

TÉCNICA DE AJUSTE DE POLOS Y CEROS PARA ESTRUCTURAS PERIÓDICAS MULTICAPA CON APLICACIÓN AL DISEÑO DE ANTENAS “REFLECTARRAY”

R. Florencio⁽¹⁾, R. R. Boix⁽¹⁾, J. A. Encinar⁽²⁾
rflorencio@us.es, boix@us.es, encinar@etc.upm.es.

⁽¹⁾Dpto. de Electrónica y Electromagnetismo. Universidad de Sevilla. Avda. Reina Mercedes s/n, 41012 Sevilla.

⁽²⁾Dpto. de Electromagnetismo y Teoría de Circuitos. Universidad Politécnica de Madrid. Avda. Complutense, 30, 28040 Madrid.

Abstract—In order to design reflectarray antennas within reasonable CPU times, fast and accurate numerical tools for the analysis of periodic multilayered structures are required. In this paper, a pole-zero matching technique is applied to the determination of the scattering matrix of periodic arrays of stacked rectangular microstrip patches as a function of the dimensions of the patches. The pole-zero matching technique makes it possible to obtain closed-form equations for the scattering matrix of the periodic structures from a reduced set of full-wave data. These closed-form equations are very useful because they lead to important CPU time savings when they are applied to the design of reflectarray antennas. In fact, in this paper we present a comparison between a reflectarray design based on a full-wave analysis of each element and a reflectarray design based on the derived closed-form equations. It is shown that the CPU time required by the full-wave approach is nearly one order of magnitude larger than that required by the approach based on closed-form equations

I. INTRODUCCIÓN

Un *reflectarray* en tecnología impresa es un reflector plano hecho de una o más capas de *arrays* de parches *microstrip*. Las dimensiones de los parches *microstrip* son convenientemente ajustadas para producir un desplazamiento de fase progresivo del campo eléctrico reflejado, lo que hace posible enfocar o conformar el haz radiado cuando el *reflectarray* es iluminado por un alimentador (normalmente una antena de bocina) [1]. Las antenas *reflectarray* en tecnología impresa presentan varias ventajas cuando son comparadas con antenas reflectoras y con *arrays* de parches *microstrip*. Por un lado, son más ligeras y fáciles de construir que las antenas reflectoras (especialmente para diseños de haz conformado), y tienen niveles más bajos de polarización cruzada. Por otro lado, son más simples que los *arrays* convencionales de antenas *microstrip* debido a que prescinden de la complejidad y las pérdidas de las redes de alimentación. Además, presentan la posibilidad de ser usadas en aplicaciones de haz orientable o reconfigurable a un costo moderado (mediante inserción de dispositivos controlables como los diodos PIN, interruptores MEMs, varactores, etc.).

Una de las opciones para obtener un desplazamiento de fase progresivo del campo eléctrico reflejado consiste en variar la

longitud de resonancia de los parches *microstrip* [2]-[5]. Esta técnica tiene la ventaja de que facilita el proceso de fabricación, basado en la tecnología convencional de fotograbado.

Una etapa crucial en el diseño de antenas *reflectarray* usando parches de tamaño variable es la elección de las dimensiones de los parches que permiten obtener las fases del campo eléctrico reflejado adecuadas para la generación de un patrón de radiación determinado. A la hora de elegir las dimensiones de los parches, se suele utilizar la hipótesis de periodicidad local, que consiste en suponer que cada grupo de parches apilados se encuentra rodeado por una agrupación periódica infinita de parches de las mismas dimensiones [1]. Esta hipótesis permite obtener diseños de antenas *reflectarray* en tiempos razonables, y está avalada por el hecho de que conduce a resultados numéricos que muestran una buena concordancia con resultados experimentales [3]-[7]. En el diseño y optimización de una antena *reflectarray* bajo la hipótesis de periodicidad local, suele ser necesario llevar a cabo decenas de miles de veces el análisis electromagnético del *scattering* de una onda plana por una estructura multicapa periódica [6]-[7]. Por tanto, para evitar que los tiempos de CPU involucrados sean prohibitivos, es necesario disponer de herramientas eficientes para el análisis numérico de este tipo de estructuras periódicas.

A pesar de que existe una abundante literatura sobre la implementación de herramientas eficientes para el análisis de estructuras periódicas, existe poco material publicado dedicado al problema inverso de síntesis que tiene por objetivo obtener las dimensiones de los parches necesarias para producir un determinado desplazamiento de fase en el coeficiente de reflexión de la estructura periódica. Para mejorar el procedimiento de síntesis, en el presente trabajo se propone una técnica de ajuste de polos y ceros que hace posible la obtención de expresiones analíticas de la matriz de *scattering* de *arrays* periódicos de parches rectangulares apilados en función de las dimensiones de los parches. A lo largo del trabajo, haremos una comparación entre el tiempo de CPU necesario para el diseño de un *reflectarray* de dos capas con el procedimiento

propuesto en [5], y el tiempo de CPU requerido por las expresiones analíticas anteriormente mencionadas. Los resultados obtenidos muestran que el uso de las expresiones analíticas conduce a una importante reducción en el tiempo de CPU.

II. TÉCNICA DE AJUSTE DE POLOS Y CEROS

En [8] se presenta una técnica para obtener una aproximación mediante funciones racionales de la dependencia con la frecuencia de los elementos de la matriz de admitancia de un *array* periódico de dipolos *microstrip*. En dicha técnica, las funciones racionales se obtienen a partir de un reducido número de simulaciones en onda completa. Esta aproximación en términos de funciones racionales se justifica a partir del teorema de Foster. En [9] se utiliza el mismo concepto para obtener la dependencia de los elementos de la matriz de admitancia con la longitud de los dipolos. En esta sección se aplican los mismos principios para obtener funciones racionales que aproximan los elementos de la matriz de *scattering* de un *array* periódico de parches rectangulares apilados en términos de las dimensiones de los parches.

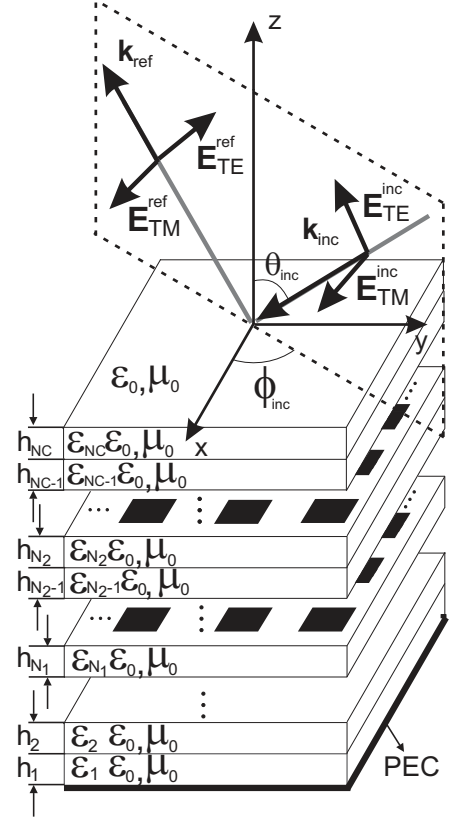
Las figuras 1(a) y 1(b) muestran una estructura periódica consistente en un *array* de parches rectangulares apilados que están embutidos en un medio multicapa. Cada capa tiene un espesor h_i ($i = 1, \dots, NC$) y permitividad compleja $\varepsilon_0 \varepsilon_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{ri}(1 - j \tan \delta_i)$. La estructura periódica está iluminada por una onda plana. Para evitar los lóbulos de difracción, las dimensiones de la celda unidad, a y b , deben ser escogidas de tal manera que se cumplan las restricciones $a < \lambda_0 / (1 + \sin \theta_{inc})$ y $b < \lambda_0 / (1 + \sin \theta_{inc})$, donde λ_0 es la longitud de onda del espacio libre. Estas restricciones sobre las dimensiones de la celda unidad garantizan que, cuando desarrollamos el campo eléctrico reflejado en términos de los armónicos de Floquet con componentes del vector número de onda $k_{xm} = k_0 \sin \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + 2\pi m/a$ ($k_0 = 2\pi/\lambda_0$) y $k_{yn} = k_0 \sin \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + 2\pi n/b$, el único armónico propagativo para cualquier ángulo de incidencia θ_{inc} será aquél con $m = 0$, $n = 0$ y el resto de los armónicos serán ondas evanescentes. En estas condiciones podemos describir la propagación de los campos eléctricos incidente y reflejado a lo largo del eje z usando dos líneas de transmisión con constante de propagación $k_z = \sqrt{k_0^2 - (k_0 \sin \theta_{inc})^2}$ y admitancias características $Y_{0,TE} = \frac{k_z}{\omega \mu_0}$ y $Y_{0,TM} = \frac{\omega \varepsilon_0}{k_z}$ para polarizaciones TE y TM, respectivamente [8].

Como se muestra en [8], en el caso general en el que la dirección de incidencia está fuera de los planos principales ($\phi_{inc} \neq n \cdot 90^\circ$, $n = 0, 1, 2, 3$), la respuesta de la estructura se puede modelar como una bipuerta en la que cada puerta representa una de las dos polarizaciones TE y TM [véase la figura. 1(c)]. Esto permite tener en cuenta el acoplamiento entre las dos polarizaciones. La matriz de *scattering* de la bipuerta, $\overline{\overline{S}}_{TE,TM}$, se define por medio de la expresión

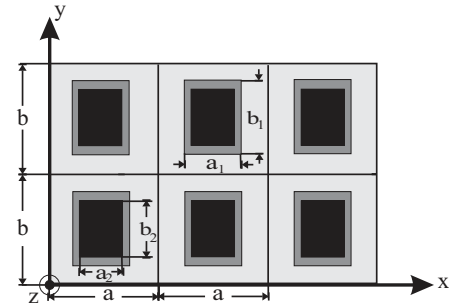
$$\begin{pmatrix} E_{0,TE}^{ref} \\ E_{0,TM}^{ref} \end{pmatrix} = \overline{\overline{S}}_{TE,TM} \cdot \begin{pmatrix} E_{0,TE}^{inc} \\ E_{0,TM}^{inc} \end{pmatrix} \quad (1)$$

donde

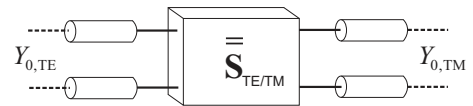
$$\overline{\overline{S}}_{TE,TM} = \begin{pmatrix} S_{TE,TE} & S_{TE,TM} \\ S_{TM,TE} & S_{TM,TM} \end{pmatrix} \quad (2)$$



(a)



(b)



(c)

Fig. 1. (a) Una onda plana ilumina una estructura periódica compuesta por parches apilados que están embutidos en un medio multicapa. (b) Vista superior de la estructura periódica. (c) Modelo de bipuerta de la estructura periódica.

De la misma manera que en [8] y [9], para valores fijos de los cocientes a_1/b_1 , a_2/b_2 , a_2/a_1 , a , b , frecuencia y ángulo de incidencia, proponemos que los elementos de la matriz de *scattering* $\bar{\bar{S}}_{\text{TE,TM}}$ se puedan expresar como funciones racionales de la dimensión a_1 del parche inferior como se muestra a continuación:

$$S_{ij}(a_1) = \frac{C_{0,ij} + C_{1,ij}(a_1) + \dots + C_{N,ij}(a_1)^N}{1 + D_{1,ij}(a_1) + \dots + D_{M,ij}(a_1)^M} \quad (3)$$

$$i, j = \text{TE, TM}$$

donde los coeficientes $C_{0,ij}, \dots, C_{N,ij}, D_{1,ij}, \dots, D_{M,ij}$ serán en general números complejos. En este trabajo, los coeficientes $C_{r,ij}$ ($r = 0, \dots, N$) y $D_{s,ij}$ ($s = 1, \dots, M$) se han obtenido por medio del método de los mínimos cuadrados con descomposición en valores singulares [10]. Esto ha hecho posible determinar dichos coeficientes con precisión a partir de un pequeño número de análisis en onda completa de la estructura periódica multicapa. Para estos análisis en onda completa, hemos empleado el método de los momentos en el dominio espectral combinado con la técnica de la matriz de *scattering* generalizada [11].

Para realizar el diseño de antenas *reflectarray* bajo la hipótesis de periodicidad local, necesitamos conocer la matriz de *scattering* de la estructura periódica en coordenadas cartesianas [1]. Dado que la matriz de *scattering* de (2) se expresa en términos de la base TE/TM, necesitamos una transformación de la base TE/TM a la base cartesiana. Esta transformación está dada por

$$\bar{\bar{S}}_{\text{XY}} = \bar{\bar{P}}_{\text{E}} \cdot \bar{\bar{S}}_{\text{TE,TM}} \cdot [\bar{\bar{P}}_{\text{E}}]^{-1} \quad (4)$$

donde

$$\bar{\bar{P}}_{\text{E}} = [\bar{\bar{P}}_{\text{E}}]^{-1} = \begin{pmatrix} -\sin \phi_{\text{inc}} & \cos \phi_{\text{inc}} \\ \cos \phi_{\text{inc}} & \sin \phi_{\text{inc}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

III. DISEÑO DE REFLECTARRAY CON PARCHES APILADOS

Si se utiliza una antena de bocina para alimentar a un *reflectarray* y asumimos que los elementos del *reflectarray* están en la región de campo lejano de la bocina, el cambio de fase del elemento l -ésimo del *reflectarray* que se requiere para producir un diagrama de radiación tipo pincel con lóbulo principal en la dirección (θ_0, ϕ_0) está dado por la expresión [1]:

$$\Phi_l = k_0 [d_l - \sin \theta_0 (x_l \cos \phi_0 + y_l \sin \phi_0)] \quad (6)$$

donde d_l es la distancia entre el l -ésimo elemento del *reflectarray* y el centro de fase del alimentador, y (x_l, y_l) son las coordenadas del centro del elemento l -ésimo del *reflectarray*. Con el fin de ajustar las dimensiones de los parches que proporcionan la fase necesaria del coeficiente de reflexión, se ha implementado un código numérico de búsqueda de ceros que llama iterativamente a la rutina de análisis. En este trabajo, la rutina de análisis hace uso de Ecs. (3) y (4) para la determinación de $\bar{\bar{S}}_{\text{XY}}$. Dado que la aproximación con

funciones racionales dada en (3) se obtiene a partir de un reducido número de análisis en onda completa, el enfoque propuesto en este trabajo es más conveniente que el que se propone en [5] en el que el análisis en onda completa es necesario cada vez que se llama a la rutina de análisis. Para polarización dual, las dimensiones de los parches en las direcciones x e y son ajustadas de forma independiente para obtener la fase requerida (véase la ecuación (6)) en cada polarización. Con el mismo procedimiento también podemos ajustar las dimensiones de los parches para una distribución de fase diferente de la dada por la ecuación (6) con el fin de obtener haces conformados [1]. Al final, se obtienen las dimensiones de todos los parches y se generan automáticamente las máscaras para fotograbado del *array* de parches apilados.

Consideremos ahora el *reflectarray* de parches apilados diseñado y medido en [5]. Este *reflectarray* consta de dos *arrays* de parches rectangulares separados por capas gruesas de Rohacell 51. La figura 2 muestra la fase del coeficiente de reflexión de la estructura periódica utilizada en el diseño de este *reflectarray* a 12 GHz para incidencia normal ($\theta_{\text{inc}} = 0^\circ$). En la figura 2 se comparan los datos obtenidos para la fase del coeficiente de reflexión mediante análisis en onda completa y los datos obtenidos mediante la técnica de ajuste de polos y ceros cuando se utilizan dos ceros y tres polos ($N = 2$ y $M = 3$ en Ec. (3)). Se observa que existe muy buena concordancia entre los dos conjuntos de resultados, y que el error relativo está en promedio alrededor del 0,1%.

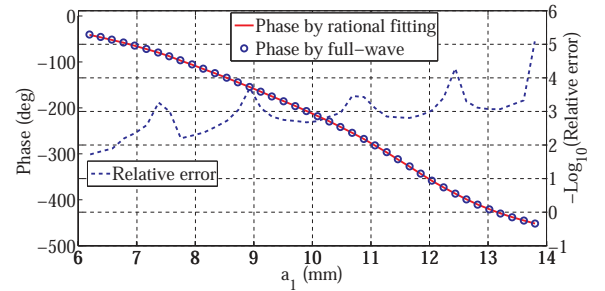
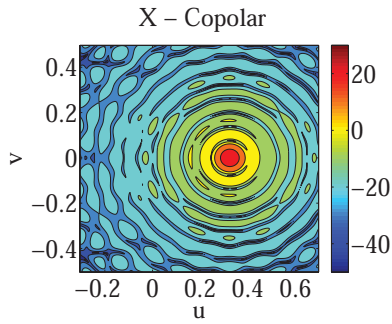
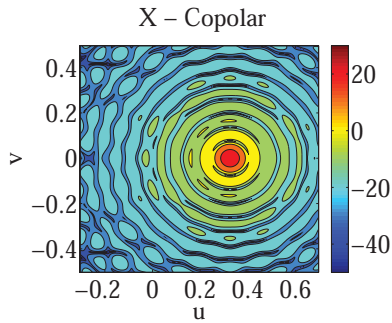


Fig. 2. Fase del coeficiente de reflexión de la estructura periódica de la Fig. 1(a) and 1(b) frente a las dimensiones del parche más próximo al plano de masa. Parámetros: $\theta_{\text{inc}} = 0^\circ$; $NC = N_2 = 2$; $N_1 = 1$; $a = b = 14$ mm; $a_1 = b_1$; $a_2 = b_2$; $a_2 = 0.7a_1$; $h_2 = h_1 = 3$ mm; $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1.05$; $\tan \delta_1 = \tan \delta_2 = 0.001$; $N = 2$; $M = 3$

En [5] se diseña un *reflectarray* circular de parches apilados de 406 mm de diámetro (29×29 elementos) para radiar un lóbulo principal en la dirección $\theta_0 = 19^\circ$, $\phi_0 = 0^\circ$ a 11.95 GHz. El alimentador se encuentra en las coordenadas $x_f = -116$ mm, $y_f = 0$ y $z_f = 340$ mm. El patrón de radiación del alimentador se modela como $\cos^q \theta$, siendo $q = 0.7$. Pues bien, el citado *reflectarray* se ha diseñado mediante el método de análisis en onda completa propuesto en [5], y mediante la técnica de ajuste de polos y ceros que se propone en este trabajo. Las figuras 3 y 4 muestran que los resultados obtenidos para los patrones de radiación del *reflectarray* usando simulaciones en onda completa [5] y usando la técnica



(a)



(b)

Fig. 3. Patrón de radiación para la componente copolar (polarización a lo largo del eje x) a 11.95 GHz. (a) Diseño basado en la técnica de ajuste de polos y ceros. (b) Diseño basado en simulaciones en onda completa [5].

de ajuste de polos y ceros propuesta en el presente trabajo (Ec. (3)) son básicamente los mismos. Además, la figura 4 muestra un buen acuerdo entre los resultados numéricos y los resultados experimentales por encima de -30 dB [5]. Por último, la relación entre los tiempos de CPU necesarios para realizar el diseño total es de $T_{\text{onda completa}}/T_{\text{ajuste racional}} = 7.8$, lo que indica que la técnica de ajuste de polos y ceros conduce a una importante reducción en tiempo de CPU.

IV. CONCLUSIONES

La técnica de ajuste de polos y ceros propuesta en [8] y [9] se ha aplicado a la determinación de funciones analíticas de los elementos de la matriz de *scattering* de un *array* periódico de parches *microstrip* apilados en términos de las dimensiones de los parches. La única restricción requerida es que los modos de Floquet de orden superior estén por debajo de su frecuencia de corte para eliminar los lóbulos de difracción. La técnica citada se ha aplicado al diseño de un *reflectarray* de parches apilados bajo la hipótesis de periodicidad local. Los resultados obtenidos para el diagrama de radiación del *reflectarray* con la técnica de ajuste de polos y ceros se han comparado con los obtenidos mediante la técnica de análisis en onda completa, observándose una buena concordancia. Además, se ha comprobado que el uso de la técnica de ajuste de polos y

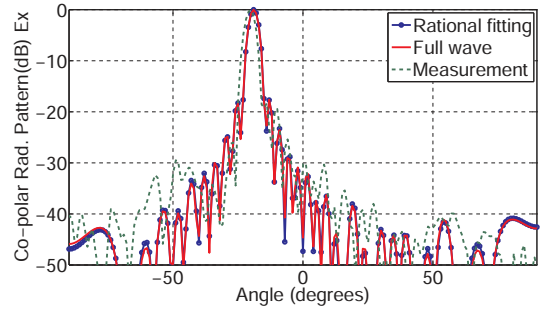


Fig. 4. Patrón de radiación teórico y medido sobre el plano $x-z$ de la componente copolar (polarización a lo largo del eje x) a 11.95 GHz.

ceros permite una importante reducción en el tiempo de CPU.

AGRADECIMIENTOS

La presente investigación ha sido financiada por el proyecto TIC-4595 de la Junta de Andalucía, y por los proyectos CICYT TEC2010-17567 y CONSOLIDER CSD2008-68 del Ministerio de Ciencia e Innovación.

REFERENCES

- [1] J. Huang, J. A. Encinar, *Reflectarray antennas*, Piscataway, NJ/New York: IEEE Press/Wiley, 2008.
- [2] D.M. Pozar, T.A. Metzler, "Analysis of a reflectarray antenna using microstrip patches of variable size", *Electron. Lett.*, vol. 29, pp. 657–658, April 1993.
- [3] D. M. Pozar, S. D. Targonski, and H. D. Syrigos, "Design of millimeter wave microstrip reflectarrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, pp. 287–296, Feb. 1997.
- [4] D. M. Pozar, S. D. Targonski, and R. Pokuls, "A shaped-beam microstrip patch reflectarray," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 47, pp. 1167–1173, July, 1999.
- [5] J. A. Encinar, "Design of two-layer printed reflectarrays using patches of variable size," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 49, pp. 1403–1410, Oct. 2001.
- [6] J. A. Encinar, J. A. Zornoza, "Three-layer printed reflectarrays for contoured beam space applications", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-52, pp. 1662–1664, May 2004.
- [7] J. A. Encinar, L. Sh. Datashvili, J. A. Zornoza, M. Arrebola, M. Sierra-Castañer, J. L. Besada-Sanmartín, H. Baier, H. Legacy, "Dual-polarization dual-coverage reflectarray for space applications", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-54, pp. 2827–2837, Oct. 2006.
- [8] S. Maci, M. Caiazzo, A. Cucini, and M. Casaletti, "A pole-zero matching method for EBG surfaces composed of a dipole FSS printed on a grounded dielectric slab", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 53, no. 1, pp. 70–81, Jan. 2005.
- [9] M. García Viguera, J. L. Gomez Tornero, G. Goussetis, J. S. Gomez Diaz and A. Alvarez Melcon, "A modified pole-zero technique for the synthesis of waveguide leaky-wave antennas loaded with dipole-based FSS", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 58, no. 6, pp. 1971–1979, June 2005.
- [10] R. S. Adve, T. K. Sarkar, S. M. Rao, E. K. Miller, D. R. Pflug, "Application of the Cauchy method for extrapolating/interpolating narrow-band system responses", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, pp. 837–845, May 1997.
- [11] C. Wan and J. A. Encinar, "Efficient computation of generalized scattering matrix for analyzing multilayered periodic structure," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 43, no. 11, pp.1233–1242, Nov. 1995.