y	Eje de coordenadas
y_{cb}	Distancia entre la fibra inferior de hormigón y su centro de gravedad
y_{st}	Distancia entre la fibra superior de acero y su eje centro de gravedad
z	Brazo mecánico para cálculo del rasante
z_i	Longitud de la pared i
z_w	Longitud de la pared correspondiente a las almas resistente a la torsión

Letras griegas mayúsculas

$\Delta\sigma$	Incremento de tensión normal
Π	Energía potencial

Letras griegas minúsculas

α	$= a/b$ Relación entre dimensiones de chapa
α^2	$= K/(A_1 E_s I_0 p)$ Parámetro en las formulaciones de NIE
α_{cw}	Coeficiente que tiene en cuenta el estado compresión en el hormigón
β	Coeficiente de reducción en ELS debido al efecto del arrastre por cortante Factor de la resistencia a tracción del hormigón fisurado
$\beta^k; \beta_{ult}$	Coeficiente de reducción en ELU debido al efecto del arrastre por cortante
$\gamma; \gamma_0; \gamma_d$	Rigidez relativa a flexión de los rigidizadores
γ^*	Rigidez relativa óptima a flexión de los rigidizadores
γ_c	Coeficiente parcial de seguridad en el hormigón
$\gamma_{M0}; \gamma_{M1}$	Coeficiente parcial de minoración del acero
γ_s	Coeficiente parcial de seguridad en el acero
δ	Rigidez extensional relativa
ε	Deformación
$\varepsilon_{0,T}$	Predeformación que tiene en cuenta la interacción con el momento torsor T_{Ed}
ε_c	Deformación de compresión del acero Deformación del hormigón
ε_{cr}	Deformación crítica de abolladura

ε_f	Valor mínimo entre $0,45\varepsilon_{cr}$ y $\frac{N_{Rd,ult}}{E_a(bt_f+nA_L)}$
ε_t	Deformación de tracción del acero
ε_{ult}	Deformación última del acero
ε_y	Deformación de plastificación del acero
ξ	$= \sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c} - 1$ donde $0 \leq \xi \leq 1$ $= A_{eff}/A_c$ Parámetro que considera el efecto del deslizamiento
$\bar{\eta}_1$	Relación entre el axil solicitante y el axil resistente Relación entre el momento solicitante y el momento resistente
$\bar{\eta}_3$	Relación entre el cortante solicitante y el cortante resistente
$\bar{\eta}_{sl}$	$= \frac{\rho_c A_{sl,eff}}{A_{c,eff}}$
θ	Ángulo de la biela diagonal comprimida del hormigón Giro longitudinal de viga
$\bar{\lambda}_p$	Esbeltez de referencia en pandeo o abolladura
μ	$= EI/GJ$
ν	Coficiente de Poisson Resistencia a cortante Parámetro para determinar la resistencia a cortante del hormigón
ν_c	Contribución del hormigón a la resistencia a cortante
ν_{Ed}	Tensión tangencial longitudinal en la unión entre un lado del ala de la losa de hormigón y el alma
ν_s	Contribución de las armaduras a la resistencia a cortante
ρ	Coficiente de reducción por abolladura en chapas comprimidas
ρ_c	Coficiente de reducción efectiva por abolladura en chapa rigidizada
$\rho_{i,loc}$	Factor de reducción por abolladura de un subpanel
ρ_{min}	$= \min(\rho_{x,c}; \rho_{z,c}; \chi_w)$
ρ_T	Coficiente de reducción debido a la interacción con el cortante derivado del momento torsor T_{Ed}

ρ_w	Coefficiente de reducción por abolladura en el alma bajo tensiones normales
ρ_z	Cuantía de armadura transversal
σ_b	Valor máximo de la componente de flexión de la tensión
σ_c	Valor de la tensión normal de compresión uniforme.
σ_{cp}	Tensión media de compresión en la losa de hormigón debido al pretensado o axil exterior y al axil derivado de la flexión positiva
$\sigma_{cr}; \sigma_{cr}^0$	Tensión (normal) crítica de abolladura
$\sigma_{cr,p}$	Tensión crítica de abolladura de chapa rigidizada
$\sigma_{cr,c}$	Tensión crítica de pandeo de la chapa rigidizada según la columna modelo
$(\sigma_{cr})_e$	Tensión crítica de estabilidad de un panel reducido
σ_{cx}	Componente X de la tensión normal de compresión uniforme
σ_{cy}	Componente Y de la tensión normal de compresión uniforme
σ_E	Tensión de referencia de Euler
σ_{Ed}	Tensión normal solicitante
σ_{eq}	$= \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$, tensión equivalente de von MISES
$\sigma_{eq(cr)}^{id}$	Tensión equivalente crítica ideal de abolladura (von MISES)
σ_{Rd}	Tensión normal resistente
$\sigma_{x,máx}$	Tensión máxima en el borde del panel
$\bar{\sigma}_u$	Tensión normal media última
σ_{ult}	Tensión normal que provoca el fallo de la pieza
σ_x	Tensión normal en la dirección X
$\bar{\sigma}_x$	Tensión normal media en dirección del eje X
$\sigma_{x,min}$	Tensión normal mínima en el borde del panel
$\bar{\sigma}_{x,últ}$	Tensión normal media en dirección del eje X
$\tau_{cr}; \tau_{cr}^0$	Tensión tangencial crítica
τ_{Ed}	Tensión tangencial solicitante
τ_{Rd}	Tensión tangencial resistente
τ_y	Tensión tangencial

χ	Curvatura Coeficiente de pandeo de un elemento lineal comprimido
χ_c	Coeficiente de reducción de pandeo
χ_w	Coeficiente de reducción por abolladura del alma debido al esfuerzo cortante
ψ	Porción de tensiones normales de compresión
ψ_{el}	Coeficiente de reducción por arrastre por cortante en ELS
ψ_{ult}	Coeficiente de reducción por arrastre por cortante en ELU
ω	Movimiento normal al plano por efecto de σ_x
ω_0	Imperfección inicial de chapa

Acrónimos

CEN	The European Committee for Standardization
EC	Eurocódigo
ELS	Estado Límite de Servicio
ELU	Estado Límite Último
EN-MV	Ensayos experimentales. Interacción Momento – Cortante
EN-MVT	Ensayos experimentales. Interacción Momento – Cortante – Torsión
GHE	Grupo de Hormigón Estructural
MCFT	Teoría del campo de compresiones modificada
SMCFT	Teoría del campo de compresiones modificada simplificada
MEF	Modelo de elementos finitos
PIEM	Prontuario Informático de Estructuras Metálicas y Mixtas
VMX	Viga Mixta

1 – INTRODUCCIÓN

Motivación y Objetivos

1.1. MOTIVACIÓN

Como es sabido, el uso de soluciones mixtas en ingeniería estructural, es desde hace varias décadas una de las alternativas de tipológicas más atractivas para los proyectistas, debido a las grandes ventajas que presenta la acción conjunta de los dos materiales más usados en este ámbito: el hormigón y el acero. El empleo racional y combinado de ambos materiales, con el acero resistiendo las tracciones y el hormigón las compresiones da lugar a estructuras más optimizadas y, si se proyectan adecuadamente con mayor ductilidad. A pesar de ello el mayor coste del acero hace que su rango de aplicación óptimo sea para luces importantes (a partir de 40 m) y cuando existen condicionantes de tráfico que favorecen o requieren el uso de soluciones prefabricadas que el hormigón estructural solo ya no puede proporcionar con costes competitivos.

Reconociendo su importancia, la unión europea, incluyó, a través del Comité Europeo de Normalización (CEN) este tipo estructuras en la serie de los Eurocódigos, siendo el Eurocódigo 4 el documento actual que rige los proyectos de estructuras mixtas (EN 1994-1-1, 2004) (EN 1994-1-2, 2004) (EN 1994-2, 2005). En España, debido al gran desarrollo de los puentes mixtos, El ministerio de Fomento, tuvo la iniciativa de redactar, basándose en la versión experimental de los Eurocódigos (ENV) las *Recomendaciones para el Proyecto de Puentes Mixtos para Carreteras RPX-95* (Ministerio de Fomento, 1995), con objeto de proporcionar una guía que facilitara la homogeneización de los criterios de proyecto y de cálculo para este tipo de estructuras.

Cuando se publicó la instrucción *RPX-95* para el proyecto de puentes mixtos en la década de los años '90, el grupo de investigación *Grupo de Hormigón Estructural (GHE)* de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM) inició un nuevo programa de investigación con el propósito de evaluar el comportamiento en Estado Límite Último (ELU) de los puentes mixtos, con el objetivo de contrastar los métodos de cálculo adoptados en la *RPX-95*. Esta iniciativa se tomó ante la escasez de campañas experimentales representativas de los puentes que se estaban proyectando en España en esa época y las décadas previas.

En su momento, una de las aportaciones de la *RPX-95* respecto de las formulaciones de la versión ENV de los Eurocódigos 3 y 4 fue la formulación del análisis en Estado Límite Último en términos de deformaciones (diagrama de pivotes). Esta formulación difiere de la propuesta por los Eurocódigos que favorece una formulación en términos tensionales, lo cual dificulta su uso en el análisis no lineal, cuando las secciones no son compactas, siendo, a priori más apropiado para este tipo de análisis, formulaciones en términos de deformaciones. En este sentido, la *RPX-95*, establece para el cálculo elastoplástico las bases de un método formulado en términos de deformaciones y basado en la teoría clásica de anchos eficaces (ver capítulo 2) para estimar el comportamiento de chapas esbeltas rigidizadas. Este es uno, pero no el único de los temas que se propuso estudiar en la campaña experimental desarrollada.

Para llevar a cabo la contrastación experimental de los métodos de análisis en ELU propuestos por la *RPX-95*, se proyectaron y ensayaron cuatro vigas mixtas de sección cajón, con distintas tipologías de rigidización de paneles. Estas tipologías representan las disposiciones más usuales en puentes mixtos de cajón metálico, siendo el objetivo de estos ensayos, cotejar las bases de proyecto de las normativas actuales y estudiar su comportamiento en ELU bajo la

interacción conjunta, tanto, de los elementos resistentes como la interacción de esfuerzos solicitantes en las secciones. Esta campaña experimental fue realizada llevando las vigas mixtas hasta su rotura mediante la interacción de los esfuerzos de flexión (positiva y negativa) y cortante.

Por diversas razones, el programa experimental de los años '90 se limitó al estudio de la interacción flexión-cortante, quedando 4 vigas en el laboratorio sin ensayar. En 2010, se decidió reactivar este programa, recopilando la información experimental de los ensayos originales, sometidos a un nuevo examen crítico y continuar con la línea de investigación añadiendo una nueva campaña experimental que incluyera en la interacción de esfuerzos, el momento torsor, aprovechando las 4 vigas que no se ensayaron en su momento.

A pesar de haber pasado muchos años desde que se inició la línea de investigación, el objeto de estudio sigue siendo de interés dado que la carencia de estudios experimentales que englobe el comportamiento de las estructuras en todo su conjunto y exponga la interacción de los elementos resistentes frente a la interacción de los esfuerzos solicitantes no ha sido remediada en el tiempo transcurrido. Lo nuevo es que se dispone de la versión de la primera generación de los Eurocódigos ya normativos, adoptados – de una manera u otra – de forma general en Europa.

1.2. OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo es aportar una base experimental bien documentada y analizada que ayude a analizar e interpretar el comportamiento resistente de las secciones mixtas de sección cajón unicelular habituales en puentes de carreteras, en Estado Límite Último, considerando la interacción con los distintos esfuerzos. Con ello se pretende llenar un vacío inexplicable.

Este estudio se realiza a partir de:

- La información recuperada y reinterpretada de la campaña experimental realizada en los años '90, de vigas mixtas cajón sometidas a la interacción de esfuerzos de flexión y cortante (EN-MV).
- Los resultados experimentales de una campaña experimental nueva que incluye el esfuerzo torsor en la interacción (EN-MVT).
- Las bases de proyecto recogido por las normativas (Eurocódigo y RPX-95) y los estudios realizados hasta la fecha de los distintos componentes resistente de las secciones mixtas.

Por tanto, este estudio se plantea los siguientes objetivos, principales y secundarios:

Objetivo principal:

- Contribución a la comunidad científica de resultados experimentales de vigas mixtas que representas estructuras reales en puentes de carretera. La literatura actual cuenta con estudios experimentales, pero de forma individual para los distintos componentes resistentes de las secciones mixtas, tales como, la conexión entre hormigón y acero, la resistencia a cortante de paneles metálicos, la contribución de la losa de hormigón en

la resistencia a cortante, la inestabilidad de paneles metálicos, etc. Sin embargo, existen pocos antecedentes experimentales que estudien el comportamiento de los elementos resistentes frente la interacción de los esfuerzos solicitantes, y además, que sean representativas de las estructuras que habitualmente se proyectan.

Objetivos secundarios:

- Análisis y discusión sobre las bases de proyecto definidas por el Eurocódigo y la RPX-95 en el cálculo de las capacidades resistente de las secciones mixtas compuestas por chapas esbeltas con o sin rigidización.
- Formulación explícita de la metodología de comprobación en secciones mixtas de cajón metálico sometidos a interacción de esfuerzos de flexión, cortante y torsión.
- Estudio de la influencia de la torsión en la capacidad resistente de las secciones, así como, la repercusión en el factor de seguridad en puentes reales proyectados, como, a veces se puede observar, únicamente a partir del cortante, sin verificar la condición de máximo torsor.
- Estudio de la influencia de una conexión flexible en el comportamiento estructural de las secciones mixtas.

2 – ESTADO DEL ARTE

Comportamiento de chapas metálicas

Interacción de esfuerzos

Conexión entre hormigón y acero

2.1 INTRODUCCIÓN

Los tableros mixtos de puentes de sección cajón compuesta por chapas delgadas de acero y losa de hormigón tienen la ventaja de que su mecanismo resistente garantiza una distribución uniforme de tensiones tangenciales bajo solicitaciones de esfuerzos de torsión cumpliéndose el principio de Saint-Venant al tratarse de elementos de poco espesor. Sin embargo, el hecho de concebir secciones cerradas metálicas de paredes delgadas en tablero de puentes, conlleva que su uso solo sea rentable para luces medianas y grandes (40-120 m) debido al desperdicio de material de la chapa de fondo en luces pequeñas al ser el ancho eficaz, frente a tensiones normales, limitado solo en las zonas próximas a las almas (efecto producido por el arrastre por cortante).

En consecuencia, el mecanismo resistente de secciones mixtas en cajón frente al esfuerzo torsor, conlleva que la capacidad resistente a flexión no solo queda condicionada por la interacción de tensiones normales y tangenciales (producida por el cortante) en el alma, sino también, por la interacción de esfuerzos en las alas al movilizar igualmente tensiones tangenciales como mecanismo resistente frente a la torsión. En consecuencia, a nivel seccional, resulta práctico poder incluir en la interacción flexión-cortante el esfuerzo torsor de manera que se pueda tener una visión, en todo su conjunto, de la respuesta y capacidad resistente de la sección.

Para comprender y discernir sobre el comportamiento resistente a nivel seccional, en este capítulo se presenta, de forma separada, la respuesta resistente de cada uno de sus componentes. Para ello, se exponen las bases teóricas relativas a la inestabilidad e interacción de esfuerzos en chapas de acero, así como, los criterios de comprobación e interacción definidos por el Eurocódigo (EN 1993-1-5, 2006). Asimismo, se incluye el modelo de cálculo para determinar la resistencia a cortante en el hormigón armado y se realiza una introducción de la influencia de la conexión en el mecanismo resistente de secciones mixtas compuestas por un perfil metálico y losa de hormigón.

La primera parte, relativa al comportamiento de chapas esbeltas, se basa en los estudios de TIMOSHENKO (Timoshenko & Gere, 1963) y DUBAS (Dubas & Gehri, 1986). Se incluye la respuesta resistente de chapas con y sin rigidizadores longitudinales sometidas a tensiones normales, tanto en régimen elástico, como en régimen no lineal. Además, se estudia la influencia de las imperfecciones iniciales y las tensiones residuales, así como, la interacción con las tensiones tangenciales.

En cuanto al comportamiento de la losa de hormigón frente a los esfuerzos de cortante, se exponen los modelos propuestos por BENTZ (Bentz, Vecchio, & Collins, 2006) a partir de la Teoría del Campo de Compresiones Modificada (MCFT).

Finalmente se aborda la influencia que tiene la conexión en la capacidad resistente de las estructuras mixtas, particularizando para una sección compuesta por una losa de hormigón y perfil metálico. Asimismo, se incluyen las formulaciones realizadas por NIE (Nie & Cai, 2003), que permiten tener en cuenta el deslizamiento de la conexión en los cálculos relativos al servicio.

2.2 COMPORTAMIENTO DE CHAPAS METÁLICAS

2.2.1. CONCEPTO DE LA INESTABILIDAD DE CHAPAS

El fenómeno de inestabilidad en chapas, conocido como la abolladura, se manifiesta en piezas planas de débil espesor, las cuales, solicitadas por fuerzas o momentos contenidos en su plano medio, se deforman en sentido normal a éste, produciéndose un crecimiento elevado de dichas deformaciones bajo ligeros incrementos de carga cuando se alcanzan determinados valores críticos.

La abolladura es el pandeo en un elemento superficial. Afecta de forma muy directa a las secciones utilizadas en estructuras metálicas, al tratarse normalmente de secciones muy esbeltas debido a la alta resistencia del acero. La abolladura de las chapas puede dar lugar a una rotura frágil, repentina.

La capacidad última para resistir esfuerzos de compresión de elementos sensibles a la abolladura está condicionada por una tensión menor al límite elástico que produce la inestabilidad de la pieza, conocida como la tensión crítica de abolladura σ_{cr} .

La teoría de inestabilidad es una teoría no lineal, puesto que parte de la pieza deformada y estudia la evolución de la misma. La teoría clásica de inestabilidad se basa en las siguientes hipótesis:

- Piezas ideales (sin deformaciones iniciales).
- Consideración de la no linealidad geométrica.
- Linealidad mecánica (supone comportamiento elástico durante todo el proceso).
- Ausencia de imperfecciones mecánicas (tensiones residuales).

2.2.2. TEORÍA DEL COMPORTAMIENTO DE CHAPAS ESBELTAS

Considerando los estudios de inestabilidad de chapas esbeltas realizados por TIMOSCHENKO (Timoshenko & Gere, 1963) y DUBAS (Dubas & Gehri, 1986), se expone a continuación un marco teórico del comportamiento de chapas delgadas no rigidizadas y con rigidizadores longitudinales sometidas a tensiones normales y tangenciales.

2.2.2.1 Inestabilidad elástica de chapas no rigidizadas

Se considera en un primer lugar el caso más simple de una chapa simplemente apoyada en sus bordes y sometida a tensiones normales y uniformes actuando en el plano medio a lo largo de un ancho b , según la *Figura 2- 1*.

Figura 2- 1. Chapa esbelta sometida a tensiones normales de compresión

La ecuación diferencial de la deformada de la superficie que rige el fenómeno de inestabilidad teniendo en cuenta las fuerzas adicionales debidas a la pieza deformada, es la siguiente:

$$D \left\{ \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right\} + \sigma_x t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2-1)$$

Donde,

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

- w Movimiento normal al plano
- D Rigidez flexional de una placa de ancho unidad
- E Modulo de elasticidad
- t Espesor del panel
- ν Coeficiente de Poisson

La teoría lineal de la abolladura supone que, bajo sollicitación, la distribución de tensiones σ_x se mantiene uniforme, siendo la solución aproximada del tipo:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (2-2)$$

Donde,

$$a_{mn} = 0 \text{ si } \sigma_x < \sigma_{cr}$$

$$a_{mn} = \text{indeterminado cuando } \sigma_x = \sigma_{cr}$$

La solución de la ecuación (2-2) que hace mínimo el valor de la tensión σ_x , se obtiene cuando todos los coeficientes a_{mn} , excepto uno, son iguales a cero. En consecuencia, a partir de las ecuaciones (2-1) y (2-2), el valor de la tensión σ_x resulta:

$$\sigma_x = \frac{\pi^2 a^2 D}{t m^2} \left\{ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right\}^2 \quad (2-3)$$

Asimismo, la tensión crítica σ_{cr} , que produce la inestabilidad en la chapa, es el valor mínimo de la tensión σ_x de la ecuación (2-3), siendo mínimo cuando $n = 1$.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{t a^2} \left\{ m + \frac{1}{m} \frac{a^2}{b^2} \right\}^2 \quad (2-4)$$

Donde, m representa el número de medias ondas en que la chapa abolla y $\alpha = a/b$.

En la literatura es usual considerar como tensión de referencia, la tensión crítica que produce la inestabilidad en una banda transversal de luz igual a la unidad ($a = 1$) y ancho igual a b ,

considerando sus dos extremos simplemente apoyados. Esta tensión, es conocida como la tensión de referencia de Euler σ_E .

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 D}{t b^2} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \cong 0.9 E \left(\frac{t}{b}\right)^2 \rightarrow (\nu = 0.30) \quad (2-5)$$

En consecuencia,

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E \quad (2-6)$$

Siendo $k_\sigma = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m}\right)^2$ el coeficiente de abolladura.

En la *Figura 2- 2* se representa la variación k_σ de frente a α para distintos valores de m .

Figura 2- 2. Representación de los valores de k_σ en función de $\alpha = a/b$

Realizando análogamente un desarrollo analítico para chapas sometidas tanto a flexión pura contenida en el plano como a cortante, se generaliza la tensión crítica de inestabilidad como:

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \rightarrow \text{tensiones normales} \quad (2-7)$$

$$\tau_{cr} = k_\tau \sigma_E = k_\tau \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \rightarrow \text{tensiones tangenciales} \quad (2-8)$$

De forma que los coeficientes k_σ y k_τ para chapas simplemente apoyadas sometidas a los esfuerzos de: compresión uniforme, flexión o cortante, tienen los siguientes valores:

Compresión uniforme en una dirección

- $k_\sigma = 4 \quad \alpha \geq 1$
- $k_\sigma = \left(\frac{1}{\alpha} + \alpha\right)^2 \quad \alpha \leq 1$

Momento puro de eje perpendicular al plano de la chapa

- $k_\sigma = 23.9 \quad \alpha \geq 1$
- $k_\sigma = 15.87 + \frac{1.87}{\alpha^2} + 8.6 \alpha^2 \quad \alpha \leq 1$

Cortante puro

$$\begin{aligned}
 - \quad k_{\tau} &= 5.34 + \frac{4}{\alpha^2} & \alpha &\geq 1 \\
 - \quad k_{\tau} &= 4 + \frac{5.34}{\alpha^2} & \alpha &\geq 1
 \end{aligned}$$

Los valores de k_{σ} y k_{τ} para chapas sometidas a compresión, flexión o cortante contenidas en su plano en función del parámetro de relación α ($\alpha = a/b$), así como, los modos de fallo por abolladura para el caso de chapas sometidas a compresión se muestran desde la *Figura 2- 3* hasta la *Figura 2- 6*.

Figura 2- 3. Coeficiente k_{σ} para chapas sometidas a compresión (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2- 4. Coeficiente k_{σ} para chapas sometidas a flexión (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2- 5. Coeficiente k_{τ} para chapas sometidas a cortante (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2- 6. Modos de fallo por abolladura para chapas sometidas a compresión (Dubas & Gehri, 1986)

2.2.2.2 Comportamiento no-lineal elástico en la Inestabilidad chapas no rigidizadas

Fase Post-crítica

Una vez alcanzada la tensión crítica, la pieza se deforma perpendicularmente a su plano produciéndose tracciones perpendiculares a las compresiones intentando restablecer la situación inicial. Este fenómeno se conoce como efecto membrana (*Figura 2- 7*). Es decir, bajo la tensión crítica σ_{cr} la chapa se abolla, pero no rompe hasta transcurrido un $\Delta\sigma$. Esta es una de las diferencias entre la abolladura y el pandeo. Si el elemento es lineal (pandeo), las deformaciones aumentan hasta romper, mientras, si el elemento es superficial, se genera un mecanismo post-crítico cuya capacidad resistente permite resistir más tensiones, aunque con grandes incrementos de deformación.

Figura 2- 7. Efecto membrana en chapa sometida a tensiones normales de compresión

Si se representa en una gráfica la relación entre flecha y tensión según se aumenta la carga, se obtienen las curvas de la *Figura 2- 8* observándose que la respuesta real será peor que la ideal.

Figura 2- 8. Representación gráfica entre la flecha y la tensión en una chapa esbelta sometida a tensiones normales de compresión

Por tanto, en la abolladura de chapas delgadas existen dos fases:

Fase pre-crítica ($0 < \sigma < \sigma_{cr}$)

Se rige por la teoría clásica y corresponde a cargas que no producen deformación normal al plano (chapa ideal) o deformaciones muy pequeñas (chapa real).

Fase post-crítica ($\sigma_{cr} < \sigma < \sigma_{ult}$)

Una vez alcanzada σ_{cr} la chapa comienza a deformarse generando unas tracciones en las fibras ortogonales a la aplicación de la carga que estabilizan el proceso (efecto membrana). Por ello, la tensión última σ_{ult} que produce el fallo de la pieza, es siempre mayor que la de comienzo de abolladura σ_{cr} .

En la fase post-crítica, la chapa sufre una redistribución de tensiones, las cuales fluyen hacia las zonas más rígidas de la placa hasta alcanzar en dichas zonas la tensión última σ_{ult} y en consecuencia, el fallo de chapa.

Para el caso de un panel delgado sometido a una compresión longitudinal uniforme, la distribución de tensiones en una chapa apoyada transversalmente en sus cuatro bordes, se muestra en la *Figura 2- 9*. Solo las partes de la placa cercanas a los bordes longitudinales son capaces de alcanzar la tensión de plastificación en el rango post-crítico. En la zona central del panel, debido a la pérdida de rigidez, se produce una descarga de las tensiones haciendo que éstas sean menores que en sus bordes.

Figura 2- 9. Distribución de tensiones en el rango post-crítico bajo compresiones uniformes de un panel con sus bordes apoyados

Según la distribución de tensiones anteriormente representada, admite considerar una reducción de la tensión máxima que sea equivalente a una tensión uniforme en todo su ancho b . El valor de la tensión media $\bar{\sigma}_x$ podría estimarse a una distancia $b/4$. Sin embargo, la tensión mínima que corresponde con la parte central, juega un papel más importante para la flexión y las deformaciones normales al plano que el incremento de la tensión en los bordes. Por tanto, se considera apropiado, tomar el valor de tensión que corresponde a un ancho $b/3$.

Siguiendo el desarrollo matemático expuesto en la publicación de (Dubas & Gehri, 1986), a partir de una tensión reducida de valor $\frac{1}{2}(\bar{\sigma}_x + \sigma_{x,min})$ correspondiente a una distancia $b/3$ del borde, se obtiene la expresión para la tensión media $\bar{\sigma}_x$ en función de la tensión crítica σ_{cr} y la deformación máxima w_m :

$$\frac{\bar{\sigma}_x}{\sigma_{cr}} = 1 + \frac{\pi^2 E}{16 \sigma_{cr}} \left(\frac{w_m}{a} \right)^2 \quad (2- 9)$$

Reescribiendo la ecuación anterior usando el parámetro α y reemplazando la tensión crítica σ_{cr} en el segundo término de la igualdad por la expresión dada en la ecuación (2- 7), se obtiene:

$$\frac{\bar{\sigma}_x}{\sigma_{cr}} = 1 + \frac{3 (1 - \nu^2)}{4 k_\sigma \alpha^2} \left(\frac{w_m}{t} \right)^2 \rightarrow \left(\alpha = \frac{a}{b} \right) \quad (2- 10)$$

Imperfecciones Iniciales

Las deformaciones iniciales, derivadas principalmente del proceso de fabricación, tienen una influencia relevante en el comportamiento de las chapas esbeltas, pudiendo amplificar las deformaciones y, en consecuencia, reducir la capacidad resistente en el caso que éstas sean afines al modo principal de fallo por abolladura. Asimismo, también podrían inducir a un modo de fallo distinto al que se produciría en un panel ideal.

La mayor amplificación de las deformaciones debido a las imperfecciones iniciales se produce en la transición entre el comportamiento pre-crítico y el post-crítico. Posteriormente, esta amplificación se aminora a medida que alcanza la tensión última (*Figura 2- 10*). Por tanto, si las imperfecciones permanecen dentro de un límite de tolerancia admisible, éstas serían finalmente estabilizadas al alcanzar la carga límite de resistencia del panel, siempre y cuando, mantenga una geometría cercana al correspondiente con un panel perfecto. Desde luego, este efecto es verdadero si el fallo del panel ocurre bajo la tensión de plastificación. En el fallo debido a la inestabilidad, la capacidad puede depender en mayor medida del estado inicial de tensiones residuales.

Atendiendo a la *Figura 2- 9* y considerando la imperfección inicial w_0 , las ecuaciones (2- 9) y (2- 10) correspondientes a un panel apoyado en sus cuatro bordes y compresión uniaxial uniforme, se convierten en:

$$\frac{\bar{\sigma}_x}{\sigma_{cr}} = \frac{w_m}{w_0 + w_m} + \frac{\pi^2 E}{16 \sigma_{cr}} \frac{(w_m^2 + 2w_0 w_m)}{a^2} \quad (2- 11)$$

O bien,

$$\frac{\bar{\sigma}_x}{\sigma_{cr}} = \frac{w_m}{w_0 + w_m} + \frac{3 (1 - \nu^2)}{4 k_\sigma \alpha^2} \frac{(w_m^2 + 2w_0 w_m)}{t^2} \quad (2- 12)$$

En donde w_0 es la deformación inicial y w_m es la deformación máxima respecto a la configuración inicial, siendo el desplazamiento total normal al plano: $w_{total} = w_0 + w_m$.

La ecuación (2- 10) que no considera las imperfecciones iniciales y la ecuación (2- 12) que sí las tienen en cuenta, representan la respuesta elástica de un panel apoyado en sus cuatro bordes sometido a compresión uniaxial uniforme.

En la *Figura 2- 10* se muestran las curvas carga – desplazamiento de un panel cuadrado ($a = b$) con coeficiente de pandeo $k_\sigma = 4$ para distintas magnitudes de la deformación inicial w_0 , estando éstas representadas en términos relativos al espesor t . En las ordenadas se define el estado de carga mediante la relación entre la tensión media en el panel y la tensión crítica $\bar{\sigma}_x/\sigma_{cr}$ y en las abscisas el desplazamiento total $w_{total} = w_0 + w_m$ relativo al espesor de panel.

Figura 2-10. Curvas de carga – desplazamiento (respuesta elástica) de un panel cuadrado ($a=b$) apoyado en sus bordes con distintas imperfecciones iniciales y sometido a compresión uniforme en una dirección

Tensiones Residuales

Las tensiones residuales son tensiones iniciales producidas por el proceso de soldadura, que tienen un efecto en el desarrollo de la plastificación produciendo prematuramente la pérdida de rigidez y en cierto grado, también pérdida de capacidad resistente.

La distribución de tensiones residuales idealizada en una chapa es la mostrada en la *Figura 2-11* en donde, la contracción de las soldaduras causa una alta tensión de membrana desarrollada en esas posiciones (tensiones de tracción) las cuales son equilibradas con un nivel bajo de tensión de compresión sobre el resto de la chapa.

Figura 2-11. Distribución de tensiones residuales en placa soldada en sus bordes

En consecuencia, una combinación de cargas de compresión junto con la compresión de tensiones residuales producirá una plastificación prematura en la chapa que, junto en la progresiva plastificación para ciertos rangos de esbelteces (también depende de nivel de imperfecciones), puede causar una cierta pérdida de la capacidad resistente.

2.2.2.3 Comportamiento en Estado Límite Último de chapas no rigidizadas

En Estado Límite Último, el mecanismo de fallo depende de la configuración de las cargas y de las condiciones de contorno, siendo, difícil definir un modelo único que estime la capacidad última para todos los casos. Esto supone una desventaja, al ser necesario tener un modelo para cada modo elemental de cargas: compresión, flexión, cortante y "patch loading".

Para comprender el comportamiento y los modelos en estado último, se continúa con el estudio para el caso simple de un panel sometido a compresión uniaxial y apoyado en sus cuatro bordes.

Con el fin de encontrar la carga de colapso, la capacidad última de la chapa se obtiene cuando la tensión de membrana σ_x en el borde longitudinal, alcanza la tensión de plastificación f_y (ver *Figura 2-9*). A pesar que el acero puede alcanzar una tensión mayor que la tensión del límite elástico, este criterio es comúnmente aceptado.

Partiendo de la distribución de tensiones de la *Figura 2-9* y la ecuación (2-9) (sin imperfecciones iniciales), en Estado Límite Último el valor de la tensión máxima $\sigma_{x,max}$ en el borde corresponde con la tensión de plastificación f_y , sería:

$$\sigma_{x,max} = \bar{\sigma}_{x,ult} + \frac{\pi^2 E}{8} \left(\frac{w_m}{a} \right)^2 = f_y \quad (2-13)$$

De acuerdo con la ecuación (2-9) el término $(\pi^2 E/8)(w_m/a)^2$ es igual a $2(\bar{\sigma}_x - \sigma_{cr})$, resultando:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{x,ult} + 2(\bar{\sigma}_{x,ult} - \sigma_{cr}) &= f_y \\ \frac{\bar{\sigma}_{x,ult}}{f_y} &= \frac{1}{3} + \frac{2\sigma_{cr}}{3f_y} \rightarrow (\text{sin imperfecciones iniciales}) \end{aligned} \quad (2-14)$$

Realizando el mismo procedimiento a partir de la ecuación (2-11), se obtiene la carga última considerando, esta vez, las imperfecciones iniciales. A diferencia de la ecuación (2-14), la tensión última media $\bar{\sigma}_{x,ult}$ depende de la deformación inicial w_0 (imperfección) y de la deformación máxima respecto a la configuración inicial w_m .

$$\frac{\bar{\sigma}_{x,ult}}{f_y} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{w_m}{w_0 + w_m} \frac{\sigma_{cr}}{f_y} \rightarrow (\text{con imperfecciones iniciales}) \quad (2-15)$$

Si se introduce la esbeltez de referencia $\bar{\lambda}_p$, parámetro bien conocido en el pandeo de columnas, las ecuaciones (2-14) y (2-15) relativas a la capacidad última de chapas sensibles a inestabilidad, pueden describirse como sigue:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{f_y / \sigma_{cr}} \quad \text{ó} \quad \bar{\lambda}_p = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k_\sigma}} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{b}{t} \frac{1.05}{\sqrt{k_\sigma}} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \rightarrow (\nu = 0.30) \quad (2-16)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{x,ult}}{f_y} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3 \bar{\lambda}_p^2} \rightarrow (\text{sin imperfecciones iniciales}) \quad (2-17)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{x,ult}}{f_y} = \frac{1}{3} + \frac{w_m}{w_0 + w_m} \frac{2}{3 \bar{\lambda}_p^2} \rightarrow (\text{con imperfecciones iniciales}) \quad (2-18)$$

Para representar gráficamente la ecuación (2-18), resulta conveniente expresar la esbeltez de referencia $\bar{\lambda}_p$ en función de la deformación máxima w_m , debido a que éstas no son

independientes entre sí. Por tanto, dividiendo la ecuación (2- 13) por σ_{cr} e introduciendo el término $\bar{\sigma}_x/\sigma_{cr}$ en la ecuación (2- 11) se obtiene:

$$\bar{\lambda}_p^2 = \frac{w_m}{w_0 + w_m} + \frac{3 \pi^2 E (w_m^2 + 2w_0 w_m)}{16 \sigma_{cr} a^2} \quad (2- 19)$$

O bien, reemplazando el término σ_{cr} :

$$\bar{\lambda}_p^2 = \frac{w_m}{w_0 + w_m} + \frac{9 (1 - \nu^2) (w_m^2 + 2w_0 w_m)}{4 k_\sigma \alpha^2 t^2} \quad (2- 20)$$

Sustituyendo el término t del espesor de chapa a partir de la ecuación de la esbeltez de referencia (2- 16), la ecuación (2- 20) se convierte en:

$$\frac{1}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{1 - \frac{3 \pi^2 E (w_m^2 + 2w_0 w_m)}{16 \alpha^2 f_y b^2}}{\frac{w_m}{w_0 + w_m}} \quad (2- 21)$$

Esta última ecuación (2- 21) junto con la ecuación (2- 18) permiten estudiar la capacidad última en función de la esbeltez de referencia para distintas relaciones de ancho-largo ($\alpha = a/b$), así como para distintas deformaciones iniciales. Nótese que estas formulaciones no dependen del espesor de la chapa t y resulta sencillo expresar de forma adimensional las deformaciones iniciales en función del ancho b (w_0/b).

A partir de las ecuaciones (2- 17), (2- 18) y (2- 21) se representa en la *Figura 2- 12*, para una chapa cuadrada con límite elástico $f_y = 235$ MPa y con distintas imperfecciones iniciales w_0 , la capacidad última como el cociente entre la tensión media última y el límite de plastificación $\bar{\sigma}_{x,ult}/f_y$ en función de la esbeltez de referencia $\bar{\lambda}_p$. Debido a que las tolerancias normalmente se expresan en función del ancho b , se usa el parámetro de imperfección inicial w_0/b .

En la *Figura 2- 12* se muestra adicionalmente la propuesta simplificada presentada por Winter (Winter, 1946) (Winter, 1968) según la ecuación (2- 22), la cual se ajusta bien para unas imperfecciones iniciales de $w_0/b = 1/250$ hasta un rango de valores de esbelteces $\bar{\lambda}_p$ menores de 2, siendo además, la extensión adoptada en las formulaciones del Eurocódigo 3 (EN 1993-1-5, 2006).

$$\frac{\bar{\sigma}_{x,ult}}{f_y} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \left(1 - \frac{0.22}{\bar{\lambda}_p} \right) \rightarrow \text{para } \bar{\lambda}_p \geq 0.67 \quad (2- 22)$$

Figura 2- 12. Curvas de carga última – esbeltez de referencia (respuesta plástica) de un panel cuadrado ($a=b$) apoyado en sus bordes con distintas imperfecciones iniciales y sometido a compresión uniforme en una dirección

Modelo del ancho eficaz

Para el caso que se ha venido estudiando, correspondiente a panel esbelto apoyado en sus cuatro bordes y sometido a tensión uniaxial uniforme, tal y como se ha descrito anteriormente, solo las partes de la chapa cercanas a los bordes longitudinales (paralelos a la tensión) son capaces de alcanzar la plastificación en el rango post-crítico, produciendo una distribución no uniforme de las tensiones.

Figura 2- 13. Redistribución de tensiones y ancho efectivo del panel b_e

Esta distribución no uniforme de tensiones puede ser reemplazada por una tensión uniforme sobre un ancho reducido de chapa, conocido como, ancho efectivo (*Figura 2- 13*). La tensión de referencia adoptada es la correspondiente a la tensión máxima en los bordes en la distribución real, y por consiguiente el colapso, corresponde para un valor de esa tensión máxima igual al límite elástico f_y .

De acuerdo con la hipótesis de von Karman (von Karman, Sechler, & Donnell, 1932), la tensión crítica de inestabilidad $(\sigma_{cr})_e$ de un panel con ancho reducido b_e debe ser igual a la tensión en sus bordes (generalmente correspondiente al límite elástico f_y).

Reescribiendo la ecuación (2- 23) se obtiene:

$$(\sigma_{cr})_e = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b_e} \right)^2 = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{b}{b_e} \right)^2 = \sigma_{cr} \left(\frac{b}{b_e} \right)^2 = f_y$$

Resultando,

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}}$$

O bien, utilizando la tensión media última $\bar{\sigma}_u$ definida en la *Figura 2- 13*:

$$\bar{\sigma}_u = \sqrt{\sigma_{cr} f_y} \quad (2- 23)$$

En la *Figura 2- 14* se puede observar cómo en los resultados obtenidos de los ensayos de STÜSSI (Stüssi, Kollbrunner, & Walt, 1951) sobre paneles de aleación de aluminio bastante planos (120 x 160 mm y espesores de 2 y 4 mm) sometidos a compresión uniforme, la tensión crítica σ_{cr} y la tensión última media $\bar{\sigma}_u$ se correlacionan satisfactoriamente con los modelos teóricos presentados en las ecuaciones (2- 7) y (2- 23).

Figura 2- 14. Ensayos de paneles de aluminio sometidos a compresión uniaxial uniforme (Dubas & Gehri, 1986)

En consecuencia, la fórmula de von KARMAN (von Karman, Sechler, & Donnell, 1932) para el ancho efectivo de un panel sin imperfecciones iniciales, puede ser escrita en términos de la esbeltez de referencia $\bar{\lambda}_p$, como sigue:

$$\frac{b_e}{b} = \frac{\bar{\sigma}_u}{f_y} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \rightarrow \text{para } \bar{\lambda}_p \geq 1 \quad (2-24)$$

Comparando esta expresión con la ecuación deducida analíticamente, se puede apreciar en la *Figura 2- 15* que estas curvas resultan ser bastante próximas.

Figura 2- 15. Comparación de las curvas carga última – esbeltez de referencia (respuesta plástica)

Efecto de las imperfecciones iniciales en estado último

El efecto de las imperfecciones iniciales es generalmente una reducción de la capacidad resistente de la chapa y el cambio en la forma del modo de fallo, produciéndose además para algunos casos, el desenlace súbito de la abolladura con una consecuente pérdida significativa de la carga, llevando su capacidad resistente a un proceso más gradual, pero con una carga bastante reducida (post-colapso). Este efecto es mucho más marcado en chapas con esbeltez moderada donde la tensión crítica de abolladura σ_{cr} tiene un valor aproximadamente igual al límite elástico del material f_y .

Numerosos estudios relativos a las imperfecciones iniciales han constatado que las imperfecciones debidas al proceso de fabricación están relacionadas con la esbeltez de la chapa y el valor de su límite elástico. El rango de la máxima imperfección dividida por el espesor w_o/t se encuentra entre $0.18\bar{\lambda}_p^2$ y $0.55\bar{\lambda}_p^2$ en donde $\bar{\lambda}_p$ es la esbeltez relativa definida en la ecuación (2- 9).

El efecto de las imperfecciones geométricas se puede apreciar en las siguientes figuras (Frieze, Dowling, & Hobbs, 1977) para distintas relaciones de chapas a/b (*Figura 2- 16*), así como, para distintas esbelteces en función de $\bar{\lambda}_p$ y b/t (*Figura 2- 17* y *Figura 2- 18*).

Figura 2-16. Efecto de las imperfecciones iniciales en las curvas de capacidad de paneles rectangulares $a \times b$ con sus bordes libres sometidos a compresión uniaxial (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2-17. Comparación del efecto de las imperfecciones iniciales en las curvas de capacidad de paneles cuadrados ($a=b$) apoyados en sus bordes, con distintos esbelteces de referencia λ_p y sin tensiones residuales sometidos a compresión uniaxial (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2-18. Comparación del efecto de las imperfecciones iniciales en las curvas de capacidad para paneles con distintos esbelteces b/t sometidos a compresión uniaxial (Dubas & Gehri, 1986)

Efecto de las tensiones residuales en estado último

Los efectos de las tensiones residuales son más marcadas en chapas más robustas afectando generalmente su comportamiento plástico, sin embargo, en chapas esbeltas, las imperfecciones geométricas habituales tienden a enmascarar este efecto.

En la *Figura 2- 19* se muestran el efecto del nivel de las tensiones residuales en la resistencia para chapas con sus bordes apoyados para un nivel medio de imperfección inicial. Se puede observar cómo el efecto es mayor para valores intermedios de esbeltez de chapa.

Figura 2- 19. Efecto de las tensiones residuales para paneles apoyados en sus bordes (curvas de diseño) (Dubas & Gehri, 1986)

2.2.2.4 Comportamiento de chapas rigidizadas

La geometría considerada en el estudio de chapas rigidizadas se limita a placas rectangulares rigidizadas en una o dos direcciones ortogonales paralelos a los bordes (*Figura 2- 20*) presentando un estudio paramétrico mucho más complejo que el de chapas no rigidizadas.

Figura 2- 20. Panel reforzado en dos direcciones ortogonales (Dubas & Gehri, 1986)

Hasta 1960, la inestabilidad en chapas rigidizadas era considerada como un problema de bifurcación elástica, siendo tratada por la teoría elástica de inestabilidad, que recogía las siguientes hipótesis:

- Chapa perfectamente plana sin imperfecciones geométricas, y cargada en su plano medio.
- Inestabilidad de la chapa en el rango elástico.
- Desplazamientos transversales, debidos a la abolladura, muy pequeños ($w \leq 0.3t$). Es decir, se despreciaban las tensiones adicionales debido al efecto membrana.

El comportamiento elástico de las placas está gobernado por la ecuación diferencial (2- 25), especialmente si N_x y N_y son constantes, cuya solución se encuentra, por ejemplo, en (Timoshenko & Gere, 1963). En el caso de placas con rigidizadores, existe una solución compleja aportada por (Milosavljevitch, 1947).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left(q - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (2- 25)$$

El método más conveniente para obtener la solución en placas rectangulares ortótropas sin bordes rigidizados es mediante la solución variacional propuesta por RAYLEIGH-RITZ, que se basa en la condición de equilibrio mínimo.

$$\delta^2 \Pi = \text{Minimun} \quad (2- 26)$$

Donde el término $\delta^2 \Pi$ del potencial total de la placa debe tomar el valor “cero”, que es el valor mínimo posible, para que el campo de desplazamiento sea inestable. El potencial total $\delta^2 \Pi$ se compone de los siguientes términos:

$$\delta^2 \Pi = U_{plate} + U_{stiff}^{bending} + U_{stiff}^{torsion} + U_{\sigma}^{plate} + U_{\tau}^{plate} + U_{\sigma}^{long.stiff}. \quad (2- 27)$$

Una representación matemática más detallada de los términos anteriores, se puede encontrar en (Klöppel & Scheer, 1960) y (Massonet, Mazy, & Tanghe, 1960).

Cada rigidizador de la chapa puede ser caracterizado por tres siguientes relaciones adimensionales de rigidez:

Rigidez flexional relativa:

$$\gamma = \frac{EI_s}{bD} = \frac{\text{rigidez a flexión del rigidizador}}{\text{rigidez a flexión total de la chapa}} \quad (2- 28)$$

Rigidez torsional relativa:

$$\vartheta = \frac{C}{bD} = \frac{\text{rigidez a torsión del rigidizador}}{\text{rigidez a flexión total de la chapa}} \quad (2- 29)$$

Rigidez axil relativa:

$$\delta = \frac{A_s}{bt} = \frac{\text{área del rigidizador de la sección transversal}}{\text{área total del alma de la chapa}} \quad (2-30)$$

El momento de inercia I_s , se calcula suponiendo que una porción de la placa actúa conjuntamente con el rigidizador.

La teoría general de las placas rectangulares rigidizadas simplemente apoyadas a lo largo de sus bordes, con rigidizadores que no tienen rigidez torsional ($\theta=0$), ha sido desarrollada para el caso general por (Klöppel & Scheer, 1960). Esta solución se basa en el desarrollo del desplazamiento transversal de la placa, w , en una doble serie de FOURIER de acuerdo con la ecuación (2-2):

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2-2)$$

Si se introduce la expresión (2-2) en la condición (2-26) de equilibrio neutro, y se realizan todas las integrales, la energía potencial total $\delta^2\pi$ se convierte en una función cuadrática y homogénea de los parámetros no conocidos a_{mn} en la expansión de RITZ:

$$\delta^2\pi = \delta^2\pi(a_{mn}, k)$$

En 1960, (Massonet, Mazy, & Tanghe, 1960) realizaron desarrollos matemáticos para el caso más general de bordes rígidos simplemente apoyados, o completamente restringidos con rigidizadores que cuentan con una apreciable rigidez torsional. En este enfoque, los desplazamientos transversales de la placa están dados por la serie doble:

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cdot f_m(x) \cdot g_n(y) \quad (2-31)$$

Donde las funciones $f_m(x)$ y $g_n(y)$ representan los modos de pandeo de las barras prismáticas comprimidas axialmente que satisfacen las condiciones de contorno. Dichas funciones propias de pandeo poseen la propiedad de que sus derivadas de primer y segundo orden son ortogonales:

$$\int_0^l f_m''(x) \cdot f_n''(x) \cdot dx = 0 \quad ; \quad \int_0^l f_m''(x) \cdot f_n''(x) \cdot dx = 0 \quad (m \neq n) \quad (2-32)$$

Concepto de rigidización óptima y sus limitaciones

El valor óptimo de la rigidez relativa de los rigidizadores y las chapas rigidizadas se ha estudiado en (Dubas & Gehri, 1986) para los casos de rigidizadores de sección transversal abierta, cuya rigidez torsional es insignificante.

Figura 2- 21. Definición de rigidez optima γ^* (Dubas & Gehri, 1986)

En la Figura 2- 21 se representa la rigidez relativa γ , de la ecuación (2- 28), respecto al coeficiente de pandeo k para una placa cuadrada sujeta a una compresión uniforme en su plano y rigidizada por un rigidizador longitudinal situado simétricamente. Es evidente que la estabilidad del panel, definida por el coeficiente de pandeo k , aumenta con γ . Sin embargo, si γ excede un cierto valor γ^* , el modo de pandeo de la placa cambia repentinamente del modo (a) al modo (b) con el rigidizador deformado, además de coincidir el rigidizador con la línea nodal del segundo modo (Figura 2- 21c). En la Figura 2- 21b, el segundo modo corresponde a la línea horizontal BC, debido a que la tensión crítica σ_{cr} no depende de γ , y generalmente el valor de la rigidez óptima depende la relación $\alpha = a/b$ y de la rigidez axial relativa δ .

Para este caso, es posible que el rigidizador esté sobre una línea nodal correspondiente a la chapa sin rigidizar, existiendo una rigidez de flexión finita del rigidizador donde la carga crítica alcanza su máximo valor. Por tanto, teóricamente la rigidez óptima se corresponde con la condición en donde en el rigidizador existen dos estados de equilibrio, un estado no deformado y otro deformado, conocido como *primer tipo de rigidez óptima*. Sin embargo, este estado sólo existe para ciertas posiciones del rigidizador y para ciertas cargas, además, de no existir una rigidez finita que asegure que el rigidizador permanezca recto cuando la carga crítica alcanza su valor máximo. En consecuencia, la carga máxima de abolladura corresponde a una rigidez infinita del rigidizador.

La Figura 2- 22 muestra el *segundo tipo de rigidez óptima* para el caso de una chapa uniformemente comprimida con un rigidizador localizado de forma excéntrica, donde los dos estados de equilibrio son posibles para un determinado valor de la rigidez γ . Sin embargo, en la práctica, ni el primer ni el segundo tipo de rigidez óptima existen, pero son la base para conseguir un diseño adecuado de la rigidización de chapas.

Figura 2- 22. Segundo tipo de rigidez óptima (Dubas & Gehri, 1986)

En consecuencia, la rigidez óptima se consigue para una rigidez en la cual, la carga crítica de la chapa rigidizada es igual a la carga crítica del subpanel más cargado. Está rigidez se conoce como el *tercer tipo de rigidez óptima*. Si bien este tercer tipo no garantiza que la línea nodal coincida con el eje del rigidizador y que la carga crítica alcance su máximo valor posible $\gamma = \gamma^*$, simplifica significativamente el problema, permitiendo centrar el cálculo en cada uno de los subpaneles.

Abolladura en chapas ortótropas

Para resistir la abolladura, se utilizan en ocasiones formas onduladas o corrugadas para aumentar la estabilidad sin incurrir en altos costes (Figura 2- 23), o alternatively, las placas se rigidizan frecuentemente mediante varios refuerzos paralelos (Figura 2- 24). Sin embargo, el comportamiento de este tipo de formas resulta compleja siendo necesario recurrir a modelos de elementos finitos para una estimación más aproximada.

Aun así, como solución práctica, la placa es considerada a menudo como una placa ortótropa ficticia, que puede ser analizada aproximadamente como una placa de un material ortótropo con una rigidez longitudinal constante o variable. (Klöppel & Scheer, 1960) (Klöppel & Möller, 1968) han propuesto algunos resultados para este tipo de placas.

Figura 2- 23. (a) Alma corrugada
(b) Alma ondulada (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2- 24. Rigidización
paralela (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2- 25. Rigidización
diagonal (Dubas & Gehri, 1986)

La ecuación diferencial que gobierna la abolladura en las chapas ortótropas es:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \left(q - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = 0 \quad (2-33)$$

Siendo las expresiones de los cortantes:

$$V_x = -D_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - (D_1 + 2D_{xy}) \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} \quad (2-34)$$

$$V_y = -D_y \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - (D_1 + 2D_{xy}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \quad (2-35)$$

Donde, introduciendo el término $H = D_1 + 2D_{xy}$ en la ecuación (2-33), se obtiene:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2-36)$$

Siendo,

$D_x; D_{xy}; D_y$ Rigidez a flexional de la placa según los ejes X e Y

Basado en cálculos computarizados, dos libros con gráficos prácticos para los casos comunes de placas rectangulares rigidizadas fueron publicados por (Klöppel & Scheer, 1960) y por (Klöppel & Möller, 1968), donde en la mayor parte de las gráficas se da el valor de k en función del tipo de carga, la relación $\alpha = a/b$ y de los parámetros γ y δ de los rigidizadores. La Figura 2-26 muestra uno de estos gráficos para $\delta=0.10$.

Figura 2- 26. Coeficiente de pandeo k_σ para una chapa con rigidizador longitudinal a una distancia $b/4$ del ala comprimida (Dubas & Gehri, 1986)

Cuando el número de rigidizadores paralelos es superior a tres, se puede usar para el análisis, el modelo de placa ortótropa. Las publicaciones de KLÖPPEL dan dos conjuntos de gráficos para este propósito: el primero está dedicado a una rigidización uniforme, que corresponde a rigidizadores igualmente espaciados; mientras que el segundo es para una rigidización que aumenta linealmente con la profundidad.

El concepto de γ^* y su relación con el comportamiento real

Dado que no existe un rango post-crítico en la teoría lineal de abolladura, ésta no puede cubrir el comportamiento de los rigidizadores en el rango definido por:

$$\sigma_{cr} \leq \sigma \leq \sigma_u$$

Los primeros estudios experimentales sobre vigas de gran escala sometidas a flexión fueron realizados por (Massonnet, 1954), en estos estudios se demostró claramente que:

- Todos los rigidizadores con $\gamma = \gamma^*$ sufren una flexión apreciable en el rango post-crítico.
- Para garantizar que un rigidizador longitudinal permanezca suficientemente recto hasta el colapso, es necesario tener una rigidez relativa de flexión igual a:

$$\gamma = m \cdot \gamma^* \quad (2-37)$$

Con valores de m comprendidos entre 3 y 7, dependiendo de la ubicación del rigidizador.

- La comparación de la resistencia última de vigas con chapas rigidizadas de rigidez relativa $\gamma = \gamma^*$ y $\gamma = 5 \cdot \gamma^*$ mostraron un aumento en la resistencia del 20%. Esta ganancia se demostró con mayor precisión posteriormente gracias a (Owen, Rockey, & Skaloud, 1970).

La necesidad de aumentar el valor de γ^* se establece usando el simple modelo rigidizado de la *Figura 2- 27*. Un desplazamiento vertical impuesto $w = 1$ produce una fuerza de desviación $2wF/(l/2)$ y una reacción en el apoyo de $48EI_S/l^3$. Por lo tanto, la carga crítica de todo el sistema viene dada por las consideraciones de equilibrio:

$$\frac{w}{l} F = w \cdot 48 \frac{EI_S}{l^3} \rightarrow F_{cr,sys} = \frac{12 \cdot EI_S}{l^2} = \gamma \frac{12 \cdot EI_p}{l^2} \quad (2-38)$$

Donde, la rigidez relativa en el apoyo según la ecuación (2- 28) es: $\gamma = EI_S/EI_p$

El segundo modo se corresponde con el pandeo de cada media barra:

$$F_{cr,máx} = \frac{\pi^2 \cdot EI_p}{(l/2)^2} \quad (2-39)$$

Resolviendo $F_{cr,sys}$ de la ecuación (2- 38), para $F_{cr,máx}$ se define la rigidez optima como:

$$\gamma^* = \pi^2/3$$

Figura 2- 27. Modelo de barra rigidizada (Dubas & Gehri, 1986)

Cuando la barra comprimida tiene una deformación inicial w_0 en el medio, la deformación se amplifica de acuerdo con:

$$w_{tot} = w_0 \cdot \frac{1}{1 - F/F_{cr,sys}} \quad (2- 40)$$

Figura 2- 28. Curva de carga-flechas (Dubas & Gehri, 1986)

En la *Figura 2- 28* se representa el cociente entre la compresión F de acuerdo con $F_{cr,max}$, dada por la ecuación (2- 39), en función de la flecha total w_{tot} de acuerdo con la ecuación (2- 40) y el parámetro γ expresado como un múltiplo de γ^* . Se observa cómo la flecha total w_{tot} , para el valor $\gamma = \gamma^*$, tiende a infinito cuando $F \geq F_{cr,max}$ y el factor de amplificación alcanza un valor máximo de $5/4$ para $\gamma = 5 \cdot \gamma^*$.

La primera explicación teórica del efecto de las rigideces $\gamma > \gamma^*$ en el rango post-crítico la presentó (Ceradini, 1959), siguiendo por distintos autores que refinaron y comprobaron estos estudios. La *Figura 2- 29* es un diagrama tomado de la tesis de (Rouve, 1976), que muestra el valor de γ/γ^* en función de la imperfección inicial relativa w_0/t , que debe ser considerada para imponer el primer modo de abolladura de una chapa cuadrada con un rigidizador longitudinal en el medio sometido a compresión.

Compresión uniforme

Un panel uniformemente comprimido con rigidizadores longitudinales igualmente espaciados puede considerarse como una placa rígida compacta simplemente soportada (Figura 2- 30), cuya primera aproximación de modo de abolladura viene definida por:

$$w_1(x, y) = A \cdot \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + (1 - A) \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2- 41)$$

Donde a y b indican la longitud y el ancho del panel respectivamente; m es el número de semi-onclas en la dirección longitudinal desarrollada por la abolladura entre rigidizadores, y n es el número de paneles entre rigidizadores. Esta aproximación, corroborada por ensayos, muestra que la abolladura a lo largo de la superficie consta de:

- Modo de abolladura global en todo el panel, tanto en una chapa no rigidizada como en una asociada a placa ortotrópica con rigidizadores uniformemente repartidos sobre el ancho b de la chapa.
- Modo de abolladura nodal entre subpaneles comprendidos entre rigidizadores.

Figura 2- 30. Ejemplo de panel rigidizado (Dubas & Gehri, 1986)

Ambos tipos de modos se muestran en la Figura 2- 31, así como su combinación. En el caso de rigidizadores longitudinales flexibles, predomina la abolladura global en todo el ancho de la

chapa, mientras que con los rigidizadores rígidos, la abolladura en los subpaneles es la que domina.

Figura 2- 31. Modos de abolladura para placas rigidizadas sometidas a compresión (Dubas & Gehri, 1986)

Debido a que los rigidizadores planos son muy sensibles al pandeo local, no son particularmente convenientes para las chapas comprimidas, a menos que su esbeltez sea tal que no se produzca abolladura torsional antes de que se alcance la carga última en la chapa rigidizada. Las formas más eficaces para los rigidizadores son los ángulos, las secciones en T y las secciones tubulares trapezoidales (Figura 2- 32).

Figura 2- 32. Tipos de rigidizadores longitudinales (Dubas & Gehri, 1986)

El aumento de la rigidez de todos los tipos de rigidización da como resultado un aumento de la capacidad del soporte de los subpaneles comprimidos entre rigidizadores. Sin embargo, este aumento sólo es significativo para los rigidizadores trapezoidales tubulares, lo cuales presentan una rigidez torsional significativa.

(Skaloud & Krsitek, 1984) y (Kristek, Skaloud, & Zörnerova, 1982) han llevado a cabo investigaciones detalladas de la eficiencia de distintas configuraciones de rigidizador y de la influencia del número de rigidizadores, usando la teoría de abolladura de placas.

La simulación numérica utilizando programas informáticos ha servido para determinar los modos básicos de fallo. Las resistencias y los modos de colapso para chapas rígidas se resumen en la Figura 2- 33 (Webb & Dowling, 1980), pudiéndose considerar como representativos de los obtenidos para cualquier panel rigidizado longitudinalmente. Para un grado fijo de imperfección debida a la fabricación, se demuestra que la capacidad de carga última depende principalmente de la relación de esbeltez l/i del rigidizador y de la esbeltez b/t del subpanel. La Figura 2- 33 muestra claramente tres zonas principales:

Zona 1. El fallo se produce por plastificación antes de que se produzca una abolladura extensiva. Para el acero estructural, esta zona corresponde a: $b/t < 60$ y $l/i < 65$.

Zona 2. El fallo se produce por abolladura con un modo global después del fallo de los rigidizadores, los cuales son relativamente finos. Para el acero estructural, la zona 2 está limitada por $l/i > 65$ para cualquier b/t en el rango práctico ($30 < b/t < 80$); sin embargo, ciertas combinaciones con alta relación de esbeltez de los rigidizadores y para esbeltez de chapa mayor de 60 pasan a la zona 3.

Zona 3. La tensión de fluencia del acero supera la tensión crítica de abolladura del panel, de modo que el comportamiento es controlado principalmente por la abolladura de la placa. Esta zona se puede dividir en sub-áreas según la forma en que se desarrolla la abolladura.

Figura 2- 33. Cargas últimas y modos de rotura de chapas rigidizadas (Dubas & Gehri, 1986)

Teoría de abolladura de chapas lineal modificada

La teoría lineal de abolladura en chapas indica que el comportamiento de abolladura de una chapa rigidizada longitudinalmente depende de la rigidez relativa de la placa y de los rigidizadores. La ecuación que describe la fuerza de abolladura tiene la misma forma que la de una placa no rigidizada. Sin embargo, el coeficiente de pandeo k depende de la rigidez relativa de flexión γ dada por la ecuación (2- 28); es decir, la relación entre el momento de inercia de un rigidizador I_s y el momento de inercia de la placa:

$$\gamma = 10,92 \frac{I_s}{b \cdot t^3} \quad (2- 42)$$

Los parámetros k y γ están relacionados a través de la siguiente ecuación,

$$\gamma = \gamma_0 + k \cdot \delta \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 \quad (2- 43)$$

Donde γ_0 corresponde al caso límite para el cual se desprecia el área del rigidizador A_s , o la rigidez axil relativa dada por la ecuación (2- 30) $\delta = A_s/bt$. El valor adimensional γ_0 depende de la relación de forma a/b y del coeficiente de abolladura k .

El valor óptimo γ^* de γ corresponde a la inercia mínima del rigidizador, de forma que se alcance la tensión máxima de abolladura. Para bordes simplemente apoyados, se puede demostrar que viene dado por:

$$n \cdot \gamma^* = 4n^2 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot (1 + n \cdot \delta) - \left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right]^2 \quad (2-44)$$

Donde n es el número de paneles (es decir, $n - 1 =$ número de rigidizadores).

La capacidad de carga última real de una chapa rigidizada es generalmente mayor que la carga crítica de abolladura. Sin embargo, para permitir movilizar la capacidad post-crítica, la rigidez teórica γ debe ser multiplicada por un factor m , que es aproximadamente igual a 4 para compresión uniforme y rigidizadores de sección abierta (Dubas, 1971), (Rouve, 1976). Esto significa que todos los cálculos deben realizarse usando una rigidez relativa γ_d , que es igual a la rigidez γ dada por (2-42) dividida por el factor $m = 4$. El factor m se reduce a 2.5 para los rigidizadores de sección cerrada (Dubas, 1977). La fuerza máxima se calcula usando la fórmula modificada de WINTER (ver 2.2.2.3), siendo σ_{cr} la tensión crítica de la placa rigidizada.

Este método, aunque sencillo de aplicar, constituye sólo una primera aproximación al comportamiento real, porque no diferencia entre los diversos parámetros que influyen en la resistencia de la chapa, tales como las imperfecciones geométricas de placa y del rigidizador, las tensiones residuales, el modo de fallo, etc.

2.2.3. CLASIFICACIÓN DE SECCIONES EN 1993-1-1:2005

El Eurocódigo 3 parte 1-1 (EN 1993-1-1, 2005) considera el efecto de la abolladura en elementos esbeltos comprimidos por medio de la clasificación de secciones, el cual, para elementos sensibles a la abolladura, limita su capacidad resistente. Las clasificaciones de las secciones, que dependen del tipo de esfuerzo, son:

Secciones de clase 1. Son aquellas en las que se puede formar una rótula plástica con la capacidad de giro requerida por el cálculo plástico.

Secciones de clase 2. Son aquellas en las que se puede alcanzar el momento plástico, pero tienen una capacidad de giro limitada.

Secciones de clase 3. Son aquellas en las que la tensión máxima de compresión de la pieza puede alcanzar el límite elástico, y en las que la abolladura local impide alcanzar el momento plástico.

Secciones de clase 4. Son aquellas en las que, para determinar su momento o esfuerzo axial de compresión último, es necesario tener en cuenta la abolladura local que se produce para una tensión inferior a la de plastificación. En este tipo de secciones se aplica el método general (EN 1993-1-5, 2006) a partir de la teoría de anchos eficaces.

2.2.4. EN 1993-1-5:2006

El Eurocódigo 3 parte 1-5 (EN 1993-1-5, 2006) contiene las especificaciones de proyecto relativas a elementos estructurales formados por chapas delgadas. Estas cuales recogen los procedimientos generales de comprobación de chapas esbeltas sensibles a la abolladura.

2.2.4.1 Chapas no rigidizadas sometidas a tensiones normales

La capacidad resistente de las chapas no rigidizadas sometidas a tensiones normales se obtienen a partir de la teoría de los anchos eficaces, reduciendo el área de las secciones sensibles a la abolladura por medio del factor de reducción, ρ , el cual se determina en función de la esbeltez relativa $\bar{\lambda}_p$ de las chapas.

$$A_{c,eff} = \rho A_c \quad (2-45)$$

Donde,

$A_{c,eff}$ Área efectiva del elemento comprimido

ρ Factor de reducción por abolladura de chapa que para elementos internos sometidos a compresión, se define como sigue:

$$\begin{aligned} & \text{para } \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \\ \rho &= 1,0 \\ & \text{para } \bar{\lambda}_p > 0,673, \text{ donde } (3 + \psi) \geq 0 \\ \rho &= \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \end{aligned} \quad (2-46)$$

Siendo, ψ la relación entre la tensión mínima y la tensión máxima determinado de acuerdo con el apartado 4.4 de EN 1993-1-5.

El coeficiente de reducción ρ , definido por el Eurocódigo EN 1993-1-5 y dado en la ecuación (2-46), se corresponde con la formula expuesta por WINTER (Winter, 1946) (Winter, 1968) en chapas uniformemente comprimidas ($\psi = 1$), la cual se ajusta para unas imperfecciones iniciales de $w_0/b = 1/250$ (ver ecuación (2-22)).

2.2.4.2 Chapas con rigidizadores longitudinales sometidas a tensiones normales

En el caso de chapas comprimidas con rigidizadores longitudinales, el área eficaz del elemento $A_{c,eff}$, que tiene en cuenta la flexibilidad del rigidizador, se obtiene de la suma de áreas eficaces compuestas por los rigidizadores y los subpaneles de chapa comprendidos entre rigidizadores y almas (Figura 2-34).

$$A_{c,eff} = \rho_c \left(A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t \right) + \sum b_{edge,eff} t \quad (2-47)$$

Donde,

$A_{sl,eff}$ Suma de las áreas correspondientes a las secciones efectivas de todos los rigidizadores longitudinales localizados en la zona de compresión y cuya área bruta es A_{sl}

$b_{c,loc}$ Ancho comprimido de cada uno de los subpaneles de chapa limitados por los rigidizadores y almas

ρ_{loc} Factor de reducción por abolladura de cada subpanel acorde al apartado anterior 2.2.4.1 relativo a chapas no rigidizadas

$b_{edge,eff}$ La porción del ancho efectivo en los subpaneles adyacentes a las almas (*Figura 2-34*).

ρ_c Factor de reducción por abolladura de la parte efectiva de chapa rigidizada $A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t$, el cual se obtiene mediante la interpolación del factor de reducción ρ correspondiente a la chapa y el factor de reducción χ_c por pandeo de los rigidizadores (EN 1993-1-5, apartado 4.5.4)

$$\rho_c = (\rho - \chi_c)\xi(2 - \xi) + \chi_c \quad (2-48)$$

Donde,

$$\xi = \sigma_{cr,p} / \sigma_{cr,c} - 1 \quad \text{pero} \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

$\sigma_{cr,p}$ Tensión crítica de abolladura de la chapa rigidizada cuyo comportamiento es acorde a una chapa ortótropa

$\sigma_{cr,c}$ Tensión crítica de pandeo de la chapa rigidizada cuyo comportamiento es acorde a la columna modelo (EN 1993-1-5, apartado 4.5.3)

Figura 2-34. Chapa con rigidizadores longitudinales sometidos a compresión uniforme

2.2.5. RPX-95

2.2.5.1 Comportamiento de chapas con rigidizadores longitudinales

Las *Recomendaciones para el Proyecto de Puentes Mixtos de Carretera RPX-95* (Ministerio de Fomento, 1995), establecen unos modelos que permiten representar el comportamiento de chapas esbeltas en términos de deformaciones, los cuales se desarrollan a partir del método clásico de anchos eficaces expuestos en el apartado 2.2.2 (*Figura 2-35*).

Para determinar el comportamiento en el caso de chapas con rigidizadores longitudinales, la *RPX-95* expone un método para determinar el axil resistente del ala comprimida rigidizada N_{Rd} en función de la deformación unitaria ε de la misma, lo cual permite establecer las condiciones de la zona comprimida en función de dicho valor (*Figura 2-36*).

Figura 2- 35. Ancho eficaz de chapa comprimida en términos de deformaciones

Figura 2- 36. Diagrama axil-deformación de chapa comprimida rigidizada

La resistencia última del ala comprimida rigidizada $N_{Rd,ult}$ Figura 2- 36, se determina mediante la siguiente ecuación:

$$N_{Rd,ult} = (b_r t_f + n A_{L,r}) \frac{f_y}{\gamma_s} \quad (2- 49)$$

Donde,

b_r = $\psi_{ult} \rho b_L (n\chi + 1)$, ancho reducido de la chapa de ancho total b (Figura 2- 37)

ψ_{ult} = $2\psi_{el} \geq 1$, siendo ψ_{el} el coeficiente de reducción elástico debido al arrastre por cortante definido en la RPX-95, apartado 4.5

ε_y Deformación unitaria correspondiente al límite elástico de la chapa rigidizada comprimida

ε_{cr} = $0.9k(t/b)^2$, deformación unitaria crítica de abolladura del subpanel siendo k el coeficiente de abolladura acorde al apartado 6.3.2.1 de la RPX-95

b_L Separación entre rigidizadores longitudinales

t_f	Espesor de chapa rigidizada
n	Número de rigidizadores longitudinales
ρ	Factor de reducción para el subpanel de ancho b_L y para una esbeltez relativa $\bar{\lambda}_p$:

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \left(1 - \frac{0.22}{\bar{\lambda}_p} \right) \quad \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\chi \varepsilon_y}{\varepsilon_{cr}}}$$

χ	Coeficiente de pandeo de un elemento lineal comprimido (RPX-95, apartado 6.3.3.3.2), considerando una sección constituida por el rigidizador de área A_L y una parte del ala de anchura ρb_L , y con la distancia entre rigidizadores transversales como longitud equivalente de pandeo
--------	---

Figura 2- 37. Sección eficaz del ala rigidizada comprimida (Ministerio de Fomento, 1995)

El axil N_{Rd} del ala comprimida rigidizada depende de la deformación unitaria definiéndose 3 zonas (Figura 2- 36):

Para $\varepsilon \leq \varepsilon_f$ (Zona 1)

$$N_{Rd} = (bt_f + nA_L)\varepsilon E_\alpha \quad (2- 50)$$

Siendo,

b	Ancho total del ala comprimida
ε	Deformación unitaria del ala comprimida
E_α	Módulo de elasticidad del acero estructural
ε_f	Valor mínimo entre $0,45\varepsilon_{cr}$ y $\frac{N_{Rd,ult}}{E_\alpha(bt_f+nA_L)}$
ε_{cr}	Deformación unitaria crítica de abolladura del subpanel de ancho b_L

Para $\varepsilon_f \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ult}$ (Zona 2)

$$N_{Rd} = \frac{N_{Rd,ult} - N_{Rf}}{\varepsilon_{ult} - \varepsilon_f} (\varepsilon - \varepsilon_f) + N_{Rf} \quad (2- 51)$$

$$N_{Rf} = (bt_f + nA_L)\varepsilon_f E_\alpha$$

$$\varepsilon_{ult} = \frac{1+\chi}{2}\varepsilon_y + \frac{\pi^2}{8} \left[\frac{1}{500} \left(\frac{1}{1 - \frac{\chi\varepsilon_y L_T^2}{\pi^2 i^2}} - 1 \right) \right]^2$$

Siendo,

i Radio de giro de la sección formada por el rigidizador longitudinal y una parte del ala de anchura ρb_L

ρ Factor de reducción correspondiente con $N_{Rd,ult}$

χ Coeficiente de pandeo correspondiente con $N_{Rd,ult}$

L_T Distancia entre rigidizadores transversales

Para $\varepsilon \leq \varepsilon_{ult}$ (Zonas 3 y 4)

$$N_{Rd} = (b_r t_f + nA_{L,r}) \frac{f_y}{\gamma_s} \quad (2-52)$$

Donde,

$$b_r = \psi_{ult} \rho b_L \left[n \left(\frac{M_{RL,d}}{M_{RL,d} + w N_{RL,d}} \right) + 1 \right]$$

$$A_{L,r} = \psi_{ult} A_L \left(\frac{M_{RL,d}}{M_{RL,d} + w N_{RL,d}} \right)$$

$$w = L_T \left(\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_{ult}} \frac{2}{\pi} + \frac{1}{500} \right)$$

$N_{RL,d}; M_{RL,d}$ Esfuerzo de compresión último y momento último plástico de la sección formada por el rigidizador longitudinal y una parte del ala de anchura ρb_L , calculados con la resistencia de cálculo del acero f_y/γ_s

ρ Factor de reducción correspondiente con $N_{Rd,ult}$

2.2.6.2 Método elastoplástico (EP). Diagrama de pivotes

El método elastoplástico permite obtener para una sección determinada el momento flector último en presencia de un esfuerzo axial, así como el correspondiente diagrama momento-curvatura.

Para determinar el momento y axial últimos concomitantes, la RPX-95 desarrolla la interacción mediante el diagrama de pivotes, el cual, al estar formulado en términos de deformaciones es más apropiado para realizar un análisis no lineal.

A continuación, se indican las características del diagrama de pivotes para secciones mixtas.

Deformaciones límite a tracción y compresión en el acero estructural

- Elementos de acero estructural comprimidos que no están unidos al hormigón. Se considera una deformación unitaria máxima $\varepsilon_c = 1,2\varepsilon_y$.
- Elementos traccionados del acero. Se considera una deformación unitaria máxima $\varepsilon_t = 4\varepsilon_y$.

Dominios de deformación

Las deformaciones límite de los materiales dan lugar a un total de 4 dominios de deformación, distinguiéndose para las secciones con simple acción mixta y con doble acción mixta (Figura 2-38).

Figura 2-38. Dominios de deformación

Sección con simple acción mixta

Dominio 1. Los planos de deformación giran alrededor del punto A, que corresponde a un alargamiento ε_t de la fibra más traccionada del acero estructural. La fibra de acero es la que no está en contacto con el hormigón.

Dominio 2. Los planos de deformación giran alrededor del punto B. Este punto se obtiene como intersección del plano de deformaciones del 2‰ y un plano auxiliar que se obtiene fijando una deformación del $3,5\text{‰}$, en la fibra más comprimida, y el 0‰ en la fibra menos comprimida del hormigón.

Dominio 3. Los planos de deformación giran alrededor del punto C, correspondiente a un acortamiento del acero más comprimido de ε_c . La fibra de acero es la que no está en contacto con el hormigón.

Dominio 4. Los planos de deformación giran alrededor del punto D, correspondiente a un alargamiento de la fibra del acero en contacto con el hormigón de ε_t .

Sección con doble acción mixta

Dominios 1 y 4. Los puntos de deformación giran alrededor de los puntos A y D, correspondientes a un alargamiento de la fibra del acero estructural en contacto con el hormigón de ε_t .

Dominios 2 y 3. Los planos de deformación giran alrededor de los puntos B y C. Estos puntos se obtienen como intersección del plano de deformaciones del 2‰ y un plano auxiliar que se obtiene fijando una deformación del $3,5\text{‰}$, en la fibra más comprimida, y el 0‰ en la menos comprimida.

2.3 INTERACCIÓN DE ESFUERZOS

2.3.1. INTERACCIÓN EN CHAPAS METÁLICAS

2.3.1.1 Combinación de tensiones normales y tangenciales

Considerando el caso de una chapa sometida simultáneamente a tensiones σ y τ coplanarias, se define:

- $\sigma_{cr}^0 = k_{\sigma} \cdot \sigma_E$ y $\tau_{cr}^0 = k_{\tau} \cdot \sigma_E \rightarrow$ las tensiones críticas de la chapa, sometida a tensión normal o tensión tangencial actuando independientemente.
- σ_{cr} y $\tau_{cr} \rightarrow$ las tensiones normales y tangenciales que producen la abolladura al actuar simultáneamente.

La *Figura 2- 39* muestra curvas de interacción entre $\sigma_{cr}/\sigma_{cr}^0$ y τ_{cr}/τ_{cr}^0 calculadas por la teoría de inestabilidad de chapas. Dicha curva conecta los puntos límite extremos $\sigma_{cr}=\sigma_{cr}^0$ ($\tau_{cr} = 0$) y $\tau_{cr}=\tau_{cr}^0$ ($\sigma_{cr} = 0$).

Figura 2- 39. Interacción de curvas entre cortante y compresión o flexión (Dubas & Gehri, 1986)

Los tres casos más importantes en la práctica son:

1. La chapa simplemente apoyada a lo largo de sus cuatro bordes, sometida a compresión y tensiones tangenciales (*Figura 2- 40*).

La curva de interacción puede representarse aproximadamente por la ecuación (Chwalla, 1936c).

$$\frac{\sigma_{b,cr}}{\sigma_{b,cr}^0} + \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^0}\right)^2 = 1 \quad (\text{parábola con eje vertical}) \quad (2- 53)$$

2. La chapa simplemente apoyada a lo largo de sus cuatro bordes, sometida a flexión pura y tensión tangencial (*Figura 2- 41*)

La interacción puede ser representada por la ecuación aproximada (Chwalla, 1936c)

$$\left(\frac{\sigma_{c,cr}}{\sigma_{c,cr}^0}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^0}\right)^2 = 1 \quad (\text{círculo de radio unidad}) \quad (2- 54)$$

Figura 2- 40. Compresión y cortante (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2- 41. Flexión y cortante (Dubas & Gehri, 1986)

Figura 2- 42. Variación lineal directa de tensiones y cortante (Dubas & Gehri, 1986)

En el caso de tensión tangencial o flexión, un cambio de signo de σ o τ no afecta a la estabilidad de la placa.

- La chapa simplemente apoyada a lo largo de sus cuatro bordes, sometida a tensión tangencial, así como a la tensión normal que varía linealmente entre $\sigma_{\max}$ (compresión) y $\sigma_{\min} = \psi \cdot \sigma_{\max}$ en dos bordes opuestos (Figura 2- 42).

La curva de interacción puede ser representada por la ecuación aproximada:

$$\frac{1 + \psi}{4} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^0} + \sqrt{\left(\frac{3 - \psi}{4} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^0}\right)^2} = 1 \quad (2- 55)$$

Esta ecuación corresponde a una elipse centrada en el eje vertical y simétrica con respecto a este eje, válida para $-1 < \psi < 1$.

Para calcular σ_{cr} y τ_{cr} , es necesaria una segunda ecuación. Suponiendo que las tensiones normales y tangenciales σ y τ , que se aplican a la placa en condiciones de servicio, aumentan proporcionalmente hasta que se produce la abolladura, entonces:

$$\frac{\sigma}{\tau} = \frac{\sigma_{cr}}{\tau_{cr}}$$

La tensión equivalente (criterio von MISES) que determina la plastificación será:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$$

Cuando se produce la abolladura σ_{eq} alcanza su valor crítico:

$$\sigma_{eq(cr)}^{id} = \sqrt{\sigma_{cr}^2 + 3 \cdot \tau_{cr}^2}$$

Esta cantidad se denomina la tensión equivalente crítica ideal, porque hasta ahora se ha supuesto que la abolladura se produce en el régimen elástico, es decir, que $\sigma_{eq(cr)}^{id}$ es menor que el límite elástico σ_p .

Como alternativa a (2- 55), se puede considerar la siguiente fórmula de interacción (Stüsi, 1955):

$$\frac{\sigma_{c,cr}}{\sigma_{c,cr}^0} + \left(\frac{\sigma_{b,cr}}{\sigma_{b,cr}^0} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^0} \right)^2 = 1 \quad (2-56)$$

Esta es una generalización de las ecuaciones (2-53) y (2-54).

Los gráficos de interacción de esfuerzos en paneles metálicos para las distintas condiciones de contorno, así como, los coeficientes de abolladura correspondientes están recogidos en la literatura general (Klöppel & Möller, 1968), (Klöppel & Scheer, 1960) e incluso en algunas normas. A continuación, se muestran algunos de ellos, extraídos de la tesis de BRAUM (Benjamin, 2010). Desde la *Figura 2-43* hasta la *Figura 2-46* muestran superficies y planos de interacción para el caso de compresión biaxial y tensión tangencial con relaciones de dimensiones de placa de $\alpha = 1$ y $\alpha = 3$.

Figura 2-43. Interacción normalizada superficial y plana para compresión biaxial y cortante ($\alpha=1$, todos los bordes articulados) (Benjamin, 2010)

Figura 2- 44. Interacción normalizada superficial y plana para compresión biaxial y cortante ($\alpha=1$, todos los bordes empotrados) (Benjamin, 2010)

Figura 2- 45. Interacción normalizada superficial y plana para compresión biaxial y cortante ($\alpha=3$, todos los bordes articulados) (Benjamin, 2010)

Figura 2- 46. Interacción normalizada superficial y plana para compresión biaxial y cortante ($\alpha=3$, todos los empotrados)

2.3.1.2 Modelos de comprobación de la interacción de esfuerzos

Interacción entre flexión y cortante. Modelos de cortante que no consideran la contribución de las alas

Si no se considera la contribución del ala para la evaluación de la capacidad a cortante del alma, como es el caso del modelo BASLER o del modelo simplificado PRATT, se puede alcanzar siempre el momento plástico de los bordes $M_{y,f}$, incluso si el cortante coexistente alcanza su valor final V_u . El valor $M_{y,f}$ se define como el momento de flexión que produce el límite elástico (f_y) en las alas, sin una contribución de las almas.

Figura 2- 47. Diagrama de Interacción entre flexión por momento M y Cortante V (Dubas & Gehri, 1986)

La primera parte del diagrama de interacción mostrado en la Figura 2- 47 es, por tanto, la línea horizontal válida entre $M=0$ y $M=M_{y,f}$. Para los valores de los momentos de flexión $M_{y,f} \leq M \leq M_u$ la fuerza de cortante debe reducirse en comparación con V_u . De acuerdo con la propuesta de (Basler, 1961a), bajo una interacción plástica entre el momento de flexión y la fuerza de cortante en perfiles H (área del alma totalmente plastificada debido al cortante), se puede suponer que el momento en el alma es $M_{pl,w} = M_{pl} - M_{y,f}$ (con el momento de plástico como el mayor valor posible).

Al introducir el momento elástico M_y de la sección completa en lugar de M_{pl} , se obtiene una fórmula de interacción conservadora:

$$M \leq M_{y,f} + (M_y - M_{y,f}) \cdot [1 - (V/V_u)^2] \quad (2-57)$$

Método de la tensión reducida EN 1993-1-5:2006

El criterio de interacción basado en el método de la tensión reducida acorde al capítulo 10 del Eurocódigo 3 (EN 1993-1-5, 2006) se recoge en la ecuación (2-58), así como, la formulación simplificada usando el mínimo factor de reducción (2-59). Este criterio de interacción fue propuesto por SHEER and NÖLKE (Scheer & Nölke, 1988), (Scheer & Nölke, 2001) y está basado en la hipótesis de tensión equivalente.

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\sigma_{z,Rd}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\sigma_{z,Rd}}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{\tau_{Rd}}\right)^2 \leq 1 \quad (2-58)$$

$$\sigma_{eq,Ed} = \sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{z,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed} \cdot \sigma_{z,Ed} + 3\tau_{Ed}^2 \leq \rho_{min} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2-59)$$

Donde,

σ_{Ed} ; τ_{Ed} Tensiones solicitantes

σ_{Rd} ; τ_{Rd} Tensiones resistentes de cálculo

$$\rho_{min} = \min(\rho_{x,c}; \rho_{z,c}; \chi_w)$$

ρ_c ; χ_w Factores de reducción

f_y Límite elástico del acero

γ_{M1} Coeficiente parcial de seguridad del material

Método del ancho efectivo EN 1993-1-5:2006

El criterio de interacción entre los esfuerzos de axil, flexión y cortante, el cual es basado en el método del ancho efectivo, se da en la ecuación (2-60) de acuerdo con el capítulo 7 del Eurocódigo 3 (EN 1993-1-5, 2006).

$$\bar{\eta}_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right)(2\bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1.0 \quad \text{para} \quad \bar{\eta}_1 \geq \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}} \quad (2-60)$$

Donde,

$$\bar{\eta}_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}}$$

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}}$$

M_{Ed} Momento solicitante

$M_{f,Rd}$ Momento plástico resistente de cálculo de las alas

$M_{pl,Rd}$ Momento plástico resistente de cálculo

V_{Ed} Esfuerzo cortante solicitante

$V_{bw,Rd}$ Resistencia a cortante de cálculo del alma (o las almas)

Interacción entre flexión, cortante y torsión según la RPX-95

El capítulo 6.3.6 de la RPX-95 (Ministerio de Fomento, 1995), referente a la interacción de esfuerzos en una sección, incluye para el caso de una sección en cajón, el momento torsor en la interacción de esfuerzos. El criterio general de comprobación es similar al formulado anteriormente en la ecuación (2- 60) por el Eurocódigo 3 (EN 1993-1-5, 2006), en donde se sustituyen los valores de $V_{bw,Rd}$, $M_{pl,Rd}$ y $M_{f,Rd}$ por los siguientes valores reducidos, los cuales tienen en cuenta el esfuerzo cortante en las alas derivada de la torsión.

$$V_{bw,Rd} \left(1 - \frac{T_{sd}h}{A_\phi V_{Rd}} \right)$$

$$M_{pl,Rd} \sqrt{1 - \left(\frac{T_{sd}h}{2A_\phi R_{Rd,min}} \right)^2}$$

$$M_{f,Rd} \sqrt{1 - \left(\frac{T_{sd}h}{2A_\phi R_{Rd,min}} \right)^2}$$

Donde,

T_{sd} Momento torsor solicitante

h Distancia entre la chapa inferior y la fibra media de la losa de hormigón

A_ϕ Área encerrada por la línea media de las chapas del cajón y la fibra media de la losa de hormigón

$R_{Rd,min} = \min \left\{ \frac{V_{Rd,inf}}{b_{inf}}, \frac{f_{sk}A_L}{\gamma_s b_{sup}} \right\}$, valor del esfuerzo rasante mínimo resistido por la armadura longitudinal de la losa y la chapa inferior, cuyos parámetros geométricos se muestran en la Figura 2- 48, siendo:

$V_{Rd,inf}$ Resistencia a cortante de cálculo de la chapa inferior

b_{inf} Ancho de la chapa inferior

f_{sk} Resistencia característica del acero

γ_s	Coefficiente parcial de seguridad del material
A_L	Armadura longitudinal dispuesta entre almas
b_{sup}	Distancia entre almas a nivel de la chapa superior

Figura 2- 48. Parámetros geométricos de la sección cajón

2.3.2. INTERACCIÓN EN LA LOSA DE HORMIGÓN

2.3.2.1 Bentz (2006). SMCFT

El modelo con fundamento físico que mejor estima el comportamiento de elementos de hormigón frente al esfuerzo cortante se basa en un método relativamente complejo, desarrollado en los años 80 y conocido como *la Teoría del Campo de Compresiones Modificada MCFT* (Bentz, Vecchio, & Collins, 1986). Sin embargo, debido a su difícil aplicación práctica, BENTZ, VECCHIO y COLLINS presentaron una versión simplificada llamada *la Teoría del Campo de Compresiones Modificada Simplificada SMCFT* (Bentz, Vecchio, & Collins, 2006), convirtiéndose en la base de numerosas investigaciones, entre ellas la influencia de axil en la resistencia a cortante (Xie, Bentz, & Collins, 2011), y en el fundamento de distintas especificaciones para la comprobación a cortante en piezas de hormigón, como por ejemplo, el *Código Modelo*, documento de referencia en Europa para estructuras de hormigón (Walraven & Bigaj-van Vliet, 2010).

Figura 2- 49. Ensayo tradicional a cortante (Bentz, Vecchio, & Collins, 2006)

Sin embargo, determinar una teoría centrada en el comportamiento frente al esfuerzo cortante resulta difícil debido a que, en general, los experimentos no pueden ser realizados sobre vigas de hormigón armado sometidas a cortante puro. El ensayo tradicional a cortante de una viga de hormigón armado se realiza aplicando dos cargas puntuales en el vano, existiendo una flexión pura entre cargas, mientras en las zonas entre los apoyos y las cargas, la viga se somete a un cortante constante y momento de variación lineal (Figura 2- 49).

A pesar de ello, *la Teoría del Campo de Compresiones Modificada MCFT* se desarrolló observando la respuesta de un gran número de elementos de hormigón armado sometidos a una carga de

cortante puro, o en cortante combinado con el esfuerzo axial. Si bien estas pruebas fueron mucho más difíciles de realizar, dieron resultados experimentales que ilustran claramente el comportamiento fundamental del hormigón armado sometido a cortante sin flexión, dando finalmente una solución al problema abordado por el *MCFT*, el cual fue predecir la respuesta frente a tensiones normales y tangenciales aplicadas a un elemento de membrana (*Figura 2- 50*) junto con el resultado de sus respectivas deformaciones. Las ecuaciones del *MCFT* se recogen en la *Figura 2- 51*.

Figura 2- 50. Esfuerzos normales y tangenciales sobre un elemento membrana (Bentz, Vecchio, & Collins, 2006)

<p>Equilibrium: Average Stresses:</p> $f_x = \rho_x f_{xx} + f_1 - v \cot \theta \quad (1)$ $f_z = \rho_z f_{zz} + f_1 - v \tan \theta \quad (2)$ $v = (f_1 + f_2) / (\tan \theta + \cot \theta) \quad (3)$ <p>Stresses at Cracks:</p> $f_{sxcr} = (f_x + v \cot \theta + v_{ci} \cot \theta) / \rho_x \quad (4)$ $f_{szcr} = (f_z + v \tan \theta - v_{ci} \tan \theta) / \rho_z \quad (5)$	<p>Geometric Conditions: Average Strains:</p> $\tan^2 \theta = \frac{\epsilon_x + \epsilon_2}{\epsilon_z + \epsilon_2} \quad (6)$ $\epsilon_1 = \epsilon_x + \epsilon_z + \epsilon_2 \quad (7)$ $\gamma_{xz} = 2 (\epsilon_x + \epsilon_z) \cot \theta \quad (8)$ <p>Crack Widths:</p> $w = s_\theta \epsilon_1 \quad (9)$ $s_\theta = 1 / \left(\frac{\sin \theta}{s_x} + \frac{\cos \theta}{s_z} \right) \quad (10)$	<p>Stress-Strain Relationships: Reinforcement:</p> $f_{sx} = E_s \epsilon_x \leq f_{yx} \quad (11)$ $f_{sz} = E_s \epsilon_z \leq f_{yz} \quad (12)$ <p>Concrete:</p> $f_2 = \frac{f'_c}{0.8 + 170 \epsilon_1} \left[2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon'_c} - \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (13)$ $f_1 = 0.33 \sqrt{f'_c} / \left(1 + \sqrt{500 \epsilon_1} \right) \text{ MPa} \quad (14)$ <p>Shear Stress on Crack:</p> $v_{ci} \leq \frac{0.18 \sqrt{f'_c}}{0.31 + \frac{24 w}{d_g + 16}} \text{ MPa, mm} \quad (15)$
--	---	--

Figura 2- 51. Ecuaciones de la teoría del campo de compresión modificada (Bentz, Vecchio, & Collins, 2006)

Finalmente se pueden derivar expresiones más sencillas para estimar la resistencia a cortante de una sección si solo se considera un elemento biaxial dentro del alma de la sección y se supone que la tensión tangencial permanece constante en todo su canto. Ésta es la base del modelo de resistencia a cortante (Collins, Mitchell, Adebar, & Vecchio, 1996) incluido en las Especificaciones de Diseño de Puente ASHTO LRFD (AASHTO LRFD, 2004) (*Figura 2- 52*).

Figura 2- 52. Modelo de resistencia a cortante de la ASHTO LRFD (Bentz, Vecchio, & Collins, 2006)

De acuerdo con este modelo, la resistencia a cortante en elementos de hormigón viene dado por la ecuación (2- 61).

$$v = v_c + v_s = \beta \sqrt{f'_c} + \rho_c f_y \cot \theta \quad (2- 61)$$

Donde,

- v_c Contribución del hormigón a la resistencia a cortante
- v_s Contribución de las armaduras a la resistencia a cortante
- f'_c Resistencia a compresión del hormigón
- ρ_z Cuantía de armadura transversal
- f_y Límite elástico de las armaduras transversales
- θ Ángulo de la biela diagonal comprimida del hormigón
- β Factor de la resistencia a tracción del hormigón fisurado

Por consiguiente, el método simplificado *SMCFT* se basa en aportar ecuaciones simples para obtener los valores de β y θ a partir de las fórmulas básicas del MCFT (Figura 2- 51). La ecuación (2- 63) proporciona el valor de β y la ecuación (2- 62) el ángulo θ .

$$\tan \theta = \frac{0,568 + 1,258 s_{xe} \varepsilon_1 / \sin \theta}{1 + \sqrt{500 \varepsilon_1}} \quad (2- 62)$$

$$\beta = \frac{0,4}{1 + 1500 \varepsilon_x} \frac{1300}{1000 + s_{xe}} \quad (2- 63)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1 (1 + \cot^2 \theta) + \frac{\cot^4 \theta}{1500 (1 + \sqrt{500 \varepsilon_1})}$$

$$s_{xe} = \frac{35 s_x}{a_g + 16}$$

Siendo,

s_x Distancia vertical entre barras alineadas en la dirección x

a_g Tamaño máximo del árido. En elementos de hormigón de alta resistencia ($f'_c > 70$ MPa) las fisuras tienden a romperse a través del árido sin que la fisura pase alrededor de éste, teniendo que ser tomado como cero el valor a_g

Figura 2- 53. Comparación de los valores de θ y β dados por las simples ecuaciones (2- 62) y (2- 63) con los valores determinados en el MCFT para elementos sin armadura transversal (Bentz, Vecchio, & Collins, 2006)

Los valores de β en el modelo MCFT para elementos sin armadura transversal dependen tanto de la deformación longitudinal ϵ_x como del parámetro de separación de fisuras s_{xe} . Estos dos efectos se conocen como el *factor del efecto de la deformación* y el *factor del efecto de tamaño*, respectivamente. Los dos factores no son realmente independientes, pero en la versión simplificada del MCFT la interdependencia de los dos factores es ignorada y se supone que β se puede obtener como el producto de un factor de deformación y un factor de tamaño.

En la Figura 2- 53 se comparan los valores θ y β dados respectivamente en las ecuaciones (2- 62) y (2- 63) con los valores de la MCFT para elementos sin armadura transversal. En el gráfico de β se puede observar que para todos los valores de ε_x , excepto para valores pequeños combinados con valores pequeños de s_{xe} , la ecuación simple da valores que son algo conservadores. Respecto a los valores obtenidos de θ , éste es en general conservador para prácticamente todas las combinaciones. Esto se explica al subestimar el ángulo θ en el desarrollo de las ecuaciones simplificadas debido a que se aumenta la tensión calculada en las armaduras longitudinales.

2.4 CONEXIÓN ENTRE HORMIGÓN Y ACERO

El comportamiento de las estructuras mixtas de hormigón y acero está bien caracterizado por la conexión entre los dos materiales existiendo distintos comportamientos de conexión tanto a nivel de resistencia, como de la capacidad de deformación, influyendo de forma directa en la respuesta de la estructura, bien sea en servicio o en rotura.

El estudio de la conexión entre el hormigón y acero está bastante extendido, existiendo numerosos estudios analíticos y experimentales que permiten conocer el comportamiento de la conexión y su influencia en la capacidad resistente de las estructuras.

Sin embargo, a pesar de desarrollarse analíticamente el comportamiento elástico a nivel seccional considerando los efectos del deslizamiento en la interfaz de la conexión en numerosos documentos técnicos, en el régimen no lineal, el cual determina las capacidades resistentes plásticas de las secciones, los estudios existentes plantean soluciones complejas y de difícil aplicación práctica.

Por tanto, en servicio, dominado por el régimen elástico, se han desarrollado formulaciones analíticas que, considerando la influencia de la conexión, permiten estudiar con mejor precisión la respuesta de las estructuras frente a las distintas acciones, alguna de ellas, la retracción en la losa de hormigón (Zanuy, 2015) o el cálculo de flechas para distintas disposiciones de cargas gravitatorias (Nie & Cai, 2003), que tiene una especial importancia debido a que, en muchas realizaciones, las flechas son un medio de control y se ha podido constatar que, en estructuras con conexión parcial, tienen una contribución significativa a la deformación.

Debido a que, en la literatura general relativa a las secciones mixtas de hormigón y acero, el tema de la conexión suele ser tratado en detalle, esta sección se limita a exponer de una forma conceptual el comportamiento de la conexión en vigas mixtas compuestas por un elemento de hormigón apoyado sobre un perfil metálico (basado en la publicación HERON (1989))

2.4.1. INFLUENCIA DE LA CONEXIÓN EN LA CAPACIDAD RESISTENTE

Para comprender la influencia de la conexión en la capacidad resistente se exponen las siguientes definiciones relativas al tipo de conexión.

Se considera que una conexión es *completa* o *total* cuando la capacidad de la conexión es suficiente para considerar que la carga última, viene determinada a partir de la resistencia de la sección. En este caso, la carga máxima se alcanza cuando la distribución óptima de tensiones ocurre en la sección de máximo momento flector (Figura 2- 54, sección II).

Figura 2- 54. Secciones críticas de rotura (HERON: Composite steel and concrete beams with partial shear connection, 1989)

Sin embargo, si se usa una conexión menos resistente, el resultado será una carga última menor, la cual dependerá de la resistencia de la conexión (Figura 2- 54, sección III). Este tipo de conexión se denomina *conexión parcial*. El límite mínimo de la resistencia de la conexión se corresponde para un valor *cero*. Es decir, el elemento metálico y el hormigón no están conectados, siendo habitual en estos casos despreciar la contribución de la losa de hormigón a la resistencia obteniéndose el momento último resistente el correspondiente a la sección metálica. La Figura 2- 55 muestra la relación entre la carga última y la resistencia longitudinal de la conexión, donde el 100% de la resistencia corresponde a una conexión completa.

Figura 2- 55. Relación entre la carga última y la resistencia longitudinal de la conexión (HERON: Composite steel and concrete beams with partial shear connection, 1989)

Los conceptos de *conexión completa o parcial* están relacionados con la resistencia de la conexión longitudinal, mientras que los conceptos de *conexión rígida* (interacción completa) o *flexible* (interacción parcial) están relacionados solamente con la rigidez de la conexión. Cuando se garantiza la ausencia del deslizamiento entre el hormigón y el acero a través de la conexión, se dice que la conexión es *rígida*, sin embargo, la mayoría de los conectores necesitan adquirir algo de deformación antes de poder proporcionar cualquier fuerza, siendo estos casos los correspondientes a una *conexión flexible*. La diferencia se muestra en la Figura 2- 56.

Figura 2- 56. Diferentes grados de interacción de la conexión (HERON: Composite steel and concrete beams with partial shear connection, 1989)

En la *Figura 2- 57*, que muestra la influencia del deslizamiento longitudinal (*slip*) en la forma del diagrama Momento-Curvatura $M-\chi$. Se observa tanto la pérdida de rigidez como la disminución de la capacidad resistente a flexión en función de la interacción de la conexión. La curva 1 representa una interacción completa; la curva 2 una interacción parcial; la curva 3 una interacción parcial con conectores muy dúctiles; y la curva 4, la ausencia de conexión a rasante. En este caso, el momento último corresponde al momento resistente de la sección metálica.

Figura 2- 57. Influencia del deslizamiento en el diagrama Momento-Curvatura $M-\chi$ (HERON: Composite steel and concrete beams with partial shear connection, 1989)

2.4.2. NIE (2003)

NIE (Nie & Cai, 2003) presenta un modelo analítico en servicio (régimen elástico) que permite determinar la rigidez equivalente B de una viga mixta considerando la influencia del deslizamiento de la conexión. El modelo, que se desarrolla a partir de tres tipos de cargas sobre una viga simplemente apoyada (*Figura 2- 58*), se compara experimentalmente con vigas simplemente apoyadas y continuas.

Considerando los materiales en régimen elástico, así como una relación lineal entre el deslizamiento (*slip*) y las tensiones tangenciales en la interfaz de la conexión, se define según la ecuación (2- 64) la rigidez equivalente B y la flecha total f , la cual se generaliza para cualquier disposición de las cargas. La *Figura 2- 59* muestra los parámetros geométricos y mecánicos usados en el modelo.

$$B = EI_{eff} = \frac{EI}{1 + \xi} \quad (2- 64)$$

$$f = f_e(1 + \xi) \quad (2- 65)$$

$$\xi = \eta \left(0.4 - \frac{3}{(\alpha L)^2} \right) \quad (2- 66)$$

Donde,

$$\alpha^2 = K/(A_1 E_s I_0 p)$$

$$n = E_s/E_c$$

I_0	$= I_c/n + I_s$
A_0	$= (A_c A_s)/n A_s + A_c$
A_1	$= A_0/(I_0 + A_0 d_c^2)$
d_c	$= y_{cb} + y_{st}$
ξ	Parámetro que considera el efecto del deslizamiento
L	Luz de vano
K	Rigidez a cortante del conector
A_c	Área de hormigón
A_s	Área de acero
I_c	Momento de inercia de la sección hormigón
I_{eff}	Momento de inercia efectiva de la sección mixta
I_s	Momento de inercia de la sección de acero
E_s	Módulo de elasticidad acero
p	Espaciamiento longitudinal de los conectores

Adicionalmente, de acuerdo con el estudio presentado por NIE, el deslizamiento en una conexión parcial resulta tener una considerable contribución a la pérdida de rigidez del elemento, y por consiguiente, un aumento de la deformada. Incluso para vigas mixtas con conexión completa, el efecto del deslizamiento puede suponer una reducción de la rigidez de más de un 15% para vigas de poca luz.

Figura 2- 58. Definición de los tipos de cargas (Nie & Cai, 2003)

Figura 2- 59. Parámetros geométricos y mecánicos considerados para obtener la rigidez equivalente B (Nie & Cai, 2003)

3 - ESTUDIO EXPERIMENTAL I (EN-MV)

Interacción Flexión-Cortante
Estado Límite Último

3.1 PROGRAMA EXPERIMENTAL

En los años 1992-1993 (Calvo Benítez & Corres Peiretti, 1995), el grupo de investigación *Grupo de Hormigón Estructural* (GHE) llevó a cabo un programa experimental donde se realizaron varios ensayos de vigas con secciones transversales mixtas (hormigón y acero) llevándolas hasta el Estado Límite Último (ELU) bajo la interacción de esfuerzos de flexión y cortante, con el fin de contrastar las propuestas recogidas por las de Recomendaciones para el Proyecto de Puentes Mixtos RPX-95 (Ministerio de Fomento, 1995). A pesar de seguir siendo la RPX-95 un documento de referencia, la normativa actual española (EA) sigue el conjunto de normativas recogidas por los Eurocódigos.

3.2 CONCEPCIÓN DE LOS ENSAYOS

Con el propósito de realizar una comparación del comportamiento de secciones mixtas bajo la interacción de los esfuerzos de flexión y cortante respecto a la normativa, se simulaban estructuras mixtas en cajón, las cuales son habituales en puentes en España, ensayando las probetas tanto a flexión positiva como negativa.

Se proyectaron cuatro vigas mixtas de cajón unicelular, donde para los ensayos a flexión negativa se dispusieron distintas tipologías de rigidización. Para los ensayos a flexión positiva se eligieron distintos espesores de chapas en las alas inferiores. Estas disposiciones permiten realizar una comparación de la resistencia y la ductilidad entre las distintas secciones, así como caracterizar los tipos de rotura y realizar una comparación con las curvas teóricas de resistencia estimadas.

Estas vigas buscan representar las tipologías habituales de los proyectos de puentes. Sin embargo, debido a los efectos de escala y naturaleza de las cargas aplicadas (cargas puntuales), las relaciones de esbelteces definidas para las vigas de los ensayos difieren de las esbelteces en términos de luz-cantos de los proyectos de puentes reales con este tipo de tipologías.

Las secciones de las vigas mixtas a flexión negativa y positiva se proyectaron con las siguientes características.

Ensayo a flexión negativa

- Sección con doble acción mixta y células de rigidización en el fondo del cajón (VMX-1).
- Sección esbelta con fondo rigidizado y células de rigidización (VMX-2).
- Sección esbelta con fondo rigidizado, sin células y diferentes grados de rigidización longitudinal (VMX-3 y VMX-4), en función del espesor de la chapa de fondo.

Ensayo a flexión positiva

En general, son secciones que cuentan con diferentes niveles de ductilidad dependiendo de la disposición de los elementos a compresión y tracción. De las cuatro probetas que se proyectaron para el ensayo, dos se hormigonaron con la pieza apeada (VMX-1 y VMX-4), y a los otros dos restantes se les indujo previamente una predeformación en el cajón metálico mediante el cuelgue de bloques de hormigón simulando el hormigonado sobre la pieza no

apeada (VMX-2 y VMX-3). El comportamiento esperado de las secciones para este tipo de ensayo era:

- Sección frágil con rotura por compresión en la losa de hormigón (VMX-1).
- Sección frágil con rotura por compresión en la losa de hormigón y posible inestabilidad del alma (VMX-3).
- Sección semi-dúctil con rotura por el hormigón comprimido y posible inestabilidad del alma (VMX-4).
- Sección dúctil con rotura por tracción en el acero estructural y posible inestabilidad del alma (VMX-2).

La definición de las vigas mixtas VMX-1, VMX-2, VMX-3 y VMX-4 se presenta en el apartado 3.3.

3.3 DESCRIPCIÓN DE LAS VIGAS MIXTAS

En el programa experimental llevado a cabo se ensayaron 4 vigas mixtas de sección cajón de una célula con losa superior de hormigón armado, las cuales representan las tipologías habituales en puentes mixtos.

Longitudinalmente las vigas cuentan con un vano biapoyado de 6600 mm de longitud y un tramo en voladizo de 2475 mm. Las vigas se ensayan en dos fases independientes para estudiar la interacción de esfuerzos de flexión positiva y negativa con el cortante. En la primera fase la zona del voladizo es ensayada a flexión negativa, y en la segunda se ensaya la zona del vano a flexión positiva (para el caso de algunas vigas existe una fase previa en donde se presolicitan los cajones metálicos).

En consecuencia, transversalmente las secciones constan de dos geometrías diferentes, una para la zona de flexión negativa y la otra para la positiva.

3.3.1 TIPOLOGÍA DE LAS VIGAS MIXTAS

En la *Figura 3- 1* se muestran las geometrías de las secciones transversales para las zonas de flexión negativa y positiva. Estas secciones son representativas de las tipologías usuales en puentes mixtos, distinguiéndose las siguientes disposiciones en las alas o elementos inferiores:

- **Flexión negativa:** secciones con doble acción mixta o fondo metálico con distintos tipos de rigidización.
- **Flexión positiva:** secciones con distintos espesores en chapa de fondo.

zonas sometidas a flexión negativa y a flexión positiva. En toda su longitud, las vigas disponen de diafragmas transversales espaciados cada 825 mm.

La conexión entre la losa de hormigón y el cajón metálico se realiza mediante angulares metálicos, y que a su vez, están cosidos por una barra corrugada de 6 mm de diámetro, tal y como se muestra en la *Figura 3- 3*. Los conectores están distribuidos cada 100 mm a excepción de una franja central de 1650 mm de longitud en el centro de vano, en la cual espaciamiento es de 200 mm.

(a)

(b)

Figura 3- 3. Conexión entre la losa de hormigón y el cajón metálico

3.3.2 MATERIALES

En la *Tabla 3- 1* se muestran la calidad de los materiales. En la *Tabla 3- 2* se proporcionan los resultados de la resistencia a compresión y del módulo de elasticidad obtenido a partir de los ensayos estándar en probeta cilíndrica.

Para los estudios teóricos y cálculos se han considerado las siguientes propiedades de los materiales, así como las ecuaciones constitutivas mostradas en la *Figura 3- 4*, las cuales son obtenidas a partir de los valores medios de resistencia y de los resultados derivados de los ensayos en laboratorio, y valores medios de la resistencia obtenidos de los fabricantes de acero (ARCER).

Tabla 3- 1. Calidad de los materiales

Materiales
Hormigón
Losa superior e inferior
C-25/30
Losa de fondo
C-25/30
Acero
Armadura pasiva
B-500S
Chapas
S 355
Rigidizadores y conectores
S 275

Tabla 3- 2. Módulo de elasticidad y resistencia a compresión de las probetas cilíndricas de 300 mm de diámetro

Serie	Probeta	Módulo [MPa]				Resistencia a compresión [MPa]
		1	2	3	4	
1	1	-	-	-	-	27.5
	2	25064	26627	26768	26708	27.2
	3	22181	24555	26134	26228	27.4
	Media	25533				27.4
2	1	-	-	-	-	26.0
	2	24036	25711	25844	25792	21.6
	3	22635	23291	23370	23260	25.4
	Media	24242				24.3

Hormigón C20/25 $f_{cm} = 28 \text{ MPa}$ * $E_c = 25 \text{ GPa}$ * $\gamma_c = 1.00$

* Aprox. según la Tabla 3- 2

Acero estructural S355 $f_{ym} = 400 \text{ MPa}$ $f_{yu} = 550 \text{ MPa}$ $E_s = 210 \text{ GPa}$ $\gamma_s = 1.00$ Armadura pasiva B-500S $f_{ym} = 550 \text{ MPa}$ $f_{yu} = 650 \text{ MPa}$ $E_s = 210 \text{ GPa}$ $\gamma_s = 1.00$ Acero estructural S275 $f_{ym} = 310 \text{ MPa}$ $f_{yu} = 450 \text{ MPa}$ $E_s = 210 \text{ GPa}$ $\gamma_s = 1.00$

Figura 3- 4. Ecuaciones constitutivas de los materiales

3.3.3 CLASIFICACIÓN DE LAS SECCIONES SEGÚN EL EUROCÓDIGO 3 Y 4

El Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1, 2005) clasifica las secciones (*cap. 2*) en función de la solicitación y esbeltez de sus chapas, a efecto de determinar su capacidad resistente, de forma que para los distintos esfuerzos o combinaciones de los mismos se considere la posible reducción de resistencia por abolladura de chapas. Esta clasificación incluye la influencia de las imperfecciones iniciales y las tensiones residuales.

En consecuencia, se muestra en la siguiente

Tabla 3- 3 un resumen de la clasificación de las secciones a flexión negativa y positiva de las vigas mixtas de las probetas de acuerdo con el Eurocódigo 3 parte 1-1, considerando las propiedades de los materiales indicados en el apartado 3.3.2.

Tabla 3- 3. Clasificación de secciones de las vigas en flexión negativa y positiva según (EN 1993-1-1, 2005)

Viga	Flexión negativa		Flexión positiva	
	Almas	Ala inf.	Almas	Ala inf.
VMX-1	1	1	1	1
VMX-2	1	4	1	1
VMX-3	3	4	2	1
VMX-4 ⁽¹⁾	3	3	2	1

(1) EN 1993-1-5:2006, ala inferior de clase 4

En la determinación de clasificación de las alas inferiores a flexión negativa, la flexibilidad de los rigidizadores no es considerada al superponer subpaneles apoyados entre rigidizadores y almas, siendo necesario realizar un estudio más preciso para determinar la reducción en chapa con rigidizadores longitudinales, acorde al Eurocódigo 3 (EN 1993-1-5, 2006) (ver Anexo IV).

3.3.4 RESISTENCIA TEÓRICA DE LAS SECCIONES SEGÚN EL EUROCÓDIGO 3 Y 4

La capacidad resistente de las secciones se determina a partir de las bases de cálculo expuestas por los Eurocódigos 2, 3 y 4, además de hacer uso de la herramienta informática *PIEM: Prontuario Informático de Estructuras Metálicas y Mixtas*, (S.L., 2012).

En este apartado para las distintas secciones de las vigas mixtas, se expone la capacidad resistente a momento flector y cortante.

Los fenómenos de abolladura de chapas y arrastre por cortante son tenidos en cuenta en los cálculos teóricos considerando las áreas efectivas de los elementos en ELU, las cuales son obtenidas a partir de las reducciones geométricas basadas en la teoría del ancho eficaz (ver capítulo 2). Asimismo, los diagramas Momento-Curvatura son obtenidos considerando estos anchos eficaces, siendo por tanto algo más flexible la rama elástica respecto del cálculo lineal sin reducción.

La *Tabla 3- 4* muestra un resumen de los coeficientes de reducción acorde a los métodos de cálculo establecidos por EN 1993-1-5 para determinar las áreas efectivas de cada uno de los elementos. El Anexo IV recoge algunos de los cálculos relativos a los coeficientes de reducción en chapas rigidizadas sometidas a compresión uniaxial uniforme, así como los coeficientes de reducción derivados del arrastre por cortante.

Tabla 3- 4. Coeficientes de reducción definidos en los Eurocódigos

Viga	Flexión negativa							Flexión positiva						
	Almas		Ala inferior				Losa HA	Almas		Ala inferior				Losa HA
	ρ_w	χ_w	β	β^k	ρ_c	$A_{eff,ELU} / A_{bruta}$	b_{eff}/b_c	ρ_w	χ_w	β	β^k	ρ_c	$A_{eff,ELU} / A_{bruta}$	b_{eff}/b_c
VMX-1	1.00	0.67	0.76	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.67	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VMX-2	1.00	0.67	0.85	1.00	0.89	0.81	1.00	1.00	0.55	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VMX-3	1.00	0.69	0.80	1.00	0.85	0.80	1.00	1.00	0.55	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VMX-4	1.00	0.83	0.78	1.00	0.89	0.86	1.00	1.00	0.55	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

(1) Factor de reducción que incluye la interacción de chapa-rigidizadores. La Reducción se aplica a la suma de subpaneles reducidos $\sum \rho_{i,loc} b_{i,loc} t$

Los coeficientes de reducción recogidos en la *Tabla 3- 4* son relativos a los métodos de cálculo expuesto por los Eurocódigos para determinar la capacidad resistente de las secciones. A continuación, se describe cada uno de ellos.

- ρ_w Coeficiente de reducción por abolladura para determinar el área efectiva $A_{c,eff}$ del alma sin rigidizadores longitudinales bajo tensiones normales derivadas de la flexión. EN 1993-1-5:2006, 4.4
- χ_w Coeficiente de reducción por abolladura en el alma debido al esfuerzo cortante. EN 1993-1-5:2006, 5.2
- β Coeficiente de reducción para determinar el ancho eficaz b_{eff} en las alas metálicas, debido al arrastre por cortante bajo condiciones elásticas (ELS). EN 1993-1-5:2006, 3.2
- β^k Coeficiente de reducción para determinar el área efectiva A_{eff} en las alas metálicas, debido al arrastre por cortante bajo condiciones elasto-plásticas (ELU). EN 1993-1-5:2006, 3.3 (nota 3)

ρ_c Coeficiente de reducción por abolladura para determinar el área efectiva $A_{c,eff}$ de las chapas comprimidas con rigidizadores longitudinales. Este coeficiente considera la flexibilidad de los rigidizadores y reduce el área eficaz compuesta por la suma de rigidizadores y de subpaneles reducidos ($A_{c,eff,loc} = A_{c,eff} + \sum \rho_{i,loc} b_{i,loc} t$, ver EN 1993-1-5:2006, 4.5).

b_{eff}/b_c Coeficiente de reducción para determinar el ancho eficaz b_{eff} en las alas de hormigón, debido al arrastre por cortante. EN 1994-1-1:2004, 5.4.1.2.

Considerando las áreas efectivas debido al arrastre por cortante y abolladura de chapas, así como los criterios de cálculo definidos en los Eurocódigos, se exponen en la *Tabla 3- 5* las capacidades resistentes a flexión y cortante para las distintas secciones de las vigas.

En los cálculos teóricos, las presolicitaciones sobre los cajones metálicos de las vigas VMX-2 y VMX-3 en flexión positiva son tenidas en cuenta, siendo los valores teóricos de resistencia los correspondientes a la sección una vez presolicitada. Los esfuerzos de presolicitación representan una parte pequeña de la capacidad total de las secciones.

La *Tabla 3- 5* muestra un resumen de la resistencia cortante y momento de las vigas mixtas:

Tabla 3- 5. Resistencia a cortante y momento de las vigas mixtas

Viga	Flexión negativa						Flexión positiva					
	Cortante $V_{b,Rd}$			Momento M_{Rd}			Cortante $V_{b,Rd}$			Momento M_{Rd}		
	$V_{bw,Rd}$	$V_{bf,Rd}$	$V_{b,Rd}$	f.n.	χ	M_{Rd}	$V_{bw,Rd}$	$V_{bf,Rd}$	$V_{b,Rd}$	f.n.	χ	M_{Rd}
	[kN]	[kN]	[kN]	[mm]	[km ⁻¹]	[kNm]	[kN]	[kN]	[kN]	[mm]	[km ⁻¹]	[kNm]
VMX-1	493	13.3	506	304	-14.72	-894	493	13.5	506	181	11.98	837
VMX-2	493	13.3	506	274	-10.20	-821	406	5.9	412	83	31.39	835
VMX-3	635	13.6	649	262	-8.02	-674	406	13.5	420	208	10.63	924
VMX-4	915	13.6	928	257	-7.78	-639	406	9.9	416	168	13.04	846

Donde,

$V_{bw,Rd}$ Contribución del alma a la resistencia a cortante de la viga

$V_{bf,Rd}$ Contribución de las alas a la resistencia a cortante de la viga

$V_{b,Rd}$ Resistencia a cortante total de la viga sin interaccionar con otros esfuerzos.
 $V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd}$

f. n. Posición de la fibra neutra respecto a la cara superior de la losa de hormigón para el momento último resistente M_{Rd}

χ Curvatura de la sección para el momento último resistente M_{Rd}

M_{Rd} Momento último resistente de la viga sin interaccionar con otros esfuerzos

3.4 FASE DE LOS ENSAYOS

En los ensayos de las vigas mixtas se distinguen 3 fases: la fase 0, presolicitación de los cajones metálicos; la fase 1, ensayo a flexión negativa; y la fase 2, ensayo a flexión positiva.

El esquema estructural es el de un vano simplemente apoyado de 6600 mm de luz con un solo voladizo de 2475 mm de luz. El ensayo se desarrolló utilizando cargas puntuales transmitidas por dos o tres gatos (según la fase) de hasta 900 kN de capacidad, presentando una configuración de la aplicación de las cargas similar a las expuestas por CALZÓN (Calzón, 1996).

A continuación, se describen cada una de las fases:

Fase 0. Presolicitación de los cajones metálicos (*Figura 3- 5*). Esta fase se realiza exclusivamente sobre los cajones metálicos de las vigas mixtas VMX-2 y VMX-3 antes del hormigonado de la losa superior, y cuyo propósito es el de representar el estado tensional de los cajones metálicos debido al proceso constructivo sin apeo. En los cajones de las vigas mixtas VMX-1 y VMX-4 esta presolicitación no se realiza debido a que en este caso se simula un proceso constructivo con apeo de la sección metálica.

Las cargas de presolicitación se aplican únicamente en la zona del vano entre apoyos (flexión positiva) mediante bloques de hormigón de 8 kN de peso, los cuales se cuelgan del cajón metálico en las zonas rigidizadas con una separación de cada 825 mm.

Fase 1. Ensayo a flexión negativa (*Figura 3- 6*). Consiste en llevar hasta rotura la sección próxima al apoyo interior mediante la interacción de esfuerzos de flexión negativa y cortante producida al aplicar una carga en el extremo del voladizo de valor P . Simultáneamente se equilibra el vano entre apoyos con dos cargas simétricas, centradas, separadas 1650 mm y de valor $P/2$ que, además de dar estabilidad, evitan un estado tensional elevado que pueda afectar el ensayo a flexión positiva (fase 2).

Fase 2. Ensayo a flexión positiva (*Figura 3- 7*). Consiste en llevar hasta rotura la zona del vano mediante la interacción de esfuerzos de flexión positiva y cortante al aplicar en el centro de vano dos cargas puntuales de valor P , centradas, simétricas y separadas 1650 mm.

El proceso de aplicación de las cargas para las fases 1 y 2, se realiza mediante incrementos hasta alcanzar la rotura y sin realizar ningún tipo de cambio en el esquema del ensayo.

Figura 3- 5. Esquema de la fase 0.

(a)

(b)

(c)

Figura 3- 6. Esquema del ensayo en la fase 1.

(a)

(b)

(c)

Figura 3- 7. Esquema del ensayo en la fase 2

3.5 ESFUERZOS

A continuación, se representan los esfuerzos de flexión y cortante a lo largo de las vigas, así como la distribución de los esfuerzos cortantes a nivel seccional, en función de la carga P aplicada.

En la figura *Figura 3- 8* se muestra para una sección mixta en cajón, la descomposición del esfuerzo cortante en ausencia de torsión.

Figura 3- 8. Distribución de esfuerzos tangenciales en la sección cajón mixta para el esfuerzo cortante sin torsión

Los diagramas de los esfuerzos de flexión y de cortantes a lo largo de la viga para las fases 1 y 2 se muestran en las figuras *Figura 3- 9* y *Figura 3- 10* respectivamente.

Figura 3- 9. Diagramas de esfuerzos para la fase 1. a) Cargas. b) Flectores. c) Cortantes. d) Esfuerzos tangenciales en la sección

Figura 3- 10. Diagramas de esfuerzos para la fase 2. a) Cargas. b) Flectores. c) Cortantes. d) Esfuerzos tangenciales en la sección

3.6 IDENTIFICACIÓN DE LOS ENSAYOS

La identificación de los ensayos tiene la siguiente composición:

$$\text{VMX} - i - \text{Fj}$$

Donde,

VMX "Viga mixta"

i La identificación de la viga mixta, desde 1 hasta 4

Fj la fase del ensayo, F1 o F2

3.7 RESULTADOS EXPERIMENTALES

A continuación, se presentan los resultados experimentales de los ensayos de vigas mixtas bajo la interacción de flexión y cortante (EN-MV).

Para su interpretación y discusión, se usan como referencias teóricas las bases de cálculo recogidas en los Eurocódigos, y además, para los ensayos a flexión negativa, se comparan el método de cálculo de la RPX-95 (Ministerio de Fomento, 1995) para determinar la capacidad resistente de las secciones con ala comprimida rigidizada teniendo en cuenta la posible abolladura.

En la presentación de los resultados experimentales y su interpretación se utiliza la siguiente terminología:

- P_{ult} Carga máxima aplicada. Definida por el valor "P" en las *Figura 3- 9a* y *Figura 3- 10a* para flexión negativa (fase 1) y flexión positiva (fase 2), respectivamente
- M_{ult} Momento máximo en apoyo o centro de vano acorde a las *Figura 3- 9b* y *Figura 3- 10b*, respectivamente
- V_{ult} Cortante total máximo en flexión negativa (fase 1) y flexión positiva (fase 2) acorde las *Figura 3- 9c* y *Figura 3- 10c*, respectivamente
- $V_{b,Rd}$ Cortante máximo teórico según el Eurocódigo (EN 1993-1-5, 2006)
- Sd_{ult} Rasante elástico último $Sd_{ult} = V_{ult} Q_c / I_h$, siendo, Q_c el momento estático de la losa de hormigón e I_h es el momento de inercia de la sección mixta homogenizada

3.7.1 RESUMEN DE CARGAS Y ESFUERZOS ÚLTIMOS DE LOS ENSAYOS

Tabla 3- 6. Resumen de cargas y esfuerzos últimos de los ensayos

	Ensayo	Viga	Fase	$P_{ult}^{(1)}$	M_{ult}	V_{ult}	Sd_{ult}
				[kN]	[kNm]	[kN]	[kN/m]
Flexión negativa	VMX-1-F1	1	1	329	-815	329	702
	VMX-2-F1	2	1	364	-901	364	611
	VMX-3-F1	3	1	383	-947	383	767
	VMX-4-F1	4	1	320	-792	320	661
Flexión positiva	VMX-1-F2	1	2	291	721	291	620
	VMX-2-F2	2	2	285	704	285	477
	VMX-3-F2	3	2	330	817	330	662
	VMX-4-F2	4	2	326	808	326	673

(1) Fase 1, P_{ult} = Carga aplicada en el voladizo. Fase 2, $2 \times P_{ult}$ = Cargas aplicadas en el vano.

3.7.2 RESULTADOS EXPERIMENTALES A FLEXIÓN NEGATIVA – FASE 1

La interpretación y exposición de los resultados experimentales se realiza a partir de los diagramas Momento-Curvatura y de los diagramas de interacción Momento-Cortante. Las curvas teóricas obtenidas se realizan considerando deslizamiento nulo en la interfaz de la conexión.

Los diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ experimentales y teóricos para las secciones en flexión negativa de las distintas vigas se muestran en la *Figura 3- 11*, donde las curvas teóricas se representan en trazo continuo (Eurocódigo *EC* y *RPX*) y las experimentales en trazo discontinuo, asimismo en abscisas se representa el valor de la curvatura χ y en ordenadas el momento flector M .

Las secciones, como se describe a continuación, fueron proyectadas para tener diferentes comportamientos resistentes en Estado Límite Último.

- VMX-1: Sección compacta (clase 1) con doble acción mixta.
- VMX-2: Sección esbelta con fondo rigidizado y células de rigidización
- VMX-3 y VMX-4: Secciones esbeltas con fondo rigidizado, sin células y diferentes grados de rigidización longitudinal, y espesor de chapa inferior.

Únicamente (en flexión negativa) la sección de la viga mixta VMX-1 se proyectó para alcanzar el momento plástico $M_{pl,Rd}$, mientras que las demás son secciones esbeltas, cuya capacidad resistente está condicionada por la inestabilidad de los paneles comprimidos.

En el diagrama Momento-Curvatura teórico de la viga VMX-1 (*Figura 3- 11*) se observa cómo la sección es capaz de desarrollar el momento plástico. No obstante, lo hace con ductilidad reducida, puesto que su capacidad está limitada por dos posibles motivos:

1. por la rotura de la losa de hormigón de fondo.
2. por agotamiento de las almas bajo la interacción de la flexión y esfuerzo cortante.

Esta sección mixta acorde al Eurocódigo 4 (EN 1994-1-1, 2004) es clasificada como sección compacta de clase 1, donde el Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1, 2005) las define como secciones capaces de formar una rótula plástica con la capacidad de giro requerida por el cálculo plástico. Sin embargo, en estructuras mixtas es necesario proyectar los elementos de hormigón de forma consecuente con el comportamiento de rotura requerido, siendo insuficiente la mera clasificación de la sección, especialmente en secciones clase 1, donde en ocasiones es necesario proveer a la losa de hormigón con armadura comprimida suficiente que garantice su ductilidad.

Comparando la curva experimental *VMX-1-Exp* del Momento-Curvatura con la teórica *VMX-1-EC*, se observa que la primera, además de ser más flexible, no llega a alcanzar el momento máximo teórico M_{Rd} , siendo su momento último M_{ult} aproximadamente 10% inferior (*Tabla 3- 7*). Este hecho es debido a que el fallo de la viga es producido prematuramente por abolladura local de la chapa de fondo entre conectores. Esto se explica por un error de proyecto al no disponer los conectores con una menor separación debido al pequeño espesor de la chapa de fondo (4 mm).

Figura 3- 11. Diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ de las vigas mixtas en flexión negativa (Fase 1)

La Figura 3- 12 muestra la abolladura local de la chapa de fondo limitada en una pequeña franja definida por la separación de los conectores, los cuales tienen una separación de 200 mm. El Eurocódigo limita, según la siguiente expresión, la distancia (S_c) en sentido longitudinal entre conectores para evitar este tipo de fallos locales.

$$S_c = 22 t \sqrt{235/f_y}$$

Donde t es el espesor del ala inferior y f_y la tensión de plastificación del acero.

Por lo tanto, la separación máxima definida por el Eurocódigo en sentido longitudinal entre conectores para la viga VMX-1 es $S_c = 67,45 \text{ mm}$ ($f_y = 400 \text{ MPa}$).

La separación máxima requerida S_c es 3 veces inferior a la separación entre conectores adoptada en el ensayo (200 mm), originando que la rotura sea precoz, frágil y con una resistencia última a flexión inferior a la esperada.

Figura 3- 12. Alma y chapa de fondo en apoyo del voladizo de la viga VMX-1. Rotura por abolladura local de la chapa de fondo entre conectores

El resto de las vigas VMX-2, VMX-3 y VMX-4 son de sección esbelta (clase 4) con distintos tipos de rigidización, donde las roturas se producen por abolladura de la chapa de fondo. Para la clasificación de estas secciones no es suficiente el uso de las formulaciones de Eurocódigo 3 parte 1-1 (EN 1993-1-1, 2005), puesto que éstas no consideran la flexibilidad de los rigidizadores, siendo necesario determinar su resistencia a partir del método general expuesto en la parte 1-5 (EN 1993-1-5, 2006).

Tabla 3- 7. Relación entre esfuerzos últimos y capacidades resistentes teóricas en los ensayos de la fase 2

Viga	Flexión negativa					
	$V_{b,Rd}$	V_{ult}	$V_{ult} / V_{b,Rd}$	M_{Rd}	M_{ult}	M_{ult} / M_{Rd}
	[kN]	[kN]	[%]	[kNm]	[kNm]	[%]
VMX-1	506	329	65%	-894	-815	91%
VMX-2	506	364	72%	-821	-901	110%
VMX-3	649	383	59%	-674	-947	141%
VMX-4	928	320	34%	-639	-792	124%

En estas secciones, al ser clasificadas como secciones clase 4, el Eurocódigo reduce el ancho de los elementos comprimidos y limita su deformación máxima a la deformación de plastificación ε_y , teniendo las curvas teóricas Momento-Curvatura solo una rama elástica (Figura 3- 11). Sin embargo, la RPX-95 (Ministerio de Fomento, 1995) para el cálculo de la resistencia del ala comprimida rigidizada bajo un método elasto-plástico, permite una deformación de $1.2\varepsilon_y$.

Figura 3- 13. Alma y chapa de fondo en apoyo del voladizo de la viga VMX-4. Rotura por abolladura de la chapa de fondo rigidizada

Comparando las curvas teóricas Momento-Curvatura de las vigas VMX-2, VMX-3 y VMX-4 (Figura 3- 11) con los experimentales, se observa que las curvas obtenidas a partir del modelo de la RPX-95 presentan una correlación algo mejor que las obtenidas con el Eurocódigo 1993-1-5. Se observa que, aunque en todos los casos el momento último experimental M_{ult} de las secciones es mayor que el teórico, las curvas experimentales son más flexibles. Esta flexibilidad es atribuida a la conexión, la cual, como se ve en el capítulo 4, permite un cierto grado de deslizamiento en la interfaz de la conexión que conlleva a una pérdida de rigidez en la sección.

La rotura debido a la abolladura de chapa rigidizada se muestra en la Figura 3- 13 para la viga mixta VMX-4. En ella se puede apreciar cómo además de pandear el rigidizador, la chapa de fondo se abolla entre rigidizadores.

En la Figura 3- 14 se muestran las curvas experimentales y teóricas (EC) Momento-Curvatura $M-\chi$ para todas las secciones de forma conjunta. Las vigas mixtas VMX-2 y VMX-3, además de la viga VMX-1 con doble acción mixta y rotura prematura, alcanzan un momento último experimental con cierto grado de plastificación. La viga mixta VMX-4, que cuenta con una menor área en las alas inferiores respecto a las otras secciones, tiene un momento último menor, además de mostrar un comportamiento no lineal de forma progresiva para valores de carga de servicio.

Figura 3- 14. Diagrama Momento-Curvatura M- χ de las vigas en el ensayo a flexión negativa

La capacidad resistente de las cuatro vigas fue condicionada por la resistencia a flexión a pesar que para las vigas VMX-1 y VMX-2 la proyección de la pareja de esfuerzos concomitantes de momento y cortante, representada por la línea discontinua en el diagrama de interacción Momento-Cortante M - V de la Figura 3- 15, intercepta las curvas teóricas en la zona cuya capacidad resistente está condicionada por la interacción de esfuerzos de cortante y flexión en el alma. Para las vigas VMX-3 y VMX-4 se aprecia claramente que la resistencia a cortante de las almas en ningún caso fue condicionante.

Figura 3- 15. Diagrama Momento-Cortante M-V de las vigas en el ensayo a flexión negativa

3.7.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES A FLEXIÓN POSITIVA – FASE 2

Al igual que en los resultados experimentales de la fase 1, se exponen y se interpretan los resultados experimentales relativos a la fase 2 a partir de los diagramas Momento-Curvatura y de los diagramas de interacción Momento-Cortante. Las curvas teóricas se obtienen considerando deslizamiento nulo en la interfaz de la conexión.

Los diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ experimentales y teóricos para las secciones en flexión positiva de las distintas vigas se muestran en la Figura 3- 11, donde las curvas teóricas se representan en trazo continuo (Eurocódigo EC) y las experimentales en trazo discontinuo, asimismo en abscisas se representa el valor de la curvatura χ y en ordenadas el momento flector M .

Las secciones se proyectaron, como se describe a continuación, con diferentes niveles de ductilidad dependiendo de la disposición de los elementos a compresión y tracción.

- VMX-1: Sección frágil con rotura por el hormigón comprimido.
- VMX-2: Sección dúctil con rotura por tracción en el acero estructural y posible inestabilidad del alma.
- VMX-3: Sección frágil con rotura por compresión en la losa de hormigón y posible inestabilidad del alma.
- VMX-4: Sección semi-dúctil con rotura por compresión en la losa de hormigón y posible inestabilidad del alma.

En el caso de las vigas VMX-2 y VMX-3, que cuentan con una presolicitación, se representan los incrementos de momento y curvatura obtenidos una vez producida la misma. Esto se justifica por la escasa importancia de presolicitación que supone el orden del 5% de momento resistido.

Figura 3- 16. Diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ de las vigas mixtas en flexión positiva (Fase 2)

Se observa en la *Figura 3- 16* cómo ambas curvas, la teórica y la experimental, del Momento-Curvatura de la viga mixta VMX-2, tienen una respuesta dúctil en estado límite último, y que a pesar de existir la posibilidad de rotura por la inestabilidad de alma bajo la interacción de flexión-cortante, el fallo es por agotamiento del acero traccionada produciendo grandes deformaciones (*Figura 3- 17*). La posible inestabilidad del alma se puede apreciar en diagrama de interacción Momento-Cortante de la *Figura 3- 20*, donde la proyección de la pareja de esfuerzos concomitantes de momento y cortante, representada por la línea discontinua, intercepta al diagrama de la viga mixta VMX-2-EC en la zona, cuya resistencia puede estar condicionada por la capacidad del alma bajo la interacción de ambos esfuerzos (M-V). La viga VMX-1 (*Figura 3- 20*), cuya capacidad resistente a cortante es mayor que el resto de las vigas, es la que presenta un menor riesgo de este tipo de rotura.

Figura 3- 17. Vano de la viga VMX-2. Rotura por agotamiento del acero traccionada (grandes deformaciones)

De forma opuesta a la respuesta de la viga VMX-2, la viga mixta VMX-3 presenta un comportamiento frágil con rotura por compresión de la losa de hormigón (Figura 3- 18), siendo la viga con mayor resistencia a flexión al contar con una mayor cuantía de ala inferior traccionada, pero la menos dúctil al no contar la armadura de compresión. Esta sección mixta, a pesar de ser clasificada como sección de clase 1 por el Eurocódigo (EN 1994-1-1, 2004) (EN 1994-2, 2005) tiene una respuesta en ELU que no se corresponde con la definición de clasificación de secciones clase 1, la cual garantiza alcanzar el momento plástico con suficiente capacidad de rotación. A pesar de esto no ser una situación normal en la práctica, en general es necesario realizar un proyecto adecuado de los elementos de hormigón que garantice que la respuesta estructural sea acorde con la clasificación.

Tabla 3- 8. Relación entre los esfuerzos últimos y las capacidades resistentes en los ensayos de la fase 2

Flexión positiva						
Viga	$V_{b,Rd}$	V_{ult}	$V_{ult} / V_{b,Rd}$	M_{Rd}	M_{ult}	M_{ult} / M_{Rd}
	[kN]	[kN]	[%]	[kNm]	[kNm]	[%]
VMX-1	506	291	58%	837	721	86%
VMX-2	412	285	69%	835	704	84%
VMX-3	420	330	79%	924	817	88%
VMX-4	416	326	78%	846	808	95%

Las curvas experimentales $M-\chi$ de las distintas vigas (Figura 3- 16 y Figura 3- 19) muestran, además de una mayor flexibilidad respecto a las curvas teóricas, un momento último M_{ult} menor que los estimados teóricamente M_{Rd} , siendo éstos inferiores entre un 5% y un 15% (Tabla 3- 8). Esta pérdida de rigidez se atribuye a la conexión, la cual permite un cierto deslizamiento (capítulo 4), siendo más acusada en los ensayos para la viga mixta VMX-1. En el apartado 5.2 se muestra la influencia de la conexión a partir de la rigidez estimada según los resultados experimentales EN-MVT del capítulo 4.

La viga mixta VMX-4 se proyectó para tener un comportamiento semi-dúctil con rotura por el hormigón comprimido. Los resultados experimentales muestran, sin embargo, una respuesta dúctil debido a que la pérdida de capacidad resistente por el tipo de conexión (flexible al permitir cierto grado de deslizamiento), fue suficiente para evitar que en Estado Límite Último la losa de hormigón alcanzara las deformaciones máximas a flexo-compresión.

Figura 3- 18. Centro de vano de la viga VMX-3. Rotura por agotamiento a compresión de la losa

Las diferentes respuestas en términos de ductilidad de las distintas secciones se pueden observar en los diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ experimentales superpuestos en la *Figura 3- 19*. Las vigas VMX-2 y VMX-4 presentan una respuesta dúctil, mientras que las vigas VMX-1 y, sobre todo la VMX-3, presentan una respuesta frágil producida por el agotamiento del hormigón comprimido.

Figura 3- 19. Diagrama Momento-Curvatura M- χ de las vigas en el ensayo a flexión positiva

Figura 3- 20. Diagrama Momento-Cortante M-V de las vigas en el ensayo a flexión positiva

3.8 CONCLUSIONES

De los resultados experimentales de los ensayos de vigas mixtas sometidas a la interacción de esfuerzos de flexión, cortante y torsión (EN-MV), se pueden sacar las siguientes conclusiones:

1. La conexión de las vigas ensayadas, definida como conexión completa y flexible (conexión que permite alcanzar el momento último resistente en la sección más solicitada, pero con cierto grado de deslizamiento) contribuyó significativamente a la pérdida de rigidez repercutiendo en el comportamiento en servicio de las vigas.
2. El modelo de la *RPX-95* (Ministerio de Fomento, 1995) para estimar la capacidad resistente de las chapas comprimidas con rigidizadores longitudinales presentó una mejor correlación con los datos experimentales de esta campaña, en términos de resistencia, respecto a la calculada a partir del Eurocódigo (EN 1993-1-5, 2006). Las formulaciones de la *RPX-95* difieren de la propuesta por los Eurocódigos en que, ésta última está formulada en términos tensionales cuando las secciones no son compactas, mientras que la *RPX-95*, lo hace en términos de deformaciones, siendo esta aproximación, a priori, más apropiada para un cálculo no lineal. Adicionalmente, la *RPX-95* permite considerar en un cálculo elasto-plástico una deformación de hasta $1.2\varepsilon_y$ en chapas comprimidas sensibles a la abolladura (ver capítulo 2.2.5.1) a partir de simular una respuesta más real del elemento comprimido.
3. Las secciones mixtas clasificadas por el Eurocódigo 4 (EN 1994-1-1, 2004) (EN 1994-2, 2005) como secciones de clase 1 a partir de las esbelteces de los elementos metálicos, tiene una respuesta en ELU, que en general, no tiene por qué corresponderse con la definición de su clase. Esto se debe a que en las secciones de clase 1 que garantizan alcanzar el momento plástico con una suficiente capacidad de rotación, el elemento de hormigón debe tener un comportamiento compatible con la clasificación de la sección. Como se pudo observar en los resultados experimentales, dos secciones de clase 1 tuvieron un colapso prematuro, una de ellas porque se alcanzó la rotura en compresión de la losa superior de hormigón (situación no normal en la práctica) y la otra, por una conexión ineficaz de la losa de fondo en la sección de doble acción mixta. Por tanto, resulta necesario extender para las estructuras mixtas la definición de las clases para incluir el comportamiento dúctil o frágil de los elementos de hormigón de la sección.
4. En ningún caso el fallo se produjo por agotamiento del alma a cortante, a pesar de que algunas secciones estaban teóricamente condicionadas por la resistencia del alma bajo la interacción flexión-cortante. En parte, este hecho se atribuye a que, en las predicciones teóricas, se desprecia la contribución de la losa de hormigón a la resistencia a cortante: (Marí, Cladera, Bairán, Oller, & Ribas, 2014) (Ribas & Cladera, 2013) (Darehshouri, Shanmugam, & Osman, 2012) (Liang, Uy, Bradford, & Ronagh, 2005).

4 - ESTUDIO EXPERIMENTAL II (EN-MVT)

Interacción Flexión-Cortante-Torsión
Estado Límite Último

4.1 PROGRAMA EXPERIMENTAL

Además de los ensayos experimentales realizados en los años 1992-1993 (Calvo Benítez & Corres Peiretti, 1995) por el grupo de investigación GHE (EN-MV, *cap. 3*), se llevó a cabo en los años 2014-2015 una segunda campaña experimental (EN-MVT), aprovechando 4 vigas metálicas que no se ensayaron en la primera fase. El objetivo de esta segunda campaña fue complementar con el estudio de la influencia del esfuerzo torsor, los datos experimentales recogidos anteriormente considerando la interacción flexión-cortante. Además, se aprovechó esta segunda campaña experimental para estudiar la influencia de la conexión en la respuesta de las probetas en lo relativo a su rigidez y en lo relativo a su resistencia.

4.2 CONCEPCIÓN DE LOS ENSAYOS

Con el propósito de estudiar el comportamiento de secciones mixtas en cajón, que son habituales en tipologías de puentes en España, se proyectaron cuatro vigas mixtas cajón con distintas tipologías de rigidización de la chapa de fondo para ser ensayadas hasta rotura bajo la interacción de esfuerzos de flexión, cortante y torsión.

Estos ensayos continúan la línea de investigación iniciada por los ensayos EN-MV, manteniendo las mismas configuraciones de los cajones metálicos, además de conservar la misma conexión. Únicamente, se aumenta el espesor y la resistencia del hormigón de la losa, además de modificar su armado, con objeto de evitar una rotura de la losa por de torsión.

4.3 DESCRIPCIÓN DE LAS VIGAS MIXTAS

El programa experimental consta de 4 vigas mixtas con sección cajón metálica, unicelular, con losa superior de hormigón armado, las cuales representan tipologías habituales en puentes mixtos.

A diferencia de los ensayos experimentales previos (EN-MV) presentados en el capítulo 3, los cuales fueron realizados bajo interacción de flexión y cortante, se incluye en esta campaña la torsión en la interacción (EN-MVT).

Debido a una mayor sollicitación de los esfuerzos derivados de la torsión, se realizan algunas modificaciones en las vigas mixtas, las cuales afectan únicamente a la losa superior de hormigón. Por tanto, las modificaciones en las vigas mixtas en los ensayos EN-MVT respecto a las vigas de los ensayos previos EN-MV, son:

- Incremento del espesor de la losa superior de hormigón a 100 mm (el doble).
- Aumento de la cuantía de armadura transversal y longitudinal.
- Mejora en la calidad de los hormigones (C45/55).

Al igual que en los ensayos EN-MV, las vigas tienen una longitud total de 9075 mm de longitud con un tramo biapoyado de 6600 mm y un voladizo de 2475 mm. Asimismo, las vigas se ensayan en dos fases independientes. En la primera fase la zona del voladizo se ensaya a flexión

negativa, y en la segunda, la zona del vano se ensaya a flexión positiva estando ambas fases en interacción con el cortante y la torsión.

4.3.1 TIPOLOGÍA DE LAS VIGAS MIXTAS

En la *Figura 4- 1* se muestra las geometrías de las secciones transversales para las zonas de flexión negativa y positiva. Estas secciones son representativas de las tipologías usuales en puentes mixtos, distinguiéndose, en las alas o elementos inferiores, las siguientes disposiciones:

- Flexión negativa: secciones con doble acción mixta o fondo metálico con distintos tipos de rigidización.
- Flexión positiva: secciones con distintos espesores en chapa de fondo.

Para todas las vigas, la losa superior de hormigón es similar tanto en geometría como en armado, a diferencia de la chapa de fondo, que tienen diferentes tipos de rigidización.

La geometría en sentido longitudinal se muestra en la *Figura 4- 2*. Las vigas se encuentran simplemente apoyadas con un vano de 6600 mm de longitud y un extremo en voladizo de 2475 mm, definiéndose las zonas 1 y 2, las cuales corresponden con los tramos sometidos a flexión negativa y positiva respectivamente. En toda su longitud, las vigas disponen de rigidizadores transversales espaciados cada 825 mm.

La conexión entre la losa de hormigón y el cajón metálico, así como la conexión de la losa de fondo en la viga VMX-1 que cuenta con doble acción mixta, se realizan mediante angulares metálicos, que a su vez, son cosidos por una barra corrugada de 6 mm de diámetro, tal y como se muestra en la *Figura 4- 3*. Los conectores están distribuidos cada 100 mm a excepción de una franja central de 1650 mm de longitud en el cendro de vano, donde el espaciamiento es de 200 mm.

VIGA	FLEXIÓN NEGATIVA	FLEXIÓN POSITIVA
VMX-1	<p>[mm]</p>	<p>[mm]</p>
VMX-2	<p>[mm]</p>	<p>[mm]</p>
VMX-3	<p>[mm]</p>	<p>[mm]</p>
VMX-4	<p>[mm]</p>	<p>[mm]</p>

Figura 4- 1. Sección transversal en zonas de flexión negativa y positiva

Figura 4- 2. Geometría longitudinal

(a)

(b)

(c)

Figura 4- 3. a y b) Conexión entre la losa superior de hormigón y el cajón metálico. c) Conexión de losa hormigón y el fondo del cajón en la viga de doble acción mixta (VMX-1)

4.3.2 MATERIALES

En las *Tabla 4- 1* se muestran las distintas calidades de los materiales. Además, en la *Tabla 4- 2* se muestran los resultados de resistencia a compresión y módulo de elasticidad obtenidos a partir de los correspondientes ensayos estándar en probeta cilíndrica.

Tabla 4- 1. Calidad de los materiales

Materiales
Hormigón
Losa superior
C-45/55
Losa de fondo
C-45/55
Acero
Armadura pasiva
B-500S
Chapas
S 355
Rigidizadores y conectores
S 275

Para los estudios teóricos y cálculos se consideran las propiedades de los materiales, y las ecuaciones constitutivas que se muestran en la *Figura 4- 4*, que se obtienen a partir de los valores medios de resistencia y de los resultados derivados de los ensayos en laboratorio.

Tabla 4- 2. Resistencia a compresión de las probetas cilíndricas de 300 mm de diámetro

Días	Probeta	Módulo [MPa]			Resistencia a compresión [MPa]
		1	2	3	
18	1	23412	25497	25585	46.4
	2	24163	25012	25668	44.6
	Media	24890			45.5
60	1	25634	28038	28019	49.1
	2	25659	27962	27942	51.0
	Media	27209			50.1
132	1	26781	28619	28222	50.8
	2	27544	29842	29756	51.9
	Media	28460			51.4

Hormigón C45/55

$f_{cm} = 53 \text{ MPa}$

$E_c = 30 \text{ GPa} *$

$\gamma_c = 1.00$

* Aprox. según la Tabla 4- 2

Acero estructural S355

$f_{ym} = 400 \text{ MPa}$

$f_{yu} = 550 \text{ MPa}$

$E_s = 210 \text{ GPa}$

$\gamma_s = 1.00$

Armadura pasiva B-500S

$f_{ym} = 550 \text{ MPa}$

$f_{yu} = 650 \text{ MPa}$

$E_s = 210 \text{ GPa}$

$\gamma_s = 1.00$

Acero estructural S275

$f_{ym} = 310 \text{ MPa}$

$f_{yu} = 450 \text{ MPa}$

$E_s = 210 \text{ GPa}$

$\gamma_s = 1.00$

(a)

(b)

(c)

(d)

Figura 4- 4. Ecuaciones constitutivas de los materiales

4.3.3 CLASIFICACIÓN DE LAS SECCIONES SEGÚN EL EUROCÓDIGO 3 Y 4

En los proyectos de estructuras mixtas de hormigón y acero, el Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1, 2005) clasifica las secciones (*cap. 2*) para determinar su capacidad resistente, de forma que, para los distintos esfuerzos o combinaciones de los mismos, se considere la posible reducción de resistencia por inestabilidad en chapas esbeltas. Esta clasificación incluye la influencia de las imperfecciones iniciales y de las tensiones residuales.

En la *Tabla 4-3* se muestra un resumen de la clasificación de las secciones de las vigas estudiadas para esfuerzos de flexión negativa y positiva de acuerdo con lo especificado en el Eurocódigo 3 parte 1-1, considerando las propiedades de los materiales indicados en el apartado 4.3.2.

Tabla 4-3. Clasificación de secciones de las vigas mixtas a flexión negativa y positiva según (EN 1993-1-1, 2005)

Viga	Flexión negativa		Flexión positiva	
	Almas	Ala inf.	Almas	Ala inf.
VMX-1	1	1	1	1
VMX-2	3	4	1	1
VMX-3	3	4	1	1
VMX-4 ⁽¹⁾	3	3	1	1

(1) EN 1993-1-5:2006, ala inferior de clase 4

Para determinar la clasificación de las alas inferiores a flexión negativa, no se ha considerado la flexibilidad de los rigidizadores al suponer subpaneles apoyados entre rigidizadores y almas.

Las vigas mixtas VMX-1 y VMX-2 a pesar de tener la misma relación de esbeltez $c/t = 330/4 = 82.5$ en las almas, tienen una clasificación diferente. Esta diferencia es debida a que la posición de la fibra neutra no es la misma para las dos secciones en flexión negativa, siendo la porción del alma comprimida menor en la viga VMX-1 (doble acción mixta), al estar su fibra neutra en una posición más baja. El ala inferior de la viga mixta VMX-4 tiene una relación de esbeltez $c/t = 192/6 = 32 < 42\epsilon$ (clase 3, con $f_y = 400$ MPa) considerando los subpaneles de la chapa apoyada sobre rigidizadores sumamente rígidos a flexión, sin embargo, realizando el método general (EN 1993-1-5, 2006) teniendo en cuenta la flexibilidad del rigidizador, el ala rigidizada requiere reducción.

4.3.4 RESISTENCIA TEÓRICA DE LAS SECCIONES SEGÚN EL EUROCÓDIGO 3 Y 4

La capacidad resistente teórica de las secciones se determina a partir de las bases de cálculo expuestas en los Eurocódigos 2, 3 y 4, además de hacer uso de la herramienta informática *PIEM: Prontuario Informático de Estructuras Metálicas y Mixtas*, (S.L., 2012).

En este apartado, se expone para las distintas secciones de las vigas mixtas, la capacidad resistente a momento flector y cortante, excluyendo la capacidad resistente a torsión, así como su interacción con los otros esfuerzos. La resistencia teniendo en cuenta la interacción de esfuerzos se detalla en el capítulo 5.

Los fenómenos de abolladura de chapas y arrastre por cortante se tienen en cuenta en los cálculos teóricos considerando las áreas efectivas de los elementos en ELU, que se obtienen a partir de las reducciones geométricas basadas en la teoría del ancho eficaz (ver *capítulo 2*).

Asimismo, los diagramas Momento-Curvatura que se obtienen considerando estos anchos eficaces son algo más flexibles en la rama elástica (servicio) al ser secciones reducidas a partir de consideraciones en ELU.

La *Tabla 4- 4* muestra un resumen de los coeficientes de reducción, acorde a los métodos de cálculo establecidos por los Eurocódigos, para determinar las áreas efectivas de cada uno de los elementos. El Anexo IV recoge, para la viga mixta VMX-4, los cálculos relativos a la reducción de la chapa rigidizada sometida a compresión uniaxial uniforme.

Tabla 4- 4. Coeficientes de reducción definidos en los Eurocódigos

Viga	Flexión negativa							Flexión positiva						
	Almas		Ala inferior				Losa HA	Almas		Ala inferior				Losa HA
	ρ_w	χ_w	β	β^k	ρ_c	$A_{eff,ELU}/A_{bruta}$		ρ_w	χ_w	β	β^k	ρ_c	$A_{eff,ELU}/A_{bruta}$	b_{eff}/b_c
VMX-1	1.00	0.67	0.76	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.67	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VMX-2	1.00	0.67	0.85	1.00	0.89	0.81	1.00	1.00	0.55	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VMX-3	1.00	0.69	0.80	1.00	0.85	0.80	1.00	1.00	0.55	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VMX-4	1.00	0.83	0.78	1.00	0.89	0.86	1.00	1.00	0.55	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

(1) Factor de reducción que incluye la interacción de chapa-rigidizadores. La Reducción se aplica a la suma de subpaneles reducidos $\sum \rho_{i,loc} b_{i,loc} t$

Los coeficientes de reducción recogidos en la *Tabla 4- 4*, son relativos a los métodos de cálculo expuesto por los Eurocódigos para determinar la capacidad resistente de las secciones. A continuación, se describe cada uno de ellos:

- ρ_w Coeficiente de reducción por abolladura para determinar el área efectiva $A_{c,eff}$ del alma sin rigidizadores longitudinales bajo tensiones normales derivadas de la flexión. EN 1993-1-5:2006, 4.4
- χ_w Coeficiente de reducción por abolladura para determinar la resistencia del alma a cortante. EN 1993-1-5:2006, 5.2
- β Coeficiente de reducción para determinar el ancho eficaz b_{eff} en las alas metálicas debido al arrastre por cortante bajo condiciones elásticas (ELS). EN 1993-1-5:2006, 3.2
- β^k Coeficiente de reducción para determinar el área efectiva A_{eff} en las alas metálicas debido al arrastre por cortante bajo condiciones elasto-plásticas (ELU). EN 1993-1-5:2006, 3.3 (nota 3)
- ρ_c Coeficiente de reducción por abolladura para determinar el área efectiva $A_{c,eff}$ de las chapas comprimidas con rigidizadores longitudinales. Este coeficiente considera la flexibilidad de los rigidizadores en interacción con la chapa y reduce el área eficaz compuesta por la suma de rigidizadores y de subpaneles reducidos ($A_{c,eff,loc} = A_{c,eff} + \sum \rho_{i,loc} b_{i,loc} t$, ver EN 1993-1-5:2006, 4.5)
- b_{eff}/b_c Coeficiente de reducción para determinar el ancho eficaz b_{eff} en las alas de hormigón debido al arrastre por cortante. EN 1994-1-1:2004, 5.4.1.2

En el caso de viga mixta VMX-1, con doble acción mixta en la zona de flexión negativa, el ancho eficaz del ala inferior mixta, compuesta por la chapa y la losa de hormigón, se obtiene a partir de considerar un espesor equivalente de chapa.

Considerando las áreas efectivas debido a la abolladura de chapas, así como los criterios de cálculo definidos en los Eurocódigos, se exponen en la Tabla 4- 5 las capacidades resistentes a flexión y cortante para las distintas secciones de las vigas.

Tabla 4- 5. Resistencia a cortante y momento de las vigas mixtas

Viga	Flexión negativa						Flexión positiva					
	Cortante $V_{w,b,Rd}$ (un alma)			Momento M_{Rd}			Cortante $V_{w,b,Rd}$ (un alma)			Momento M_{Rd}		
	$V_{w,bw,Rd}$	$V_{w,bf,Rd}$	$V_{w,b,Rd}$	f.n.	χ	M_{Rd}	$V_{w,bw,Rd}$	$V_{w,bf,Rd}$	$V_{w,b,Rd}$	f.n.	χ	M_{Rd}
	[kN]	[kN]	[kN]	[mm]	[km ⁻¹]	[kNm]	[kN]	[kN]	[kN]	[mm]	[km ⁻¹]	[kNm]
VMX-1	246	6.6	253	354	-17.16	-1187	246	6.6	253	71	47.25	1370
VMX-2	246	6.6	253	296	-7.38	-764	203	2.9	206	65	53.48	1223
VMX-3	318	6.8	324	287	-7.08	-731	203	6.7	210	75	46.79	1597
VMX-4	457	6.8	464	283	-6.95	-701	203	5.0	208	69	50.93	1352

Donde,

$V_{w,bw,Rd}$ Contribución de un alma a la resistencia a cortante de la viga

$V_{w,bf,Rd}$ Contribución de las alas a la resistencia a cortante de la viga dividida por dos

$V_{w,b,Rd}$ Resistencia a cortante de una de las almas de la viga sin interaccionar con otros esfuerzos

$$V_{w,b,Rd} = V_{w,bw,Rd} + V_{w,bf,Rd}$$

$f.n.$ Posición de la fibra neutra respecto a la cara superior de la losa de hormigón para el momento último resistente M_{Rd}

χ Curvatura de la sección para el momento último resistente M_{Rd}

M_{Rd} Momento último resistente de la viga sin interaccionar con otros esfuerzos

4.4 FASES DE LOS ENSAYOS

Los ensayos de las 4 vigas mixtas de sección cajón se dividieron en dos fases: fase 1, ensayo en flexión negativa; y fase 2, ensayo en flexión positiva. Los esquemas básicos de la configuración de los ensayos se muestran en la Figura 4- 5 para la fase 1, y en la Figura 4- 6 para la fase 2.

Las vigas son simplemente apoyadas, con un vano de 6600 mm de longitud y un extremo en voladizo de 2475 mm. La aplicación de la carga se efectúa mediante la aplicación de cargas puntuales transmitidas por 3 gatos de hasta 900 kN de capacidad. Los ensayos se llevan hasta rotura.

A continuación, se describe cada una de las fases:

Fase 1. Ensayo a flexión negativa (Figura 4- 5). Consiste en llevar hasta rotura la sección próxima al apoyo del voladizo mediante la interacción de los esfuerzos de flexión negativa, cortante y torsión, al aplicar una carga excéntrica (alineada con una de las almas) en el extremo del voladizo de valor P. Además de coaccionar la rotación transversal del apoyo del voladizo para equilibrar el torsor inducido por la carga excéntrica, se equilibra la zona del vano con dos cargas simétricas, centradas, separadas 1650 mm y de valor P/2, que además de dar estabilidad, su

magnitud es tal que se evita un estado tensional elevado que pudiera afectar al ensayo a flexión positiva (fase 2).

Excepcionalmente, el esquema de configuración del ensayo es modificado durante el proceso de carga para la viga mixta VMX-2, donde, el desplazamiento vertical del extremo del alma no cargada (nudo 5, ver Figura 4- 5b) se bloquea cuando la carga P alcanza un determinado valor $P_5 = 245 \text{ kN}$, de tal forma que el voladizo queda apoyado en 3 puntos (uno en el extremo del voladizo, en el alma no cargada y otros dos en la sección de empotramiento del voladizo). En consecuencia, para un valor de la carga $P > P_5$, el valor de la reacción vertical en el nudo 5 es mayor que cero ($R_5 > 0$), produciéndose a diferencia de la configuración general, un esfuerzo de torsión predominante frente a la flexión. Este esquema de carga solo se realizó para esta viga, la primera que se ensayó, al observar que la resistencia de la conexión condicionaba notablemente la interacción, optando para el resto de los ensayos, mantener la misma proporcionalidad de los esfuerzos en la interacción.

Resumidamente, se indica a continuación para las distintas vigas mixtas, la relación entre reacción R_5 y la carga P .

- VMX-1 / VMX-3 / VMX-4	→	$R_5 = 0 \text{ kN}$	∀	P
- VMX-2	→	$R_5 = 0 \text{ kN}$	para	$P \leq P_5 = 245 \text{ kN}$
	→	$R_5 > 0 \text{ kN}$	para	$P > P_5 = 245 \text{ kN}$

Fase 2. Ensayo a flexión positiva (Figura 4- 6). Consiste en llevar hasta rotura la zona del vano mediante la interacción de esfuerzos de flexión positiva, cortante y torsión. Para ello, se aplican en el centro de vano dos cargas puntuales, separadas 1650 mm, excéntricas (alineada con una de las almas), simétricas y de valor P . Se coacciona adicionalmente, la rotación transversal en ambos apoyos para equilibrar simétricamente el torsor inducido por la carga excéntrica.

La aplicación de la carga se lleva a cabo mediante incrementos de carga hasta alcanzar la rotura.

(a)

(b)

(c)

Figura 4- 5. Esquema de configuración de la fase 1. a) y b) Representación de la acción de cargas. c) Configuración del ensayo

(a)

(b)

(c)

Figura 4- 6. Esquema de configuración de la fase 2. a) y b) Representación de la acción de cargas. c) Configuración del ensayo

4.5 ESFUERZOS

Se representan a continuación la distribución de esfuerzos de flexión, cortante y torsión a lo largo de las vigas, así como la distribución de los esfuerzos cortantes a nivel seccional en función de la carga P aplicada.

En la *Figura 4- 7* se muestra, para una sección mixta en cajón, la descomposición del esfuerzo cortante y torsión.

Figura 4- 7. Distribución de esfuerzos tangenciales en la sección cajón mixta del cortante y de la torsión

En las figuras siguientes, *Figura 4- 8* y *Figura 4- 9*, se muestran para cada una de las fases, los esfuerzos de flexión, cortante y torsión en función de la carga P excéntrica, además de la distribución de los esfuerzos tangenciales en la sección.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Figura 4- 8. Diagramas de esfuerzos para la fase 1. a) Cargas. b) Flectores. c) Cortantes. d) Torsión. e) Esfuerzos tangenciales en la sección

Figura 4- 9. Diagramas de esfuerzos para la fase 2. a) Cargas. b) Flectores. c) Cortantes. d) Torsión. e) Esfuerzos tangenciales en la sección

4.6 IDENTIFICACIÓN DE LOS ENSAYOS

La descripción de las mediciones y equipos utilizados en los ensayos se recogen en el Anexo I. La identificación de los distintos sensores se detallan en los Anexos II y III.

La identificación de los ensayos sigue el siguiente patrón:

$$\text{VMX} - i - F_j - W$$

Donde,

VMX "Viga mixta"

i La identificación de la viga mixta, desde 1 hasta 4

F_j Fase del ensayo, F₁ o F₂

W Alma o cara donde se aplica la carga, A o B. Adicionalmente, debido a que se suspendió el primer ensayo a flexión positiva de la viga VMX-2 realizado sobre la cara B (por rotura de una de las células de los apoyos), se le asignó el índice adicional 1 (VMX-2-F₂-B₁). Los posteriores ensayos se indicaron con el índice adicional 2

La identificación de las cargas aplicadas de las dos fases es:

P₁ Cargas aplicadas en el vano

P₂ Carga aplicada en el voladizo

En la *Tabla 4- 6* se muestra la identificación de los ensayos realizados bajo la interacción de los esfuerzos de flexión, cortante y torsión (EN-MVT).

Tabla 4- 6. Identificación de los ensayos (EN-MVT)

Ensayo	Viga	Fase	Cara ⁽¹⁾
VMX-1-F ₁ -A	1	1	A
VMX-1-F ₁ -B	1	1	B
VMX-2-F ₁ -A	2	1	A
VMX-2-F ₁ -B	2	1	B
VMX-3-F ₁ -B	3	1	B
VMX-4-F ₁ -B	4	1	B
VMX-1-F ₂ -A	1	2	A
VMX-1-F ₂ -B	1	2	B
VMX-2-F ₂ -B ₁ ⁽²⁾	2	2	B
VMX-2-F ₂ -A ₂	2	2	A
VMX-2-F ₂ -B ₂	2	2	B
VMX-3-F ₂ -A	3	2	A
VMX-3-F ₂ -B	3	2	B
VMX-4-F ₂ -A	4	2	A
VMX-4-F ₂ -B	4	2	B

(1) Cara o el alma donde se aplica la carga excéntrica.

(2) Ensayo suspendido.

NOTA: El primer ensayo siempre se realiza sobre la CARA B, lo cual supone, que cuando es posible realizar un segundo ensayo en la misma viga, se aplican las cargas sobre la otra alma, CARA A, estando la viga previamente deteriorada por el ensayo anterior.

4.7 RESULTADOS EXPERIMENTALES

Todos los resultados experimentales están incluidos en los Anexos II y III. En esta sección solo se exponen los resultados más relevantes, así como la interpretación de los mismos.

Para la interpretación y discusión de los resultados de los ensayos, se usan como referencias teóricas las bases de cálculo recogidas en los Eurocódigos.

En la presentación de los resultados experimentales y su interpretación se utiliza la siguiente terminología:

P_{ult}	Carga máxima aplicada. Definida por el valor “P” en las <i>Figura 4- 5a</i> y <i>Figura 4- 6a</i> para flexión negativa (fase 1), y flexión positiva (fase 2) respectivamente
M_{ult}	Momento último en apoyo o centro de vano, acorde a las <i>Figura 4- 8b</i> y <i>Figura 4- 9b</i> respectivamente
T_{ult}	Torsor último en el voladizo o en el vano acorde a las <i>Figura 4- 8d</i> y <i>Figura 4- 9d</i> respectivamente
$V_{W,ult}$	Cortante último en el alma de la cara W debido al cortante y la torsión $V_{W,ult} = V_{W,V} + V_{W,T}$
$V_{W,V}$	Cortante en el alma de la cara W debido al cortante sin la torsión
$V_{W,T}$	Cortante en el ama de la cara W debido de la torsión
$V_{wb,Rd}$	Cortante máximo teórico (EN 1993-1-5, 2006) correspondiente a un alma, sin interacción con otros esfuerzos
Sd_w	Rasante elástico en el ama de la cara W, donde, $Sd_w = V_w Q_c / I_h$. Siendo, Q_c el momento estático de la losa de hormigón e I_h es el momento de inercia de la sección mixta homogenizada (ver la siguiente nota)
$Sd_{w,ult}$	Rasante elástico último en el ama de la cara W, donde, $Sd_{w,ult} = V_{W,ult} Q_c / I_h$
s_w	Deslizamiento de la conexión en el alma de la cara W
$R_5 W_{ult}$	Reacción último en el apoyo 5, acorde a la <i>Figura 4- 5b</i> en los ensayos VMX-2-F1-A y VMX-2-F1-B
W	Identifica la cara A o B
$W_{W,s}$	Abertura vertical de la conexión en el alma de la cara W

NOTA: El valor del esfuerzo rasante en la conexión obtenido a partir de la relación elástica $Sd_w = V_w Q_c / I_h$ se considera aproximadamente válido para todos los niveles de carga. Los esfuerzos de rasante y cortante obtenidos mediante MEF considerando una conexión no-lineal a partir de los resultados experimentales, mantienen, incluso en el rango plástico, una proporcionalidad constante y aproximada a la elástica $Sd_w / V_w = Q_c / I_h$. Asimismo, la distribución plástica del rasante se asemeja a la elástica al ser el cortante constante entre cargas y apoyos.

4.7.1 RESUMEN DE CARGAS Y ESFUERZOS ÚLTIMOS DE LOS ENSAYOS

Tabla 4- 7. Resumen de cargas y esfuerzos últimos de los ensayos

	Ensayo	Viga	Fase	Cara ⁽¹⁾	P _{ult} ⁽²⁾ [kN]	M _{ult} [kNm]	T _{ult} [kNm]	V _{A,ult} [kN]	V _{B,ult} [kN]	Sd _{A,ult} [kN/m]	Sd _{B,ult} [kN/m]	Tipo fallo	Comentarios
Flexión negativa	VMX-1-F1-A ⁽⁴⁾	1	1	A	331	-818	99	331	0	549	0	Fallo de la conexión (cara A).	Posterior al ensayo VMX-1-F1-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada. Los gatos aplicaron las cargas fuera de control llevando el ensayo a rotura sin mediciones.
	VMX-1-F1-B	1	1	B	456	-1128	137	114	342	189	568	Fallo de la conexión (cara B).	
	VMX-2-F1-A ⁽³⁾⁽⁴⁾	2	1	A	460	-718	189	460	0	767	0	Fallo de la conexión (cara A).	Posterior al ensayo VMX-2-F1-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada. P=245 kN se apoya (R5B) el extremo de la otra alma. R5-B = 170 kN Reacción concomitante Pult.
	VMX-2-F1-B ⁽³⁾	2	1	B	473	-724	196	-17	309	-28	516	Abolladura prematura local del alma bajo la carga aplicada.	P=245 kN se apoya (R5A) el extremo de la otra alma. R5-A = 180 kN Reacción concomitante Pult. Alma no correctamente rigidizada bajo las cargas. Se rigidizan los ensayos posteriores (1er ensayo).
	VMX-3-F1-B	3	1	B	304	-753	91	76	228	121	363	Abolladura en chapa de fondo y almas.	
	VMX-4-F1-B	4	1	B	442	-1093	132	110	331	178	533	Abolladura en chapa de fondo y almas.	
Flexión positiva	VMX-1-F2-A ⁽⁴⁾	1	2	A	356	880	107	356	0	693	0	Fallo de la conexión (cara A).	Posterior al ensayo VMX-1-F2-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada.
	VMX-1-F2-B	1	2	B	427	1057	128	107	320	208	624	Fallo de la conexión (cara B).	
	VMX-2-F2-B1	2	2	B	347	860	104	87	261	168	503	Abolladura local en apoyo. Ensayo suspendido sin alcanzar la rotura prevista.	Se produce la rotura de una de las células de carga del apoyo, induciendo abolladura local en el alma para una carga P=300 kN. Carga concentrada en la célula con poca superficie de apoyo. Apoyo no adecuadamente rigidizado. Se descarga y se vuelve a cargar. Se suspende sin alcanzar la rotura prevista.
	VMX-2-F2-A2 ⁽⁴⁾	2	2	A	377	933	113	377	0	727	0	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara A).	Posterior al ensayo VMX-2-F2-B2. La conexión y alma de la cara B deteriorada.
	VMX-2-F2-B2	2	2	B	343	850	103	86	257	166	497	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara B).	Posterior al ensayo VMX-2-F2-B1. Se vuelve a cargar la cara B estando el alma previamente abollada.
	VMX-3-F2-A ⁽⁴⁾	3	2	A	337	835	101	337	0	534	0	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara A).	Posterior al ensayo VMX-3-F2-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada.
	VMX-3-F2-B	3	2	B	476	1177	143	119	357	188	564	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara B).	
	VMX-4-F2-A ⁽⁴⁾	4	2	A	361	893	108	361	0	721	0	Fallo de la conexión (cara A).	Posterior al ensayo VMX-4-F2-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada.
	VMX-4-F2-B	4	2	B	431	1068	129	108	324	216	647	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara B).	

Primer ensayo de la viga

(1) Cara o el alma donde se aplica la carga excéntrica.

(2) Fase 1, P_{ult} = Carga aplicada en el voladizo. Fase 2, 2 x P_{ult} = Cargas aplicadas en el vano.

(3) Ensayo de tipología diferente. Para una carga P=245 kN, el extremo del voladizo del alma no cargada se apoya generando una reacción (R5).

(4) Valor del cortante y del rasante de la cara A aproximado a un límite superior. A pesar de estar la conexión de la cara B deteriorada conserva cierta rigidez, siendo los valores reales del cortante y rasante de la cara A algo menores.

4.7.2 TIPOS DE FALLOS

4.7.2.1 Flexión negativa – Fase 1

VMX-1-F1-A

- Sección de doble acción mixta y compacta a flexión negativa (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión en el alma donde se aplica la carga excéntrica (cara A).
- El alma y la conexión de la cara B están ya en colapso debido al ensayo VMX-1-F1-B.
- $P_{ult} = 331 \text{ kN}$
- $M_{ult} = -818 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 99 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = P_{ult} = 331 \text{ kN}$ (aprox. a un límite superior)
- $V_{wb,Rd} = 253 \text{ kN}$
- $Sd_{A,ult} = 549 \text{ kN/m}$ (aprox. a un límite superior)

Figura 4- 10. Alma de la cara A al finalizar el ensayo VMX-1-F1-A. Rotura de la conexión

VMX-1-F1-B

- Sección de doble acción mixta y compacta a flexión negativa (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión en el alma donde se aplica la carga excéntrica (cara B).
- $P_{ult} = 456 \text{ kN}$
- $M_{ult} = -1128 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 137 \text{ kN}$
- $V_{B,ult} = V_{B,V} + V_{B,T} = 228 + 114 = 342 \text{ kN}$
- $V_{B,T} / V_{B,ult} = 1/3$
- $V_{wb,Rd} = 253 \text{ kN}$
- $Sd_{B,ult} = 568 \text{ kN/m}$

Figura 4- 11. Alma de la cara B al finalizar el ensayo VMX-1-F1-B. Rotura de la conexión

VMX-2-F1-A

- Sección de almas clase 3 y chapa de fondo clase 4.
- El fallo se produce por rotura de la conexión en el alma donde se aplica la carga excéntrica (cara A).
- El alma y la conexión de la cara B están ya en colapso debido al ensayo VMX-2-F1-B.
- Para $P = P_5 = 245 \text{ kN}$ se apoya el extremo del voladizo del alma no cargada, cuya reacción es R_5B . La torsión predomina frente a la flexión.
- $P_{ult} = 460 \text{ kN} \rightarrow R_5B_{ult} = 170 \text{ kN}$
- $M_{ult} = -718 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 189 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = P_{ult} - R_5B_{ult} = 290 \text{ kN}$ (aprox. a un límite superior)
- $V_{wb,Rd} = 253 \text{ kN}$
- $Sd_{A,ult} = 767 \text{ kN/m}$ (aprox. a un límite superior)

Figura 4- 12. Conexión de la cara A al finalizar el ensayo VMX-2-F1-A. Rotura de la conexión

VMX-2-F1-B

- Sección de almas clase 3 y chapa de fondo clase 4.
- El fallo por abolladura local del alma (cara B) bajo la carga aplicada al no estar debidamente rigidizada.
- Para $P = P_5 = 245 \text{ kN}$ se apoya el extremo del voladizo del alma no cargada, cuya reacción es R_5A . La torsión predomina frente a la flexión.
- $P_{ult} = 473 \text{ kN} \rightarrow R_5A_{ult} = 180 \text{ kN}$
- $M_{ult} = -724 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 196 \text{ kN}$
- $V_{B,ult} = V_{B,V} + V_{B,T} = 147 + 162 = 309 \text{ kN}$
- $V_{B,T} / V_{B,ult} = 0.52$
- $V_{wb,Rd} = 253 \text{ kN}$
- $Sd_{B,ult} = 516 \text{ kN/m}$

Figura 4- 13. Alma de la cara B al finalizar el ensayo VMX-2-F1-B. Abolladura local del alma bajo la carga

VMX-3-F1-B

- Sección de almas clase 4 y chapa de fondo clase 4.
- El fallo se produce por abolladura de la chapa de fondo, induciendo posteriormente la abolladura de las almas.
- $P_{ult} = 304 \text{ kN}$
- $M_{ult} = -753 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 91 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = V_{A,V} + V_{A,T} = 152 + 76 = 228 \text{ kN}$
- $V_{A,T} / V_{A,ult} = 1/3$
- $V_{wb,Rd} = 324 \text{ kN}$
- $S_{d,B,ult} = 363 \text{ kN/m}$

Figura 4- 14. Zona del apoyo al finalizar el ensayo VMX-3-F1-B. Abolladura del fondo y almas del cajón metálico

VMX-4-F1-B

- Sección de almas clase 3 y chapa de fondo clase 4.
- El fallo se produce por abolladura de la chapa de fondo, induciendo posteriormente la abolladura de las almas.
- $P_{ult} = 442 \text{ kN}$
- $M_{ult} = -1093 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 132 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = V_{A,V} + V_{A,T} = 221 + 110 = 331 \text{ kN}$
- $V_{A,T} / V_{A,ult} = 1/3$
- $V_{wb,Rd} = 465 \text{ kN}$
- $S_{d,B,ult} = 533 \text{ kN/m}$

Figura 4- 15. Zona del apoyo al finalizar el ensayo VMX-4-F1-B. Abolladura del fondo y almas del cajón metálico

4.7.2.2 Flexión positiva – Fase 2

VMX-1-F2-A

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión en el alma donde se aplica la carga excéntrica (cara A).
- La conexión de la cara B está ya en colapso debido al ensayo VMX-1-F2-B.
- $P_{ult} = 356 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 880 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 107 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = P_{ult} = 356 \text{ kN}$ (aprox. a un límite superior)
- $V_{wb,Rd} = 253 \text{ kN}$
- $Sd_{A,ult} = 693 \text{ kN/m}$ (aprox. a un límite superior)

Figura 4- 16. Alma de la cara A al finalizar el ensayo VMX-1-F2-A. Rotura de la conexión

VMX-1-F2-B

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión en el alma donde se aplica la carga excéntrica (cara B).
- $P_{ult} = 427 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 1057 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 128 \text{ kN}$
- $V_{B,ult} = V_{B,V} + V_{B,T} = 214 + 106 = 320 \text{ kN}$
- $V_{B,T} / V_{B,ult} = 1/3$
- $V_{wb,Rd} = 253 \text{ kN}$
- $Sd_{B,ult} = 624 \text{ kN/m}$

Figura 4- 17. Alma de la cara B al finalizar el ensayo VMX-1-F2-B. Rotura de la conexión

VMX-2-F2-B1

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- Ensayo suspendido debido a una ligera abolladura local del alma (cara B) en la sección de apoyo, debido a la fractura de una de las células de carga.
- $P_{ult} = 347 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 860 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 104 \text{ kN}$
- $V_{B,ult} = V_{B,V} + V_{B,T} = 174 + 87 = 261 \text{ kN}$
- $V_{B,T} / V_{B,ult} = 1/3$
- $V_{wb,Rd} = 206 \text{ kN}$
- $Sd_{B,ult} = 503 \text{ kN/m}$

Figura 4- 18. Alma de la cara B al finalizar el ensayo VMX-2-F2-B1. Ligera abolladura local

VMX-2-F2-A2

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión y abolladura del alma donde se aplica la carga excéntrica (cara A).
- El alma y la conexión de la cara B están ya en colapso debido a los ensayos VMX-2-F2-B1 y VMX-2-F2-B2.
- $P_{ult} = 377 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 933 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 113 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = P_{ult} = 377 \text{ kN}$ (aprox. a un límite superior)
- $V_{wb,Rd} = 206 \text{ kN}$
- $Sd_{A,ult} = 727 \text{ kN/m}$ (aprox. a un límite superior)

Figura 4- 19. Alma de la cara A al finalizar el ensayo VMX-2-F2-A2. Abolladura del alma y rotura de la conexión

VMX-2-F2-B2

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión y abolladura del alma donde se aplica la carga excéntrica (cara B).
- El alma de la cara B está previamente deteriorada debido al ensayo VMX-2-F2-B2.
- $P_{ult} = 343 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 850 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 103 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = V_{A,V} + V_{A,T} = 172 + 85 = 257 \text{ kN}$
- $V_{A,T} / V_{A,ult} = 1/3$
- $V_{wb,Rd} = 206 \text{ kN}$
- $S_{d,B,ult} = 497 \text{ kN/m}$

Figura 4- 20. Alma de la cara B al finalizar el ensayo VMX-2-F2-B2. Abolladura del alma y rotura de la conexión

VMX-3-F2-A

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión y abolladura del alma donde se aplica la carga excéntrica (cara A).
- El alma y la conexión de la cara B están ya en colapso debido al ensayo VMX-3-F2-B.
- $P_{ult} = 337 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 835 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 101 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = P_{ult} = 337 \text{ kN}$ (aprox. a un límite superior)
- $V_{wb,Rd} = 206 \text{ kN}$
- $S_{d,A,ult} = 534 \text{ kN/m}$ (aprox. a un límite superior)

Figura 4- 21. Alma de la cara A al finalizar el ensayo VMX-3-F2-A. Abolladura del alma y rotura de la conexión

VMX-3-F2-B

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión y abolladura del alma donde se aplica la carga excéntrica (cara B).
- $P_{ult} = 476 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 1177 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 143 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = V_{A,V} + V_{A,T} = 238 + 119 = 357 \text{ kN}$
- $V_{A,T} / V_{A,ult} = 1/3$
- $V_{wb,Rd} = 206 \text{ kN}$
- $Sd_{B,ult} = 564 \text{ kN/m}$

Figura 4- 22. Alma de la cara B al finalizar el ensayo VMX-3-F2-B. Abolladura del alma y rotura de la conexión

VMX-4-F2-A

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión y abolladura del alma donde se aplica la carga excéntrica (cara A).
- El alma y la conexión de la cara B están ya en colapso debido al ensayo VMX-4-F2-B.
- $P_{ult} = 361 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 893 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 108 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = P_{ult} = 361 \text{ kN}$ (aprox. a un límite superior)
- $V_{wb,Rd} = 206 \text{ kN}$
- $Sd_{A,ult} = 721 \text{ kN/m}$ (aprox. a un límite superior)

Figura 4- 23. Alma de la cara A al finalizar el ensayo VMX-4-F2-A. Abolladura del alma y rotura de la conexión

VMX-4-F2-B

- Sección compacta a flexión positiva (clase 1).
- El fallo se produce por rotura de la conexión y abolladura del alma donde se aplica la carga excéntrica (cara B).
- $P_{ult} = 431 \text{ kN}$
- $M_{ult} = 1068 \text{ kN}$
- $T_{ult} = 129 \text{ kN}$
- $V_{A,ult} = V_{A,V} + V_{A,T} = 216 + 108 = 324 \text{ kN}$
- $V_{A,T} / V_{A,ult} = 1/3$
- $V_{wb,Rd} = 206 \text{ kN}$
- $Sd_{B,ult} = 647 \text{ kN/m}$

Figura 4- 24. Alma de la cara B al finalizar el ensayo VMX-4-F2-B. Abolladura del alma y rotura de la conexión

4.7.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES A FLEXIÓN NEGATIVA – FASE 1

4.7.3.1 Imperfecciones iniciales de chapas

Las imperfecciones iniciales, al igual que las tensiones residuales, influyen en la inestabilidad de chapas (ver *capítulo 2.1*). Si la predeformación coincide en forma con el modo principal de pandeo, se produce una reducción de la tensión crítica de abolladura. Igualmente, otras configuraciones de las imperfecciones iniciales podrían reducir, en un menor grado, la tensión crítica, llegando incluso a producirse la abolladura con un modo distinto al modo principal.

El Eurocódigo 3 en sus formulaciones para determinar la reducción de chapa acorde con la teoría del ancho efectivo, considera un valor de las imperfecciones iniciales $w_0/b = 1/250$, siendo w_0 la máxima imperfección inicial y b el ancho del panel en donde actúan las tensiones normales de compresión.

En las *Figura 4- 25*, *Figura 4- 26* y *Figura 4- 27*, se representan las imperfecciones iniciales de los paneles propensos a abolladura del fondo del cajón y de las almas de las caras A y B respectivamente. Adicionalmente las figuras indican el cociente entre el valor máximo de las imperfecciones iniciales y el ancho del subpanel b' , comprendido entre rigidizadores. En el caso de no existir rigidizadores $b'=b$, siendo b el ancho total del panel. En el *Anexo II* y el *Anexo III* se proporciona información adicional sobre las imperfecciones iniciales experimentales.

El cociente de las deformaciones iniciales máximas y el ancho del subpanel w_0/b' varía entre un mínimo de $1/290$ y un máximo de $1/65$, siendo el valor de referencia $1/250$, el cual es adoptado en las formulaciones del Eurocódigo para el cálculo de las áreas eficaces debido al efecto de la

abolladura. Como se indicó en el capítulo 2, estas formulaciones están basadas en la propuesta simplificada de Winter (Winter, Strength of thin steel compression flanges, 1946).

No obstante, a pesar que las imperfecciones iniciales máximas son en la mayoría de los casos superiores a la considerada en los modelos teóricos (ver Figura 4- 25Figura 4- 26Figura 4- 27), ello no implica que éstas induzcan prematuramente la abolladura respecto a las estimadas teóricamente, debido a que no necesariamente estas imperfecciones máximas coinciden con la posición más desfavorable. El hecho de que en este caso se tengan deformaciones iniciales tan importantes se explica por la escala de las vigas y el escaso espesor de las chapas).

Figura 4- 25. Imperfecciones iniciales de los paneles de fondo en la zona del voladizo junto al apoyo

Figura 4- 26. Imperfecciones iniciales de los paneles del alma (cara A) en la zona del voladizo junto al apoyo

Figura 4- 27. Imperfecciones iniciales de los paneles del alma (cara B) en la zona del voladizo junto al apoyo

4.7.3.2 Arrastre por cortante en losa de hormigón y chapa de fondo

Losa de hormigón

Las deformaciones experimentales en la cara superior en la losa de hormigón, que se recogen en el Anexo II y III, no dan información clara relativa al efecto del arrastre por cortante en zona de negativos, debido a que estas deformaciones están afectadas por la fisuración del hormigón.

Chapa de fondo

La Figura 4- 28 muestra las deformaciones en la chapa de fondo en la zona de negativos a 40 cm del apoyo de las vigas mixtas para los distintos niveles de carga. En ella se puede apreciar una distribución con pequeñas diferencias pudiéndose considerar uniforme a lo ancho del cajón, dejando en evidencia la ausencia del efecto del arrastre por cortante para el tipo de cargas aplicadas y la configuración geométrica dispuesta en los ensayos. Sin embargo, estos resultados son favorables respecto de los estimados teóricamente en ELS (ver 4.3.4) según el Eurocódigo 3 parte 1-5 (EN 1993-1-5, 2006). Esta diferencia es debida a que el Eurocódigo propone una distribución general para los anchos eficaces pudiendo ser en algunos casos conservador.

Figura 4- 28. Deformaciones de la chapa de fondo en zona de negativos para las distintas vigas

4.7.3.3 Conexión – Deslizamiento

Los diagramas de la *Figura 4- 29* muestran las mediciones obtenidas del deslizamiento entre la losa de hormigón y una de las almas del cajón metálico s_w , así como, la abertura vertical $W_{w,s}$ de la conexión. Estos resultados se presentan para las vigas mixtas VMX-1 y VMX-4 en distintas secciones del voladizo.

La abertura vertical $W_{w,s}$ y el deslizamiento s_w están representados en función del esfuerzo cortante sobre el alma donde se aplica la carga V_w y, adicionalmente, el deslizamiento también se muestra en función del rasante sobre el alma cargada Sd_w .

El cortante en cada alma, derivado de los esfuerzos de torsión y cortante, es constante en todo el tramo del voladizo (ver *Figura 4- 8*), y, en consecuencia, el rasante tiene igualmente una distribución uniforme. El deslizamiento a lo largo de la conexión, además, de estar ligado al esfuerzo rasante y la rigidez de la conexión, depende de las condiciones de contorno, tales como, la simetría, la zonas de aplicación de cargas puntuales, la fisuración de la losa de hormigón, la plastificación de los materiales o la influencia de la abertura vertical $W_{w,s}$ de la conexión. En los resultados experimentales, se pudo observar que bajo las cargas puntuales la conexión encuentra resistencia al deslizamiento siendo éste despreciable.

Los diagramas rasante-deslizamiento (Sd_w-s_w) de la *Figura 4- 29* indican que la resistencia de la conexión es aproximadamente de 550 kN/m. En los diagramas correspondientes al ensayo de la viga mixta VMX-4 (VMX-4-F1-B), las curvas del deslizamiento tienen una caída súbita para un valor inferior del rasante de 550 kN/m. Esto se debe a que la rotura, en este caso, se produce por abolladura del fondo del cajón, el cual a su vez induce la abolladura de las almas (ver apartado 4.7.2, tipos de fallos).

En el caso del ensayo VMX-1-F1-A (*Figura 4- 29a*), el esfuerzo cortante sobre el alma cargada es aproximadamente igual, en un límite superior, al cortante total en la sección e igual a la carga aplicada P . Esta aproximación se apoya, en que la conexión de la otra alma (cara B) está ya rota debido al ensayo previo VMX-1-F1-B y a que la carga está aplicada justo sobre el plano del alma. Asimismo, a pesar de contar la conexión rota con cierto grado de rigidez, el mecanismo de respuesta frente a la torsión ya no corresponde en su totalidad a la de secciones cerradas (torsión uniforme).

Los diagramas muestran cómo la conexión del tramo del voladizo presenta un deslizamiento y una abertura vertical máxima en una sección próxima a la sección media del voladizo. Esto es debido a que, en el extremo del voladizo el deslizamiento está coaccionado por la compresión vertical que ejerce la carga aplicada sobre la conexión evitando que la conexión deslice libremente en el extremo.

A pesar de que las gráficas muestren una rama horizontal, ésta no se asocia a una rotura dúctil de la conexión. La conexión presentó una rotura frágil al producirse la rotura del hormigón que está en interacción, desencadenando el fallo progresivo a lo largo de toda la conexión (ver *Figura 4- 30*). Asimismo, cabe señalar que antes de la rotura la conexión presenta un deslizamiento máximo inferior a 0.70 mm, el cual es suficiente para provocar una pérdida apreciable de la rigidez de la sección, tal y como se puede ver en los diagramas Momento-Curvatura (apartado 4.7.3.5).

Fig. A3.10-1(a): Deslizamiento s_A VMX-1-F1-A Fig. A3.10-1(b): Deslizamiento s_A VMX-1-F1-A

Fig. A3.10-1(c): Abertura vertical $W_{A,s}$ VMX-1-F1-A

(a)

Fig. A3.10-2(a): Deslizamiento s_B VMX-1-F1-B Fig. A3.10-2(b): Deslizamiento s_B VMX-1-F1-B

Fig. A3.10-2(c): Abertura vertical $W_{B,s}$ VMX-1-F1-B

(b)

(c)

Figura 4- 29. Deslizamiento y abertura vertical de la conexión en los ensayos a flexión negativa

Figura 4- 30. Rotura de la conexión en el ensayo a flexión negativa

4.7.3.4 Distribución de curvaturas

La *Figura 4- 31* muestra la distribución de las curvaturas a lo largo del voladizo para las vigas mixtas en los ensayos con la carga aplicada sobre el alma de la cara B (primer ensayo). El eje horizontal indica la posición a lo largo de la viga (en metros), donde la posición del apoyo del voladizo se encuentra para un valor de $x = 6600$ mm y el extremo libre para $x = 9075$ mm. En el eje vertical se representan las curvaturas χ de cada alma, con valores positivos para la cara A y negativos para la cara B.

Como es de esperar, las distribuciones de las curvaturas son semejantes a la ley de momentos flectores. Sin embargo, a pesar de contar con diafragmas completamente rígidos, se puede apreciar una pequeña distorsión en las vigas siendo la distribución de curvaturas más acentuada en el alma donde se aplica la carga. En presencia de torsión, la distorsión es parte de uno de los mecanismos resistentes, siendo en este caso, su desarrollo permitido al no ser la conexión completamente rígida.

Figura 4- 31. Distribución de curvaturas en los ensayos a flexión negativa

4.7.3.5 Diagramas $M - \chi$ y $M - V_w$

Desde la *Figura 4- 32* hasta la *Figura 4- 35* se representan los diagramas de Momento-Curvatura $M - \chi$ y Momento-Cortante $M - V_w$, experimentales y teóricos, de las vigas mixtas correspondientes a los ensayos en flexión negativa.

Los diagramas teóricos de las secciones mixtas se obtienen con los criterios de cálculo del Eurocódigo (EC), considerando las ecuaciones constitutivas de los materiales expuestos en el apartado 4.3.2, así como las áreas efectivas de las secciones (ELU) debido a los efectos en la

flexibilidad por el arrastre por cortante y de la reducción de resistencia producida por la inestabilidad en chapas comprimidas. Los factores de reducción del ancho de las chapas considerados en los cálculos se encuentran recogidos en la *Tabla 4- 4*.

Las curvas teóricas se obtienen con el programa informático *PIEM*, considerando la no linealidad de los materiales y la compatibilidad de las deformaciones sin deslizamiento en la interfaz entre hormigón y acero. El hecho de considerar para las chapas esbeltas comprimidas, tanto en servicio como en ELU, las áreas eficaces correspondientes al Estado Límite Último, las cuales suelen tener una mayor reducción que en servicio, conlleva que los diagramas de $M-\chi$ en la rama elástica (ELS) pueda ser más flexible.

Los diagramas experimentales expuestos corresponden a los ensayos de la fase 1, donde la carga del extremo del voladizo se aplica sobre el alma de la cara B. Los diagramas de cada una de las vigas se representan en una figura independientemente.

Las figuras con los resultados experimentales se componen de 5 diagramas, de los cuales, dos corresponden a los diagramas de Momento-Curvatura $M-\chi$ y los tres restantes a los diagramas de interacción Momento-Cortante $M-V_w$. Se describe a continuación el contenido de cada diagrama.

Diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$

- En cada figura se representan dos diagramas pertenecientes a dos secciones del voladizo, una para la sección del apoyo ($x = 6600$ mm) y otra, para la sección a 400 mm del apoyo ($x = 7000$ mm). Esta última sección es de interés, debido a que se disponen para algunas de las vigas, de los diagramas experimentales obtenidos a partir de *galgas extensométricas*, las cuales aportan datos continuos para todos los niveles de carga.
- En ordenadas se representa las curvaturas χ y en abscisas los momentos M relativos a la sección de estudio.
- La curva teórica obtenida a partir del Eurocódigo (EC) se representa con trazo continuo.
- Las curvas experimentales obtenidas para cada alma (cara A y B) a partir de *extensómetros mecánicos*, se representan para cada alma con trazo discontinuo. Debido a que las medidas se obtienen mediante *extensómetro mecánico*, no es posible tener una lectura continua ni tampoco – por razones de seguridad – datos para estados avanzados de carga. Por tanto, estos resultados experimentales se representan de forma escalonada (+) hasta un valor que es inferior al máximo alcanzado o resistido por la viga.
- Las curvas experimentales obtenidas a partir de *galgas extensométricas (Strain Gauges)* se representan para las secciones de $x = 7000$ mm y las vigas mixtas VMX-2 y VMX-3.
- El momento último M_{ult} alcanzado por la viga (momento en la sección de apoyo $x = 6600$ mm) se indica por un trazo discontinuo y horizontal. Este momento último M_{ult} es el momento concomitante en interacción con el cortante y la torsión que produce la rotura de la viga, no siendo necesariamente el momento máximo que puede resistir la sección.

Diagramas de interacción Momento-Cortante $M-V_w$

- En cada figura se representan tres diagramas pertenecientes a tres secciones en el voladizo: sección en el apoyo ($x = 6600$ mm), sección en el medio del voladizo ($x = 7838$ mm) y sección en el extremo del voladizo ($x = 9075$ mm).
- En ordenadas se representa el momento flector M y en abscisas el cortante V_w de una de las almas relativos a la sección de estudio.
- La curva teórica de interacción obtenida a partir del Eurocódigo (EC) se representa con trazo continuo.
- Los valores experimentales de la pareja de esfuerzos concomitantes momento M y cortante de cada una de las almas V_w , se representan mediante símbolos para cada alma.

Figura 4- 32. Diagramas de Momento-Curvatura $M-\chi$ y Momento-Cortante $M-V_w$ de la viga mixta VMX-1 en el ensayo a flexión negativa

La *Figura 4- 32* muestra los diagramas Momento-Curvatura y Momento-Cortante de la viga mixta VMX-1 correspondientes a los ensayos a flexión negativa (Fase 1). La sección transversal de la viga VMX-1 es de doble acción mixta y con clasificación de sección clase 1.

Se puede apreciar en los diagramas de interacción $M-V_w$ que, para toda la zona del voladizo, la capacidad resistente de la sección en los ensayos está condicionada por la resistencia a cortante de las almas, pudiéndose ver en los 3 diagramas cómo el alma más cargada bajo la interacción del cortante y la torsión (cara B), intercepta el límite de resistencia teórico del alma en concomitancia para todos los valores del momento del voladizo. Asimismo, se observa en los diagramas del momento-curvatura $M-\chi$, que el momento último M_{ult} es inferior al momento resistente (5% menor) de la sección sin interacción con otros esfuerzos.

A pesar de que los diagramas teóricos indican que la resistencia de la viga mixta VMX-1 está condicionada por la resistencia a cortante de las almas, el fallo de la viga en el ensayo fue producido por la rotura de la conexión y para un cortante en el alma más cargada (cara B) un 35% mayor al cortante teórico resistido por una de las almas $V_{wb,Rd}$.

En general, la capacidad resistente frente al esfuerzo cortante suele estar subestimada en las estimaciones teóricas, debido a que se omite la contribución de la losa de hormigón en la resistencia, además de que en la práctica las resistencias medias de los materiales pueden ser algo mayores, así como el espesor medio de las chapas suministradas por los fabricantes. Igualmente, eliminando estos dos últimos factores que están sujetos a una condición estadística, otros modelos físicos y estudios (Darehshouri, Shanmugam, & Osman, 2012) (Marí, Cladera, Bairán, Oller, & Ribas, 2014) (Ribas & Cladera, 2013) indican que la contribución de la losa de hormigón puede ser lo suficientemente significativa en algunos casos como para considerarla en el cálculo de la resistencia.

En este caso en particular, sabiendo que la sobre-resistencia es de un 35% respecto de las estimaciones teóricas, además de producirse el fallo por la rotura de la conexión, no se tienen los datos suficientes para determinar la influencia de la losa de hormigón en este incremento. Se puede observar en las imágenes de la *Figura 4- 11* la rotura de la conexión y cómo el cortante último alcanzado en el alma $V_{w,ult}$ no produce un estado post-crítico del alma.

En consecuencia, la conexión para el estado de interacción de esfuerzos (Flexión-Cortante-Torsión) dado en este ensayo, se puede definir como *conexión parcial*, puesto que no permite el desarrollo de la capacidad última en la sección más solicitada.

Adicionalmente, en los diagramas $M-\chi$ se observa cómo la rigidez de la conexión tiene un efecto en la flexibilidad de viga, siendo los diagramas experimentales menos rígidos respecto a los teóricos, los cuales, son obtenidos sin considerar deslizamiento en la interfaz de la conexión. Si bien, en general la flexibilidad de la conexión no produce una disminución significativa en la resistencia última a momento flector, en servicio, este efecto sí puede ser relevante (Nie & C. S., 2003), principalmente en la estimación de las flechas.

Por último, cabe destacar la presencia de distorsión en las vigas de sección cajón a partir de los resultados experimentales, que, a pesar de no ser significativa, se hace evidente en los

diagramas $M-\chi$ al existir una diferencia de las curvaturas entre las dos almas para el mismo nivel de momento.

Los diagramas de la *Figura 4- 33* corresponden al ensayo de la viga mixta VMX-2, cuya clasificación según el Eurocódigo es de clase 4 a flexión negativa (almas clase 3 y chapa de fondo clase 4), lo cual implica para los cálculos teóricos, limitar la deformación del acero comprimido a la deformación de plastificación ε_y y una reducción del área bruta de la chapa de fondo (*Tabla 4- 4*). Esta es la razón de que la curva teórica del momento-curvatura $M-\chi$ representada en los diagramas no tengan rama plástica.

Figura 4- 33. Diagramas $M-\chi$ y $M-V_w$ de la viga mixta VMX-2 en el ensayo a flexión negativa

Los ensayos de la viga mixta VMX-2 a flexión negativa tienen una configuración distinta al resto de los ensayos al apoyarse el alma no cargada en su borde libre (extremo del voladizo), cuando la carga P , aplicada en el extremo del voladizo sobre la otra alma (*Figura 4- 5b*), alcanza un valor de $P_5 = 245$ kN (momento negativo en el apoyo del voladizo $M_5 = 2.475 P_5 = 606$ kNm). A partir de este valor de carga P_5 , se produce un *par* que incrementa el momento torsor, haciendo que los esfuerzos cortantes predominen frente al momento flector en todo el tramo del voladizo.

En consecuencia, como se aprecia en los diagramas de la *Figura 4- 33*, las curvas experimentales presentan un cambio de tendencia al modificar la configuración del ensayo. En este caso, el momento flector alcanza un valor máximo de $M_{ult} = -724$ kNm (5% inferior respecto a M_{Rd}), y en los diagramas $M-V_w$, se puede apreciar cómo predomina el cortante al disminuir la excentricidad M/V_w condicionando la capacidad resistente de la sección por el agotamiento a cortante del alma en todo el tramo del voladizo.

El fallo de la viga en este ensayo VMX-2-F1-B, se produjo por abolladura local del alma bajo la carga aplicada ($x = 9075$ mm) y para un cortante un 22% mayor al estimado teóricamente. Como se puede ver en las imágenes de la *Figura 4- 13*, el alma no dispone de rigidizadores bajo la carga concentrada, condicionando la capacidad a cortante de ésta. En el ensayo homólogo VMX-2-F1-A, donde la carga se aplica sobre el alma de la cara A al concluirse el ensayo VMX-2-F1-B, el alma es rigidizada en el alma bajo la carga, produciéndose en este caso la rotura por la conexión antes que por agotamiento del alma (ver imágenes de la *Figura 4- 12*).

Los resultados experimentales del ensayo VMX-2-F1-B ponen de manifiesto, al igual que el ensayo VMX-1-F1-B, una sobre-resistencia de la capacidad a cortante del alma, a pesar de no estar ésta adecuadamente rigidizada bajo la carga concentrada en el ensayo de la viga mixta VMX-2.

Los resultados experimentales de la viga VMX-3 (almas clase 3 y ala inferior clase 4 a momento negativo) se muestran en los diagramas de la *Figura 4- 34*. El modo de fallo se puede observar en las fotos de la viga expuestas en la *Figura 4- 14*. Estas fotos evidencian que la rotura se produjo por abolladura de la chapa de fondo comprimida, alcanzado un momento último M_{ult} similar al estimado teóricamente (M_{ult} es un 3% mayor que M_{Rd}). En el diagrama de interacción $M-V_w$ de la sección en el apoyo ($x = 6600$ mm) se observa que la progresión de la recta experimental del alma más solicitada (cara B), intercepta al diagrama teórico en el límite de la zona, donde la capacidad de la sección es condicionada por la resistencia a momento flector.

En el ensayo a flexión negativa para la viga VMX-3 en interacción con el cortante y torsión, al no ser el esfuerzo cortante condicionante en la capacidad resistente de la sección, la estimación del momento teórico resistente M_{Rd} , que es igual al momento elástico M_{EL} de la sección reducida, se ajusta bien a los obtenidos experimentalmente.

Sin embargo, el diagrama momento-curvatura $M-\chi$ obtenido experimentalmente (*Figura 4- 34*) para la sección del apoyo, es menos rígido que el teórico, siendo este efecto atribuido a la conexión. En los diagramas de rasante-deslizamiento expuestos en el apartado 4.7.3.3, se puede observar el incremento de los deslizamientos a medida que aumenta la carga hasta alcanzar valores máximos de 0.70 mm aprox. justo antes de la rotura, siendo suficiente para provocar una pérdida apreciable de la rigidez de las vigas.

Figura 4- 34. Diagramas $M-\chi$ y $M-V_w$ de la viga mixta VMX-3 en el ensayo a flexión negativa

Algo similar ocurre en los ensayos de la viga mixta VMX-4, donde el fallo se produce igualmente por abolladura del ala inferior (ver imágenes de la Figura 4- 15 y diagramas de la Figura 4- 35). A diferencia de la viga VMX-3, ésta consigue desarrollar un momento último M_{ult} mayor al momento teórico resistente M_{Rd} (56% mayor). La viga mixta VMX-4, acorde al Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1, 2005), es clasificada inicialmente como sección de clase 3 (Tabla 4- 3) al considerar la chapa del ala inferior como subpaneles apoyados entre almas y rigidizadores. Sin embargo, al tener en cuenta la flexibilidad de los rigidizadores en el estudio de abolladura de chapas esbeltas comprimidas y rigidizadas recogidas en la parte 1-5 del Eurocódigo 3 (EN 1993-1-5, 2006), la sección pasa a ser clasificada como sección clase 4, siendo necesario reducir el área bruta del panel rigidizado de acuerdo con la teoría del ancho eficaz, además de limitar su deformación a la deformación de plastificación ϵ_y .

Figura 4- 35. Diagramas M- χ y M- V_w de la viga mixta VMX-4 en el ensayo a flexión negativa

En consecuencia, el diagrama momento-curvatura teórico de la viga VMX-4 (Figura 4- 35) presenta solo una rama elástica al igual que los diagramas de las vigas VMX-2 y VMX-3, siendo en este caso bastante inferior al momento máximo resistido por la viga en la sección de apoyo ($x = 6600$ mm). Por tanto, los resultados experimentales ponen de manifiesto que el panel del ala inferior rigidizado, considerado como sección clase 4, no solo es capaz de alcanzar el momento elástico M_{EL} ($M_{ult} / M_{EL} = 1.43$), sino que además, consigue un cierto grado de plastificación acercándose al momento plástico $M_{pl,Rd}$ ($M_{ult} / M_{pl,Rd} = 0.93$) de la sección compacta. Los momentos elástico y plástico para la sección compacta (clase 1) son $M_{EL} = -767$ kNm y $M_{pl,Rd} = -1173$ kNm respectivamente.

El efecto de flexibilidad en las vigas derivado de la rigidez de la conexión, además de ser evidente en todos los diagramas experimentales momento-curvatura $M-\chi$, es responsable de la distorsión que se observa en los ensayos. Este hecho se debe a que, en una conexión flexible, la diferencia de deformación en la interfaz de la conexión (*slip*) es mayor en un alma, a causa de la interacción del momento torsor con el cortante que produce un rasante mayor en una de las almas. Esta diferencia de deformación de la conexión entre almas tiene como consecuencia la presencia de distorsión en el cajón y que, a pesar de ser considerado rígido frente a este mecanismo resistente (Pascual Santos, 2004), depende de la rigidez de la conexión.

En los resultados experimentales expuestos en los Anexos II y III, se puede observar que en zonas donde el deslizamiento (*slip*) es despreciable, la flexibilidad de los diagramas experimentales momento-curvatura $M-\chi$ y el efecto de la distorsión (valores de la curvatura diferentes en ambas almas) no son apreciables. Cabe decir que la distribución del deslizamiento a lo largo del elemento, además de depender de la distribución del esfuerzo rasante, depende de las condiciones de contorno (en estos ensayos, al estar las cargas aplicadas directamente sobre el alma, las zonas bajo las cargas presentan deslizamiento nulo $S = 0$).

4.7.3.6 Comparación entre las vigas

La comparación de los resultados de las cuatro vigas mixtas en los ensayos a flexión negativa (fase 1) se realizan a partir de los diagramas momento-curvatura $M-\chi$ y de los diagramas de interacción $M-V_w$, que se muestran en las *Figura 4-36* y *Figura 4-37* respectivamente. En ellos, las curvas teóricas se representan por trazos continuos y los experimentales por trazos discontinuos, siendo la información, contenido y notación similares a los diagramas representados en el apartado anterior (4.7.3.5).

Figura 4-36. Diagrama Momento-Curvatura $M-\chi$ de las vigas en el ensayo a flexión negativa

Las curvas momento-curvatura experimentales de la *Figura 4- 36* corresponden a la media de las curvaturas de las dos almas, representándose solo una curva para cada viga. Como se comentó en el apartado anterior, estas curvas no cuentan con el último tramo al interrumpirse la medida manual antes de la rotura por razones de seguridad, estando el momento último experimental M_{ult} de las vigas en la sección del apoyo del voladizo, indicado por un trazo horizontal discontinuo.

Tabla 4- 8. Relación entre los esfuerzos últimos y las capacidades resistentes en los ensayos de la fase 1

Viga	Flexión negativa					
	$V_{b,Rd}$	$V_{w,ult}$	$V_{w,ult} / V_{b,Rd}$	M_{Rd}	M_{ult}	M_{ult} / M_{Rd}
	[kN]	[kN]	[%]	[kNm]	[kNm]	[%]
VMX-1	253	342	135%	-1187	-1128	95%
VMX-2	253	309	122%	-764	-724	95%
VMX-3	324	228	70%	-731	-753	103%
VMX-4	464	331	71%	-701	-1093	156%

En la *Figura 4- 37* se muestran los diagramas de interacción flector- cortante para una de las almas, los cuales al considerar la pareja de esfuerzos solicitantes y concomitantes del momento y cortante del alma más solicitada (cortante + torsión), incluye de forma directa la interacción de la torsión en las almas. Sin embargo, estos diagramas no tienen en cuenta la interacción del momento flector con el cortante en las almas producido por la torsión, donde la resistencia a la flexión se vería afectada.

Respecto a las curvas teóricas mostradas en la *Figura 4- 36*, el momento-curvatura VMX-1-EC de la sección de la viga mixta VMX-1 (doble acción mixta) es la única que exhibe rama plástica (sección de clase 1). El resto de curvas están condicionadas por la abolladura de chapas, contando únicamente con un tramo elástico cuyo momento máximo corresponde con el momento elástico de la sección eficaz $M_{EL,eff} = M_{Rd}$, siendo, aproximadamente, el momento máximo teórico de la viga mixta VMX-1 un 60% mayor que el resto.

La viga mixta VMX-1 alcanza un momento último mayor que las demás, pero no desarrolla el momento plástico resistente M_{Rd} de la sección al producirse antes el agotamiento de la conexión. La *Tabla 4- 8*, que expone la relación entre los esfuerzos resistentes teóricos de las secciones y los esfuerzos últimos alcanzados en los ensayos, indica que el esfuerzo cortante del alma más cargada es un 35% mayor que la resistencia teórica junto con el momento último concomitante inferior al teórico en un 5%. Para esta viga al igual que para la viga mixta VMX-2, la interacción con el esfuerzo torsor condicionó la capacidad resistente de la sección.

En los diagramas de interacción $M-V_w$ (*Figura 4- 37*), donde las rectas discontinuas indican la progresión de la pareja de esfuerzos concomitantes momento-cortante (incluida la torsión) del alma más solicitada, se aprecia cómo la recta 1 y 2 correspondientes a las vigas VMX-1 VMX-2 respectivamente, interceptan las curvas teóricas de resistencia en los tramos condicionados por la capacidad a cortante. Sin embargo, en ausencia de la torsión, la cual representa el 33% del cortante total en el alma más solicita, no sería el cortante concomitante condicionante en la capacidad resistente de las secciones.

Figura 4- 37. Diagrama Momento-Cortante $M-V_w$ de las vigas en el ensayo a flexión negativa

Las vigas mixtas VMX-3 y VMX-4 son la únicas en alcanzar el momento resistente teórico en interacción con el cortante y la torsión, siendo consistente con los diagramas de interacción (Figura 4- 37), donde las recta 1 para ambas vigas, interceptan las curvas teóricas en los tramos limitados por la capacidad a flexión de la sección. Para el caso de la viga VMX-3, el momento último es un 3% mayor que el momento resistente, mientras que para la viga VMX-4 es un 56% mayor (Tabla 4- 8). Sin embargo, a pesar que tanto el momento resistente M_{Rd} como el momento plástico $M_{pl,Rd}$ (sección considerada clase 1) de la viga VMX-3 ($M_{pl,Rd} = 1286 \text{ kNm}$) son mayores que los correspondientes a los de la viga VMX-4 ($M_{pl,Rd} = 1223 \text{ kNm}$), la viga VMX-3 resiste bastante menos, siendo las estimaciones teóricas, considerando la abolladura en paneles rigidizados según el Eurocódigo, bastante aproximadas, a diferencia del caso de la viga VMX-4, donde la capacidad resistente a flexión negativa de la sección es subestimada en más de un 50%. El Anexo IV expone para la viga VMX-4 el cálculo para considerar la abolladura de chapa en paneles rigidizados según el Eurocódigo 3 parte 1-5, y se puede ver lo complejo que resulta, tanto su aplicación como su correcta interpretación.

El aumento de la flexibilidad de las vigas, debido al deslizamiento de la conexión, está presente en todos los resultados experimentales, siendo la viga mixta VMX-3 la más flexible y la viga mixta VMX-1 la menos flexible.

4.7.4 RESULTADOS EXPERIMENTALES A FLEXIÓN POSITIVA – FASE 2

4.7.4.1 Arrastre por cortante en losa de hormigón y chapa de fondo

Losa de hormigón

Las deformaciones experimentales en la cara superior en la losa de hormigón a flexión positiva se muestran para las zonas próximas al centro de vano en la *Figura 4- 38*. Como era de esperar, presentan una distribución uniforme a lo largo del ancho tanto para un nivel de cargas en servicio como para cargas próximas a la rotura. En los Anexos II y III se pueden observar las distribuciones de deformaciones para otras secciones.

Chapa de fondo

La *Figura 4- 39* muestra las deformaciones en la chapa de fondo en la zona de positivos, y al igual que la distribución de la losa de hormigón, presentan una distribución con pequeñas diferencias pudiéndose considerar uniforme a lo largo del ancho. Por tanto, resulta adecuado considerar las secciones brutas para determinar las capacidades resistentes de las vigas para los estados límites (servicio y último).

Figura 4- 38. Deformaciones de la losa de hormigón en zona de positivos para las distintas vigas

Figura 4- 39. Deformaciones en la chapa de fondo en zona de positivos para las distintas vigas

4.7.4.2 Conexión – Deslizamiento

La Figura 4- 40 muestra la resistencia de la conexión para las vigas VMX-1 y VMX-2 en los ensayos a flexión positiva, siendo éstos, representativos del resto de los ensayos. Al igual que en las figuras del apartado 4.7.3.3 para los ensayos a flexión negativa, se representa el deslizamiento y la abertura vertical de la conexión del alma sobre la que se aplica la carga, para distintas posiciones a lo largo del vano, donde:

- V_w Esfuerzo cortante en el alma donde se aplica la carga
- s_w Deslizamiento de la conexión en el alma donde se aplica la carga
- $W_{w,s}$ Abertura de vertical de la conexión en el alma donde se aplica la carga
- Sd_w Esfuerzo rasante en la conexión del alma donde se aplica la carga

Los fallos producidos en estas dos vigas son debidos a la rotura de la conexión, siendo la forma del diagrama de $Sd_w - s_w$ similares a los obtenidos en los ensayos a flexión negativa.

La resistencia a rasante de la conexión en los ensayos a flexión positiva tiene un valor medio en torno a 600 kN/m, siendo algo mayor que los obtenidos en los ensayos a flexión negativa (10%).

Fig. A3.10-5(a): Deslizamiento s_B VMX-1-F2-B Fig. A3.10-5(b): Deslizamiento s_B VMX-1-F2-B

Fig. A3.10-5(c): Abertura vertical $W_{B,s}$ VMX-1-F2-B

(a)

Fig. A3.10-10(a): Deslizamiento s_B VMX-4-F2-B Fig. A3.10-10(b): Deslizamiento s_B VMX-4-F2-B

Fig. A3.10-10(c): Abertura vertical $W_{B,s}$ VMX-4-F2-B

(b)

Figura 4- 40. Deslizamiento y abertura vertical de la conexión en los ensayos a flexión positiva

En la mayoría de los ensayos realizados, el fallo se produjo por la rotura de la conexión, siendo ésta de conexión parcial al producirse el fallo antes de alcanzar el momento último plástico en la sección más solicitada, a pesar de alcanzar valores de resistencia superiores al esfuerzo rasante correspondiente con el cortante máximo teórico resistido por el alma V_{rd} . La resistencia a cortante teórica de las vigas mixtas, en general, se subestima debido a que no se considera la contribución de la losa de hormigón, siendo ésta significativa en algunos casos.

A nivel de proyecto, es necesario presentar especial atención a este tipo de conexión parcial, en los casos en donde la interacción cortante-torsión es importante.

En cuanto a la rigidez de la conexión, ésta se caracteriza a partir de los deslizamientos obtenidos con los planos de deformación experimentales de los ensayos a flexión positiva. La *Figura 4- 41* muestra el diagrama carga-deslizamiento ($F - s$) de la conexión. El uso de este tipo de conector no es habitual y existe un desconocimiento de su comportamiento en cuanto a rigidez y resistencia, siendo necesario, a diferencia de los conectores de tipo *espiga* (stud) que están bien caracterizados en las distintas normas o literatura estándar, realizar un estudio experimental para determinar su comportamiento.

Figura 4- 41. Curva experimental carga-deslizamiento de la conexión

La curva experimental carga-deslizamiento de la *Figura 4- 41* corresponde a la conexión cuya separación entre conectores es de 100 mm (ver *Figura 4- 3*). La rigidez de la conexión por medio de este tipo de conector (angulares) depende en cierta medida de la capacidad de deformación del bloque de hormigón entre conectores pudiendo dar lugar a una rotura frágil como fue el caso de estos ensayos.

La rigidez secante de la conexión por metro lineal (separación de 100 mm entre conectores) de acuerdo con la curva experimental de la *Figura 4- 41* se puede estimar de forma aproximada utilizando el último punto de la rama elástica como:

$$K = \frac{46.3 \text{ kN}}{0,45 \text{ mm} \cdot 100 \text{ mm}} 10^6 = 1,03 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

El deslizamiento de la conexión en flexión positiva se produce libremente en los extremos (Figura 4- 42), algo que no ocurrió en los ensayos a flexión negativa donde la carga puntal en el extremo del voladizo incrementaba la resistencia al deslizamiento en esa zona. La Figura 4- 43 correspondiente al ensayo en flexión positiva de la viga mixta VMX-1 sobre el alma de la cara A (VMX-1-F2-A), muestra cómo el deslizamiento en el extremo de la losa de hormigón punzona el recubrimiento del conector.

Figura 4- 42. Deslizamiento de la conexión en el extremo de la viga (Instituto Técnico de la Estructura en Acero)

Figura 4- 43. Rotura de la conexión en el ensayo a flexión positiva VMX-1-F2-A

Los Anexo II y III, además de contener información de las mediciones de los deslizamientos para otras vigas, recogen la representación de los planos de deformación a lo largo de las vigas para los distintos niveles de cargas, pudiéndose observar en el caso de flexión positiva el deslizamiento de la conexión. La *Figura 4- 44* muestra los planos de deformación del ensayo VMX-1-F2-B en el alma donde se aplica la carga (cara B) correspondiente a una sección situada a 1200 mm del apoyo exterior.

Figura 4- 44. Planos de deformación del alma de la cara B en una sección situada a $x = 1200$ mm del apoyo exterior en el ensayo VMX-4-F2-B (cargas aplicadas sobre el alma de la cara B)

4.7.4.3 Distribución de curvaturas

En la *Figura 4- 45*, se muestra la distribución de curvaturas a lo largo del vano para las cuatro vigas mixtas. El eje horizontal indica la posición a lo largo de la viga (en metros), siendo la posición de los apoyos $x = 0$ mm y $x = 6600$ mm, y la de las cargas aplicadas, $x = 2475$ mm y 4125 mm. En el eje vertical se representan las curvaturas χ de cada alma, con valores positivos para la cara A y negativos para la cara B.

Las distribuciones de las curvaturas experimentales (*Figura 4- 45*) son semejantes y afines a la ley de momento flectores, manifestando picos de plastificación en las zonas bajo las cargas puntuales.

Al igual que los resultados observados en los ensayos a flexión negativa (apartado 4.7.3.4), queda de manifiesto la presencia de distorsión en las vigas cajón (no demasiado significativa), al existir una pequeña diferencia en la magnitud de las curvaturas de cada alma, siendo mayor en el alma donde se aplican las cargas.

Sin embargo, se puede apreciar cómo en la zona del centro de vano comprendida entre las cargas puntuales ($x = 2475 \text{ mm}$ y $x = 4125 \text{ mm}$), las distribuciones de curvaturas de las almas presentan una forma no simétrica, siendo para algunos casos, la magnitud de la curvatura del alma no cargada mayor que en el alma cargada.

Figura 4- 45. Distribución de curvaturas en los ensayos a flexión positiva

Para verificar este efecto, se reprodujeron los ensayos en un modelo en elementos finitos (MEF) bajo un cálculo no-lineal (geométrico y mecánico) mediante el programa de Sofistik (Sofistik AG).

Las vigas mixtas se han modelado mediante elementos *Shell* (Figura 4- 46), en los cuales, se puede considerar la abolladura de chapas bajo un cálculo no lineal geométrico. Como simplificación para este análisis en concreto, la conexión se modeló mediante *muelles* completamente rígidos (deslizamiento de la conexión $S \cong 0$) y no se consideraron ni las imperfecciones iniciales, ni las tensiones residuales.

En la Figura 4- 47 se muestran las deformaciones longitudinales de las almas obtenidas a partir del MEF para un estado cercano a la rotura. Se puede observar, al igual que en los resultados experimentales, que las deformaciones longitudinales son mucho más acentuadas en la zona bajo las cargas puntuales, y que en la zona comprendida entre las cargas puntuales son algo mayores en el alma opuesta a donde se aplican las cargas. Este fenómeno es atribuido al efecto local producido por las cargas concentradas.

Figura 4- 46. Representación global del modelo en elemento finitos de las vigas mixtas

Figura 4- 47. Deformaciones longitudinales ϵ_x de las almas en MEF de los ensayos a flexión positiva

4.7.4.4 Diagramas $M - \chi$ y $M - V_w$

Desde la Figura 4- 48 hasta la Figura 4- 51 se representan los diagramas Momento-Curvatura $M - \chi$ y Momento-Cortante $M - V_w$, experimentales y teóricos, de las vigas mixtas correspondiente a los ensayos en flexión positiva.

Los diagramas teóricos de las secciones mixtas se obtienen con los criterios de cálculo del Eurocódigo (EC), considerando las ecuaciones constitutivas de los materiales expuestos en el apartado 4.3.2.

Las curvas teóricas se han determinado con el programa informático *PIEM*, considerando la no linealidad de los materiales y la compatibilidad de las deformaciones, sin deslizamiento en la interfaz entre hormigón y acero. Las áreas eficaces de las secciones, tanto en ELS como en ELU, son, en este caso, iguales a las áreas brutas (Tabla 4- 4).

Los diagramas experimentales expuestos corresponden a los ensayos de la fase 2 con las cargas aplicadas sobre el alma de la cara B. Los diagramas de cada una de las vigas se representan en una figura independiente.

Las figuras con los resultados experimentales se componen de 5 diagramas. De éstos, dos corresponden a los diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$, y los tres restantes a diagramas Momento-Cortante $M-V_w$. Se describe a continuación el contenido de cada diagrama.

Diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$

- En cada figura se representan dos diagramas pertenecientes a dos secciones del vano, una de ellas situada a 75 mm de la carga aplicada más cercana al apoyo exterior, donde interaccionan los esfuerzos de flexión y cortante ($x = 2400$ mm), y la otra situada en la zona central de flexión pura, comprendida entre las dos cargas ($x = 2800$ mm).
- En ordenadas se representa la curvatura χ y en abscisas el momento M relativos a la sección de estudio.
- La curva teórica obtenida a partir del Eurocódigo (EC) se representa con trazo continuo.
- Las curvas experimentales obtenidas para cada alma (cara A y B) a partir de medidas con *extensómetro mecánico*, se representan con trazo discontinuo. Debido a que las medidas son obtenidas mediante *extensómetro mecánico*, no es posible tener una lectura continua ni tampoco datos para estados avanzados de carga, por razones de seguridad. Por tanto, estos resultados experimentales se representan de forma escalonada (+) hasta un valor que es inferior al máximo alcanzado o resistido por la viga.
- Las curvas experimentales obtenidas a partir de *galgas extensométricas (Strain Gauges)* se representan con trazo continuo. Estas curvas solo están presentes para las vigas mixtas VMX-2 y VMX-3 en las secciones situadas en $x = 2800$ mm.
- El momento último M_{ult} alcanzado por la viga (momento del tramo comprendido entre las cargas aplicadas, $x = 2475$ mm y $x = 4125$ mm) se representa por un trazo discontinuo y horizontal. Este momento último M_{ult} es el momento concomitante considerando la interacción con el cortante y la torsión, que produce la rotura de la viga, no siendo necesariamente el momento máximo que puede resistir por la sección en flexión pura.

Diagramas de interacción Momento-Cortante $M-V_w$

- En cada figura se representan tres diagramas pertenecientes a tres secciones en el vano, sección en el apoyo ($x = 0$ mm): sección en el medio del tramo comprendido entre el apoyo y la carga ($x = 1238$ mm) y sección bajo la carga aplicada ($x = 2475$ mm).
- En ordenadas se representa el momento flector M y en abscisas el cortante V_w de una de las almas relativos a la sección de estudio.
- La curva teórica de interacción obtenida a partir del Eurocódigo (EC) se representa con trazo continuo.
- Los valores experimentales de la pareja de esfuerzos concomitantes del momento M y el cortante de cada una de las almas V_w , se representan mediante símbolos para cada alma.
- En la sección del apoyo ($x = 0$ mm) actúa el cortante puro en las almas como producto de la interacción del cortante y la torsión en ausencia del momento flector, mientras que en la sección cercana a la carga se produce la mayor interacción de los tres esfuerzos (M-V-T).

Los resultados experimentales (*Figura 4- 48 hasta Figura 4- 51*) de las cuatro vigas mixtas en los ensayos de fase 2 son similares. Los diagramas de interacción muestran cómo, debido a la

interacción con la torsión, el esfuerzo cortante es predominante frente a la flexión al sobre-solicitar una de las almas produciendo que las parejas de esfuerzos concomitantes intercepten la zona, donde la capacidad resistente está limitada por la resistencia a cortante.

En ninguna de las vigas se alcanza el momento resistente de la sección M_{Rd} , siendo, la única diferencia, la mostrada en los diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ de la viga mixta VMX-2 (Figura 4- 49), donde para este ensayo, que se ejecuta cargando sobre el alma de la cara B, no se alcanza la rotura por cortante produciéndose la plastificación por flexión, pero con un valor del momento último M_{ult} 30% inferior al momento teórico M_{Rd} .

Figura 4- 48. Diagramas $M-\chi$ y $M-V_w$ de la viga mixta VMX-1 en el ensayo a flexión positiva

Al igual que en los ensayos de la fase 1, al efecto de la distorsión está presente en estos ensayos existiendo una diferencia de curvatura de las dos almas para un mismo valor del momento. Esta

distorsión, como se comentó en los resultados experimentales de la fase 1, es consecuencia del deslizamiento no uniforme en las dos almas, siendo más acusada en el alma más solicitada por el esfuerzo cortante, es decir, la conexión de un alma sufre mayor deslizamiento que la otra al resistir un rasante mayor.

Por lo tanto, la distorsión está presente en zonas donde existe una diferencia del deslizamiento en la conexión, no siendo apreciable este efecto en las secciones donde el rasante es nulo, como es el caso del tramo comprendido entre las dos cargas puntuales. En los diagramas Momento-Curvatura para la sección $x = 2800 \text{ mm}$, cuyo rasante es nulo, se observa que las diferencias entre las curvaturas de ambas almas son depreciables.

Figura 4- 49. Diagramas $M-\chi$ y $M-V_w$ de la viga mixta VMX-2 en el ensayo a flexión positiva

Figura 4- 50. Diagramas M - χ y M - V_w de la viga mixta VMX-3 en el ensayo a flexión positiva

Figura 4- 51. Diagramas $M-\chi$ y $M-V_w$ de la viga mixta VMX-4 en el ensayo a flexión positiva

4.7.4.5 Comparación entre las vigas

La comparación de los resultados de las cuatro vigas mixtas en los ensayos a flexión positiva (fase 2) se efectúa a partir de los diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ y de los diagramas de interacción $M-V_w$, los cuales se muestran en las Figura 4- 52 y Figura 4- 53 respectivamente. En ellos, las curvas teóricas se representan por trazos continuos y las curvas experimentales por trazos discontinuos, siendo la información, contenido y notación similares a los diagramas representados en el apartado anterior (4.7.4.4).

Las curvas Momento-Curvatura experimentales de la Figura 4- 52, corresponden a la media de las curvaturas de las dos almas, representándose solo una curva para cada viga. Estas curvas no

cuentan con el tramo final del ensayo, estando el momento último M_{ult} de las vigas en la sección del centro de vano, indicado por un trazo horizontal discontinuo.

Figura 4- 52. Diagrama Momento-Curvatura $M-\chi$ de las vigas en el ensayo a flexión positiva

En la Figura 4- 53, al igual que en la Figura 4- 37 expuesta para la fase 1, se muestran los diagramas de interacción flector- cortante para una de las almas, los cuales, al considerar la pareja de esfuerzos solicitantes y concomitantes del momento y cortante del alma más solicitada (cortante + torsión), incluyen de forma directa la interacción de la torsión en las almas. Sin embargo, estos diagramas no tienen en cuenta la interacción del momento flector con el cortante en las alas producido por la torsión, donde la resistencia a la flexión se vería afectada.

Tabla 4- 9. Relación entre los esfuerzos últimos y las capacidades resistentes en los ensayos de la fase 2

Viga	Flexión positiva					
	$V_{b,Rd}$	$V_{w,ult}$	$V_{w,ult} / V_{b,Rd}$	M_{Rd}	M_{ult}	M_{ult} / M_{Rd}
	[kN]	[kN]	[%]	[kNm]	[kNm]	[%]
VMX-1	253	320	127%	1370	1057	77%
VMX-2	206	261	126%	1223	860	70%
VMX-3	210	357	170%	1597	1177	74%
VMX-4	208	324	155%	1352	1068	79%

Las curvas teóricas Momento-Curvatura (EC) mostradas en la Figura 4- 52 cuentan todas con rama plástica al ser secciones compactas y de clase 1 para un momento flector positivo (ver Tabla 4- 3). Sin embargo, las curvas experimentales no alcanzan a desarrollar los momentos

resistentes teóricos, siendo estos acordes a la *Tabla 4- 9* y los diagramas $M-\chi$, con valores de entre un 70% y 80% del valor teórico. Esta diferencia es debida a que en todos los ensayos, exceptuando el ensayo VMX-2-F2-B1, la rotura es por agotamiento del alma o rotura de la conexión (ver imágenes de los tipos de fallo recogidas desde la *Figura 4- 16* hasta la *Figura 4- 24*), siendo los valores experimentales del cortante último un 25% mayores a respecto a los teóricos para las vigas VMX-1 y VMX-2, y más de un 50% mayores para las vigas VMX-3 y VMX-4.

En los diagramas de interacción $M-V_w$ (*Figura 4- 53*), donde las rectas discontinuas indican la progresión de la pareja de esfuerzos concomitantes del momento y cortante (incluida la torsión) del alma más solicitada, se aprecia cómo la recta intercepta las curvas teóricas en los tramos condicionados por la capacidad a cortante. Ello confirma que el fallo se produce en todas las vigas debido al esfuerzo cortante, lo cual induce también un esfuerzo rasante mayor produciendo el agotamiento de la conexión. Al igual que en los ensayos de la fase 1, el esfuerzo cortante en el alma más solicitada supone el 33% del cortante total.

Figura 4- 53. Diagrama Momento-Cortante $M-V_w$ de las vigas en el ensayo a flexión positiva

El cortante último en el alma más solicitada $V_{w,ult}$ alcanzado en las vigas, cuyo fallo es producido por el agotamiento de la conexión, está en torno a 320 kN para las vigas VMX-1 y VMX-4, y a 357 kN para la viga VMX-3, los cuales se corresponden con valores del rasante último $Sd_{w,ult}$ comprendidos en un mismo orden de magnitud entre 700 kN/m y 775 kN/m (*Tabla 4- 7*). El fallo por agotamiento de la conexión la viga mixta VMX-1 es el motivo por el cual el cortante último es algo menor que en las vigas VMX-3 y VMX-4, a pesar de tener una mayor resistencia a cortante en las almas.

Al igual que en los resultados de la fase 1 en flexión negativa, estos resultados ponen de manifiesto una sobre-resistencia de la capacidad frente al esfuerzo cortante que se atribuye a la contribución a cortante de la losa de hormigón.

Por otra parte, la mayor flexibilidad de las vigas apreciada en los diagramas Momento-Curvatura es debida a la conexión, la cual permite un cierto deslizamiento (conexión flexible o de interacción parcial), siendo la viga mixta VMX-2 la más flexible, y la viga mixta VMX-3 la menos flexible. El hecho que la conexión de la viga mixta VMX-3 haya tenido un comportamiento más rígido que las demás (menor deslizamiento en la conexión), y en consecuencia, un valor del cortante último mayor que las vigas mixtas VMX-2 y VMX-4 a pesar de tener la misma esbeltez en las almas ($c/t = 400/4$), se debe a que la viga mixta VMX-3 moviliza un rasante menor en la conexión para un mismo valor del cortante al ser la relación entre el momento estático de la losa de hormigón y la inercia homogenizada (Q_c / I_h) de la sección un 20% aprox. menor que el resto de las vigas.

El rasante en la conexión en el alma se calcula mediante la expresión: $Sd_w = V_w Q_c / I_h$, siendo, V_w el cortante en el alma, Q_c el momento estático de la losa de hormigón e I_h el momento de inercia de la sección mixta homogenizada. El valor del esfuerzo rasante en la conexión obtenido a partir de la relación elástica $Sd_w = V_w Q_c / I_h$ se considera aproximadamente válido para todos los niveles de carga de los ensayos. Esto se justifica mediante análisis realizados mediante un modelo de elementos finitos. Los esfuerzos de rasante y cortante obtenidos mediante MEF considerando una conexión no-lineal a partir de los resultados experimentales (*Figura 4- 41*), mantienen, incluso en el rango plástico, una proporcionalidad constante y aproximada a la elástica $Sd_w / V_w = Q_c / I_h$. Asimismo, la distribución plástica del rasante se asemeja a la elástica al ser el cortante constante entre cargas y apoyos.

Para comparar teóricamente la pérdida de rigidez debida a la conexión manifestada en los resultados experimentales, se ha desarrollado un modelo en elementos finitos (Sofistik AG) de medio vano de la viga (aprovechando la simetría) correspondiente al ensayo en flexión positiva (*Figura 4- 54*). En el modelo MEF se representa la conexión mediante muelles no lineales cuya ley de carga-desplazamiento es la de la *Figura 4- 41*.

Las comparaciones de los diagramas Momento-Curvatura teóricos y experimentales de las vigas para una sección cercana al centro de vano ($x=2800$ mm, sección comprendida entre las cargas puntuales) se muestran en la *Figura 4- 55*. Los diagramas Momento-Curvatura representados son los siguientes:

- EC-Conexión total. Momento-Curvatura teórico calculado según el Eurocódigo considerando una conexión total sin deslizamiento de la conexión (conexión rígida o de interacción total).
- MEF. Momento-Curvatura teórico obtenido a partir del modelo en elementos finitos y correspondiente a la media de las curvaturas entre las dos almas.
- $x=2800$. Momento-Curvatura experimental correspondiente a la media de las curvaturas entre las dos almas en la sección situada en $x=2800$ mm.
- $x=2800$ -Galgas. Momento-Curvatura experimental obtenido a partir de las *galgas extensométricas (Strain Gauges)* y correspondiente a la media de las curvaturas entre las dos almas en la sección situada en $x=2800$ mm.

En los diagramas de la *Figura 4- 55* se puede observar cómo los diagramas Momento-Curvatura considerando la flexibilidad de la conexión se ajustan mejor, principalmente en la zona de servicio, a los resultados experimentales, y en Estado Límite último ELU, la pérdida de rigidez según los resultados experimentales es más acusada. Las curvas Momento-Curvatura obtenidos mediante MEF no es más extendida al estar limitado el cálculo por problemas de convergencia, propio de los cálculos no-lineales.

Figura 4- 54. Vista general del modelo en elementos finitos MEF de medio vano correspondiente al ensayo a flexión positiva (Fase 2) realizado con Sofistik (Sofistik AG)

Figura 4- 55. Comparación de los diagramas M-χ teóricos y experimentales en el ensayo a flexión positiva

4.8 CONCLUSIONES

De los resultados experimentales de los ensayos de vigas mixtas sometidas a la interacción de flexión-cortante-torsión (EN-MTV), se pueden sacar las siguientes conclusiones:

1. Existe una sobre-resistencia de las vigas mixtas frente a los esfuerzos cortante en las almas, las cuales, en los resultados experimentales, alcanzaron valores superiores al 50% de la resistencia teórica. En la mayoría de los ensayos, al ser el fallo producido por agotamiento de la conexión, es posible que la resistencia a cortante de las almas sea algo mayor a los valores obtenidos. Estos resultados ponen de manifiesto para estas secciones una contribución de la losa de hormigón a la resistencia a cortante. Se trata de un fenómeno ya observado en secciones de hormigón en T (Marí, Cladera, Bairán, Oller, & Ribas, 2014) (Ribas & Cladera, 2013) e incluso para secciones mixtas existe alguna propuesta de modelo para su consideración (Darehshouri, Shanmugam, & Osman, 2012) (Liang, Uy, Bradford, & Ronagh, 2005).
2. La presencia de torsión en interacción con los otros esfuerzos produce una sobre-solicitación significativa de la conexión, pudiendo ésta condicionar la capacidad resistente de la sección. Se pudo observar en los resultados experimentales, cómo una conexión completa y flexible proyectada para resistir únicamente los esfuerzos de interacción flexión-cortante (ensayos EN-MV), pasó a comportarse como una conexión parcial condicionando la capacidad resistente de la sección frente a la interacción de esfuerzos de flexión-cortante-torsión (ensayos EN-MVT). En los ensayos EN-MVT, el esfuerzo cortante producido por la torsión sobre el alma más solicitada representó una tercera parte del cortante total solicitante en el alma ($V_{w,T} / V_w = 1/3$), es decir, el 50% del cortante en el alma debido al cortante ($V_{w,T} / V_{w,V} = 1/2$). Este incremento de sobre-solicitación debido a la torsión, a pesar de ser elevado, puede llegar a producirse en puentes mixtos rectos de carretera de poca luz (30-40 m), donde la sobrecarga respecto a la carga total puede suponer un 40% ($q_{sc}/q_{tot} = 40\%$). En puentes de mayor luz la relación q_{sc}/q_{tot} está en torno a un 30%, lo que supone que para un puente mixto recto el incremento del cortante en el alma debido a la torsión esté entre un 25% y 30% ($V_{w,T} / V_{w,V} = 0.25 - 0.30$).
3. Las conexiones flexibles, las cuales permiten un cierto grado de deslizamiento, dan lugar a una pérdida de rigidez en las secciones, y a pesar de, no ser necesariamente relevantes en la resistencia última a flexión cuando ésta es completa, sí pueden ser significativas en servicio. Otros estudios como los presentado por NIE (Nie & C. S., 2003), hacen también hincapié en la influencia de la conexión en la deformada en especial cuando la conexión es parcial e incluso, concluyen para una conexión completa, que el deslizamiento puede llegar a producir una pérdida en la rigidez algo mayor al 15% en vigas de poca luz.
4. Las secciones mixtas sometidas a flexión positiva o negativa no presentan una diferencia significativa en la capacidad resistente de la conexión.
5. A pesar de ser las secciones en cajón sumamente rígidas frente a la distorsión por disponer de diafragmas rígidos intermedios (Pascual Santos, 2004), se puede producir una cierta distorsión en presencia de la torsión en secciones mixtas con conexión flexible. En general este fenómeno no es significativo.

5 - ESTUDIOS TEÓRICOS

Interacción con la torsión
Influencia de la conexión

5.1 INTERACCIÓN DE LA TORSIÓN EN SECCIONES MIXTAS EN CAJÓN

La interacción del momento torsor, en interacción con el resto de esfuerzos en estructuras mixtas, no se formula de forma explícita en el documento de estructuras mixtas del Eurocódigo (EN 1994-1-1, 2004) (EN 1994-2, 2005), requiriendo para su comprobación enlazar y adecuar los criterios y formulaciones de comprobación de los otros documentos (EN 1992-1-1, 2004) (EN 1992-2, 2005) (EN 1993-1-1, 2005) (EN 1993-1-5, 2006).

A continuación, se presenta una metodología de comprobación de estructuras mixtas de sección cajón unicelular y mono-simétricas bajo la interacción de esfuerzos de flexión, cortante y torsión, basada en los criterios de comprobación recogidos en los distintos documentos del Eurocódigo. A pesar de ser desarrollado para secciones mono-simétricas, fácilmente se puede generalizar para secciones no simétricas.

5.1.1 INTERACCIÓN FLEXIÓN – CORTANTE – TORSIÓN

5.1.1.1 Esfuerzos en la sección mixta debido al momento torsor

Las vigas de secciones cajón, objeto de este estudio, sometidas a torsión pura producen un estado tensional gobernado exclusivamente por tensiones tangenciales en el plano de la sección, donde las secciones no se alabeen o su alabeo es lo suficientemente pequeño como para despreciarlo. Para ello deben disponerse diafragmas transversales suficientemente próximos entre sí para controlar los efectos de la distorsión (Pascual Santos, 2004). Este tipo de torsión es conocida como torsión uniforme.

Figura 5- 1. Distribución de esfuerzos cortantes en la sección cajón mono-simétrica debido a la torsión

Partiendo de la Figura 5- 1, el momento torsor solicitante T_{Ed} y la distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de las paredes de la sección hueca, se relacionan por medio de la siguiente ecuación (5- 1).

$$T_{Ed} = 2A_k \frac{V_{i,T,Ed}}{z_i} \quad (5- 1)$$

Donde,

$V_{i,T,Ed}$ Cortante solicitante derivado de la torsión en cada una de las paredes i

z_i	Longitud de la pared i definido por la distancia entre los puntos de intersección con las paredes adyacentes
A_k	Área encerrada por la línea media de las paredes i

Por tanto, los esfuerzos de cortante en cada una de las paredes derivada de la torsión son:

$$V_{c,T,Ed} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} b_{c,T}$$

$$V_{f,T,Ed} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} b_f$$

$$V_{w,T,Ed} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} z_w$$

Siendo,

$b_{c,T}$ Ancho de la losa de hormigón comprendida entre las almas

b_f Ancho del ala inferior

z_w Longitud de la pared correspondiente a las almas resistente a la torsión

Asimismo, la capacidad resistente a la torsión T_{Rd} de la sección está determinada por la capacidad resistente del elemento más débil frente al esfuerzo cortante, resultando:

$$T_{Rd} = 2A_k \min \left\{ \frac{V_{i,Rd}}{z_i} \right\} \quad (5-2)$$

Siendo, $V_{i,Rd}$ la resistencia a cortante de cada una de las paredes de acuerdo con los documentos (EN 1993-1-1, 2005), (EN 1993-1-5, 2006), (EN 1992-1-1, 2004) y (EN 1992-2, 2005).

5.1.1.2 Interacción de esfuerzos Flexión – Cortante – Torsión

Para estudiar de forma práctica la influencia de la torsión sobre la capacidad resistente de la sección mixta frente a flexión y cortante, se modifica el diagrama de interacción Momento-Cortante $M-V$ reduciendo tanto la capacidad resistente de las alas debido a la torsión como la resistencia a cortante de las almas. De la misma forma, se pueden aplicar estas reducciones de resistencia a las alas para obtener el diagrama de Momento-Curvatura $M-\chi$ que tiene en cuenta la influencia del torsor.

La capacidad resistente reducida a cortante de las almas, se obtiene restándole dos veces el cortante solicitante de una de las almas derivado de la torsión ($2V_{w,T,Ed}$). El valor de 2, se debe a que el diagrama de interacción representa la resistencia a cortante de la sección completa formada por dos almas, siendo solo una la que condiciona la comprobación (el cortante debida a la torsión se suma al cortante de la sección en una de las almas y se resta en la otra). En el caso de las alas, la reducción de resistencia se realiza a partir de una reducción de su axil resistente N_{Rd} por medio del coeficiente de reducción ρ_T , que se obtiene de la interacción entre el cortante producido por la torsión en las alas y el axil producido por la flexión.

Por tanto, la interacción de esfuerzos de flexión y cortante según el capítulo 7 de EN 1993-1-5 (método del ancho efectivo), se transforma en la ecuación (5- 3) teniendo en cuenta la interacción con el esfuerzo de torsión.

$$\bar{\eta}_1 + \left(1 - \frac{M_{f,eff,Rd}}{M_{eff,Rd}}\right)(2\bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1.0 \quad \text{para} \quad \bar{\eta}_1 \geq \frac{M_{f,eff,Rd}}{M_{eff,Rd}} \quad (5-3)$$

Donde,

$$\bar{\eta}_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{eff,Rd}}$$

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{eff,b,Rd}}$$

M_{Ed} Momento solicitante

$M_{f,eff,Rd}$ Contribución de las alas al momento resistente reducido de la sección considerando la resistencia reducida axil de las alas en interacción con la torsión $N_{Rd,T}$

$M_{eff,Rd}$ Momento resistente reducido de la sección considerando la resistencia reducida axil de las alas en interacción con la torsión $N_{Rd,T}$ y la contribución total de las alas a la resistencia a flexión según su clase.

V_{Ed} Cortante solicitante

$V_{eff,b,Rd}$ = $V_{b,Rd} - 2V_{w,T,Ed}$, resistencia efectiva a cortante considerando la interacción con la torsión, siendo, $V_{b,Rd}$ la resistencia a cortante de la sección

$V_{b,Rd}$ Resistencia a cortante de las alas según el apartado 5.2 de EN 1993-1-5

En los siguientes apartados se describe la interacción entre el axil producido por la flexión y el cortante debido a la torsión para determinar el coeficiente de reducción ρ_T para reducir la capacidad resistente de las alas.

5.1.1.3 Coeficiente de reducción ρ_T o predeformación $\varepsilon_{o,T}$ del ala inferior no rigidizada. Interacción Axil – Cortante

La reducción de la capacidad resistente a axil en las alas por medio del coeficiente de reducción ρ_T , el cual tiene en cuenta la influencia de la torsión, se determina a partir de la interacción axil-cortante del ala.

La interacción axil-cortante en un panel metálico según el apartado 7.1(5) del Eurocódigo EN 1993-1-5, se define como:

$$\bar{\eta}_1 + (2\bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1.0 \quad (5-4)$$

Donde, teniendo en cuenta la influencia de la torsión, se tiene:

$$\bar{\eta}_1 = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}$$

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{f,T,Ed}}{V_{f,b,Rd}} = \frac{T_{Ed} b_f}{2A_k V_{f,b,Rd}}$$

$V_{f,T,Ed}$ Cortante solicitante en el ala inferior derivado de la torsión T_{Ed}

$V_{f,b,Rd}$ Resistencia a cortante del ala inferior

N_{Ed} Axil solicitante en el ala inferior derivado del momento flector

N_{Rd} Resistencia axil del ala inferior que tiene en cuenta los posibles efectos de arrastre por cortante y la abolladura de chapa en caso de paneles comprimidos

Figura 5- 2. Interacción entre esfuerzo axial y cortante según la ecuación (5- 4)

La capacidad resistente a axil en interacción con el cortante (Figura 5- 2) se obtiene simplificando la inecuación (5- 4), resultando:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd,T}} = \frac{N_{Ed}}{\rho_T N_{Rd}} \leq 1.0$$

Donde,

$N_{Rd,T} = \rho_T N_{Rd}$, resistencia reducida a axil de las alas en interacción con la torsión

ρ_T Coeficiente de reducción debido a la interacción con el cortante derivado del torsor

$$\begin{aligned} \rho_T &= 1.0 & \text{para } \bar{\eta}_3 \leq 0.5 \\ \rho_T &= 1 - (2\bar{\eta}_3 - 1)^2 & \text{para } \bar{\eta}_3 > 0.5 \end{aligned} \quad (5- 5)$$

Cuando:

$\rho_T < 1$ Se reduce la capacidad resistente del ala inferior por medio del coeficiente ρ_T . Las secciones de clase 1 y 2 pasan a ser consideradas como secciones clase 4 debido a que las deformaciones normales máximas son menores que la deformación de plastificación ε_y en la interacción con las tensiones tangenciales producidas por la torsión

$\rho_T = 1$ No se reduce el área del ala inferior

En un cálculo elasto-plástico, en vez de usar el método de reducción de resistencia, se puede modificar la ecuación constitutiva del material del ala inferior reduciendo el límite de plastificación f_y , o bien, introduciendo una predeformación en el ala conservando su sección bruta.

La predeformación $\varepsilon_{0,T}$ del área inferior, para realizar un cálculo elasto-plástico que considere la interacción con la torsión, se puede obtener a partir de la ecuación (5- 6).

$$\varepsilon_{0,T} = (1 - \rho_T \xi) \varepsilon_{yd} \quad (5- 6)$$

Donde,

$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$, deformación de plastificación de las armaduras longitudinales

$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_{M0}$, siendo f_y el límite elástico del acero y γ_{M0} el coeficiente de minoración del acero

E_s Módulo de elasticidad de las armaduras longitudinales

$\xi = 1$, cuando se considera únicamente la reducción de resistencia debido a la torsión

$\xi = A_{eff}/A_c$, si se quiere incluir una reducción de resistencia que englobe el resto de efectos, tales como el arrastre por cortante y/o la abolladura de chapa

A_c Área bruta del ala inferior

A_{eff} Área efectiva que tiene en cuenta el arrastre por cortante y la posible abolladura de chapa

5.1.1.4 Coeficiente de reducción ρ_T o predeformación $\varepsilon_{0,T}$ del ala inferior rigidizada. Interacción Axil – Cortante

La reducción de la capacidad resistente de las alas inferiores con rigidizadores longitudinales por medio del coeficiente de reducción ρ_T , se determina teniendo en cuenta las áreas efectivas por abolladura en la chapa rigidizada de acuerdo con el apartado 4.5 de con EN 1993-1-5 e incluyendo en la interacción la resistencia a compresión de los rigidizadores longitudinales. La capacidad resistente axil de los rigidizadores no se ven reducidos por la interacción debido a que en el cortante resistente $V_{fb,Rd}$ solo considera la contribución de la chapa sin los rigidizadores.

Por tanto, introduciendo la contribución a la resistencia axil de los rigidizadores en la inecuación (5- 4), representada en la *Figura 5- 3*, se convierte en:

$$(\bar{\eta}_1 - \bar{\eta}_{sl}) + (2\bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1.0 \text{ para } \bar{\eta}_1 \geq \bar{\eta}_{sl} \quad (5- 7)$$

Donde,

$$\bar{\eta}_1 = \bar{\eta}_{sl} + \frac{N_{Ed} - \bar{\eta}_{sl} N_{Rd}}{(1 - \bar{\eta}_{sl}) N_{Rd}}$$

$$\bar{\eta}_{sl} = \frac{\rho_c A_{sl,eff}}{A_{c,eff}}$$

ρ_c	Coeficiente de reducción por abolladura de la chapa con rigidizadores longitudinales según el apartado 4.5.4 de EN 1993-1-5. Para el caso de ala inferior en tracción $\rho_c = 1$
$A_{sl,eff}$	Suma de las áreas efectivas de todos los rigidizadores con sección buta A_{sl} según el apartado 4.4 de EN 1993-1-5. Para el caso de ala inferior en tracción $A_{sl,eff} = A_{sl}$
$A_{c,eff}$	Área efectiva de ala inferior rigidizada según el apartado 4.5.1 de EN 1993-1-5. Para el caso de ala inferior en tracción el área efectiva corresponde con el área bruta siendo $A_{c,eff} = A_c + A_{sl}$

Figura 5- 3. Interacción entre esfuerzo axial y cortante según la ecuación (5- 4)

En consecuencia, la resistencia reducida de las alas rigidizadas $N_{Rd,T}$ y el coeficiente de reducción ρ_T que tiene en cuenta la contribución axial de los rigidizadores sin reducir su capacidad debido al cortante derivado de la torsión son:

$N_{Rd,T} = \rho_T N_{Rd}$, resistencia reducida a axial de las alas rigidizadas en interacción con la torsión

ρ_T Coeficiente de reducción debido a la interacción con el cortante derivado del torsor

$$\rho_T = 1.0 \quad \text{para} \quad \bar{\eta}_3 \leq 0.5 \quad (5- 8)$$

$$\rho_T = 1 - (2\bar{\eta}_3 - 1)^2(1 - \bar{\eta}_{sl}) + \bar{\eta}_{sl} \quad \text{para} \quad \bar{\eta}_3 > 0.5$$

Cuando:

$\rho_T < 1$ Se reduce la capacidad resistente del ala inferior por medio del coeficiente ρ_T . Las secciones de clase 1 y 2 pasan a ser consideradas como secciones clase 4 debido a que las deformaciones normales máximas son menores que la deformación de plastificación ε_y en la interacción con las tensiones tangenciales producidas por la torsión

$\rho_T = 1$ No se reduce el área del ala inferior

Para realizar un cálculo elasto-plástico que considere la interacción con la torsión, sigue siendo válida la ecuación (5- 6), presentada en el apartado anterior, para obtener la predeformación $\varepsilon_{0,T}$ del área inferior.

$$\varepsilon_{0,T} = (1 - \rho_T \xi) \varepsilon_{yd} \quad (5- 6)$$

Coefficiente de reducción ρ_T para el ala inferior de sección con doble acción mixta en flexión negativa

En secciones de doble acción mixta se considera únicamente la chapa metálica del ala inferior en la interacción axil-cortante. Por tanto, la losa de hormigón de fondo, con sus rigidizadores longitudinales embebido (en caso de existir) contribuyen solo a la resistencia axil. Asimismo, no se tiene en cuenta el fenómeno de abolladura de la chapa de fondo en los cálculos de resistencia frente a esfuerzos normales y tangenciales. Sin embargo, para que esta consideración sea correcta, es necesario que la separación de los elementos de conexión entre la chapa de fondo y losa de hormigón cumpla lo especificado en EN 1994-2, epígrafe 6.6.5.5.

Por tanto, la interacción axil-cortante de todo el conjunto (chapa, rigidizadores y losa de hormigón) es similar a la ecuación (5-7) junto con el coeficiente de reducción ρ_T de la ecuación (5-8), sustituyendo el término $\bar{\eta}_{sl}$ por:

$$\bar{\eta}_{sl} = \frac{1}{1 + \frac{A_c}{A_{sl} + nA'_c}}$$

Donde,

A_{sl} Suma de las áreas brutas de los rigidizadores embebidos en el hormigón

A'_c Área bruta de la losa de fondo de hormigón

n Coeficiente de homogenización pudiendo ser elástico o plástico según:

$$n = \frac{E_c}{E_s} \quad \text{coeficiente elástico para secciones clase 3 ó 4}$$

$$n = \frac{E_c}{E_s} \quad \text{coeficiente elástico para secciones clase 1 ó 2 con } \bar{\eta}_3 > 0.5$$

$$n = \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{coeficiente plástico para secciones clase 1 ó 2 con } \bar{\eta}_3 \leq 0.5$$

E_c Módulo de elasticidad del hormigón

E_s Módulo de elasticidad del acero

f_{cd} = f_{ck}/γ_c , siendo f_{ck} la resistencia característica del hormigón y γ_c el coeficiente de minoración del hormigón

5.1.1.5 Coeficiente de reducción ρ_T de la losa de hormigón armado. Interacción Axil – Cortante

Para considerar la interacción del esfuerzo torsor con los esfuerzos de flexión y cortante, se usan las formulaciones de resistencia a cortante en elementos de hormigón con armadura a cortante definidas en EN 1992-1-1, las cuales se presentan a continuación adaptadas a los parámetros geométricos mostrados en la *Figura 5-1*.

Por tanto, la capacidad a cortante de la losa de hormigón para resistir el esfuerzo cortante producido por el torsor es determinada por el mínimo de:

1. Cortante máximo que produce el agotamiento de la biela oblicua comprimida en el hormigón.

$$V_{Rd,max} = v\alpha_{cw}f_{cd}h_cb_{c,T}\sin\theta\cos\theta \quad (5-9)$$

Donde,

$$v = 0.60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad f_{ck} \text{ en MPa}$$

θ Ángulo entre la biela a compresión en la losa de hormigón y el eje de la pieza

α_{cw} Coeficiente que tiene en cuenta el estado compresión en el hormigón

$$\alpha_{cw} = 1.0 \quad \text{para} \quad \sigma_{cp} = 0$$

$$\alpha_{cw} = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \quad \text{para} \quad 0 < \sigma_{cp} \leq 0.25f_{cd}$$

$$\alpha_{cw} = 1.25 \quad \text{para} \quad 0.25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0.50f_{cd}$$

$$\alpha_{cw} = 2.50 \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) \quad \text{para} \quad 0 < \sigma_{cp} \leq 0.25f_{cd}$$

σ_{cp} Tensión media de compresión en la losa de hormigón debido al pretensado o axil exterior y al axil derivado de la flexión positiva

$b_{c,t}$ Ancho de la losa de hormigón resistente a torsión (ver Figura 5- 1)

h_c Canto de la losa superior de hormigón (ver Figura 5- 1)

2. Cortante máximo que produce el agotamiento de la armadura transversal.

$$V_{Rd,st} = \frac{A_{sf}}{s_f} b_{c,T} f_{yd} \cot\theta \quad (5-10)$$

Donde,

$\frac{A_{sf}}{s_f}$ Armadura transversal por unidad de longitud, siendo $\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{V_{Rd,c}}{f_{yd}b_{c,T}} \tan\theta$

A_{sf} Área de la armadura transversal

s_f Separación de la armadura transversal

$V_{Rd,c}$ Valor mínimo de la resistencia a cortante de elementos de hormigón sin armadura a cortante según EN 1992-1-1, ecuación (6.2.b).

$$V_{Rd,c} = (0.035k^{3/2}\sqrt{f_{ck}} + 0.15\sigma_{cp})h_cb_{c,T}$$

$$k = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{b_{c,T}}}\right) \leq 2,0 \quad b_{c,T} \text{ en mm}$$

3. Cortante máximo que produce el agotamiento de la armadura longitudinal de torsión.

$$V_{Rd,sl} = A_{sl,T} f_{yd} \tan\theta \quad (5-11)$$

Donde,

$A_{sl,T}$ Armadura longitudinal resistente al esfuerzo torsor dispuesta entre almas (ancho $b_{c,T}$ según la *Figura 5-1*), siendo $A_{sl,T} \geq \frac{V_{Rd,c}}{f_{yd}} \cot \theta$

Para la comprobación de la interacción flexión-cortante-torsión de la sección mixta, resulta práctico excluir en la ecuación (5-3), la interacción de la capacidad resistente de la losa de hormigón condicionada tanto por el agotamiento de la armadura transversal como por el agotamiento de la biela oblicua comprimida, siendo necesario realizar separadamente las siguientes comprobaciones:

1. Armadura transversal mínima (5-12) para resistir el cortante debido al momento torsor y el esfuerzo rasante.

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \left(\frac{T_{Ed}}{2A_k} + v_{Ed} h_c \right) \frac{\tan \theta}{f_{yd}} \quad (5-12)$$

Donde,

v_{Ed} Tensión tangencial longitudinal en la unión entre un lado del ala de la losa de hormigón y el alma, según el apartado 6.2.4 de EN 1992-1-1, el cual se determina por la variación de la fuerza normal (longitudinal) producida por los esfuerzos de flexión y cortante en la parte del ala considerada.

2. Resistencia de la biela oblicua comprimida en la losa de hormigón (5-13) para resistir el cortante debido al momento torsor y al esfuerzo rasante.

$$\frac{T_{Ed}}{2A_k h_c} + v_{Ed} \leq v_{fcd} \sin \theta \cos \theta \quad (5-13)$$

Por consiguiente, se indican a continuación los correspondientes coeficientes de reducción ρ_T para reducir la resistencia axial de la losa de hormigón, tanto a flexión positiva como negativa, debido a la interacción con el momento torsor T_{Ed} .

Coeficiente de reducción ρ_T de la losa superior de hormigón en flexión positiva

La capacidad resistente de la losa superior en la interacción con la torsión no se reduce debido a que la flexión positiva produce una fuerza compresión en la losa de hormigón que es favorable para resistir las tracciones longitudinales producidas por el cortante derivado del esfuerzo torsor, resultando:

$$\rho_T = 1 \quad (5-14)$$

$$N_{Rd,T} = N_{Rd}$$

Donde,

N_{Rd} Resistencia a compresión de la losa de hormigón armada

Coefficiente de reducción ρ_T o predeformación $\varepsilon_{o,T}$ de las armaduras longitudinales en flexión negativa

La interacción entre la torsión y la flexión negativa de la sección mixta en la losa de hormigón solo se produce en las armaduras longitudinales a ser las únicas que contribuyen en la resistencia a flexión negativa y, las cuales se encuentran sobre-solicitadas debido al momento torsor. Esta interacción se puede considerar en ELU bien sea reduciendo la capacidad resistente de las armaduras efectivas a flexión mediante el coeficiente de reducción ρ_T , o introduciendo una predeformación $\varepsilon_{o,T}$ en las armaduras longitudinales efectivas a flexión (armaduras contenidas en el ancho eficaz de la losa de hormigón).

1. Cálculo del coeficiente de reducción ρ_T

El cálculo del coeficiente de reducción ρ_T , que considera la interacción con la torsión, se realiza reduciendo la capacidad de las armaduras longitudinales efectivas a flexión $A_{sl,f}$, las cuales, se encuentran contenidas dentro del ancho eficaz b_{eff} (Figura 5- 4). Sin embargo, este método en secciones de clase 3 o 4, donde el momento último está limitado por el momento que plastifica la primera fibra del elemento que determina la clase de la sección, resulta algo conservador debido a que el cálculo del coeficiente de reducción ρ_T se basa en la hipótesis en que todas las armaduras longitudinales se encuentran plastificadas, no cumpliéndose necesariamente en todos los casos.

En consecuencia, para una sección mixta mono-simétrica el coeficiente de reducción ρ_T que depende de la disposición de armaduras longitudinales y del ancho efectivo de la losa (ver Figura 5- 4) es:

$$\rho_T = 1 - \frac{1}{A_{sl,f}} \left(\frac{T_{Ed} b_{c,T}}{2 A_k f_{yd}} \cot \theta + A_{sl,f,T} - A_{sl,T} \right) \quad (5- 15)$$

Siendo, la resistencia axil reducida debida a la torsión de las armaduras longitudinales que contribuyen a la resistencia a flexión de la sección $N_{Rd,T}$:

$$N_{Rd,T} = \rho_T N_{Rd}$$

Donde,

$N_{Rd,T}$ = $\rho_T N_{Rd}$, resistencia reducida a axil de las armaduras longitudinales en interacción con la torsión

N_{Rd} = $A_{sl,f} f_{yd}$, resistencia axil de las armaduras longitudinales contenidas en el ancho efectivo de la losa de hormigón b_{eff}

$A_{sl,f}$ Suma de las áreas de las armaduras de flexión contenidas en el ancho efectivo de la losa de hormigón b_{eff}

$A_{sl,T}$ Suma de las áreas de las armaduras longitudinales resistentes al momento torsor T_{Ed} (armadura comprendida entre almas)

- $A_{sl,f,T}$ Suma de las áreas de las armaduras resistentes a flexión y torsión (armadura comprendida entre las almas y contenidas en el ancho eficaz b_{eff})
- $\rho_{sl,T}$ Coeficiente de reducción de las armaduras longitudinales debido al esfuerzo torsor
- b_{eff} Ancho efectivo de la losa superior de hormigón debido al arrastre por cortante definido en el apartado 5.4.1.2 de EN 1994-2

Figura 5- 4. Armaduras efectivas longitudinales en la interacción de flexión negativa – torsión

2. Cálculo de la predeformación $\varepsilon_{0,T}$

La interacción con la torsión se puede tener en cuenta aplicando una predeformación en las armaduras resistentes a la torsión $A_{sl,T}$ que se encuentran comprendidas dentro del ancho eficaz b_{eff} (Figura 5- 4). Este método resulta más adecuado cuando se opta por realizar un cálculo elasto-plástico para determinar el momento resistente a flexión M_{Rd} .

Por tanto, para una sección mixta mono-simétrica la predeformación $\varepsilon_{0,T}$ (ver Figura 5- 4) es:

$$\varepsilon_{0,T} = (1 - \rho_T) \varepsilon_{yd} \quad (5- 16)$$

5.1.1.6 Interacción Flexión – Cortante – Torsión en los ensayos EN-MVT

La interacción de la torsión en las vigas mixtas en los ensayos EN-MVT a flexión negativa (Fase 1) no tuvo influencia, en ninguno de los casos, sobre la capacidad resistente del ala inferior para resistir los esfuerzos normales, pudiendo contribuir en su totalidad a la resistencia a flexión de la sección. Esto es debido a que la resistencia a la torsión T_{Rd} de las secciones no estuvieron condicionadas por la resistencia a cortante del ala inferior, y además el coeficiente $\bar{\eta}_3$ correspondiente al momento torsor solicitante igual al torsor resistente ($T_{Ed} = T_{Rd}$) es inferior a 0.5 ($\bar{\eta}_3 \leq 0.5$) en todos los casos.

Sin embargo, la contribución de la losa superior de hormigón en la resistencia a flexión negativa, sí se ve afectada en la interacción flexión-torsión, debido a que el momento torsor sobre-solicita las armaduras longitudinales traccionadas, siendo éstas en tracción, las que contribuyen a la resistencia a flexión negativa de la sección. La Figura 5- 5 muestra los diagramas Momento-Curvatura $M-\chi-T$ y Momento-Cortante $M-V-T$ en interacción con el momento torsor para la viga mixta VMX-4 en el ensayo a flexión negativa. En los diagramas se muestran las curvas teóricas, obtenidas a partir de la ecuación (5- 3), en interacción con distintos

(a)

(b)

Figura 5- 6. Diagrama Momento-Curvatura M- χ -T y Momento-Cortante M-V-T de la viga VMX-1 en flexión positiva considerando la interacción con la torsión

Asimismo, se observa en los diagramas (Figura 5- 5) que la pérdida de resistencia teórica a flexión negativa de la viga mixta VMX-4 producida por la interacción con la torsión no es significativa. Además, para este ensayo, la rotura es producida por la abolladura del ala inferior, con un momento superior en más del 50% al estimado teóricamente, sin considerar la

interacción por cortante, y con un momento torsor solicitante de aproximadamente el 30% del resistente.

En los ensayos de la fase 2, la interacción con la torsión solo condiciona la capacidad resistente a flexión (positiva) en la viga mixta VMX-1 a partir de un momento torsor solicitante mayor al 50% del torsor resistente T_{Rd} . Esto se debe a que la capacidad resistente a torsión de la sección está condicionado por el agotamiento a cortante del ala inferior (espesor de chapa $t = 4$ mm, menor que en las otras vigas). En el resto de secciones, al ser el coeficiente $\bar{\eta}_3 < 0.5$ (correspondiente a la interacción cortante-axil en el ala inferior) para un momento torsor solicitante igual al torsor resistente ($T_{Ed} = T_{Rd}$), la resistencia a flexión positiva no se ve afectada por la interacción con la torsión.

En la *Figura 5- 6* se muestran los diagramas $M-\chi-T$ y $M-V-T$ para la viga mixta VMX-1. Se observa cómo la resistencia a flexión positiva viene condicionada por la interacción axil-cortante en el ala inferior (la flexión positiva en interacción con la torsión es favorable en el ala superior) cuando el momento torsor solicitante T_{Ed} es mayor al 50% del momento torsor resistente T_{Rd} . Esto es debido a que las tensiones tangenciales en el ala inferior, producidas por la torsión, limitan las tensiones normales al superar el 50% de la resistencia a cortante siendo el valor de $\bar{\eta}_3 > 0.5$ (ver *Figura 5- 2*). Adicionalmente, la limitación de las tensiones normales en el ala inferior, debida a la interacción axil-cortante, da como consecuencia que las secciones que inicialmente están clasificadas como secciones de clase 1 o 2, se comporten como de secciones de clase 4, tal y como se puede apreciar en los diagramas teóricos de la viga mixta VMX-1, donde el diagrama $M-\chi-T$ solo posee rama elástica con una reducción en el momento resistente del 45% aproximadamente cuando interacciona con un torsor $T_{Ed} = 75\% T_{Rd}$.

A pesar de que el momento torsor resistente de la sección T_{Rd} esté condicionado por la resistencia a cortante del ala inferior, es el alma, según el diagrama de interacción de la *Figura 5- 6*, el que determina la capacidad resistente de la sección frente a los esfuerzos solicitante de flexión, cortante y torsión. Se puede observar cómo la proyección de la recta de la pareja de esfuerzos últimos solicitantes M_{ult} y V_{ult} , intercepta al diagrama $M-V-T$ ($T_{ult} = 50\% T_{Rd}$) en el tramo que está condicionado por la resistencia a cortante de la sección. Sin embargo, el cortante último de los resultados experimentales V_{ult} resultó ser mayor que el cortante resistente de cálculo de la sección, a pesar de no tener que ser éste el cortante resistente real, debido a que el fallo se produjo por la rotura de la conexión. Este tipo de fallo no está considerado en el diagrama de interacción.

Finalmente, cabe destacar que la pérdida de rigidez mostrada en el diagrama $M-\chi-T$ para valores de $\bar{\eta}_3 > 0.5$ es ficticia, debido a que el método usado está basado en reducir la resistencia de las alas mediante el coeficiente de reducción ρ_r , el cual es obtenido en Estado Límite Último. Igualmente se puede tener en cuenta la influencia de la torsión en un cálculo elasto-plástico, modificando la ecuación constitutiva del material con un límite de plastificación menor, o bien, introduciendo una predeformación según la ecuación (5- 6).

5.1.2 ESTUDIO PARAMÉTRICO DE LA INFLUENCIA DEL ESFUERZO TORSOR EN Puentes REALES

El estudio paramétrico que se aborda a continuación, está enfocado en puentes mixtos de carretera y tiene como objetivo cuantificar la influencia del momento torsor debido a las sobrecargas de tráfico y al trazado curvo en planta en el esfuerzo cortante solicitante en las almas. Para ello, se consideran distintas luces L y distintos radios de giro R con una relación de esbeltez (canto constante) de $h/L=1/20$ para puentes biapoyados y de $h/L=1/28$ para puentes continuos. Los parámetros geométricos se muestran en la *Figura 5- 7*. Asimismo, para el caso de puentes continuos en donde influyen los parámetros cinemáticos (sistema hiperestático), se considera una relación entre la rigidez flexional y torsional igual a la unidad ($EI/GJ = 1$). En secciones cerradas esta relación tiene valores próximos a la unidad.

Figura 5- 7. Sección transversal y perfil longitudinal de puente tipo mixto de carreteras

De forma simplificada se analiza el vano de longitud L como un elemento aislado representado como una viga balcón curva (*Figura 5- 8*) con cargas perpendiculares a su plano, siendo las condiciones de apoyo para cada caso las siguientes:

- Puente biapoyado: extremos articulados a flexión y empotrados a torsión.
- Puente continuo: extremos empotrados a flexión y a torsión.

Figura 5- 8. Vista en planta de la viga balcón

Los tipos de cargas que actúan sobre la viga balcón correspondientes a un puente de carretera (ver Figura 5- 9) son:

- Carga uniformemente distribuida q en toda la longitud del vano y con una excentricidad y_q respecto al eje de la sección.
- Carga puntual Q aplicada a una distancia s_Q del apoyo A y con una excentricidad y_Q respecto al eje de la sección.

Figura 5- 9. Criterio de signos y cargas (Lebet & Manfred, 2009)

Los esfuerzos en cualquier sección según el criterio de signos de la Figura 5- 9, son dadas a continuación. El Anexo IV recoge un desarrollo más detallado de las ecuaciones para este tipo de cargas y tipo de vinculaciones. Asimismo, para el caso de vigas isostáticas se puede encontrar las ecuaciones en la referencia: (Lebet & Manfred, 2009). Otras publicaciones como los libros de puentes de MANTEROLA (Manterola, 2006), también contiene información relativo al estudio de puentes curvos.

Ecuaciones generales de carga uniformemente distribuida q

Cortante $V(s)$:

$$V(s) = V_A - qs \quad (5- 17)$$

$$V_A = -\frac{M_{y,A}}{L} \left(1 - \cos\left(\frac{L}{R}\right)\right) - \frac{M_{x,A}}{L} \sin\left(\frac{L}{R}\right) + \frac{qL}{2} \quad (5- 18)$$

Momento flector $M_y(s)$:

$$M_y(s) = M_{y,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) - M_{x,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) - R(qR - m_T) \quad (5- 19)$$

Momento torsor $M_x(s)$:

$$M_x(s) = M_{y,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + M_{x,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) + R(V_A - qs) \quad (5-20)$$

Para el caso de viga balcón circular simétrica, las ecuaciones anteriores se pueden expresar como:

Cortante $V(s)$:

$$V(s) = \frac{qL}{2} - qs \quad (5-21)$$

Momento flector $M_y(s)$:

$$M_y(s) = \left[\cos\left(\frac{s}{R}\right) + \tan\left(\frac{L}{2R}\right) \sin\left(\frac{s}{R}\right) \right] C - R(qR - m_T) \quad (5-22)$$

Momento torsor $M_x(s)$:

$$M_x(s) = \left[\sin\left(\frac{s}{R}\right) - \tan\left(\frac{L}{2R}\right) \cos\left(\frac{s}{R}\right) \right] C + R\left(\frac{qL}{2} - qs\right) \quad (5-23)$$

Siendo, las reacciones en el apoyo A:

$$V_A = \frac{qL}{2} \quad M_{y,A} = C \quad M_{x,A} = -\frac{1 - \cos\left(\frac{L}{R}\right)}{\sin\left(\frac{L}{R}\right)} C$$

Donde, $m_T = qy_q$ y C es una constante que se define en el Anexo IV.

Ecuaciones generales de carga puntual Q

Cortante $V(s)$:

$$0 \leq s \leq s_Q \quad V(s) = V_A \quad (5-24)$$

$$s_Q \leq s \leq L \quad V(s) = V_A - Q \quad (5-25)$$

Momento flector $M_y(s)$:

$$0 \leq s \leq s_Q \quad M_y(s) = M_{y,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) - M_{x,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + V_A R \sin\left(\frac{s}{R}\right) \quad (5-26)$$

$$s_Q \leq s \leq L \quad M_y(s) = M_{y,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) - M_{x,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + V_A R \sin\left(\frac{s}{R}\right) - (QR - M_T) \sin\left(\frac{s - s_Q}{R}\right) \quad (5-27)$$

Momento torsor $M_x(s)$:

$$0 \leq s \leq s_Q \quad M_x(s) = M_{y,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + M_{x,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) + V_A R \left(1 - \cos\left(\frac{s}{R}\right)\right) \quad (5-28)$$

$$s_Q \leq s \leq L$$

$$M_x(s) = M_{y,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + M_{x,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) + V_A R \left(1 - \cos\left(\frac{s}{R}\right)\right) + (QR - M_T) \cos\left(\frac{s - s_Q}{R}\right) - QR \quad (5-29)$$

Donde, $M_T = Qy_Q$ y las reacciones en el apoyo A: V_A , $M_{y,A}$ y $M_{x,A}$ se definen en el Anexo IV.

5.1.2.1 Acciones

Cargas Muertas

Peso propio de la losa de hormigón de 300 mm de espesor medio.

Peso propio del cajón metálico 200 kg/m².

Capa de rodadura de 70 mm de espesor con un posible incremento del 50% si es desfavorable.

Peso propio de barreras rígidas laterales de 5 kN/m cada una.

Sobrecarga de tráfico

Sobrecarga de tráfico según el modelo 1 del Eurocódigo (EN 1991-2, 2003).

5.1.2.2 Combinaciones de cargas

Se definen las siguientes combinaciones las cuales son condicionantes en las solicitaciones de esfuerzo cortante en las almas.

Combinación 1: Cortante máximo – Torsor máximo concomitante ($V_{\max} - T_{\max,cc}$)

Cargas permanentes $g_d = 202.5$ kN/m

Sobrecargas de tráfico SC según la *Figura 5-10*

Las acciones resultantes sobre el vano de puente para la combinación 1 son las siguientes:

$q_d = 266$ kN/m	→	Carga distribuida en toda la longitud L
$m_{T,d} = -186$ kNm/m	→	Momento distribuido en toda la longitud L
$Q_d = 1620$ kN	→	Carga puntual a una distancia s_Q del apoyo A
$M_{T,d} = -2430$ kNm	→	Momento puntal a una distancia s_Q del apoyo A

Figura 5-10. Sobrecargas de tráfico que producen el cortante máximo con el torsor máximo concomitante

Combinación 2: Torsor máximo – Cortante máximo concomitante – ($T_{\max} - V_{\max,cc}$)

Cargas permanentes $g_d = 202.5 \text{ kN/m}$

Sobrecargas de tráfico SC según la *Figura 5- 11*

Las acciones resultantes sobre el vano de puente para la combinación 1 son las siguientes:

$q_d = 247 \text{ kN/m}$	→	Carga distribuida en toda la longitud L
$m_{T,d} = -156 \text{ kNm/m}$	→	Momento distribuido en toda la longitud L
$Q_d = 1350 \text{ kN}$	→	Carga puntual a una distancia s_Q del apoyo A
$M_{T,d} = -3105 \text{ kNm}$	→	Momento puntual a una distancia s_Q del apoyo A

Figura 5- 11. Sobrecargas de tráfico que producen el torsor máximo con el cortante máximo concomitante

5.1.2.3 Influencia de la torsión en el esfuerzo cortante en el alma

Además de estimar la influencia de la torsión en el esfuerzo cortante en las almas, se evalúa su influencia en el rasante de la conexión correspondiente al alma más solicitada considerando los dos tipos de distribuciones del rasante, usados para el cálculo de la conexión: elástica y plástica. Solo la distribución elástica del rasante para el proyecto de la conexión está recogida en el Eurocódigo (EN 1994-2, 2005). Sin embargo, es de práctica habitual, al menos en España, en el proyecto de puentes mixtos considerar una distribución plástica, siempre y cuando la conexión sea lo suficientemente dúctil.

Por tanto, para evaluar la influencia del torsor, se consideran las dos combinaciones de cargas definidas en el apartado anterior actuando las cargas puntuales Q_d y $M_{T,d}$ en dos posiciones características:

1. Posición 1: cargas puntuales Q_d y $M_{T,d}$ en el centro de vano ($s_Q / L = 0.50$).
2. Posición 2: cargas puntuales Q_d y $M_{T,d}$ a un canto del apoyo A ($s_Q / L = h / L$). Siendo, $h/L=1/20$ para puentes biapoyados y $h/L=1/28$ para puentes continuos.

Asimismo, los esfuerzos en el puente para las dos combinaciones se evalúan, según la *Figura 5- 12*, en las secciones 1A, 1C y 1Q para la posición 1 de las cargas puntuales y en las secciones 2A y 2Q para la posición 2. La sección 1C, solo se considera en puentes continuos debido a que el momento torsor producido por las cargas uniformes tiene un máximo próximo a esa sección.

Figura 5- 12. Posiciones de las cargas puntuales Q_d y $M_{T,d}$

Criterio elástico: influencia de la torsión en el esfuerzo cortante y en el esfuerzo rasante elástico

La influencia de la torsión en el esfuerzo cortante en el alma más solicitada, y a su vez, el esfuerzo rasante elástico en cualquiera de las secciones, se determina mediante el incremento en tanto por cien del esfuerzo cortante en el alma debido a la torsión $\Delta V_{w,T,EL,i}$ respecto a la mitad del esfuerzo cortante de la sección (correspondiente a un alma), siendo éste el esfuerzo cortante de referencia $V_{w,ref,EL,i}$ en la sección i (i es la sección en donde se evalúan los esfuerzos según la Figura 5- 12). Por tanto, el valor máximo que caracteriza la influencia de la torsión en el puente se define como:

$$\frac{\Delta V_{w,T,EL}}{V_{w,ref,EL}} = \max \left\{ \frac{\max \{V_{w,tot,i}^I; V_{w,tot,i}^{II}\} - V_{w,ref,EL,i}^I}{V_{w,ref,EL,i}^I} \right\} \quad (5-30)$$

$$\begin{aligned} i &= \{1A; 1C; 2A; 2Q\} && \rightarrow \text{puente biapoyado} \\ i &= \{1A; 1C; 1Q; 2A; 2Q\} && \rightarrow \text{puente continuo} \end{aligned}$$

Donde,

$$V_{w,tot,i}^j = \frac{V_{Ed,i}^j}{2} + V_{w,T,i}^j$$

$V_{w,tot,i}^j$ Cortante total en el alma más solicitada debido al cortante y la torsión bajo la combinación j , siendo $j = \{1; 2\}$

$V_{w,ref,EL,i}^I = V_{Ed,i}^I/2$ esfuerzo cortante solicitante en un alma debido al cortante en la sección i bajo la combinación 1 (combinación que maximiza el cortante en la sección)

$V_{Ed,i}^j$ Cortante en la sección i bajo la combinación de cargas j , siendo $j = \{1; 2\}$

$V_{w,T,i}^j$ Cortante en un alma debido a la torsión en la sección i bajo la combinación de cargas j , siendo $j = \{1; 2\}$

Criterio plástico: influencia de la torsión en el esfuerzo rasante plástico

Para evaluar la influencia de la torsión en el rasante plástico, se considera exclusivamente la posición 1 de las carga puntuales Q_d y $M_{T,d}$ determinando su influencia a partir del incremento en tanto por cien del cortante medio (medio vano $L/2$) en el alma más solicitada $\Delta V_{w,T,PL}$ debido a la torsión respecto a la mitad del esfuerzo cortante medio (medio vano $L/2$) de la sección $V_{ref,PL}$. Por tanto, el valor máximo que caracteriza la influencia de la torsión en el puente se define como:

$$\frac{\Delta V_{w,T,PL}}{V_{w,ref,PL}} = \frac{\max\{V_{w,tot,PL}^I; V_{w,tot,PL}^{II}\} - V_{w,ref,PL}^I}{V_{w,ref,PL}^I} \quad (5-31)$$

Donde,

$$V_{w,tot,PL}^I = \frac{V_{Ed,1A}^I + V_{Ed,1Q}^I}{4} + \frac{V_{w,T,1A}^I + V_{w,T,1Q}^I}{2} \rightarrow \text{puentes biapoyados}$$

$$V_{w,tot,PL}^{II} = \frac{V_{Ed,1A}^{II} + V_{Ed,1Q}^{II}}{4} + \frac{V_{w,T,1A}^{II} + V_{w,T,1Q}^{II}}{2} \rightarrow \text{puentes biapoyados}$$

$$V_{w,tot,PL}^I = \frac{V_{Ed,1A}^I + V_{Ed,1Q}^I}{4} + \frac{V_{w,T,1A}^I + V_{w,T,1Q}^I + V_{w,T,1C}^I}{3} \rightarrow \text{puentes continuos}$$

$$V_{w,tot,PL}^{II} = \frac{V_{Ed,1A}^{II} + V_{Ed,1Q}^{II}}{4} + \frac{V_{w,T,1A}^{II} + V_{w,T,1Q}^{II} + V_{w,T,1C}^{II}}{3} \rightarrow \text{puentes continuos}$$

$V_{w,tot,PL}^j$ Cortante total medio en el alma más solicitada correspondiente a medio vano debido al cortante y la torsión bajo la combinación j , siendo $j = \{1; 2\}$

$V_{w,ref,PL}^I = (V_{Ed,1A}^I + V_{Ed,1Q}^I)/2$, esfuerzo cortante medio en un alma correspondiente a medio vano bajo la combinación 1 (combinación que maximiza el cortante en la sección)

$V_{Ed,i}^j$ Cortante en la sección i bajo la combinación de cargas j , siendo $i = \{1A; 1C; 1Q\}$ y $j = \{1; 2\}$

$V_{w,T,i}^j$ Cortante en un alma debido a la torsión en la sección i bajo la combinación de cargas j , siendo $i = \{1A; 1C; 1Q\}$ y $j = \{1; 2\}$

Influencia de la torsión en el esfuerzo cortante del alma y el rasante

En puentes mixtos de carretera rectos la relación entre las sobrecargas y las cargas totales repercuten directamente en el efecto que tiene la torsión sobre los esfuerzos cortantes en la estructura al ser únicamente las acciones debidas a las sobrecargas las que inducen un torsor en la estructura. En puentes de pequeñas luces, las acciones de las cargas puntuales debido al tráfico tienen una mayor participación sobre las cargas totales en de la estructura, siendo lógico esperar que el efecto de la torsión esté más acentuado que para puentes de grandes luces, donde, su efecto se va atenuando. Esto se puede observar en la curva de la *Figura 5- 13*, que muestra la relación entre la sobrecarga de tráfico SC_d y la carga total $Q_{d,tot}$ en función de la luz L . Se observa cómo la curva tiene una pendiente mayor para puentes de luces pequeñas hasta tender a una tangente horizontal para puentes de grandes luces.

Las sobrecargas de tráfico en puentes mixtos de canto constante suelen representar aproximadamente un 30% - 35% del total de las cargas para luces habituales de esta tipología (40 – 80 m), siendo algo mayor este porcentaje que en los puentes de hormigón armado donde suponen entre un 15% - 20% para esbelteces h/L en torno a 1/22.

Figura 5- 13. Relación entre la sobrecarga de tráfico y carga total en función de la luz en puentes mixtos de carretera continuo de canto constante

En el caso de puentes curvos la influencia de la torsión es más acusada debido a que los esfuerzos de torsión no solo son producidos por las sobrecargas excéntricas respecto al eje de la sección, sino también, por el resto de acciones a pesar de que éstas puedan no ser excéntricas. Por tanto, el efecto de las acciones que producen los esfuerzos de torsión queda sujeta a la interacción entre el radio R y la longitud del vano L , además de las condiciones de contorno en los apoyos, siendo su influencia mayor en puentes biapoyados que en puentes continuos.

La Figura 5- 14 y la Figura 5- 15 muestran la relación del incremento del cortante en el alma debido al momento torsor respecto al cortante de referencia (cortante máximo en el alma sin interacción con la torsión) en puentes biapoyados calculados bajo un criterio elástico y plástico (definidos previamente) respectivamente. Esta relación que se representa en función de la longitud del vano L para distintos valores de radio R , permite evaluar la influencia de la torsión en la capacidad resistente de las secciones frente a los esfuerzos de cortante en el alma y rasante en la conexión, así como, la repercusión en el factor de seguridad en puentes reales proyectados, como a veces se puede observar, únicamente a partir del cortante sin verificar la condición de máximo torsor.

Las curvas de mostradas en la Figura 5- 14 corresponden a la influencia del torsor en el cortante del alma, así como, su influencia en el cortante de cálculo de la conexión bajo un criterio elástico. Se observa, que para puentes rectos el efecto de la torsión supone un incremento del cortante en el alma y en el rasante de la conexión de un 30% y 40% para grandes luces y pequeñas luces respectivamente. Esto supone una variación máxima en el incremento del cortante del 10% en función de la luz, no siendo por tanto, para puente rectos un parámetro significativo.

Figura 5- 14. Incremento del cortante en el alma y del cortante de cálculo de la conexión bajo criterio elástico debido al torsor en puentes mixtos biapoyados

Figura 5- 15. Incremento del cortante de cálculo de la conexión bajo criterio plástico debido al torsor en puentes mixtos biapoyados

En términos resistentes o de seguridad, un incremento del 30%-40% del cortante no resulta ser un valor alarmante respecto a la capacidad resistente del cortante en el alma, puesto que en general la resistencia cortante de cálculo suele estar subestimada, un ejemplo de ello, es el no considerar la contribución de la losa de hormigón a la resistencia a cortante (Darehshouri, Shanmugam, & Osman, 2012) (Liang, Uy, Bradford, & Ronagh, 2005) (Marí, Cladera, Bairán, Oller, & Ribas, 2014). Sin embargo, para el caso de una conexión proyectada como conexión rígida, un incremento del 30% puede resultar significativo para producir el agotamiento de la conexión, existiendo un mayor riesgo de colapso en una conexión parcial. En los resultados experimentales EN-MVT, se observó como una conexión proyectada como conexión completa y flexible bajo los esfuerzos de flexión y cortante, resultó condicionante para un incremento del cortante debido a la torsión del 50%. Asimismo, como se muestra en la Figura 5- 15, considerar

una redistribución plástica del esfuerzo rasante hace que el efecto de cortante debido a la torsión se reduzca hasta valores del 15%-20% en puentes rectos biapoyados.

Figura 5- 16. Incremento del cortante en el alma y del cortante de cálculo de la conexión bajo criterio elástico debido al torsor en puentes mixtos continuos

Figura 5- 17. Incremento del cortante de cálculo de la conexión bajo criterio plástico debido al torsor en puentes mixtos continuos

En el caso de puentes curvos biapoyados, el incremento del cortante debido a la torsión bajo los dos criterios: elástico y plástico, presentan valores similares y significativos. El hecho que los valores del incremento sean similares, se debe a que la ley del momento torsor a lo largo del vano biapoyado, presenta una distribución lineal y semejante a la del cortante, dando como resultado, que los incrementos relativos del cortante derivado de la torsión sean similares a pesar de existir una diferencia entre los valores nominales del cortante. Estos incrementos del cortante derivados de la torsión, resultan ser muy significativos en los puentes curvos biapoyados, en donde para la luces más habituales comprendidas entre 60 y 80 m, alcanza valores superiores al 100% para un radio de R=100 m, mayores al 150% para R=75 m y más del

200% para un radio de $R=50$ m. Para el caso de un radio pequeño de $R=30$ m, el incremento del cortante alcanza un valor del 100% para una luz de 30 m.

Los puentes rectos continuos presentan valores del incremento del cortante debido a la torsión similares a los puentes rectos biapoyados, siendo éstos entre el 30% y 40% bajo un criterio elástico y entre un 15% y 20% bajo un criterio plástico. En cuanto a los puentes curvos continuos, la influencia de la torsión presenta valores muy inferiores respecto a los puentes curvos biapoyados. Para el caso de una luz $L=80$ m el incremento del cortante bajo un criterio elástico supone un 40% para un radio de $R=200$ m, un 60% para $R=100$ m y un 70% para $R=70$ m. Para radios pequeños, toma valores de un 60% para luces cercanas a $L=60$ m y $L=40$ m con un radio $R=50$ m y $R=30$ m respectivamente.

Considerando el criterio plástico en los puentes curvos continuos, las curvas que representan los incrementos del cortante debido a la torsión tienen sus valores acotados entre un 15% y un 30%.

5.2 INFLUENCIA DE LA CONEXIÓN EN SECCIONES MIXTAS DE HORMIGÓN Y ACERO

A partir de las formulaciones presentadas por NIE (Nie & Cai, 2003) para estimar las flechas y las rigideces en régimen elástico considerando la influencia del deslizamiento de la conexión, se realiza una comparación de los resultados experimentales relativos a los ensayos EN-MV con las estimaciones teóricas considerando tanto la conexión rígida (no slip - EC) como la conexión flexible (slip - Nie).

Figura 5- 18. Conector tipo de la conexión con una separación de 100 mm

Para las estimaciones teóricas que tienen en cuenta el deslizamiento, se calcula la rigidez de la conexión compuesta por conectores angulares (Figura 5- 18) a partir de los resultados experimentales de los ensayos EN-MVT. Considerando que, en cierta medida la rigidez de la conexión depende de la capacidad de deformación del bloque de hormigón en interacción con los conectores, resulta razonable considerar que la rigidez de la conexión de las vigas de los dos ensayos (EN-MV y EN-MVT) son proporcionales, siendo la constante de proporcionalidad, el cociente entre los módulos de elasticidad de los hormigones de la losa, resultando:

$$K_{EN-MV} = \frac{E_{c,EN-MV}}{E_{c,EN-MVT}} K_{EN-MVT}$$

$$K_{EN-MV} = \frac{25}{30} 1,03 \cdot 10^6 = \frac{8,58 \cdot 10^5 kN}{m^2}$$

Siendo,

K_{EN-MV} Rigidez de la conexión de las vigas de los ensayos EN-MV

K_{EN-MVT} Rigidez experimental de la conexión de las vigas de los ensayos EN-MVT definida en el apartado 4.6.4.2

$E_{c,EN-MV}$ Módulo de elasticidad de la losa de hormigón de las vigas de los ensayos EN-MV según el apartado 3.3.2

$E_{c,EN-MVT}$ Módulo de elasticidad de la losa de hormigón de las vigas de los ensayos EN-MVT según el apartado 4.3.2

La *Figura 5- 19* muestra las estimaciones teóricas y experimentales de los diagramas Momento-Curvatura y Carga-Flecha correspondiente al centro del vano de los ensayos EN-MV en flexión positiva. El trazo discontinuo corresponde a las curvas teóricas obtenidas a partir de un cálculo elasto-plástico acorde al Eurocódigo (no slip-EC), el trazo continuo corresponde a las estimaciones teóricas mediante un cálculo lineal considerando el deslizamiento de la conexión aplicando las formulaciones de NIE (Nie & Cai, 2003), el cual estima una rigidez equivalente, que si bien, ésta depende de la configuración de las cargas, la aproximación propuesta por NIE tiene una aplicación general.

Los resultados experimentales representados (*Figura 5- 19*) por las líneas discontinuas marcadas (Exp), como se comentó en el capítulo 3, presentan una rigidez menor y apreciable respecto a las estimaciones teóricas calculadas sin considerar deslizamiento en la interfaz de la conexión (deslizamiento nulo). Sin embargo, resulta oportuno comparar ese comportamiento con otros estudios donde se incluye la influencia de la conexión (slip-Nie).

Los resultados teóricos calculados considerando el deslizamiento dan una mejor correlación en servicio al presentar una respuesta próxima a las obtenidas experimentalmente, siendo más adecuada para estimar las deformaciones. Esto pone de manifiesto, una vez más, cómo de significativo puede llegar a ser la conexión en la respuesta estructural, especialmente cuando ésta es flexible.

Figura 5- 19. Diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ y Carga-Flecha $P-f$ de los ensayos EN-MV a flexión positiva

6 – CONSIDERACIONES FINALES

Conclusiones

Futuras Líneas de Investigación

6.1 CONCLUSIONES

A continuación, se destacan las principales conclusiones derivadas del estudio expuesto anteriormente.

1. En esta Tesis se recuperan y documentan detalladamente los ensayos realizados en los años '90 por el Grupo de Hormigón Estructural relativos a la interacción Flexión Cortante en secciones mixtas en cajón. Además, estos ensayos se complementan con una segunda campaña encaminada al estudio de la interacción Flexión-Torsión-Cortante. Se considera que la información experimental recogida y analizada con mucho detalle en esta tesis es de gran valor por la relativa escasez de ensayos de estas características y suponen una clara aportación para futuros trabajos en esta línea. Como conclusiones directas obtenidas de los datos experimentales, pueden destacarse las siguientes:
 - Existe una sobre-resistencia de las vigas mixtas frente al esfuerzo cortante. En los resultados experimentales se alcanzaron valores superiores al 50% de la resistencia teórica. En la mayoría de los ensayos, al ser el fallo por agotamiento de la conexión, es probable que la resistencia última a cortante de las almas sea incluso algo mayor a los valores obtenidos. Estos resultados pueden explicarse por una contribución de la losa de hormigón a la resistencia a cortante. Se trata de un fenómeno ya observado en secciones de hormigón en T (Marí, Cladera, Bairán, Oller, & Ribas, 2014) (Ribas & Cladera, 2013) e incluso para secciones mixtas existe alguna propuesta de modelo (Darehshouri, Shanmugam, & Osman, 2012).
 - Las conexiones flexibles (conexión de interacción parcial que permite un cierto grado de deslizamiento) dan lugar a un aumento de la flexibilidad de las secciones, y a pesar de, no ser muy relevantes en la resistencia última a flexión cuando ésta es completa, sí pueden ser significativas en servicio. Otros estudios (Nie & C. S., 2003) también destacan la influencia de la conexión en la deformada en especial cuando la conexión es parcial. Incluso para una conexión completa, estos estudios señalan que el deslizamiento puede producir una pérdida en la rigidez algo superior al 15% en vigas de poca luz. En los resultados experimentales expuestos en esta tesis se pudo observar cómo la conexión contribuyó considerablemente en algunos casos a la pérdida de rigidez repercutiendo de forma relevante en servicio.
 - El modelo de la *RPX-95* (Ministerio de Fomento, 1995) para estimar la capacidad resistente de las chapas comprimidas con rigidizadores longitudinales presentó una mejor correlación con los datos experimentales de esta campaña, en términos de resistencia, respecto a la calculada a partir del Eurocódigo (EN 1993-1-5, 2006). Las formulaciones de la *RPX-95* difieren de la propuesta por los Eurocódigos en que, ésta última favorece a una formulación en términos tensionales cuando las secciones no son compactas, mientras que la *RPX-95*, lo hace en términos de deformaciones, siendo esta aproximación, a priori, más apropiada para un cálculo no lineal. Adicionalmente, la *RPX-95* permite considerar, en un cálculo elasto-plástico, una deformación de hasta

- 1.2 ε_y en chapas comprimidas sensibles a la abolladura (ver capítulo 2.2.5.1) a partir de simular una respuesta más real del elemento comprimido.
 - Las secciones mixtas sometidas a flexión positiva o negativa no presentan una diferencia significativa en la capacidad resistente de la conexión.
2. Además se han llevado a cabo una serie de estudios teóricos que han permitido obtener algunas conclusiones y hacer algunas reflexiones acerca de la práctica habitual de proyecto de estructuras mixtas:
- En secciones donde el momento torsor solicitante T_{Ed} produce un cortante en la chapa de fondo $V_{f,T,Ed}$ superior al 50% del cortante resistente $V_{f,b,Rd}$, la resistencia del ala inferior (chapa de fondo) frente a tensiones normales queda notablemente condicionada por la interacción axil-cortante produciendo que la tensión normal máxima en la chapa sea inferior a la de plastificación f_y . Esto es debido a que las tensiones tangenciales en el ala inferior, producidas por la torsión, limitan las tensiones normales al superar el 50% de la resistencia a cortante ($\bar{\eta}_3 > 0.5$). Este hecho tiene una alta repercusión en la resistencia a flexión de la sección, la cual puede ser inferior al momento elástico M_{EL} y conlleva, que secciones que inicialmente están clasificadas como secciones de clase 1 o 2, puedan comportarse como secciones de clase 4. Se pudo observar en el diagrama teórico de interacción M-V-T (flexión positiva) de la viga mixta VMX-1, cómo la consideración de la interacción axil-cortante de la chapa de fondo supuso una reducción del momento resistente en la sección mixta del 45% aproximadamente cuando interacciona con un torsor $T_{Ed} = 75\% T_{Rd}$.
 - Las secciones mixtas clasificadas por el Eurocódigo 4 (EN 1994-1-1, 2004) (EN 1994-2, 2005) como secciones de clase 1 a partir de las esbelteces de los elementos metálicos, tiene una respuesta en ELU, que en general, no tienen por qué corresponderse con la definición de su clase. Esto se debe a que en las secciones de clase 1 que garantizan alcanzar el momento plástico con una suficiente capacidad de rotación, el elemento de hormigón debe tener un comportamiento compatible con la clasificación de la sección. Como se pudo observar en los resultados experimentales, dos secciones de clase 1 tuvieron un colapso prematuro, una de ellas porque se alcanzó la rotura en compresión de la losa superior de hormigón (situación no normal en la práctica) y la otra, por una conexión ineficaz de la losa de fondo en la sección de doble acción mixta. Por tanto, resulta necesario extender para las estructuras mixtas la definición de las clases para incluir el comportamiento dúctil o frágil de los elementos de hormigón de la sección.
 - A pesar de ser las secciones en cajón sumamente rígidas frente a la distorsión (siempre que se dispongan diafragmas a una distancia razonable), en secciones mixtas cuya conexión es flexible, ésta se puede incrementar en presencia de la torsión. En general este fenómeno no es muy significativo.
 - La presencia de torsión en interacción con el cortante produce una sobresolicitación significativa en la conexión, pudiendo ésta condicionar la capacidad resistente de la sección. Se pudo observar en los resultados experimentales, cómo una conexión completa con conexión flexible proyectada para resistir

únicamente los esfuerzos de interacción flexión-cortante (ensayos EN-MV), pasó a comportarse como una conexión parcial condicionando la capacidad resistente de la sección frente a la interacción de esfuerzos de flexión-cortante-torsión (ensayos EN-MVT). En los ensayos EN-MVT, el esfuerzo cortante producido por la torsión sobre el alma más solicitada representó una tercera parte del cortante total solicitante en el alma ($V_{w,T} / V_w = 1/3$), es decir, el 50% del cortante en el alma debido al cortante ($V_{w,T} / V_{w,V} = 1/2$). Este incremento de sollicitación debido a la torsión, a pesar de ser alto, puede llegar a producirse en puentes mixtos rectos de carretera de poca luz (inferiores a 30 m), donde la sobrecarga puede suponer un 40% respecto a la carga total ($q_{sc}/q_{tot} = 40\%$). En puentes de mayor luz la relación q_{sc}/q_{tot} está en torno a un 30%, lo que supone que para un puente mixto recto el incremento del cortante en el alma debido a la torsión esté entre un 25% y 35% ($V_{w,T} / V_{w,V} = 0.25 - 0.35$). Sin embargo, la sobre-sollicitación del alma a cortante debido a la influencia del torsor en puentes curvos en planta es más acusado, debido a que las acciones permanentes también inducen esfuerzos de torsión en la estructura.

- La influencia de la torsión en el esfuerzo cortante del alma, es bastante significativo en puentes curvos biapoyados, donde para las luces más habituales comprendidas entre 60 y 80 m, alcanza incrementos superiores al 100% para un radio $R=100$ m, 150% para $R=75$ m y más del 200% para un radio de $R=50$ m. Para el caso de un radio pequeño de $R=30$ m, el incremento del cortante alcanza un valor del 100% para una luz de 30 m. Para puentes curvos continuos y una luz de $L=80$ m, el incremento del cortante supone un 40% para un radio $R=200$ m, un 60% para $R=100$ m y un 70% para $R=70$ m. Para radios pequeños, toma valores de un 60% para luces cercanas a $L=60$ m y $L=40$ m con un radio $R=50$ m y $R=30$ m respectivamente.
- La influencia de la torsión en el esfuerzo rasante bajo hipótesis de cálculo plástico de la conexión, supone un incremento debido a la torsión en puentes curvos biapoyados, -para relaciones de luces y radios habituales- superior al 50%, pudiendo superar el 100% para el caso de un puente curvo de radio $R=75$ m y luz $L=60$ o para uno de $R=50$ m con una luz de $L=45$ m. Para el caso de puentes biapoyados rectos y puentes continuos curvos o rectos, la torsión puede suponer unos incrementos en el esfuerzo rasante plástico cuyos valores están acotados entre un 15% y un 30%.

6.2 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Como futuras líneas de investigación se plantean las siguientes:

1. Desarrollo de modelos de aplicación práctica que permita estimar la capacidad resistente en ELU de las secciones mixtas teniendo en cuenta la influencia de una conexión flexible incluyendo su comportamiento no lineal, además, de considerarla para obtener los diagramas M-V y M- χ . La mayoría de los modelos que tienen en cuenta el deslizamiento de la conexión en el análisis seccional están basados en hipótesis elásticas. Este tipo de modelos puede ser de utilidad en la evaluación de estructuras existentes.
2. Ampliar los estudios relativos a la contribución en la resistencia a cortante de la losa de hormigón en vigas mixtas mediante una campaña experimental ad-hoc y la contrastación de los modelos existentes.

Bibliografía

- AASHTO LRFD. (2004). "Bridge Design Specifications and Commentary". *American Association of State Highway Transportation Officials*, 1264.
- Basler, K. (1961a). En *Strength of plate girders in shear* (págs. 151-180).
- Benjamin, B. (2010). *Stability of steel plates under combined loading*. Stuttgart.
- Bentz, E., Vecchio, F., & Collins, M. (1986). "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear". *ACI Structural Journal*, 219-231.
- Bentz, E., Vecchio, F., & Collins, M. (2006). "The Simplified MFCT for Calculating the Shear of Reinforced Concrete Elements". *ACI Structural Journal*, 614-624.
- Bornscheuer, F. (1946). *Beltrag zur Berechnung ebener, gleichmässig gedrückter Rechteckplatten, verstelt durch eine Längssteife*. Darmstadt.
- Calvo Benítez, J., & Corres Peiretti, H. (1995). *Comportamiento seccional y estructural para estados avanzados de carga*. Madrid.
- Calzón, J. (1996). *Estructuras mixtas: teoría y práctica*. Madrid: Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento.
- Ceradini, G. (1959). En *Sul dimensionamento delle costole longitudinali di irrigidimento dell'anima in travi a parete piena sollecitate a flessione e soggette a pericolo di instabilità per ingobbamento* (págs. 357-374; 455-468). Roma.
- Cescotto, S., Marquoi, R., & Massonnet, C. (1984). En *Simulation sur ordinateur du comportement à la ruine des poutres à âme pleine cisailées ou flechées* (págs. 27-40).
- Chwalla, E. (1936c). En *Die Bemessung der waagrecht ausgesteiften Stegbleche vollwandiger Träger* (págs. 957-985). Berlin.
- Collins, M., Mitchell, D., Adebar, P., & Vecchio, F. (1996). "A General Shear Design Method". *ACI Structural Journal*, 36-45.
- Darehshouri, S., Shanmugam, N., & Osman, S. (2012). Collapse behavior of composite plate girders loaded in shear. *Structural Engineering*, 318-326.
- Dubas, P. (1971). En *Essais sur le comportement postcritique de poutres en caisson raidies* (pág. London). 367-379.
- Dubas, P. (1977). En *Plated structures with closed-section stiffeners; Steel plated structures* (págs. 265-283). London.
- Dubas, P., & Gehri, E. (1986). *Behaviour and design of steel plated structures*. Zurich: Applied Statics and Steel Structures. ETH-Hönggerberg.

- EN 1991-2. (2003). *Eurocode 1, parte 2 (EN 1991-2): Action on structures - Trafic load on bridges*. Europa.
- EN 1992-1-1. (2004). *Eurocode 2, Part 1-1 (EN 1992-1-1): General Rules and Rules for Buildings*. Europa.
- EN 1992-2. (2005). *Eurocode 2, Part 2 (EN 1992-2): Concrete bridges - Design and detailing rules*. Europa.
- EN 1993-1-1. (2005). *Eurocode 3, Part 1-1 (EN 1993-1-1): General rules and rules for buildings*. Europa.
- EN 1993-1-5. (2006). *Eurocode 3, Part 1-5 (EN 1993-1-5): Plated structural elements*. Europa.
- EN 1994-1-1. (2004). *Eurocode 4, Part 1-1 (EN 1994-1-1): General rules and rules for buildings*. Europa.
- EN 1994-1-2. (2004). *Eurocode 4, part 1-2 (EN 1994-1-2): General rules - Structural fire design*. Europa.
- EN 1994-2. (2005). *Desing of composite steel and concrete structures: General rules and rules for bridges*. Europa.
- EUROCODE 3. (1983). *Common unfied code of practice for steel structures*.
- Frey, F. (1978). *L'analyse statique non linéaire des structures par la méthode des éléments finis et son application à la construction métallique*. Liège.
- Frieze, P., Dowling, P., & Hobbs, R. (1977). Ultimate load behaviour of plates in compression. En *Steel Plated Structures* (págs. 24-50). London.
- Iguchi, S. (1936). En *Allgemeine Lösung der Knickugsaufgabe für rechteckige Platten* (págs. 207-215).
- Instituto Técnico de la Estructura en Acero. (s.f.). *Tomo 12: Construcción mixta*.
- Klöppel, K., & Möller, K. (1968). *Beulwerte ausgestelltter rechteckplatten*. Berlin.
- Klöppel, K., & Scheer, J. (1960). *Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten*. Berlin.
- Kristek, V., Skaloud, M., & Zörnerova, M. (1982). En *Large deflections of stiffened compression flanges by folded plate theory* (págs. 443-448).
- Lebet, J., & Manfred, A. H. (2009). *Traité de Génie Civil: Ponts en acier*. Lausanne.
- Liang, Q. Q., Uy, B., Bradford, M. A., & Ronagh, H. R. (2005). Strength analysis of steel-concrete composite beam in combined bending and shear. *Structural Engineering*, 1593-1600.
- Manterola, J. (2006). *Puentes I: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Madrid.

- Manterola, J. (2006). *Puentes II: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Madrid.
- Marí, A., Cladera, A., Bairán, J., Oller, E., & Ribas, C. (2014). Un modelo unificado de resistencia a flexión y cortante de vigas esbeltas de hormigón armado bajo cargas, puntuales y repartidas. *Hormigón y Acero*, 247-265.
- Massonet, C., Mazy, G., & Tanghe, A. (1960). En *Théorie générale du vollement des plaques rectangulaires orthotropes encastrées ou appuyées sur leur contour, munies de raidisseurs parallèles aux bords à grands rigidités flexionnelle et torsionnelle* (págs. 223-262). Zurich.
- Massonnet, C. (1954). En *Essais de vollement sur potres à âme raidie* (pág. Zurich). 125-186.
- Milosavljevitch, M. (1947). Sur la stabilité des plaques rectangulaires renforcées par des raidisseurs et sollicitées à la flexion et au cisaillement. Zurich.
- Ministerio de Fomento. (1995). *Recomendaciones para el proyecto de puentes mixtos para carreteras (RPX-95)*. España: Centro de Publicaciones - Ministerio de Fomento.
- Ministerio de Fomento. (2008). *Instrucción de hormigón estructural (EHE-08)*. España: Centro de Publicaciones - Ministerio de Fomento.
- Nie, J., & Cai, S. C. (2003). Steel-concrete composite beam considering shear slipp effects. *Structural Engineering*, 495-506.
- Owen, D., Rockey, K., & Skaloud, M. (1970). En *Ultimate load behaviour of longitudinally reinforced webplates subjected to pure bending* (págs. 113-148). Zurich.
- Pascual Santos, J. (2004). *Criterios de dimensionamiento de los diafragmas interiores en sección cajón de puentes mixtos*. Madrid.
- Ribas, C., & Cladera, A. (2013). Experimental study on shear strength of beam-and-block floors. *Engineering Structures*, Vol. 57, 428-442.
- Rouve, B. (1976). *Calcul du comportement postcritique des plaques raidies par la méthode des éléments finis*. Zurich.
- S.L., F. I. (2012). *Prontuario informático de estructuras metálicas y mixtas*. Madrid, España.
- Sargin, M. (1971). *Stress-Strain relationships for concrete and the analisis of structural concrete seccctions*. Ontario: Solid Mechanics Division - University of Waterloo.
- Scheer, j., & Nölke, H. (1988). Neuer Vorschlag zum Nachweis der Beulsicherhei von Platten unter mehreren Randspannungen. *Festschrifr G. Valtinat*, 115-121.
- Scheer, J., & Nölke, H. (2001). Zum Nachweis der Baulsicherheit von Platten bei gleichzeiter Wirkung mehrerer Randspannungen. *Stahlbau*, 70(9), 718-729.
- Skaloud, M., & Krsitek, V. (1984). *Stabilitu problems of steel box-gider bridges; transactions of the Czechoslovak Academy of Sciences, Series "Technical Sciences"*.

- Skaloud, M., & Novotny, R. (1964). En *Ueberkritisches Verhalten einer gleichförmig gedrückten, in den Dritteln mit zwei Längsrippen versteiften Platte* (págs. 542-566).
- Skaloud, M., & Novotny, R. (1964). En *Ueberkritisches Verhalten einer gleichförmig gedrückten, in der Mitte mit einer Längsrippe versteiften Platte* (págs. 217-249).
- Skaloud, M., & Novotny, R. (1965). En *Ueberkritisches Verhalten einer anfänglich gekrümmten, gleichförmig gedrückten, in der mitte mit einer Längsrippe versteiften Platte* (págs. 210-229).
- Skaloud, M., Donea, J., & Massonet, C. (1967). En *Comportement postcritique d'une plaque carrée raidie cisallée uniformément - Ière partie: Solution générale et déformée de la plaque* (págs. 187-210). Zurich.
- Sofistik AG. (s.f.). Sofistik - Finite Element Program.
- Stevin-Laboratory of the faculty of civil Engineering, Delft University of Technology and TNO-Institute for building materials and structures. (1989). *HERON: Composite steel and concrete beams with partial shear connection*.
- Stüsi, F. (1955). En *tragwerke aus Aluminium* (págs. 147-148). Springer.
- Stüssi, F., Kollbrunner, C., & Walt, M. (1951). Versuchsbericht über das Ausbeulen der auf einseitigen, gleichmässig und ungleichmässig verteilten Druck beanspruchten Platten aus Avional M, hart vergütet. En *Mitt. Inst. Baustatik ETH*. Zürich.
- Timoshenko, S., & Gere, J. (1963). *Theory of elastic stability*. McGraw - Hill.
- von Karman, T., Sechler, E., & Donnell, L. (1932). The Strength of Thin Plates in Compression. En *Trans. ASME* (págs. 53-57).
- Walraven, J., & Bigaj-van Vliet, A. (2010). *Model Code for Concrete Structures*.
- Webb, S., & Dowling, P. (1980). En *Large deflexion elasto-plastic behaviour of discretely stiffened plates* (págs. 375-401).
- Winter, G. (1946). Strength of thin steel compression flanges. En *Proc. ASCE* (págs. 199-226).
- Winter, G. (1968). Thin-walled structures - Theoretical solutions and test results. En *Congress IABSE* (págs. 101-112). New York.
- Xie, L., Bentz, E., & Collins, M. (2011). "Influence of axial stress on shear response of reinforced concrete elements" . *ACI Structural Journal*, 745-754.
- Zanuy, C. (2015). Analitical equations for interfacial stresses of composite beam due to shrinkage. *Steel Structures*, 999-1010.

ANEXO I

Mediciones y equipos

A1.1 SISTEMA CONTROL Y DE MEDIDAS

La ejecución de los ensayos se realiza mediante un sistema de medidas continuas y automáticas (*Figura A1- 1*) para el control de fuerzas, reacciones y movimientos (giros, flechas y deslizamientos), el cual, toma lecturas de voltajes y deformaciones para posteriormente ser procesado por el sistema de adquisición de datos.

Las mediciones de las deformaciones en las vigas y las mediciones de la abertura vertical entre la losa de hormigón y el cajón metálico, son realizados de forma manual para cada escalón de carga, no siendo posible su lectura para estados avanzados de carga.

Figura A1- 1. Equipos de control de cargas y adquisición de datos

A1.2 CARGAS

Las cargas en los ensayos son aplicadas mediante gatos hidráulicos con una capacidad de hasta 900 kN y controladas por el sistema SERVOSIS. Adicionalmente, se usa el sistema de adquisición de datos VXI-Data para obtener un registro continuo de lecturas.

Como segunda medida de control de la aplicación de las cargas, se disponen células de cargas bajo los gatos, con el objeto de contrastar las mediciones obtenidas a partir de la lectura directa de los gatos, además, son usado para su calibración.

En la *Figura A1- 2* se muestran los gatos hidráulicos para la aplicación de las cargas en las vigas.

Figura A1- 2. Gatos hidráulicos de 900 kN de capacidad

A1.3 REACCIONES

Tanto las reacciones en los apoyos, como las reacciones en los elementos que impiden el giro transversal (empotramiento a torsión), son instrumentadas mediante células de carga de hasta 500 kN de capacidad. Este tipo de dispositivo permite un registro continuo de medida. La *Figura A1- 3* muestra una imagen del dispositivo.

Figura A1- 3. Célula de carga de 500 kN de capacidad

A1.4 IMPERFECCIONES EN CHAPAS DE ACERO

En las zonas cercanas al apoyo interior, se miden las imperfecciones iniciales de las almas y la chapa de fondo. Estas medidas son realizadas mediante un panel con perforaciones formando una malla reticular, en el cual se obtiene una primera medida de referencia sobre una superficie plana y lisa, para posteriormente, realizar una segunda medida sobre las chapas metálicas,

obteniéndose las imperfecciones como diferencia entre las dos mediciones (*Figura A1- 4*). Para estas mediciones se hace uso de un flexímetro mecánico.

Figura A1- 4. Medidas de las imperfecciones iniciales en las chapas de acero

A1.5 DEFORMACIONES

Las mediciones de las deformaciones en las chapas metálicas son realizadas mediante *Strain Gauges* y extensómetros mecánicos. Las deformaciones sobre la losa superior de hormigón son obtenidas a partir de mediciones sobre unas bases de referencia separadas cada 200 mm usando extensómetros mecánicos.

A diferencia de las lecturas realizadas con extensómetro mecánico, los *Strain Gauges* permiten un registro continuo de lecturas, sin embargo, este dispositivo suele presentar errores o fallos con bastante frecuencia.

En la

Figura A1- 5 se muestran los instrumentos de medida de las deformaciones

Figura A1- 5. Instrumentación para las medidas de la deformación. Strain Gauges y extensómetros mecánicos con bases separadas cada 200 mm

A1.6 MOVIMIENTOS

Las mediciones de los giros y los movimientos verticales son realizadas mediante lecturas continuas, usando dispositivos LVDT's para los movimientos e inclinómetros para los giros. En las figuras

Figura A1- 6 y Figura A1- 7 se muestran los instrumentos de medida.

Figura A1- 6. Dispositivo de medida para los movimientos verticales. LVDT's

Figura A1- 7. Dispositivo de medida para los giros. Inclinómetros

A1.7 DESLIZAMIENTO DE LA CONEXIÓN - SLIP

Debido al esfuerzo de rasante en la conexión del cajón metálico y el hormigón, la interfaz sufre un deslizamiento (*slip*) y una separación vertical (*uplift*). Para obtener las mediciones de estos dos efectos, se disponen de LVDT's de alta precisión para registrar el deslizamiento relativo de la interfaz y de flexímetros mecánicos para medir la separación vertical.

En la *Figura A1- 8* **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se muestra la disposición y los instrumentos empleados para las medidas en la interfaz de la conexión.

Figura A1- 8. Dispositivo de medida para el deslizamiento de la conexión

ANEXO II

Resultados experimentales EN-MVT

PREAMBULO

El presente anexo describe e identifica los resultados experimentales obtenidos para cada uno de los ensayos, los cuales son recogidos en la *Tabla A2- 1*. Las figuras de los resultados experimentales son recogidas en el Anexo III.

Tabla A2- 1. Identificación de los ensayos

Ensayo	Viga	Fase	Cara ⁽¹⁾
VMX-1-F1-A	1	1	A
VMX-1-F1-B	1	1	B
VMX-2-F1-A	2	1	A
VMX-2-F1-B	2	1	B
VMX-3-F1-B	3	1	B
VMX-4-F1-B	4	1	B
VMX-1-F2-A	1	2	A
VMX-1-F2-B	1	2	B
VMX-2-F2-B1 ⁽²⁾	2	2	B
VMX-2-F2-A2	2	2	A
VMX-2-F2-B2	2	2	B
VMX-3-F2-A	3	2	A
VMX-3-F2-B	3	2	B
VMX-4-F2-A	4	2	A
VMX-4-F2-B	4	2	B

(1) Cara o el alma donde se aplica la carga excéntrica.

(2) Ensayo suspendido.

A2.1. IMPERFECCIONES

Las mediciones de las imperfecciones iniciales se realizan en los paneles próximos al apoyo del voladizo. Su identificación es acorde a la siguiente estructura:

VMX-i-T-Pi

En donde según la *Figura A2- 1*,

VMX Viga mixta.

i Identificación de la viga, desde 1 hasta 4.

T Tipo de elemento en la viga:

- F: chapa de fondo.
- A: alma de la cara A.
- B: alma de la cara B.

Pi Posición del panel:

- P1: paneles pertenecientes a la zona del voladizo de la viga.
- P2: paneles pertenecientes a la zona del vano de la viga.

Figura A2- 1. Zonas de medición de las imperfecciones iniciales

En las figuras del Anexo III, apartado A3.1, se muestran las imperfecciones iniciales según la *Tabla A2- 2* mostrada a continuación.

Tabla A2- 2. Identificación de figuras de las imperfecciones iniciales

Panel	Figuras	
	Desde	Hasta
Chapa de fondo	A3.1-1	A3.1-8
Alma en cara A	A3.1-9	A3.1-16
Alma en cara B	A3.1-17	A3.1-24

A2.2. CARGA Y REACCIONES

La identificación y la posición de las cargas aplicadas y de los apoyos se muestran en la *Figura A2- 2* y en la *Figura A2- 3* para la fase 1 y fase 2 respectivamente.

Las reacciones R5-A y R5-B de los apoyos en la fase 1, solo están presente en el ensayo VMX-2-F1. A partir de un determinado valor de la carga P2, se apoya el alma opuesta en donde actúa la carga apareciendo estas reacciones.

Figura A2- 2. Identificación y posición de las cargas aplicadas y de las reacciones de la fase 1

Figura A2- 3. Identificación y posición de las cargas aplicadas y de las reacciones de la fase2

En las figuras del Anexo III, apartado A3.2, se muestran las cargas y reacciones según la *Tabla A2- 3*.

Tabla A2- 3. Identificación de las figuras de las cargas y reacciones

Fase	Figuras	
	Desde	Hasta
Fase 1	A3.2-1	A3.2-6
Fase 2	A3.2-7	A3.2-15

A2.1. FLECHAS

En la *Figura A2- 4* y en la *Figura A2- 5* se muestran respectivamente para la fase 1 y fase 2, la posición y la identificación de los desplazamientos verticales para cada alma (A, B).

Figura A2- 4. Posición e identificación de los desplazamientos verticales de la fase 1

Figura A2- 5. Posición e identificación de los desplazamientos verticales de la fase 2

En las figuras del Anexo III, apartado A3.3, se muestran los desplazamientos verticales según la *Tabla A2- 4*.

Tabla A2- 4. Identificación de las figuras para los desplazamientos verticales

Fase	Figuras	
	Desde	Hasta
Fase 1	A3.3-1	A3.3-5
Fase 2	A3.3-6	A3.3-12

A2.2. DEFORMADAS

Las deformadas, según la *Figura A2- 4* para la fase 1 y la *Figura A2- 5* para la fase 2, se recogen en el Anexo III, apartado A3.4 según la *Tabla A2- 5*.

Tabla A2- 5. Identificación de las figuras de las deformadas

Fase	Figuras	
	Desde	Hasta
Fase 1	A3.4-1	A3.4-5
Fase 2	A3.4-6	A3.4-12

A2.3. GIROS

En la *Figura A2- 6* y en la *Figura A2- 7* se muestran la posiciones e identificaciones de los giros longitudinales θ y transversales α medidos para la fase 1 y fase 2 respectivamente.

Figura A2- 6. Identificación de los giros longitudinales y transversales de la fase 1

Figura A2- 7. Identificación de los giros longitudinales y transversales de la fase 2

En las figuras del Anexo III, apartado A3.5, se muestran los desplazamientos verticales según la *Tabla A2- 6*.

Tabla A2- 6. Identificación de las figuras de los giros longitudinales y transversales

Fase	Figuras	
	Desde	Hasta
Fase 1	A3.5-1	A3.5-6
Fase 2	A3.5-7	A3.5-15

A2.4. CURVATURAS

Las curvaturas son obtenidas a partir de los planos de deformación acorde al apartado A2.5 y se representan a lo largo de la viga, siendo los valores positivos de las curvaturas asignadas a la cara A y los valores negativos a la cara B.

En las figuras del Anexo III, apartado A3.6, se muestran las distribuciones de las curvaturas a lo largo de las vigas para cada alma según la Tabla A2- 7.

Tabla A2- 7. Identificación de las figuras de las distribuciones de las curvaturas a lo largo de las vigas

Fase	Figuras	
	Desde	Hasta
Fase 1	A3.6-1	A3.6-5
Fase 2	A3.6-6	A3.6-12

A2.5. PLANOS DE DEFORMACIÓN DEL ALMA

Las mediciones de los planos de deformación son realizadas por medio de extensómetros mecánicos con una base de medida de 200 mm, y cuya disposición geométrica es mostrada en la Figura A2- 8.

Figura A2- 8. Bases para las medidas de las deformaciones con extensómetro mecánico

Estas bases se disponen a lo largo de toda viga, resultando 46 planos de deformación enumerados desde 1 hasta 46. El plano 1 está ubicado sobre el apoyo exterior, el plano 34 coincide con el apoyo del voladizo y el plano 46 con en el extremo del voladizo. Para la fase 1, se toman las medidas desde el plano 34 hasta el plano 46, y para la fase 2 desde el plano 1 hasta el 33. La enumeración de los planos de deformación en sentido longitudinal se muestra en la Figura A2- 9.

Figura A2- 9. Enumeración de los planos de deformación

La identificación de los planos de deformación tiene la siguiente estructura:

VMX-i-Fi-C-Pi-W

VMX-i-Fi-C Identificación del ensayo según la *Tabla A2- 1*.

Pi Identificación de los planos de deformación, desde P1 hasta P46.

W Alma relativa a los planos de deformación Pi, A o B.

El Anexo III, apartado A3.7, muestran todas las figuras de los planos de deformación según la *Tabla A2- 8*.

En las vigas VMX-3 y VMX-4 se realiza para la fase 1, solo el ensayo sobre una de las almas debido a que la rotura es producida por abolladura de la chapa de fondo, impidiendo, realizar el ensayo en la otra alma.

A pesar de realizarse el ensayo sobre ambas caras para las vigas VMX-1 en la fase 1 y VMX-2 en la fase 2, no se obtuvieron las lecturas mediciones en todos los ensayos como se indica en la *Tabla A2- 8*.

Tabla A2- 8. Identificación de las figuras de los planos de deformación.

	Viga	Cara	Figuras	
			Desde	Hasta
Fase 1	VMX-1	A	-	-
		B	A3.7-1	A3.7-18
	VMX-2	A	A3.7-19	A3.7-31
		B	A3.7-32	A3.7-52
	VMX-3	A	-	-
		B	A3.7-53	A3.7-74
Fase 2	VMX-4	A	-	-
		B	A3.7-75	A3.7-91
	VMX-1	A	A3.7-92	A3.7-111
		B	A3.7-112	A3.7-161
	VMX-2	A	-	-
		B	A3.7-162	A3.7-211
	VMX-3	A	A3.7-212	A3.7-231
		B	A3.7-232	A3.7-295
	VMX-4	A	A3.7-296	A3.7-347
		B	A3.7-348	A3.7-379

En los casos donde se realiza los ensayos en ambas caras, las mediciones son tomadas en ambas almas para el primer ensayo, y para el ensayo sobre la segunda alma, solo se toman las mediciones en el alma donde se aplica la carga.

En determinadas secciones no es posible tomar las mediciones de las deformaciones, debido a que algunos elementos del propio ensayo obstaculizan la toma de datos (instrumentos, rigidizadores, vigas de reparto, etc.). Por esta razón, algunos planos de las deformaciones no son mostrados en el anexo de figuras o simplemente, carecen de la deformación en la losa de hormigón.

En los planos de deformación del voladizo en la fase 1, no se representan las deformaciones de la losa de hormigón, debido a que las medidas obtenidas sobre la cara superior de la losa están alteradas por la fisuración del hormigón.

A2.6. DEFORMACIONES EN LA LOSA DE HORMIGÓN

Las deformaciones en la losa hormigón que dan información acerca del arrastre por cortante, son tomadas en para cara superior por medio de extensómetros mecánicos. La *Figura A2- 10* muestra la posición de las *bases* en donde se realizan las mediciones. Las alineaciones B y D coinciden con la posición de las almas y son usadas para determinar el deslizamiento de la interfaz en los planos de deformación.

Figura A2- 10. Posición de las bases para las medidas de las deformaciones en la losa de hormigón

Las figuras de las deformaciones en el hormigón para las alineaciones 9-17 y 35-39, las cuales dan mostradas en el Anexo III, apartado A3.8 según la *Tabla A2- 9*.

Tabla A2- 9. Identificación de las figuras de las deformaciones en la losa de hormigón

Fase	Figuras	
	Desde	Hasta
Fase 1	A3.8-1	A3.8-25
Fase 2	A3.8-26	A3.8-88

A2.7. DEFORMACIONES EN CHAPA DE FONDO

Las mediciones de las deformaciones en la chapa para estudiar el efecto del arrastre por cortante son realizadas acorde a la *Figura A2- 11*. En ella se muestra la disposición de las *bases* para las mediciones manuales, así como, la de los *Strain Gauges*.

Figura A2- 11. Posición de las bases y Strain Gauges para las medidas de las deformaciones en la chapa de fondo

Las posiciones de las bases para la zona del vano en los ensayos de la fase 2 no son iguales en todas las vigas, siendo para las vigas VMX-1 y VMX-4, las alineaciones 15 y 19 y, para las vigas VMX-2 y VMX-3, las alineaciones 12 y 23.

Las figuras de las deformaciones en la chapa de fondo correspondiente a las alineaciones 12, 15, 19 y 23 son mostradas en el Anexo III, apartado A3.9 según la Tabla A2- 10.

Tabla A2- 10. Identificación de las figuras de las deformaciones en la chapa de fondo

Fase	Figuras	
	Desde	Hasta
Fase 1	A3.9-1	A3.9-5
Fase 2	A3.9-6	A3.9-19

A2.8. RASANTE Y DESLIZAMIENTO

Las mediciones del deslizamiento s (*slip*) entre la losa de hormigón y el cajón metálico se realizan usando LVDT's, además de con flexímetros mecánicos para medir la abertura vertical W_s (*uplift*) en la conexión (Figura A2- 12).

Las mediciones de la abertura vertical en la conexión se realizan de forma puntual para cada escalón de carga (medición no continua), además, no es posible obtener medidas para estados avanzados de carga.

Figura A2- 12. Dispositivos para medir el deslizamiento y la abertura en la conexión.

Las figuras con los resultados experimentales son incluidas en el Anexo III, apartado A3.10, los cuales están referenciados en la *Tabla A2- 11*, indicando, los ensayos con información disponible. El eje de referencia X tiene su origen en el apoyo extremo del vano X=0 mm

Tabla A2- 11. Identificación de las figuras del rasante y deslizamiento.

	Ensayo	Figuras	X [mm]													
			200		2200		4400		6500		7000		7900		8700	
			s	W _s	s	W _s	s	W _s	s	W _s	s	W _s	s	W _s	s	W _s
Fase 1	VMX-1-F1-A	A3.10-1	-	-	-	-	-	-	-	-	X	-	X	-	X	-
	VMX-1-F1-B	A3.10-2	-	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X
	VMX-2-F1-A	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	VMX-2-F1-B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	VMX-3-F1-B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	VMX-4-F1-B	A3.10-3	-	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X
Fase 2	VMX-1-F2-A	A3.10-4	X	X	X	X	X	X	-	-	-	-	-	-	-	-
	VMX-1-F2-B	A3.10-5	X	X	X	X	X	X	-	-	-	-	-	-	-	-
	VMX-2-F2-B1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	VMX-2-F2-A2	A3.10-6	X	X	X	X	X	X	X	X	-	-	-	-	-	-
	VMX-2-F2-B2	A3.10-7	X	X	X	X	X	X	X	X	-	-	-	-	-	-
	VMX-3-F2-A	A3.10-8	-	X	X	X	X	X	X	X	-	-	-	-	-	-
	VMX-3-F2-B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	VMX-4-F2-A	A3.10-9	X	X	-	-	X	X	X	X	-	-	-	-	-	-
	VMX-4-F2-B	A3.10-10	X	X	X	X	X	X	X	X	-	-	-	-	-	-

A2.9. DIAGRAMAS

Los diagramas Momento-Curvatura $M-\chi$ y los diagramas de interacción Momento-Cortante $M-V_w$ (experimentales y teóricos) son desarrollados para las vigas.

Los diagramas Momento-Curvatura se obtienen a partir de las mediciones de los planos de deformación en cada una de las almas acorde al apartado A2.5. Éstos son recogidos en el Anexo III, apartado A2.11.1 según la *Tabla A2- 12*.

Las figuras relativas a los diagramas de interacción Momento-Cortante, están recogidas en el Anexo III, apartado A2.11.2 según la *Tabla A2- 13*.

Tabla A2- 12. Identificación de las figuras de los diagramas de Momento-Curvatura $M-\chi$

	Viga	Cara	Figuras	
			Desde	Hasta
Fase 1	VMX-1	A	-	-
		B	A3.11.1-1	A3.11.1-13
	VMX-2	A	A3.11.1-14	A3.11.1-26
		B	A3.11.1-278	A3.11.1-39
	VMX-3	A	-	-
		B	A3.11.1-40	A3.11.1-52
	VMX-4	A	-	-
		B	A3.11.1-53	A3.11.1-65
Fase 2	VMX-1	A	A3.11.1-66	A3.11.1-97
		B	A3.11.1-98	A3.11.1-129
	VMX-2	A	-	-
		B	A3.11.1-129	A3.11.1-161
	VMX-3	A	A3.11.1-162	A3.11.1-193
		B	A3.11.1-194	A3.11.1-225
	VMX-4	A	A3.11.1-226	A3.11.1-257
		B	A3.11.1-258	A3.11.1-289

Tabla A2- 13. Identificación de las figuras de los diagramas de interacción $M-V_w$

Fase	Figuras	
	Desde	Hasta
Fase 1	A3.11.2-1	A3.11.2-6
Fase 2	A3.11.2-7	A3.11.2-15

A2.10. TIPOS DE FALLOS Y GALERÍA DE IMÁGENES

A continuación, se incluye un resumen con las cargas y esfuerzos últimos alcanzados por las vigas para los distintos ensayos, se realizan algunos comentarios de los mismos y se indican los tipos de fallos. Así mismo, se presenta una colección de imágenes de cada uno de los ensayos.

A2.10.1. RESUMEN DE CARGAS Y ESFUERZOS ÚLTIMOS DE LOS ENSAYOS

	Ensayo	Viga	Fase	Cara ⁽¹⁾	$P_{ult}^{(2)}$ [kN]	M_{ult} [kNm]	T_{ult} [kNm]	$V_{A,ult}$ [kN]	$V_{B,ult}$ [kN]	$Sd_{A,ult}$ [kN/m]	$Sd_{B,ult}$ [kN/m]	Tipo fallo	Comentarios
Flexión negativa	VMX-1-F1-A ⁽⁴⁾	1	1	A	331	-818	99	331	0	549	0	Fallo de la conexión (cara A).	Posterior al ensayo VMX-1-F1-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada. Los gatos aplicaron las cargas fuera de control llevando el ensayo a rotura sin mediciones.
	VMX-1-F1-B	1	1	B	456	-1128	137	114	342	189	568	Fallo de la conexión (cara B).	
	VMX-2-F1-A ^{(3) (4)}	2	1	A	460	-718	189	460	0	767	0	Fallo de la conexión (cara A).	Posterior al ensayo VMX-2-F1-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada. P=245 kN se apoya (R5B) el extremo de la otra alma. R5-B = 170 kN Reacción concomitante Pult.
	VMX-2-F1-B ⁽³⁾	2	1	B	473	-724	196	-17	309	-28	516	Abolladura prematura local del alma bajo la carga aplicada.	P=245 kN se apoya (R5A) el extremo de la otra alma. R5-A = 180 kN Reacción concomitante Pult. Alma no correctamente rigidizada bajo las cargas. Se rigidizan los ensayos posteriores (1er ensayo).
	VMX-3-F1-B	3	1	B	304	-753	91	76	228	121	363	Abolladura en chapa de fondo y almas.	
	VMX-4-F1-B	4	1	B	442	-1093	132	110	331	178	533	Abolladura en chapa de fondo y almas.	
Flexión positiva	VMX-1-F2-A ⁽⁴⁾	1	2	A	356	880	107	356	0	693	0	Fallo de la conexión (cara A).	Posterior al ensayo VMX-1-F2-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada.
	VMX-1-F2-B	1	2	B	427	1057	128	107	320	208	624	Fallo de la conexión (cara B).	
	VMX-2-F2-B1	2	2	B	347	860	104	87	261	168	503	Abolladura local en apoyo. Ensayo suspendido sin alcanzar la rotura prevista.	Se produce la rotura de una de las células de carga del apoyo, induciendo abolladura local en el alma para una carga P=300 kN. Carga concentrada en la célula con poca superficie de apoyo. Apoyo no adecuadamente rigidizado. Se descarga y se vuelve a cargar. Se suspende sin alcanzar la rotura prevista.
	VMX-2-F2-A2 ⁽⁴⁾	2	2	A	377	933	113	377	0	727	0	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara A).	Posterior al ensayo VMX-2-F2-B2. La conexión y alma de la cara B deteriorada.
	VMX-2-F2-B2	2	2	B	343	850	103	86	257	166	497	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara B).	Posterior al ensayo VMX-2-F2-B1. Se vuelve a cargar la cara B estando el alma previamente abollada.
	VMX-3-F2-A ⁽⁴⁾	3	2	A	337	835	101	337	0	534	0	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara A).	Posterior al ensayo VMX-3-F2-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada.
	VMX-3-F2-B	3	2	B	476	1177	143	119	357	188	564	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara B).	
	VMX-4-F2-A ⁽⁴⁾	4	2	A	361	893	108	361	0	721	0	Fallo de la conexión (cara A).	Posterior al ensayo VMX-4-F2-B. La conexión y alma de la cara B deteriorada.
	VMX-4-F2-B	4	2	B	431	1068	129	108	324	216	647	Fallo de la conexión y abolladura del alma (cara B).	

Primer ensayo de la viga

(1) Cara o el alma donde se aplica la carga excéntrica.

(2) Fase 1, P_{ult} = Carga aplicada en el voladizo. Fase 2, $2 \times P_{ult}$ = Cargas aplicadas en el vano.

(3) Ensayo de tipología diferente. Para una carga P=245 kN, el extremo del voladizo del alma no cargada se apoya generando una reacción (R5).

(4) Valor del cortante y del rasante de la cara A aproximado en un límite superior. A pesar de estar la conexión de la cara B deteriorada conserva cierta rigidez, siendo los valores reales del cortante y rasante de la cara A algo menores.

A2.10.2. FASE 1**A2.10.2.1. VMX-1-F1-A**

A2.10.2.2. VMX-1-F1-B

A2.10.2.3. VMX-2-F1-A

A2.10.2.4. VMX-2-F1-B

A2.10.2.5. VMX-3-F1-B

A2.10.2.6. VMX-4-F1-B

A2.10.3. FASE 2**A2.10.3.1. VMX-1-F2-A**

A2.10.3.2. VMX-1-F2-B

A2.10.3.3. VMX-2-F2-A2

A2.10.3.4. VMX-2-F2-B1

A2.10.3.5. VMX-2-F2-B2

A2.10.3.6. VMX-3-F2-A

A2.10.3.7. VMX-3-F2-B

A2.10.3.8. VMX-4-F2-A

A2.10.3.9. VMX-4-F2-B

ANEXO III

Figuras de los resultados experimentales EN-MVT

A3.1. IMPERFECCIONES

Figura A3.1-1: Imperfecciones VMX-1-F-P1

Figura A3.1-2: Imperfecciones VMX-1-F-P2

Figura A3.1-3: Imperfecciones VMX-2-F-P1

Figura A3.1-4: Imperfecciones VMX-2-F-P2

Figura A3.1-5: Imperfecciones VMX-3-F-P1

Figura A3.1-6: Imperfecciones VMX-3-F-P2

Figura A3.1-7: Imperfecciones VMX-4-F-P1

Figura A3.1-8: Imperfecciones VMX-4-F-P2

Figura A3.1-9: Imperfecciones VMX-1-A-P1

Figura A3.1-10: Imperfecciones VMX-1-A-P2

Figura A3.1-11: Imperfecciones VMX-2-A-P1

Figura A3.1-12: Imperfecciones VMX-2-A-P2

Figura A3.1-13: Imperfecciones VMX-3-A-P1

Figura A3.1-14: Imperfecciones VMX-3-A-P2

Figura A3.1-15: Imperfecciones VMX-4-A-P1

Figura A3.1-16: Imperfecciones VMX-4-A-P2

Figura A3.1-17: Imperfecciones VMX-1-B-P1

Figura A3.1-18: Imperfecciones VMX-1-B-P2

Figura A3.1-19: Imperfecciones VMX-2-B-P1

Figura A3.1-20: Imperfecciones VMX-2-B-P2

Figura A3.1-21: Imperfecciones VMX-3-B-P1

Figura A3.1-22: Imperfecciones VMX-3-B-P2

Figura A3.1-23: Imperfecciones VMX-4-B-P1

Figura A3.1-24: Imperfecciones VMX-4-B-P2

A3.2. CARGA Y REACCIONES**A3.2.1 FASE 1****Fig. A3.2-1(a): Carga VMX-1-F1-A** **Fig. A3.2-1(b): Reacciones VMX-1-F1-A** **Fig. A3.2-2(a): Carga VMX-1-F1-B** **Fig. A3.2-2(b): Reacciones VMX-1-F1-B**

Fig. A3.2-3(a): Carga VMX-2-F1-A

Fig. A3.2-3(b): Reacciones VMX-2-F1-A

Fig. A3.2-4(a): Carga VMX-2-F1-B

Fig. A3.2-4(b): Reacciones VMX-2-F1-B

Fig. A3.2-5(a): Carga VMX-3-F1-B

Fig. A3.2-5(b): Reacciones VMX-3-F1-B

Fig. A3.2-6(a): Carga VMX-4-F1-B

Fig. A3.2-6(b): Reacciones VMX-4-F1-B

A3.2.2 FASE 2

Fig. A3.2-7: Reacciones VMX-1-F2-A

Fig. A3.2-8: Reacciones VMX-1-F2-B

Fig. A3.2-9: Reacciones VMX-2-F2-B1

Fig. A3.2-10: Reacciones VMX-2-F2-A2

Fig. A3.2-11: Reacciones VMX-2-F2-B2

Fig. A3.2-12: Reacciones VMX-3-F2-A

A3.3. FLECHAS

A3.3.1 FASE 1

A3.3.2 FASE 2

A3.4. DEFORMADAS

A3.4.1 FASE 1

Fig. A3.4-1: Deformada VMX-1-F1-B

Fig. A3.4-2: Deformada VMX-2-F1-A

Fig. A3.4-3: Deformada VMX-2-F1-B

Fig. A3.4-4: Deformada VMX-3-F1-B

Fig. A3.4-5: Deformada VMX-4-F1-B

A3.4.2 FASE 2

Fig. A3.4-6: Deformada VMX-1-F2-A

Fig. A3.4-7: Deformada VMX-1-F2-B

Fig. A3.4-6: Deformada VMX-1-F2-A

Fig. A3.4-7: Deformada VMX-1-F2-B

Fig. A3.4-8: Deformada VMX-2-F2-B1

Fig. A3.4-9: Deformada VMX-3-F2-A

Fig. A3.4-10: Deformada VMX-3-F2-B

Fig. A3.4-11: Deformada VMX-4-F2-A

Fig. A3.4-12: Deformada VMX-4-F2-B

A3.5. GIROS

A3.5.1 FASE 1

Fig. A3.5-1(a): Giro long. VMX-1-F1-A

Fig. A3.5-1(b): Giro trans. VMX-1-F1-A

A3.5.2 FASE 2

A3.6. CURVATURAS

A3.6.1 FASE 1

Fig. A3.6-1: Curvaturas VMX-1-F1-B

Fig. A3.6-2: Curvaturas VMX-2-F1-A

Fig. A3.6-3: Curvaturas VMX-2-F1-B **Fig. A3.6-4: Curvaturas VMX-3-F1-B**

A3.6.2 FASE 2

Fig. A3.6-7: Curvaturas VMX-1-F2-B **Fig. A3.6-8: Curvaturas VMX-2-F2-B1**

Fig. A3.6-9: Curvaturas VMX-3-F2-A

Fig. A3.6-10: Curvaturas VMX-3-F2-B

Fig. A3.6-11: Curvaturas VMX-4-F2-A

Fig. A3.6-12: Curvaturas VMX-4-F2-B

A3.7. PLANOS DE DEFORMACIÓN

A3.7.1 FASE 1

A3.7.1.1 VMX-1

Fig. A3.7-1: Planos de deformación VMX-1-F1-B-34A

Fig. A3.7-2: Planos de deformación VMX-1-F1-B-35A

Fig. A3.7-3: Planos de deformación VMX-1-F1-B-36A

Fig. A3.7-4: Planos de deformación VMX-1-F1-B-37A

Fig. A3.7-5: Planos de deformación VMX-1-F1-B-38A

Fig. A3.7-6: Planos de deformación VMX-1-F1-B-39A

Fig. A3.7-7: Planos de deformación VMX-1-F1-B-40A

Fig. A3.7-8: Planos de deformación VMX-1-F1-B-41A

Fig. A3.7-9: Planos de deformación VMX-1-F1-B-42A

Fig. A3.7-10: Planos de deformación VMX-1-F1-B-43A

Fig. A3.7-11: Planos de deformación VMX-1-F1-B-44A

Fig. A3.7-12: Planos de deformación VMX-1-F1-B-45A

Fig. A3.7-13: Planos de deformación VMX-1-F1-B-46A

Fig. A3.7-14: Planos de deformación VMX-1-F1-B-37B

Fig. A3.7-15: Planos de deformación VMX-1-F1-B-38B

Fig. A3.7-16: Planos de deformación VMX-1-F1-B-39B

Fig. A3.7-17: Planos de deformación VMX-1-F1-B-42B

Fig. A3.7-18: Planos de deformación VMX-1-F1-B-43B

A3.7.1.2 VMX-2

Fig. A3.7-19: Planos de deformación VMX-2-F1-A-34A

Fig. A3.7-20: Planos de deformación VMX-2-F1-A-35A

Fig. A3.7-21: Planos de deformación VMX-2-F1-A-36A

Fig. A3.7-22: Planos de deformación VMX-2-F1-A-37A

Fig. A3.7-23: Planos de deformación VMX-2-F1-A-38A

Fig. A3.7-24: Planos de deformación VMX-2-F1-A-39A

Fig. A3.7-25: Planos de deformación VMX-2-F1-A-40A

Fig. A3.7-26: Planos de deformación VMX-2-F1-A-41A

Fig. A3.7-27: Planos de deformación VMX-2-F1-A-44A

Fig. A3.7-28: Planos de deformación VMX-2-F1-A-34B

Fig. A3.7-29: Planos de deformación VMX-2-F1-A-35B

Fig. A3.7-30: Planos de deformación VMX-2-F1-A-36B

Fig. A3.7-31: Planos de deformación VMX-2-F1-A-37B

Fig. A3.7-32: Planos de deformación VMX-2-F1-B-34A

Fig. A3.7-33: Planos de deformación VMX-2-F1-B-35A

Fig. A3.7-34: Planos de deformación VMX-2-F1-B-36A

Fig. A3.7-35: Planos de deformación VMX-2-F1-B-37A

Fig. A3.7-36: Planos de deformación VMX-2-F1-B-38A

Fig. A3.7-37: Planos de deformación VMX-2-F1-B-39A

Fig. A3.7-38: Planos de deformación VMX-2-F1-B-40A

Fig. A3.7-39: Planos de deformación VMX-2-F1-B-41A

Fig. A3.7-40: Planos de deformación VMX-2-F1-B-42A

Fig. A3.7-41: Planos de deformación VMX-2-F1-B-43A

Fig. A3.7-42: Planos de deformación VMX-2-F1-B-44A

Fig. A3.7-43: Planos de deformación VMX-2-F1-B-45A

Fig. A3.7-44: Planos de deformación VMX-2-F1-B-34B

Fig. A3.7-45: Planos de deformación VMX-2-F1-B-35B

Fig. A3.7-46: Planos de deformación VMX-2-F1-B-36B

Fig. A3.7-47: Planos de deformación VMX-2-F1-B-37B

Fig. A3.7-48: Planos de deformación VMX-2-F1-B-38B

Fig. A3.7-49: Planos de deformación VMX-2-F1-B-39B

Fig. A3.7-50: Planos de deformación VMX-2-F1-B-40B

Fig. A3.7-51: Planos de deformación VMX-2-F1-B-42B

Fig. A3.7-52: Planos de deformación VMX-2-F1-B-44B

A3.7.1.3 VMX-3

Fig. A3.7-53: Planos de deformación VMX-3-F1-B-34A

Fig. A3.7-54: Planos de deformación VMX-3-F1-B-35A

Fig. A3.7-55: Planos de deformación VMX-3-F1-B-36A

Fig. A3.7-56: Planos de deformación VMX-3-F1-B-37A

Fig. A3.7-57: Planos de deformación VMX-3-F1-B-38A

Fig. A3.7-58: Planos de deformación VMX-3-F1-B-39A

Fig. A3.7-59: Planos de deformación VMX-3-F1-B-40A

Fig. A3.7-60: Planos de deformación VMX-3-F1-B-41A

Fig. A3.7-61: Planos de deformación VMX-3-F1-B-42A

Fig. A3.7-62: Planos de deformación VMX-3-F1-B-43A

Fig. A3.7-63: Planos de deformación VMX-3-F1-B-44A

Fig. A3.7-64: Planos de deformación VMX-3-F1-B-45A

Fig. A3.7-65: Planos de deformación VMX-3-F1-B-35B

Fig. A3.7-66: Planos de deformación VMX-3-F1-B-36B

Fig. A3.7-67: Planos de deformación VMX-3-F1-B-37B

Fig. A3.7-68: Planos de deformación VMX-3-F1-B-38B

Fig. A3.7-69: Planos de deformación VMX-3-F1-B-39B

Fig. A3.7-70: Planos de deformación VMX-3-F1-B-40B

Fig. A3.7-71: Planos de deformación VMX-3-F1-B-41B

Fig. A3.7-72: Planos de deformación VMX-3-F1-B-42B

Fig. A3.7-73: Planos de deformación VMX-3-F1-B-43B

Fig. A3.7-74: Planos de deformación VMX-3-F1-B-44B

A3.7.1.4 VMX-4

Fig. A3.7-75: Planos de deformación VMX-4-F1-B-34A

Fig. A3.7-76: Planos de deformación VMX-4-F1-B-35A

Fig. A3.7-77: Planos de deformación VMX-4-F1-B-36A

Fig. A3.7-78: Planos de deformación VMX-4-F1-B-37A

Fig. A3.7-79: Planos de deformación VMX-4-F1-B-38A

Fig. A3.7-80: Planos de deformación VMX-4-F1-B-39A

Fig. A3.7-81: Planos de deformación VMX-4-F1-B-40A

Fig. A3.7-82: Planos de deformación VMX-4-F1-B-41A

Fig. A3.7-83: Planos de deformación VMX-4-F1-B-42A

Fig. A3.7-84: Planos de deformación VMX-4-F1-B-43A

Fig. A3.7-85: Planos de deformación VMX-4-F1-B-44A

Fig. A3.7-86: Planos de deformación VMX-4-F1-B-45A

Fig. A3.7-87: Planos de deformación VMX-4-F1-B-35B

Fig. A3.7-88: Planos de deformación VMX-4-F1-B-38B

Fig. A3.7-89: Planos de deformación VMX-4-F1-B-39B

Fig. A3.7-90: Planos de deformación VMX-4-F1-B-41B

Fig. A3.7-91: Planos de deformación VMX-4-F1-B-42B

A3.7.2 FASE 2

A3.7.2.1 VMX-1

Fig. A3.7-92: Planos de deformación VMX-1-F2-A-4A

Fig. A3.7-93: Planos de deformación VMX-1-F2-A-5A

Fig. A3.7-94: Planos de deformación VMX-1-F2-A-6A

Fig. A3.7-95: Planos de deformación VMX-1-F2-A-7A

Fig. A3.7-96: Planos de deformación VMX-1-F2-A-8A

Fig. A3.7-97: Planos de deformación VMX-1-F2-A-9A

Fig. A3.7-98: Planos de deformación VMX-1-F2-A-10A

Fig. A3.7-99: Planos de deformación VMX-1-F2-A-11A

Fig. A3.7-100: Planos de deformación VMX-1-F2-A-15A

Fig. A3.7-101: Planos de deformación VMX-1-F2-A-16A

Fig. A3.7-102: Planos de deformación VMX-1-F2-A-17A

Fig. A3.7-103: Planos de deformación VMX-1-F2-A-18A

Fig. A3.7-104: Planos de deformación VMX-1-F2-A-19A

Fig. A3.7-105: Planos de deformación VMX-1-F2-A-20A

Fig. A3.7-106: Planos de deformación VMX-1-F2-A-25A

Fig. A3.7-107: Planos de deformación VMX-1-F2-A-26A

Fig. A3.7-108: Planos de deformación VMX-1-F2-A-27A

Fig. A3.7-109: Planos de deformación VMX-1-F2-A-28A

Fig. A3.7-110: Planos de deformación VMX-1-F2-A-29A

Fig. A3.7-111: Planos de deformación VMX-1-F2-A-30A

Fig. A3.7-112: Planos de deformación VMX-1-F2-B-2A

Fig. A3.7-113: Planos de deformación VMX-1-F2-B-3A

Fig. A3.7-122: Planos de deformación VMX-1-F2-B-12A

Fig. A3.7-123: Planos de deformación VMX-1-F2-B-15A

Fig. A3.7-124: Planos de deformación VMX-1-F2-B-16A

Fig. A3.7-125: Planos de deformación VMX-1-F2-B-17A

Fig. A3.7-126: Planos de deformación VMX-1-F2-B-18A

Fig. A3.7-127: Planos de deformación VMX-1-F2-B-19A

Fig. A3.7-128: Planos de deformación VMX-1-F2-B-20A

Fig. A3.7-129: Planos de deformación VMX-1-F2-B-23A

Fig. A3.7-130: Planos de deformación VMX-1-F2-B-24A

Fig. A3.7-131: Planos de deformación VMX-1-F2-B-25A

Fig. A3.7-132: Planos de deformación VMX-1-F2-B-26A

Fig. A3.7-133: Planos de deformación VMX-1-F2-B-27A

Fig. A3.7-134: Planos de deformación VMX-1-F2-B-28A

Fig. A3.7-135: Planos de deformación VMX-1-F2-B-29A

Fig. A3.7-136: Planos de deformación VMX-1-F2-B-30A

Fig. A3.7-137: Planos de deformación VMX-1-F2-B-31A

Fig. A3.7-138: Planos de deformación VMX-1-F2-B-32A

Fig. A3.7-139: Planos de deformación VMX-1-F2-B-33A

Fig. A3.7-140: Planos de deformación VMX-1-F2-B-4B

Fig. A3.7-141: Planos de deformación VMX-1-F2-B-5B

Fig. A3.7-142: Planos de deformación VMX-1-F2-B-6B

Fig. A3.7-143: Planos de deformación VMX-1-F2-B-7B

Fig. A3.7-144: Planos de deformación VMX-1-F2-B-8B

Fig. A3.7-145: Planos de deformación VMX-1-F2-B-9B

Fig. A3.7-154: Planos de deformación VMX-1-F2-B-25B

Fig. A3.7-155: Planos de deformación VMX-1-F2-B-26B

Fig. A3.7-156: Planos de deformación VMX-1-F2-B-27B

Fig. A3.7-157: Planos de deformación VMX-1-F2-B-28B

Fig. A3.7-158: Planos de deformación VMX-1-F2-B-29B

Fig. A3.7-159: Planos de deformación VMX-1-F2-B-30B

Fig. A3.7-160: Planos de deformación VMX-1-F2-B-31B

Fig. A3.7-161: Planos de deformación VMX-1-F2-B-32B

A3.7.2.2 VMX-2

Fig. A3.7-162: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-4A

Fig. A3.7-163: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-5A

Fig. A3.7-164: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-6A

Fig. A3.7-165: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-7A

Fig. A3.7-166: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-8A

Fig. A3.7-167: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-9A

Fig. A3.7-168: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-10A

Fig. A3.7-169: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-11A

Fig. A3.7-170: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-12A

Fig. A3.7-171: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-15A

Fig. A3.7-172: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-16A

Fig. A3.7-173: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-17A

Fig. A3.7-174: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-18A

Fig. A3.7-175: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-19A

Fig. A3.7-176: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-20A

Fig. A3.7-177: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-21A

Fig. A3.7-178: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-22A

Fig. A3.7-179: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-23A

Fig. A3.7-180: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-24A

Fig. A3.7-181: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-25A

Fig. A3.7-182: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-26A

Fig. A3.7-183: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-27A

Fig. A3.7-184: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-28A

Fig. A3.7-185: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-29A

Fig. A3.7-186: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-30A

Fig. A3.7-187: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-31A

Fig. A3.7-188: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-32A

Fig. A3.7-189: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-33A

Fig. A3.7-190: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-4B

Fig. A3.7-191: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-5B

Fig. A3.7-192: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-6B

Fig. A3.7-193: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-7B

Fig. A3.7-194: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-8B

Fig. A3.7-195: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-9B

Fig. A3.7-196: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-10B

Fig. A3.7-197: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-11B

Fig. A3.7-198: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-12B

Fig. A3.7-199: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-15B

Fig. A3.7-200: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-16B

Fig. A3.7-201: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-17B

Fig. A3.7-202: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-18B

Fig. A3.7-203: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-19B

Fig. A3.7-204: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-20B

Fig. A3.7-205: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-24B

Fig. A3.7-206: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-25B

Fig. A3.7-207: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-26B

Fig. A3.7-208: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-27B

Fig. A3.7-209: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-28B

Fig. A3.7-210: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-29B

Fig. A3.7-211: Planos de deformación VMX-2-F2-B1-30B

A3.7.2.3 VMX-3

Fig. A3.7-212: Planos de deformación VMX-3-F2-A-5A

Fig. A3.7-213: Planos de deformación VMX-3-F2-A-6A

Fig. A3.7-214: Planos de deformación VMX-3-F2-A-7A

Fig. A3.7-215: Planos de deformación VMX-3-F2-A-8A

Fig. A3.7-216: Planos de deformación VMX-3-F2-A-9A

Fig. A3.7-217: Planos de deformación VMX-3-F2-A-10A

Fig. A3.7-218: Planos de deformación VMX-3-F2-A-11A

Fig. A3.7-219: Planos de deformación VMX-3-F2-A-15A

Fig. A3.7-228: Planos de deformación VMX-3-F2-A-28A

Fig. A3.7-229: Planos de deformación VMX-3-F2-A-29A

Fig. A3.7-230: Planos de deformación VMX-3-F2-A-30A

Fig. A3.7-231: Planos de deformación VMX-3-F2-A-31A

Fig. A3.7-232: Planos de deformación VMX-3-F2-B-2A

Fig. A3.7-233: Planos de deformación VMX-3-F2-B-3A

Fig. A3.7-234: Planos de deformación VMX-3-F2-B-4A

Fig. A3.7-235: Planos de deformación VMX-3-F2-B-5A

Fig. A3.7-236: Planos de deformación VMX-3-F2-B-6A

Fig. A3.7-237: Planos de deformación VMX-3-F2-B-7A

Fig. A3.7-238: Planos de deformación VMX-3-F2-B-8A

Fig. A3.7-239: Planos de deformación VMX-3-F2-B-9A

Fig. A3.7-240: Planos de deformación VMX-3-F2-B-10A

Fig. A3.7-241: Planos de deformación VMX-3-F2-B-11A

Fig. A3.7-242: Planos de deformación VMX-3-F2-B-12A

Fig. A3.7-243: Planos de deformación VMX-3-F2-B-13A

Fig. A3.7-244: Planos de deformación VMX-3-F2-B-14A

Fig. A3.7-245: Planos de deformación VMX-3-F2-B-15A

Fig. A3.7-246: Planos de deformación VMX-3-F2-B-16A

Fig. A3.7-247: Planos de deformación VMX-3-F2-B-17A

Fig. A3.7-248: Planos de deformación VMX-3-F2-B-18A

Fig. A3.7-249: Planos de deformación VMX-3-F2-B-19A

Fig. A3.7-250: Planos de deformación VMX-3-F2-B-20A

Fig. A3.7-251: Planos de deformación VMX-3-F2-B-21A

Fig. A3.7-260: Planos de deformación VMX-3-F2-B-30A

Fig. A3.7-261: Planos de deformación VMX-3-F2-B-31A

Fig. A3.7-262: Planos de deformación VMX-3-F2-B-32A

Fig. A3.7-263: Planos de deformación VMX-3-F2-B-33A

Fig. A3.7-264: Planos de deformación VMX-3-F2-B-2B

Fig. A3.7-265: Planos de deformación VMX-3-F2-B-3B

Fig. A3.7-266: Planos de deformación VMX-3-F2-B-4B

Fig. A3.7-267: Planos de deformación VMX-3-F2-B-5B

Fig. A3.7-268: Planos de deformación VMX-3-F2-B-6B

Fig. A3.7-269: Planos de deformación VMX-3-F2-B-7B

Fig. A3.7-270: Planos de deformación VMX-3-F2-B-8B

Fig. A3.7-271: Planos de deformación VMX-3-F2-B-9B

Fig. A3.7-272: Planos de deformación VMX-3-F2-B-10B

Fig. A3.7-273: Planos de deformación VMX-3-F2-B-11B

Fig. A3.7-274: Planos de deformación VMX-3-F2-B-12B

Fig. A3.7-275: Planos de deformación VMX-3-F2-B-13B

Fig. A3.7-276: Planos de deformación VMX-3-F2-B-14B

Fig. A3.7-277: Planos de deformación VMX-3-F2-B-15B

Fig. A3.7-278: Planos de deformación VMX-3-F2-B-16B

Fig. A3.7-279: Planos de deformación VMX-3-F2-B-17B

Fig. A3.7-280: Planos de deformación VMX-3-F2-B-18B

Fig. A3.7-281: Planos de deformación VMX-3-F2-B-19B

Fig. A3.7-282: Planos de deformación VMX-3-F2-B-20B

Fig. A3.7-283: Planos de deformación VMX-3-F2-B-21B

Fig. A3.7-292: Planos de deformación VMX-3-F2-B-30B

Fig. A3.7-293: Planos de deformación VMX-3-F2-B-31B

Fig. A3.7-294: Planos de deformación VMX-3-F2-B-32B

Fig. A3.7-295: Planos de deformación VMX-3-F2-B-33B

A3.7.2.4 VMX-4

Fig. A3.7-296: Planos de deformación VMX-4-F2-A-4A

Fig. A3.7-297: Planos de deformación VMX-4-F2-A-5A

Fig. A3.7-298: Planos de deformación VMX-4-F2-A-6A

Fig. A3.7-299: Planos de deformación VMX-4-F2-A-7A

Fig. A3.7-300: Planos de deformación VMX-4-F2-A-8A

Fig. A3.7-301: Planos de deformación VMX-4-F2-A-9A

Fig. A3.7-302: Planos de deformación VMX-4-F2-A-10A

Fig. A3.7-303: Planos de deformación VMX-4-F2-A-11A

Fig. A3.7-304: Planos de deformación VMX-4-F2-A-15A

Fig. A3.7-305: Planos de deformación VMX-4-F2-A-16A

Fig. A3.7-306: Planos de deformación VMX-4-F2-A-17A

Fig. A3.7-307: Planos de deformación VMX-4-F2-A-18A

Fig. A3.7-308: Planos de deformación VMX-4-F2-A-24A

Fig. A3.7-309: Planos de deformación VMX-4-F2-A-25A

Fig. A3.7-310: Planos de deformación VMX-4-F2-A-26A

Fig. A3.7-311: Planos de deformación VMX-4-F2-A-27A

Fig. A3.7-312: Planos de deformación VMX-4-F2-A-28A

Fig. A3.7-313: Planos de deformación VMX-4-F2-A-29A

Fig. A3.7-314: Planos de deformación VMX-4-F2-A-30A

Fig. A3.7-315: Planos de deformación VMX-4-F2-A-31A

Fig. A3.7-316: Planos de deformación VMX-4-F2-B-2A

Fig. A3.7-317: Planos de deformación VMX-4-F2-B-3A

Fig. A3.7-318: Planos de deformación VMX-4-F2-B-4A

Fig. A3.7-319: Planos de deformación VMX-4-F2-B-5A

Fig. A3.7-320: Planos de deformación VMX-4-F2-B-6A

Fig. A3.7-321: Planos de deformación VMX-4-F2-B-7A

Fig. A3.7-322: Planos de deformación VMX-4-F2-B-8A

Fig. A3.7-323: Planos de deformación VMX-4-F2-B-9A

Fig. A3.7-324: Planos de deformación VMX-4-F2-B-10A

Fig. A3.7-325: Planos de deformación VMX-4-F2-B-11A

Fig. A3.7-326: Planos de deformación VMX-4-F2-B-12A

Fig. A3.7-327: Planos de deformación VMX-4-F2-B-13A

Fig. A3.7-328: Planos de deformación VMX-4-F2-B-14A

Fig. A3.7-329: Planos de deformación VMX-4-F2-B-15A

Fig. A3.7-330: Planos de deformación VMX-4-F2-B-16A

Fig. A3.7-331: Planos de deformación VMX-4-F2-B-17A

Fig. A3.7-332: Planos de deformación VMX-4-F2-B-18A

Fig. A3.7-333: Planos de deformación VMX-4-F2-B-19A

Fig. A3.7-334: Planos de deformación VMX-4-F2-B-20A

Fig. A3.7-335: Planos de deformación VMX-4-F2-B-21A

Fig. A3.7-336: Planos de deformación VMX-4-F2-B-22A

Fig. A3.7-337: Planos de deformación VMX-4-F2-B-23A

Fig. A3.7-338: Planos de deformación VMX-4-F2-B-24A

Fig. A3.7-339: Planos de deformación VMX-4-F2-B-25A

Fig. A3.7-340: Planos de deformación VMX-4-F2-B-26A

Fig. A3.7-341: Planos de deformación VMX-4-F2-B-27A

Fig. A3.7-342: Planos de deformación VMX-4-F2-B-28A

Fig. A3.7-343: Planos de deformación VMX-4-F2-B-29A

Fig. A3.7-344: Planos de deformación VMX-4-F2-B-30A

Fig. A3.7-345: Planos de deformación VMX-4-F2-B-31A

Fig. A3.7-346: Planos de deformación VMX-4-F2-B-32A

Fig. A3.7-347: Planos de deformación VMX-4-F2-B-33A

Fig. A3.7-348: Planos de deformación VMX-4-F2-B-2B

Fig. A3.7-349: Planos de deformación VMX-4-F2-B-3B

Fig. A3.7-350: Planos de deformación VMX-4-F2-B-4B

Fig. A3.7-351: Planos de deformación VMX-4-F2-B-5B

Fig. A3.7-352: Planos de deformación VMX-4-F2-B-6B

Fig. A3.7-353: Planos de deformación VMX-4-F2-B-7B

Fig. A3.7-354: Planos de deformación VMX-4-F2-B-8B

Fig. A3.7-355: Planos de deformación VMX-4-F2-B-9B

Fig. A3.7-356: Planos de deformación VMX-4-F2-B-10B

Fig. A3.7-357: Planos de deformación VMX-4-F2-B-11B

Fig. A3.7-358: Planos de deformación VMX-4-F2-B-12B

Fig. A3.7-359: Planos de deformación VMX-4-F2-B-13B

Fig. A3.7-360: Planos de deformación VMX-4-F2-B-14B

Fig. A3.7-361: Planos de deformación VMX-4-F2-B-15B

Fig. A3.7-362: Planos de deformación VMX-4-F2-B-16B

Fig. A3.7-363: Planos de deformación VMX-4-F2-B-17B

Fig. A3.7-364: Planos de deformación VMX-4-F2-B-18B

Fig. A3.7-365: Planos de deformación VMX-4-F2-B-19B

Fig. A3.7-366: Planos de deformación VMX-4-F2-B-20B

Fig. A3.7-367: Planos de deformación VMX-4-F2-B-21B

Fig. A3.7-368: Planos de deformación VMX-4-F2-B-22B

Fig. A3.7-369: Planos de deformación VMX-4-F2-B-23B

Fig. A3.7-370: Planos de deformación VMX-4-F2-B-24B

Fig. A3.7-371: Planos de deformación VMX-4-F2-B-25B

Fig. A3.7-372: Planos de deformación VMX-4-F2-B-26B

Fig. A3.7-373: Planos de deformación VMX-4-F2-B-27B

Fig. A3.7-374: Planos de deformación VMX-4-F2-B-28B

Fig. A3.7-375: Planos de deformación VMX-4-F2-B-29B

Fig. A3.7-376: Planos de deformación VMX-4-F2-B-30B

Fig. A3.7-377: Planos de deformación VMX-4-F2-B-31B

Fig. A3.7-378: Planos de deformación VMX-4-F2-B-32B

Fig. A3.7-379: Planos de deformación VMX-4-F2-B-33B

A3.8. DEFORMACIONES EN LA LOSA DE HORMIGÓN

A3.8.1 FASE 1

A3.8.1.1 VMX-1

Fig. A3.8-1: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F1-B-35

Fig. A3.8-2: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F1-B-36

Fig. A3.8-3: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F1-B-37

Fig. A3.8-4: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F1-B-38

Fig. A3.8-5: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F1-B-39

A3.8.1.2 VMX-2

Fig. A3.8-6: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-A-35

Fig. A3.8-7: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-A-36

Fig. A3.8-8: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-A-37

Fig. A3.8-9: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-A-38

Fig. A3.8-10: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-A-39

Fig. A3.8-11: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-B-35

Fig. A3.8-12: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-B-36

Fig. A3.8-13: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-B-37

Fig. A3.8-14: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-B-38

Fig. A3.8-15: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F1-B-39

A3.8.1.3 VMX-3

Fig. A3.8-16: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F1-B-35

Fig. A3.8-17: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F1-B-36

Fig. A3.8-18: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F1-B-37

Fig. A3.8-19: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F1-B-38

Fig. A3.8-20: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F1-B-39

A3.8.1.4 VMX-4

Fig. A3.8-21: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F1-B-35

Fig. A3.8-22: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F1-B-36

Fig. A3.8-23: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F1-B-37

Fig. A3.8-24: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F1-B-38

Fig. A3.8-25: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F1-B-39

A3.8.2 FASE 2

A3.8.2.1 VMX-1

Fig. A3.8-26: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-9

Fig. A3.8-27: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-10

Fig. A3.8-28: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-11

Fig. A3.8-29: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-12

Fig. A3.8-30: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-13

Fig. A3.8-31: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-14

Fig. A3.8-32: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-15

Fig. A3.8-33: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-16

Fig. A3.8-34: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-A-17

Fig. A3.8-35: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-9

Fig. A3.8-36: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-10

Fig. A3.8-37: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-11

Fig. A3.8-38: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-12

Fig. A3.8-39: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-13

Fig. A3.8-40: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-14

Fig. A3.8-41: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-15

Fig. A3.8-42: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-16

Fig. A3.8-43: Deformación en losa de Hormigón VMX-1-F2-B-17

A3.8.2.2 VMX-2

Fig. A3.8-44: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-9

Fig. A3.8-45: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-10

Fig. A3.8-46: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-11

Fig. A3.8-47: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-12

Fig. A3.8-48: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-13

Fig. A3.8-49: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-14

Fig. A3.8-50: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-15

Fig. A3.8-51: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-16

Fig. A3.8-52: Deformación en losa de Hormigón VMX-2-F2-B1-17

A3.8.2.3 VMX-3

Fig. A3.8-53: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-9

Fig. A3.8-54: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-10

Fig. A3.8-55: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-11

Fig. A3.8-56: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-12

Fig. A3.8-57: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-13

Fig. A3.8-58: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-14

Fig. A3.8-59: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-15

Fig. A3.8-60: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-16

Fig. A3.8-61: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-A-17

Fig. A3.8-62: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-9

Fig. A3.8-63: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-10

Fig. A3.8-64: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-11

Fig. A3.8-65: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-12

Fig. A3.8-66: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-13

Fig. A3.8-67: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-14

Fig. A3.8-68: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-15

Fig. A3.8-69: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-16

Fig. A3.8-70: Deformación en losa de Hormigón VMX-3-F2-B-17

A3.8.2.4 VMX-4

Fig. A3.8-71: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-9

Fig. A3.8-72: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-10

Fig. A3.8-73: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-11

Fig. A3.8-74: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-12

Fig. A3.8-75: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-13

Fig. A3.8-76: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-14

Fig. A3.8-77: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-15

Fig. A3.8-78: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-16

Fig. A3.8-79: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-A-17

Fig. A3.8-80: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-9

Fig. A3.8-81: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-10

Fig. A3.8-82: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-11

Fig. A3.8-83: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-12

Fig. A3.8-84: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-13

Fig. A3.8-85: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-14

Fig. A3.8-86: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-15

Fig. A3.8-87: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-16

Fig. A3.8-88: Deformación en losa de Hormigón VMX-4-F2-B-17

A3.9. DEFORMACIONES EN CHAPA DE FONDO

A3.9.1 FASE 1

A3.9.1.1 VMX-1

Fig. A3.9-1: Deformación en chapa de fondo VMX-1-F1-B-36

A3.9.1.2 VMX-2

Fig. A3.9-2: Deformación en chapa de fondo VMX-2-F1-A-36

Fig. A3.9-3: Deformación en chapa de fondo VMX-2-F1-B-36

A3.9.1.3 VMX-3

Fig. A3.9-4: Deformación en chapa de fondo VMX-3-F1-B-36

A3.9.1.4 VMX-4

Fig. A3.9-5: Deformación en chapa de fondo VMX-4-F1-B-36

A3.9.2 FASE 2

A3.9.2.1 VMX-1

Fig. A3.9-6: Deformación en chapa de fondo VMX-1-F2-A-15

Fig. A3.9-7: Deformación en chapa de fondo VMX-1-F2-A-19

Fig. A3.9-8: Deformación en chapa de fondo VMX-1-F2-B-15

Fig. A3.9-9: Deformación en chapa de fondo VMX-1-F2-B-19

A3.9.2.2 VMX-2

Fig. A3.9-10: Deformación en chapa de fondo VMX-2-F2-B-15

Fig. A3.9-11: Deformación en chapa de fondo VMX-2-F2-B-19

A3.9.2.3 VMX-3

Fig. A3.9-12: Deformación en chapa de fondo VMX-3-F2-A-15

Fig. A3.9-13: Deformación en chapa de fondo VMX-3-F2-A-19

Fig. A3.9-14: Deformación en chapa de fondo VMX-3-F2-B-15

Fig. A3.9-15: Deformación en chapa de fondo VMX-3-F2-B-19

A3.9.2.4 VMX-4

Fig. A3.9-16: Deformación en chapa de fondo VMX-4-F2-A-15

Fig. A3.9-17: Deformación en chapa de fondo VMX-4-F2-A-19

Fig. A3.9-18: Deformación en chapa de fondo VMX-4-F2-B-15

Fig. A3.9-19: Deformación en chapa de fondo VMX-4-F2-B-19

A3.10. RASANTE Y DESLIZAMIENTO

A3.10.1 FASE 1

Fig. A3.10-1(a): Deslizamiento s_A VMX-1-F1-A Fig. A3.10-1(b): Deslizamiento s_A VMX-1-F1-A

Fig. A3.10-1(c): Abertura vertical $W_{A,s}$ VMX-1-F1-A

Fig. A3.10-2(a): Deslizamiento s_B VMX-1-F1-B Fig. A3.10-2(b): Deslizamiento s_B VMX-1-F1-B

Fig. A3.10-2(c): Abertura vertical $W_{B,s}$ VMX-1-F1-B

Fig. A3.10-3(a): Deslizamiento s_B VMX-4-F1-B Fig. A3.10-3(b): Deslizamiento s_B VMX-4-F1-B

Fig. A3.10-3(c): Abertura vertical $W_{B,s}$ VMX-4-F1-B

A3.10.2 FASE 2

Fig. A3.10-4(a): Deslizamiento s_A VMX-1-F2-A Fig. A3.10-4(b): Deslizamiento s_A VMX-1-F2-A

Fig. A3.10-4(c): Abertura vertical $W_{A,s}$ VMX-1-F2-A

Fig. A3.10-5(a): Deslizamiento s_B VMX-1-F2-B Fig. A3.10-5(b): Deslizamiento s_B VMX-1-F2-B

Fig. A3.10-5(c): Abertura vertical $W_{B,s}$ VMX-1-F2-B

Fig. A3.10-6(a): Deslizamiento s_A VMX-2-F2-A2 Fig. A3.10-6(b): Deslizamiento s_A VMX-2-F2-A2

Fig. A3.10-6(c): Abertura vertical $W_{A,s}$ VMX-2-F2-A2

Fig. A3.10-7(a): Deslizamiento s_B VMX-2-F2-B2 Fig. A3.10-7(b): Deslizamiento s_B VMX-2-F2-B2

Fig. A3.10-7(c): Abertura vertical $W_{B,s}$ VMX-2-F2-B2

Fig. A3.10-8(a): Deslizamiento s_A VMX-3-F2-A Fig. A3.10-8(b): Deslizamiento s_A VMX-3-F2-A

Fig. A3.10-8(c): Abertura vertical $W_{A,s}$ VMX-3-F2-A

Fig. A3.10-9(a): Deslizamiento s_A VMX-4-F2-A Fig. A3.10-9(b): Deslizamiento s_A VMX-4-F2-A

Fig. A3.10-9(c): Abertura vertical $W_{A,s}$ VMX-4-F2-A

Fig. A3.10-10(a): Deslizamiento s_B VMX-4-F2-B Fig. A3.10-10(b): Deslizamiento s_B VMX-4-F2-B

Fig. A3.10-10(c): Abertura vertical $W_{B,s}$ VMX-4-F2-B

A3.11. DIAGRAMAS

A3.11.1 MOMENTO – CURVATURAS M-

A3.11.1.1 FASE 1

VMX-1

VMX-2

VMX-3

VMX-4

A3.11.1.2 FASE2

VMX-1

VMX-2

VMX-3

VMX-4

Fig. A3.11.1-226: M- χ VMX-4-F2-A-2

Fig. A3.11.1-227: M- χ VMX-4-F2-A-3

Fig. A3.11.1-228: M- χ VMX-4-F2-A-4

Fig. A3.11.1-229: M- χ VMX-4-F2-A-5

Fig. A3.11.1-230: M- χ VMX-4-F2-A-6

Fig. A3.11.1-231: M- χ VMX-4-F2-A-7

A3.11.2 INTERACCIÓN MOMENTO – CORTANTE M-V

A3.11.2.1 FASE 1

Fig. A3.11.2-1(a): M-V_w VMX-1-F1-A

Fig. A3.11.2-1(b): M-V_w VMX-1-F1-A

Fig. A3.11.2-1(c): M-V_w VMX-1-F1-A

Fig. A3.11.2-2(a): M-V_w VMX-1-F1-B

Fig. A3.11.2-2(b): M-V_w VMX-1-F1-B

Fig. A3.11.2-2(c): M-V_w VMX-1-F1-B

Fig. A3.11.2-3(a): M-V_w VMX-2-F1-A

Fig. A3.11.2-3(b): M-V_w VMX-2-F1-A

Fig. A3.11.2-3(c): M-V_w VMX-2-F1-A

Fig. A3.11.2-4(a): M-V_w VMX-2-F1-B

Fig. A3.11.2-4(b): M-V_w VMX-2-F1-B

Fig. A3.11.2-4(c): M-V_w VMX-2-F1-B

Fig. A3.11.2-5(a): M-V_w VMX-3-F1-B

Fig. A3.11.2-5(b): M-V_w VMX-3-F1-B

Fig. A3.11.2-5(c): M-V_w VMX-3-F1-B

Fig. A3.11.2-6(a): M-V_w VMX-4-F1-B

Fig. A3.11.2-6(b): M-V_w VMX-4-F1-B

Fig. A3.11.2-6(c): M-V_w VMX-4-F1-B

A3.11.2.2 FASE2

Fig. A3.11.2-7(a): M- V_w VMX-1-F2-A

Fig. A3.11.2-7(b): M- V_w VMX-1-F2-A

Fig. A3.11.2-7(c): M- V_w VMX-1-F2-A

Fig. A3.11.2-8(a): M- V_w VMX-1-F2-B

Fig. A3.11.2-8(b): M- V_w VMX-1-F2-B

Fig. A3.11.2-8(c): M- V_w VMX-1-F2-B

Fig. A3.11.2-11(a): M- V_w VMX-2-F2-B2

Fig. A3.11.2-11(b): M- V_w VMX-2-F2-B2

Fig. A3.11.2-11(c): M- V_w VMX-2-F2-B2

Fig. A3.11.2-12(a): M- V_w VMX-3-F2-A

Fig. A3.11.2-12(b): M- V_w VMX-3-F2-A

Fig. A3.11.2-12(c): M- V_w VMX-3-F2-A

ANEXO IV

Anejo de cálculo

A4.1. VIGA BALCÓN CURVA SOMETIDA A CARGAS PERPENDICULARES A SU PLANO

A continuación se desarrollan las ecuaciones que determinan los esfuerzos de una viga balcón curva circular de radio R y longitud de desarrollo L (Figura A4- 1), para las siguientes vinculaciones en los extremos y tipos de cargas:

- Vinculaciones en los extremos
 - Extremos articulados a flexión y empotrados a torsión.
 - Extremos empotrados a flexión y a torsión.
- Tipos de cargas
 - Uniformemente distribuida en toda la longitud L .
 - Carga puntal en cualquier posición.

Figura A4- 1. Vista en planta de la viga balcón circular

La viga balcón se presenta como tablero de puente de sección cajón y canto constante, donde se desprecia la deformación por cortante y se considera la rigidez a flexión EI y la rigidez torsional GJ constante en toda su longitud. En la Figura A4- 2 se muestran los criterios de signos y los tipos de cargas considerados.

Figura A4- 2. Criterio de signos y cargas (Lebet & Manfred, 2009)

A4.1.1 ECUACIONES DIFERENCIALES

Las ecuaciones diferenciales según los criterios de signos de la *Figura A4- 2* son las siguientes:

Equilibrio según el eje y:

$$-M_y + (M_y + dM_y) - (V + dV)ds + (M_x + dM_x)\frac{ds}{R} - q\frac{ds^2}{2} + m_T\frac{ds^2}{2R} = 0$$

$$dM_y - Vds + M_x\frac{ds}{R} = 0 \quad (A4- 1)$$

Equilibrio según el eje z:

$$-V + (V + dV) + qds = 0$$

$$dV + qds = 0 \quad (A4- 2)$$

Equilibrio según el eje x:

$$-M_x + (M_x + dM_x) + (V + dV)\frac{ds^2}{R} - (M_y + dM_y)\frac{ds}{R} - q\frac{ds^3}{2R} + m_Tds = 0$$

$$dM_x - M_y\frac{ds}{R} + m_Tds = 0 \quad (A4- 3)$$

Dividiendo por ds se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dM_y}{ds} + \frac{M_x}{R} = V \quad (A4- 4)$$

$$\frac{dV}{ds} = -q \quad (A4- 5)$$

$$\frac{dM_x}{ds} - \frac{M_y}{R} = -m_T \quad (A4- 6)$$

Derivando la ecuación (A4-4) y sustituyendo en las ecuaciones (A4-5) y (A4-6) se obtiene:

$$\frac{d^2M_y}{ds^2} + \frac{M_y}{R^2} - \frac{m_T}{R} = -q \quad (A4- 7)$$

A4.1.2 ECUACIONES GENERALES PARA UNA CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA q

Las ecuaciones generales que determinan los esfuerzos en cualquier posición s para una carga uniformemente distribuida q con excentricidad y_q respecto al eje de la sección actuando en toda su longitud (la excentricidad de la carga q produce un momento distribuido $m_T = qy_q$) y criterios de signos según la *Figura A4- 2* son las siguientes:

Cortante $V(s)$:

$$V(s) = V_A - qs \quad (A4- 8)$$

Momento flector $M_y(s)$:

$$M_y(s) = M_{y,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) - M_{x,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) - R(qR - m_T) \quad (A4- 9)$$

Momento torsor $M_x(s)$:

$$M_x(s) = M_{y,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + M_{x,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) + R(V_A - qs) \quad (A4- 10)$$

Imponiendo la simetría de la viga balcón en los apoyos:

$$M_x(s=0) = -M_x(s=L)$$

$$M_{x,A} + RV_A = -M_{y,A} \sin\left(\frac{L}{R}\right) - M_{x,A} \cos\left(\frac{L}{R}\right) - R(V_A - qL)$$

Resolviendo se obtiene:

$$V_A = \frac{1}{2R} [-M_{y,A} \sin\left(\frac{L}{R}\right) - M_{x,A} \left(1 + \cos\left(\frac{L}{R}\right)\right) + qLR] \quad (A4- 11)$$

$$M_y(s=0) = M_y(s=L)$$

$$M_{y,A} - R(qR - m_T) = M_{y,A} \cos\left(\frac{L}{R}\right) - M_{x,A} \sin\left(\frac{L}{R}\right) - R(qR - m_T) \quad (A4- 12)$$

Resolviendo se obtiene:

$$\frac{M_{x,A}}{M_{y,A}} = -\frac{1 - \cos\left(\frac{L}{R}\right)}{\sin\left(\frac{L}{R}\right)} \quad (A4- 13)$$

Realizando un cambio de variable de $M_{y,A} = C$ se obtiene:

$$M_{y,A} = C; \quad M_{x,A} = -\frac{1 - \cos\left(\frac{L}{R}\right)}{\sin\left(\frac{L}{R}\right)} C \quad (A4- 14)$$

Reescribiendo las ecuaciones (A4-8) (A4-9) y (A4-10) y eliminando $M_{y,A}$ y $M_{x,A}$:

Cortante $V(s)$:

$$V(s) = \frac{qL}{2} - qs \quad (A4-15)$$

Momento flector $M_y(s)$:

$$M_y(s) = \left[\cos\left(\frac{s}{R}\right) + \tan\left(\frac{L}{2R}\right) \sin\left(\frac{s}{R}\right) \right] C - R(qR - m_T) \quad (A4-16)$$

Momento torsor $M_x(s)$:

$$M_x(s) = \left[\sin\left(\frac{s}{R}\right) - \tan\left(\frac{L}{2R}\right) \cos\left(\frac{s}{R}\right) \right] C + R\left(\frac{qL}{2} - qs\right) \quad (A4-17)$$

A4.1.2.1. Constante C para una viga balcón simétrica con extremos articulados a flexión y empotrados a torsión

Imponiendo el momento flector nulo en el apoyo B, se obtiene a partir de la ecuación (A4-16):

$$M_y(s=L) = 0$$

$$C = R(qR - m_T) \quad (A4-18)$$

A4.1.2.2. Constante C para una viga balcón simétrica con extremos empotrados a flexión y torsión

Se define el potencial U como:

$$U = \int \frac{M_y^2(s)}{2EI} ds + \int \frac{M_x^2(s)}{2GJ} ds \quad (A4-19)$$

Imponiendo el giro a flexión en el apoyo A, $\theta_A=0$:

$$\frac{\partial U}{\partial M_{y,A}} = 0 \quad (A4-20)$$

Para operar con facilidad, se parametrizan las ecuaciones (A4-16) y (A4-17) y realizando el cambio de variable $\alpha = s/R$, se obtiene:

$$\alpha = \frac{s}{R}; \quad \alpha_L = \frac{L}{R}$$

$$M_y(s) = aC + d \quad (A4-21)$$

$$M_x(s) = bC + e \quad (A4-22)$$

Donde,

$$a = \cos(\alpha) + \tan\left(\frac{\alpha_L}{2}\right) \sin(\alpha)$$

$$b = \sin(\alpha) - \tan\left(\frac{\alpha_L}{2}\right) \cos(\alpha)$$

$$d = -R(qR - m_T)$$

$$e = \left(\frac{qL}{2} - q\alpha R\right) R$$

Derivando e respecto a $M_{y,A}$ ($M_{y,A} = C$), las ecuaciones (A4-21) y (A4-22):

$$\frac{\partial M_y(s)}{\partial M_{y,A}} = a; \quad \frac{\partial M_x(s)}{\partial M_{y,A}} = b \quad (A4-23)$$

Introduciendo las ecuaciones (A4-23) en la ecuación (A4-20), se obtiene:

$$\int_0^{\alpha_L} (a^2 C + ad) R d\alpha + \int_0^{\alpha_L} \mu (b^2 C + be) R d\alpha = 0$$

Siendo,

$$\mu = \frac{EI}{GJ}$$

Despejando la constante C, resulta:

$$C = - \frac{\int_0^{\alpha_L} (ad + \mu be) d\alpha}{\int_0^{\alpha_L} (a^2 + \mu b^2) d\alpha} \quad (A4-24)$$

La ecuación (A4-24) que determina la constante C, es una ecuación explícita, la cual se puede terminar de desarrollar analíticamente o numéricamente.

A4.1.3 ECUACIONES GENERALES PARA UNA CARGA PUNTUAL Q

Las ecuaciones generales que determinan los esfuerzos en cualquier posición s para una carga puntual Q con una excentricidad y_Q (la excentricidad de la carga Q produce un momento puntual $M_T = Qy_Q$), aplicada a una distancia s_Q y criterios de signos según la *Figura A4- 2* son las siguientes:

Cortante $V(s)$:

$$0 \leq s \leq s_Q \quad V(s) = V_A \quad (A4- 25a)$$

$$s_Q \leq s \leq L \quad V(s) = V_A - Q \quad (A4- 26b)$$

Momento flector $M_y(s)$:

$$0 \leq s \leq s_Q \quad M_y(s) = M_{y,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) - M_{x,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + V_A R \sin\left(\frac{s}{R}\right) \quad (A4- 27a)$$

$$s_Q \leq s \leq L \quad M_y(s) = M_{y,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) - M_{x,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + V_A R \sin\left(\frac{s}{R}\right) - (QR - M_T) \sin\left(\frac{s - s_Q}{R}\right) \quad (A4- 28b)$$

Momento torsor $M_x(s)$:

$$0 \leq s \leq s_Q \quad M_x(s) = M_{y,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + M_{x,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) + V_A R \left(1 - \cos\left(\frac{s}{R}\right)\right) \quad (A4- 29a)$$

$$s_Q \leq s \leq L \quad M_x(s) = M_{y,A} \sin\left(\frac{s}{R}\right) + M_{x,A} \cos\left(\frac{s}{R}\right) + V_A R \left(1 - \cos\left(\frac{s}{R}\right)\right) + (QR - M_T) \cos\left(\frac{s - s_Q}{R}\right) - QR \quad (A4- 30b)$$

A4.1.3.1. Constantes V_A , $M_{y,A}$ y $M_{x,A}$ para una viga balcón con extremos articulados a flexión y empotrados a torsión

Debido a las condiciones de apoyo, se tiene que el momento $M_{y,A} = 0$, al estar el apoyo A articulado a flexión.

$$M_{y,A} = 0 \quad (A4- 31)$$

Introduciendo la condición de momento flector en el apoyo B igual a cero, se tiene:

$$M_y(s=L)=0$$

$$-M_{x,A} \sin\left(\frac{L}{R}\right) + V_A R \sin\left(\frac{L}{R}\right) - (QR - M_T) \sin\left(\frac{L - s_Q}{R}\right) = 0$$

$$M_{x,A} = V_A R - (QR - M_T) \frac{\sin\left(\frac{L - s_Q}{R}\right)}{\sin\left(\frac{L}{R}\right)} \quad (A4-32)$$

Definiendo el giro torsional en cualquier sección como $\varphi(s)$, siendo para viga articulada a flexión en los apoyos (Lebet & Manfred, 2009):

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi(s)}{ds} &= \frac{M_x(s)}{GJ} \\ \varphi(s) &= \int_0^s \frac{M_x(s)}{GJ} ds \end{aligned} \quad (A4-33)$$

Imponiendo $\varphi(s = L) = 0$ y resolviendo la integral de la ecuación (A4-33):

$$\int_0^{s_Q} \frac{M_x(s)}{GJ} + \int_{s_Q}^L \frac{M_x(s)}{GJ} ds = 0 \quad (A4-34)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{s_Q} M_x(s) ds &= R(QR - M_T) \frac{\sin\left(\frac{s_Q - L}{R}\right)}{\sin\left(\frac{L}{R}\right)} \sin\left(\frac{s_Q}{R}\right) + R s_Q V_A \\ \int_{s_Q}^L M_x(s) ds &= -R(QR - M_T) \frac{\sin\left(\frac{s_Q - L}{R}\right)}{\sin\left(\frac{L}{R}\right)} \sin\left(\frac{s_Q}{R}\right) + (s_Q - L)(Q - V_A)R \end{aligned}$$

Remplazando los términos en la ecuación (A4-34) y despejando V_A :

$$V_A = Q\left(1 - \frac{s_Q}{L}\right) \quad (A4-35)$$

A4.1.3.2. Constantes V_A , $M_{y,A}$ y $M_{x,A}$ para una viga balcón simétrica con extremos empotrados a flexión y torsión

Se define el potencial U como:

$$U = \int \frac{M_y^2(s)}{2EI} ds + \int \frac{M_x^2(s)}{2GJ} ds \quad (A4-36)$$

Imponiendo las condiciones de contorno en el apoyo A:

$$v_A = 0 \text{ (movimiento vertical)}$$

$$\theta_A = 0 \text{ (giro a flexión)}$$

$$\varphi_A = 0 \text{ (giro a torsión)}$$

Se tiene:

$$\frac{\partial U}{\partial M_{y,A}} = \frac{\partial U}{\partial M_{x,A}} = \frac{\partial U}{\partial V_A} = 0 \quad (A4-37)$$

Para el desarrollo de las ecuaciones se realiza los siguientes cambios de variables y de constantes:

$$\alpha = \frac{s}{R}; \quad \alpha_L = \frac{L}{R}; \quad \mu = \frac{EI}{GJ}$$

Resolviendo la derivada parcial del potencia U respecto a $M_{y,A}$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial M_{y,A}} &= 0 \\ \frac{\partial M_y(\alpha)}{\partial M_{y,A}} &= \cos(\alpha); \quad \frac{\partial M_x(\alpha)}{\partial M_{y,A}} = \sin(\alpha) \\ \int_0^{\alpha_L} [M_{y,A} \cos^2(\alpha) - M_{x,A} \sin(\alpha) \cos(\alpha) + V_A R \sin(\alpha) \cos(\alpha)] R d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} -(QR - M_T) \sin(\alpha - \alpha_Q) \cos(\alpha) R ds \\ &+ \int_0^{\alpha_L} \mu [M_{y,A} \sin^2(\alpha) + M_{x,A} \cos(\alpha) \sin(\alpha) + V_A R (1 - \cos(\alpha)) \sin(\alpha)] R d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} \mu [(QR - M_T) \cos(\alpha - \alpha_Q) \sin(\alpha) - QR \sin(\alpha)] R d\alpha = 0 \end{aligned} \quad (A4-38)$$

Resolviendo la derivada parcial del potencia U respecto a $M_{x,A}$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial M_{x,A}} &= 0 \\ \frac{\partial M_y(x)}{\partial M_{x,A}} &= -\sin(\alpha); \quad \frac{\partial M_x(x)}{\partial M_{x,A}} = \cos(\alpha) \\ \int_0^{\alpha_L} [-M_{y,A} \sin(\alpha) \cos(\alpha) + M_{x,A} \sin^2(\alpha) - V_A R \sin^2(\alpha)] R d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} (QR - M_T) \sin(\alpha - \alpha_Q) \sin(\alpha) R d\alpha \\ &+ \int_0^{\alpha_L} \mu [M_{y,A} \sin(\alpha) \cos(\alpha) + M_{x,A} \cos^2(\alpha) + V_A R (1 - \cos(\alpha)) \cos(\alpha)] R d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} \mu [(QR - M_T) \cos(\alpha - \alpha_Q) \cos(\alpha) - QR \cos(\alpha)] R d\alpha = 0 \end{aligned} \quad (A4-39)$$

Resolviendo la derivada parcial del potencial U respecto a V_A , se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial V_A} &= 0 \\ \frac{\partial M_y(x)}{\partial V_A} &= R \sin(\alpha); \quad \frac{\partial M_x(x)}{\partial V_A} = R(1 - \cos(\alpha)) \\ \int_0^{\alpha_L} [M_{y,A} \sin(\alpha) \cos(\alpha) - M_{x,A} \sin^2(\alpha) + V_A R \sin^2(\alpha)] R d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} - (QR - M_T) \sin(\alpha - \alpha_Q) \sin(\alpha) R d\alpha \\ &+ \int_0^{\alpha_L} \mu [M_{y,A} \sin(\alpha) (1 - \cos \alpha) + M_{x,A} \cos(\alpha) (1 - \cos(\alpha)) + V_A R (1 - \cos(\alpha))^2] R d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} \mu [(QR - M_T) \cos(\alpha - \alpha_Q) (1 - \cos(\alpha)) - QR (1 - \cos(\alpha))] R d\alpha = 0 \quad (A4-40) \end{aligned}$$

Finalmente queda un sistema de 3 ecuaciones, (A4-38), (A4-39) y (A4-40), con 3 incógnitas, $M_{y,A}$, $M_{x,A}$ y V_A . Debido a la complejidad de resolver el sistema analíticamente, se presenta en forma matricial para su resolución numéricamente.

$$\begin{bmatrix} M_{y,A} \\ M_{x,A} \\ V_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (A4-41)$$

Siendo,

$$\begin{aligned} K_{11} &= \int_0^{\alpha_L} [\cos^2(\alpha) + \mu \sin^2(\alpha)] d\alpha \\ K_{12} &= \int_0^{\alpha_L} [-\sin(\alpha) \cos(\alpha) + \mu \cos(\alpha) \sin(\alpha)] d\alpha \\ K_{13} &= \int_0^{\alpha_L} R [\sin(\alpha) \cos(\alpha) + \mu (1 - \cos(\alpha)) \sin(\alpha)] d\alpha \\ K_{21} &= \int_0^{\alpha_L} (\mu - 1) \sin(\alpha) \cos(\alpha) d\alpha \\ K_{22} &= \int_0^{\alpha_L} (\sin^2(\alpha) + \mu \cos^2(\alpha)) d\alpha \\ K_{23} &= \int_0^{\alpha_L} R [-\sin^2(\alpha) + \mu (1 - \cos(\alpha)) \cos(\alpha)] d\alpha \\ K_{31} &= \int_0^{\alpha_L} [\sin(\alpha) \cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha) (1 - \cos(\alpha))] d\alpha \end{aligned}$$

$$K_{32} = \int_0^{\alpha_L} [-\sin^2(\alpha) + \mu \cos(\alpha) (1 - \cos(\alpha))] d\alpha$$

$$K_{33} = \int_0^{\alpha_L} R [\sin^2(\alpha) + \mu(1 - \cos(\alpha))^2] d\alpha$$

$$b_1 = \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} [(QR - M_T) (\sin(\alpha - \alpha_Q) \cos(\alpha) - \mu \cos(\alpha - \alpha_Q) \sin(\alpha)) + \mu QR \sin(\alpha)] d\alpha$$

$$b_2 = \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} [(QR - M_T) (-\sin(\alpha - \alpha_Q) \sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha - \alpha_Q) \cos(\alpha)) + \mu QR \cos(\alpha)] d\alpha$$

$$b_3 = \int_{\alpha_Q}^{\alpha_L} \left[(QR - M_T) (\sin(\alpha - \alpha_Q) \sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha - \alpha_Q) (1 - \cos(\alpha))) + \mu QR (1 - \cos(\alpha)) \right] d\alpha$$

A4.2. CÁLCULO DE CHAPA CON RIGIDIZADORES LONGITUDINALES SOMETIDAS A TENSIONES NORMALES UNIFORMES

CHAPA DE FONDO DE LA VIGA MIXTA VMX-4 EN FLEXIÓN NEGATIVA

Figura A4-3. Geometría del ala inferior de la viga mixta VMX-1 en la zona de negativos

Rigidizadores (IPE120)

$$S275 \rightarrow f_Y^* = 310 \text{ MPa}$$

Chapas

$$S355 \rightarrow f_Y^* = 400 \text{ MPa}$$

* Valores medios considerados para el acero

$\frac{1}{2}$ IPE 120 [EN-1993-1-1] $\rightarrow$ (sección compacta, sin reducción)

$$A_{C,eff} = \rho_c * A_{C,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t$$

$$A_{C,eff,loc} = \rho_c * A_{sl,eff} + \sum \rho_{loc} b_{c,loc} t$$

$$A_{sl,eff} = 2 * A_{sl,eff}(\frac{1}{2} \text{ IPE } 120) = 2 * A_{sl,1/2 \text{ IPE } 120}$$

$$A_{sl,eff} = 2 * 660,55 = 1321,10 \text{ mm}^2$$

Reducción de los sub-paneles acorde a 4.4 (2)

$$\bar{b}_1 = \bar{b}_3 = 200 - \left(6 + \frac{1}{2} 44\right) = 191,8 \text{ mm}$$

$$\bar{b}_2 = 195,6 \text{ mm}$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4 * \varepsilon * \sqrt{k_\sigma}} \rightarrow \bar{b}_i \rightarrow k_\sigma = 4,0$$

$$t = 6 \text{ mm}$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{400}} = 0,77$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4 * 0,77 * \sqrt{4}} \begin{cases} \bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_3 = 0,734 \\ \bar{\lambda}_2 = 0,749 \end{cases}$$

$$\rho_{loc} = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 * (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0$$

$$\psi = 1,0$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_{loc}^1 = \rho_3 &= \frac{0,734 - 0,055 * 4}{0,703^2} = 0,954 \\ \rho_{loc}^2 &= \frac{0,749 - 0,055 * 4}{0,705^2} = 0,943 \end{aligned} \right\}$$

$$\sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t = \left(\rho_{loc,1} \frac{\bar{b}_1}{2} + \rho_{loc,2} \frac{\bar{b}_2}{2} + \rho_{loc,3} \frac{\bar{b}_3}{2} \right) * t$$

$$\sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t = (0,954 * 191,8 + 0,943 * 191,6) * 6 = 2204,6$$

$$A_{C,eff,loc} = 1321,10 + 2204,6 + 4,4 * 2 * 6 = 3578 \text{ mm}^2$$

$$\sum b_{edge,eff} t = \left(\rho_{loc,1} \frac{\bar{b}_1}{2} + \rho_{loc,3} \frac{\bar{b}_3}{2} \right) * t + (b - b') * t = 1170 \text{ mm}^2$$

$$A_{C,eff} = 3578 * \rho_c + 1170$$

Interacción pandeo chapa-rigidizador ρ_c (4.5.4)

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c$$

Cálculo de ρ : Considerando sólo la chapa en toda su longitud

Figura A4- 4. Chapa de fondo sin los rigidizadores longitudinales

$$b' = 600 - 12 = 588 \text{ mm}$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4 * \varepsilon * \sqrt{k_\sigma}} = \frac{588/6}{28,4 * 0,77 * \sqrt{4}} = 2,251$$

$$\rho = \frac{2,251 - 0,055 * 4}{2,251^2} = 0,401$$

Cálculo de χ_c :

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 * E * I_{sl,1}}{A_{sl,1} * \alpha^2} \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 825 \text{ mm} \\ E = 210 \text{ GPa} \end{array} \right.$$

Procedimiento según Anejo A.2.1 (EN 1993-1-5)

Figura A4- 5. Ancho de subpanels de la chapa de fondo

$$\psi = 1,00$$

$$b_{1,1} = \frac{2}{S - \psi} b_1 = 0,5 * b_1 = 95,9 \text{ mm}$$

$$b_{2,1} = \frac{2}{S - \psi} b_2 = 0,5 * b_2 = 97,8 \text{ mm}$$

Figura A4- 6. Sección efectiva formada por un rigidizador y su correspondiente porción de chapa efectiva

$$A_{sl,1} = 660,55 + 198,1 * 6$$

$$A_{sl,1} = 1849 \text{ mm}^2$$

$$I_{sl,1} = 1216414 \text{ mm}^4 \rightarrow I_p = \frac{bt^3}{12 * (1 - \nu^2)}$$

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 * 210 * 10^3 * 1216414}{1849 * 825^2} = 2003 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,sl} * \frac{b_c}{b_{sl,1}}$$

Figura A4- 7. Distribución de tensiones normales uniformes en toda el ala rigidizada ($\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,sl}$)

$$\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,sl}$$

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,C} * f_y}{\sigma_{cr,c}}}; \quad f_y = f_{ym} (S275) = 310 \text{ MPa } S275 \rightarrow \text{Tensión última media del rigidizador}$$

$$\beta_{A,C} = \frac{A_{sl,1eff}}{A_{sl,1}}$$

$$b_{eff} = \rho * \bar{b} = \rho_{loc} * \bar{b} \rightarrow \begin{cases} b_{1,1eff} = \rho_{loc,1} * b_{1,1} \\ b_{2,1eff} = \rho_{loc,2} * b_{2,1} \end{cases}$$

$$A_{sl,1eff} = 1789$$

Figura A4- 8. Sección efectiva $A_{sl,1eff}$

$$\beta_{A,C} = \frac{1789}{1849} = 0,968$$

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{0,968 * 310}{2003}} = 0,387$$

$$\chi_c \rightarrow EN - 1993 - 1 - 1 (6312)$$

$$\alpha_e = \alpha + \frac{0,09}{i/e}$$

$$i = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}} = \sqrt{\frac{1216414}{1849}} = 25,6 \text{ mm}$$

$$\alpha = 0,49 (\text{curva } C)$$

$$E = \max (l_1, l_2) \text{ figura A.1 EN 1993 - 1 - 5}$$

Figura A4- 9. Posición del centro de gravedad de la sección efectiva $A_{sl,1eff}$

$$e_1 = 46 + 6 - 21 = 31$$

$$e_2 = 21 - 3 = 18$$

$$e = 31 \text{ mm}$$

$$\alpha_e = 0,49 + \frac{0,09}{25,6/31} = 0,60$$

$$EN - 1993 - 1 - 1 \rightarrow \chi_c$$

$$\chi_c = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\phi = 0,50 * [1 + \alpha * (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 0,50 * [1 + 0,60 * (0,387 - 0,2) + 0,387^2]$$

$$\phi = 0,631$$

$$\chi_c = \frac{1}{0,361 + \sqrt{0,361^2 - 0,387^2}} = 0,886$$

Cálculo de ρ_c

$$\rho_c = (\rho - \chi_c)\xi(2 - \xi) + \chi_c$$

$$\rho = 0,401$$

$$\chi_c = 0,886$$

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

$$\sigma_{cr,c} = 2003 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} * \sigma_E$$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 * E * t^2}{12 * (1 - \nu^2) * b^2} = 190000 \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

$$b = 588 \text{ mm}$$

$$t = 6 \text{ mm}$$

$$\sigma_E = 19,8 \text{ MPa}$$

$$k_{\sigma,p} \rightarrow \text{NOTE 1: A1 EN 1993 - 1 - 5}$$

Note 3 : Aproximación hasta 3 rigidizadores esparcidos

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1,0$$

$$b = 588 \text{ mm}$$

$$\gamma = \frac{I_{sl,1}}{I_p} = \frac{2705527}{11631} = 232,6$$

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{825}{588} = 1,40 < \sqrt[4]{\gamma} = 3,91$$

$$\delta = \frac{\sum A_{sl}}{A_p} = \frac{1321,10}{600 * 6} = 0,374$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{2 * [(1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1]}{\alpha^2 * (\psi + 1)(1 - \delta)} = 88,86$$

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} * \sigma_E = 88,86 * 19,8 = 175,8$$

$$\xi = \frac{1758}{2003} - 1 = -0,12 \rightarrow \xi = 0 \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

$$\rho = \chi_c = 0,886$$

$$A_{C,eff} = 3578 * \rho_c + 1170$$

$$A_{C,eff} = 4339 \text{ mm}^2$$