Universidad Politécnica de Madrid
Escuela de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio

ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRES EN SISTEMAS DE CONTROL TÉRMICO EN AMBIENTES ESPACIALES

Tesis Doctoral

Autor:
ALEJANDRO MANUEL GÓMEZ SAN JUAN
Ingeniero Aeronáutico

2018

DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE FLUIDOS Y
PROPULSIÓN AEROESPACIAL

ESCUELA DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL
ESPACIO

**ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRES
EN SISTEMAS DE CONTROL
TÉRMICO EN AMBIENTES
ESPACIALES**

Tesis Doctoral

Autor:

ALEJANDRO MANUEL GÓMEZ SAN JUAN

Ingeniero Aeronáutico

Dirigida por:

ISABEL PÉREZ GRANDE

Doctora Ingeniera Aeronáutica

Julio de 2018

Tribunal

POLITÉCNICA

Tribunal nombrado por el Sr. Rector Magfco. de la Universidad Politécnica de Madrid, el día.....de.....de 20....

Presidente:_____

Vocal: _____

Vocal:_____

Vocal:_____

Secretario:_____

Suplente:_____

Suplente:_____

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el día.....de.....de 20 ...
en la E.T.S.I. /Facultad.....

Calificación

EL PRESIDENTE

LOS VOCALES

EL SECRETARIO

Resumen

El control térmico constituye un área clave en el diseño de vehículos espaciales. El objetivo de esta disciplina es hacer que las temperaturas de todos los elementos del vehículo se encuentren en los intervalos de temperatura necesarios para cumplir con éxito su misión. Para ello, uno de los elementos clave son las predicciones realizadas mediante los modelos matemáticos de transferencia de calor. Estas predicciones tienen una incertidumbre inherente, que proviene principalmente de la incertidumbre asociada a los parámetros del problema térmico. La incertidumbre de dichas predicciones debe estar incluida en las mismas para que se pueda conocer su fiabilidad. Esto se hace principalmente de dos formas: o bien aplicando unos márgenes de diseño (incertidumbre) fijos provenientes de estudios estadísticos de misiones anteriores, o bien calculando con detalle márgenes de incertidumbre específicos en cada misión. Esta tesis se centra en la segunda opción, el cálculo de incertidumbres.

El cálculo de incertidumbres en control térmico espacial se realiza generalmente mediante el método clásico, también llamado *Statistical Error Analysis* (SEA), o mediante métodos estocásticos como las simulaciones de Monte Carlo (MCS). Entre ambos métodos hay diferencias, tanto a nivel de resultados como de tiempo de ejecución. En esta tesis se analizan los dos métodos desde ambos puntos de vista para identificar las fuentes de dichas diferencias y, partiendo de las conclusiones de este análisis, se desarrolla un nuevo método de cálculo de incertidumbres. En dicho método, llamado *One-dimensional Generalized SEA* (OGS), la incertidumbre de la temperatura T se obtiene a partir de la función de densidad de probabilidad (PDF) de su variación ΔT , que a su vez se obtiene mediante la convolución de las PDF de las contribuciones individuales de cada parámetro a ΔT . Para obtener las PDF de las distintas contribuciones individuales se parte de las PDF de los parámetros, que se transforman en las PDF de las contribuciones individuales mediante modelos subrogados, en general no lineales. Estos modelos subrogados se obtienen como resultado del análisis de sensibilidad de la variación de la temperatura con los distintos parámetros.

Los tres métodos se comparan mediante dos casos prácticos. En primer lugar, mediante un modelo analítico sencillo, describiendo los procesos de aplicación de las distintas metodologías paso a paso y a continuación sobre el modelo térmico de un instrumento científico que irá embarcado en la misión *Solar Orbiter* de la ESA, el EPD-STEP (*Electronic Particle Detector – Supra-Thermal Electrons & Protons*), demostrando el método propuesto un buen rendimiento en ambos casos.

Se recogen las principales características y limitaciones del OGS y se dan recomenda-

ciones para la elección del método de cálculo de incertidumbres más adecuado de entre los tres (OGS, SEA y MCS) en función de las características particulares del problema térmico al que se aplique y de la etapa del diseño.

Como complemento al estudio de los métodos de cálculo de incertidumbres se presentan y discuten los tipos de PDF adecuadas para representar la incertidumbre de los parámetros típicos del problema térmico en las distintas fases del diseño.

Abstract

Thermal control constitutes a key area in the design of space vehicles. The main objective of this discipline is achieving that the temperatures of all the vehicle subsystems are within their allocated temperature ranges in order to successfully accomplish their respective missions. One of the main tools that the thermal control subsystem has to accomplish its objective are the mathematical models used to calculate the thermal predictions. These predictions have, however, an associated uncertainty that comes as the result of the inherent uncertainty of the thermal parameters. This uncertainty is part of the thermal predictions and must be included in them in order to assess their reliability. There are two main approaches towards introducing this uncertainty in the thermal results: it can be done either applying some fixed design (uncertainty) margins coming from statistical analyses of previous missions, or either calculating these uncertainty margins specifically for each mission. This doctoral dissertation is focused on the second option, uncertainty calculation.

Uncertainty calculation in spacecraft thermal control and design is generally performed using one of these two methods: Statistical Error Analysis (SEA) or Monte Carlo Simulation (MCS). These two methods present differences both in accuracy and in time of execution. In this thesis both features are compared, and the sources of possible divergence between their results are identified. Having these sources of divergence in mind, a new methodology has been developed. In this new method, called One-dimensional Generalized SEA (OGS), the temperature uncertainty is obtained through the PDF of temperature variation ΔT , which is obtained through the convolution of the PDF of the individual contributions of the different thermal parameters to ΔT . In order to obtain the PDF of the individual contributions, the original PDF of the different parameters are transformed using surrogate models, which are generally non-linear. These surrogate models are the result of the sensitivity analysis that gives the influence on temperature of the different parameters.

The three methods are compared using two application examples. The first one is a simple analytical thermal model, in which the steps for the application of all the methods are described, and the second one is the actual thermal model of a scientific instrument, EPD-STEP (Electronic Particle Detector – Supra-Thermal Electrons & Protons), onboard ESA’s Solar Orbiter mission. The proposed method demonstrates good performance in both cases.

The characteristics and limitations of OGS are shown, and recommendations are given for the selection of the most adequate uncertainty calculation method among the three

that have been described (OGS, SEA and MCS) depending on the features of the thermal model to be analyzed and the phase of the design.

As a complementary feature the different the types of PDF that may be adequate to represent the uncertainty of the most usual spacecraft thermal parameters in the different phases of the design are presented and discussed.

Agradecimientos

Me gustaría dar las gracias en primer lugar a la Dra. Isabel Pérez Grande, por abrirme las puertas del Instituto de Microgravedad Ignacio Da Riva (IDR/UPM) y darme la posibilidad de trabajar en un mundo apasionante como es la ingeniería espacial y en concreto el control térmico espacial. También me gustaría agradecerle sus enseñanzas, que han sido muchas a lo largo de estos años, y su ejemplo constante de esfuerzo y búsqueda del rigor en el trabajo realizado.

También me gustaría mostrar mi agradecimiento a los miembros del IDR, tanto por su ayuda profesional como por los necesarios momentos de desconexión que una actividad mentalmente tan intensa como es una tesis doctoral requiere en ocasiones.

Gracias también a Marta Cordero, Mariola Gómez e Ignacio Parra del Departamento de Matemática Aplicada y Estadística de la ETSIAE por su cordial ayuda con el extenso campo de la Estadística.

No puede faltar mi familia en estas líneas, que siempre me ha apoyado y ha provisto soporte para cualquier cosa haya podido necesitar. Y entre ellos mi padre, Manuel, que comenzó a estimular mi mente desde muy pequeño y siempre ha seguido haciéndolo, y mi madre, Pilar, que no ha parado de buscar el modo de ayudarme a lo largo de todo este proceso con la dificultad añadida de la gran distancia entre nuestros dos mundos profesionales.

Para finalizar, tengo la suerte de contar con muchos y muy buenos amigos, que también me han mostrado su apoyo de muy diversas formas. Muchas gracias a todos. Como es imposible nombrarlos a todos, me gustaría hacer mención a aquellos que han contribuido de modo más directo a que esta tesis llegue buen puerto: Vivi y Antonio, esenciales durante el proceso en muchos sentidos, e Isa y Aitor, que han supuesto un imprevisto y agradable apoyo en la recta final.

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad a través de los proyectos ESP2013-47349-C6-4-R, ESP2014-56169-C6-6-R y ESP2016-77548-C5-3-R.

Índice general

Lista de figuras	XVII
Lista de tablas	XX
Nomenclatura	XXI
1. Incertidumbre y control térmico	1
1.1. Introducción	1
1.2. Conceptos y definiciones previos	3
1.3. Control térmico espacial	6
1.3.1. Cargas térmicas sobre un vehículo en órbita	8
1.3.2. Modelo térmico de elementos concentrados	12
1.3.3. Parámetros del modelo de transferencia de calor	16
1.4. Análisis de incertidumbre y sensibilidad	25
1.4.1. Sistemas de clasificación de los métodos de análisis de incertidumbres y sensibilidad	25
1.4.2. Clasificación de las incertidumbres	30
1.5. Análisis de incertidumbres en control térmico espacial	33
1.5.1. <i>Statistical Error Analysis</i> (SEA)	34
1.5.2. Métodos de Monte Carlo (MCS)	36
1.5.3. Otros métodos para el cálculo de incertidumbres	37
1.5.4. Disponibilidad de datos sobre la incertidumbre de los parámetros	38
1.6. Planteamiento del problema	39
1.7. Objetivos de la tesis	41
1.8. Estructura y desarrollo de la tesis	41

2. Propagación de incertidumbres	43
2.1. Método SEA	44
2.2. Método MCS	47
2.3. Comparación entre SEA y MCS	50
2.3.1. Precisión/exactitud	50
2.3.2. Tiempo de cálculo	52
2.4. <i>One-dimensional Generalized SEA</i>	54
2.4.1. Descripción general	54
2.4.2. Procedimiento	56
2.4.3. Tiempo de cálculo	66
2.5. Variación simultánea de parámetros	66
2.6. Expresión matemática de la incertidumbre de los parámetros	70
3. Aplicación a un modelo de un nodo	79
3.1. Planteamiento del problema	79
3.2. Parámetros del problema	81
3.3. Método SEA	82
3.4. Método MCS	85
3.5. Método OGS	86
3.5.1. Procedimiento de cálculo	86
3.5.2. Análisis de la contribución de los parámetros	95
3.6. Comparación de los tres métodos	97
4. Aplicación a un modelo real - EPD STEP	101
4.1. Planteamiento del problema	101
4.1.1. EPD-STEP en Solar Orbiter	101
4.1.2. Modelo matemático geométrico y modelo matemático térmico	103
4.1.3. Parámetros del modelo	107
4.2. Resultados	109
4.2.1. Márgenes de incertidumbre obtenidos	109
4.2.2. Tiempo de cálculo	126

5. Conclusiones y trabajo futuro	133
5.1. Conclusiones	133
5.2. Futuras líneas de investigación	136
Bibliografía	137

Índice de figuras

1.1.	Definición de los distintos elementos para modelos de simulación.	4
1.2.	Flujos térmicos intercambiados con el entorno por un vehículo espacial orbitando un planeta.	9
1.3.	Modelo de vuelo del EPD-EPHET de Solar Orbiter (sin MLI) junto a su GMM.	15
1.4.	Fracción del tiempo de la órbita en eclipse en función del ángulo solar β y de la altitud para órbitas circulares alrededor de la Tierra	22
1.5.	Clasificación de los distintos tipos de incertidumbre presentes en el diseño multidisciplinar de sistemas complejos.	30
2.1.	Ejemplo de histograma de un parámetro - emisividad infrarroja ε_{IR} de un OSR.	47
2.2.	Ejemplo de histograma de una variable dependiente - temperatura T de un sensor del instrumento STEP.	48
2.3.	Ejemplo de uso correcto de modelo subrogado de tipo lineal. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro disipación de potencia Q_i . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo lineal. Puntos: resultados del modelo térmico.	59
2.4.	Ejemplo de uso incorrecto de modelo subrogado de tipo lineal. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro conductancia térmica GL . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo lineal. Puntos: resultados del modelo térmico.	60
2.5.	Ejemplo de uso correcto de modelo subrogado de tipo parabólico. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro emitancia efectiva MLI ε_{eff} . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo parabólico. Puntos: resultados del modelo térmico.	61

2.6.	Ejemplo de uso incorrecto de modelo subrogado de tipo parabólico. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro conductancia térmica GL . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo parabólico. Puntos: resultados del modelo térmico.	61
2.7.	Ejemplo de uso correcto de modelo subrogado de tipo exponencial. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro conductancia térmica GL . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo exponencial. Puntos: resultados del modelo térmico.	62
2.8.	Ejemplo de uso incorrecto de modelo subrogado de tipo exponencial. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro conductancia térmica GL . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo exponencial. Puntos: resultados del modelo térmico.	62
2.9.	Transformación de la PDF $f(Q_i)$ (triangular) en la PDF $g(\Delta T_{Q_i})$ mediante un cambio de variable por función subrogada lineal.	63
2.10.	Transformación de la PDF $f(\varepsilon_{eff})$ (uniforme) en la PDF $g(\Delta T_{\varepsilon_{eff}})$ mediante un cambio de variable por función subrogada parabólica.	64
2.11.	Transformación de la PDF $f(GL)$ (lognormal) en la PDF $g(\Delta T_{GL})$ mediante un cambio de variable por función subrogada exponencial.	64
2.12.	Esquema de la superficie del residuo $\Phi(p_1, p_2)$ de primer orden.	68
2.13.	Comparación entre las funciones de densidad de probabilidad normal (línea a trazos) y beta (línea continua) para la absortancia solar α_S de una pintura negra.	74
2.14.	Comparación entre las funciones de densidad de probabilidad normal (línea a trazos) y lognormal (línea continua) para el coeficiente térmico de contacto h	77
3.1.	Esquema del modelo analizado.	80
3.2.	Distribuciones de probabilidad empleadas para los distintos parámetros del problema. Curvas continuas: funciones de densidad de probabilidad (PDF). Histogramas: diagramas de barras. Leyenda: media μ_{hist} , desviación estándar σ_{hist} de los histogramas; media μ_{PDF} , desviación estándar σ_{PDF} de las PDF. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: distribuciones de la absortancia solar α (PDF tipo normal), del acoplamiento conductivo GL_{SC} (tipo lognormal), del área del radiador A , de la constante solar J_S (ambas de tipo normal), de la disipación interna Q_i (PDF tipo triangular) y de la emisividad infrarroja ε (PDF tipo normal).	83

3.3. PDF normales equivalentes para la disipación eléctrica Q_i y el acoplamiento conductivo con el vehículo espacial GL_{SC}	84
3.4. Histograma de la temperatura T , obtenido empleando el método MCS. . . .	86
3.5. Variación de temperatura ΔT en función de los parámetros considerados en el problema: absortancia solar α , emisividad infrarroja ε , conductancia térmica al vehículo GL_{SC} y disipación eléctrica Q_i . Líneas continuas: resultados del ajuste mediante modelos subrogados. Círculos: resultados del modelo térmico.	88
3.6. Cambio de variable de la PDF correspondiente a la absortividad $f(\alpha)$ utilizando un modelo subrogado lineal $\Delta T(\alpha)$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a la absortividad $g[\Delta T(\alpha)]$. Parte superior: $f(\alpha)$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(\alpha)$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(\alpha)]$	90
3.7. Cambio de variable de la PDF correspondiente a la emisividad infrarroja $f(\varepsilon)$ utilizando un modelo subrogado lineal $\Delta T(\varepsilon)$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a la emisividad infrarroja $g[\Delta T(\varepsilon)]$. Parte superior: $f(\varepsilon)$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(\varepsilon)$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(\varepsilon)]$	91
3.8. Cambio de variable de la PDF correspondiente a la conductancia térmica con el vehículo espacial $f(GL_{SC})$ utilizando un modelo subrogado exponencial $\Delta T(GL_{SC})$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a dicha conductancia $g[\Delta T(GL_{SC})]$. Parte superior: $f(GL_{SC})$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(GL_{SC})$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(GL_{SC})]$	92
3.9. Cambio de variable de la PDF correspondiente a la conductancia térmica con el vehículo espacial $f(GL_{SC})$ utilizando un modelo subrogado lineal $\Delta T(GL_{SC})$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a dicha conductancia $g[\Delta T(GL_{SC})]$. Parte superior: $f(GL_{SC})$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(GL_{SC})$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(GL_{SC})]$	93
3.10. Cambio de variable de la PDF correspondiente a la disipación interna $f(Q_i)$ utilizando un modelo subrogado lineal $\Delta T(Q_i)$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a la disipación interna $g[\Delta T(Q_i)]$. Parte superior: $f(Q_i)$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(Q_i)$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(Q_i)]$	94
3.11. Función de densidad de probabilidad de la temperatura $h(T)$ obtenida mediante el método OGS.	95
3.12. Diagrama sectorial de las contribuciones a la varianza de los distintos parámetros: absortancia solar α , emisividad infrarroja ε , disipación interna Q_i y conductancia térmica GL_{SC}	96

3.13. PDF de las contribuciones a la incertidumbre de los distintos parámetros $g(\Delta T_k)$: absorptancia solar α , emisividad infrarroja ε , disipación interna Q_i y conductancia térmica GL_{SC}	97
3.14. Comparación de la distribución de probabilidad de la temperatura T obtenida mediante los métodos SEA (línea discontinua), OGS (línea continua) y MCS (histograma). Muestra del MCS: $N_s = 2500$ ejecuciones.	99
4.1. Distintas partes del instrumento STEP.	102
4.2. Instrumento EPD-STEP: vista exterior con MLI instalada.	103
4.3. GMM de STEP y <i>Solar Orbiter</i> - vista general y detalle del instrumento.	104
4.4. Modelo de vuelo de STEP frente a GMM - vista exterior sin MLI.	105
4.5. Modelo de vuelo de STEP frente a GMM - vista interior de los telescopios.	105
4.6. Modelo de vuelo de STEP frente a GMM - vista exterior con MLI.	105
4.7. Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura de la tarjeta de potencia, T_1	110
4.8. Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura de la tarjeta digital, T_2	111
4.9. Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura de la tarjeta analógica, T_3	111
4.10. Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura del detector del IT, T_4	112
4.11. Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura del detector del PT, T_5	112
4.12. Comparación de las temperaturas medias (línea negra) y los rangos de temperatura para distintos niveles de confianza (gris oscuro, 95.4%; gris claro, 99.7%) obtenidos mediante los tres métodos (SEA, MCS, OGS) en los cinco elementos analizados (T_1 a T_5).	114
4.13. Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura de la tarjeta electrónica de potencia, T_1 , entre los distintos parámetros.	120
4.14. Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura de la tarjeta electrónica digital, T_2 , entre los distintos parámetros.	120
4.15. Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura de la tarjeta electrónica analógica, T_3 , entre los distintos parámetros.	121
4.16. Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura del detector del IT, T_4 , entre los distintos parámetros.	121

4.17. Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura del detector del PT, T_5 , entre los distintos parámetros.	122
4.18. PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para la tarjeta de potencia $g_{1k}(\Delta T_{1k})$	123
4.19. PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para la tarjeta digital $g_{2k}(\Delta T_{2k})$	124
4.20. PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para la tarjeta analógica $g_{3k}(\Delta T_{3k})$	124
4.21. PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para el detector del IT $g_{4k}(\Delta T_{4k})$	125
4.22. PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para el detector del PT $g_{5k}(\Delta T_{5k})$	125
4.23. Evolución de la media de la temperatura de la tarjeta de potencia, T_1 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea horizontal: valor para $n = 4500$	129
4.24. Evolución de la media de la temperatura del detector del PT, T_5 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea horizontal: valor para $n = 4500$	130
4.25. Evolución de los márgenes de incertidumbre para un nivel de confianza CL 95.4 % de la temperatura de la tarjeta de potencia, T_1 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea azul: margen inferior. Línea verde: margen superior. Líneas horizontales: valores para $n = 4500$	130
4.26. Evolución de los márgenes de incertidumbre para un nivel de confianza CL 95.4 % de la temperatura del detector del PT, T_5 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea azul: margen inferior. Línea verde: margen superior. Líneas horizontales: valores para $n = 4500$	131
4.27. Evolución de los márgenes de incertidumbre para un nivel de confianza CL 99.7 % de la temperatura de la tarjeta analógica, T_3 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea azul: margen inferior. Línea verde: margen superior. Líneas horizontales: valores para $n = 4500$	131
4.28. Evolución de los márgenes de incertidumbre para un nivel de confianza CL 99.7 % de la temperatura del detector del IT, T_5 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea azul: margen inferior. Línea verde: margen superior. Líneas horizontales: valores para $n = 4500$	132

Índice de tablas

1.1. Datos relevantes para el entorno térmico en las proximidades de los principales cuerpos celestes del Sistema Solar [2].	10
1.2. Parámetros habituales de un modelo térmico. R: parámetro RNL. T: parámetro TARL.	17
2.1. Valores típicos de la incertidumbre para los parámetros de los modelos de transferencia de calor en el espacio, para los estudios de las fases B y C/D [3].	71
2.2. Incertidumbre de parámetros físicos [16].	72
2.3. Incertidumbre de parámetros del entorno espacial [16].	73
2.4. Distribuciones de probabilidad recomendadas como elección inicial para los parámetros habituales de un modelo térmico ¹	76
3.1. Parámetros utilizados en el análisis de incertidumbres. μ_{p_k} y σ_{p_k} son respectivamente la media y la desviación estándar de los parámetros. $V = \sigma/\mu$, coeficiente de variación.	82
3.2. Resultados mediante el método SEA. Coeficientes de sensibilidad $\partial T/\partial p_k$, valores de la incertidumbre para los parámetros del 95.4 % CL (2σ) y 99.7 % CL (3σ), $w_k _{95.4}$ y $w_k _{99.7}$ respectivamente, y valores de la incertidumbre para la temperatura para los mismos niveles de confianza, $w_{T_k} _{95.4\text{CL}}$ y $w_{T_k} _{99.7\text{CL}}$	85
3.3. Tipos de modelos subrogados utilizados, coeficiente de determinación R^2 y error máximo absoluto.	88
3.4. Temperatura medias, μ_T , márgenes de temperatura, $\pm w_T$, y temperaturas mínima y máxima, T_{min} , T_{max} , obtenidas usando los tres métodos (SEA, OGS, MCS) para intervalos de confianza CL del 95.4 % y 99.7 %.	98
3.5. Diferencias en las temperatura medias, máximas y mínimas ($\Delta\mu_T$, ΔT_{max} y ΔT_{min} respectivamente) proporcionadas por los métodos SEA y OGS con respecto al MCS, para intervalos de confianza CL del 95.4 % y 99.7 %.	98

4.1.	Temperaturas nodales máximas para los distintos elementos de STEP.	106
4.2.	Parámetros utilizados en el análisis de incertidumbres aplicando el método OGS, junto con la forma de sus distribuciones de probabilidad (PDF).	109
4.3.	Temperaturas medias, μ_T , y márgenes de temperatura, $\pm w$, para los métodos SEA, OGS, MCS con $N_s = 2500$ y MCS con $N_s = 4500$ para intervalos de confianza CL del 95.4 % y 99.7 %.	113
4.4.	Diferencias en las temperatura medias, máximas y mínimas ($\Delta\mu_T$, ΔT_{max} y ΔT_{min} respectivamente) obtenidas mediante los métodos SEA, OGS y MCS con $N_s = 2500$ con respecto a los valores dados por MCS con $N_s = 4500$ para intervalos de confianza CL del 95.4 % y 99.7 %.	115
4.5.	Comparación del número de análisis requeridos y tiempo de cálculo asociado para los métodos SEA, OGS y MCS.	127

Nomenclatura

Nombre	Descripción	Unidades
A	= área	$[\text{m}^2]$
a	= albedo	
a_{ik}	= coeficiente lineal entre el parámetro p_k y la temperatura del nodo i	
C_i	= capacidad térmica del nodo i	$[\text{J/K}]$
c	= capacidad térmica específica	$[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$
d_0	= distancia media entre la Tierra y el Sol	$[\text{AU}]$
E_b	= intensidad de radiación de cuerpo negro	$[\text{W}/\text{m}^2]$
f_k	= función de densidad de probabilidad del parámetro k	
GL_{ij}	= coeficiente de intercambio de calor por conducción entre nodos i y j	$[\text{W/K}]$
GR_{ij}	= coeficiente de intercambio de calor por radiación entre nodos i y j	$[\text{m}^2]$
g_{ik}	= función de densidad de probabilidad de ΔT_{ik}	
h_c	= resistencia térmica de contacto	$[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$
$h(T)$	= densidad de probabilidad de la variable T	
h_i	= función de densidad de probabilidad de ΔT_i o de T_i	
J_P	= flujo infrarrojo de un planeta en su superficie	$[\text{W}/\text{m}^2]$
J_S	= constante solar	$[\text{W}/\text{m}^2]$
k	= conductividad térmica	$[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$
N_N	= número de nodos	
N_P	= número de parámetros	
N_{PR}	= número de parámetros RNL	
N_{PRS}	= número de parámetros RNL seleccionados	
N_{PS}	= número de parámetros seleccionados	
N_{PT}	= número de parámetros TARL	
N_{PTS}	= número de parámetros TARL seleccionados	
N_s	= número de ejecuciones del modelo (en métodos Monte Carlo)	
N_σ	= número de desviaciones estándar	

Nombre	Descripción	Unidades
P_Y	= percentil	
p_k	= valor del parámetro k	
Q_i	= disipación interna del nodo i	[W]
$Q_{Sun,i}$	= carga térmica solar sobre el nodo i	[W]
$Q_{albedo,i}$	= carga térmica debida al albedo planetario sobre el nodo i	[W]
$Q_{planet,i}$	= carga térmica debida al infrarrojo planetario sobre el nodo i	[W]
$S_{k_1,\dots,k_s}$	= índice de sensibilidad de Sobol de los parámetros $k_1,\dots,k_s$	
T_i	= temperatura del nodo i	[°C][K]
T_P	= temperatura equivalente de cuerpo negro de un planeta	[°C][K]
T_S	= temperatura equivalente de cuerpo negro del Sol	[°C][K]
t	= tiempo	[s][h]
t_R	= tiempo requerido para resolver el modelo geométrico (GMM)	[s][h]
t_{MCS}	= tiempo empleado en el método MCS	[s][h]
t_{OGS}	= tiempo empleado en el método OGS	[s][h]
t_{SEA}	= tiempo empleado en el método SEA	[s][h]
t_T	= tiempo requerido para resolver el modelo térmico (TMM) sin incluir el GMM	[s][h]
u_{ik}	= función que da la variación de ΔT_{ik} con p_k	
v_{ik}	= función inversa de u_{ik} la variación de p_k con ΔT_{ik}	
w	= incertidumbre	

Símbolos griegos

α	= absortancia solar	
ε	= emisividad infrarroja	
ΔP_Y	= desviación del percentil	
ΔT_i	= variación total de temperatura del nodo i	[°C][K]
ΔT_{ik}	= variación de temperatura del nodo i debido al parámetro k	[°C][K]
Δx	= amplitud de un intervalo	
μ	= valor medio	
σ	= desviación estándar	
σ_{SB}	= constante de Stefan-Boltzmann	[Wm ⁻² K ⁻⁴]
τ_i	= índice global de sensibilidad de Sobol	

Subíndices

i	= nodo actual
-----	---------------

Nombre	Descripción	Unidades
j	= nodo distinto del actual	
k	= parámetro actual	
h	= parámetro distinto del actual	

Superíndices

I	= punto o elemento de iteración en método numérico
-----	--

Acrónimos

AU	= <i>Astronomical Unit</i> / Unidad Astronómica
CDF	= <i>Cumulative Density Function</i> / Función de Densidad de Probabilidad Acumulada
CL	= <i>Confidence Level</i> / Nivel de Confianza
CI	= Cálculo de Incertidumbres
ECSS	= <i>European Cooperation for Space Standardization</i>
EPD	= <i>Electronic Particle Detector</i>
EPHET	= <i>Electron Proton Telescope - High Energy Telescope</i>
ESA	= <i>European Space Agency</i> / Agencia Espacial Europea
GMM	= <i>Geometrical Mathematical Model</i> / Modelo Geométrico Matemático
HGA	= <i>High Gain Antenna</i> / Antena de Alta Ganancia
IT	= <i>Integral Telescope</i> / Telescopio Integral
MCRT	= Monte Carlo <i>Ray Tracing</i>
MCS	= Monte Carlo <i>Simulation</i> / Simulación de Monte Carlo
MLI	= <i>Multi-Layer Insulation</i> / Aislamiento Multicapa
OAT	= <i>One At a Time</i>
OGS	= <i>One-dimensional Generalized SEA</i>
PCB	= <i>Printed Circuit Board</i> / Tarjeta Electrónica
PDF	= <i>Probability Density Function</i> / Función de Densidad de Probabilidad
PT	= <i>Proton Telescope</i>
RNL	= <i>Radiative Non-Linear terms</i>
SEA	= <i>Statistical Error Analysis</i>
SRC	= <i>Standard Regression Coefficients</i>
STEP	= <i>Supra-Thermal Electrons & Protons</i>
S/C	= <i>Spacecraft</i> / Vehículo espacial

TARL	= <i>Thermal Analytical & Radiative Linear terms</i>
TMM	= <i>Thermal Mathematical Model</i> / Modelo Térmico Matemático
VDA	= <i>Vapor Deposited Aluminium</i> / Aluminio Depositado desde Vapor

Capítulo 1

Incertidumbre y control térmico

1.1. Introducción

Entre las múltiples disciplinas de la ingeniería necesarias para llevar a cabo con éxito una misión en el espacio, el control térmico es la encargada de que las temperaturas de los elementos que configuran todos los sistemas diseñados para cumplirla se encuentren en los rangos de temperatura necesarios para ello [1]. Una de las herramientas fundamentales de dicha disciplina es la constituida por los modelos matemáticos que permiten predecir las temperaturas y sus flujos de calor asociados [2]. Estos modelos matemáticos, cuyos resultados están gobernados por sus parámetros, encierran cierto grado implícito de indefinición debido a la incertidumbre en el conocimiento de los mismos, que puede llegar a ser elevada y que es preciso conocer [3].

La ingeniería en general y la ingeniería espacial en particular tienen un margen reducido para cometer errores. Los errores cometidos durante las etapas de diseño y/o fabricación pueden suponer costes muy elevados, habitualmente económicos [4, 5] y en ocasiones humanos [6, 7]. Es de fundamental importancia minimizar dichos errores y para ello el primer paso es preverlos. Para ello es necesario un adecuado control de aquellos elementos del diseño que sólo pueden conocerse con una determinada precisión o incertidumbre. De este modo es posible determinar con un cierto nivel de confianza los intervalos de los que los parámetros del sistema no deben salir, sabiendo que son compatibles con el correcto desempeño de la misión. Para poder tener un control adecuado de estas incertidumbres y errores es necesaria una metodología consistente y rigurosa para tratarlas [8].

No existe actualmente un método estandarizado para el cálculo de incertidumbres en control térmico espacial, si bien se utiliza generalmente alguno de los tres métodos que

se describen a continuación [3]. Por un lado está el método que fue el primero en ser utilizado, el de márgenes preestablecidos. Presupone unos márgenes de incertidumbre fijos basados en estudios estadísticos sobre las diferencias entre las predicciones de los modelos térmicos y los datos de vuelo [9, 10, 11, 12]. Es el método más utilizado en las fases iniciales de los proyectos, y en muchos casos también durante el resto del proceso de diseño. Nótese que en este caso no hay cálculo o propagación de incertidumbres, simplemente aplicación de márgenes. El segundo método es el llamado clásico o *Statistical Error Analysis* (SEA) [3, 13], en el que se suponen la linealidad de los modelos térmicos y la independencia estadística y distribución de probabilidad normal de los parámetros relevantes. Es un método simple y rápido pero las hipótesis en las que se basa no siempre se satisfacen. Por último están los métodos estocásticos o simulaciones de Monte Carlo (MCS) [14, 15, 16], cada vez más en uso en todas las disciplinas, que recurren a la potencia de cálculo de los ordenadores para realizar miles de ejecuciones del modelo térmico de las que extraer conclusiones estadísticas. Este método presenta la ventaja de no utilizar hipótesis simplificadoras que alejan los resultados de los del modelo matemático original, pero tiene en contra que los tiempos de cálculo típicamente son mucho más elevados.

En la actualidad, siguiendo las normas ECSS (*European Cooperation for Space Standardization*), en las misiones de la ESA se definen unos márgenes de diseño fijos para los valores de las temperaturas. Aparentemente no está establecido un criterio claro sobre cuál de los dos métodos de cálculo de incertidumbres mencionados utilizar y su justificación, más allá de unas simples recomendaciones. Se suele considerar el método de Monte Carlo el de uso preferente, y si se desea utilizar el clásico, se recomienda que en caso de que los valores obtenidos difieran mucho de los márgenes de diseño fijos se revise el proceso [3]. Lo cierto es que los métodos estocásticos pueden suponer un tiempo de cálculo órdenes de magnitud superior al cálculo clásico de incertidumbres y en ocasiones no aportar gran diferencia en cuanto a los resultados [17]. En otras, efectivamente pueden mostrar características del modelo no reproducibles mediante un enfoque lineal o utilizando simplemente parámetros estadísticamente independientes con distribuciones normales [18]. Uno de los trabajos pendientes de realizar es, en consecuencia, establecer un marco teórico que permita evaluar la conveniencia de utilizar uno u otro método. Una vez delimitadas con claridad las ventajas relativas de cada método y teniendo la posibilidad de cuantificar los efectos de la elección de uno respecto a otro, puede evaluarse la posibilidad de generar métodos alternativos que exploten características ventajosas de ambos en determinadas situaciones.

Estas dos tareas han sido el principal trabajo desarrollado en la presente tesis. En

primer lugar, el establecimiento de un marco teórico para la comparación y elección entre ambas metodologías, y a continuación el desarrollo de un nuevo método, que incorpora características ventajosas de los anteriores, y muy apropiado de utilizar en múltiples casos. Como trabajo adicional se han estudiado los tipos de distribuciones de probabilidad más convenientes para representar las incertidumbres de los parámetros térmicos correspondientes, al considerar que la información encontrada a este respecto en la bibliografía debería ser complementada en determinadas ocasiones.

1.2. Conceptos y definiciones previos

En el apartado anterior se ha hablado de análisis de incertidumbres de un modo genérico. En la bibliografía especializada en el desarrollo de los métodos matemáticos para el análisis de incertidumbres es habitual encontrar dicho término acompañado o sustituido por análisis de sensibilidad. Es más, en dichas fuentes en ocasiones se llama análisis de sensibilidad a lo que en ciencias aplicadas clásicamente se ha denominado análisis de incertidumbres [19, 20]. Esto puede generar cierta confusión al abordar la bibliografía de este campo desde la óptica de las ciencias aplicadas. Es conveniente recalcar que asimismo es habitual en esta literatura que el empleo de las acepciones de sensibilidad e incertidumbre varíe de especialista a especialista. Por contra, al tratar su cálculo en control térmico espacial, las definiciones de análisis de incertidumbres y análisis de sensibilidad parecen resultar más homogéneas para los distintos autores, encontrándose próximas a las clásicas definiciones de análisis de incertidumbres y análisis de sensibilidad empleadas en las ciencias aplicadas. Son dos cosas diferentes; aunque el análisis de incertidumbres encierra un análisis de sensibilidad, lo contrario no es cierto. Por ello y con objeto de facilitar la comprensión de todo el desarrollo posterior, se va a proceder a establecer las definiciones sobre las que se apoya el trabajo realizado¹. Las definiciones aquí incluidas se han adaptado principalmente de [8] y [21]. De la segunda fuente se ha adaptado la figura 1.1 con el objeto de apoyar la siguiente explicación.

Se define un modelo matemático de un sistema físico como una serie de relaciones matemáticas que proporcionan una predicción y (donde y puede ser un vector) para cualquier combinación físicamente admisible de los parámetros k y las constantes c del modelo, en cualquier rango posible de valores de las variables independientes x .

¹Estas definiciones son las que se utilizan en toda la tesis con la excepción del apartado 1.4 en el que se hace una revisión de la bibliografía especializada sobre el desarrollo de los métodos matemáticos de análisis de incertidumbres. En dicha sección se respetan las denominaciones originales de los autores por sencillez de identificación bibliográfica.

Figura 1.1: Definición de los distintos elementos para modelos de simulación.

Las ecuaciones del modelo matemático son las relaciones entre variables independientes, variables dependientes, parámetros y constantes. Las variables dependientes son el resultado del problema, la predicción o salida (*outputs*) del modelo matemático. El resto de elementos, las entradas (*inputs*) del modelo, son: las variables independientes, los parámetros y las constantes. Teniendo en cuenta que el modo de proceder para realizar cálculos tanto de sensibilidad como de incertidumbres será resolver el modelo matemático bajo distintas condiciones para los valores de los parámetros, se puede afirmar que la solución del problema del cálculo de incertidumbres viene determinada por ellos. Los parámetros podrían clasificarse como un subconjunto de las variables independientes con la particularidad de que, mientras que en cada resolución del modelo las variables pueden adoptar cualquier valor físicamente posible, los parámetros tienen fijados sus valores. Estableciendo una relación semejante, mientras que los parámetros pueden variar de una resolución del modelo a otra, las constantes mantienen fijo su valor. Se puede ver un esquema ilustrando este planteamiento en la figura 1.1.

Haciendo aplicación de estas definiciones al modelo de transferencia de calor que se describirá en el apartado 1.3.2, las variables dependientes son las temperaturas de los distintos nodos, la única variable independiente es el tiempo y los parámetros son las magnitudes físicas del problema que pueden presentar incertidumbre, como las conductividades térmicas de los materiales, las propiedades termo-ópticas de las superficies, la denominada constante solar (que en realidad no es constante), el albedo, las capacidades térmicas, las magnitudes geométricas, etc. Por último, las únicas constantes son la constante de Stefan-Boltzman $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ y la temperatura equivalente de cuerpo negro del espacio profundo, que se considera constante por su reducida incertidumbre, $T_{\infty} = 3 \text{ K}$.

Una vez establecidos los conceptos de modelo matemático y los elementos que lo componen, puede procederse a definir la incertidumbre de un parámetro, y los análisis de incertidumbre y de sensibilidad:

- Incertidumbre de un parámetro: función no negativa asociada al conocimiento imperfecto de un parámetro, que caracteriza la dispersión de los valores que puedan atribuirse al mismo. La forma habitual de expresarla matemáticamente es mediante una distribución de probabilidad o alguno de sus momentos asociados, como la varianza o la desviación típica, más un nivel de confianza (definición adaptada de [8]).
- Análisis de incertidumbres: procedimiento matemático utilizado para evaluar la incertidumbre de las variables dependientes de un modelo matemático gobernado

por una serie de parámetros, a partir de la incertidumbre de los citados parámetros (definición adaptada de [8]).

- **Análisis de sensibilidad:** procedimiento matemático utilizado para evaluar el intervalo y la forma de variación en las variables dependientes de un modelo matemático a partir del intervalo de variación especificado de los parámetros de los que depende el modelo.

Tras la aclaración previa de las acepciones de los conceptos utilizadas en el texto puede procederse a comenzar la exposición de las bases teóricas de las disciplinas que se combinan en la tesis, el control térmico espacial y seguidamente el cálculo de incertidumbres.

1.3. Control térmico espacial

El control térmico espacial es la rama de la ingeniería espacial cuyo objetivo es conseguir que todos los elementos de un vehículo espacial se encuentren dentro de los intervalos de temperatura necesarios para el correcto desempeño de su misión durante todas las fases de la misma. Existen dos motivos principales que justifican la necesidad de un subsistema de control térmico en las misiones espaciales [22]:

1. Los equipos, tanto electrónicos como mecánicos, suelen operar eficientemente y con fiabilidad en intervalos de temperatura determinados, en ocasiones reducidos. En general un porcentaje elevado de los equipos provienen de sistemas que han sido diseñados para operar en tierra o van a ser contruidos/montados en ella, con lo que sus temperaturas de funcionamiento suelen estar en intervalos en torno a las temperaturas habitualmente encontradas en nuestro planeta. En otros casos, especialmente en gran número de detectores, son necesarias temperaturas bastante más bajas para reducir el ruido en las medidas eléctricas hasta niveles aceptables. Salirse de dichos intervalos puede implicar desde un funcionamiento incorrecto de los equipos hasta que se vean dañados permanentemente.
2. La mayoría de los materiales tienen coeficientes de expansión térmica no nula con lo que los cambios de temperatura implican distorsión dimensional o la aparición de cargas termo-elásticas. Determinadas cargas de pago requieren gran estabilidad dimensional para su correcto funcionamiento, desde instrumentos de medida como telescopios a equipos de comunicaciones con apuntamiento preciso, etc.

Estos requisitos térmicos de funcionamiento deben poder cumplirse en todos los entornos de la misión, desde el transporte y almacenamiento en tierra hasta la operación en el entorno objetivo de la misma. El entorno objetivo suele presentar las características ambientales más extremas, que son las que aumentan la importancia del control térmico en ingeniería espacial en comparación con otras áreas de la ingeniería. En general los distintos entornos en los que se desarrolla una misión espacial, desde el comienzo de la fabricación al final de la operación son [2]:

- El entorno terrestre, donde se realiza la fabricación, montaje, ensayos y transporte hasta el vehículo lanzador.
- El lanzamiento, durante la fase de ascenso hasta la entrada en órbita.
- El entorno orbital, desde la inserción en órbita inicial hasta la órbita objetivo (o incluso a la superficie de algún otro cuerpo celeste en determinados casos). Por ser este entorno el más característico se ofrecerá una descripción más detallada en el apartado 1.3.1.

Para que los vehículos espaciales puedan mantener las temperaturas de sus subsistemas y equipos dentro de los valores requeridos en cualquiera de estos entornos es necesario diseñarlos utilizando los medios adecuados (tecnología) que permitan dirigir los flujos de calor del modo que sea necesario, tanto dentro del vehículo como entre éste y su entorno. Conviene describir con cierto detalle estos dos conceptos.

- El flujo o transferencia de calor se puede definir como un tránsito de energía térmica debida a una diferencia espacial de temperatura [23]. Los modos en que dicha energía puede transferirse son tres: conducción, radiación y convección. Si existe un gradiente de temperatura en un medio, que puede ser sólido o fluido, cuya estructura molecular permanece inmóvil durante el proceso, el mecanismo de transferencia de calor es la conducción. Si la transferencia se da entre una superficie sólida y un fluido en movimiento cuando se encuentran a distinta temperatura, el mecanismo es la convección. El tercer modo de transferencia de calor recibe el nombre de radiación térmica. Todas las superficies emiten energía en forma de ondas electromagnéticas en función de su temperatura. Por ello, en ausencia de un medio entre ellas existe una transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies a diferentes temperaturas [23]. En órbita los modos de transferencia de calor habitualmente se reducen a radiación y conducción, aunque en determinados casos puede haber transferencia por convección también (por ejemplo, en

entornos presurizados como pueden requerir las misiones tripuladas o en depósitos de combustible).

- Los medios tecnológicos son variados y pueden ser de gran complejidad, pero en general lo que se realiza con ellos es o bloquear/impedir el flujo de calor (aislar) o favorecerlo (conectar). Para cada modo de transferencia de calor existen tecnologías específicas para realizar estas operaciones basándose en los respectivos fenómenos físicos. A modo de ejemplo, puede favorecerse la transferencia de calor por radiación desde una superficie pintándola con una pintura negra, o puede bloquearse dicho flujo cubriéndola con una manta aislante multicapa (MLI, *Multi-Layer Insulation*).

La respuesta a una serie de entornos externos y requisitos internos empleando los medios adecuados para controlar los flujos de calor de tal modo que se cumplan los requisitos de temperatura de una misión espacial recibe el nombre de diseño térmico. El diseño térmico evoluciona a lo largo de todas las fases de cada proyecto, desde las fases iniciales en las que el grado de definición es pequeño hasta las últimas fases en las que el diseño se valida con la campaña de ensayos final y se cierra. La incertidumbre en la respuesta es un elemento esencial en el proceso de diseño y va evolucionando a lo largo del mismo, idealmente reduciéndose. Su correcta evaluación en las fases iniciales es vital para evitar grandes sobrecostes, tanto de tiempo como económicos.

Una vez establecido el marco general del proceso de diseño del sistema de control térmico, en los tres apartados siguientes se profundiza en los aspectos más relevantes para la comprensión de los siguientes capítulos. En el apartado 1.3.1 se presenta el entorno espacial y sus características, en particular el entorno orbital, que es en el que se encuentran los ejemplos de aplicación, y en el apartado 1.3.2 se aborda la formulación matemática de elementos concentrados (*lumped parameter*), que se basa en la analogía matemática entre los modelos de la transferencia de calor y los circuitos eléctricos. Por último, en el apartado 1.3.3, se describen los parámetros que aparecen más habitualmente en los problemas térmicos.

1.3.1. Cargas térmicas sobre un vehículo en órbita

Durante el periodo en el que cualquier sistema destinado a operar en el espacio se encuentra en tierra (almacenaje, transporte, ensayos...), las interacciones térmicas principalmente se producen con el medio atmosférico en el que se encuentra inmerso (a través de la convección) y con los elementos que haya en su entorno (a través de la radiación).

Figura 1.2: Flujos térmicos intercambiados con el entorno por un vehículo espacial orbitando un planeta.

Durante las primeras etapas del lanzamiento el entorno lo constituyen las cargas de radiación térmica debidas al calentamiento de la cofia tras la que se encuentra protegido, y una vez que ésta se desprende, la fricción con las altas capas de la atmósfera, ya en régimen de flujo molecular libre [24]. Una vez que han sobrepasado las últimas capas de la atmósfera, las fuentes principales de energía térmica son la radiación solar, tanto la recibida por iluminación directa como indirectamente en forma de albedo planetario, y la radiación térmica infrarroja procedente del planeta al que orbita (si lo hace) [25]. Los vehículos espaciales reciben radiación térmica de dichas fuentes, reflejan parte de la misma y emiten energía en forma de radiación térmica al espacio, cuya temperatura promedio es 3 K. En la figura 1.2, que ha sido adaptada de [2], se muestra un esquema de los elementos que intervienen en el balance energético. La forma de modelar matemáticamente estas fuentes se presenta en los siguientes párrafos.

Radiación solar. La radiación solar es la principal fuente de calor (y energía) para la mayoría de vehículos espaciales. Matemáticamente su distribución espectral es muy similar a la de un cuerpo negro emitiendo a 5762 K [26], lo que implica que aproximadamente el 99 % de la energía solar es emitida entre 150 nm y 10 μ m [22]. A la distancia a la que se encuentra la Tierra (1 AU) el valor nominal de la energía solar incidente (la llamada constante solar) es $J_S = 1366.1 \text{ W/m}^2$ [2] en dicho intervalo de longitudes de onda, con una desviación de $\pm 21 \text{ W/m}^2$ [3] debido tanto a la variabilidad de la actividad solar como a la excentricidad de la órbita de la Tierra. El valor de la constante

Tabla 1.1: Datos relevantes para el entorno térmico en las proximidades de los principales cuerpos celestes del Sistema Solar [2].

	d [AU]	R_P [km]	J_S [W/m ²]	T_P [K]	a
Mercurio	0.39	2330	9034.0	442	0.11
Venus	0.72	6100	2588.0	232	0.65
Tierra	1.00	6367	1366.0	255	0.30
Marte	1.52	3415	585.0	210	0.15
Júpiter	5.17	71375	51.0	110	0.52
Saturno	9.54	60500	15.0	81	0.47
Urano	19.27	24850	3.6	58	0.51
Neptuno	30.03	25000	1.5	47	0.41
Plutón	39.08	2930	0.9	-	-
Luna	1.00	1738	1353.0	273	0.07

Nota: distancia media al Sol en AU, d . Radio del planeta, R_P . Flujo Solar, J_S . Temperatura equivalente de cuerpo negro del planeta, T_P . Albedo planetario medio, a .

solar a una distancia d del Sol puede escribirse como $J_S = J_S(d_0)(d_0/d)^2$ siendo $J_S(d_0)$ la constante solar a 1 AU. Los valores de la constante solar en las proximidades de los planetas del sistema solar se presentan en la tabla 1.1.

La potencia absorbida debido a la radiación solar para una placa plana de área A con una absortancia solar α , cuyo vector normal forme un ángulo θ con la dirección de la radiación incidente es [2]:

$$Q_{Sun} = \alpha J_S A \cos \theta \quad (1.1)$$

Albedo. El albedo es la fracción de la radiación solar que se refleja en un planeta. Adquiere por ello más importancia cuanto menor es la distancia del vehículo al mismo [25] y sólo presenta sus efectos al encontrarse el vehículo espacial sobre zonas del planeta iluminadas por el Sol. La forma de evaluarla es mediante el coeficiente del albedo, a , que determina el porcentaje de la energía solar incidente que es reflejada al espacio. Como puede resultar lógico pensar, cada tipo de terreno presenta unas características distintas. Por ejemplo, una superficie cubierta por hielo presenta un albedo que puede llegar hasta 0.9 y por un bosque verde continuo éste estaría en torno a 0.14. Para el océano el albedo está entre 0.05 y 0.1, y para las nubes los valores típicos están en torno a 0.8 [25, 27]. Al ser el entorno variable y no uniforme los valores varían de unas zonas a otras del planeta y de un instante a otro. No obstante, el albedo medio de la Tierra, obtenido de observaciones hechas durante los últimos 50 años [28], está estimado en un valor de 0.3 [2], pero es un fenómeno en constante estudio y actualización. En los últimos años se están encargando de esta labor los instrumentos CERES (*Clouds and*

Earth Radiant Energy System) embarcados en varias misiones de la NASA [29] y la ESA espera lanzar este mismo año (2018) el satélite EarthCARE (*Clouds, Aerosol and Radiation Explorer*) que contribuirá al mismo fin [30].

Para el resto de cuerpos celestes del sistema solar el razonamiento es análogo y la variabilidad es mayor en aquellos con atmósfera. Los valores medios para varios cuerpos celestes del sistema solar pueden verse en la misma tabla 1.1.

Para un cálculo simplificado de la energía térmica por albedo absorbida por una superficie plana de área A normal al flujo incidente y absortancia solar α , y asumiendo que el planeta se comporta como una esfera que refleja de modo homogéneo una fracción a de la radiación solar incidente, se puede usar la expresión [2]:

$$Q_{alb} = \alpha a J_S A F_{SC-P} \cos \phi \quad (1.2)$$

para valores de ϕ entre $-\pi/2$ y $\pi/2$. En dicha expresión J_S es la constante solar, ϕ es el ángulo solar del zénit del vehículo y F_{SC-P} el factor de vista entre la superficie y el planeta. El ángulo ϕ tiene en cuenta que el albedo es máximo en el punto subsolar y va disminuyendo a medida que el vehículo se acerca a la zona de eclipse.

Radiación planetaria. Así como el albedo tiene en cuenta la fracción de la radiación solar que refleja el planeta, la radiación planetaria es la radiación térmica que el propio planeta emite por el mero hecho de estar a una temperatura distinta del cero absoluto [2]. Dicha radiación se emite en la longitud de onda infrarroja y, de modo análogo a lo que ocurre con el albedo, cada tipo de elemento del planeta (nubes, océanos, geografía) presenta unas propiedades y temperaturas distintas, por lo que la emisión no es homogénea. Al igual que el albedo, se lleva midiendo desde los años setenta [28] y continúa midiéndose [29]. La cantidad de energía solar que es reflejada al espacio y la temperatura del planeta (de la cual es fruto la emisión de radiación térmica planetaria al espacio) están íntimamente ligadas [31].

Para un cálculo simplificado de la radiación planetaria se necesita determinar la temperatura media como cuerpo negro del planeta, que puede obtenerse a partir de su balance energético si conocemos su coeficiente de albedo a y el flujo solar incidente J_S . La temperatura de equilibrio para planetas con temperatura superficial aproximadamente homogénea (lo que excluye a aquellos cuerpos celestes como Mercurio o la Luna, con grandes diferencias de temperatura entre la cara diurna y la nocturna) se puede determinar con ayuda de [25]:

$$T_P = \sqrt[4]{\frac{J_S(1-a)}{4\sigma_{SB}}} \quad (1.3)$$

siendo $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ la constante de Stefan-Boltzmann. Con dicha temperatura se puede obtener el flujo planetario infrarrojo en la superficie a partir de $J_P = E_{b,P} = \sigma_{SB}T_P^4$. En el caso de la Tierra, suponiendo un albedo constante $a = 0.3$, se obtendría una temperatura de equilibrio $T_P = 255 \text{ K}$ y un flujo planetario $E_{b,P} = 238 \text{ W/m}^2$.

Para una superficie de área A y emisividad infrarroja ε que tenga un factor de vista F_{SC-P} con la superficie de la Tierra, el flujo de calor que recibe debido a la radiación planetaria se puede escribir como:

$$Q_{planet} = \varepsilon\sigma_{SB}AF_{SC-P}T_P^4 \quad (1.4)$$

Nótese que tanto el flujo planetario como el albedo constituyen contribuciones térmicas significativas principalmente en órbitas de baja altitud. El valor de la temperatura equivalente como cuerpo negro y del flujo infrarrojo planetario correspondiente a dichas temperaturas pueden verse en la tabla 1.1.

Éstas son las cargas térmicas encontradas habitualmente en el entorno orbital, que constituyen muchos de los casos encontrados en el control térmico espacial. No obstante, existen multitud de entornos adicionales que también pueden darse. Por ejemplo, las misiones robóticas sobre suelo marciano deben tener en cuenta la atmósfera marciana, ser más precisas con la emisión en el infrarrojo del planeta al desarrollarse en localizaciones prácticamente fijas sobre la superficie y, durante el viaje a Marte, sólo tener en cuenta la radiación solar directa. En casos como éste, si se desea realizar el análisis térmico, puede aplicarse todo lo expuesto en los próximos apartados razonando de modo análogo a como se hará en este texto.

Una vez descritas las cargas térmicas encontradas habitualmente en órbitas planetarias se pasa a presentar el modelo térmico utilizado para el análisis.

1.3.2. Modelo térmico de elementos concentrados

El modelo matemático utilizado es el correspondiente al modelo de elementos concentrados (en inglés *lumped parameter*). El modelo térmico matemático (TMM, *Thermal Mathematical Model*) condensa el sistema físico que se quiere analizar térmicamente en nodos. Dichos nodos reciben cargas térmicas externas o internas y están térmicamente

conectados a otros nodos del modelo, ya sea conductiva o radiativamente. En un modelo de N_N nodos, para cada uno de ellos se plantea el balance energético, dando lugar a un sistema de N_N ecuaciones como la siguiente:

$$C_i \frac{dT_i}{dt} = Q_{Sun,i} + Q_{alb,i} + Q_{planet,i} - \sigma_{SB} R_{i,planet} T_i^4 + Q_i + \sum_j K_{ij} (T_j - T_i) + \sigma_{SB} \sum_j R_{ij} (T_j^4 - T_i^4) \quad (1.5)$$

Dicha ecuación expresa que la variación temporal de la energía interna del nodo i es el resultado del balance energético de las cargas aplicadas en dicho nodo. Para cada nodo, C_i es la capacidad térmica y T_i es su temperatura (T_j son las temperaturas de los otros nodos). $Q_{Sun,i}$, $Q_{alb,i}$ y $Q_{planet,i}$ son los flujos sobre el nodo debidos a la radiación solar, el albedo y la radiación planetaria respectivamente, Q_i es el calor aportado debido a disipación interna (habitualmente por la operación de dispositivos electrónicos). $\sigma_{SB} R_{i,planet} T_i^4$ es la radiación térmica infrarroja emitida por el satélite al planeta. K_{ij} y R_{ij} son los coeficientes de intercambio de calor por conducción y radiación respectivamente, entre los nodos i y j . Por lo tanto, los sumandos que contienen al penúltimo y al último sumatorio de la parte derecha de la ecuación, son la suma de los intercambios de calor por conducción y radiación respectivamente entre el nodo i y todos aquellos otros nodos del modelo con los que se encuentre conectado térmicamente.

El modelo térmico matemático (1.5) se apoya en otro modelo, el modelo geométrico matemático (GMM, *Geometrical Mathematical Model*), para obtener los coeficientes de que intervienen en (1.5) que están asociados a la transferencia de calor por radiación. Se describe a continuación.

Modelo geométrico matemático. El objetivo del modelo geométrico matemático es obtener los valores de los flujos térmicos del entorno $Q_{Sun,i}$, $Q_{alb,i}$, $Q_{planet,i}$ y los coeficientes de intercambio radiativos R_{ij} para introducirlos en (1.5), y constituye por tanto un paso previo necesario para la resolución del modelo térmico. Contiene todos los elementos necesarios para realizar los cálculos radiativos previos que necesitan apoyarse en una geometría. Entre sus componentes están el modelo geométrico del vehículo/instrumento espacial que pretende ser analizado, el modelo geométrico del entorno en el que se va a proceder a realizar el análisis y las propiedades superficiales radiativas. Dichas propiedades superficiales determinan la interacción de cada nodo en modo de radiación térmica con el resto de elementos del modelo. Cada superficie del GMM tiene asociadas una emisividad en el infrarrojo ε y una absorptancia solar α ,

que determinan la fracción de la radiación térmica posible que emiten y absorben en las longitudes de onda correspondientes [32]. La geometría y propiedades ópticas del vehículo, junto con las del entorno y las posiciones orbitales que ocupa el primero en el segundo, conforman el modelo geométrico matemático.

Existen diferentes métodos para resolver el GMM. En esta tesis se ha optado por el método MCRT (Monte Carlo *Ray Tracing*) [33]. En dicho método desde cada superficie del GMM se emiten aleatoriamente rayos (el número depende de la precisión buscada). Algunos rayos se perderán en el espacio y otros rayos interceptarán otras superficies. De estos últimos, algunos serán absorbidos por la superficie y otros reflejados de nuevo, dependiendo la fracción entre unos y otros de las propiedades superficiales en cada longitud de onda. Este proceso se repite hasta que los rayos restantes de las multirreflexiones estén por debajo de un cierto umbral.

La complejidad de los cálculos radiativos varía dependiendo de la naturaleza del caso a analizar. Por ejemplo, el caso de un satélite en órbita alrededor de Marte puede estudiarse como un problema transitorio con condiciones cambiantes (distintas posiciones a lo largo de la órbita con distintas iluminaciones, posibilidad de eclipses, distintas orientaciones del satélite según las necesidades, etc) pero un satélite situado en uno de los puntos de Lagrange podría analizarse como un problema radiativo estacionario. En el primer caso, para cada una de las posiciones orbitales consideradas habría que resolver un MCRT para obtener las distintas cargas térmicas externas y, en el caso de que hubiera partes móviles en el satélite, para calcular los acoplamientos radiativos entre los distintos nodos que irían variando con el movimiento relativo de las partes móviles. Para el segundo, con una única resolución del GMM sería suficiente. La casuística puede ser muy variada.

El GMM puede utilizarse como apoyo gráfico cuando se resuelve un problema térmico utilizando una herramienta informática. Puede verse un ejemplo en la figura 1.3, en la que se muestra a la izquierda el modelo de vuelo del EPTHEM (*Electron Proton Telescope-High Energy Telescope*) del EPD (*Electronic Particle Detector*) frente a su GMM en el lado derecho.

Modelo térmico matemático. Las cargas térmicas y los coeficientes de intercambio de calor por radiación entre los distintos nodos obtenidos a partir del GMM pasan a incluirse dentro del TMM. Para poder resolver (1.5) es necesario obtener además las capacidades térmicas de los distintos nodos C_i , definir las disipaciones internas debidas a la operación de equipos electrónicos Q_i y calcular los coeficientes de intercambio de calor por conducción entre nodos K_{ij} .

Figura 1.3: Modelo de vuelo del EPD-EPHET de Solar Orbiter (sin MLI) junto a su GMM.

Las C_i se obtienen a partir de las capacidades térmicas específicas de los materiales y de su masa. Los Q_i viene dados externamente por las necesidades de los equipos electrónicos presentes según los modos de operación necesarios para cumplir las misiones asignadas.

En este tipo de modelos los coeficientes de intercambio conductivo K_{ij} son coeficientes análogos a la inversa de las resistencias eléctricas en un circuito eléctrico y forman una red semejante. De hecho, si en el problema sólo hay conducción térmica se resuelve del mismo modo que en un circuito eléctrico cuyas únicas impedancias sean resistencias. Puede encontrarse información detallada de cómo calcularlos en la literatura de transferencia de calor [23, 32]. A modo de resumen sólo se dirá que, aprovechando que puede operarse con ellos de modo análogo a como se hace con las conductancias eléctricas, el camino por conducción entre dos nodos se descompone en los distintos tramos (que presentan expresiones matemáticas sencillas) para después obtener el total mediante operaciones serie-paralelo. Habitualmente sólo hay dos tipos de resistencias/conductancias térmicas simples: aquellas asociadas a un medio continuo y aquellas asociadas a una discontinuidad entre medios (contacto). Las primeras vienen determinadas por la conductividad térmica del material k y por la geometría a través de la cual se transmite el calor y las segundas por el coeficiente de intercambio de calor por contacto h_c y por la geometría de la región de unión entre los materiales.

En el siguiente apartado se describen los parámetros que intervienen en el modelo térmico y su posición dentro de éste.

1.3.3. Parámetros del modelo de transferencia de calor

Se establecen en primer lugar dos clasificaciones entre los parámetros térmicos antes de describirlos.

La primera clasificación los divide entre parámetros térmicos analíticos y parámetros térmicos radiativos.

- Los parámetros térmicos analíticos (TA) son aquellos que, o bien son entradas directas de (1.5) como los Q_i , o bien mediante operaciones algebraicas se transforman en los coeficientes K_{ij} y C_i en (1.5), pero no requieren para ello la resolución previa del modelo radiativo GMM mediante el método numérico MCRT. En este tipo de parámetros se cuentan las conductividades de materiales, las conductancias de contacto, las capacidades térmicas específicas, las disipaciones internas, etc.
- Los parámetros térmicos radiativos (TR) son aquellos que son entradas directas del GMM, y que se necesitan para calcular los coeficientes $Q_{Sun,i}$, $Q_{alb,i}$, $Q_{planet,i}$ y R_{ij} de (1.5). Para este tipo de parámetros se puede establecer una segunda subdivisión, entre los llamados parámetros radiativos lineales (RL) y los llamados parámetros radiativos no lineales (RNL).
 - En los parámetros RL, una vez que se ha resuelto una primera vez el GMM, una variación del parámetro puede utilizarse para calcular el coeficiente correspondiente de (1.5). Como su dependencia es lineal se escala directamente el coeficiente y no es necesario ejecutar de nuevo el GMM para evaluar la influencia de dicha variación. Por ejemplo, si la constante solar J_s se duplicase, lo mismo ocurriría con $Q_{Sun,i}$. A este tipo de parámetros pertenecen la constante solar, el flujo planetario, etc.
 - Por contra, los parámetros RNL, como su influencia es no lineal, requieren de adicionales ejecuciones del modelo radiativo numérico cada vez que cambia el parámetro. A este tipo de parámetros pertenecen fundamentalmente las emisividades, absorptancias, los parámetros orbitales y de actitud, y parte de los parámetros geométricos.

Esta subdivisión de los parámetros TR nos conduce a una segunda clasificación, que es en la que se basa el desarrollo posterior dedicado a evaluar el tiempo de computación necesario para cada método de cálculo de incertidumbres. Esta segunda distinción se efectúa desde el punto de vista del esfuerzo de cálculo que es necesario realizar para

Tabla 1.2: Parámetros habituales de un modelo térmico. R: parámetro RNL. T: parámetro TARL.

Nombre	Tipo	Símbolo	Magnitud de (1.5) sobre la que influye
Absortancia solar	R	α	$Q_{Sun,i}; Q_{alb,i}$
Albedo planetario	R	a	$Q_{alb,i}$
Capacidad térmica específica	T	c	C_i
Coeficiente térmico de contacto	T	h_c	K_{ij}
Conductividad térmica	T	k	K_{ij}
Constante solar/ Temperatura solar	R/T	J_S/ T_S	$Q_{Sun,i}; Q_{alb,i}$
Densidad	T	ρ	C_i
Disipaciones internas	T	Q	Q_i
Eficiencia MLI	T	ε_{eff}	R_{ij}
Emisividad infrarroja	R	ε	$R_{ij}; Q_{planet,i}; R_{i,planet}$
Flujo planetario/ Temperatura planetaria	R/T	$E_{b,P}/T_P$	$Q_{planet,i}$
Parámetros de actitud del satélite	R	$\varphi, \psi, \theta, \dot{\varphi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}$	$Q_{Sun,i}; Q_{alb,i}; Q_{planet,i}; R_{i,planet}$
Parámetros geométricos	R/T	$l, A, D, \dots$	$Q_{Sun,i}; Q_{alb,i}; Q_{planet,i}; R_{i,planet}; R_{ij}; K_{ij}; C_i$
Parámetros orbitales	R	$i, e, a_{orb}, A_oP, \dots, \beta$	$Q_{Sun,i}; Q_{alb,i}; Q_{planet,i}; R_{i,planet}$
Temperatura de contorno	T	T_B	-

evaluar la influencia de cada tipo de parámetro. En general, requiere más tiempo de cálculo resolver el GMM que resolver (1.5). Por tanto, los parámetros se dividen entre aquellos en los que para evaluar su influencia en el problema es necesario resolver cada vez el GMM previamente a (1.5) y aquellos en los que puede evaluarse su influencia únicamente resolviendo (1.5). A los primeros se les llama parámetros RNL, al ser los mismos que en la clasificación anterior, y a los segundos, que incluyen a los parámetros TA y a los parámetros RL, se les ha llamado parámetros TARL. La nomenclatura utilizada en el texto es p_R y p_T , respectivamente.

Los parámetros típicos del modelo térmico se muestran en orden alfabético en la tabla 1.2, donde se indican los términos de la ecuación (1.5) influidos por los citados parámetros. Se describen brevemente a continuación:

Propiedades termo-ópticas, emisividad infrarroja ϵ y absortancia solar α .

La radiación térmica es la radiación electromagnética que cualquier cuerpo emite en longitudes de onda que van desde $0.1 \mu m$ a $100 \mu m$ por el hecho de estar a una temperatura distinta del cero absoluto, y que es función de dicha temperatura. La intensidad de la radiación térmica emitida por una superficie depende no sólo de la temperatura T a la que se encuentre la misma, sino también de la longitud de onda λ (para cada temperatura T hay un espectro de intensidad de radiación dependiente de λ) y de la dirección de la radiación emitida con respecto a la dirección normal de la superficie del cuerpo emisor (las superficies, dependiendo de su naturaleza, emiten mayor intensidad de radiación en direcciones determinadas), y todas estas dependencias son función de las propiedades termo-ópticas de dicha superficie [25]. Realizar los cálculos radiativos teniendo en cuenta todas estas características los hace complejos y costosos a nivel de tiempo de cálculo. Por ello en control térmico se trabaja bajo una serie de hipótesis simplificativas que, si bien permiten obtener unas predicciones térmicas suficientemente precisas, son fuente de incertidumbre en los parámetros radiativos.

La primera hipótesis bajo la que se trabaja es la de superficie difusa. Una superficie difusa emite radiación con la misma intensidad en todas las direcciones, por lo que se utilizan valores equivalentes que resultan en la misma energía radiada total por unidad de superficie que las distribuidas direccionalmente [32]. Debe comentarse adicionalmente respecto a las propiedades direccionales, que si bien la radiación emitida se considera difusa, la radiación reflejada por la superficie puede ser tratada matemáticamente como especular o difusa.

La segunda hipótesis bajo la que se trabaja es la de cuerpo/superficie gris. La intensidad de radiación de un cuerpo gris es constante, independiente de la longitud de onda λ , y también se obtiene mediante valores equivalentes integrando sobre la zona del espectro de la que se desee obtener su valor de cuerpo gris [23]. En control térmico espacial se trabaja con dos intervalos de la longitud de onda diferenciados, y en cada uno de ellos se asume comportamiento de cuerpo gris. Se divide el intervalo de longitudes de onda de la radiación térmica ($0.1 \mu m$ a $100 \mu m$) en un primer intervalo, el asociado a la radiación solar (promediando la intensidad de radiación desde el inicio del ultravioleta hasta el infrarrojo cercano, aproximadamente desde $0.1 \mu m$ a $2 \mu m$), y un segundo, el infrarrojo, que corresponde al intervalo de longitudes de onda en el que emiten radiación térmica las superficies a las temperaturas típicas de un problema de control térmico (promediando en el espectro infrarrojo, aproximadamente desde $2 \mu m$ a $100 \mu m$) [25].

En el caso de un emisor ideal (también llamado cuerpo negro) a una temperatura T , la energía total emitida por unidad de tiempo y por unidad de área en forma de radiación

térmica E_b es proporcional a la temperatura a la cuarta y de valor $E_b = \sigma_{SB}T^4$ [32]. Para emisores no ideales se define la emisividad ε , que es una propiedad de las superficies radiantes, como la fracción de energía radiada respecto a la que radiaría un cuerpo negro a la misma temperatura $E/E_b = \varepsilon$ [32].

Al igual que las superficies emiten radiación térmica la reciben de otras superficies en sus proximidades. La radiación incidente sobre una superficie se divide en energía absorbida α , energía reflejada ρ y energía transmitida a través del medio τ (esta última sólo en caso de cuerpos transparentes, como las lentes ópticas), $\alpha + \rho + \tau = 1$ [23].

La emisividad ε y la absortancia α están relacionadas mediante la Ley de Kirchhoff que, para superficies difusas, establece que para cada longitud de onda λ la emisividad ε_λ y la absortancia α_λ son iguales, es decir $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ [32].

En base a todo lo anterior, los parámetros utilizados en el modelo térmico para representar las propiedades termo-ópticas del modelo térmico son la emisividad infrarroja ε_{IR} y la absortancia solar α_S [3]. Las propiedades termo-ópticas que se emplean como parámetros son las propiedades promediadas de la superficie en cuestión. Representan el comportamiento de la superficie integrado sobre los intervalos de longitudes de onda mencionados y sobre todas las direcciones de emisión/absorción de la radiación posibles.

La **emisividad infrarroja** ε_{IR} es la fracción entre la radiación térmica que emite un cuerpo a una temperatura y la que emite un cuerpo negro a la misma temperatura, asumiendo que se comporta como superficie difusa y como superficie gris en el intervalo de longitud de onda correspondiente al infrarrojo. Según la Ley de Kirchhoff para superficies difusas $\varepsilon_{IR} = \alpha_{IR}$. Siendo el parámetro que influye en la fracción de la radiación infrarroja que emiten/absorben las superficies del modelo, todos los términos de (1.5) que estén asociados a algún tipo de intercambio radiativo en dicha longitud de onda se verán influidos por él. Esto incluye la radiación absorbida del infrarrojo planetario ($Q_{planet,i}$) y los coeficientes de intercambio de calor por radiación (R_{ij} y $R_{i,planet}$). Para obtener estos términos es necesario resolver el modelo geométrico.

La **absortancia solar** α_S es la absortancia (cociente entre la radiación absorbida y la radiación recibida por una superficie) para todas las direcciones y todas las longitudes de onda entre $0.1\mu m$ y $2\mu m$. Debe hacerse notar que los cuerpos que se encuentran a las temperaturas típicas de un problema de control térmico espacial no emiten en esta longitud de onda (o emiten muy poco), por lo que la única fuente de esta radiación es el Sol, y dicha energía se propaga por el modelo, siendo una fracción α de la misma absorbida por las distintas superficies del problema y el resto reflejada. La energía reflejada puede ser completamente absorbida por otros elementos o parcialmente reflejada, y así sucesivamente, hasta que una fracción de la inicial es absorbida por el sistema

físico bajo estudio a base de multirreflexiones y la restante se pierde en el espacio. Por todo lo anterior, este parámetro contribuye a los términos de (1.5) relacionados con la absorción de energía solar, tanto la directamente procedente del Sol $Q_{Sun,i}$ como la absorbida tras reflejarse en el planeta $Q_{alb,i}$.

Aunque en esta descripción se hayan utilizado como subíndices IR y S por claridad explicativa para incidir sobre los intervalos de longitud de onda considerados para la emisividad infrarroja y la absortancia solar, en lo sucesivo la notación que se adoptará para ε_{IR} y α_S será ε y α , respectivamente, por simplicidad.

Constante solar / Temperatura del Sol, J_S / T_S . La energía radiada por el Sol presenta ciertas fluctuaciones, principalmente debido a la actividad solar. En el modelo matemático dichas variaciones toman la forma de desviaciones del valor de la constante solar J_S , como se comentó anteriormente al describir el entorno espacial. Una forma alternativa de expresar este parámetro es mediante la temperatura equivalente del Sol T_S , ligada a la constante solar mediante la fórmula

$$J_S = \sigma_{SB} \left(\frac{r_S}{d} \right)^2 T_S^4 \quad (1.6)$$

donde r_S es el radio solar, T_S la temperatura solar, y d la distancia entre el sistema bajo estudio y el Sol (d incluye las variaciones estacionales al variar la distancia entre la Tierra y el Sol a lo largo del año por la elipticidad de la órbita). Las variaciones en cualquiera de los dos parámetros mencionados afectan a los términos $Q_{Sun,i}$ y $Q_{alb,i}$ en la ecuación (1.5).

Flujo infrarrojo planetario / Temperatura del planeta, $E_{b,P}$ / T_P . En el apartado 1.3.1 se han comentado también estos parámetros, $E_{b,P}$, y T_P , y se han incluido las fórmulas simplificadas que los relacionan y que permiten obtener una estimación de sus valores. En un modelo más detallado es preciso resolver previamente el modelo radiativo para apreciar sus efectos en el término asociado a la radiación planetaria de la ecuación (1.5), $Q_{planet,i}$. A diferencia de las ecuaciones simplificadas (1.3) y (1.4), en las que se emplea una única temperatura media para el planeta, puede optarse por dar una distribución más detallada de temperaturas planetarias si esto fuera significativo para el problema, como podría ser el caso de un orbitador de Mercurio, donde se dan diferencias de temperatura del orden de centenas de grados entre la cara iluminada por el Sol y la que se encuentra en sombra [34].

Albedo planetario, a . El albedo a es la fracción de la energía solar que es reflejada por un planeta. Influye en el término $Q_{alb,i}$ de la ecuación (1.5). También se ha hablado de este parámetro en el apartado 1.3.1 dedicado a las cargas térmicas orbitales. Al igual que con la radiación planetaria, el albedo se suele suponer uniforme en una primera aproximación, aunque en realidad no lo es y también podría optarse por una distribución más detallada si el problema lo requiriese (un problema que típicamente puede requerir este tipo de análisis son los observatorios astronómicos montados en globos estratosféricos, que sobrevuelan regiones con variados valores del albedo a velocidades muy inferiores a las de los satélites [35]).

Parámetros orbitales. Los parámetros orbitales son las magnitudes que definen la órbita que recorre el vehículo espacial bajo estudio. Se puede definir cualquier órbita con seis parámetros [36]. Uno de los conjuntos de parámetros más habituales es el propuesto por Kepler: el semieje mayor de la elipse a_{orb} que indica el tamaño de la órbita, la excentricidad e que da cuenta de su forma, el tiempo de paso por el perigeo τ o la anomalía media M , que relacionan la posición en la órbita con algún instante temporal, la inclinación de la órbita i con respecto al plano de referencia (que suele ser el correspondiente al ecuador terrestre), la ascensión recta del nodo ascendente Ω , que orienta el plano orbital con respecto a una dirección fija en el espacio, y el argumento del perigeo ω , que orienta la órbita dentro de su propio plano orbital. Existen diversas formas alternativas de expresar los elementos orbitales, que no dejan de ser formas de definir las componentes de la posición y velocidad del satélite.

Para el problema térmico no sólo son importantes los parámetros orbitales del satélite respecto al planeta, sino que es necesario dar los parámetros orbitales del planeta respecto al Sol, que supone la mayor carga térmica que puede encontrarse en el espacio. Dada la diferencia entre los tiempos característicos (típicamente la posición del planeta respecto al Sol suele variar mucho más lentamente que la del satélite respecto al planeta) es habitual asignar al Sol una posición fija en el espacio. El mínimo ángulo que forman el radio-vector desde el planeta al Sol y el plano orbital recibe el nombre de ángulo solar β y es uno de los parámetros más relevantes para determinar el entorno térmico [1], ya que proporciona no sólo el ángulo que forman los rayos del Sol con las superficies del satélite sino que es determinante para los tiempos de eclipse. En la figura 1.4 (adaptada de [1]) se muestra la variación de la fracción del periodo orbital en la que el satélite permanece en eclipse en función del ángulo β y de la altitud respecto a la superficie de la Tierra en órbitas circulares. Dichas curvas se pueden obtener a partir de la expresión

Figura 1.4: Fracción del tiempo de la órbita en eclipse en función del ángulo solar β y de la altitud para órbitas circulares alrededor de la Tierra .

$$f_E = \left(\frac{1}{180} \right) \cos^{-1} \left[\frac{(h^2 + 2Rh)^{1/2}}{(R + h) \cos \beta} \right]$$

para $|\beta| < \beta^*$ con $\beta^* = \sin^{-1}[R/(R + h)]$ en las que R es el radio terrestre y h la altitud de la órbita respecto a la superficie media de la Tierra.

Los parámetros orbitales influyen en todas las cargas térmicas sobre el vehículo espacial: en la carga por radiación solar que llega $Q_{Sun,i}$, en dicha radiación reflejada en el planeta a través del albedo $Q_{alb,i}$ y en el intercambio de calor por radiación entre el vehículo y el planeta $Q_{planet,i} - \sigma_{SB} R_{i,planet} T_i^4$.

Parámetros de actitud del satélite. En general la actitud de un satélite queda determinada por medio de tres ángulos medidos respecto a algún triedro inercial y tres velocidades angulares. Si el satélite cuenta además con partes móviles el número de ángulos y giros puede ser mayor. Al definir la orientación del satélite respecto a su entorno, estos parámetros influyen también en todas las cargas térmicas sobre el vehículo, $Q_{Sun,i}$, $Q_{alb,i}$ y $Q_{planet,i} - \sigma_{SB} R_{i,planet} T_i^4$. En caso de que el satélite tuviera partes móviles también influirían sobre los factores de intercambio por radiación entre los distintos nodos del modelo, R_{ij} .

Parámetros geométricos del modelo. Son todas aquellas magnitudes del modelo físico relacionadas con sus propiedades geométricas. Por lo tanto sus dimensiones son

de longitud, área o volumen. Pueden ser áreas de radiadores, determinadas longitudes, secciones de piezas por las que haya flujo de calor, dimensiones de las MLI (cuyas dimensiones finales tras la fabricación y el montaje pueden diferir apreciablemente del diseño teórico), etc. La lista podría ser bastante extensa, ya que prácticamente cualquier elemento geométrico del modelo es susceptible de entrar en ella. Es importante tener una buena comprensión previa de la física del modelo térmico para saber interpretar qué parámetros geométricos deben tenerse en cuenta. De otro modo la lista de parámetros incluirá decenas de parámetros que no serán relevantes para el resultado del análisis de incertidumbres pero sí contribuirán a aumentar la complejidad del mismo.

Algunos parámetros geométricos son de tipo RNL (por ejemplo el área de los radiadores) y otros son de tipo TARL (como una sección transversal al flujo de calor de un elemento que no es preciso representar en el modelo geométrico). Al tratarse de parámetros geométricos tienen el potencial de influir en todos los términos de (1.5) con la excepción de las disipaciones eléctricas Q_i .

Temperaturas de contorno. Cuando existen elementos cuya temperatura es conocida se utilizan como condición de contorno del problema. Un ejemplo son sistemas que tienen interfaces a temperaturas controladas. Otro ejemplo son los problemas en los que hay elementos en el entorno del modelo con una capacidad térmica órdenes de magnitud superior a la del elemento analizado, por lo que éste tiene poca influencia térmica sobre el entorno (en la bibliografía sobre transferencia de calor habitualmente a estos nodos se los llama fuentes, si su temperatura es mayor que la del elemento bajo estudio, o sumideros, si su temperatura es menor, térmicos, y su temperatura se fija como condición de contorno [23, 32]). En la descripción del modelado térmico se han visto varios ejemplos, como la temperatura de la Tierra T_P , la del Sol T_S o la del espacio T_∞ [2, 22]. La temperatura del espacio se suele considerar una constante ($T_\infty = 3\text{ K}$), y las otras dos se han tratado como parámetros separados por su especial importancia. Otros ejemplos de modelos térmicos con elementos con temperaturas de contorno incluyen el modelo térmico del satélite dentro de la cofia durante el ascenso del lanzador, donde la cofia tiene fijado un perfil de temperaturas con el tiempo de vuelo, o los modelos térmicos de subsistemas o instrumentos más pequeños que el satélite para los que las superficies del satélite a su alrededor se modelan con temperaturas fijadas. Estas temperaturas fijadas pueden ser condiciones de contorno radiativas, si forman parte del modelo radiativo/geométrico, o conductivas, si el modelo está mecánicamente unido a los elementos implicados. Un último ejemplo lo constituyen los elementos que llevan un control activo de temperatura.

Conductividad térmica, k . La conductividad térmica es una propiedad física de los medios continuos que determina su facilidad para la transferencia de calor a través de los mismos por el mecanismo de la conducción térmica [23, 32]. La elección de un material u otro en función de la conductividad es una de las herramientas principales para controlar los flujos de calor. En la ecuación (1.5) influye en los coeficientes de intercambio de calor por conducción entre nodos, K_{ij} .

Resistencia térmica de contacto, h_c . Es la propiedad de las interfaces entre materiales que determina la resistencia (o conductancia) por unidad de área al flujo de calor por conducción entre los elementos en contacto [23, 32]. Es uno de los parámetros que típicamente presenta una mayor incertidumbre. Al igual que con la conductividad térmica su influencia se muestra a través de los coeficientes de intercambio de calor por conducción entre nodos, K_{ij} .

Capacidad térmica específica / Densidad, c / ρ . La capacidad térmica específica es la propiedad física de los materiales que indica la cantidad necesaria de energía que es preciso suministrarle a un kilogramo de dicho material para elevar su temperatura 1 °C [23, 32]. La densidad es el cociente entre la masa y el volumen de una sustancia. Combinadas con la geometría, su influencia en (1.5) se muestra a través de las capacitancias térmicas de los nodos, C_i , que determinan a qué ritmo estos aumentan o disminuyen su temperatura según el balance energético dado por dicha ecuación.

Disipaciones internas. Son cargas térmicas asociadas al funcionamiento de determinados elementos del vehículo espacial que consumen energía para realizar la misión asignada y generan calor como subproducto asociado al hacerlo. El ejemplo más típico son los dispositivos eléctricos y electrónicos: tarjetas PCB (*Printed Circuit Board*), motores eléctricos, etc. Estos parámetros son las cargas Q_i de la ecuación (1.5).

Efectividad de la MLI, ε_{eff} . La efectividad de la MLI es un parámetro que mide la eficacia de las capas de aislamiento multicapa (MLI) como aislantes radiativos. Existen principalmente dos técnicas para modelar esta propiedad [1]: una es mediante una conductancia térmica aparente, con lo cual el resultado se muestra como una serie de K_{ij} en (1.5), y la otra es mediante una emitancia efectiva, dando lugar a uno/varios R_{ij} . Debe recalarse que, aunque represente las propiedades de un aislante radiativo, no es necesaria la ejecución del modelo radiativo, ya que es posible generar los R_{ij}

simplemente conociendo la emitancia efectiva ε_{eff} y las propiedades geométricas del nodo sobre las que se aplica.

1.4. Análisis de incertidumbre y sensibilidad

En este apartado se incluye un breve resumen de los métodos de análisis de incertidumbres existentes así como de los tipos de incertidumbres que se consideran habitualmente en ingeniería y los análisis de sensibilidad asociados.

El análisis de incertidumbres se emplea en un gran número de disciplinas científicas que utilizan modelos matemáticos. Estos modelos comprenden desde modelos deterministas basados en leyes de la física (como es el caso de la mayoría de las ramas de la ingeniería) a otros que describen comportamientos muy difícilmente modelables (como por ejemplo algunos fenómenos socio-económicos, de los cuales un ejemplo podría ser un modelo para medir la eficiencia de la sostenibilidad de las políticas económicas de los países de la Unión Europea [37]). En consecuencia, hay métodos de muy diversa naturaleza y por ello la literatura especializada puede resultar difícil de analizar en ocasiones.

El análisis de incertidumbres habitualmente lleva asociado un análisis de sensibilidad. En la literatura a veces no se hace una distinción claramente definida entre ambos conceptos, por lo que en este apartado (dedicado a los métodos aplicados a campos muy diversos) se utiliza el término análisis de sensibilidad o incertidumbre según el nombre que los autores del trabajo hayan empleado (por sencillez de identificación bibliográfica). Debe mencionarse que en la literatura de este campo ambos conceptos se utilizan de forma que existe una zona de intersección muy amplia, y un número considerable de autores utilizan genéricamente la expresión “análisis de sensibilidad” para referirse al campo en su conjunto. No obstante desde el punto de vista del presente trabajo se consideran como métodos de análisis de incertidumbres porque serán utilizados con ese fin. Como se verá en el apartado 1.5, dedicado a su aplicación al control térmico espacial, ambos conceptos están claramente delimitados y responden a sus acepciones más habituales en ciencias aplicadas.

1.4.1. Sistemas de clasificación de los métodos de análisis de incertidumbres y sensibilidad

Se exponen a continuación dos clasificaciones para el análisis de incertidumbres y sensibilidad. La primera se debe a Saltelli et al. (2000) [19] y la segunda a Iooss y Lemaître [38].

1. Clasificación por el alcance del método

Uno de los modos posibles de clasificar los métodos de análisis de sensibilidad se basa en las características del modelo matemático (por ejemplo, no linealidades o efectos de la variación simultánea de parámetros) que el método es capaz de reflejar en los resultados del análisis de incertidumbres. En la literatura [19] se consideran estas tres clases: métodos de filtrado, métodos locales y métodos globales. Los métodos de filtrado ordenan los parámetros por importancia en el problema, pero no cuantifican con precisión dicha importancia. Los métodos locales realizan el análisis de incertidumbres en un entorno reducido de la solución nominal y por ello pueden dejar fuera efectos importantes. Los métodos globales analizan todo el intervalo de validez de los parámetros y suelen ser capaces de reflejar en el análisis todas las características de los modelos que los otros dos tipos de métodos habitualmente no alcanzan, como pueden ser las no linealidades, o explorar intervalos más amplios de validez de los parámetros (no locales).

- Métodos de filtrado (*Screening methods*)

En este caso el alcance del método lo constituye asignar la importancia relativa de los parámetros. Su objetivo es ordenar los parámetros por importancia relativa empleando un esfuerzo computacional comparativamente bajo con respecto a otros métodos. Estos métodos se suelen utilizar generalmente en modelos con gran carga computacional y que tienen un elevado número de parámetros. Un ejemplo de estos métodos es el método de Morris [39]. En este método se parte de una solución inicial del modelo matemático y se va variando en cada ejecución únicamente un parámetro una cantidad aleatoria y se compara el resultado con la solución anterior. Se hace hasta que se ha variado cada parámetro una vez, y se repite todo el proceso un número de veces (típicamente entre 5 y 15). Con esto se tiene una estimación de qué parámetros hacen variar más la solución al cambiar y se pueden ordenar por importancia.

- Análisis de sensibilidad local (*Local sensitivity analysis*)

En este caso el alcance del método lo constituye el entorno local de la solución nominal. Históricamente fueron los primeros en ser desarrollados. Este tipo de métodos estudian el entorno de la solución nominal del problema y evalúan las variaciones en torno a ella. Generalmente son métodos OAT (*One-At-a-Time*) en los que se varía independientemente cada uno de los parámetros y se obtiene la incertidumbre total como combinación de las individuales. El intervalo de variación de los parámetros suele ser el mismo para todos ellos y no está relacionado con el nivel de conocimiento que se tenga sobre

los mismos [19]. En general, cuando el modelo matemático incluye parámetros cuya influencia no es independiente (modelos no lineales o con parámetros correlacionados), como es el caso de la mayoría de los sistemas complejos, el conocimiento que se obtiene con estos métodos del funcionamiento del sistema es impreciso e incompleto [40]. No obstante este enfoque puede ser adecuado si el sistema se comporta linealmente, o para algunos sistemas con un gran número de parámetros de entrada como los modelos climatológicos, oceanográficos, etc, utilizando métodos diferenciales [41]. Los métodos diferenciales típicamente exploran las proximidades de los puntos nominales de análisis de los modelos y suelen trabajar con las derivadas respecto a los parámetros evaluados en dichos puntos (Jacobiano).

- Análisis de sensibilidad global (*Global sensitivity analysis*)

El alcance de este tipo de métodos lo constituye todo el espacio de los parámetros. Son capaces de reflejar todas las características (no linealidades, correlación entre parámetros, etc.) de los modelos en los análisis de incertidumbre y sensibilidad. Por ello, al contrario que los métodos de análisis de sensibilidad local, los métodos de este tipo incluyen la incertidumbre asociada a los parámetros en todo su intervalo de aplicación y tienen en cuenta los efectos de la variación simultánea de distintos parámetros. Se definen por tanto como globales en ambos sentidos (en el sentido de amplio intervalo de variación de los parámetros y en el sentido de análisis multiparamétrico simultáneo); de este modo son válidos también para sistemas no lineales. En los últimos cuarenta años se han desarrollado un gran número de métodos de análisis de sensibilidad global. Entre estos métodos se encuentran los métodos de muestreo o estocásticos (como las simulaciones de Monte Carlo, en las que se simulan numéricamente muestras de los parámetros de entrada y con ellas se resuelve múltiples veces el modelo para obtener muestras de las variables de salida de las que obtener conclusiones estadísticas) [20], los métodos basados en modelos subrogados (modelos matemáticos simplificados que reproducen el comportamiento del modelo en un entorno del punto con un coste computacional reducido), también denominados en ocasiones superficies de respuesta (*response surface methods*) [42], y el test de amplitud de Fourier (que descompone la salida de un análisis estocástico en series de Fourier cuyos coeficientes tienen correspondencia con las varianzas asociadas a los parámetros) [21]. Debe mencionarse que, aunque los análisis estocásticos se muestran como una clase de los análisis de sensibilidad global, son compatibles con todos los demás, como puede ser el caso de obtener un modelo subrogado y posteriormente utilizarlo para hacer una simulación de Monte Carlo.

2. Clasificación según el tipo de información de salida que se pretende obtener del análisis

El segundo tipo de clasificación pone el foco no en el alcance del método, sino en el tipo de información que se pretende obtener del análisis [38]. Se subdivide en métodos de filtrado (al igual que en la anterior, ya que estos métodos constituyen un grupo con características independientes del resto de métodos), medidas de importancia y técnicas para la exploración más detallada del espacio de los parámetros. Los métodos de filtrado ya se comentaron en la clasificación anterior. El tipo de información que proporcionan es el orden en importancia de los parámetros. Los otros dos se consideran a continuación.

- Medidas de importancia (*Importance measures*)

La finalidad es obtener información para comparar una serie de valores de parámetros estadísticos característicos (varianzas, etc) definidos a partir de las salidas con parámetros similares referidos respecto a los parámetros de entrada. Entre los distintos métodos que entran en esta clase están los métodos basados en el análisis lineal de modelos, como los coeficientes de regresión estándar (SRC - *Standard Regression Coefficients*) o los coeficientes de correlación de Spearman [43, 44], y los métodos de descomposición funcional de la varianza, de los cuales los índices de Sobol [45] son los más utilizados.

En el método SRC se realiza una simulación de Monte Carlo con el modelo para generar un modelo de regresión lineal mediante mínimos cuadrados y se obtienen los coeficientes de importancia de cada parámetro dividiendo la pendiente de la recta de regresión $\beta_{p_k x_i}^1$ obtenida entre el cociente de la varianza del parámetro y la varianza de la variable dependiente de salida ($\beta_{S_p_k x_i} = \beta_{p_k x_i}^1 / (\sigma_{p_k}^2 / \sigma_{x_i}^2)$).

Para obtener los coeficientes de correlación de Spearman también se comienza realizando una simulación de Monte Carlo para a continuación ordenar de modo creciente, e independientemente para cada una, las muestras del parámetro y la variable obtenidas y a partir de los pares parámetro-variable dependiente según el nuevo orden se calcula el coeficiente de correlación de Pearson para ordenar los parámetros en función de éste. Respecto a los índices de Sobol, se utilizan en uno de los trabajos sobre cálculo de incertidumbres y sensibilidad en control térmico espacial más recientes [15], que se comentará en el apartado 1.5 que versa específicamente sobre dicho tema. Se dedica por ello unas líneas a la descripción de este método.

Para obtener los citados índices se parte de que existe una descomposición del modelo matemático dependiente de N_P parámetros $f(x_1, \dots, x_{N_P})$ en un valor medio f_0 y una

serie de $2^{N_P} - 1$ funciones ortogonales

$$f(x_1, \dots, x_{N_P}) = f_0 + \sum_k f_k(x_k) + \sum_{k < h} f_{kh}(x_k, x_h) + \dots + f_{12\dots N_P}(x_1, x_2, \dots, x_{N_P})$$

A continuación se obtiene su varianza σ^2 , que puede escribirse según el desarrollo anterior del siguiente modo:

$$\sigma^2 = \int f(x_1, \dots, x_{N_P})^2 d\mathbf{x} - f_0^2 = \sum_k \sigma_k^2 + \sum_{k < h} \sigma_{kh}^2 + \dots + \sigma_{12\dots N_P}^2$$

Para cualquiera de estas funciones $f_{k_1\dots k_s}(x_{k_1}, \dots, x_{k_s})$ con $1 \leq k_1 \leq k_s \leq N_P$ se obtiene su varianza $\sigma_{k_1\dots k_s}^2$ mediante una simulación de Monte Carlo simulando (variando) en $f(x_1, \dots, x_{N_P})$ los parámetros $k_1\dots k_s$ y manteniendo el resto fijos en sus valores medios μ_{x_k} . Para obtener σ^2 hay que realizar por tanto $2^{N_P} - 1$ simulaciones de Monte Carlo. Los índices de sensibilidad de las funciones son las cantidades:

$$S_{k_1, \dots, k_s} = \frac{\sigma_{k_1, \dots, k_s}^2}{\sigma^2}, \quad s = 1, \dots, N_P$$

y para cada parámetro se tiene el índice de sensibilidad individual de sus efectos principales S_i y el índice de sensibilidad de sus efectos de interacción $S_{i,ic}$, que es la suma de todos los índices $S_{i_1, \dots, i_s}$ que contienen al parámetro. El índice global de sensibilidad de Sobol τ_i viene dado por:

$$\tau_i = S_i + S_{i,ic}$$

- Exploración en profundidad de sensibilidades (*Deep exploration of sensitivities*)

La información que proporcionan estos métodos es un conocimiento en mayor profundidad del comportamiento del modelo matemático en el espacio de los parámetros, en lugar de simplemente una única cantidad representativa (como en el caso de los métodos de medidas de importancia). Los métodos de este tipo se apoyan en diversas técnicas. Por un lado están las técnicas gráficas de suavizado (*smoothing techniques*), como los métodos de análisis de gráficos de dispersión. En estos esencialmente se realiza una simulación de Monte Carlo, se generan gráficos de dispersión con los resultados y se analizan con diversas técnicas para revelar patrones tanto lineales como no lineales, como puede verse en [46] y [47]). En el otro grupo se encuentran los métodos basados en meta-modelos (otra denominación para los modelos subrogados), que utilizan

Figura 1.5: Clasificación de los distintos tipos de incertidumbre presentes en el diseño multidisciplinar de sistemas complejos.

un modelo cuya evaluación es computacionalmente menos costosa, si bien ofrecen resultados similares a los del modelo original. En este subgrupo la división principal se realiza entre modelos en los que la respuesta se obtiene por ajuste de los datos (*data-fit models*, para modelos tipo caja negra en los que no se conoce las ecuaciones que los rigen) [42], modelos de orden reducido (para sistemas regidos por leyes de la física bien conocidas, y que por ende se conoce el modo en que son afectados por la variación de los parámetros, generando el meta-modelo mediante regresión o métodos similares) [48], y modelos jerárquicos (la reducción consiste en disminuir el detalle de los modelos o reducir la complejidad de las ecuaciones de la física modelizada en ellos).

1.4.2. Clasificación de las incertidumbres

Según [49] las incertidumbres se pueden dividir entre las de tipo aleatorio y las de tipo epistémico. En la figura 1.5 se presenta una clasificación un poco más detallada elaborada por Thunnissen [50].

En dicha figura se introduce la incertidumbre en un sentido más amplio en el marco de una actividad humana de gran complejidad como es el diseño multidisciplinar de grandes sistemas. Como el enfoque del presente texto es específicamente técnico quedan fuera de su ámbito las incertidumbres denominadas como "Ambigüedad" e "Interacción", y dentro de las de tipo epistémico, las de tipo "Conductual". Las fuentes de incertidumbre citadas tienen principalmente que ver con la impredecibilidad asociada al factor humano en los procesos de diseño y por ello no son objeto de interés para esta tesis, que es de carácter más específicamente técnico. A continuación se comentan los aspectos más relevantes de las restantes:

● **Aleatorias:** Son aquellas incertidumbres que provienen de la aleatoriedad específica de los fenómenos naturales (aunque lleva bastantes décadas abierto el debate sobre si la aleatoriedad es fruto de la incapacidad tecnológica para medir los fenómenos con mayor precisión o si existe una aleatoriedad real en ellos [51]). En la literatura suelen denominarse incertidumbres no reducibles. El modo de expresarlas matemáticamente es mediante distribuciones de probabilidad. Una de las tareas fundamentales que requiere realizar un análisis de incertidumbres confiable es obtener distribuciones de probabilidad representativas de los parámetros del problema. Para ello debe recurrirse al conocimiento de los expertos en la materia bajo estudio [52]. En el campo del control térmico espacial, a pesar de que cada organización parece tener sus propias fuentes internas [14], no se ha encontrado un compendio accesible al público con toda esta información. La última publicación de las ECSS a la que se ha tenido acceso que contiene información a este respecto incluye algunas recomendaciones [3], aunque advierte que son valores aconsejados como primera estimación y que deberían ser revisados caso por caso.

● **Epistémicas:** Son aquellas incertidumbres que provienen de la falta de información durante el proceso de modelado del sistema. En la literatura también reciben el nombre de incertidumbres reducibles, ya que con un incremento de nuestro conocimiento del sistema se podría conseguir disminuirlas [53]. En general también pueden ser representadas mediante distribuciones de probabilidad. Dentro de este tipo se establece una subdivisión:

- Fenomenológicas: se asocian a los casos en que es imposible conocer alguna información relevante (por ejemplo, en un proyecto innovador que requiere del desarrollo de una nueva tecnología para su realización). En ocasiones reciben también el nombre de incógnitas desconocidas (*unknown unknowns* en inglés) ya que puede darse que ni siquiera se sepa que existe desconocimiento sobre algún parámetro en concreto o que no se sepa que es preciso conocerlo.
- Asociadas al modelo: provienen de la falta de precisión del modelo matemático para representar un fenómeno. En esta tesis el modelo matemático por analizar está bien definido, ya que las ecuaciones que describen los fenómenos físicos implicados han sido ampliamente validadas y son las que se utilizan habitualmente en el campo del control térmico espacial [2]. Existen herramientas informáticas que las emplean y que han sido extensamente verificadas en multitud de proyectos reales. Dicho software utiliza la formulación matemática de parámetros concentrados

(*lumped parameter*). Algunas de estas incertidumbres podrían llamarse también errores de aproximación. Pueden provenir de la discretización del modelo térmico matemático (TMM) [54] o del cálculo radiativo mediante el modelo geométrico matemático (GMM) simplificado [55, 56]. De entre estos últimos algunas contribuciones a la incertidumbre podrían reducirse ajustando ciertos parámetros del método Monte Carlo utilizado para los cálculos radiativos, o refinando la malla del modelo geométrico, en ocasiones hasta niveles que implicarían tiempos de cálculo de varios días. En general cuando son necesarios cálculos que implican ese nivel de precisión suele recurrirse a software dedicado, como por ejemplo [57]. Toda esta tipología de divergencias entre el modelo y la realidad debería definirse y cuantificarse en la medida de lo posible. Se comenta no obstante que el trabajo realizado en esta tesis no se centra en dicho tipo de errores (incertidumbres), que en teoría podrían eliminarse refinando lo suficiente el modelo. En su lugar se pone el foco en las incertidumbres asociadas a los parámetros que representan magnitudes físicas y que pueden modelarse como distribuciones de probabilidad con una componente de aleatoriedad natural no reducible y en los procedimientos de cálculo para su propagación a través del modelo.

Como consideración final sobre los tipos de incertidumbre sobre los que se va a centrar esta tesis, debe decirse que tienen una componente de cada uno de los dos tipos principales anteriores comentados, aleatoria y epistémica. Todos los parámetros que se van a analizar idealmente son de tipo aleatorio en el límite, ya que existe la posibilidad de medir y comprobar sus valores hasta el límite tecnológico disponible (lo que marcaría el tipo de incertidumbre como aleatorio). No obstante, en la práctica, al inicio de los proyectos los parámetros tienen una alta proporción de incertidumbre epistémica, que debe ir reduciéndose a medida que el proyecto avance mediante definiciones de configuración, comprobaciones, ensayos, etc. Un ejemplo lo constituyen las conductancias térmicas de contacto. Típicamente, si no se ha realizado ningún tipo de ensayo para reducirla, tienen incertidumbres asociadas tan altas como $-50/+100\%$. Una parte de dicha incertidumbre es reducible (es epistémica, no se conoce con más precisión porque no se ha medido en un ensayo) y otra en principio es no reducible (aleatoria). La incertidumbre de este parámetro puede reducirse notablemente haciendo ensayos. Un valor típico de incertidumbre para este parámetro tras un ensayo es $\pm 25\%$, habiéndose reducido la componente epistémica. Cabe decir que dicha incertidumbre podría reducirse aún más haciendo más ensayos, ya que por lo general el número de muestras en estos ensayos es muy pequeño. Se suele medir indirectamente mediante termopares en

dos casos, uno caliente y otro frío, y el ensayo suele ser de todo el modelo bajo estudio. Podrían hacerse incluso ensayos dedicados sólo a medirlo. Por lo tanto, en general suele quedar una parte de la incertidumbre que en teoría es reducible (epistémica).

En el límite ideal podría eliminarse la incertidumbre epistémica de la mayoría de los parámetros mediante estos procedimientos pero los costes aumentarían desorbitadamente sin necesariamente implicar un mejor desempeño de las misiones. Como en casi todo, se debe buscar una solución de compromiso. Una de las principales utilidades del análisis de incertidumbres es identificar los parámetros que son clave en la misión para poder centrar los esfuerzos en reducir la incertidumbre de estos o al menos tenerla acotada para intentar asegurar el éxito de la misión sin un excesivo incremento de los costes. De todo lo anterior se deduce que, a pesar de que se trata a las incertidumbres bajo análisis en esta tesis como incertidumbres de tipo aleatorio, todas tienen cierta componente epistémica.

Tras haber introducido los fundamentos del control térmico espacial en el apartado 1.3 y el análisis de incertidumbres en el 1.4, el próximo apartado 1.5 está dedicado a revisar las publicaciones encontradas sobre análisis de incertidumbres en modelos de transferencia de calor en el campo del control térmico espacial.

1.5. Análisis de incertidumbres en control térmico espacial

Existe un enfoque bastante generalizado para abordar el diseño de sistemas de control térmico espacial [9, 10, 11], que consta de dos pasos. El primero consiste en establecer una serie de casos extremos de diseño en los que se aplican las combinaciones más desfavorables posibles de parámetros ambientales (por ejemplo, la irradiancia solar o la radiación infrarroja planetaria) y de uso (como pudieran ser las propiedades físicas y los acabados superficiales). Tras el análisis de estos casos se aplican a los resultados unos márgenes de diseño fijos (también llamados márgenes de incertidumbre) para tener en cuenta la incertidumbre asociada al resto de parámetros para los que previamente no se han supuesto unos valores extremos.

Los márgenes citados provienen del análisis estadístico de las diferencias entre las temperaturas predichas por los modelos térmicos y las medidas obtenidas posteriormente durante la operación de determinados vehículos espaciales. Los primeros análisis estadísticos de este tipo hallados en la bibliografía datan de finales de los años sesenta y principios de los setenta. La versión de la norma de ensayos MIL-STD-1540B [58] fue

publicada en 1982 con una actualización a este respecto gracias a una recopilación de tres estudios previos [59]: sobre el programa Apollo, por Werner y Starrett [60], sobre la sonda Surveyor por Vickers y Garipay [61] y sobre veinte vehículos espaciales distintos de R.K. Engel, presentado por Stark [62]. El resultado de dichos estudios, que son los márgenes de diseño (incertidumbre) que figuran en la norma MIL-STD-1540B, es que la diferencia entre las predicciones de temperatura y las medidas de vuelo es de 11°C con un nivel de confianza del 95%. Posteriormente (en 1994) se actualizó la norma MIL-STD-1540 [63] a la versión C con los estudios sobre márgenes de incertidumbre elaborados por M. Donabedian [59], al incluir los sistemas criogénicos, que presentan unos márgenes sensiblemente distintos, y que aumentan al acercarse al final de las misiones debido a la degradación de los componentes.

Según la búsqueda bibliográfica realizada parece que dichos márgenes llevan sin ser actualizados desde 1994 [15], si bien hay algunos estudios estadísticos similares más recientes, como Welch en 2003 [12] y 2006 [64] (que confirman dichos márgenes) o Peabody en 2012 [65] y Garrison en 2011 [66] y 2012 [67] (que aconsejan revisar la práctica de utilizarlos en favor de márgenes específicos para cada misión). También se puede comprobar que los métodos oficiales actuales de algunos centros de referencia mundiales en el campo del control térmico espacial siguen esta política de márgenes [9, 10] aunque en algunos proyectos se estudien otras alternativas, como no utilizar casos extremos de diseño y establecer los márgenes de incertidumbre haciendo un análisis estadístico sobre la vida completa de la misión utilizando los valores estadísticos esperados de los parámetros ambientales [67] (ver sección 1.5.3).

Según Ishimoto y Bevans (1968) [68], Howell (1973) [69] y Thunnissen (2004) [18], el objetivo de realizar el análisis de incertidumbres es ofrecer una alternativa al mencionado enfoque para establecer márgenes de diseño utilizando los resultados del análisis de incertidumbres. En los siguientes dos apartados 1.5.1 y 1.5.2 se resume la evolución de las dos principales metodologías que han surgido para tratar de resolver este problema (SEA y MCS). En el siguiente (1.5.3) se comentan los métodos alternativos a los principales. En el último apartado (1.5.4) se resumen las fuentes de información disponibles sobre incertidumbre de los parámetros habituales en sistemas de control térmico espacial.

1.5.1. *Statistical Error Analysis* (SEA)

Basándose en los métodos de Kline y McKlintock (1953) [70] para el análisis estadístico de muestras experimentales, Ishimoto y Bevans (1968) [68, 71] derivaron el método

SEA (*Statistical Error Analysis*), que podría denominarse clásico, que permite realizar el cálculo de incertidumbres de forma rápida y efectiva, aunque presenta ciertas limitaciones. El método consiste en obtener las derivadas de las temperaturas respecto a los parámetros $\partial T_i / \partial p_k$ (coeficientes de sensibilidad) y calcular las incertidumbres asociadas multiplicando dichos valores por las incertidumbres de los parámetros w_{p_k} para un nivel de confianza dado. De este modo se obtiene la incertidumbre parcial de cada temperatura debido a cada parámetro. La incertidumbre total para cada temperatura w_{T_i} se obtiene mediante la expresión

$$w_{T_i} = \sqrt{\sum_{k=1}^{N_P} \left(\frac{\partial T_i}{\partial p_k} w_{p_k} \right)^2}$$

Entre las ventajas de este método se encuentran la escasa carga computacional (una evaluación por parámetro o ninguna si se utilizan expresiones para obtener directamente las derivadas en el punto de análisis nominal) y el hecho de que adicionalmente al análisis de incertidumbres se realiza un análisis de sensibilidad para obtener los coeficientes, lo que aporta información adicional de gran interés. Entre las limitaciones están los requisitos que debe cumplir el problema para que el método sea aplicable (los parámetros deben ser independientes, las distribuciones de probabilidad de los parámetros a analizar deben ser distribuciones normales y el modelo debe ser lineal o linealizable) y el carácter local del análisis (según dos acepciones, tanto por el intervalo reducido de validez de los parámetros en los que es aplicable la solución como por la pérdida del carácter multiparamétrico simultáneo).

Durante la siguiente década (los 70), se emplea este método para el escalado de modelos térmicos (MacGregor, 1971) [72], el análisis térmico de satélites (Goble, 1971) [73], o la comparación de los resultados de aplicar este método con los de aplicar un método de Monte Carlo (Zigrang, 1977) [17].

Con el paso del tiempo se observa que el método SEA va perdiendo terreno frente a los métodos Monte Carlo [14, 15, 74, 75] aunque aún puede encontrarse algún ejemplo adicional en la bibliografía en los años 90 [76]. No obstante, el procedimiento recomendado por la Agencia Espacial Europea (ESA) a finales de los 90 y principios del siglo XXI es completamente compatible con el SEA, como puede verse en sus normas ECSS (*European Cooperation for Space Standardization*) de ensayos (ECSS: *Testing*, 2002) [13]. En las últimas versiones de la citada norma (ECSS: *Testing*, 2012) [77] ya no aparecen recomendaciones sobre el método de cálculo de incertidumbres. Ha pasado a incluirse en el manual de la misma serie sobre análisis térmico de vehículos espaciales

(ECSS *Thermal Analysis Handbook*, 2016) [3]. En dicho manual se contempla tanto este método, al que se llama “clásico”, como el método Monte Carlo, muy usado en la actualidad en gran variedad de campos.

1.5.2. Métodos de Monte Carlo (MCS)

Según Howell (1973) [69], en su aplicación del método de Monte Carlo (MCS, Monte Carlo *Simulation*) para calcular incertidumbres, se genera en cada ejecución un conjunto de valores aleatorios de todos los parámetros al mismo tiempo a partir de sus distribuciones de probabilidad asociadas y con dicha muestra se resuelve el sistema. El proceso se repite el número de veces que sea necesario para lograr la precisión requerida para asegurar el nivel de confianza.

Esta aplicación presenta varias ventajas: por un lado, permite un cálculo global de incertidumbres (tanto en el sentido de la amplitud del intervalo de aplicación de los parámetros como en el de su variación simultánea en lugar de individual), y por el otro no se necesita que los parámetros sean independientes ni ceñirse a distribuciones de probabilidad normales, sino que permite utilizar cualquier tipo de distribución de probabilidad, lo que es muy útil por ejemplo en fases iniciales del diseño, en las que las incertidumbres son mucho mayores. Las desventajas son también evidentes: por un lado, el alto coste computacional (ya que puede requerir miles de ejecuciones del código [78]), y por el otro que no ofrece datos sobre la influencia individual de cada parámetro sobre la incertidumbre total al considerar la acción simultánea de todos ellos.

Si se quisiera obtener información sobre la influencia desglosada de los parámetros en la incertidumbre total habría que realizar análisis adicionales. En este sentido Chacko *et al.* (1986) [79] proponen realizar un análisis de sensibilidad en el entorno de la solución. Dicho procedimiento tiene un bajo coste computacional, pero deja fuera de la evaluación los casos no lineales o con parámetros no independientes, con lo que puede perderse valiosa información. También describen el uso de la aplicación de Howell al análisis térmico de unidades electrónicas en las que se tiene en cuenta la influencia de la convección con posterior comparación con resultados experimentales.

Durante la primera década del siglo XXI, en consonancia con el aumento de la capacidad de cálculo, comienza a aumentar el número de publicaciones de trabajos en las que se utiliza este método en el campo del control térmico espacial. Lamela y Torres (2000) [74] y Cullimore (2001) [75] generan por separado herramientas de análisis estocástico (ST – ORM®, *STochastic Optimization and Robustness Management*, en el caso de los primeros, y como una ampliación de capacidades de la herramienta informática de aná-

lisis térmico Sinda/Fluint el segundo), que además de para el cálculo de incertidumbres, pueden utilizarse para la optimización y el ajuste de modelos con datos experimentales. Thunnissen (2004) [18] presenta un ejemplo de aplicación en el que se hace especial énfasis en la clasificación y asignación de distribuciones de probabilidad distintas a las usuales cuando se trata de una etapa temprana del diseño. Por otro lado Thunnissen (2007) [14] aporta un algoritmo capaz de hacer más eficiente el método Monte Carlo.

Stout (2015) [15] plantea una propuesta para una metodología de validación de modelos y diseños térmicos basada en el análisis estocástico en la que utiliza técnicas de análisis de sensibilidad e incertidumbres empleando métodos Monte Carlo, en particular los índices de Sobol explicados en el apartado 1.4.1. Esta aplicación permite obtener información de la influencia de todos los parámetros en la incertidumbre final, tanto individualmente como mediante la interacción de cada parámetro con el resto. El principal inconveniente es que es computacionalmente más costoso (requiere $2^{N_P} - 1$ veces más iteraciones, siendo N_P el número de parámetros) que la aplicación de Howell [69].

1.5.3. Otros métodos para el cálculo de incertidumbres

La gran mayoría de trabajos de investigación realizados en este campo pertenecen a una de las tres categorías comentadas previamente (márgenes fijos basados en datos estadísticos, SEA o métodos de Monte Carlo). Al margen de dichas metodologías hay dos enfoques del problema de particular interés.

Por un lado, Stümpel y Chalmers (1984) [80], al enfrentarse a un modelo térmico de un satélite con un elevado coste computacional (cada caso transitorio requería 24 horas de cálculo), descartaron utilizar un Monte Carlo y recurrieron al SEA en cascada. Realizaban análisis de sensibilidad en el punto de funcionamiento nominal del sistema global, variando sólo los parámetros globales para utilizar dichos resultados como condiciones de contorno de los análisis de sensibilidad realizados a los subsistemas. Es un modo de utilizar modelos reducidos (meta-modelos) aunque difícilmente extrapolable sin una gran cantidad de horas de ingeniería para cada proyecto distinto al requerir la reducción de un elevado número de modelos expresamente para el análisis.

La segunda metodología se debe a varios miembros del NASA Goddard *Space Flight Center*, principalmente M. Garrison y H. Peabody. Ha sido aplicada tanto en el *Global Precipitation Measurement Spacecraft* [65], como al *Lunar Reconnaissance Orbiter* [67]. En los análisis térmicos de dichas misiones, en lugar de utilizar el protocolo habitual de considerar los casos extremos fríos y calientes, realizan un estudio con los 4 parámetros que dan lugar a dichos casos y analizan 120 combinaciones de posibles valores de

esos parámetros, para las que obtienen temperaturas máximas y mínimas de elementos clave. Posteriormente interpolan los casos, y teniendo la variación de esos 4 parámetros durante la misión, calculan la evolución temporal de las temperaturas de los puntos más críticos de los satélites. El objetivo considerado es que dichas temperaturas estén dentro de los límites admisibles durante el 95 % del tiempo de la misión. Consiste éste en un enfoque con un mayor riesgo asociado, inaceptable en muchas misiones, pero una posible solución en otras con menor presupuesto y nivel de exigencia.

1.5.4. Disponibilidad de datos sobre la incertidumbre de los parámetros

Según Stümpel (1984) [80], en relación con la disponibilidad de datos sobre las distribuciones de probabilidad que representan las incertidumbres asociadas a los parámetros térmicos, al contrario que en otros campos en los que se realiza análisis estadístico de datos, no es posible encontrar mucha información al respecto, si bien en ese trabajo se incluye una tabla de incertidumbres para determinados parámetros. Tablas similares a ésta pueden encontrarse en Ishimoto y Bevans (1968) [71], Goble (1971) [73], MacGregor (1971) [72], Zigrang (1977) [17] y las ECSS (2002) [13]. En la elaboración de dichas tablas se considera que las distribuciones de probabilidad asociadas a todos los parámetros son normales.

Sin embargo, las distribuciones de probabilidad de los parámetros no tienen por qué obedecer todas a una distribución normal. De hecho ni siquiera debería asignarse la misma distribución en distintas fases del proyecto. En las fases iniciales del proyecto es más habitual asignar distribuciones que llevan asociada una mayor incertidumbre, como las uniformes y las triangulares [18, 43], al no estar definidos los valores de los parámetros. Por ejemplo, tener la elección abierta entre varias pinturas blancas para un radiador al inicio del diseño podría llevar asociada una distribución uniforme, frente a la distribución normal (debida a las variaciones aleatorias entre distintas muestras) una vez haya sido escogida la pintura en concreto que va a utilizarse. Este tipo de enfoque es el recomendado en general por los autores que aplican métodos estocásticos para el análisis de incertidumbres en control térmico espacial [15, 16, 18], aunque habitualmente sólo incluyen ejemplos de distribuciones para algunos parámetros y fases concretas del desarrollo (en general se recurre frecuentemente a la distribución uniforme).

Otro punto a tener en cuenta es que los valores que han sido utilizados y dados por buenos para determinados parámetros ambientales [1] pueden verse actualizados a la luz de nuevas observaciones [29] y deberían ser utilizados para actualizar sus valores en

los análisis térmicos y de incertidumbre asociados.

1.6. Planteamiento del problema

De la revisión bibliográfica realizada sobre cálculo de incertidumbres en control térmico espacial pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- La metodología estándar consiste en seleccionar casos de diseño extremos (conservadores) y aplicar unos márgenes de diseño fijos. Dichos márgenes provienen de un análisis estadístico de las diferencias entre las temperaturas predichas y las medidas durante la operación de diversos vehículos espaciales. Este método sigue siendo el dominante en la actualidad: en la práctica de las misiones espaciales dichos márgenes son definidos generalmente por los responsables de las misiones (ESA, NASA...). Dada la especial naturaleza de la estadística, que proporciona valores medios para los márgenes que pueden esconder diferencias significativas de caso a caso [12, 59, 64], algunos autores juzgan apropiado buscar una alternativa más específica para cada misión, teniendo en cuenta la singularidad de cada una de las misiones espaciales. De este modo surgen dos alternativas principales:
 - La primera alternativa, el SEA, es un método rápido y sencillo de implementar pero requiere trabajar bajo las hipótesis de que el modelo térmico se comporta linealmente, que todos los parámetros sujetos a incertidumbre son independientes y que presentan funciones de densidad de probabilidad normales. Al no ser lineales los modelos térmicos y haber múltiples distribuciones de probabilidad posibles se espera que los resultados presenten cierta desviación respecto a cálculos menos simplificados. Presenta una ventaja importante, y es que permite evaluar la contribución individual de cada parámetro a la incertidumbre total, al obtenerse esta última como suma cuadrática de las anteriores.
 - La segunda alternativa, el MCS, resuelve el modelo térmico completo múltiples veces para realizar el cálculo de incertidumbres. Este método, al no usar un modelo simplificado, proporciona unos resultados más próximos a los del modelo térmico. Entre sus desventajas se encuentra un tiempo de ejecución mayor que el del SEA (que puede incluso ser órdenes de magnitud superior) y que no proporciona información sobre la influencia de cada parámetro en la incertidumbre total. Esto último puede solucionarse realizando cálculos adicionales pero estos aumentarían aún más el tiempo de cálculo.

- Respecto a los datos disponibles sobre la incertidumbre de los parámetros que intervienen en un problema térmico (ver apartado 1.5.4) podría decirse que no se ha encontrado una gran variedad. La existente habitualmente es información reservada de las empresas de la industria aeroespacial, y en la disponible en la literatura abierta se suele o bien suponer distribuciones normales para todos los parámetros (mayoritariamente los que emplean el método de cálculo clásico) [17, 71, 72, 73] o bien utilizar distintas distribuciones según fases (métodos estocásticos) [15, 16, 18], pero limitándose a casos concretos con lo que algunos parámetros en algunas fases no están incluidos.

De los puntos anteriores se desprenden las siguientes preguntas:

- Para comenzar, cuando se tiene que elegir entre varios métodos para realizar cualquier tarea, al margen de una descripción cualitativa de ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos, es conveniente argumentar también cuantitativamente la elección de aquel más conveniente. En este caso en concreto, ¿qué desviación en los resultados se introduce con las hipótesis simplificadoras del método SEA? ¿Es admisible dicha desviación? ¿Cuánto tiempo adicional se consume al utilizar un MCS? ¿Merece la pena? ¿La diferencia es constante en todos los casos o varía de caso a caso? ¿Se puede establecer una metodología que permita cuantificar todos estos factores para elegir el método más adecuado? No se encuentra respuesta a la mayoría de dichas preguntas en la literatura disponible. Un esfuerzo en esta dirección se presenta en dos publicaciones en las que se comparan ambos métodos, Zigrang (1977) [17] y Chacko (1986) [79]. La forma de comparar los dos métodos es similar en los dos artículos: eligen un problema concreto de escasa complejidad, utilizan distribuciones de probabilidad normales para todos los parámetros (condiciones ideales para la aplicación del método SEA) y llegan a la conclusión de que ambos métodos son equivalentes. Es decir, ambos han basado la prueba de su hipótesis de equivalencia de los métodos en un único ejemplo concreto favorable a la misma cuando existe la posibilidad de que se den múltiples ejemplos que lo refuten, por lo que no se puede considerar una prueba válida. La primera pregunta es en consecuencia: **¿Se puede encontrar un procedimiento económico que permita valorar los métodos existentes en cada caso particular para poder elegir el más adecuado?**
- Una vez que ambos métodos hayan sido evaluados y sus principales características cuantificadas, la siguiente pregunta que surgirá es: **¿Con dichos métodos se cubre de forma satisfactoria toda la casuística o puede ser necesario**

desarrollar algún método adicional más conveniente en determinados casos o etapas del diseño?

- **Por último ¿Es suficiente la información disponible sobre las distribuciones de probabilidad de los parámetros del problema térmico para representar matemáticamente su incertidumbre en estas etapas?**

1.7. Objetivos de la tesis

Esta tesis tiene dos objetivos principales y uno secundario. Los objetivos principales están encaminados a dar respuesta a las dos primeras preguntas planteadas en el apartado anterior y el objetivo secundario a la última:

1. En primer lugar delimitar los casos en los que es más conveniente usar cada uno de los métodos existentes y comparar el rendimiento de los mismos en distintas condiciones.
2. En segundo lugar, una vez que estén delimitados los ámbitos de uso, desarrollar alternativas a los métodos existentes que puedan resultar más apropiadas en función de los casos de aplicación
3. Como objetivo adicional a los asociados al estudio de la propagación de incertidumbres se persigue disponer de una base representativa de distribuciones de probabilidad que permita representar los parámetros térmicos en las distintas etapas del proceso de diseño, recopilando para ello la información disponible y proponiendo alternativas en caso de ser necesario.

1.8. Estructura y desarrollo de la tesis

Para desarrollar las ideas presentadas, esta tesis se ha dividido en 5 capítulos.

En el primer capítulo se presenta un breve resumen de los conocimientos previos necesarios para el desarrollo posterior. Así, tras una breve introducción y unas definiciones previas, se plantea el problema del control térmico, introduciendo sus principios, detallando el modelo matemático empleado para propagar las incertidumbres y revisando los parámetros que en él intervienen. En el siguiente apartado se da una visión general de los métodos matemáticos disponibles para el cálculo de incertidumbres y se presentan los distintos tipos de incertidumbres según una de las clasificaciones más habituales

en ingeniería. Tras la introducción de estas dos disciplinas, que se combinan en la tesis, se realiza un repaso bibliográfico de los esfuerzos realizados para aplicar el cálculo de incertidumbres al control térmico espacial, desde sus inicios hasta el estado del arte en la actualidad. A través del estudio del estado del arte se clarifica el planteamiento de los problemas que se pretenden resolver y los objetivos que es necesario fijarse para hacerlo.

En el segundo capítulo la atención se centra en los métodos de propagación de incertidumbres en control térmico. Se analizan los dos métodos más utilizados hasta la fecha (SEA y MCS), para a continuación compararlos en base a dicho análisis y dar las herramientas necesarias para la elección del más conveniente según el caso. En el siguiente apartado se explica cómo, basándose en la anterior comparación, se ha generado un nuevo método el *One-dimensional Generalized SEA* (OGS) que puede ser más adecuado que los anteriores en una proporción significativa de casos. Como el método derivado se basa en las contribuciones individuales de los parámetros, en el siguiente apartado se deduce cómo hacer una evaluación de los efectos de interacción entre parámetros para ver si es adecuada su utilización. Finalmente se analizan los tipos más adecuados de distribuciones de probabilidad con las que representar matemáticamente las incertidumbres de los distintos parámetros aleatorios del problema térmico en las distintas etapas del diseño.

En el capítulo tercero se aplican los tres métodos descritos a un modelo térmico sencillo en el que pueden verse con facilidad las implicaciones de utilizar uno u otro método. Dicho modelo, además de ser realista, ha sido diseñado para explotar las diferencias entre los métodos y ponerlas de relieve, fundamentalmente respecto a los resultados en márgenes de temperaturas, ya que por el reducido tamaño del modelo (y la ausencia de modelo radiativo) las diferencias respecto a los tiempos de computación no serán representativas.

En el cuarto capítulo el método desarrollado se aplica a un modelo térmico de una misión científica de la ESA: el detector de partículas STEP (*Supra Thermal Electrons & Protons*) del instrumento EPD (*Electronic Particle Detector*) a bordo del *Solar Orbiter*. Por último, en el capítulo quinto se presentan las conclusiones obtenidas del estudio y las posibles vías de trabajo futuro.

Capítulo 2

Propagación de incertidumbres

Habiendo establecido los fundamentos esenciales en materia de transferencia de calor/control térmico y cálculo de incertidumbres se procede en este segundo capítulo a profundizar en la propagación de incertidumbres en los modelos de transferencia de calor. Para ello, se desarrollarán en primer lugar los dos métodos existentes, SEA y MCS, haciendo hincapié en aquellas características de su formulación matemática que permiten establecer dos criterios para poder compararlas: la precisión/exactitud¹ de sus resultados y el tiempo de cálculo necesario para cada uno. A continuación se comparan ambos métodos utilizando dichos criterios. Se verá que puede llegar a haber grandes diferencias, sobre todo desde el punto de vista del tiempo de cálculo, aunque también pueden llegar a ser notables en cuanto a resultados dependiendo del caso. Tras dicha comparación, partiendo de los elementos de la formulación de los métodos que permiten cuantificar las diferencias entre ellos según los marcadores indicados, se desarrolla un método intermedio, el *One-dimensional Generalized SEA* (OGS), que se acerca al SEA en tiempo de ejecución y al MCS en precisión. Siendo el método introducido de tipo OAT (*One-At-a-Time*, que evalúa la influencia individual de los parámetros), en el apartado siguiente (2.5) se aborda un método para estimar la influencia en el cálculo

¹En este trabajo se menciona la palabra "precisión" en diversas ocasiones; en particular se habla de la precisión/exactitud de los métodos de cálculo de incertidumbres para evitar usar el término incertidumbre de la incertidumbre. Cuando se dice que un método es el más preciso (Monte Carlo) a lo que se hace referencia es a que no introduce ninguna simplificación con respecto al modelo de transferencia de calor ni a las distribuciones de probabilidad utilizadas. Otra forma de expresarlo podría ser que sus resultados son los que introducen menor desviación adicional con respecto al modelo matemático original y las distribuciones de probabilidad. El hecho de usar un método para el cálculo de incertidumbres muy preciso/exacto en el sentido indicado nunca corregirá un modelo de transferencia de calor con fallos de modelado o unas distribuciones de probabilidad inadecuadas. Por ello, las incertidumbres calculadas con dicho método pueden llegar a ser tan precisas con respecto a los valores reales del problema físico como lo sean el modelo matemático utilizado y las distribuciones de probabilidad empleadas, pero nunca más.

lo de incertidumbres de la variación simultánea de parámetros. Por último se cierra el capítulo con un apartado dedicado a la modelización matemática de la incertidumbre de los parámetros de los problemas de control térmico espacial (distribuciones de probabilidad) que mejor los representa en cada etapa del diseño.

2.1. Método SEA

El método SEA (*Statistical Error Analysis*) es un método analítico para calcular la incertidumbre de una variable que se determina mediante un modelo matemático a partir de la incertidumbre de los parámetros que intervienen en el modelo. Está basado en el teorema siguiente [70][81]:

Si $T = f(x_1, x_2, \dots, x_\nu)$ es una función lineal de ν variables aleatorias estadísticamente independientes (parámetros) y de varianza finita, cada una de las cuales puede ser representada por una distribución normal, entonces T también puede representarse por una distribución normal, y la relación entre los intervalos w_i para las variables x_i y el intervalo w_T para el resultado T , que corresponden al mismo nivel de confianza, viene dada por:

$$w_T = \left[\left(\frac{\partial f(\mu_1, \dots, \mu_\nu)}{\partial x_1} w_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial f(\mu_1, \dots, \mu_\nu)}{\partial x_2} w_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f(\mu_1, \dots, \mu_\nu)}{\partial x_\nu} w_\nu \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

siendo el intervalo w_ν el valor de la incertidumbre para un nivel de confianza dado y μ_ν el valor de la media del parámetro x_ν .

Del anterior teorema se desprende que la aplicabilidad del método SEA se basa en tres hipótesis:

1. Los modelos deben ser lineales (o linealizables).
2. Los parámetros deben ser estadísticamente independientes.
3. Las distribuciones de probabilidad de los parámetros deben ser normalmente distribuidas.

Tras lo expuesto en el apartado 1.3.2 sobre el modelo de transferencia de calor utilizado, la posibilidad de cumplir estas hipótesis hace que se plantee la duda de si el método SEA es efectivamente aplicable en el modelo bajo estudio.

La primera hipótesis requiere que el modelo sea lineal o linealizabile. La ecuación (1.5) es claramente no lineal para la temperatura siempre que la radiación haga acto de presencia, y el estudio de los otros componentes del modelo [32, 33] indica que la dependencia de la temperatura de la mayoría de estos parámetros en general tampoco lo es. En este caso, la pregunta que se plantea es si la expresión para la temperatura es linealizabile o no, al menos en el rango de validez de los parámetros que deba considerarse para el análisis de incertidumbres. Esto debe ser estudiado caso por caso.

En segundo lugar, respecto a la independencia estadística de los parámetros, estos son estadísticamente independientes entre sí. Sí es cierto que algunos parámetros (conductividades, eficiencia de la MLI...) pueden sufrir variaciones con la temperatura, implicando correlación estadística con la misma, pero dicha variación es habitualmente apreciable sólo para grandes variaciones de temperatura, típicamente bastante mayores que las incertidumbres obtenidas. No obstante en algunos casos dicha correlación puede resultar significativa. A modo de ejemplo pueden servir las variaciones de conductividad térmica apreciables que pueden darse a temperaturas criogénicas [82]. En general los parámetros son estadísticamente independientes y se pueden considerar independientes de la temperatura, pero también debe ser estudiado caso por caso.

Por último, respecto a las distribuciones de probabilidad con las que puede representarse matemáticamente la incertidumbre de los parámetros térmicos, la tercera hipótesis puede resultar preferentemente de aplicación en las últimas fases del diseño (una vez que los modelos han sido comprobados mediante ensayos) pero no tanto en las fases iniciales. Se profundiza en este aspecto en el apartado 2.6.

Si se atiende a lo que se ha encontrado respecto a la validez de estas tres hipótesis en la bibliografía presentada en el apartado 1.5 sobre el método SEA puede resaltarse lo siguiente:

- Kline y McKlintock [70] no abordan la linealidad de los modelos. Debe señalarse además que el modelo de ejemplo no es térmico; calcula la incertidumbre en la medida de la velocidad del flujo de aire dada por un tubo de Pitot. Afirman que el método puede utilizarse con distribuciones no normales, aunque para demostrarlo se limitan a resolver un problema específico (el citado tubo de Pitot) con tres distribuciones de probabilidad concretas (normal, sinusoidal y triangular), afirmando que la sinusoidal y la triangular difieren bastante de la normal y aún así los resultados son similares, y que por ello es una buena prueba. Entienden por similares un 2 % de diferencia entre métodos para el intervalo de incertidumbre de la velocidad del flujo correspondiente a un nivel de confianza del 95 % y un

15 % de diferencia para un nivel de confianza del 99 %.

- Ishimoto y Bevans [71] no hacen referencia a la linealidad del modelo, y respecto a la necesidad de utilizar distribuciones normales citan a Kline y McKlintock.
- Goble [73] repite la afirmación de Ishimoto y Bevans acerca de las distribuciones normales y tampoco hace referencia a la linealidad del modelo.
- Zigrang [17], al abordar el método SEA en su artículo de comparación entre éste y el MCS, presenta la siguiente afirmación: «Taylor es muy entusiasta con el método porque, incluso cuando los requisitos para su aplicación no suelen cumplirse, "...las estimaciones de los errores dados por la RSS (*Root Sum of Squares*, raíz de la suma cuadrática, como en la ecuación (2.1)) pueden ser muy próximas incluso cuando las fuentes de error aleatorias no cumplen ninguna o la mayoría de los requisitos..."». Su comparación entre SEA y MCS (utilizando para su ejemplo un modelo térmico de una pared de un depósito aislante tipo Dewar para hidrógeno) da diferencias máximas en la desviación estándar de las temperaturas (intervalo de incertidumbre para nivel de confianza del 68.3 %) en torno al 13 %.

La principal conclusión que puede extraerse es que las valoraciones respecto a la validez de aplicar las tres hipótesis son en general cualitativas. En dos publicaciones [17, 70] hay algún tipo de comparación con resultados numéricos para poder apreciar el efecto de operar bajo estas hipótesis. Kline y McKlintock [70] únicamente ponen a prueba la tercera hipótesis (diferencias dadas por distintas distribuciones de probabilidad), ya que el modelo se linealiza en todos los análisis, y las diferencias son de alrededor del 15 % en los márgenes de incertidumbre en temperaturas para niveles de confianza del 99 %. Zigrang [17] evalúa la influencia de aceptar la tercera hipótesis (todas las distribuciones son normales en el artículo) y poner a prueba la primera, y las diferencias son mayores (en torno al 13 % de diferencia en los márgenes de incertidumbre en temperaturas para un nivel de confianza del 68 %). La conclusión cualitativa que se ofrece en los artículos citados es que los resultados del método SEA son suficientemente precisos. No obstante, de los resultados numéricos parece desprenderse que la validez de dicha afirmación depende del nivel de precisión que se busque.

En el siguiente apartado se describe otro método más preciso para calcular incertidumbres, el MCS, y a continuación se comparan ambos métodos para intentar tratar con más rigor la precisión y evaluar en qué casos puede ser necesario invertir más recursos para aumentarla y en qué casos será suficiente con la que proporcione el SEA.

Figura 2.1: Ejemplo de histograma de un parámetro - emisividad infrarroja ε_{IR} de un OSR.

2.2. Método MCS

La Simulación de Monte Carlo (MCS por sus siglas en inglés) es "un método matemático para simular numéricamente objetos aleatorios (variables, parámetros) y procesarlos" (definición adaptada de [83]). Son procesados para obtener conocimiento estadístico de ellos mismos o de otros objetos aleatorios derivados. En análisis térmico de vehículos espaciales los objetos aleatorios simulados numéricamente son los parámetros del problema térmico; el modo de procesarlos es usarlos para resolver el modelo térmico; los objetos aleatorios derivados sobre los que se obtiene conocimiento estadístico (media, incertidumbre) son las temperaturas de los nodos del modelo.

Una de las formas más extendidas de representar estos objetos es mediante histogramas. Por ejemplo, en la figura 2.1 se muestra un histograma correspondiente a la emisividad en el infrarrojo de un OSR (*Optical Solar Reflector*, un acabado superficial típico de radiadores, con una desviación estándar del 5%) [16] y en la figura 2.2 el histograma de la temperatura de un sensor óptico.

La forma de aplicar el método es la siguiente:

Sea un modelo térmico con N_N nodos cuyas temperaturas dependen de N_P parámetros. Los valores a considerar de cada uno de los N_P parámetros son simulados generando una muestra de N_s elementos aleatoriamente a partir de sus distribuciones de probabilidad asignadas. En consecuencia, se generan N_s muestras de los N_P parámetros (es decir N_s

Figura 2.2: Ejemplo de histograma de una variable dependiente - temperatura T de un sensor del instrumento STEP.

conjuntos de N_P elementos, uno por parámetro). Con cada uno de estos N_s conjuntos se resuelve una vez el modelo térmico, con lo que se resuelve N_s veces. Después de este paso debería haber N_s soluciones del sistema para cada una de las N_N temperaturas del modelo térmico. Es decir, existe una muestra de N_s elementos para cada temperatura T_i . A partir de dicha muestra se pueden calcular los valores estadísticos (valor medio, incertidumbre...) buscados. Esquemáticamente se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} p_1^{(1)} & \dots & p_k^{(1)} & \dots & p_{N_P}^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ p_1^{(I)} & \dots & p_k^{(I)} & \dots & p_{N_P}^{(I)} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1^{(N_s)} & \dots & p_k^{(N_s)} & \dots & p_{N_P}^{(N_s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (GMM) \\ - \\ TMM \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^{(1)} & \dots & T_i^{(1)} & \dots & T_{N_N}^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ T_1^{(I)} & \dots & T_i^{(I)} & \dots & T_{N_N}^{(I)} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_1^{(N_s)} & \dots & T_i^{(N_s)} & \dots & T_{N_N}^{(N_s)} \end{bmatrix}$$

La matriz de la izquierda representa las muestras de cada parámetro. Los subíndices indican los parámetros y los superíndices cada conjunto generado en cada uno de las N_s ejecuciones del Monte Carlo. Es decir, cada columna de dicha matriz representa la muestra del parámetro p_k y cada fila es un conjunto completo de valores con un elemento de cada parámetro generado aleatoriamente. En cada ejecución del Monte Carlo, uno

de esos conjuntos (fila) se introduce en el modelo térmico, se resuelve y se obtiene una de las filas de la matriz de la derecha (temperaturas). Cada una de esas filas es una solución completa del sistema, correspondiente a ese conjunto de los parámetros. Cada columna de la matriz de las temperaturas es la muestra de valores de la temperatura del nodo i . A partir de dicha muestra se puede obtener información estadística de las temperaturas nodales como la media o la desviación estándar siempre que la muestra sea suficientemente grande como para hacerlo.

¿Cuál es el tamaño de una muestra suficientemente grande como para ser estadísticamente representativa? Según Granger Morgan y Henrion [78], la primera idea que debería introducirse es que "es importante comprender que la muestra que sale de un Monte Carlo simple está constituida por valores independientes correspondientes a la distribución de salida, independientemente de N_P , el número de parámetros que contribuyen a la incertidumbre". En otras palabras, los *outputs* o distribuciones de probabilidad de las variables dependientes serán estadísticamente representativas si la muestra cuenta con suficientes elementos N_s como para que lo sea, independientemente del número de parámetros que contribuyan a la incertidumbre. En función de qué magnitud estadística sea la que se quiere calcular (media, desviación estándar, incertidumbre...), el número de elementos con los que debe contar la muestra varía. Se puede por ello estimar el tamaño necesario de la muestra de varias formas. Se van a considerar dos: buscando una media estadísticamente representativa y buscando un intervalo de incertidumbre estadísticamente representativo. Ambas provienen de [78].

Estimación basada en la incertidumbre de la media.

En el primer método el criterio se basa en la incertidumbre asociada a la media y requiere una pequeña muestra previa para obtener una estimación inicial de la desviación estándar σ . La fórmula es la siguiente:

$$N_{min1} = \left(\frac{2N_\sigma\sigma}{\Delta x} \right)^2 \quad (2.2)$$

donde Δx es la amplitud del intervalo en el que se espera encontrar la media con un nivel de confianza dado por N_σ . Por ejemplo, si la estimación inicial para la desviación estándar de una temperatura es $\sigma = 5^\circ\text{C}$ y se quiere obtener la media con una precisión de 0.2°C ($\Delta x = 0.4^\circ\text{C}$), se requerirá una simulación de Monte Carlo con $N_{min1} = 2500$ ejecuciones para que el resultado tenga un nivel de confianza del 95 % ($N_\sigma = 2$).

Estimación basada en la precisión de los fractiles (o incertidumbre de las medidas de incertidumbre).

El segundo criterio para estimar el tamaño de la muestra es la precisión en la estimación de los fractiles. El número mínimo de elementos de la muestra viene dado por:

$$N_{min2} = P_Y(1 - P_Y) \left(\frac{N_\sigma}{\Delta P_Y} \right)^2 \quad (2.3)$$

donde P_Y es el fractil calculado y ΔP_Y la desviación permitida respecto a dicho valor. A modo de ejemplo, si se pretende obtener la incertidumbre de la temperatura para un nivel de confianza del 95% ($P_{0.95}$), y se quiere tener un nivel de confianza del 95% ($N_\sigma = 2$) de que el valor de $P_{0.95}$ está entre los valores "reales" (asintóticos) correspondientes a $P_{0.94}$ y $P_{0.96}$ ($\Delta P_Y = 0.01$), el mínimo número de ejecuciones del modelo debe ser $N_{min2} = 1900$.

Debido al número de ejecuciones del modelo, que es típicamente bastante elevado comparado con otros métodos, el principal inconveniente de este método es la cantidad de tiempo de cálculo que suele requerir. Puede ser alta para modelos complejos, ya que en cada ejecución del Monte Carlo debe resolverse el modelo térmico completo, incluyendo el GMM. No obstante, al resolver el modelo completo y no utilizar hipótesis simplificadoras (como la linealización del SEA) es el método con mayor precisión y aquel que se considera como referencia en este aspecto.

2.3. Comparación entre SEA y MCS

Una vez se han descrito los dos métodos principales se procede a compararlos. Para seleccionar cuál de ellos deber ser utilizado para el cálculo de incertidumbres se tendrán en cuenta dos criterios: precisión/exactitud de los resultados y tiempo de cálculo.

2.3.1. Precisión/exactitud

Si se toma el MCS (con un número suficiente de ejecuciones como para que sea estadísticamente representativo) como referencia, el método SEA introduce dos fuentes de divergencia en los resultados: una fuente (S1) la constituyen las divergencias asociadas al modelo matemático (no linealidades); la otra (S2) la constituyen las divergencias fruto del uso exclusivo de funciones de distribución normales, mientras que en el MCS no hay limitaciones a ese respecto.

S1 - Divergencias asociadas al modelo matemático.

En el SEA el modelo matemático utilizado para determinar la incertidumbre es la forma linealizada y no el modelo térmico completo (1.5) explicado en el apartado 1.3.2 del capítulo anterior (que debe ser resuelto en el MCS en cada iteración). El modelo matemático linealizado puede expresarse del siguiente modo:

$$T_i \simeq \mu_{T_i} + \sum_{k=1}^{N_P} \Delta T_{ik} = \mu_{T_i} + \sum_{k=1}^{N_P} a_{ik}(p_k - \mu_{p_k}) ; i = 1, \dots, N_N; k = 1, \dots, N_P \quad (2.4)$$

donde μ_{T_i} es la media de la temperatura nodal obtenida como solución del modelo térmico con todos los parámetros en sus valores medios μ_{p_k} , ΔT_{ik} es la contribución a la variación de la temperatura del nodo i debida al parámetro p_k , y a_{ik} el valor de la pendiente de la recta $\Delta T_{ik}(p_k - \mu_{p_k})$.

Los resultados de este modelo linealizado pueden variar respecto a los del modelo original debido a dos tipos de no linealidades:

- No linealidades asociadas a la influencia individual de cada parámetro sobre la temperatura: ¿Puede la relación entre la temperatura de un nodo T_i y el parámetro p_k ser expresada con precisión suficiente por una expresión lineal? ¿O es dicha relación de otra naturaleza, expresada mejor mediante una parábola o una curva exponencial? En general, las relaciones entre las temperaturas nodales y los parámetros pueden adoptar formas diversas. Para variaciones pequeñas del parámetro se pueden dar relaciones casi lineales para las disipaciones internas (Q_i) o los acabados superficiales (ε, α) de superficies expuestas a entornos radiativos a muy distinta temperatura, como el vacío espacial. Por otro lado, la dependencia de la temperatura de otros parámetros como puedan ser acoplamientos conductivos o coeficientes de contacto, en algunos casos puede tener comportamiento logarítmico, con lo que en estos casos una curva exponencial puede ser la mejor aproximación. En otros casos el uso de un tramo de una parábola permite interpolar con mucha exactitud el comportamiento. De todos estos tipos de relaciones temperatura-parámetro mencionados pueden encontrarse varios ejemplos en los capítulos 3 y 4, en los que se muestran casos prácticos de aplicación de la teoría desarrollada en este capítulo. Como se puede ver hay diferencias en la forma de las curvas dependiendo de los parámetros y de las situaciones concretas que se pretenda modelar, y puede haber diferencias notables con respecto a una

aproximación lineal si el rango de variación de los parámetros es suficientemente grande.

- No linealidades asociadas a la dependencia de la temperatura de forma conjunta de varios parámetros a través de combinaciones no lineales de los mismos. En general los modelos térmicos presentan este tipo de no linealidades, y variaciones de un parámetro afectan a la relación de los demás con la temperatura de los nodos de modo no lineal. Dicho de otro modo la variación de la temperatura provocada por la variación simultánea de dos parámetros en general no es igual que la suma de las variaciones de temperatura provocadas por la misma variación de dichos parámetros pero aplicadas por separado. Este tipo de no linealidad tiene efectos en general de orden menor que la asociada a la variación independiente de los parámetros, pero puede variar de caso a caso.

S2 - Divergencias asociadas a las distribuciones de probabilidad.

El otro tipo de diferencias que pueden encontrarse entre ambos métodos es en los tipos de distribuciones de probabilidad que pueden ser utilizadas en cada método. Este tipo de divergencias se trata con detalle en el apartado 2.6.

2.3.2. Tiempo de cálculo

MCS es el método que más tiempo requiere. Para cada una de las ejecuciones del Monte Carlo el modelo térmico completo debe ser ejecutado (y el GMM previo al TMM), ya que en cada ejecución deben variarse todos los parámetros aleatoriamente y de modo simultáneo. Como se exponía en el apartado 1.3.2, para ejecutar el modelo térmico completo en primer lugar debe resolverse el modelo radiativo (GMM) y a continuación el térmico (TMM).

La resolución del GMM es considerablemente más exigente en términos de tiempo de cálculo que la del TMM. Esta diferencia aumenta a medida que lo hace el tamaño del modelo. El tiempo de cálculo necesario para el método MCS se puede obtener a partir de la expresión:

$$t_{MCS} = N_s(t_R + t_T) \quad (2.5)$$

donde t_R es el tiempo necesario para realizar los cálculos radiativos y t_T es el tiempo necesario para resolver el sistema de ecuaciones dado por la ecuación (1.5) más el tiempo

de preproceso. N_s , el número de ejecuciones, puede obtenerse a partir de las ecuaciones (2.2) o (2.3).

En el MCS el tiempo de cálculo es directamente proporcional al número de soluciones requeridas del sistema pero independiente del número de parámetros del modelo. El SEA requiere el cálculo de las derivadas respecto a los parámetros en el punto nominal de funcionamiento del sistema (es decir, una solución en la que el valor de los parámetros es su valor medio μ_{p_k}). El modo habitual de calcular dichas derivadas es numéricamente y con aproximación de primer orden, por lo que se requiere una evaluación inicial del modelo (caso nominal) y otra adicional por parámetro y por ello el tiempo de cálculo sí depende del número de parámetros. No obstante, no todas las derivadas requieren el mismo tiempo de cálculo. En base a lo explicado en el apartado 1.3.3 sobre los parámetros RNL y TARL, el cálculo de las derivadas con respecto a los llamados parámetros RNL (N_{PR} en total) requiere la resolución del modelo radiativo previamente al térmico, mientras que el cálculo de las derivadas con respecto a los parámetros TARL (N_{PT} en total) requiere tan sólo la evaluación del modelo térmico (1.5), ya que todos comparten la misma solución del modelo radiativo. En consecuencia, el tiempo total de cálculo viene dado por:

$$t_{SEA} = (N_{PR} + 1)(t_R + t_T) + N_{PT}t_T \quad (2.6)$$

La contribución de mayor orden en la ecuación (2.6) es habitualmente el primer término ya que por regla general $t_R \gg t_T$.

El tiempo de cálculo se puede obtener directamente a partir de las dos expresiones que se han presentado en esta sección. Es más complicado estimar la pérdida de precisión que se da al utilizar el SEA en lugar del MCS, pero al haber sido identificadas las fuentes de divergencia, puede evaluarse para cada caso estimando la importancia de las no linealidades. En cierto modo, el método que se ha desarrollado se basa en dicha evaluación para el primer tipo de fuente de divergencia asociada al modelo matemático (las no linealidades asociadas a la influencia individual de cada parámetro). Se explica y describe en el apartado siguiente.

2.4. *One-dimensional Generalized SEA*

2.4.1. Descripción general

El método propuesto, el *One-dimensional Generalized SEA* (OGS), se encuentra entre los dos métodos descritos con anterioridad, tanto en tiempo de cálculo como en precisión y exactitud de los resultados. El origen de la idea que hay detrás del mismo surge de la comparación entre el cálculo de incertidumbres (CI) y el proceso de cálculo que hay detrás de la derivación del Teorema Central del Límite. El Teorema Central del Límite puede formularse del siguiente modo [84, 85]: la distribución de probabilidad de una variable aleatoria que se obtiene como resultado de la combinación lineal de otras n variables aleatorias, que deben ser estadísticamente independientes entre sí, será una distribución prácticamente normal si n es suficientemente grande (y con una desviación respecto a la distribución normal que depende de n y que puede ser calculada [86]). Por el hecho de ser las variables estadísticamente independientes, la media μ de dicha distribución normal será la suma de las medias de las variables y su varianza σ^2 vendrá dada por la suma de las varianzas de las variables [87], lo que hace del CI un proceso simple y directo para sistemas en los que el teorema sea de aplicación.

A la hora de analizar el CI aplicado a la transferencia de calor en condiciones de ambiente espacial, el límite de " n suficientemente grande" no se alcanza, ya que el número de distribuciones de probabilidad relevantes para el problema (es decir, el número de parámetros significativos en él) es relativamente pequeño, y las temperaturas no se obtienen como combinación lineal de los parámetros. Si todas las distribuciones de probabilidad fuesen normales, estadísticamente independientes y la expresión de la temperatura pudiese expresarse como una combinación lineal, el resultado del Teorema Central del Límite podría aplicarse directamente (como en el método SEA, en el que se linealiza el modelo) incluso si n no fuese suficientemente grande. No obstante, en el caso de que las distribuciones no sean normales pero sean estadísticamente independientes y la variable a analizar sea combinación lineal de las otras n variables, la distribución resultante puede obtenerse mediante convolución de las PDF sin importar el valor de n . Por ello se pensó en el siguiente enfoque del problema:

En lugar de linealizar el modelo térmico y expresar la temperatura de cada nodo T_i como una combinación lineal de los distintos parámetros como se hace en el método SEA, se expresa la variación de temperatura en cada nodo i producida por cada parámetro p_k , no mediante una expresión lineal, sino haciendo un análisis de sensibilidad

mediante una curva equivalente $u_{ik} = T_i(p_k)$ (o modelo subrogado²) que reproduce fielmente el comportamiento del modelo térmico frente a variaciones individuales de dicho parámetro. Utilizando dicha curva para hacer un cambio de variable en la distribución de probabilidad del parámetro se puede obtener la distribución de probabilidad del incremento de temperatura en el nodo i debido a dicho parámetro p_k , ΔT_{ik} , y el incremento de temperatura en un nodo ΔT_i se puede aproximar como la suma de estas contribuciones ΔT_{ik} debidas a los distintos parámetros. En primera aproximación, y en ausencia de puntos singulares en las proximidades, esta combinación lineal es aplicable. En consecuencia, el método propuesto está basado en obtener mediante convolución de las PDF de las ΔT_{ik} , la PDF del incremento total de temperatura de cada nodo ΔT_i , al poderse descomponer dicho incremento como **combinación lineal de las aportaciones independientes no lineales de cada parámetro** $\Delta T_i(p_k)$, cuyas PDF es preciso obtener previamente a la realización de este paso.

En esencia el modo de proceder consiste en llevar a cabo un análisis de sensibilidad: se emplean modelos subrogados u_{ik} unidimensionales que representan las relaciones individuales temperatura-parámetro $u_{ik} = T_i(p_k)$, y las PDF asociadas a los incrementos de temperaturas parciales ΔT_{ik} se obtienen utilizando estos modelos para hacer un cambio de variable en las PDF de los distintos parámetros.

De las diferencias con la aproximación lineal utilizada en el SEA puede afirmarse lo siguiente:

Para que la linealización de la ecuación (2.4) y el modelo subrogado lineal consiguiente sean válidos debe darse que, si la dependencia de $T = T(x)$ de la variable $x = p_k$ (es decir, del parámetro) se desarrolla en serie de Taylor en torno a $x = \mu$, es decir

$$T(x) = T(\mu) + (x - \mu)T'(\mu) + \frac{(x - \mu)^2}{2}T''(\mu) + \dots \quad (2.7)$$

la transformación mostrada en (2.7) puede considerarse lineal si $|T'| \gg |T''|\sigma$ [84], donde se ha aproximado $(x - \mu)$ por σ . En los casos prácticos, por contra, suele ocurrir que x no está suficientemente cerca del valor medio y $|x - \mu| \sim \sigma N_\sigma$, donde N_σ se encuentra típicamente en el intervalo de 1 a 3. Es decir, es habitual que en el cálculo de incertidumbres en control térmico se pidan niveles de confianza de 2σ o incluso 3σ . Por este motivo el ajuste mediante funciones no lineales parece más apropiado cuando no se cumpla la condición de linealidad $|T'| \gg |T''|N_\sigma\sigma$.

La mejora en los resultados del OGS respecto al SEA se debe principalmente a dos

²Un modelo subrogado es una solución analítica simple que da una aproximación suficientemente buena en la zona de interés para un problema matemático más complejo.

motivos:

1. El uso de funciones más precisas para las relaciones $T_i(p_k)$. Estas funciones comprenden expresiones lineales cuando esta aproximación es suficientemente precisa, pero también polinomios de segundo orden o curvas exponenciales cuando es necesario.
2. El asignar a cada parámetro la distribución de probabilidad que mejor representa el conocimiento que se tiene de dicho parámetro en el momento de realizar el análisis de incertidumbre, en lugar de únicamente distribuciones normales.

Como la ecuación (2.1) de propagación de incertidumbres no es válida bajo estas condiciones, se aplica la teoría general de la probabilidad para obtener las funciones de densidad de probabilidad y calcular las incertidumbres. Los pasos necesarios se describen en el apartado siguiente.

2.4.2. Procedimiento

Para intentar exponerlo de forma suficientemente clara el método empleado se ha estructurado en una serie de pasos, que se presentan a continuación. Los pasos son los siguientes:

1. Reducción del tamaño del problema reteniendo los parámetros más relevantes.
2. Análisis de sensibilidad: obtención de las curvas que relacionan las temperaturas nodales con los parámetros.
3. Utilización de las curvas obtenidas en el paso anterior para obtener las PDF de las variaciones de temperatura debidas a cada parámetro.
4. Obtención de las PDF de las temperaturas nodales a partir de las PDF de las variaciones de temperatura debidas a cada parámetro mediante la convolución de las mismas.

Los cuatro pasos anteriores se desarrollan a continuación.

1 - Reducción del tamaño del problema utilizando el SEA para seleccionar los parámetros relevantes.

El primer paso es descartar del cálculo los parámetros que no contribuyen de modo significativo a la incertidumbre total de la temperatura. En la práctica es habitual que

prácticamente toda la incertidumbre en la temperatura de cada nodo se deba a unos pocos parámetros. El método SEA es una buena herramienta para realizar esta operación ya que, aún siendo menos preciso, las incertidumbres calculadas por este método sí proporcionan los órdenes de magnitud de las diversas contribuciones. El número de parámetros a conservar N_{PS} depende mucho del problema en sí y de los objetivos del cálculo de incertidumbres. Un posible criterio puede ser retener los parámetros con mayor influencia hasta alcanzar un nivel de incertidumbre que cubra el 99 % de la incertidumbre total. Se pueden establecer distintos niveles de corte dependiendo de las necesidades, como utilizar otros porcentajes o seleccionar valores fijos por encima de los cuales se tiene en cuenta el parámetro (por ejemplo, aquellos cuya aportación a la incertidumbre total sea superior a 0.1°C para un determinado nivel de confianza). El método OGS tendrá en cuenta por tanto $N_{PS} < N_P$ parámetros en el cálculo de incertidumbres.

2 - Análisis de sensibilidad: obtención de las curvas $\Delta T_i(p_k)$.

Como se plantea en la ecuación (2.4) para el método SEA, la temperatura de un nodo T_i se aproxima mediante su valor medio μ_{T_i} más las contribuciones ΔT_{ik} debidas a las desviaciones de los parámetros respecto a sus valores medios μ_{p_k} . La diferencia principal reside en que dichas contribuciones no se aproximan mediante funciones lineales en exclusiva, sino que se introducen funciones no lineales $u_{ik}(p_k)$ que aproximan el comportamiento del modelo con errores muy limitados en todo el rango de validez de los parámetros. Se puede formular como:

$$\begin{aligned} T_i &= T_i(\mu_{p_1} + \Delta p_1, \mu_{p_2} + \Delta p_2, \dots, \mu_{p_{N_{PS}}} + \Delta p_{N_{PS}}) \simeq T_i(\mu_{p_1}, \mu_{p_2}, \dots, \mu_{p_{N_{PS}}}) + \sum_{k=1}^{N_{PS}} \Delta T_{ik} = \\ &= \mu_{T_i} + \sum_{k=1}^{N_{PS}} \Delta T_{ik} = \mu_{T_i} + \sum_{k=1}^{N_{PS}} u_{ik}(p_k) ; \quad i = 1, \dots, N_N ; \quad k = 1, \dots, N_{PS} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Como se comentó en el apartado 2.4.1 en la descripción general del método, se propone el uso de tres tipos de modelos subrogados $u_{ik}(p_k)$ distintos con los que cubrir la casuística de relaciones matemáticas entre parámetros y temperaturas en los modelos de transferencia de calor espaciales. De la experiencia adquirida en el análisis de sistemas de control térmico espacial se ha deducido que los análisis de sensibilidad dan, para las relaciones temperatura-parámetro, principalmente curvas de uno de los tres tipos

siguientes:

1. Polinomios de primer orden (lineal). Las disipaciones internas dan lugar a este tipo de comportamiento por ser constantes aditivas en el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden dado por (1.5), y también lo hacen las propiedades termo-ópticas de ciertas superficies enfrentadas al espacio para rangos de variación no muy grandes (en torno al 10 %).
2. Polinomios de segundo orden. Estos polinomios son adecuados para representar comportamientos en los que las funciones ΔT_{ik} presentan ligeras curvaturas. Es importante resaltar que el extremo de la parábola debe estar fuera del rango de variación considerado para el parámetro. Como se verá en los próximos pasos, en dicho caso el extremo representa un punto singular, lo cual tiene una gran repercusión en la distribución de probabilidad, y la formulación deberá adaptarse para tenerlo en cuenta.
3. Curvas exponenciales. Estas curvas representan la respuesta natural a determinados acoplamientos conductivos y por ello la influencia de los parámetros involucrados (sobre todo cuando son dominantes) se representa de modo preciso con ellas (se profundiza un poco más sobre este comportamiento en el apartado 2.6, al hablar de las distribuciones de tipo lognormal).

El modo de obtener estas funciones para los modelos subrogados es a partir del análisis de sensibilidad, empleando un algoritmo de regresión utilizando puntos (p_k^I, T_i^I) obtenidos resolviendo el modelo térmico el número de veces que sea necesario. Dicho número depende del análisis de regresión. Como punto de partida se comienza obteniendo cuatro puntos adicionales distribuidos homogéneamente en el rango de validez del parámetro. Incluyendo la solución nominal (solución del modelo térmico con todos los parámetros en su valor medio), son un total de cinco puntos para obtener el modelo subrogado. El coeficiente de determinación R^2 considerado aceptable para este análisis de regresión es de 0.99 en los parámetros cuya contribución a la incertidumbre total es mayor del cinco por ciento. Valores inferiores de R^2 pueden dar lugar a desviaciones, tanto de los intervalos de incertidumbre como de la propia media. En primer lugar se intenta aproximar por una recta. Si R^2 es inferior al límite fijado, se prueba con un polinomio de segundo orden, y si el coeficiente de determinación sigue sin ser adecuado se recurre a una curva exponencial.

En las figuras 2.3 a 2.8 se muestran algunos ejemplos para ilustrar lo expuesto en este punto. En ellas se comparan los puntos obtenidos al resolver el modelo térmico (puntos

Figura 2.3: Ejemplo de uso correcto de modelo subrogado de tipo lineal. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro disipación de potencia Q_i . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo lineal. Puntos: resultados del modelo térmico.

azules) con las curvas obtenidas mediante regresión a partir de dichos puntos (curvas verdes). En todas las figuras se muestra el incremento de temperatura ΔT_{ik} en función del parámetro p_k . Todos son ejemplos obtenidos sobre el modelo térmico correspondiente al instrumento EPD-STEP (*Electronic Particle Detector - Supra Thermal Electrons & Protons*) en la misión *Solar Orbiter*.

En las dos primeras, las figuras 2.3 y 2.4, la curva utilizada para la regresión es una recta. En la primera de ellas se presenta un caso en el que la aproximación lineal es la elección correcta, con $R^2 = 0.999$. El parámetro en cuestión es la disipación total de una de las tarjetas electrónicas y se puede apreciar claramente cómo la relación es prácticamente lineal. Por contra, el propósito de la figura 2.4 es mostrar que en ocasiones la aproximación lineal puede estar bastante lejos del comportamiento del modelo térmico. Se ha buscado la recta que minimiza el error por regresión, y aún así éste es considerable. En este caso se trata de un acoplamiento conductivo GL entre dos partes del instrumento.

En las figuras 2.5 y 2.6, se muestran los resultados correspondientes al ajuste con polinomios de segundo grado. En la primera se muestran los resultados correspondientes al efecto de la emitancia efectiva de la MLI del instrumento, MLI ε_{eff} . En ella se puede apreciar una ligera curvatura, como se comentaba anteriormente, con un coeficiente de regresión también de $R^2 = 0.999$. Con la figura 2.6 se pretende ilustrar un uso no

Figura 2.4: Ejemplo de uso incorrecto de modelo subrogado de tipo lineal. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro conductancia térmica GL . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo lineal. Puntos: resultados del modelo térmico.

apropiado de una parábola como modelo subrogado. A pesar de haberse obtenido un coeficiente de determinación válido ($R^2 = 0.992$), en el extremo superior derecho la curva prácticamente ha alcanzado el máximo. Como se mostrará en el paso siguiente, al extenderse el uso del modelo más allá de los últimos puntos mostrados en las gráficas, existe la posibilidad de que se aproxime al punto singular (derivada nula), lo que distorsiona la distribución de probabilidad transformada. En este caso es preferible optar por la aproximación exponencial ($R^2 = 0.998$), en la que no va a aparecer este problema.

El ajuste exponencial de la misma curva se presenta en la figura 2.7, que es considerablemente más apropiado para el desarrollo matemático posterior. En general, salvo en casos como el de la figura 2.5 no resulta adecuado el uso de parábolas como modelos subrogados. En la figura 2.8 se incluye también un modelo subrogado exponencial. En este caso, a pesar de presentar esta curva un coeficiente de determinación que puede considerarse elevado en relación con otras aplicaciones ($R^2 = 0.92$), puede no ser aconsejable dependiendo de la precisión buscada. Si se observa el valor de la curva a su paso por el origen ($\Delta T = 0$), se aprecia que hay algo más de 1 °C de diferencia negativa, que será trasladado directamente a la media de $\Delta T_i(p_k)$ en el paso posterior.

Figura 2.5: Ejemplo de uso correcto de modelo subrogado de tipo parabólico. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro emitancia efectiva $\text{MLI } \varepsilon_{eff}$. Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo parabólico. Puntos: resultados del modelo térmico.

Figura 2.6: Ejemplo de uso incorrecto de modelo subrogado de tipo parabólico. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro conductancia térmica GL . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo parabólico. Puntos: resultados del modelo térmico.

Figura 2.7: Ejemplo de uso correcto de modelo subrogado de tipo exponencial. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro conductancia térmica GL . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo exponencial. Puntos: resultados del modelo térmico.

Figura 2.8: Ejemplo de uso incorrecto de modelo subrogado de tipo exponencial. Variación de temperatura ΔT en función del parámetro conductancia térmica GL . Línea continua: resultado del ajuste mediante modelo exponencial. Puntos: resultados del modelo térmico.

Figura 2.9: Transformación de la PDF $f(Q_i)$ (triangular) en la PDF $g(\Delta T_{Q_i})$ mediante un cambio de variable por función subrogada lineal.

3 - Obtención de las funciones de densidad de probabilidad de las variaciones de temperatura debidas a cada parámetro, $g_{ik}(\Delta T_{ik})$.

Una vez se han obtenido las curvas $\Delta T_{ik} = u_{ik}(p_k)$ o modelos subrogados, éstas se utilizan para hacer un cambio de variable en la función de densidad de probabilidad unidimensional de cada parámetro $f_k(p_k)$, y de este modo se obtienen las funciones de densidad de probabilidad de las variaciones de temperatura ΔT_{ik} debidas a la distribución de probabilidad de cada parámetro p_k en cada temperatura nodal T_i , $g_{ik}(\Delta T_{ik})$. De acuerdo con [84], si la función $\Delta T_{ik} = u_{ik}(p_k)$ es una transformación biunívoca, y por tanto admite una única inversa $p_k = v_{ik}(\Delta T_{ik})$ en el intervalo de interés, entonces la función de densidad de probabilidad $g_{ik}(\Delta T_{ik})$ puede ser obtenida a partir de la función de densidad de probabilidad $f_k(p_k)$ mediante la siguiente expresión:

$$g_{ik}(\Delta T_{ik}) = f_{ik}(p_k(\Delta T_{ik})) \frac{1}{\left| \frac{d\Delta T_{ik}}{dp_k} \right|} \quad (2.9)$$

En las figuras 2.9 a 2.11 se muestran algunos ejemplos. Se han utilizado como transformaciones las de algunas figuras del paso anterior (la primera de cada tipo, aquellas que constituyen un ejemplo de elección adecuada del tipo de modelo subrogado). En la figura 2.9 se muestra la PDF del parámetro $f_k(p_k)$, de tipo triangular, correspondiente a la disipación interna de una tarjeta electrónica. La curva o modelo subrogado que se ha utilizado para representar la relación temperatura-parámetro $\Delta T_{ik} = u_{ik}(p_k)$ es una recta, como se muestra en la figura 2.3. Se puede apreciar en la figura 2.9 que la transformación consiste en una traslación y en un cambio de escala; al ser la transformación lineal, la PDF triangular da lugar a otra PDF triangular.

Figura 2.10: Transformación de la PDF $f(\varepsilon_{eff})$ (uniforme) en la PDF $g(\Delta T_{\varepsilon_{eff}})$ mediante un cambio de variable por función subrogada parabólica.

Figura 2.11: Transformación de la PDF $f(GL)$ (lognormal) en la PDF $g(\Delta T_{GL})$ mediante un cambio de variable por función subrogada exponencial.

En la figura 2.10 el cambio de variable corresponde a una transformación parabólica (la representada en la figura 2.5) sobre una función de densidad de probabilidad uniforme, en este caso de la emitancia efectiva de una MLI. Puede observarse que la transformación producida mediante la parábola resulta en una distribución con apariencia casi trapezoidal pero con una leve curvatura, similar a la curvatura que presentaba la parábola de la figura 2.5.

Para la transformación de la figura 2.11 se emplea la curva exponencial de la figura 2.7. Puede apreciarse que, al igual que el intervalo de variación de temperatura es del orden de varias decenas de grados ($-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $18\text{ }^{\circ}\text{C}$), el dominio de variación de ΔT_{ik} en la transformada de la PDF también es similar. Nótese que, de entre las tres PDF transformadas, la distribución asociada al ΔT_{ik} debido al acoplamiento conductivo es la que mayor dispersión presenta, en torno a cinco veces superior a las otras dos.

4 - Obtención de las funciones de densidad de probabilidad de las temperaturas nodales $h_i(\Delta T_i)$ y $h_i(T_i)$.

A partir de las PDF de las contribuciones de cada parámetro ΔT_{ik} que componen los ΔT_i de cada nodo se pueden obtener las PDF de las temperaturas nodales deseadas. Para ello, se comienza reescribiendo la ecuación (2.8) del siguiente modo:

$$T_i \simeq \mu_{T_i} + \sum_{k=1}^{N_{PS}} \Delta T_{ik} = \mu_{T_i} + \Delta T_i; \quad \Delta T_i = \sum_{k=1}^{N_{PS}} \Delta T_{ik}; \quad i = 1, \dots, N_N; \quad k = 1, \dots, N_{PS} \quad (2.10)$$

Las PDF de todos los componentes del sumatorio de la ecuación (2.10) son conocidas tras completar el paso anterior. La función de densidad de probabilidad de una variable que es la suma de varias variables estadísticamente independientes se puede obtener como la convolución de las PDF de dichas variables [86]:

$$h_i(\Delta T_i) = g_{i1}(\Delta T_{i1}) * g_{i2}(\Delta T_{i2}) * \dots * g_{iN_{PS}}(\Delta T_{iN_{PS}}) \quad (2.11)$$

La convolución se define como sigue. Para dos variables aleatorias estadísticamente independientes, x , y , con funciones de densidad de probabilidad f_x , f_y la PDF de la variable suma $z = x + y$, viene dada por la convolución de f_x y f_y que se expresa en la forma

$$f_z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_x(z-y)f_y(y)dy = \int_{-\infty}^{+\infty} f_x(x)f_y(z-x)dx = f_x(x) * f_y(y)$$

Por ejemplo, para obtener la PDF de la variación de la temperatura del nodo i debida a los efectos independientes de los parámetros p_1 y p_2 , $g_{i12}(\Delta T_{i12})$, donde $\Delta T_{i12} = \Delta T_{i1} + \Delta T_{i2}$ a partir de las PDF $g_{i1}(\Delta T_{i1})$ y $g_{i2}(\Delta T_{i2})$ se debe resolver la siguiente integral

$$\begin{aligned} g_{i12}(\Delta T_{i12}) &= g_{i1}(\Delta T_{i1}) * g_{i2}(\Delta T_{i2}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_{i1}(\Delta T_{i12} - \Delta T_{i2})g_{i2}(\Delta T_{i2})d\Delta T_{i2} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} g_{i1}(\Delta T_{i1})g_{i2}(\Delta T_{i12} - \Delta T_{i1})d\Delta T_{i1} \end{aligned}$$

Las funciones de densidad acumulada (CDF) pueden obtenerse directamente integrando las PDF de las desviaciones de las temperaturas nodales $h_i(\Delta T_i)$, y a partir de las

CDF, los márgenes para cualquier nivel de confianza. En algunos casos concretos los $h_i(\Delta T_i)$ pueden obtenerse analíticamente o utilizando las funciones características [86], en función de la complejidad del problema.

Nótese que en lo sucesivo ΔT_i y T_i compartirán la notación h_i para sus PDF por simplicidad, al ser funciones idénticas desplazadas una cantidad μ_{T_i} .

2.4.3. Tiempo de cálculo

En el caso del método OGS no hay una expresión para obtener el tiempo de cálculo exacto como en SEA o MCS. Dependiendo del coeficiente R^2 obtenido para algunos de los ajustes de las curvas, el tiempo puede variar para cada caso particular, ya que en algunos casos puede que sea necesario obtener puntos adicionales para mejorar el ajuste de las curvas. Afortunadamente, la necesidad de realizar ejecuciones adicionales del modelo suele ser rara vez necesaria para los parámetros RNL, que constituyen el término que más contribuye habitualmente al tiempo de cálculo. Consecuentemente una buena primera estimación puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$t_{OGS} = 4N_{PRS}(t_R + t_T) + 4N_{PTS}t_T + t_{SEA} \quad (2.12)$$

donde N_{PRS} y N_{PTS} son el número de parámetros RNL y TARL relevantes seleccionados respectivamente, y t_{SEA} se ha incluido para tener en cuenta el tiempo invertido en el SEA inicial con el que se filtran los parámetros relevantes del problema.

2.5. Variación simultánea de parámetros

En este capítulo se han explicado y comparado entre ellos tres métodos de cálculo de incertidumbres, el SEA, el MCS y el OGS. El MCS ofrece las distribuciones de probabilidad que menos desvían los resultados respecto a los del modelo térmico completo, siempre que se supere un número mínimo de ejecuciones de éste, y los otros dos métodos consiguen disminuir el tiempo de ejecución a costa de asumir alguna (OGS) o todas (SEA) de las siguientes cuatro hipótesis: uso en exclusiva de distribuciones normales (1), linealización de la influencia no lineal individual de los parámetros (2), despreciar la no linealidad asociada a la dependencia no lineal de las combinaciones de parámetros (3) e independencia estadística de los parámetros (4). Se ha descrito también cómo entre el SEA y el OGS las diferencias corresponden a las dos primeras hipótesis, y entre el OGS y el MCS a las dos últimas. A la hora de elegir el método, una vez fijada la necesidad

de precisión en los cálculos deseada (o el tiempo disponible para su ejecución), deberían tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- Si existe dependencia estadística manifiesta entre parámetros relevantes del problema el método de elección debería ser el MCS. La independencia de los parámetros forma parte de los datos del problema, con lo cual es una decisión que puede tomarse a priori.
- Entre el SEA y el OGS la diferencia en tiempo de computación es pequeña, y siendo el primero paso previo para el segundo, no resulta muy costoso evaluar la pérdida de precisión debida al uso de las dos primeras simplificaciones.
- En este punto queda por evaluar la influencia de la no linealidad debida a la dependencia no lineal combinada de parámetros. Se plantea la cuestión de si para hacer dicha evaluación es necesario invertir el tiempo necesario para realizar un MCS, lo que no tendría mucho sentido si el objetivo principal de utilizar uno de los métodos simplificados fuese ahorrarlo.

Debido a todo esto, se propone un método sencillo de evaluar la influencia de esta no linealidad, que tiene en cuenta tanto dicha no linealidad como las distribuciones de probabilidad conjuntas de los parámetros. Se considera de entrada, para hacer un primer análisis, el caso de que este fenómeno aparezca sólo para combinaciones de parámetros de dos en dos. Entonces, para cada par de parámetros susceptibles de participar en una no linealidad de este tipo que sea relevante para el cálculo, se obtiene una superficie simplificada (de primer orden) de las diferencias entre sus contribuciones individuales y las conjuntas (residuo) y posteriormente se obtiene la desviación estándar de dicha superficie. La expresión matemática de la superficie de residuo para una pareja cualquiera de parámetros p_1, p_2 es la siguiente:

$$\Phi(p_1, p_2) = \Delta T_i(p_1, p_2) - [\Delta T_i(p_1, \mu_{p_2}) + \Delta T_i(\mu_{p_1}, p_2)] \quad (2.13)$$

A lo largo de las líneas $p_1 = \mu_{p_1}$, $p_2 = \mu_{p_2}$ el residuo es nulo, $\Phi(\mu_{p_1}, p_2) = \Phi(p_1, \mu_{p_2}) = -\Delta T_i(\mu_{p_1}, \mu_{p_2}) = 0$. Por ello es suficiente con calcular cuatro puntos en los extremos de los rangos de interés de p_1 y p_2 para obtener una aproximación de primer orden de esta superficie. Los puntos en los que debe resolverse el modelo térmico son (p_{1min}, p_{2min}) , (p_{1max}, p_{2min}) , (p_{1min}, p_{2max}) , (p_{1max}, p_{2max}) . Los valores *max* y *min* deberían corresponderse con aquellos valores de los parámetros que representan intervalos de confianza iguales al que pretendemos calcular. Es decir, si nuestro cálculo de incertidumbres pretende obtener las temperaturas nodales con un nivel de confianza del 95 %,

Figura 2.12: Esquema de la superficie del residuo $\Phi(p_1, p_2)$ de primer orden.

los intervalos (p_{min}, p_{max}) deberían ser aquellos que también impliquen un nivel de confianza del 95 % para los parámetros. En la figura 2.12 se muestra esquemáticamente la superficie que se ha descrito.

El segundo y último paso consiste en obtener la desviación estándar de $\Phi(p_1, p_2)$ para ver si su valor es relevante para el cálculo de incertidumbres. Para obtenerlo, a partir de las PDF de los parámetros, y sabiendo que para dos parámetros estadísticamente independientes la PDF conjunta es igual al producto de las individuales $f_{12}(p_1, p_2) = f_1(p_1)f_2(p_2)$ [86], y siendo μ_Φ la media de la superficie de residuo, se puede obtener la desviación estándar de la superficie del modo habitual:

$$\sigma_\Phi = \left[\int_{p_1} \int_{p_2} f_{12}(p_1, p_2) [\Phi(p_1, p_2) - \mu_\Phi]^2 dp_1 dp_2 \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

Para calcular el número de ejecuciones del modelo necesarias se puede calcular el número de parejas de parámetros. Se recuerda que el número de combinaciones sin repetición y sin importar el orden de N_{PS} parámetros tomados de dos en dos es:

$$\binom{N_{PS}}{2} = \frac{N_{PS}!}{2!(N_{PS} - 2)!} \quad (2.15)$$

Por cada una de esas combinaciones obtenidas habrá que realizar:

- 4 análisis del modelo térmico y otros 4 del radiativo si ambos parámetros son de tipo RNL.
- 4 análisis del modelo térmico y 2 del radiativo si un parámetro es de tipo RNL y el otro de tipo TARL.
- 4 análisis del modelo térmico si ambos parámetros son de tipo TARL.

Por último, se debe señalar que el uso de este modo de evaluación tiene un coste de cálculo que podría llegar a resultar elevado en comparación con t_{OGS} si el número de combinaciones en las que intervengan parámetros RNL es alto. Por ejemplo, para $N_{PS} = 10$ el número de combinaciones posibles es 45, lo que se traduce en un número de hasta 180 análisis de todo el modelo adicionales a los ya realizados (o repartiéndose como corresponda entre térmicos y radiativos en función de los tipos de parámetros). No obstante, la idea de este cálculo es obtener una primera estimación para evaluar si puede ser beneficioso usar el MCS y para ello no es necesario analizar todas las parejas formadas a partir de los N_{PS} parámetros. Aunque pueden analizarse todas las combinaciones, se recomienda evaluar sólo las combinaciones en las que al menos uno de los dos parámetros esté entre los que más contribuyen a la incertidumbre. Un valor de corte puede ser tomar parejas en las que alguno de los dos elementos constituya más del 5 % de la incertidumbre total.

En la práctica no se requiere invertir mucho tiempo adicional de cálculo, porque lo común es que la mayoría de las contribuciones a la incertidumbre (en torno al 95 %) se deba a no más de 4 ó 5 parámetros, lo que se traduce en 40-50 análisis radiativos y otros tantos térmicos en el peor de los casos, que es un número reducido en comparación con los requeridos por el método MCS, típicamente en el orden de los millares. En caso de que el resultado de este cálculo revele que este tipo de no linealidades no son relevantes para el cálculo de incertidumbres, a pesar de estos análisis adicionales el método sigue siendo económico frente al MCS y en caso de que sí haya combinaciones entre determinados parámetros que den lugar a no linealidades importantes y sea necesario utilizar el MCS, el tiempo añadido a este último método será proporcionalmente pequeño con respecto al que ya de por sí requiere, con la ventaja adicional de disponer de la información (que el MCS no proporciona) de la influencia de los parámetros que es importante tener en cuenta en conjunto.

2.6. Expresión matemática de la incertidumbre de los parámetros

En este apartado se vuelven a revisar las características estadísticas de los parámetros más usuales, pero en este caso desde el punto de vista de la expresión matemática de su incertidumbre. Para ello se presenta la información encontrada en la literatura para la cuantificación de la misma, particularmente en lo referente a las distribuciones de probabilidad utilizadas para representar dichos parámetros como variables aleatorias, y al final del apartado se dan algunas recomendaciones adicionales al respecto.

En la tabla 2.1, cuyos valores se han extraído de [3], se recogen los valores recomendados como primera aproximación en la citada referencia, donde se afirma que corresponden a valores empíricos y que en su mayoría corresponden a un nivel de confianza 2σ .

En esta tabla no se especifica el tipo de distribución de probabilidad que correspondería a cada parámetro. La forma de expresarla es en parte herencia del llamado método clásico y es análoga a la forma en la que venían expresadas en una versión derogada de la norma ECSS referente a ensayos [13], que es en la única de esta serie en la que se trataban las incertidumbres de los modelos térmicos. Cuando la incertidumbre viene expresada de ese modo puede asumirse que las distribuciones de probabilidad de los parámetros deben ser normales, ya que son las únicas que al mismo tiempo son simétricas y permiten que las incertidumbres debidas a distintos parámetros se sumen cuadráticamente para obtener la total en todos los casos.

Se comenta en [3] que una de las ventajas de utilizar métodos estocásticos (Monte Carlo) para realizar el análisis de incertidumbres es poder utilizar distribuciones de probabilidad para cuantificar las incertidumbres de los parámetros, lo que permite hacer frente al sobrediseño, pero no se especifican tipos de distribuciones más allá de lo comentado. En dicha referencia se citan también los resultados de un estudio [16] (encargado por la ESA) sobre la posibilidad de utilizar los métodos estocásticos para el análisis térmico. En los capítulos iniciales de dicho estudio se hace un repaso de los tipos de funciones de distribución aplicables (normales, uniformes, triangulares...). Al final del mismo informe, en uno de los últimos capítulos se dan recomendaciones sobre las distribuciones de probabilidad a utilizar para los parámetros más típicos de los modelos térmicos. Las distribuciones incluidas ahí son todas gaussianas, aunque en la sección de cada parámetro viene incluido el proceso de medida de la magnitud. En otras palabras, las recomendaciones vienen dadas a partir de la dispersión de una serie de medidas realizadas en determinadas condiciones. Y, si bien es cierto que las medidas

Tabla 2.1: Valores típicos de la incertidumbre para los parámetros de los modelos de transferencia de calor en el espacio, para los estudios de las fases B y C/D [3].

Clase	Parámetro	Incertidumbre
Entorno espacial ¹	Radiación solar	$\pm 21 \text{ W/m}^2$
	Radiación planetaria	$\pm 65 \text{ W/m}^2$
	Albedo	± 0.1
Magnitudes físicas	Absortancia	± 0.1
	Absortancia (<0.2)	± 0.03
	Emisividad	± 0.03
	Emisividad (<0.2)	± 0.02
	Especularidad	$\pm 50 \%$
	Área radiante (efectiva)	$\pm 5 \%$
	Efectividad MLI (conducción y radiación) ²	$\pm 50 \%$
	Conductividad (materiales homogéneos)	$\pm 10 \%$
	Conductividad (materiales compuestos)	$\pm 30 \%$
	Resistencia de contacto (por semejanza)	$\pm 50 \%$
	Resistencia de contacto (medida en ensayos)	$\pm 25 \%$
	Capacidad térmica (equipos)	$\pm 25 \%$
	Capacidad térmica (estructuras)	$\pm 15 \%$
Magnitudes geométricas	Factores de vista (geometría simple)	$\pm 10 \%$
	Factores de vista (geometría compleja)	$\pm 50 \%$
Entorno ensayo	Temperatura cámara de ensayos	$\pm 10 \text{ }^{\circ}\text{C}$
	Emisividad cámara de ensayos	± 0.03
	Temperatura del adaptador del ensayo	$\pm 2 \text{ }^{\circ}\text{C}$
	Resistencia de contacto de la IF del adaptador	$\pm 50 \%$
	Intensidad radiación solar y espectro	$\pm 3 \%$
	Configuración del ensayo y hardware ³	$\pm 10 \%$
	Precisión de sensores de temperatura	$\pm 1.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$
	Posición del sensor de temperatura/ posición nodo	$\pm 3 \text{ }^{\circ}\text{C}$

[1] Los parámetros ambientales aquí mostrados se refieren al entorno orbital terrestre. Para misiones interplanetarias o en superficie las incertidumbres son distintas y deben considerarse para cada caso.

[2] Para MLI con especial complejidad puede aplicarse $+75 \%$ / -50%

[3] La configuración del ensayo puede incluir gran cantidad de elementos, desde pérdidas de calor por los conectores, a la imposibilidad de desplegar los paneles solares dentro de la cámara. Requiere estudio detallado para cada caso.

Tabla 2.2: Incertidumbre de parámetros físicos [16].

Parámetro	Valores min/max	Distribución de probabilidad	Dev. estándar
Conductividad térmica	Func. del material	Normal	5 %
Conductancia de contacto	Func. del material	Normal	25 %
Propiedades ópticas solares	Func. del material	Normal/ normal truncada	5 %
Propiedades ópticas IR	Func. del material	Normal/ normal truncada	5 %
Calor específico	Func. del material	Normal	5 %
Conductancia MLI	Func. del material	Normal	15 %

experimentales suelen agruparse en torno a la media en forma de campana de Gauss, también es cierto que en las primeras etapas de un proyecto no es común contar con resultados experimentales y aún así debería calcularse la incertidumbre. De hecho es en las primeras etapas de los proyectos donde más importancia adquiere el cálculo de incertidumbres para enfocar de modo correcto los esfuerzos, evitando tanto el sobrediseño como aquellas zonas del espacio de los parámetros que pueden dar lugar a grandes incrementos de tiempo y costes.

Aún no siendo posible asignar a cada parámetro del problema térmico una distribución de probabilidad determinada en cada fase del proyecto, pues varía de caso a caso, en esta tesis se ha considerado conveniente estudiar qué distribuciones de probabilidad/funciones de densidad de probabilidad pueden cubrir de modo general la casuística que puede darse a lo largo de un proyecto. Son las siguientes:

Distribución normal. Es la distribución de probabilidad más ampliamente utilizada y como se puede comprobar [16] la gran mayoría de los ensayos para determinar el valor de las magnitudes físicas relacionadas con la transferencia de calor en el espacio dan como resultado una muestra de medidas que se ajustan a ella. Es por ello la elección más lógica en fases finales de los proyectos, cuando la mayoría de las magnitudes físicas de los modelos predictivos ya han sido comprobadas mediante ensayos. De la citada fuente se han extraído dos tablas con algunos parámetros típicos, sus distribuciones recomendadas (normales) y sus desviaciones estándar. En la tabla 2.2 se muestran los parámetros físicos del satélite/dispositivo y en la tabla 2.3 los parámetros ambientales o del entorno espacial recomendados por Blue Engineering/ Thales en el estudio mencionado.

Tabla 2.3: Incertidumbre de parámetros del entorno espacial [16].

Parámetro	Dim.	Valores mín/max	Distribución de probabilidad	Dev. estándar
Constante solar	[W/m ²]	1321/1423	Normal	10
Coefficiente de albedo	-	0.20/0.53	Normal	0.1
Radiación planetaria terrestre IR	[W/m ²]	153/349	Normal	35

Distribución beta. En la tabla 2.2 puede observarse que la distribución de probabilidad que figura para las propiedades termo-ópticas es normal o normal truncada. Los valores de dichos parámetros varían entre 0 y 1, y valores fuera de dicho rango son físicamente imposibles al tratarse fracciones de energía de radiación térmica que absorben y/o emiten las superficies del modelo. Por ello, cuando la media (el valor nominal) es un valor próximo a los límites de dicho intervalo, en [16] utilizan distribuciones truncadas. Por otro lado, el uso de distribuciones truncadas puede hacer que la media se desplace, por lo que se propone en estos casos utilizar la distribución beta, que está acotada en el intervalo $[0, 1]$.

Se muestra un ejemplo en la figura 2.13 en el que se comparan dos funciones de densidad de probabilidad con idénticos valores medios y desviaciones estándar (indicados en la figura). La de línea discontinua corresponde a una distribución normal y la de línea continua a una distribución beta. Se puede ver que, aún siendo similares, la función normal presenta parte de su población con valores mayores que 1 (indicado con una línea roja vertical).

Distribución uniforme. La distribución uniforme es uno de los recursos más socorridos en las fases iniciales del diseño [15, 18, 43, 78]. Como es sabido, asigna a cada valor del intervalo $[a, b]$ la misma probabilidad $1/(b-a)$ y cubre un amplio abanico de posibilidades de desconocimiento de los valores de los parámetros del problema.

Es la distribución con una mayor incertidumbre asociada (en el sentido de desconocimiento o falta de toma de decisiones; si cualquier decisión está completamente abierta, todas las posibilidades presentan la misma probabilidad). Puede ser utilizada desde para representar la incertidumbre asociada a tener abierta la selección del acabado superficial para un radiador en una fase inicial de diseño, hasta para representar la emitancia efectiva de una MLI de cierta complejidad en una fase más avanzada del diseño pero en la que todavía no se ha validado mediante ensayo. Y puede por supuesto usarse cuando no se sabe qué distribución utilizar, siendo éste un enfoque conservador.

Figura 2.13: Comparación entre las funciones de densidad de probabilidad normal (línea a trazos) y beta (línea continua) para la absorptancia solar α_S de una pintura negra.

Distribución triangular. La distribución triangular también es típicamente más utilizada en fases preliminares de proyectos. La densidad de probabilidad decrece uniformemente desde un valor máximo hasta cero en los límites del intervalo de validez, fuera del cual no es posible encontrar el parámetro representado. Ejemplos de uso de este tipo de distribución las encontramos en variables como el voltaje de una barra de alimentación (e indirectamente disipaciones) o flujos volumétricos de sistemas de transporte de calor [14, 18].

Distribución lognormal. La distribución lognormal es adecuada cuando el intervalo plausible de variación del parámetro comprende distintos órdenes de magnitud en lugar de un cierto porcentaje alrededor de la media. En modelos de transferencia de calor un caso habitual son los acoplamientos conductivos y los coeficientes térmicos de contacto sin verificar, ambos con una gran incertidumbre asociada [3, 13, 71]. En general la variación de este tipo de parámetros tiene efectos apreciables sobre la temperatura en intervalos específicos de validez del parámetro, que suelen manifestarse más acusadamente en un orden de magnitud específico, por encima o por debajo del cual su efecto sobre la temperatura suele ser menos significativo. El comportamiento es análogo al de una llave de paso: el intervalo de validez en el que el parámetro es significativo sería el equivalente a una llave medio abierta, donde pequeñas variaciones modifican apreciablemente el caudal, y los intervalos por encima y por debajo corresponderían

a la llave prácticamente abierta en su totalidad y prácticamente cerrada, respectivamente. El mismo fenómeno sucedería en esta analogía con el flujo de calor, que puede encontrarse impedido, abierto, o con ciertas restricciones a su paso.

Por lo anteriormente comentado, la distribución de probabilidad que se propone para representar la incertidumbre de un coeficiente de contacto térmico o de una conductancia térmica sin verificar mediante ensayo es una distribución de tipo lognormal que se ajuste a valores no simétricos como los incluidos en [13], es decir, 90 % del área bajo la función de densidad de probabilidad incluida entre -50 % y +100 % del valor de la media. Otras fuentes más recientes [3, 16] sugieren utilizar funciones simétricas, que si bien en el caso de desviaciones estándar del 25 % (conductancia verificada mediante ensayos) puede resultar adecuado, para valores mayores como el 50 % incluido en la tabla 2.1 proveniente de [3] dará distribuciones de probabilidad con un porcentaje no despreciable de valores negativos (físicamente imposibles).

En este caso se ha ilustrado con un ejemplo en la figura 2.14, en la que se comparan dos funciones de densidad de probabilidad, una de tipo normal (curva a trazos) y otra de tipo lognormal (curva continua). La media y la desviación estándar de las dos son idénticas. Corresponden a un coeficiente de contacto térmico con un valor medio de 300 W/m^2 y una desviación estándar de 129.4 W/m^2 . Dicho parámetro físico es estrictamente positivo. Lo primero que se debe resaltar es que hay una fracción pequeña pero no despreciable de la población de la PDF normal que asigna valores no nulos de probabilidad a valores negativos del parámetro (una línea vertical roja separa valores negativos y positivos). Adicionalmente (y en consecuencia) hay una fracción aún mayor de población en torno al cero, lo que físicamente implica un error del parámetro mucho mayor, teniendo en cuenta que la dependencia de la temperatura con estos parámetros tiene un comportamiento logarítmico en numerosas ocasiones, como se ha explicado al inicio de este epígrafe.

Para finalizar se incluye la tabla 2.4, en la que en base a lo presentado en este apartado se dan unas recomendaciones generales para la elección del tipo de distribución de probabilidad de los parámetros habituales de los problemas de control térmico.

Tabla 2.4: Distribuciones de probabilidad recomendadas como elección inicial para los parámetros habituales de un modelo térmico¹.

Parámetro	Distribución de probabilidad recomendada
Absortancia solar ①	Si el acabado superficial es conocido, distribución normal (o distribución beta si el valor medio se encuentra cerca de los límites del intervalo $[0, 1]$) según los valores indicados por el fabricante/proveedor en cualquier etapa del diseño. Si el material no ha sido fijado puede utilizarse una distribución de tipo uniforme entre el rango de valores que se estimen aunque debe estudiarse caso por caso.
Albedo planetario ②	Distribución normal en cualquier etapa del diseño según los valores disponibles actualizados en la literatura.
Capacidad térmica específica ③	Si el material es conocido, distribución normal según los valores indicados por el fabricante/proveedor en cualquier etapa del diseño. Si el material no ha sido fijado, o para materiales compuestos o con propiedades no definidas puede utilizarse una distribución de tipo uniforme.
Coefficiente térmico de contacto	En etapas iniciales del diseño o si el coeficiente no ha sido verificado mediante ensayo, distribución lognormal con coeficiente de forma $l_\sigma = 0.413$. Si ha sido verificado mediante ensayo, distribución normal.
Conductividad térmica	Como ③
Constante solar/ Temperatura solar	Como ②
Densidad	Como ③
Disipaciones internas	Distribución de tipo uniforme en las fases iniciales del diseño en general y triangular a medida que avance si se ensaya la electrónica. Se recomienda solicitar información al respecto a los responsables de los subsistemas de potencia y equipos eléctricos en cada caso.
Efectividad MLI	Distribución de tipo uniforme en general y normal una vez que se haya verificado mediante ensayo.
Emisividad infrarroja	Como ①
Flujo planetario/ Temperatura planetaria	Como ②
Parámetros de actitud del satélite	Fuente de incertidumbre muy variable. El subsistema cuenta con un cálculo de incertidumbres propio independiente que recurre a distribuciones principalmente uniformes y normales [88]. Recurrir a los responsables del subsistema de control de actitud.

[1]: Se recomienda siempre tratar de obtener información específica sobre la incertidumbre de los parámetros (proporcionada por los proveedores de equipamiento, información actualizada de los parámetros ambientales, etc). No obstante, si no se dispone de más información sobre los valores a utilizar para la incertidumbre de los parámetros pueden tomarse como primera aproximación los valores la tabla 2.1.

Tabla 2.4 (continuación): Distribuciones de probabilidad recomendadas como elección inicial para los parámetros habituales de un modelo térmico.

Parámetro	Distribución de probabilidad recomendada
Parámetros geométricos	Distribución de tipo uniforme en las fases iniciales del diseño debido a la falta de definición principalmente y normal según tolerancias a medida que avance en caso de que sea relevante.
Parámetros orbitales	Similar al control de actitud. La determinación de órbitas cuenta con un cálculo de incertidumbres propio independiente complejo que es una de las bases de la disciplina [89]. Recurrir a los responsables del subsistema.
Temperatura de contorno	Valores fijos correspondientes a casos extremos de diseño con lo que no tienen distribución de probabilidad. Si es de un subsistema de orden superior puede acordarse algún otro enfoque, como utilizar una distribución exponencial con máximo en el valor indicado. En caso de ser una temperatura correspondiente a un elemento del ambiente externo, como ②. Si no se dispone de información, se debería emplear una distribución uniforme.

Figura 2.14: Comparación entre las funciones de densidad de probabilidad normal (línea a trazos) y lognormal (línea continua) para el coeficiente térmico de contacto h .

Capítulo 3

Aplicación a un modelo de un nodo

3.1. Planteamiento del problema

Una vez planteadas las bases teóricas en el capítulo anterior, el paso siguiente es aplicar el método desarrollado sobre un modelo físico sencillo pero relevante, para facilitar la aplicación de los métodos y la interpretación de los resultados. En la figura 3.1 se muestra un diagrama esquemático de dicho modelo físico. Se trata de un instrumento (representado como un rectángulo en el centro de la imagen) que está instalado dentro de un vehículo espacial, aislado de él mediante una MLI (línea a trazos). En primera aproximación y por simplicidad se considera que la MLI aísla perfectamente, con lo cual no hay intercambio por radiación a través de las paredes cubiertas por la MLI. El instrumento está unido mecánicamente al vehículo (representado como una sección rectangular oscura en la zona inferior de la figura). El acoplamiento conductivo es GL_{SC} y la temperatura del vehículo es T_{SC} . Hay una única cara orientada hacia el espacio. Dicha cara (puede verse como una fina franja gris en la figura), tiene un área A , una emisividad infrarroja ε y una absorptancia solar α . La temperatura del espacio es $T_{\infty} = 3 \text{ K}$. El instrumento está orientado en dirección normal al Sol, recibiendo un flujo solar J_S . Por último, tiene una disipación interna debido a la operación de sus equipos electrónicos Q_i . Todos los parámetros se comportan físicamente como sus homólogos descritos en el apartado 1.3.3.

Para representar la temperatura del instrumento se considera un único nodo a temperatura T . La ecuación (1.5) del balance energético en estado estacionario para el modelo indicado es la siguiente:

$$0 = Q_i + GL_{SC}(T_{SC} - T) + J_S A \alpha - A \varepsilon \sigma T^4 \quad (3.1)$$

Figura 3.1: Esquema del modelo analizado.

Introduciendo $T = T_0(1 + t)$, con $t \ll 1$, en (3.1) y considerando sólo el término lineal en t , las fluctuaciones de temperatura t respecto a T_0 debidas a las fluctuaciones de los parámetros respecto a sus valores medios μ_{p_k} vienen dadas por:

$$t = \frac{Q_i + (\alpha J_S - \varepsilon \sigma T_0^4)A + GL_{SC}(T_{SC} - T_0)}{GL_{SC}T_0 + 4\varepsilon \sigma T_0^4 A} \quad (3.2)$$

siendo $T = T_0$ la solución de (3.1) que anula el valor del denominador de (3.2) cuando los parámetros toman sus valores medios (nominales) μ_{p_k} . Debe señalarse que éste es un modelo muy sencillo donde los términos radiativos se pueden modelizar de forma analítica. El modelo podría corresponder al modelo térmico reducido de algunos instrumentos científicos de pequeño tamaño embarcados en misiones espaciales, si bien los valores de los parámetros dependerían de los escenarios de la misión y sus objetivos.

Este capítulo está estructurado del siguiente modo. En primer lugar se presentan los parámetros del problema. A continuación se aplican los tres métodos descritos, incidiendo en los pasos y resultados intermedios de cada uno. Se hace, no obstante, más énfasis en el OGS al ser el método desarrollado en la tesis. Por último se comparan los resultados de los tres métodos a nivel de valores de temperaturas, ya que los tiempos de ejecución para este modelo no son representativos al ser muy sencillo y no involucrar cálculos radiativos.

3.2. Parámetros del problema

Se va a estudiar numéricamente un ejemplo para poner de relieve las diferencias entre los métodos. El conjunto de valores de los parámetros que se ha seleccionado podría ser representativo de un instrumento pequeño (con un radiador de aproximadamente $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ para evacuar una potencia de 1 W) mirando al Sol, en una órbita próxima a Venus (véase la tabla 1.1), recubierto con una MLI y con un montaje parcialmente aislante térmicamente. Las temperaturas del vehículo y del espacio son dos valores constantes, $T_\infty = -270^\circ\text{C}$ (cuyo efecto se ha despreciado en la ecuación (3.1)) y $T_{SC} = 30^\circ\text{C}$.

Los parámetros del modelo que se han descrito en la introducción presentan las siguientes distribuciones de probabilidad, que se han asignado según lo expuesto en el apartado 2.6:

Absortancia solar α : PDF de tipo normal con una media $\mu_\alpha = 0.19$ y una desviación estándar del 5 %, $\sigma_\alpha = 0.0095$.

Acoplamiento conductivo al vehículo espacial GL_{SC} : PDF de tipo lognormal con una media $\mu_{GL} = 0.068 \text{ W}/^\circ\text{C}$ y una desviación estándar $\sigma_{GL} = 0.029 \text{ W}/^\circ\text{C}$. Dicha distribución tiene el 90 % de su área entre $0.5\mu_{GL}$ y $2\mu_{GL}$, lo que equivale a un parámetro de forma de la lognormal $l_\sigma = 0.413$.

Área del radiador A : PDF de tipo normal con una media $\mu_A = 0.003 \text{ m}^2$ y una desviación estándar $\sigma_A = 0.00035 \text{ m}^2$.

Constante solar J_S : PDF de tipo normal con una media $\mu_J = 2635.0 \text{ W}/\text{m}^2$ y una desviación estándar $\sigma_J = 11.0 \text{ W}/\text{m}^2$.

Disipación eléctrica Q_i : PDF de tipo triangular con una media $\mu_Q = 1.0 \text{ W}$ y una desviación estándar $\sigma_Q = 0.2 \text{ W}$.

Emisividad infrarroja ε : PDF de tipo normal con una media $\mu_\varepsilon = 0.85$ y una desviación estándar del 5 %, $\sigma_\varepsilon = 0.0425$.

Los parámetros y sus distribuciones se resumen en la tabla 3.1. La solución de (3.1) para los valores medios de los parámetros μ_{p_k} indicados es $T_0 = 45.0^\circ\text{C}$.

Tabla 3.1: Parámetros utilizados en el análisis de incertidumbres. μ_{p_k} y σ_{p_k} son respectivamente la media y la desviación estándar de los parámetros. $V = \sigma/\mu$, coeficiente de variación.

Parámetro	Símbolo	PDF	Uds.	μ_{p_k}	σ_{p_k}	V
Absortancia	α	Normal	-	0.19	0.0095	0.050
Acopl. cond. con S/C	GL_{SC}	Lognormal	W/°C	0.068	0.029	0.426
Área	A	Normal	m ²	0.003	0.00035	0.116
Constante solar	J_S	Normal	W/m ²	2635.0	11.0	0.004
Disip. eléctrica	Q_i	Triangular	W	1.0	0.2	0.200
Emisividad	ε	Normal	-	0.85	0.0425	0.050

En la figura 3.2 se muestran las distribuciones de densidad de probabilidad de los distintos parámetros (PDF), junto con los histogramas generados mediante la simulación de Monte Carlo de los mismos para aplicar dicho método. Los histogramas han sido generados con $N_s = 2500$ ejecuciones.

3.3. Método SEA

Para que este método sea válido todas las distribuciones empleadas deben ser de tipo normal, por lo que es necesario utilizar, para el acoplamiento conductivo GL_{SC} y la disipación eléctrica Q_i , PDF normales equivalentes a las introducidas en el apartado 3.2, con la misma media y desviación estándar que las dadas en la tabla 3.1. Las PDF para dichos parámetros están representadas en la figura 3.3, siendo las del resto de parámetros las mismas que se muestran en la figura 3.2. Obsérvese el detalle de que en la curva correspondiente al acoplamiento conductivo (parámetro estrictamente positivo) la PDF se extiende hasta valores negativos, físicamente incompatibles con el problema. Es el mismo fenómeno que se mostraba en la figura 2.14 del apartado 2.6. No obstante, debido a la formulación del problema en este método (local) este hecho no va a generar problemas en la resolución.

El primer paso es obtener la solución nominal del sistema o temperatura media $T_0 = \mu_T$, que en este método coinciden, y corresponde a la solución de (3.1) con todos los parámetros en sus valores medios μ_{p_k} . Como se comentó al presentar los parámetros, la solución del sistema en estas condiciones es $T_0 = 45.0^\circ\text{C}$.

El siguiente paso para realizar el cálculo de incertidumbres es determinar los coeficientes de sensibilidad $\partial T/\partial p_k$, que se obtienen mediante una aproximación de primer orden

Figura 3.2: Distribuciones de probabilidad empleadas para los distintos parámetros del problema. Curvas continuas: funciones de densidad de probabilidad (PDF). Histogramas: diagramas de barras. Leyenda: media μ_{hist} , desviación estándar σ_{hist} de los histogramas; media μ_{PDF} , desviación estándar σ_{PDF} de las PDF. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: distribuciones de la absorción solar α (PDF tipo normal), del acoplamiento conductivo GL_{SC} (tipo lognormal), del área del radiador A , de la constante solar J_S (ambas de tipo normal), de la disipación interna Q_i (PDF tipo triangular) y de la emisividad infrarroja ϵ (PDF tipo normal).

Figura 3.3: PDF normales equivalentes para la disipación eléctrica Q_i y el acoplamiento conductivo con el vehículo espacial GL_{SC} .

de la derivada (cociente de Newton), o analíticamente a partir de (3.2). Los coeficientes para los distintos parámetros son los siguientes:

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = 91.8^\circ\text{C}; \quad \frac{\partial T}{\partial GL_{SC}} = -172.1 \frac{^\circ\text{C}^2}{\text{W}}; \quad \frac{\partial T}{\partial A} = 86.8 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}^2};$$

$$\frac{\partial T}{\partial J_s} = 0.0066 \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2}{\text{W}}; \quad \frac{\partial T}{\partial Q_i} = 11.5 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}; \quad \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} = -20.2^\circ\text{C}$$

Una vez se han obtenido los coeficientes de sensibilidad, se obtiene la contribución a la incertidumbre en la temperatura debida a cada parámetro w_{T_k} multiplicando los coeficientes de sensibilidad obtenidos por la incertidumbre de cada parámetro w_k según el nivel de confianza deseado

$$w_{T_k} = \frac{\partial T}{\partial p_k} w_k$$

Estas variables recogen la información de la importancia del parámetro correspondiente. La incertidumbre total de la temperatura w_T se obtiene aplicando (2.1). En la tabla 3.2 se muestran los resultados obtenidos para los niveles de confianza 95.4% (2σ) y 99.7% (3σ). En la última fila pueden verse las incertidumbres totales en la temperatura obtenidas a partir de las incertidumbres parciales (que aparecen en las respectivas columnas sobre ellas) aplicando la ecuación (2.1). De los valores en las columnas w_{T_k} se puede deducir la importancia de cada uno de los parámetros.

En la tabla 3.4 en el apartado 3.6, en la que se comparan los resultados de los tres métodos, se muestran la media μ_T , los márgenes de incertidumbre negativo $-w_T$ y positivo $+w_T$ y las temperaturas mínima T_{min} y máxima T_{max} esperadas a las que dan

Tabla 3.2: Resultados mediante el método SEA. Coeficientes de sensibilidad $\partial T/\partial p_k$, valores de la incertidumbre para los parámetros del 95.4 % CL (2σ) y 99.7 % CL (3σ), w_k |_{95.4} y w_k |_{99.7} respectivamente, y valores de la incertidumbre para la temperatura para los mismos niveles de confianza, w_{T_k} |_{95.4 CL} y w_{T_k} |_{99.7 CL}.

Parámetro	$\partial T/\partial p_k$	w_k _{95.4}	w_{T_k} _{95.4 CL} [°C]	w_k _{99.7}	w_{T_k} _{99.7 CL} [°C]
α	91.8	0.019	1.7	0.0285	2.6
GL_{SC}	-172.1	0.058	-10.0	0.087	-15.0
A	86.8	0.0007	0.06	0.00105	0.09
J_S	0.0066	22	0.1	33	0.2
Q_i	11.5	0.4	4.6	0.6	6.9
ε	-20.2	0.085	-1.7	0.1275	-2.6
Total			11.3		16.9

lugar dichos márgenes de incertidumbre para los niveles de confianza 95.4 % CL y 99.7 % CL.

3.4. Método MCS

En la simulación de Monte Carlo en primer lugar se estima el número de ejecuciones del modelo que son necesarias para obtener el nivel de convergencia deseado en el método. Al aplicar el MCS, debe recordarse que se dispone de dos expresiones diferentes [78] para estimar el número de ejecuciones necesarias del modelo en función de si el foco del análisis está en obtener la media de la distribución o un determinado percentil. Como el objetivo principal de esta tesis es la determinación de los márgenes de incertidumbre, se ha aplicado la ecuación (2.3). Según dicha expresión, si se pretende asegurar con un 98 % de confianza que el percentil $P_{0.95}$ estará efectivamente entre los valores asintóticos de $P_{0.94}$ y $P_{0.96}$ el número de ejecuciones del modelo debe ser de al menos $N_s = 2500$. Dicho número de ejecuciones también asegura con una confianza del 98 % que el percentil $P_{0.997}$ estará efectivamente entre los valores asintóticos de $P_{0.9945}$ y $P_{0.9995}$.

Las muestras de los parámetros utilizadas corresponden a los presentados en la figura 3.2. El resultado de este método es el histograma de la temperatura T , que se muestra en la figura 3.4, y en la tabla 3.4 se presentan la media μ_T , los márgenes de incertidumbre negativo $-w_T$ y positivo $+w_T$, y las temperaturas mínima T_{min} y máxima T_{max} esperadas a las que dan lugar dichos márgenes de incertidumbre para los niveles de confianza CL 95.4 % CL y 99.7 % CL. Obsérvese que la media obtenida por MCS ($\mu_T = 46.6^\circ\text{C}$) no coincide con el valor de $T_0 = T(\mu_{p_1}, \dots, \mu_{p_{N_P}}) = 45.0^\circ\text{C}$ correspon-

Figura 3.4: Histograma de la temperatura T , obtenido empleando el método MCS.

diente a la solución para el valor medio de los parámetros, debido a las no linealidades del modelo térmico.

3.5. Método OGS

En esta primera aplicación del cálculo de incertidumbres utilizando el método OGS se presta especial atención a la descripción de los procesos asociados a cada uno de los pasos del mismo para complementar de modo práctico la descripción ofrecida en el capítulo anterior.

3.5.1. Procedimiento de cálculo

1 - Reducción del problema mediante el método SEA.

En primer lugar se utilizan los resultados del método SEA para reducir el orden del problema a los parámetros más relevantes del mismo. Consultando la tabla 3.2 puede verse que los parámetros α , ε , GL_{SC} y Q_i suponen el 99.4 % de la varianza. Con respecto a los parámetros con menor influencia cabe señalar:

- Contribución de J_S : las variaciones del parámetro J_S son porcentualmente pequeñas (en la tabla 3.1 puede comprobarse que $V_J = 0.004$) y provocan por tanto poca variación de la temperatura T (su contribución es $w_{T_J}|_{95.4CL} = 0.1^\circ\text{C}$, según se muestra en la tabla 3.2).

- Contribución del área A : las variaciones porcentuales del área A son mayores que las de α y ε ($V_\varepsilon = V_\alpha = 0.05$ frente a $V_A = 0.116$) pero su contribución a la incertidumbre total es reducida. En la tabla 3.2 puede verse que $\partial T / \partial A = 86.6^\circ\text{C}/\text{m}^2$, lo cual resulta en una variación pequeña de temperatura para variaciones del área como las indicadas, e incluso de su mismo orden, al ser $A = 0.003\text{m}^2$ (su contribución es $w_{T_A}|_{95.4CL} = 0.06^\circ\text{C}$, según se muestra en la tabla 3.2). Adicionalmente, a partir de (3.2) se deduce que $\partial T / \partial A \propto \alpha J_s - \varepsilon \sigma T_{SC}^4$, lo que ayuda a comprender el significado físico; la reducida influencia en el problema del área A es debida a que, con los valores considerados de los parámetros, el incremento en el calor absorbido por radiación solar cuantificado por el término $J_s A \alpha$ es emitido al espacio según $A \varepsilon \sigma T^4$, manteniéndose la temperatura de equilibrio prácticamente inalterada.

En base a lo anterior se consideran únicamente los parámetros α , ε , GL_{SC} y Q_i .

2 - Análisis de sensibilidad: obtención de las curvas $\Delta T_i(p_k)$.

El siguiente paso consiste en resolver el modelo térmico (3.1) variando los parámetros individualmente para obtener los puntos (p_k^I, T_k^I) con los que obtener mediante regresión las curvas de variación de temperatura debidas a cada parámetro $\Delta T_i(p_k)$. Para cada uno de los parámetros α , ε y Q_i se obtienen 4 puntos (p_k^I, T_k^I) correspondientes a los valores de los parámetros -3.2σ , -1.6σ , $+1.6\sigma$, $+3.2\sigma$ resolviendo el modelo otras tantas veces (es decir, $3 \times 4 = 12$ soluciones). Para las curvas correspondientes al parámetro GL_{SC} , que como se verá tiene una influencia de tipo logarítmico, se calculan 10 puntos (p_k^I, T_k^I) en progresión geométrica (siendo la razón entre cada dos puntos consecutivos de valor 1.2), con lo que, incluyendo las 7 del SEA, el número total de resoluciones del modelo térmico asciende a 29 ($12 + 10 + 7 = 29$).

En la figura 3.5 se muestran, para los parámetros considerados en el análisis, las curvas de variación de la temperatura (modelos subrogados) obtenidas junto a los puntos empleados para realizar los ajustes por regresión. Las curvas utilizadas como modelos subrogados para las propiedades termo-ópticas α y ε y para la disipación interna Q_i son rectas, mientras que el acoplamiento conductivo se ha modelado utilizando una curva exponencial. En la tabla 3.3 se muestran las características de los modelos subrogados utilizados: el tipo de modelo utilizado, el valor del coeficiente de determinación R^2 y el valor del error absoluto máximo en $[\text{°C}]$.

Figura 3.5: Variación de temperatura ΔT en función de los parámetros considerados en el problema: absorptancia solar α , emisividad infrarroja ε , conductancia térmica al vehículo GL_{SC} y disipación eléctrica Q_i . Líneas continuas: resultados del ajuste mediante modelos subrogados. Círculos: resultados del modelo térmico.

Tabla 3.3: Tipos de modelos subrogados utilizados, coeficiente de determinación R^2 y error máximo absoluto.

	α	ε	GL_{SC}	Q_i
Tipo de modelo subrogado	Recta	Recta	Exponencial	Recta
Coeficiente de determinación R^2	0.999	0.999	0.999	0.999
Error máximo [°C]	0.01	0.05	0.12	0.02

3 - Obtención de las PDF de los $g_k(\Delta T_k)$ mediante cambio de variable.

Una vez se han obtenido los modelos subrogados, se utilizan para realizar el cambio de variable en las PDF de los distintos parámetros según la ecuación (2.9). Se obtienen de este modo las funciones de densidad de probabilidad de los incrementos de temperatura ΔT_k asociados a los distintos parámetros. Este cambio de variable se representa en la figuras 3.6 a 3.10 para los parámetros α (figura 3.6), ε (figura 3.7), GL_{SC} (figuras 3.8 y 3.9) y Q_i (figura 3.10). En cada una de las figuras se representan tres gráficas: en la parte superior puede verse la PDF del parámetro. Debajo de ésta, compartiendo el eje horizontal, puede verse el resultado del análisis de sensibilidad, es decir, la representación del modelo subrogado que se utiliza para realizar el cambio de variable. A la derecha del modelo subrogado y compartiendo el eje vertical con éste, se encuentra la PDF del incremento de temperatura asociado al parámetro. Nótese que en esta última curva los ejes han sido intercambiados respecto a la representación habitual para que el eje vertical coincida con el eje vertical del modelo subrogado. De este modo puede hallarse gráficamente la transformada de cualquier punto de la PDF del parámetro trazando una línea vertical hasta intersectar el modelo subrogado y posteriormente una línea horizontal desde dicho punto hasta la PDF del incremento de temperatura (de modo análogo a las rectas a trazos en las figuras).

Tanto las propiedades termo-ópticas α y ε como la disipación interna Q_i presentan comportamiento lineal (el cambio de variable da lugar a funciones de densidad de probabilidad del mismo tipo pero con un cambio de escala y una traslación). Resulta de particular interés la pareja de figuras 3.8 y 3.9, en las que se comparan dos modelos subrogados distintos para la conductancia térmica GL_{SC} . En la figura 3.8 se muestra el resultado de utilizar el modelo subrogado exponencial (que es el utilizado para realizar el cálculo de incertidumbres), mientras que en la figura 3.9 el modelo subrogado utilizado es la recta que minimiza el error por regresión. El segundo se ha incluido sólo con el objeto de mostrar las diferencias entre una aproximación lineal y la exponencial que aproxima el comportamiento del modelo para este parámetro de modo correcto. Se puede apreciar no sólo un cambio bastante acusado en la forma de la PDF que reduce mucho la dispersión en el caso lineal, sino que además la media se desplaza unos 5 °C.

4 - Obtención de las PDF de la temperatura $h(T)$ y del incremento de temperatura $h(\Delta T)$ mediante convolución.

A partir de las PDF de las aportaciones individuales de los parámetros al incremento de temperatura $g[\Delta T(p_k)]$ (puede también usarse la notación $g(\Delta T_k)$) se obtiene me-

Figura 3.6: Cambio de variable de la PDF correspondiente a la absorptividad $f(\alpha)$ utilizando un modelo subrogado lineal $\Delta T(\alpha)$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a la absorptividad $g[\Delta T(\alpha)]$. Parte superior: $f(\alpha)$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(\alpha)$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(\alpha)]$.

Figura 3.7: Cambio de variable de la PDF correspondiente a la emisividad infrarroja $f(\varepsilon)$ utilizando un modelo subrogado lineal $\Delta T(\varepsilon)$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a la emisividad infrarroja $g[\Delta T(\varepsilon)]$. Parte superior: $f(\varepsilon)$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(\varepsilon)$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(\varepsilon)]$.

Figura 3.8: Cambio de variable de la PDF correspondiente a la conductancia térmica con el vehículo espacial $f(GL_{SC})$ utilizando un modelo subrogado exponencial $\Delta T(GL_{SC})$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a dicha conductancia $g[\Delta T(GL_{SC})]$. Parte superior: $f(GL_{SC})$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(GL_{SC})$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(GL_{SC})]$.

Figura 3.9: Cambio de variable de la PDF correspondiente a la conductancia térmica con el vehículo espacial $f(GL_{SC})$ utilizando un modelo subrogado lineal $\Delta T(GL_{SC})$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a dicha conductancia $g[\Delta T(GL_{SC})]$. Parte superior: $f(GL_{SC})$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(GL_{SC})$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(GL_{SC})]$.

Figura 3.10: Cambio de variable de la PDF correspondiente a la disipación interna $f(Q_i)$ utilizando un modelo subrogado lineal $\Delta T(Q_i)$ para obtener la PDF del incremento de temperatura asociado a la disipación interna $g[\Delta T(Q_i)]$. Parte superior: $f(Q_i)$. Abajo a la izquierda: $\Delta T(Q_i)$. Abajo a la derecha: $g[\Delta T(Q_i)]$.

Figura 3.11: Función de densidad de probabilidad de la temperatura $h(T)$ obtenida mediante el método OGS.

diente convolución (2.11) la PDF del incremento total de temperatura $h(\Delta T)$. Y por ser $T \simeq \mu_T + \Delta T$ se puede obtener $h(T)$ trasladando $h(\Delta T)$ una cantidad μ_T . $h(T)$ está representada en la figura 3.11.

A partir de $h(T)$ se obtienen los valores de los márgenes de incertidumbre negativo $-w_T$ y positivo $+w_T$, así como los valores de la temperatura mínimo y máximo asociados T_{min} y T_{max} para los niveles de confianza 95.4 % y 99.7 % que se muestran en la tabla 3.4 junto a la temperatura media obtenida $\mu_T = 46.8^\circ\text{C}$.

3.5.2. Análisis de la contribución de los parámetros

Otra de las ventajas del método OGS es la posibilidad de utilizar las PDF intermedias $g(\Delta T_k)$ para analizar la incertidumbre y, si es posible, reducirla enfocando los esfuerzos a los parámetros que más contribuyen. Un modo de realizar este análisis es evaluando la contribución de cada parámetro a la incertidumbre total. Como ejemplo se incluye en la figura 3.12 un diagrama circular de sectores en el que se muestran las distintas contribuciones a la varianza de los distintos parámetros mencionados en el análisis. Dicho diagrama se construye sumando los cuadrados de las incertidumbres asociadas a cada parámetro. En este caso se ha considerado la varianza como medida de incertidumbre. Este análisis es consistente con los resultados w_{T_k} de contribución a la incertidumbre presentados en la tabla 3.2.

Figura 3.12: Diagrama sectorial de las contribuciones a la varianza de los distintos parámetros: absorptancia solar α , emisividad infrarroja ε , disipación interna Q_i y conductancia térmica GL_{SC} .

En el diagrama se puede apreciar que es la conductancia térmica de la unión mecánica con el vehículo GL_{SC} la que supone la mayor parte de la incertidumbre total, seguida de la disipación interna Q_i . Las propiedades termo-ópticas α y ε tienen órdenes similares y entre las dos no llegan al 5 % de la incertidumbre total.

El diagrama sectorial es útil para ordenar por importancia los parámetros, pero se puede aprovechar que se dispone de las PDF para realizar un análisis más detallado. Dicho análisis puede hacerse mediante la comparación de las curvas de los $g(\Delta T_k)$. Se han representado en la figura 3.13 para los parámetros incluidos en el diagrama sectorial. A partir de dicho diagrama se pueden estimar visualmente las contribuciones de los distintos parámetros y sus valores. Por ejemplo se puede apreciar, como en la figura 3.12, que el parámetro que más contribuye a la incertidumbre es la conductancia térmica GL_{SC} (representado mediante una curva a trazos discontinuos) que presenta la mayor dispersión, pero en este caso puede apreciarse claramente que la asimetría en los resultados mostrados en la tabla 3.4 se debe también a este parámetro. Para valores elevados del nivel de confianza ($CL \geq 95\%$) el valor inferior del intervalo de incertidumbre (también llamado margen de incertidumbre) está en torno a $T = -10^\circ\text{C}$ mientras que el superior se extiende por encima de los 15°C . La disipación interna Q_i presenta una distribución triangular, con valores de dicho intervalo de incertidumbre en el orden de los 5°C cerca de los extremos de la distribución. Por último, las contribuciones de los parámetros α y ε presentan las curvas con menor dispersión (alrededor de 2°C cerca de los límites apreciables de las PDF) y puede observarse que las contribuciones de ambos son muy similares, prácticamente confundiendo sus curvas.

Figura 3.13: PDF de las contribuciones a la incertidumbre de los distintos parámetros $g(\Delta T_k)$: absorptancia solar α , emisividad infrarroja ε , disipación interna Q_i y conductancia térmica GL_{SC} .

3.6. Comparación de los tres métodos

Los resultados del cálculo de incertidumbres mediante los tres métodos se presentan en la tabla 3.4. Puede verse que en lo que respecta a la temperatura media μ_T el OGS prácticamente coincide con el MCS, mientras que el SEA no refleja las desviaciones de la media. Respecto a los márgenes de incertidumbre $\pm w_T$ y las temperaturas máximas y mínimas T_{max} , T_{min} que acotan los intervalos de confianza se observa que los resultados del método OGS se encuentran más cerca de los del MCS que del SEA en todos los casos, como era de esperar. Es importante destacar que, una vez establecido el nivel de confianza deseado, los valores de T_{max} , T_{min} serán los valores de temperatura máxima y mínima pronosticados por el análisis térmico y aquellos contra los que se compararán los requisitos térmicos del sistema bajo estudio.

Las diferencias entre los métodos SEA y MSC por un lado, OGS y MCS por el otro, para la temperatura media $\Delta\mu_T$ y las temperaturas máxima y mínima predichas ΔT_{max} , ΔT_{min} se muestran en la tabla 3.5. Las diferencias entre los resultados del SEA y el MCS son considerables, incluso para el nivel de confianza del 95.4 %, y aún mayores para un nivel de confianza del 99.7 %. En lo que respecta al OGS, los resultados son bastante mejores,

Tabla 3.4: Temperatura medias, μ_T , márgenes de temperatura, $\pm w_T$, y temperaturas mínima y máxima, T_{min} , T_{max} , obtenidas usando los tres métodos (SEA, OGS, MCS) para intervalos de confianza CL del 95.4 % y 99.7 %.

Método	CL	$-w_T$ [°C]	μ_T [°C]	$+w_T$ [°C]	T_{min} [°C]	T_{max} [°C]
SEA	95.4 %	-11.3	45.0	+11.3	33.7	56.3
	99.7 %	-16.9	45.0	+16.9	28.1	61.9
OGS	95.4 %	-10.4	46.8	+12.1	36.4	58.9
	99.7 %	-14.2	46.8	+18.8	32.6	65.6
MCS	95.4 %	-9.4	46.6	+13.7	37.2	60.3
	99.7 %	-11.6	46.6	+22.9	35.0	69.5

Tabla 3.5: Diferencias en las temperatura medias, máximas y mínimas ($\Delta\mu_T$, ΔT_{max} y ΔT_{min} respectivamente) proporcionadas por los métodos SEA y OGS con respecto al MCS, para intervalos de confianza CL del 95.4 % y 99.7 %.

CL	SEA			OGS		
	ΔT_{min} [°C]	$\Delta\mu_T$ [°C]	ΔT_{max} [°C]	ΔT_{min} [°C]	$\Delta\mu_T$ [°C]	ΔT_{max} [°C]
95.4 %	-3.5	-1.6	-4.0	-0.8	0.2	-1.4
99.7 %	-6.9	-1.6	-7.6	-2.4	0.2	-3.9

presentando unas diferencias en el orden de 1 °C para el 95.4 CL, aunque sí se desvía hasta cerca de 4 °C para un nivel de confianza del 99.7 % (la mitad de desviación del SEA). No obstante, los resultados son bastante mejores que los del SEA (de hecho, los resultados del OGS para 99.7 CL son mejores que los del SEA para 95.4 CL).

Se incluye la figura 3.14, donde se presenta la comparación gráfica de los tres métodos: la PDF correspondiente al método SEA (línea discontinua), al OGS (curva continua negra) y el histograma correspondiente al método MCS. De la figura pueden extraerse las mismas conclusiones que podían extraerse de las tablas 3.4 y 3.5: aún siendo los resultados de los tres métodos de orden similar, entre el SEA y el MCS existen diferencias apreciables, particularmente a medida que se buscan intervalos de confianza mayores. El OGS se encuentra entre ambos métodos, aproximando bastante mejor los resultados del MCS. Una de las características más destacables que se ponen de relieve es que el OGS ajusta mejor la asimetría reflejada por el MCS, si bien es cierto que no lo hace por completo. La hipótesis que se plantea es que las diferencias que existen entre el OGS y el MCS se deben al efecto no lineal de la variación simultánea de parámetros (ver apartado 2.3.1).

Figura 3.14: Comparación de la distribución de probabilidad de la temperatura T obtenida mediante los métodos SEA (línea discontinua), OGS (línea continua) y MCS (histograma). Muestra del MCS: $N_s = 2500$ ejecuciones.

Capítulo 4

Aplicación a un modelo real - EPD STEP

4.1. Planteamiento del problema

4.1.1. EPD-STEP en Solar Orbiter

Una vez que se han comparado los tres métodos empleando un modelo simple ideado *ad hoc* para poder apreciar las diferencias entre ellos debidas a las hipótesis simplificativas, el siguiente paso es aplicar las tres metodologías a un modelo correspondiente a un caso real. De entre los disponibles se ha escogido un modelo térmico de tamaño medio con el objeto de contar con una complejidad adecuada para que los tiempos de cálculo comiencen a ser apreciables pero procurando mantener al mismo tiempo una presentación de los resultados suficientemente sencilla. El objeto del análisis de incertidumbres es la última versión del modelo térmico del instrumento STEP (*Supra Thermal Electrons & Protons*), perteneciente al conjunto de medidores de partículas EPD (*Electronic Particle Detector*) embarcado en la misión *Solar Orbiter* de la ESA [90]. *Solar Orbiter* fue la primera misión de tipo M seleccionada como parte del programa de la ESA, *Cosmic Vision 2015-2025*. Su objetivo es estudiar el Sol y la Heliosfera desde una órbita muy elíptica y con un perihelio muy próximo al Sol, a 0.28 AU, y una elevada latitud solar, hasta 25° en la fase nominal de la misión y 36° en la fase extendida [91]. Combinando los datos de esta misión con los de la sonda Parker de la NASA, se pretende lograr un salto cualitativo en la comprensión de la física solar.

El instrumento EPD es un conjunto de cuatro detectores de partículas *in situ*, que se encargan de caracterizar las partículas del viento solar a lo largo de la órbita del satélite.

Figura 4.1: Distintas partes del instrumento STEP.

Entre los instrumentos que la forman, EPT (*Electron Proton Telescope*), HET (*High Energy Telescope*), STEP (*Supra-Thermal Electrons & Protons*) y SIS (*Supra-thermal Ions Spectrograph*), cubren los distintos niveles energéticos de las partículas del viento solar. STEP se encarga de detectar los protones y electrones supratérmicos. El modelo de vuelo de STEP se muestra en la figura 4.1.

El instrumento está formado por dos partes diferenciadas: la caja de electrónica o E-Box y los telescopios (*Telescope Assembly*). En la E-Box, las tres tarjetas electrónicas (digital, analógica y de potencia) están alojadas en una caja de Al-7075 con una cubierta de Ti-6Al-4Va. La cubierta es de este material con el propósito de aislar térmicamente en la medida de lo posible los detectores de la electrónica, al necesitar los primeros temperaturas más bajas para realizar eficientemente su cometido. Los telescopios, el *Integral Telescope* (IT) y el *Proton Telescope* (PT), están montados sobre la cubierta de la E-Box. Están compuestos por las carcasas (Al-7075) y los detectores junto a la electrónica de proximidad dentro de las primeras. Las partículas llegan a los detectores a través de los baffles (en la figura 4.1 están tapados por dos cubiertas protectoras, pero sí pueden apreciarse en la figura 4.2, en negro), montados en la cara frontal de las carcasas.

Hay dos radiadores diferenciados, uno para la electrónica y otro para los detectores, con el objetivo de evacuar al espacio el calor generado internamente a dos temperaturas distintas. De este modo es posible mantener los detectores a la temperatura requerida manteniendo el área de los radiadores dentro de límites aceptables. Los últimos ele-

Figura 4.2: Instrumento EPD-STEP: vista exterior con MLI instalada.

mentos que componen el diseño térmico son la MLI y el sistema aislante de montaje al satélite. La MLI está compuesta por diez capas interiores de VDA/0.3 mil Kapton/VDA, una capa externa de 160XC Kapton/VDA y una capa interna de VDA/1.0 mil Kapton/VDA. El sistema de montaje consta de una combinación de tornillos de titanio y separadores de Ultem, mediante los que se consigue el aislamiento térmico requerido. El instrumento con la MLI instalada se muestra en la figura 4.2.

4.1.2. Modelo matemático geométrico y modelo matemático térmico

El modelo térmico de STEP es un modelo de tamaño medio según los estándares actuales. Está compuesto por 1378 nodos difusivos y 86 nodos como condición de contorno. Los nodos de contorno representan las superficies radiantes del satélite *Solar Orbiter*, el panel -Y al que está unido mecánicamente el instrumento (interfaz conductiva) y el espacio profundo. El GMM (Modelo Geométrico Matemático) ha sido modelado utilizando el software ESATAN-TMS (el software requerido por la ESA para realizar los análisis térmicos) y siguiendo las buenas prácticas y recomendaciones incluidas en [11]. En la figura 4.3 se muestra el modelo geométrico utilizado para representar el satélite *Solar Orbiter* y STEP. STEP va atornillado en el panel -Y (círculo rojo indicando en la figura) y en la esquina superior derecha se incluye el modelo del instrumento au-

Figura 4.3: GMM de STEP y *Solar Orbiter* - vista general y detalle del instrumento.

mentado. El satélite está formado por los siguientes elementos: el cuerpo principal (la MLI en gris oscuro y los radiadores en gris claro), los paneles solares (azul), el escudo solar (naranja) y la antena de alta ganancia (HGA), que puede apreciarse en la parte inferior.

Se presentan a continuación tres imágenes comparando el modelo de vuelo del instrumento con el modelo geométrico. En la figura 4.4 puede apreciarse una vista general del exterior del instrumento, con los radiadores y los telescopios en primer plano. En la siguiente figura, la 4.5, los telescopios han sido desmontados, con lo que se muestra una imagen de detalle del interior del instrumento. En segundo plano de la foto están montadas las carcasas de ambos telescopios sobre la cubierta de la caja de electrónica, mientras que en primer plano se muestra el conjunto de los detectores montados sobre sus soportes junto con la electrónica de proximidad. La última de esta serie de tres figuras, la 4.6, muestra el modelo de vuelo con la MLI ya instalada junto a su modelo matemático.

Para comparar los tres métodos se ha utilizado el caso de análisis caliente, un caso estacionario a 0.28 AU del Sol, que corresponde al punto más caliente de la misión. Por encontrarse en órbita alrededor del Sol en lugar de un planeta, y al ser el análisis estacionario, en este problema el modelo térmico matemático que se debe resolver es el dado por el sistema de ecuaciones siguiente:

Figura 4.4: Modelo de vuelo de STEP frente a GMM - vista exterior sin MLI.

Figura 4.5: Modelo de vuelo de STEP frente a GMM - vista interior de los telescopios.

Figura 4.6: Modelo de vuelo de STEP frente a GMM - vista exterior con MLI.

Tabla 4.1: Temperaturas nodales máximas para los distintos elementos de STEP.

Elemento	Power PCB	Digital PCB	Analog PCB	IT Detector	PT Detector
Temperatura	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5

$$0 = Q_{Sun,i} + Q_i + \sum_j K_{ij}(T_j - T_i) + \sigma_{SB} \sum_j R_{ij}(T_j^4 - T_i^4) ; i = 1, \dots, N_N \quad (4.1)$$

Para obtener los flujos solares $Q_{Sun,i}$ y los coeficientes de intercambio radiativo R_{ij} debe resolverse previamente el modelo geométrico matemático. A la distancia del Sol indicada el flujo solar es aproximadamente de 17500 W/m^2 , unas trece veces mayor que en las proximidades de la Tierra. STEP se encuentra protegido tras el escudo solar, pero parte de esta radiación se refleja en la HGA e incide en el instrumento desde atrás. La antena no sólo refleja el flujo solar, sino que emite en el infrarrojo a 400°C y parte de esta radiación llega también a STEP. Debido a estos flujos (suficientemente significativos como para que su efecto sea apreciable en el problema), al hecho de que la cara de la antena que da al instrumento es convexa respecto a éste y a que parte del instrumento se encuentra escondido tras el cuerpo del satélite con respecto a la HGA, es necesario un elevado número de rayos para realizar los cálculos radiativos [56]. Se han empleado 10^6 rayos para los cálculos radiativos de cada uno de los nodos de la antena y 10^4 rayos para el resto de nodos.

Por todo lo anteriormente comentado, los cálculos radiativos necesitan 1070 s, y los térmicos 27 s, divididos en 7 s para el preproceso y 20 s para resolver el sistema dado por (4.1).

Para facilitar el análisis de los resultados únicamente se van a reportar los elementos más críticos del instrumento. Estos son las tarjetas electrónicas y los detectores de los telescopios. Y dentro de cada uno de ellos la temperatura del nodo más caliente, con lo cual los resultados corresponden a las siguientes cinco temperaturas (máximas): T_1 es la temperatura de la tarjeta de potencia *Power PCB*, T_2 es la temperatura de la tarjeta digital *Digital PCB*, T_3 es la temperatura de la tarjeta analógica *Analog PCB*, T_4 es la temperatura del detector del *Integral Telescope IT Detector*, y por último T_5 es la temperatura del telescopio de protones *PT Detector*. Las identificaciones de las temperaturas máximas en los elementos mencionados se presentan en la tabla 4.1.

4.1.3. Parámetros del modelo

El análisis de incertidumbres que se ha realizado incluye 76 parámetros, de los cuales 33 son RNL y 43 son TARL. A la hora de elegir las distribuciones de probabilidad asignadas para cada uno de ellos se han seguido las recomendaciones dadas en el apartado 2.6 sobre la expresión matemática de la incertidumbre de los parámetros. En concreto la fase del proyecto que se ha escogido para este ejemplo es la previa a los ensayos térmicos, al considerarse una fase idónea para demostrar las ventajas del OGS. El instrumento está construido, lo que implica que todos los materiales, acabados superficiales y demás elementos ya han sido seleccionados, pero el ensayo no ha sido realizado, por lo que las incertidumbres de determinados parámetros no han sido reducidas y aún presentan distribuciones con elevada incertidumbre asociada, como por ejemplo los coeficientes de contacto térmico (PDF de tipo lognormal) o la emitancia efectiva de la MLI (PDF de tipo uniforme).

Los parámetros RNL son las ε y α de las 16 propiedades termo-ópticas del modelo más la temperatura solar. Las PDF asociadas a las propiedades ópticas presentan una distribución normal con un 5 % de desviación estándar. La temperatura del Sol también presenta una PDF normal con una desviación estándar de 11 °C.

Los parámetros TARL vienen descritos en función de la relación entre la desviación estándar σ y la media μ , a través del coeficiente de variación $V = \sigma/\mu$, definido para funciones de probabilidad estrictamente positivas. Se agrupan en las clases de parámetros siguientes:

- Las disipaciones internas por consumo eléctrico tienen PDF triangulares con $V = 0.1$.
- Las conductividades térmicas de los materiales tienen PDF normales en las que $V = 0.0625$.
- La emitancia efectiva de la MLI tiene una PDF uniforme con $V = 0.2$.
- Los coeficientes de contacto térmico y los acoplamientos conductivos tienen PDF de tipo lognormal, en las cuales el 90 % de las CDF se encuentran entre los valores correspondientes a una desviación del parámetro de un -50 % y +100 % respecto a su valor medio. Esto es equivalente a un valor de $V = 0.426$.

Con respecto a los tres métodos utilizados (SEA, OGS y MCS), se tienen en cuenta las consideraciones siguientes:

Para la aplicación del método SEA, para aquellos parámetros cuyas PDF no sean de tipo normal se emplean distribuciones gaussianas equivalentes con la misma desviación estándar que las originales, del mismo modo que se hacía en el apartado 3.3 para el modelo de un nodo. Del mismo modo que ocurría en dicho ejemplo, esto implica que al obtener las PDF equivalentes a las de tipo lognormal, un pequeño porcentaje de la población (alrededor del 1 %) tomaría valores negativos, lo que no es físicamente posible, como se comentó en la subsección 2.6. En el SEA no afecta a los resultados por ser un análisis local, pero si se quisiera comparar con un MCS en el que se emplearan en ambos métodos las mismas PDF habría que truncar las distribuciones para tenerlo en cuenta (lo cual modificaría de modo apreciable los resultados del análisis si alguno de estos parámetros fuera dominante en el problema).

Para la aplicación del OGS se recuerda que el primer paso es la reducción del problema reteniendo los parámetros más relevantes. También de modo análogo a como se ha realizado en el modelo de un nodo en el apartado 3.5 este proceso se realiza a partir de los resultados del SEA, reteniendo aquellos parámetros cuya contribución a la incertidumbre total de cada temperatura nodal T_i sume el 99 % de la misma (tomando como medida de incertidumbre la varianza). De esta forma de los 76 parámetros se pasa a 13, de los cuales 2 requieren ejecutar el modelo radiativo y los otros 11, no. Los 13 parámetros retenidos pueden verse en la tabla 4.2. En la primera columna está la denominación del parámetro en orden alfabético, en la segunda el símbolo utilizado para referirse a ellos, en la tercera el tipo de distribución de probabilidad, en la cuarta las unidades y en las dos últimas la media y la desviación estándar.

Para la aplicación del MCS, se ha recurrido a la ecuación (2.3) para calcular el número de ejecuciones del modelo térmico necesarias. Del mismo modo que se hizo con el modelo de un nodo, según dicha expresión, si se pretende asegurar con un 98 % de confianza que el percentil $P_{0.95}$ estará efectivamente entre los valores asintóticos de $P_{0.94}$ y $P_{0.96}$, el número de ejecuciones del modelo debe ser de al menos $N_s = 2500$. Dicho número de ejecuciones también asegura con una confianza del 98 % que el percentil $P_{0.997}$ estará efectivamente entre los valores asintóticos de $P_{0.9945}$ y $P_{0.9995}$. No obstante, en este caso además de presentar los resultados para $N_s = 2500$ se ha proseguido el cálculo hasta $N_s = 4500$ con objeto de comparar los valores obtenidos para $N_s = 2500$ con los resultados asintóticos. Con $N_s = 4500$ tanto el nivel de confianza de que el percentil $P_{0.95}$ está entre los valores asintóticos de $P_{0.94}$ y $P_{0.96}$, como el nivel de confianza de que el percentil $P_{0.997}$ está entre los valores asintóticos de $P_{0.9945}$ y $P_{0.9995}$, son superiores al 99.7 %.

Tabla 4.2: Parámetros utilizados en el análisis de incertidumbres aplicando el método OGS, junto con la forma de sus distribuciones de probabilidad (PDF).

Parámetro	Símbolo	PDF	Uds.	Media	Dev.
Acopl. cond. con ICU	$GL_{STEP-ICU}$	Lognormal	W/K	0.0029	0.0012
Acopl. cond. con S/C	$GL_{STEP-SC}$	Lognormal	W/K	0.0047	0.002
Acopl. cond. EBox-Telescopios	$GL_{EBX-TCP}$	Lognormal	W/K	0.0486	0.021
Acopl. cond. radiador-telescopios	GL_{TCrad}	Lognormal	W/K	0.75	0.323
Coefic. contacto EBox caja-cubierta	$h_{EBC\ cov}$	Lognormal	W/(m ² · K)	500.0	215.6
Coef. de contacto PCB-chasis EBox	h_{PCB}	Lognormal	W/(m ² · K)	300	129.4
Disip. electrónica detectores	Q_{det}	Triangular	W	0.18	0.02
Disip. tarjeta analógica	Q_{ana}	Triangular	W	0.42	0.04
Disip. tarjeta de potencia	Q_{pow}	Triangular	W	1.56	0.16
Disip. tarjeta digital	Q_{dig}	Triangular	W	1.38	0.14
Emitancia efectiva MLI	ε_{eff}	Uniforme	-	0.08	0.015
Emisividad OSR	ε_{OSR}	Normal	-	0.85	0.0425
Emisividad paneles solares S/C	$\varepsilon_{SC\ SP}$	Normal	-	0.794	0.04

4.2. Resultados

En esta sección se comentan y comparan los resultados obtenidos por los tres métodos. Como se verá, a mayor precisión mayor tiempo de cálculo y viceversa. En este caso, y puesto que se han calculado los márgenes de incertidumbre mediante el MCS para $N_s = 4500$ ejecuciones del modelo, se utilizan como referencia para comparar con los resultados de los otros dos métodos, OGS y SEA, y con los resultados del MCS para $N_s = 2500$.

4.2.1. Márgenes de incertidumbre obtenidos

En los tres métodos las PDF/histogramas adquieren su forma característica como resultado del proceso de obtención de los mismos. Para los cinco nodos seleccionados pueden verse los diagramas de distribución de probabilidad en las figuras 4.7 a 4.11. En la figura 4.7 se muestran las distribuciones de probabilidad para la tarjeta electrónica de potencia (T_1), en la figura 4.8 para la tarjeta electrónica digital (T_2), en la figura 4.9 para la tarjeta electrónica analógica (T_3), en la figura 4.10 para el detector del IT (T_4) y por último en la figura 4.11 se muestran las distribuciones de probabilidad para el

Figura 4.7: Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura de la tarjeta de potencia, T_1 .

detector del PT (T_5). En el método SEA las distribuciones de las temperaturas adoptan por definición la forma de distribuciones normales. En las gráficas se representan mediante una línea a trazos discontinuos. Las PDF del método OGS (línea continua) han sido obtenidas mediante la ecuación de convolución (2.11). Los histogramas obtenidos de aplicar el MCS con $N_s = 4500$ se han representado en blanco.

De las imágenes anteriores se desprende que las PDF obtenidas mediante el OGS aproximan mejor los histogramas del MCS que las distribuciones del SEA. Esto es particularmente cierto para los extremos de las distribuciones y puede apreciarse en mayor medida hacia valores inferiores de temperatura (márgenes de incertidumbre negativos). El método SEA no puede reflejar asimetrías en los resultados al contrario que el MCS y el OGS, y éstas se pueden apreciar en las gráficas.

Esta impresión general que se obtiene de las gráficas es corroborada por los resultados numéricos. En la tabla 4.3 se muestran los márgenes de temperatura negativos ($-w$), positivos ($+w$) y las temperaturas medias (μ_T), comparadas para los niveles de confianza 95.4 % y 99.7 %. Estos niveles corresponden a niveles de confianza 2σ y 3σ en distribuciones normales, y son valores típicos utilizados para realizar evaluaciones de análisis de riesgo. Como se comentaba anteriormente, puede apreciarse la capacidad del método OGS (así como del MCS) para producir márgenes de incertidumbre no simé-

Figura 4.8: Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura de la tarjeta digital, T_2 .

Figura 4.9: Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura de la tarjeta analógica, T_3 .

Figura 4.10: Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura del detector del IT, T_4 .

Figura 4.11: Comparación de las PDF obtenidas mediante SEA y OGS con el histograma debido al MCS para la temperatura del detector del PT, T_5 .

Tabla 4.3: Temperaturas medias, μ_T , y márgenes de temperatura, $\pm w$, para los métodos SEA, OGS, MCS con $N_s = 2500$ y MCS con $N_s = 4500$ para intervalos de confianza CL del 95.4 % y 99.7 %.

CL	Temp.	SEA			MCS ₂₅₀₀			MCS ₄₅₀₀			OGS		
		$-w$ [°C]	μ_T [°C]	$+w$ [°C]	$-w$ [°C]	μ_T [°C]	$+w$ [°C]	$-w$ [°C]	μ_T [°C]	$+w$ [°C]	$-w$ [°C]	μ_T [°C]	$+w$ [°C]
95.4 %	T_1	-12.5	-3.2	12.5	-11.4	-2.7	12.2	-11.4	-2.8	12.9	-10.1	-2.9	12.7
	T_2	-12.4	-5.5	12.4	-11.3	-4.9	12.1	-11.3	-5.0	12.8	-10.0	-5.2	12.6
	T_3	-11.6	-9.9	11.6	-10.6	-9.5	11.5	-10.5	-9.6	11.9	-9.4	-9.9	11.5
	T_4	-9.7	-21.2	9.7	-8.8	-21.3	9.1	-8.7	-21.4	9.6	-8.1	-21.4	9.7
	T_5	-9.7	-22.0	9.7	-8.7	-22.2	9.2	-8.8	-22.3	9.7	-8.1	-22.1	9.8
99.7 %	T_1	-18.8	-3.2	18.8	-16.2	-2.7	19.1	-16.1	-2.8	19.6	-14.8	-2.9	20.3
	T_2	-18.6	-5.5	18.6	-15.4	-4.9	18.9	-15.5	-5.0	19.0	-14.5	-5.2	20.0
	T_3	-17.3	-9.9	17.3	-14.5	-9.5	18.9	-14.4	-9.6	18.1	-13.7	-9.9	18.6
	T_4	-14.5	-21.2	14.5	-12.3	-21.3	14.7	-12.7	-21.4	14.8	-12.0	-21.4	15.3
	T_5	-14.6	-22.0	14.6	-12.3	-22.2	14.7	-12.7	-22.3	14.8	-12.0	-22.1	15.4

tricos. También puede verse como, para niveles de confianza no tan elevados, el OGS y el SEA dan diferencias en los valores de incertidumbre similares con respecto al MCS, pero a medida que aumenta el nivel de confianza el método OGS se mantiene próximo al MCS en los resultados, mientras que el SEA se aleja. Debe comentarse también que el OGS tiene la capacidad de mostrar desviaciones en la media respecto al valor nominal, aunque para este modelo térmico el efecto no es muy acusado (0.6 °C entre el MCS y el valor nominal en el nodo que presenta la mayor diferencia). Por último, puede apreciarse en la tabla que las diferencias entre el MCS para $N_s = 2500$ y para $N_s = 4500$ son pequeñas como se esperaba. debido al nivel de confianza asociado a los resultados para $N_s = 2500$.

Como complemento a la tabla, se incluye un gráfico en la figura 4.12 con la representación mediante diagramas de barras de los márgenes de incertidumbre para los mismos niveles de confianza. Para cada temperatura, que pueden leerse bajo el eje horizontal, están representados los márgenes para cada uno de los tres métodos (de izquierda a derecha, SEA, MCS con $N_s = 4500$ y OGS). Los segmentos en una tonalidad de gris oscuro corresponden a los intervalos de valores dentro de los que podrán encontrarse las temperaturas de los elementos con un 95.4 % de probabilidad (es decir, nivel de confianza del 95.4 %) y en gris más claro con un 99.7 % de probabilidad. Las líneas negras transversales representan las medias. Sólo se han reproducido las del MCS al encontrarse las de los tres métodos muy próximas y no ser claramente distinguibles en la escala representada. Del mismo modo no se han incluido los resultados del MCS

Figura 4.12: Comparación de las temperaturas medias (línea negra) y los rangos de temperatura para distintos niveles de confianza (gris oscuro, 95.4%; gris claro, 99.7%) obtenidos mediante los tres métodos (SEA, MCS, OGS) en los cinco elementos analizados (T_1 a T_5).

con $N_s = 2500$ por ser prácticamente inapreciables las diferencias con el MCS para $N_s = 4500$ en esta escala, pero sí se muestran dichas diferencias en la tabla 4.4.

Puede apreciarse que los intervalos de incertidumbre dados por los tres métodos son de valor similar. No obstante, los límites de temperatura máximos y mínimos dados por el OGS tienden a estar más próximos a los del MCS que los del SEA. Este efecto se acentúa a medida que aumenta el intervalo de confianza. Puede apreciarse mejor en la tabla 4.4, en la cual se han incluido las diferencias entre los métodos SEA y OGS con el MCS ($N_s = 4500$) con respecto a la media y los valores máximos y mínimos que definen los intervalos de temperatura para los niveles de confianza de la figura 4.12, así como las diferencias para los mismos valores entre el MCS con $N_s = 4500$ y con $N_s = 2500$.

Puede verse cómo a medida que aumenta el intervalo de confianza, las diferencias entre MCS y SEA aumentan, en este caso en concreto para los márgenes inferiores de temperatura. Llegan a estar entre 1.6 °C y 3.6 °C para un nivel de confianza del 99.7%, mientras que entre el OGS y el MCS se mantienen las diferencias máximas alrededor de 1 °C. Para niveles de confianza menores el OGS también se aproxima más, aunque las diferencias son menos acusadas. Con respecto a la influencia del número de ejecuciones

Tabla 4.4: Diferencias en las temperatura medias, máximas y mínimas ($\Delta\mu_T$, ΔT_{max} y ΔT_{min} respectivamente) obtenidas mediante los métodos SEA, OGS y MCS con $N_s = 2500$ con respecto a los valores dados por MCS con $N_s = 4500$ para intervalos de confianza CL del 95.4 % y 99.7 %.

CL	Temp.	SEA - MCS ₄₅₀₀			OGS - MCS ₄₅₀₀			MCS ₂₅₀₀ - MCS ₄₅₀₀		
		ΔT_{min} [°C]	$\Delta\mu_T$ [°C]	ΔT_{max} [°C]	ΔT_{min} [°C]	$\Delta\mu_T$ [°C]	ΔT_{max} [°C]	ΔT_{min} [°C]	$\Delta\mu_T$ [°C]	ΔT_{max} [°C]
95.4 %	T_1	-1.5	-0.4	-0.8	1.2	-0.1	-0.3	0.1	0.1	-0.6
	T_2	-1.6	-0.5	-0.9	1.1	-0.2	-0.4	0.1	0.1	-0.6
	T_3	-1.4	-0.3	-0.6	0.8	-0.3	-0.7	0.0	0.1	-0.3
	T_4	-0.8	0.2	0.3	0.6	0	0.1	0.0	0.1	-0.4
	T_5	-0.6	0.3	0.3	0.9	0.2	0.3	0.2	0.1	-0.4
99.7 %	T_1	-3.1	-0.4	-1.2	1.2	-0.1	0.6	0.0	0.1	-0.4
	T_2	-3.6	-0.5	-0.9	0.8	-0.2	0.8	0.2	0.1	0.0
	T_3	-3.2	-0.3	-1.1	0.4	-0.3	0.2	0.0	0.1	0.9
	T_4	-1.6	0.2	-0.1	0.7	0	0.5	0.5	0.1	0.0
	T_5	-1.6	0.3	0.1	0.9	0.2	0.8	0.5	0.1	0.0

del MCS puede verse que las diferencias son reducidas. Salvo un margen para una de las temperaturas mostradas para el nivel de confianza más alto, que llega a ver una diferencia de 0.9°C, las diferencias se encuentran entre 0.0°C y 0.6°C.

Un beneficio añadido de utilizar los métodos SEA y/o OGS es que, junto a las PDF de las temperaturas nodales, proporcionan las contribuciones de cada uno de los parámetros, al estar construidas las PDF a base de dichas contribuciones, ya sea mediante suma cuadrática o convolución. Este hecho aumenta la utilidad de estos métodos al dar la posibilidad de identificar los parámetros que más contribuyen a la incertidumbre total, lo que hace más sencillo reducirla y planificar las campañas de ensayos a este respecto de un modo más eficiente. Para poder ilustrar mejor este resultado se va a proceder a desglosar la incertidumbre total de los nodos analizados en sus distintas componentes, para identificar los parámetros más relevantes del problema. Nótese que, al construirse la incertidumbre total a partir de las distintas contribuciones ya se dispone de esta información como parte del proceso de cálculo de incertidumbres y simplemente se recupera y analiza (no es un nuevo resultado).

Antes de analizar la contribución de los parámetros a la incertidumbre total se hace una breve descripción del significado físico de aquellos que son más relevantes en el problema. Sus valores, distribuciones de probabilidad y unidades se pueden consultar en la tabla 4.2:

Acoplamiento conductivo con el satélite, $GL_{STEP-SC}$:

Representa la inversa de la resistencia térmica por conducción al flujo de calor entre el instrumento y el vehículo sobre el que va montado. Habitualmente este tipo de parámetros son importantes en un modelo de estas características, ya que modelan la unión a un sistema con una capacitancia térmica mucho mayor, y por lo tanto la temperatura del satélite se considera como condición de contorno al analizar el instrumento. En este caso en particular, en el que STEP tiene un montaje aislante, cobra si cabe más importancia, ya que pequeñas diferencias en el aislamiento efectivamente conseguido pueden dar lugar a elevadas diferencias de temperatura. En la figura 4.1 aparecen en primer plano dos de los separadores de Ultem de los seis que conforman dicho montaje: bajo la E-Box en la cara del instrumento que se encuentra en primer plano, uno de ellos a la izquierda de la imagen, entre el radiador de la E-Box y el conector eléctrico y el otro en la parte inferior derecha, bajo el conducto de purga (de este último puede verse mayormente su reflejo). Al no haber sido ensayada térmicamente esta configuración (ver apartado 2.6), su distribución de probabilidad es de tipo lognormal.

Acoplamiento conductivo entre la E-Box y los telescopios, $GL_{EBX-TCP}$:

Análogo al parámetro anterior, pero en este caso los dos elementos en contacto térmico son la tapa de la E-Box y las carcasas de los telescopios. En este caso es un parámetro de cierta importancia también por haberse ideado un diseño térmico con ambas partes del instrumento parcialmente desacopladas térmicamente. El montaje es menos aislante que en el caso del $LC_{STEP-SC}$, por lo que es de esperar que variaciones en su valor tengan menos reflejo en las temperaturas que en el caso anterior. También es de esperar que dichas variaciones afecten más a las temperaturas del elemento que se pretende aislar, los telescopios. El montaje que representan puede verse en la figura 4.5, en el que las carcasas de los telescopios están montadas sobre la cubierta de la E-Box. Puede apreciarse como, si bien no hay separadores, se ha recurrido a un montaje elevado y las carcasas no están en contacto con la tapa salvo en los puntos de anclaje. Al no haber sido ensayada térmicamente esta configuración (ver apartado 2.6), la distribución de probabilidad considerada es de tipo lognormal.

Emisividad infrarroja de los radiadores, ϵ_{OSR} :

Representa la emisividad de los radiadores de OSR (Optical Solar Reflector) que pueden verse en las figuras 4.1, 4.4 y 4.6. Dicha propiedad física es una de las responsables

principales de la cantidad total de calor por radiación que el instrumento emite al espacio y por tanto de la temperatura de equilibrio del mismo. Es una de las principales herramientas con las que se cuenta para el diseño térmico, aunque en esta etapa del diseño su valor ya ha sido fijado. Por ello la incertidumbre que tiene asociada es de tipo aleatorio al ser un producto comercial que ha sido ampliamente ensayado.

Emitancia efectiva de la MLI, ε_{eff} :

Este parámetro da una medida de la efectividad de las mantas térmicas de aislamiento radiativo (MLI) como una emitancia efectiva entre los nodos internos y externos de las mismas. Es un parámetro que habitualmente es de gran importancia en los modelos térmicos, en general mayor a medida que hay más proporción de la superficie total del sistema bajo estudio envuelta en MLI. Es uno de los parámetros con mayor incertidumbre asociada por la dificultad de transformar los diseños teóricos en configuraciones reales. Dicho fenómeno se acentúa en instrumentos/satélites pequeños o con superficies externas con geometrías complejas. STEP es un instrumento pequeño, si bien no especialmente complejo. Las diferencias entre el modelo geométrico de la MLI y su implementación se muestran en la figura 4.6. Por todo lo anterior, la distribución de probabilidad considerada es de tipo uniforme, que es la que presenta una mayor incertidumbre asociada, distribuida en torno al valor de emitancia efectiva que proporciona el fabricante.

Disipación interna de la tarjeta de potencia, Q_{pow} y de la tarjeta digital, Q_{dig} :

Representan la disipación eléctrica debido al funcionamiento de la tarjeta electrónica de potencia y la digital, respectivamente. Las disipaciones son habitualmente parámetros dominantes en los problemas térmicos y en muchas ocasiones determinan el diseño térmico, ya que el ingeniero térmico no tiene control sobre los valores de disipación pero sí sobre los caminos para redirigir los flujos hacia donde sea preciso. Suelen tener unas incertidumbres asociadas relativamente altas, y distribuciones de probabilidad asociadas de tipo uniforme o triangular [14, 18]. Por contra es un parámetro que puede medirse en ensayos específicos de la electrónica previamente a los ensayos. Se considera ese caso en este análisis, y por ello la distribución de probabilidad seleccionada es triangular y con $V = 0.1$. En este problema en concreto, estas dos disipaciones son las que aportan mayor incertidumbre por ser las mayores en valor absoluto. Las disipaciones de la electrónica de proximidad de los detectores Q_{det} tienen mayor efecto sobre ellos,

pero sus disipaciones en valor absoluto representan un porcentaje pequeño del total y por ello no están entre los parámetros seleccionados.

Una vez introducidos los parámetros con mayor peso en los resultados, se procede a analizar su influencia en el problema.

En primer lugar se presentan diagramas circulares de sectores con la contribución de los parámetros a la incertidumbre total. Están representados en las figuras 4.13 a 4.17 para las temperaturas de los distintos elementos. Se muestran de modo individual aquellos parámetros que contribuyen por lo menos hasta un 3 % de la incertidumbre de los márgenes superiores de temperatura para un nivel de confianza 99.7 % CL (con la excepción del ε_{eff} , cuya aportación es inferior al 3 % pero se encuentra cerca de dicho nivel y se considera de interés). Analizando los diagramas, se puede extraer valiosa información, que se comenta a continuación.

Reducción del número de parámetros a analizar:

- Lo primero que llama la atención, es que del total de 76 parámetros (que en el OGS se redujo a 13), 5 ó 6 son los responsables de entre el 90 % y el 95 % de la incertidumbre en todos los elementos del instrumento. Esto permite enfocar de modo eficiente los esfuerzos destinados a reducirla, planificando los ensayos generales o incluso diseñando alguno dedicado.

Selección de los parámetros más influyentes para reducir la incertidumbre total:

- Si se planificara algún ensayo dedicado (que, bien diseñado siempre permitirá reducir la incertidumbre de su objeto más que uno general), en este problema el parámetro a medir debería ser acoplamiento conductivo entre el instrumento y el satélite $LC_{STEP-SC}$, que modela térmicamente el sistema de montaje/aislamiento comentado en el apartado 4.1.1. En todas las figuras representa la mayor fracción con bastante diferencia, aproximadamente un 65 % en los telescopios y cerca del 75 % en la caja de electrónica, que es la parte del instrumento más próxima al satélite.

Evaluación de los parámetros de importancia secundaria:

1. En este caso otros parámetros que resultan importantes en menor medida en todas las partes del instrumento son las disipaciones de las tarjetas de potencia Q_{pow} y digital Q_{dig} , aunque tienen más peso en la parte inferior del instrumento que en la superior, y más en las tarjetas sobre las que están directamente aplicadas (T_1 y T_2).
2. El hecho de que los tres parámetros anteriores, que son parámetros "pertenecientes" a la caja de electrónica, tengan efecto apreciable en los telescopios da muestra de que el aislamiento entre ambas partes podría ser susceptible de mejora. El parámetro asociado al aislamiento (acoplamiento) conductivo entre la E-Box y los telescopios es $GL_{EBX-TCP}$, que como puede verse sólo está entre los principales para los detectores, siendo el tercer parámetro en importancia en ellos. De reducir al acoplamiento aún más entre ambas partes, el comportamiento esperado sería que este parámetro y ε_{OSR} aumentarían en importancia y el resto disminuirían.
3. La emisividad de los OSR de los radiadores, ε_{OSR} , es el segundo parámetro en importancia para los detectores y es también importante en la electrónica (que cuenta con un radiador dedicado), aunque de modo ligeramente inferior. Esto es lógico; los telescopios equilibran su temperatura mediante el balance energético entre el satélite, las disipaciones internas y el frío espacio, y están parcialmente desacoplados de los dos primeros mediante el montaje aislante entre los telescopios y la electrónica.
4. Entre los parámetros relevantes el último es la emitancia efectiva de la MLI, ε_{eff} , que afecta algo más a los telescopios al estar más aislados, pero que en general afecta a todo el instrumento al envolverlo por completo.

Una vez se ha analizado cómo configuran los parámetros la incertidumbre total, es interesante también analizar las funciones de densidad de probabilidad asociadas a las variaciones de temperatura debidas a los distintos parámetros para cada nodo, las funciones $g_{ik}(\Delta T_{ik})$, que se muestran en las figuras 4.18 a 4.22 para las temperaturas de todos los elementos, ordenadas por orden creciente. Están incluidas las PDF de los mismos parámetros que figuran en los diagramas sectoriales que corresponden a los mismos elementos del STEP. Los comentarios más relevantes se presentan a continuación.

- Al igual que sucedía en la serie anterior de figuras, se aprecia que el parámetro que aporta más incertidumbre es $GL_{STEP-SC}$ (línea discontinua a trazos cortos),

Figura 4.13: Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura de la tarjeta electrónica de potencia, T_1 , entre los distintos parámetros.

Figura 4.14: Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura de la tarjeta electrónica digital, T_2 , entre los distintos parámetros.

Figura 4.15: Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura de la tarjeta electrónica analógica, T_3 , entre los distintos parámetros.

Figura 4.16: Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura del detector del IT, T_4 , entre los distintos parámetros.

Figura 4.17: Distribución porcentual de la incertidumbre total de la temperatura del detector del PT, T_5 , entre los distintos parámetros.

siendo visible cómo cubre valores de desviación de la temperatura de aproximadamente 10 °C en la electrónica y sobre 8 °C en los detectores para intervalos de confianza elevados. Otra característica destacable de la curva es que puede apreciarse claramente su asimetría, siendo la fuente principal de la asimetría hallada en los resultados globales.

- Las dos curvas triangulares que pueden verse en todas las figuras corresponden a los efectos de las disipaciones de las tarjetas de potencia Q_{pow} y digital Q_{dig} (línea punteada y a trazos, respectivamente). Como se comentó en la apartado 2.4.2, su forma triangular es producto de las PDF asociadas a las disipaciones y de la relación lineal entre éstas y las temperaturas nodales. En general en la E-Box se ve cómo su contribución es de unos 3 °C ó 4 °C para niveles de confianza elevados, salvo en el caso de Q_{pow} en la tarjeta de potencia, que lógicamente es mayor. En ese caso, como se ve, la incertidumbre asociada puede estar cerca de 4 °C - 5 °C en los extremos de la PDF. En el caso de los detectores la magnitud se reduce, como reflejan las funciones con mayor concentración en torno a la media.
- La emisividad de los radiadores ε_{OSR} es uno de los parámetros con mayor influencia en los resultados (curva continua con forma de distribución normal). Se puede ver cómo sus extremos abarcan mayor rango de temperaturas que la mayoría de los otros parámetros, aumentando este fenómeno a medida que crece el interva-

Figura 4.18: PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para la tarjeta de potencia $g_{1k}(\Delta T_{1k})$.

lo de confianza. En algunas figuras, como la 4.20, se muestra que esta curva es prácticamente coincidente con las PDF debidas a las disipaciones internas para intervalos de confianza reducidos, pero se separa a medida que crecen estos.

- La emisividad de los radiadores es también una buena referencia visual para apreciar la asimetría dada por el acoplamiento conductivo entre la E-Box y los telescopios, $GL_{EBX-TCP}$. La curva asociada a dicho parámetro sólo puede verse en las figuras 4.21 y 4.22, y presenta trazos y puntos intercalados. Se puede apreciar como, para valores negativos de los márgenes de temperatura, la citada curva y la asociada al ε_{OSR} discurren próximas, pero para valores positivos la curva del acoplamiento conductivo desciende a valores de probabilidad prácticamente nulos mucho más rápidamente.
- El último parámetro relevante es la emitancia efectiva de la MLI ε_{eff} . La PDF asociada al parámetro es de tipo uniforme y la relación matemática entre el mismo y las temperaturas nodales es de tipo parabólico, resultando en una curva casi trapezoidal (línea a trazos casi continuos).

A partir del análisis anterior podría establecerse la estrategia a seguir para reducir la incertidumbre. Es evidente que el parámetro que más contribuye a la incertidumbre total es $GL_{STEP-SC}$, el acoplamiento conductivo entre el instrumento y el vehículo.

Figura 4.19: PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para la tarjeta digital $g_{2k}(\Delta T_{2k})$.

Figura 4.20: PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para la tarjeta analógica $g_{3k}(\Delta T_{3k})$.

Figura 4.21: PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para el detector del IT $g_{4k}(\Delta T_{4k})$.

Figura 4.22: PDF de las variaciones de temperatura debidas a los parámetros más relevantes para el detector del PT $g_{5k}(\Delta T_{5k})$.

Un enfoque adecuado del problema podría radicar en realizar un ensayo térmico del mismo, midiendo únicamente el valor de dicho parámetro con un montaje más sencillo, con el objeto de determinarlo. Dicho ensayo tendría un coste limitado y permitiría por un lado afinar las predicciones antes de realizar un ensayo completo (reduciendo las probabilidades de tener que repetirlo si los resultados estuvieran lejos de lo esperado) y por el otro un mejor ajuste del resto de parámetros tras el ensayo, al tener ése bien determinado.

Posteriormente, tras el ensayo térmico específico para medir $GL_{STEP-SC}$, se realizarían los ensayos térmicos habituales del instrumento. Durante los mismos puede reducirse la incertidumbre de la emitancia efectiva de la MLI ε_{eff} y de la emisividad de los radiadores ε_{OSR} (y sabiendo esto puede diseñarse el ensayo previendo un perfil temporal de temperaturas del entorno radiativo que facilite el ajuste de estos parámetros) y del acoplamiento conductivo entre la E-Box y los telescopios $GL_{EBX-TCP}$. Por último, las incertidumbres asociadas a las disipaciones pueden despejarse durante el ensayo, pero no podrán eliminarse completamente de las predicciones durante la misión, al existir un porcentaje asociado a la degradación de los componentes con el uso de muy difícil determinación.

Como se ha comprobado en este caso práctico, desde el punto de vista de la evaluación de la importancia de los parámetros, el OGS presenta una clara ventaja respecto al Monte Carlo. Este último no es capaz de proporcionar la importancia individual de cada parámetro, sino la incertidumbre total. Si quisiera obtenerse información a este respecto, habría que realizar análisis adicionales. Stout [15] emplea este enfoque, realizar análisis como el que se ha mostrado aquí (llamados de sensibilidad en su tesis) utilizando métodos de Monte Carlo. No obstante, para realizarlo emplea los índices de Sobol (ver apartado 1.4.1) por lo que debe resolver el modelo térmico un número de veces que es el producto del número de veces necesario para un MCS (resultado de ecuaciones (2.2) o (2.3)) multiplicado por $2^{N_P} - 1$. En la siguiente subsección se estima el tiempo necesario para realizar un único MCS, comparándolo con el tiempo necesario para aplicar el SEA y/o el OGS.

4.2.2. Tiempo de cálculo

Los análisis se han realizado en un PC equipado con un procesador i7-7700K a 4.2 GHz y con 32 GB de RAM. Se ha utilizado un ordenador personal en lugar de un cluster que podría haber reducido el tiempo de cálculo ostensiblemente. No obstante, a efectos de comparación entre los métodos, los resultados son extrapolables. Los tiempos

Tabla 4.5: Comparación del número de análisis requeridos y tiempo de cálculo asociado para los métodos SEA, OGS y MCS.

	SEA	OGS	MCS ₂₅₀₀	MCS ₄₅₀₀
Número de ejecuciones GMM	34	42	2500	4500
Número de ejecuciones TMM	77	159	2500	4500
Tiempo total cálculo GMM [h]	10.1	12.5	743.0	1337.4
Tiempo total cálculo TMM [h]	0.6	1.2	18.7	33.7
Tiempo total cálculo [h]	10.7	13.7	761.7	1371.1

de cálculo requeridos por los tres métodos, junto con el número de ejecuciones de los modelos radiativo y térmico para los tres métodos, pueden verse en la tabla 4.5. El tiempo de cálculo requerido en el citado ordenador para resolver el GMM es de 1070 s y 27 s para preprocesar y resolver el TMM.

El SEA es el método más rápido de los tres. Las derivadas que aparecen en la ecuación (2.1) se obtienen mediante la aproximación de primer orden de Newton, con lo que se requieren un total de 34 análisis radiativos (uno por cada uno de los $N_{PR} = 33$ parámetros RNL + otro por el caso nominal) más 77 preprocesos y análisis del modelo térmico (uno para el caso nominal + $N_{PR} = 33$ parámetros RNL + $N_{PT} = 43$ parámetros TARL). El tiempo total invertido en realizar estos cálculos es de 10.7 horas.

El OGS se encuentra en segundo lugar (13.7 horas en total), y la diferencia de tiempo con el SEA es pequeña comparada con la diferencia entre estos dos métodos y el MCS (743 horas). Como ya se ha indicado, el filtrado inicial de los parámetros revela que el 99 % de la incertidumbre total se debe a 13 parámetros, por lo que estos $N_{PS} = 13$ parámetros se seleccionaron para realizar el OGS. De ellos, $N_{PRS} = 2$ son los parámetros RNL seleccionados y los restantes $N_{PTS} = 11$ son los parámetros TARL seleccionados. Para calcular los puntos adicionales para las curvas por regresión se ha procedido de modo análogo a como se hizo para el modelo de un nodo en el apartado 3.5. Para las contribuciones de 5 de los 11 parámetros TARL seleccionados fue necesario emplear curvas exponenciales como sus modelos subrogados. Para éstas, se calcularon 10 puntos adicionales (además del nominal). Para el resto de los parámetros seleccionados se precisaron 4 puntos adicionales por cada uno. Esto suma un total de 8 análisis radiativos adicionales (4 por parámetro RNL), más 82 preprocesos y ejecuciones adicionales del modelo térmico (4 por cada parámetro RNL seleccionado más 10 por cada uno de los 5 parámetros TARL con comportamiento logarítmico más 4 por cada uno de los 6 parámetros TARL restantes). El tiempo de cálculo adicional con respecto al SEA es de unas 3 horas, lo que da un tiempo total de 13.7 horas.

Al aplicar el MCS, se recuerda que se cuenta con dos expresiones para estimar el número de ejecuciones necesarias del modelo, (2.2) y (2.3). Como el objetivo principal de esta tesis se centra en los márgenes de incertidumbre, se ha aplicado (2.3). Se ha aplicado el mismo criterio que se aplicó en el apartado 3.4: una confianza (sobre el Monte Carlo) del 98 % de que se conoce el intervalo de incertidumbre para las temperaturas correspondiente al 95 % CL con un 1 % de precisión (es decir, $P_{0.95}$ calculado se encuentra entre los valores asintóticos de $P_{0.94}$ y $P_{0.96}$ con una confianza del 98 %) y el intervalo de incertidumbre correspondiente al 99.7 % CL con un 0.25 % de precisión ($P_{0.997}$ calculado entre los valores asintóticos de $P_{0.9945}$ y $P_{0.9995}$ con una confianza del 98 %). Para ello se deben ejecutar $N_s = 2500$ análisis. En este caso se han ejecutado 2000 análisis adicionales, hasta $N_s = 4500$, lo que aumenta la confianza sobre los valores de los percentiles hasta el 99.7 %, para mostrar la evolución de los márgenes y la media hasta valores donde se pueda apreciar la convergencia. El objetivo es mostrar mediante un caso práctico cuáles son las diferencias en temperaturas entre los valores de confianza sobre los percentiles correspondientes al 98 % y al 99.7 % y sopesar dicha mejora con el incremento del tiempo de cálculo. Como se ha visto en la tabla 4.4, son pequeños y en general asumibles salvo para cálculos que requieran gran precisión. No así las diferencias entre los tiempos de ejecución.

Para el número de análisis $N_s = 2500$ el tiempo de cálculo es de unas 743 horas (aproximadamente 31 días), mientras que para $N_s = 4500$ análisis el tiempo de cálculo ascendería a 1371 horas o 57 días. Comparando los tres métodos, el MCS invierte aproximadamente 71 veces más tiempo de cálculo que el SEA y 55 veces más que el OGS en el caso de $N_s = 2500$, que es el que se ha tomado como referencia, al considerarse las diferencias entre los dos MCS mostradas en la tabla 4.4 aceptables desde el punto de vista del análisis térmico.

Se han incluido también las gráficas mostrando la evolución de los márgenes y valores medios frente al número de ejecuciones del Monte Carlo para algunos de los elementos reportados, en las figuras 4.23 a 4.28. Para la media se han escogido un elemento representativo de la E-Box, T_1 , en la figura 4.23 y otro de un telescopio, T_5 , en la figura 4.24. Como se puede ver la evolución de la media es muy similar en ambos y desde aproximadamente $n = 1000$ se encuentra en un intervalo de 0.1 °C.

Para los márgenes de incertidumbre se han representado aquellos casos que muestran mayores diferencias entre $N_s = 2500$ y $N_s = 4500$ en la tabla 4.4. Estos son, para un nivel de confianza del 95.4 % CL, los márgenes correspondientes a la temperatura de la tarjeta de potencia T_1 , en la figura 4.25 y al detector del PT, T_5 , en la figura 4.26. No se han representado para la tarjeta digital T_2 , cuya desviación es idéntica en la tabla 4.4 a

Figura 4.23: Evolución de la media de la temperatura de la tarjeta de potencia, T_1 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea horizontal: valor para $n = 4500$.

la de T_1 , por ser los de T_1 representativos de ambos. Con respecto al nivel de confianza del 99.7% CL los márgenes representados corresponden a la temperatura de la tarjeta analógica, T_3 , en la figura 4.27 y la temperatura del detector del IT, T_4 , en la figura 4.28. Del mismo modo a como ocurre con el par T_1 y T_2 , T_4 es representativo de T_5 . Respecto a los márgenes de incertidumbre, el margen inferior está representado en azul y el superior en verde. El margen inferior se ha representado en valor absoluto para poder incluir ambos en la misma figura. También se han representado líneas horizontales con el valor de los márgenes (o la media, en el caso de las figuras 4.23 y 4.24) en $n = 4500$ para facilitar la lectura de las gráficas. Como se puede apreciar, a medida que crece el número de ejecuciones, las medias y los márgenes tienden a sus valores asintóticos según lo calculado. A partir de $n = 2500$ aproximadamente, las medias se encuentran en un intervalo de $\pm 0.1^\circ\text{C}$ y los márgenes de incertidumbre en un intervalo de $\pm 0.5^\circ\text{C}$ para un nivel de confianza 95.4% CL y $\pm 0.9^\circ\text{C}$ para un nivel de confianza de 99.7% CL en los casos con mayor desviación, siendo en general las diferencias menores.

Figura 4.24: Evolución de la media de la temperatura del detector del PT, T_5 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea horizontal: valor para $n = 4500$.

Figura 4.25: Evolución de los márgenes de incertidumbre para un nivel de confianza CL 95.4 % de la temperatura de la tarjeta de potencia, T_1 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea azul: margen inferior. Línea verde: margen superior. Líneas horizontales: valores para $n = 4500$.

Figura 4.26: Evolución de los márgenes de incertidumbre para un nivel de confianza CL 95.4 % de la temperatura del detector del PT, T_5 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea azul: margen inferior. Línea verde: margen superior. Líneas horizontales: valores para $n = 4500$.

Figura 4.27: Evolución de los márgenes de incertidumbre para un nivel de confianza CL 99.7 % de la temperatura de la tarjeta analógica, T_3 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea azul: margen inferior. Línea verde: margen superior. Líneas horizontales: valores para $n = 4500$.

Figura 4.28: Evolución de los márgenes de incertidumbre para un nivel de confianza CL 99.7 % de la temperatura del detector del IT, T_5 , con el número de ejecuciones n del modelo del MCS. Línea azul: margen inferior. Línea verde: margen superior. Líneas horizontales: valores para $n = 4500$.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

5.1. Conclusiones

Se ha desarrollado un nuevo método, denominado OGS (*One-dimensional Generalized SEA*), para el cálculo de incertidumbres que se ha aplicado al caso de modelos térmicos en control térmico espacial. El método se ha basado en una adaptación del Teorema Central del Límite al caso de la suma de un número pequeño de variables aleatorias. Se encuentra a medio camino entre el método clásico (SEA, *Statistical Error Analysis*) y el método estocástico (MCS, *Monte Carlo Simulation*), tanto en términos de precisión como de tiempo de cálculo, al basarse en la combinación lineal de las contribuciones individuales no lineales de los parámetros. Dicha combinación lineal permite obtener la PDF de cada temperatura nodal mediante la convolución de las PDF de las contribuciones individuales no lineales de los parámetros. Permite por ello una mejor determinación de las aportaciones individuales de los parámetros que la aproximación puramente lineal (SEA), incluyendo que en los resultados se recogen las asimetrías generadas por las no linealidades, que se han aproximado mediante modelos subrogados. Otra ventaja respecto al SEA es que permite utilizar cualquier tipo de distribución de probabilidad en el análisis. No obstante, no tiene la capacidad de mostrar las contribuciones a la incertidumbre de los efectos no lineales asociados a la variación simultánea de parámetros.

Para mostrar las ventajas e inconvenientes de utilizar este método se ha aplicado a dos modelos térmicos distintos.

En primer lugar se ha considerado un modelo simple, de un nodo, con una combinación de parámetros elegida ex-profeso para poner de manifiesto la existencia de las no linealidades descritas. Para comenzar se muestran ejemplos de las diferencias entre las

aproximaciones lineal y no lineal durante los pasos intermedios del proceso de cálculo. Las no linealidades asociadas a las variaciones individuales de los parámetros se hacen evidentes a través de los modelos subrogados mostrados, en particular a través de la dependencia de la temperatura de la conductancia con el vehículo espacial $T(GL_{SC})$, y las diferencias en las PDF resultantes al utilizar un modelo subrogado lineal o uno exponencial para representar dicha dependencia. Tras el proceso de cálculo, se ha obtenido que los resultados del OGS se encuentran entre los del SEA y los del MCS. Para los niveles habituales de confianza aplicados en control térmico espacial ($2\sigma \sim 95\%$ CL), las diferencias entre los resultados proporcionados por el SEA y el MCS para las temperaturas máximas y las temperaturas mínimas predichas están en el orden de los 4°C para márgenes de incertidumbre de alrededor de 12°C , mientras que las diferencias entre el OGS y el MCS son como máximo de 1.4°C . Para niveles de confianza mayores ($3\sigma \sim 99.7\%$ CL) las diferencias aumentan, al aumentar los efectos de las no linealidades al ampliarse el intervalo de variación de los parámetros. En este caso, las diferencias entre el SEA y el MCS para las temperaturas máximas y las temperaturas mínimas predichas están en el orden de los 7.6°C sobre unos márgenes de incertidumbre de aproximadamente 20°C (38 % del margen), mientras que con el OGS dichas diferencias se reducen a 3.9°C (20 % del margen). La fuente principal de dichas diferencias en los resultados es la asimetría en la distribución de probabilidad de la temperatura, que el SEA no es capaz de reproducir, y el OGS tan sólo parcialmente.

Con respecto al segundo modelo térmico analizado, el del EPD-STEP, es un modelo de un instrumento real de vuelo de una misión científica de la ESA, con lo que se trata de un problema representativo como ejemplo. Para el análisis de incertidumbres se ha elegido un punto del diseño en el que el método OGS tiene el potencial para ser el método más conveniente de los tres, que es cuando el diseño está prácticamente finalizado pero sin haber sido ensayado, por lo que aún existen elevadas incertidumbres en parámetros que pueden introducir no linealidades apreciables. Se comprueba a partir de los resultados que el OGS puede ser una excelente opción en estos casos. Con un tiempo de cálculo por debajo del 2 % del total empleado en el MCS, las diferencias entre ambos métodos en las temperaturas máximas y las temperaturas mínimas predichas tienen un valor máximo de 1.2°C entre las temperaturas de todos los nodos y para los dos niveles de confianza analizados, mientras que el SEA llega a triplicar dichas diferencias. En este modelo, además, las no linealidades debidas a la variación simultánea de parámetros no parecen tener efectos apreciables al contrario que en el modelo de un nodo.

Otro aspecto que se ha abordado en esta tesis es la propuesta de un conjunto de distribuciones de probabilidad en el que se consideran un número bastante razonable de

situaciones (con recomendaciones para todos los parámetros considerados) para abordar el cálculo de incertidumbres en control térmico espacial en las distintas etapas del diseño. Fundamentalmente se ha considerado el uso de distribuciones de tipo uniforme y triangular en fases iniciales de la misión (que tienen asociada una mayor incertidumbre), de distribuciones tipo beta para las propiedades ópticas con valores próximos a los límites del intervalo $[0, 1]$, y de distribuciones de tipo lognormal para los coeficientes térmicos de contacto y para las conductancias térmicas sin correlar mediante ensayos térmicos. Por otra parte, se siguen considerando adecuadas las distribuciones normales en un elevado número de casos, fundamentalmente en las últimas etapas de diseño y en parámetros ya medidos en ensayos. Con estas distribuciones se considera que existe un conjunto adecuado para representar la incertidumbre de los parámetros térmicos en cualquier etapa de la misión. Se ha dejado al criterio de los especialistas de los subsistemas de determinación de órbitas y control de actitud la recomendación en cada caso particular para estos parámetros.

Como primer acercamiento a las no linealidades debidas a la variación simultánea de los parámetros, se ha introducido la expresión (2.13) para estimarlas en primera aproximación, por sus contribuciones de primer orden y considerando sólo parejas de parámetros, y no la posible interacción entre más de dos al mismo tiempo. Es un fenómeno complejo, como puede apreciarse viendo la derivación de los coeficientes de Sobol en el apartado 1.4.1 y que se comenta en los temas a tratar en el futuro.

Se incluyen también unas recomendaciones sobre qué método elegir para el cálculo de incertidumbres en control térmico espacial en función de la etapa del diseño. En las etapas iniciales, donde las incertidumbres son más elevadas y pueden adoptar la forma de distribuciones más complejas, con intervalos posibles de variación de los parámetros mucho mayores (y por tanto de las temperaturas obtenidas), los métodos de Monte Carlo son una buena aproximación. Esto es así por dos motivos: por un lado, los intervalos de variación de los parámetros tan amplios que se manejan en estas fases harán que sea probable que las no linealidades debidas a la variación simultánea de parámetros sean relevantes, y por el otro, los modelos en estas etapas suelen ser de tamaño reducido, con lo que aplicar el MCS suele ser asequible en tiempos razonables. No obstante, no se recomienda aplicar un MCS exclusivamente, que sólo aporta el dato de la incertidumbre global, sino que debe utilizarse algún método alternativo para desglosarla en las distintas contribuciones. El método puede ser el OGS, y en esta etapa podría ser conveniente calcular también los índices de Sobol, ya que, aunque no proporcionan las PDF completas como el OGS, sí permiten evaluar las no linealidades por variación simultánea de parámetros y en todas las combinaciones posibles, lo que constituye una

información importante para el diseño térmico.

A medida que se avance en el proceso de diseño, el método de cálculo de incertidumbres deberá pasar a ser el OGS, particularmente en las fases con una incertidumbre intermedia asociada, salvo que el MCS refleje no linealidades relevantes que el OGS sea incapaz de mostrar. Se considera que la relación entre el tiempo invertido y los resultados en el OGS es en general la mejor de entre los tres métodos en esta etapa de la misión. Adicionalmente, si se han seguido las recomendaciones de utilizar el MCS al inicio pero utilizando el OGS para identificar los parámetros que más contribuyen a la incertidumbre, resultará sencillo evaluar el momento de pasar en exclusiva al OGS (decisión que puede ser también influida por el crecimiento del tamaño del modelo térmico, típico en estas etapas).

Al final del diseño, una vez que los modelos han sido correlados mediante ensayos, las PDF deberían adoptar la forma de distribuciones normales para todos los parámetros dominantes y además los intervalos esperados de variación de los parámetros deberían ser reducidos (cumpliendo por tanto con $|T'| \gg |T''|\sigma$ como se explicó en el apartado 2.4). Por ello, en esta fase la sencillez y rapidez del método SEA puede hacer de él la mejor opción siempre que no haya puntos singulares en el diseño, especialmente en una etapa en la que los modelos térmicos pueden llegar a haber alcanzado gran tamaño, particularmente si se trata de un satélite completo con todos los modelos reducidos de los instrumentos integrados.

Para finalizar, probablemente la conclusión más importante es que el objetivo del cálculo de incertidumbres no debe ser el resultado de la incertidumbre en sí, sino el tener un medio para desglosarla en sus componentes y reducirla, lo que puede ayudar a optimizar el proceso de diseño. Se considera por tanto que el diseño de sistemas de control térmico debería abordarse desde esta perspectiva desde el inicio y no constituir un cálculo auxiliar que se hace en una etapa más o menos tardía.

5.2. Futuras líneas de investigación

Después de todo el desarrollo anterior, parece evidente que el próximo paso a dar debería ser el desarrollo de un método de características similares a las del OGS para evaluar las contribuciones a la incertidumbre debidas a las no linealidades fruto de la variación simultánea de los parámetros. Se ha ofrecido una primera aproximación en el apartado 2.5, pero dicha aproximación constituye sólo un primer paso. Es un tema de gran complejidad, al existir múltiples combinaciones de parámetros posibles. Se ha presentado

un ejemplo en el caso del modelo de un nodo cuando se comenta la eliminación del área A de entre los parámetros a analizar (apartado 3.5.1). El área A había sido eliminada del análisis por ser poco importante debido al equilibrio entre el flujo solar absorbido y la radiación térmica emitida, es decir, por la relación α/ε . No obstante, variando uno de estos dos parámetros el área A aumentaría su relevancia en el problema, con lo cual, a pesar de haber sido A eliminada del problema por no considerarse relevante, las combinaciones de parámetros (A, ε) y (A, α) sí podrían ser relevantes, y la terna (A, ε, α) para relaciones α/ε que maximicen la influencia de A también puede ser relevante. Se pone de manifiesto que este fenómeno puede revestir gran complejidad incluso con un ejemplo sencillo. La sugerencia para continuar el estudio de este problema es explorar combinaciones de modelos subrogados tipo superficie de respuesta aplicados a algún tipo de descomposición del modelo matemático análoga a la realizada por Sobol (ver apartado 1.4.1).

El segundo frente sobre el que se puede trabajar es aplicar el método desarrollado al diseño de ensayos térmicos para minimizar las incertidumbres. El primer paso debería consistir en resolver el problema inverso al resuelto: partiendo de las medidas de los termopares como distribuciones de probabilidad (a partir de la incertidumbre de sus medidas), obtener la incertidumbre del parámetro a determinar. Puede comenzarse con problemas sencillos, como serían ensayos *ad-hoc* para reducir la incertidumbre de un parámetro en concreto, para posteriormente aumentar la complejidad del diseño de los ensayos hasta optimizar los mismos para la reducción de incertidumbre de los parámetros de los modelos térmicos que se hayan considerado más importantes.

Para finalizar, la última vía de trabajo futuro que se sugiere es la aplicación a otras áreas de la ingeniería de esta metodología, al considerarse que es sencilla, pero potente y efectiva. Diversos subsistemas de un vehículo espacial se pueden beneficiar de esto: estructura, potencia, control de actitud, etc. De hecho puede aplicarse no sólo a los subsistemas de modo independiente, sino como parte de métodos de diseño concurrente, como pueden ser las *Concurrent Design Facilities*.

Bibliografía

- [1] D.G. Gilmore. *Spacecraft Thermal Control Handbook*, volume I. The Aerospace Press, El Segundo, California, 2^a edición, 2002.
- [2] J. Meseguer, I. Pérez-Grande y A. Sanz-Andrés. *Spacecraft Thermal Control*. Elsevier, 2012.
- [3] ESA-ESTEC Requirements & Standards Division. ECSS Standards: Space Engineering - Thermal Analysis Handbook: ECSS-E-HB-31-03A15. 2016.
- [4] M.M. Waldrop. Hubble: The Case of the Single-Point Failure. *Science*, 249(4970): 735–736, 1990.
- [5] D.M. Harland y R.D. Lorenz. *Space Systems Failures: Disasters and Rescues of Satellites, Rockets and Space Probes*. Praxis Publishing Ltd., Berlin, Germany, 2005.
- [6] E.H. Barber, E.B. Bull y Sir H. Shirley-Smith. Report of the Royal Comission into the failure of West Gate Bridge, Victoria. Informe técnico: Parliamentary paper 1971-72, no. 2, 1971.
- [7] Comittee on Science and Technology of the 99th U.S.A. Congress House of Representatives. Investigation of the Challenger accident. Informe técnico: H-REPT-99-1016, GPO-64-420, enero 1986.
- [8] Bureau International des Poids et Mesures, Commission électrotechnique internationale y Organisation internationale de normalisation. *Guide to the expression of uncertainty in measurement*. International Organization for Standardization, 2008.
- [9] A. Avila. JPL Thermal Design Modeling Philosophy and NASA-STD-7009 Standard for Models and Simulations: A Case Study. En *41st International Conference on Environmental Systems*, Portland, Oregon, julio 2011.

- [10] W. Ousley. Requirements for Thermal Design, Analysis and Development. Informe técnico: 545-PG-8700.2.1A, NASA Thermal Engineering Branch, 2005.
- [11] ESA-ESTEC Requirements & Standards Division. ECSS Standards: Space Engineering - Thermal Control General Requirements: ECSS-E-ST-31C. 2008.
- [12] J.W. Welch. Comparison of Satellite Flight Temperatures with Thermal Predictions. *SAE Technical Papers*, 2003-01-2460, 2003.
- [13] ESA-ESTEC Requirements & Standards Division. ECSS Standards: Space Engineering - Testing: ECSS-E-10-03A. 2002.
- [14] D.P. Thunnissen, S.K. Au y G.T. Tsuyuki. Uncertainty Quantification in Estimating Critical Spacecraft Component Temperatures. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 21(2):422–430, 2007.
- [15] K. Stout. *Bayesian-based Simulation Model Validation for Spacecraft Thermal Systems*. Tesis doctoral, Massachusetts Institute of Technology, 2015.
- [16] Blue Engineering - Stochastic Team. Guidelines for the Assessment and Implementation of Stochastic Methods for Space Thermal Analysis. Informe técnico: 02.07.035/TN5, Blue Engineering, 2004.
- [17] D.J. Zigrang. Comparison of Monte Carlo and Statistical Treatments of Heat-Transfer Data Uncertainties. *Journal of Spacecraft*, 14(9):546–549, 1977.
- [18] D.P. Thunnissen y G.T. Tsuyuki. Margin Determination in the Design and Development of a Thermal Control System. En *34th International Conference on Environmental Systems*, Colorado Springs, Colorado, julio 2004.
- [19] A. Saltelli, K. Chan y E.M. Scott. *Sensitivity analysis*. Wiley, New York, 2000.
- [20] J.C. Helton y F.J. Davis. Illustration of Sampling-Based Methods for Uncertainty and Sensitivity Analysis. *Risk Analysis*, 22(3):591–622, 2002.
- [21] R.I. Cukier, H.B. Levine y K.E. Shuler. Nonlinear Sensitivity Analysis of Multi-parameter Model Systems. *Journal of Computational Physics*, 26(1):1–42, 1978.
- [22] P. Fortescue, J. Stark y G. Swinerd. *Spacecraft Systems Engineering*. John Wiley & Sons, 3ª edición, 2003.
- [23] F.P. Incropera, D.P. De Witt, T.L. Bergman y A.S. Lavine. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons, 6ª edición, 2006.

- [24] J.R. Wertz y W. Larson. *Space Mission Analysis and Design*. Microcosm Inc., El Segundo, California, 3^a edición, 1999.
- [25] J. Meseguer, I. Pérez-Grande, A. Sanz-Andres y G. Alonso. Thermal Systems. En M. Macdonald y V. Badescu, editores, *International Handbook of Space Technology*, capítulo 13. Springer, 2014.
- [26] ESA-ESTEC Requirements & Standards Division. ECSS Standards: Space Engineering - Space Environment: ECSS-E-ST-10-04C. 2008.
- [27] NASA Earth Observatory. Measuring Earth's albedo, 2014. Disponible en: <https://earthobservatory.nasa.gov/IOTD/view.php?id=84499> [consulta 2018-03-26].
- [28] B.J. Anderson, C.G. Justus y G.W. Batts. Guidelines for the Selection of Near-Earth Thermal Environment Parameters for Spacecraft Design: NASA/TM-2001-211221. Octubre 2001.
- [29] M.B. Garrison. Impacts of Bounding Worst Case Thermal Environments. En *43rd International Conference on Environmental Systems*, Vail, Colorado, julio 2013.
- [30] A.J. Illingworth, H.W. Barker, A. Beljaars, M. Ceccaldi, H. Chepfer, N. Clerbaux, J. Cole, J. Delanoë, C. Domenech, D.P. Donovan et al. The EarthCARE satellite: The next step forward in global measurements of clouds, aerosols, precipitation, and radiation. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 96(8):1311–1332, 2015.
- [31] N.G. Loeb, J.M. Lyman, G.C. Johnson, R.P. Allan, D.R. Doelling, T. Wong, B.J. Soden y G.L. Stephens. Observed changes in top-of-the-atmosphere radiation and upper-ocean heating consistent within uncertainty. *Nature Geoscience*, 5(2):110–113, 2012.
- [32] J.P. Holman. *Heat Transfer*. McGraw-Hill, New York, 10^a edición, 2010.
- [33] R. Siegel y J.R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Hemisphere, New York, 3^a edición, 1992.
- [34] R.E. Smith y G.S. West. Space and planetary environment criteria guidelines for use in space vehicle development. Volume 1 - 1982 revision: NASA/TM 82478. Enero 1983.

- [35] A. González-Llana, D. González-Bárcena, I. Pérez-Grande y A. Sanz-Andrés. Selection of extreme environmental conditions, albedo coefficient and Earth infrared radiation, for polar summer Long Duration Balloon missions. *Acta Astronautica*, 148:276–284, 2018.
- [36] V.A. Chobotov. *Orbital Mechanics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Reston, Virginia, 3^a edición, 2002.
- [37] A. Saltelli, M. Ratto, T. Andres, F. Campolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M. Saisana y S. Tarantola. *Global sensitivity analysis: the primer*. John Wiley & Sons, 2008.
- [38] B. Iooss y P. Lemaître. A review on global sensitivity analysis methods. En *Uncertainty management in simulation-optimization of complex systems: algorithms and applications*, pages 101–122. Springer, Boston, Massachussets, 2015.
- [39] M.D. Morris. Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments. *Technometrics*, 33(2):161–174, 1991.
- [40] A. Saltelli y P. Annoni. How to avoid a perfunctory sensitivity analysis. *Environmental Modelling & Software*, 25(12):1508–1517, 2010.
- [41] D.G. Cacuci. *Sensitivity & Uncertainty Analysis, Volume I: Theory*. Chapman & Hall/CRC, 2003.
- [42] G. Venter, R.T. Haftka y J.H. Starnes Jr. Construction of response surface approximations for design optimization. *AIAA Journal*, 36(12):2242–2249, 1998.
- [43] D.L. Allaire. *Uncertainty Assessment of Complex Models with Application to Aviation Environmental Systems*. Tesis doctoral, Massachussets Institute of Technology, 2009.
- [44] R. Christensen. *Linear Models for Multivariate, Time Series, and Spatial Data*. Springer, New York, 1991.
- [45] I.M. Sobol. Sensitivity Estimates for Nonlinear Mathematical Models. *Mathematical Modelling and Computational Experiments*, 1(4):407–414, 1993.
- [46] J.P.C. Kleijnen y J.C. Helton. Statistical analyses of scatterplots to identify important factors in large-scale simulations, 1: Review and comparison of techniques. *Reliability Engineering and System Safety*, 65(2):147–185, 1999.

- [47] C.B. Storlie y J.C. Helton. Multiple predictor smoothing methods for sensitivity analysis: Description of techniques. *Reliability Engineering and System Safety*, 93 (1):28–54, 2008.
- [48] A.C. Antoulas y D.C. Sorensen. Approximation of Large-Scale Dynamical Systems: An Overview. *International Journal of Applied Mathematics & Computer Science*, 11(5):1093–1121, 2001.
- [49] A.H-S. Ang y W.H. Tang. *Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering*. Wiley & Sons, Inc., 2ª edición, 2006.
- [50] D.P. Thunnissen. *Propagating and Mitigating Uncertainty in the Design of Complex Multidisciplinary Systems*. Tesis doctoral, California Institute of Technology, 2005.
- [51] I. Stewart. *Does God play dice? The new mathematics of chaos*. Penguin UK, 2ª edición, 1997.
- [52] A. O'Hagan, C.E. Buck y A. Daneshkhah. *Uncertain Judgements: Eliciting Expert's Probabilities*. John Wiley & Sons, 2006.
- [53] W.L. Oberkampf, J.C. Helton y K. Sentz. Mathematical Representation of Uncertainty. En *19th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Seattle, Washington, abril 2001.
- [54] ITP Engines UK Ltd. ESATAN-TMS Thermal Engineering Manual. 2012.
- [55] P.P. Almazan. Statistical Error Control for Radiative Software Based on Monte Carlo Methods. En *23rd International Conference on Environmental Systems*, Colorado Springs, Colorado, julio 1993.
- [56] P.P. Almazan. Accuracy of Monte Carlo Ray-Tracing Thermal Radiation Calculations: a Practical Discussion. En *6th European Symposium on Space Environmental Control Systems*, Noordwijk, Holanda, agosto 1997.
- [57] Radiant ZEMAX LCC. ZEMAX Optical Design Program - User's Manual. 2011.
- [58] USAF. Test Requirements for Space Vehicles: MIL-STD-1540B. 1982.
- [59] M. Donabedian. Thermal Uncertainty Margins for Cryogenic Sensor Systems. En *AIAA 26th Thermophysics Conference*, Honolulu, Hawai, junio 1991.

- [60] J.B. Werner y P.S. Starrett. Experimental Heat Transfer Correlation of a Complex Spacecraft Model. *Journal of Spacecraft*, 5(3):247–252, 1968.
- [61] J.M.F. Vickers y R.R. Garipay. Thermal Design Evolution and Performance of the Surveyor Spacecraft. En *AIAA 5th Annual Meeting and Technical Display*, Philadelphia, Pennsylvania, octubre 1968.
- [62] R. Stark. Thermal Testing of Spacecraft. Informe técnico: TOR-0172(2441-01)-3, The Aerospace Corporation, septiembre 1971.
- [63] USAF. Test Requirements for Launch, Upper Stage and Space Vehicles: MIL-STD-1540C. 1994.
- [64] J.W. Welch. Comparison of Recent Satellite Flight Temperatures with Thermal Model Predictions. *SAE Technical Papers*, 2006-01-2278, 2006.
- [65] H. Peabody, J. Rodríguez-Ruiz y V. Benítez. Thermal Margin Study for the Global Precipitation Measurement Spacecraft. En *42nd International Conference on Environmental Systems*, San Diego, California, julio 2012.
- [66] M.B. Garrison. Statistical Analysis of Thermal Analysis Margins. En *Thermal & Fluids Analysis Workshop*, Newport News, Virginia, agosto 2011.
- [67] M.B. Garrison, H. Peabody y S. Peabody. Mission Life Thermal Analysis and Environment Correlation for the Lunar Reconnaissance Orbiter. En *42nd International Conference on Environmental Systems*, San Diego, California, julio 2012.
- [68] T. Ishimoto y J.T. Bevans. Method of Evaluating F Variance for Thermal Variance Analysis. *AIAA Journal, Technical Notes*, 6(6):1178–1180, 1968.
- [69] J.R. Howell. Monte Carlo Treatment of Data Uncertainties in Thermal Analysis. *Journal of Spacecraft*, 10(6):411–414, 1973.
- [70] S.J. Kline y F.A. McKlintock. Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments. *ASME Mechanical Engineering*, 75:3–8, 1953.
- [71] T. Ishimoto y J.T. Bevans. Temperature Variance in Spacecraft Thermal Analysis. *Journal of Spacecraft*, 5(11):1372–1376, 1968.
- [72] R.K. McGregor. Limitations in Thermal Scale Modeling. *Journal of Spacecraft*, 8(5):559–560, 1971.

- [73] R.G. Goble. Temperature Uncertainties Associated with Spacecraft Thermal Analyses. En *AIAA 6th Thermophysics Conference*, Tullahoma, Tennessee, abril 1971.
- [74] F. Lamela y A. Torres. Stochastic Approach to Spacecraft Thermal Control Subsystem. *SAE Technical Papers*, 2001-01-2484, 2000.
- [75] B.A Cullimore. Dealing with Uncertainties and Variations in Thermal Design. En *Proceedings of InterPack '01*, Kauai, Hawai, julio 2001.
- [76] M. Rath, H. Rathjen y K. Zehner. Uncertainty Analysis in Thermal Control. *SAE Technical Papers*, 98-1780, 1998.
- [77] ESA-ESTEC Requirements & Standards Division. ECSS Standards: Space Engineering - Testing: ECSS-E-ST-10-03C. 2012.
- [78] M. Granger Morgan y M. Henrion. *Uncertainty: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1990.
- [79] M.J. Chacko, L. Mani y K.N. Shukla. Transient Thermal Analysis for Electronic Packages. *Journal of Spacecraft*, 24(2):186–188, 1986.
- [80] D. Stümpel y D.R. Chalmers. Application of Uncertainty Philosophy to Satellite Thermal Design. En *AIAA 19th Thermophysics Conference*, Snowmass, Colorado, junio 1984.
- [81] R.J. Moffat. Describing the uncertainties in experimental results. *Experimental Thermal & Fluid Science*, 1(1):3–17, 1988.
- [82] A. Hofmann. The thermal conductivity of cryogenic insulation materials and its temperature dependence. *Cryogenics*, 46(11):815–824, 2006.
- [83] D.P. Kroese, T. Brereton, T. Taimre y Z.I. Botev. Why the Monte Carlo Method is so important today. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 6(6):386–392, 2014.
- [84] N. Arley y R. Buch. *Introducción a la Teoría de la Probabilidad y la Estadística*. Editorial Alhambra, S.A., Madrid, España, 1968.
- [85] J. Martín-Pliego y L. Ruiz-Maya. *Estadística I - Probabilidad*. Thomson Editores Spain, Madrid, España, 2ª edición, 2004.

- [86] M.J. Evans y J.S. Rosenthal. *Probability and Statistics: the Science of Uncertainty*. W. H. Freeman & Company, New York, 2^a edición, 2010.
- [87] D. Peña. *Fundamentos de Estadística*. Alianza Editorial, Madrid, España, 2001.
- [88] ESSB-HB-E-003 Working Group. ESA pointing error engineering handbook: ESSB-HB-E-003. 2011.
- [89] D.B. Tapley, B.E. Shutz y G.H. Born. *Statistical Orbit Determination*. Elsevier Academic Press, San Diego, CA, 2004.
- [90] R. Gómez-Herrero, R.F. Wimmer-Schweingruber, G. M. Mason, E. Valtonen et al. The Solar Orbiter Mission: an Energetic Particle Perspective. En *XXV European Cosmic Ray Symposium*, Torino, Italia, septiembre 2016.
- [91] D. Müller, R.G. Marsden, O.C. St. Cyr y H.R. Gilbert. Solar Orbiter: Exploring the Sun-Heliosphere Connection. *Solar Physics*, 285(1-2):25–70, 2013.