

MECÁNICA DE LAS BÓVEDAS DE LA CATEDRAL DE GERONA

Santiago Huerta Fernández
Departamento de Estructuras.
Universidad Politécnica de Madrid. Madrid.

La catedral de Gerona constituye un caso singular dentro de la historia de las estructuras góticas, y las vicisitudes de su construcción nos permiten sacar algunas conclusiones sobre el cálculo de estructuras de esa época. Antes de seguir, conviene precisar a que llamamos cálculo de estructuras. De una manera muy general podríamos decir que calcular una estructura es determinar su constitución y dimensiones para que pueda mantenerse en pie soportando las cargas que sobre ella actúan. Hay un << cálculo científico >>, basado en las leyes de la mecánica, y un << cálculo tradicional >> que emplea reglas geométricas empíricas. La construcción de las bóvedas de la catedral de Gerona –las más grandes del Gótico– nos ofrecerá la oportunidad de examinar ambos modos de cálculo.

Resumen histórico

Antes de la invasión árabe había en Gerona una catedral que fue transformada en una mezquita. Reconquistada la ciudad, el edificio se restauró y volvió a consagrar en 1038. La antigua catedral románica había quedado pequeña y ya a finales del siglo XIII se hablaba de ampliar el templo. La obra se inició por la cabecera, en estilo gótico clásico, en el año 1312, terminándose la construcción del ábside en 1347. El nuevo ábside y presbiterio se hizo sobre un esquema de tres naves, con girola y nueve capillas absidales, Ver Figura 1. Unos veinte años más tarde, hacia 1370, surge la idea de continuar la construcción con una gran nave única que salvaría la luz de las tres naves juntas. Se trataba de una propuesta cuando menos insólita: nunca se había cubierto una luz tan grande, y las enormes dimensiones superaban en varios metros a las más grandes bóvedas construidas hasta entonces, como puede verse en la figura 2. Desde entonces se desató una viva polémica sobre la posibilidad de continuar la construcción con una única gran nave. En 1986 la obra avanzaba muy lentamente y se realizó una primera consulta a los principales arquitectos de Barcelona. Se aviva entonces la disputa entre los partidarios y los detractores de la gran nave.

El Congreso de Arquitectos de 1416

La situación era insostenible. La obra llevaba prácticamente parada varios decenios y las dos posturas parecían irreconciliables. Finalmente, el Cabildo decide convocar a una comisión de expertos, un Congreso de Arquitectos, para decidir definitivamente la cuestión de continuar o no la construcción de la gran nave, (para entonces se habían construido ya los arranques de los primeros estribos). Esta era una solución habitual en la época gótica para resolver estas situaciones y se aplicó en Segovia, Chartres o Milán, por citar algunos de los casos mas famosos.

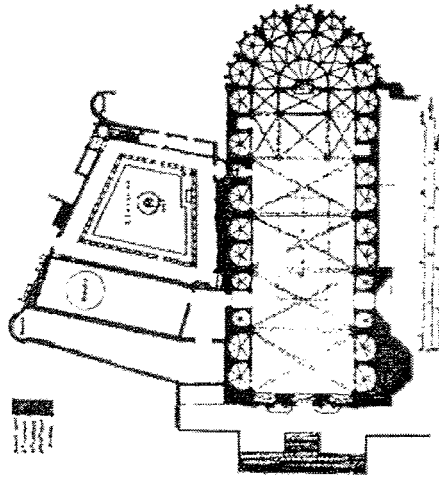


Figura 1. Planta de la Catedral de Gerona.

En consecuencia, el 23 de Marzo de 1416 se convoca un congreso al que asisten once arquitectos: Juan y Pascacio de Juibe, maestros de catedral de Tortosa; Pedro Vallfogona y Guillermo de la Mota, de la catedral de Tarragona; Bartolomé Gual y Antonio Canet, de la catedral de Barcelona; Guillermo Abiell, maestro de la iglesia del Pino, de Barcelona; Amaldo Vallerias, de la iglesia de Manresa; Antonio Antigoni de la catedral de Castellón de Ampurias; Guillermo Sagrera de la Perpiñán; Juan Guinguamps, de la catedral de Narbona. Cada uno de ellos tiene un contestar bajo juramento a tres preguntas. El cabildo leyó las respuestas en Septiembre del mismo año y, encontrando opiniones divididas, convocó el 8 de Marzo de 1417 al entonces maestro de la catedral Guillermo Bofill, para que contestara a las mismas preguntas.

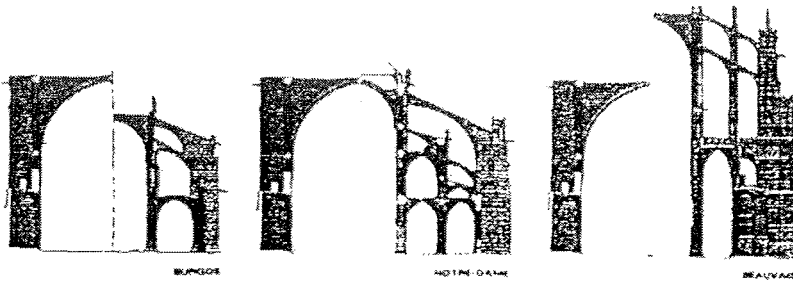


Figura 2. Paralelo de catedrales Europeas con la de Gerona.

Las preguntas eran (Llaguno 1829):

1. << Si la obra de la dicha iglesia catedral de una nave empezada antiguamente más arriba se podrá continuar con designio de quedar segura y sin riesgo. >>

2. << Supuesto que no pueda continuarse dicha obra de una nave con seguridad, ó que no se quiera continuar, si la obra de tres naves, seguida después, es cógrua, suficiente, y tal que merezca proseguirse; o por el contrario, si debe cesar, ó mudar de forma; y en este caso hasta qué altura debe seguir, y se especificará todo de manera que no pueda errarse. >>

3. << Qué forma o continuación de dichas obras será la mas compatible y la mas proporcionada á la cabeza de la dicha iglesia, que está ya comenzada, hecha y acabada. >>

Sobre la forma << más compatible y proporcionada >> (pregunta 3) de continuar la catedral hay una división de opiniones, inclinándose la mayoría (siete) por la solución de tres naves. Sin embargo, sobre la seguridad de la solución de una nave (pregunta 1) hay unanimidad: los doce arquitectos afirman que la obra será segura y que los estribos ya inclinados serán suficientes.

Sólo dos expresan alguna duda sobre la capacidad de resistir terremotos o huracanes; así Guillermo de la Mota << juzga que la obra de la iglesia empezada, de una nave, se puede hacer bien, y que la crucería será firme; pero que advierte en las obras antiguas que las gruesas, como sería esta de una nave, se hunden con los temblores de la tierra o con los grandes huracanes, por estas causas teme que la obra no sea permanente. >>

Este vago e inconcreto temor es la única nota discordante. Por lo demás, para otros dos arquitectos la obra no sólo es segura sino que los estribos son excesivos. Amaldo de Vallerias dice que << los zócalos [estribos] que tiene dicha obra, y lo

demás que se hagan como ellos, son buenos y suficientes para sostener la obra de una nave; y aunque no fuesen tan fuertes, serían firmes y seguros. >> Guillermo Bofill, el arquitecto de la catedral, va más allá y dice << que los zócalos, y los otros que se hagan como ellos, son y serán buenos y firmes ... [y] ... aunque no fuesen tan robustos, serían suficientes para mantener la dicha obra de una nave, pues tienen un tercio más de anchura de lo que necesitan; por lo que son más fuertes y no ofrecen peligro alguno. >>

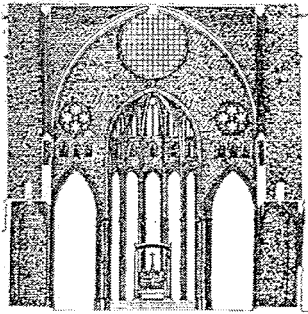


Figura 3. Sección de la Catedral de Gerona.



Figura 4. Vista de la gran nave de Gerona. (Street).

Finalmente, se adoptó la solución de la gran nave única, figuras 3 y 4. Los dos primeros tramos se completaron en el siglo XV, el tercero en 1572 y el cuarto en 1598. las grandes obras llevan pues, varios siglos en pie y dan la razón a Guillermo Bofill y demás partidarios de la audaz solución de nave única.

La pregunta es, ¿Cómo es posible que tuvieran esa seguridad a falta de un ejemplo de dimensiones similares? ¿Qué sustrato común de conocimiento les permitía emitir un juicio tan categórico? En definitiva, ¿cómo calculaban los arquitectos góticos sus estructuras?

Cálculo de estructuras en la época gótica

La perfección y la ligereza de los edificios Góticos han suscitado siempre la pregunta de qué métodos empleaban los góticos en el proyecto de sus estructuras. La respuesta estándar es que los constructores góticos no poseían ningún método, sólo una gran intuición estructural alimentada por la experiencia de sucesivos

hundimientos. Ante esto hay que decir dos cosas: en primer lugar, la intuición que no se basa en algún tipo de conocimiento no es intuición, es suerte, y en este caso habría que decir que los góticos eran unos constructores muy afortunados. En cuanto a los segundo, hay que pensar que el Gótico tuvo un desarrollo rapidísimo, sólo comparable quizá, al nacimiento de los rascacielos en Nueva York o Chicago a principios del siglo XX. Muchas estructuras góticas se construyeron sin ningún precedente previo.

Quizá lo mejor sea consultar las fuentes manuscritas coetáneas que conocemos. Casi una decena de tratados de arquitectura Gótica, todos ellos del Gótico tardío (s. XV y XVI), han llegado hasta nosotros (Coenen 1990; Huerta 1990). En muchos de ellos aparecen << reglas estructurales >> para dimensionar muros, pilares y estribos de las iglesias góticas. Las reglas más importantes, a juzgar por el énfasis que en ellas ponen los arquitectos, son las que se refieren a calcular los estribos de las bóvedas. En efecto, los estribos son los que sostienen el edificio; es, además, donde se gasta la mayor parte del material (en una estructura gótica, por ejemplo, el sistema de contrarresto supone el 85–90 % de la fábrica, consumiendo las bóvedas sólo el 10–15 % restante).

Estas reglas son de varios tipos, pero siempre dan el estribo en función de la luz de la nave. La más sencilla da / de la luz al estribo (comprendiendo el muro); en los tratados alemanes se llega a una proporción similar tomando como módulo el espesor del muro (1/10 de la luz); Rodrigo Gil de Hontañón en su tratado de arquitectura expone complicadas reglas para el proyecto de todos los elementos de una iglesia salón del gótico tardío español; en el manuscrito de Hernán Ruiz aparece otra; etc. Sin duda, la más difundida de todas la reglas góticas es la conocida como << regla de Blondel >>, llamada así porque aparece recogida en su famoso tratado de arquitectura de 1698. Sin embargo, la regla es muy anterior y aparece en el siglo XVI en los tratados de estereotomía de Bacciojani y Martínez de Aranda, y en el tratado de Derand impreso en 1643. todas ellas dan resultados similares y, salvo las de Rodrigo Gil, son proporcionales.

Sin duda, los arquitectos del Congreso de Gerona comparaban las proporciones de la obra propuesta con alguna regla o reglas del tipo citado. ¿Cuál? En este tema solo se pueden hacer conjeturas. Examinaremos a continuación con cierto detalle la regla de Blondel y la aplicaremos al caso de la catedral del Gerona.

La regla de Blondel

La regla aparece en los distintos tratados con construcciones geométricas diferentes, pero equivalentes. La construcción que más difusión ha tenido es la que aparece en el tratado de Derand, que luego recoge Blondel, y es la que veremos a continuación. La regla aparece explicada para un << arco >> aislado y no se precisa el tipo de bóveda a que se refiere.

Veamos primero la construcción geométrica. Sea un arco cualquiera de medio punto, apuntado o rebajado, por ejemplo, el de medio punto, P, en la figura de Derand, figura 5. En primer lugar se divide el intradós del arco en tres partes iguales, definidas en este caso por los puntos B y C. Luego se traza una recta que una uno de los puntos con el punto de arranque más cercano, el D en este caso. Finalmente, sobre dicha recta se lleva a partir de D una distancia $DF = CD$, por ejemplo con ayuda de un compás como aconseja Derand. El punto F nos define el estribo que la regla considera de sección constante, sin retallos. Esta regla da estribos mayores para arcos rebajados y menores para arcos apuntados, tal y como puede verse en la figura.

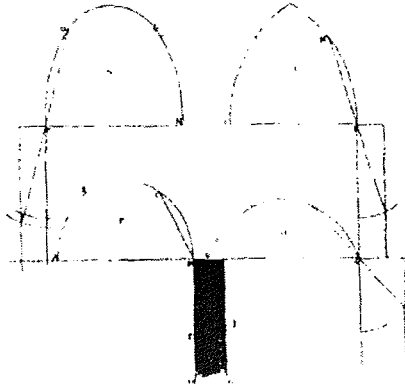


Figura 5. Regla Gótica, llamada << de Blondel >>, para los estribos, (Derand).

La primera impresión es que la regla sólo sirve para hallar el estribo para un arco o bóveda de cañón, y de esta forma fue interpretada a partir de su publicación en el tratado de Derand. Sin embargo, aplicada a los estribos de las bóvedas de cañón da espesores muy inferiores a la práctica habitual. Para una bóveda de cañón de medio punto, un estribo sale, como se deduce de consideraciones geométricas

simples, de $\frac{1}{3}$ de la luz. Este estribo es insuficiente; la regla habitual para los estribos de este tipo de bóveda es de $\frac{1}{3}$ de la luz, como afirman, por ejemplo, Palladio o Fray Lorenzo, por citar a dos de los tratados más influyentes en España (Huerta 1990).

Sin embargo, $\frac{1}{3}$ de la luz es una regla gótica que aparece citada como habitual (por ejemplo, en el tratado de Rodrigo Gil de Hontañón) y que puede verificarse en numerosas estructuras góticas. Así, la interpretación más probable de la regla es que el « arco » al que se refiere es el arco transversal o perpiño de una bóveda de crucería gótica. Esta hipótesis ya efectuada por Ungewitter en el siglo pasado, parece confirmarse al aplicar la regla a distintas estructuras góticas. La regla se aplica al estribo tanto cuando este está adosado al muro (por ejemplo la Sainte Chapelle, figura 6) como cuando éste es exento, recibiendo el empuje de la bóveda a través del arbotante, figura 7.

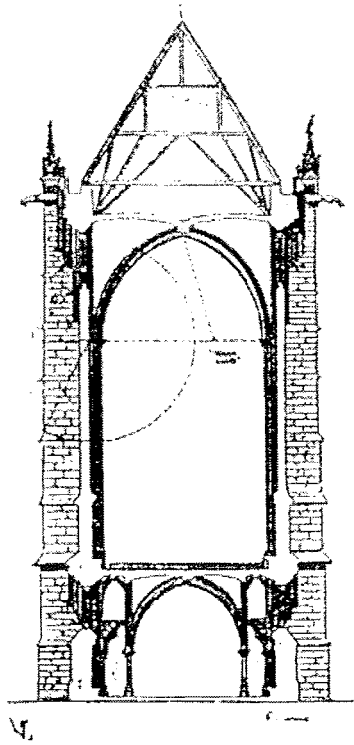


Figura 6. Aplicación de la regla de Blondel a la Sainte Chapelle.

Por supuesto, los constructores sabían que cualquier regla no debía tomarse de una manera rígida y el arquitecto, le podía dar más o menos en función de su criterio. La regla, en cualquier caso, se aplica a estructuras góticas con bóvedas de crucería y no a estructuras << renacentistas >> con bóvedas de cañón. En el siglo XVIII no todos los constructores fueron concientes de esta distinción y, en la época de transición entre los dos tipos de estructuras abundaron los problemas como afirma Verruguilla que compara ambas en su tratado: << Reglas muy antiguas son unas, y otras, la contradicción que hay entre las dos reglas, a los ojos está presente ... [y] ... De aquí nace, que estamos experimentando de todas las Provincias del Mundo las grandes ruinas, que se experimentan, y desaciertos en obras ... >>.

Si aplicamos la regla de Blondel a la catedral de Gerona, según la sección de Bassegoda, la concordancia es casi perfecta, figura 8. Esto no prueba que realmente se usara esta regla – puede que usaran una regla análoga – pero sí explica la convicción con la que los doce arquitectos del congreso afirmaron la seguridad de la obra: la proporción de los estribos ya iniciados era correcta, puesto que se ajustaba a la que daban las mejores reglas de construcción.

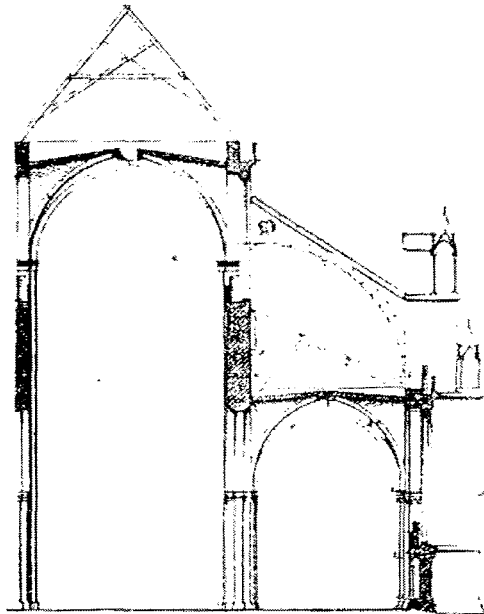


Figura 7. Aplicación de la regla de Blondel a la catedral de Freiburg (Breymann).

Por último, hay que hacer notar que tanto en el Congreso de Gerona como en los tratados que han llegado hasta nosotros del gótico tardío apenas se hace mención de las bóvedas en si mismas. El problema no era, al parecer, construir una bóveda estable, sino saber qué estribo hay que dar a la bóveda construida.

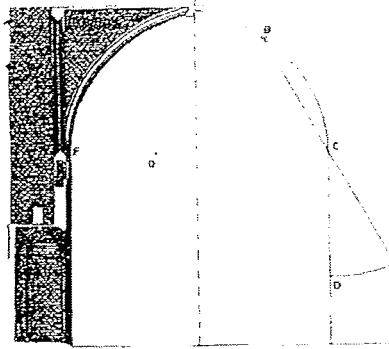


Figura 8. Aplicación de la regla de Blondel a la catedral de Gerona.

Cálculo científico: estabilidad de estructuras de fábrica

El cálculo científico de estructuras de fábrica nace a finales del siglo XVII, se desarrolla durante el XVIII y se consolida en el siglo XIX, cuando cualquier estructura de cierto tamaño se somete a verificación (Heyman 1972; Huerta 1996). En este siglo, Heyman ha desarrollado la moderna teoría de estructuras de fábrica. La moderna teoría engloba a la antigua, situándola dentro del marco del análisis límite. Tanto la antigua como la nueva teoría se basan en algunas hipótesis sobre la constitución de las fábricas.

En primer lugar, imaginemos la fábrica como un conjunto de bloques indeformables en contacto seco y directo que se sostienen por su propio peso. Es un material, pues, que aguanta bien las compresiones pero que no resiste las tracciones. Supondremos también que las tensiones son bajas, no habiendo peligro de fallo por resistencia, y que el rozamiento entre las piedras es suficientemente alto como para impedir su deslizamiento. Si se cumplen estas tres condiciones se pueden demostrar, también para las fábricas los teoremas fundamentales del análisis límite. En particular, el primer teorema que establece que para que una fábrica sea estable la trayectoria de las fuerzas, la << línea de empujes >>, debe estar contenida en su interior.

Las afirmaciones de Gregory son completamente correctas – no son mas que el enunciado del Primer Teorema del análisis límite; hubo, sin embargo, que esperar casi tres siglos para su demostración rigurosa. Así pues, para demostrar que un arco es estable basta con poder dibujar el antifunicular de las cargas en su interior, figura 10. En lo que sigue emplearemos la analogía de la catenaria para analizar comportamiento de las estructuras de fábrica.

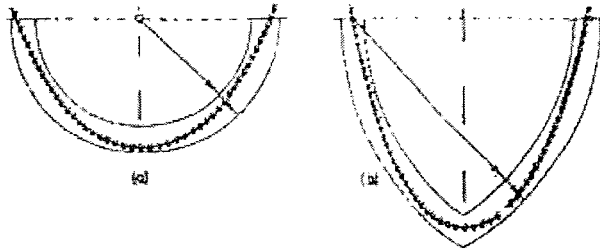


Figura 10. Aplicación del principio de Hooke a arcos de medio punto y apuntados (Beranek).

Empuje máximo y mínimo

Dentro de un arco de suficiente espesor caben un infinito número de líneas de empujes distintas, que corresponden a infinitas situaciones de equilibrio posibles, (como sabemos, el arco es una estructura hiperestática). Para demostrar su estabilidad basta con poder dibujar una de esas líneas. Realmente no podemos saber cuál es la línea de empujes verdadera, pues esta varía con pequeñísimos movimientos de los apoyos, figura 11, Heyman (1982, 1995). Sin embargo, si podemos acotar el valor de los empujes horizontales que definen la línea de empujes.

En efecto, hay dos posiciones extremas para el cable colgante dentro del arco; la de más peralte (la cadena toca el trasdós en la clave y en el intradós en los riñones) y el mínimo empuje, y la de menor peralte, (toca al intradós cerca de la clave y al trasdós en los arranques) y máximo empuje, figura 12. No sabemos cuál es el empuje, pero podemos acotar su valor. Además, cuando la línea de empujes toca el borde de la fábrica se forma una grieta, (que funciona como una articulación), y, como puede verse en la figuras, las dos situaciones corresponden

a las patologías clásicas de los arcos. Finalmente, hay que señalar que estas patologías están relacionadas con determinados movimientos de los apoyos: si los apoyos se mueven ligeramente hacia fuera el arco se agrieta como en la figura 12(a), y el empuje se hace mínimo; si los apoyos se acercan ligeramente, las grietas se invierten y el empuje se hace máximo, figura 12(b).

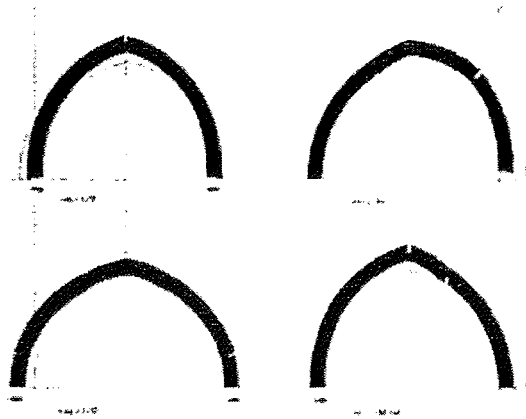


Figura 11. Relación entre patologías y movimientos de apoyos. Estudio con modelos de cartulina.

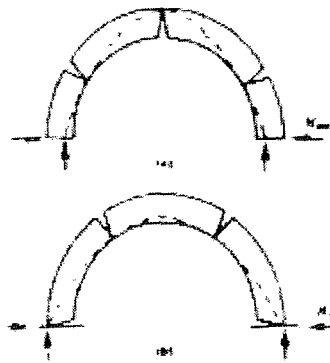


Figura 12. Empuje máximo y mínimo. (Heyman).

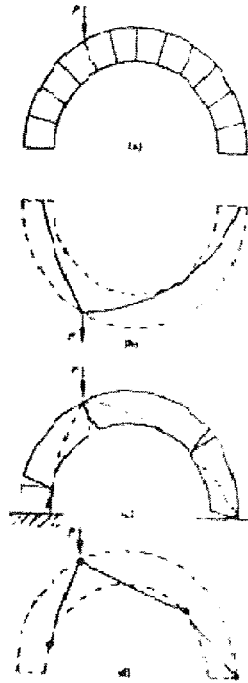


Figura 13. Colapso de arcos.

Colapso de los arcos

Como hemos dicho, cuando la línea de empujes << toca >> el borde del arco, se forma una articulación. En los casos anteriores, aparecían tres articulaciones y el arco funcionaba como << triarticulado >>, tipo estructural bien conocido y perfectamente estable. Si la configuración de la carga conduce a la aparición de una cuarta articulación el arco colapsaría, formándose un mecanismo de cuatro bielas. Esto puede suceder, como en la figura 13, por la aparición de una carga puntual.

Arcos de espesor mínimo: definición de la seguridad

La forma de la línea de empujes no coincide, normalmente, con las formas geométricas (generalmente circulares o formadas por arcos de círculo) de construcción tradicional. Un arco de suficiente espesor acomodará sin problemas un número infinito de líneas de empuje (que corresponden a infinitas cadenas invertidas con distintos descuelgues) dentro de la fábrica, figura 14(a). Sin embargo, si vamos reduciendo progresivamente el grosor del arco llegará el momento en que solo una línea de empujes y no se puede reducir el espesor sin que ésta se salga de la fábrica. Figura 14(b). Este arco tiene espesor mínimo o límite, ha formado cinco articulaciones (una más por simetría), figura 14(c), está en equilibrio inestable y cualquier pequeña variación de la carga o de las condiciones de contorno provocaría su hundimiento. Definiremos la seguridad, para un cierto estado de cargas, comparando el espesor del arco real con el del arco límite (Heyman 1982, 1995, etc). Así, el arco de la figura tiene un grosor doble y su coeficiente de seguridad geométrico es de dos.

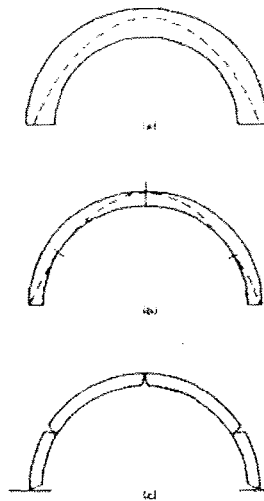


Figura 14. Coeficiente de seguridad geométrico para arcos. (Heyman).

Método de los cortes: estabilidad de cúpulas

El problema de la estabilidad de las bóvedas << compuestas >> (cúpulas, bóvedas de rincón de claustro, de crucería, etc.) puede reducirse al de los arcos aplicando el llamado << método de los cortes >>. Consideremos el caso más sencillo de una cúpula de revolución.

El método consiste en imaginarse la cúpula dividida o << rota >> en una serie de huecos o gajos, obtenidos al cortar por planos meridianos. Cada dos gajos apuestos forman un arco; si este arco es estable la cúpula rota será estable y, por lo tanto, la cúpula original (que no esta rota) tendrá necesariamente que serlo también, figura 15. se trata de una sencilla aplicación del primer teorema; hemos encontrado una solución de equilibrio con los esfuerzos dentro de la cúpula que, por tanto, es segura. Este método fue utilizado por Poleni ya en 1743 para demostrar la estabilidad de la cúpula de San Pedro, figura 16, y fue a partir del siglo XVIII el método más corriente para analizar las bóvedas compuestas.

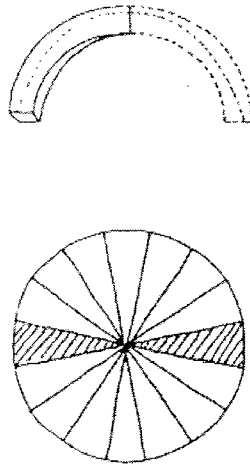


Figura 15. Método de los cortes: Análisis de Cúpulas.

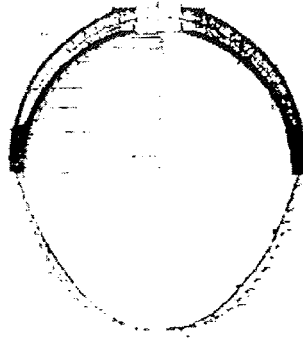


Figura 16. Analogía de la catenaria: Estabilidad de la Cúpula de San Pedro. (Poleni).

Estabilidad de bóvedas de brucería: la Catedral de Gerona

Apliquemos ahora las ideas enunciadas en el apartado anterior a la verificación de la estabilidad de la catedral de Gerona. Se trata, en realidad, de un ejercicio innecesario: la primera prueba de que un edificio de fábrica es estable, que existe una solución de equilibrio con los empujes transmitiéndose por su interior, es que esté en pie; sí, además, ha estado en pie durante varios siglos, esto es la mejor prueba de que la estabilidad es más que suficiente.

Comprobaremos la estabilidad de un arco tipo. El proceso consiste en imaginar el tramo dividido en dos partes: la bóveda y el sistema de contrarresto. Calcularemos primero el empuje total de la bóveda y verificaremos con él la estabilidad de los estribos. Para hallar el empuje de la bóveda podemos aplicar el método de los cortes o, más sencillamente, realizar consideraciones de equilibrio global.

Aplicación del método de los cortes a las bóvedas de crucería.

En el caso de Gerona, en el que los cañones se aproximan a dos cilindros rectos, resulta ventajoso imaginarlos divididos en una serie de arcos obtenidos seccionando por planos normales a los ejes de los caños. Estos arcos producen cada uno de ellos un empuje, que se trasmite a los arcos cruceros (los arcos se

apoyan sobre él); a su vez los arcos cruceros soportan y transmiten estos empujes hacia los estribos, figura 17. en realidad, empleando de nuevo la analogía de la catenaria es como si los arcos cruceros fueran los cables principales de los que cuelgan los cables secundarios de la plementería, figura 18. La comprobación de la estabilidad de la bóveda se reduce a comprobar que esta transmisión de empujes se realiza dentro de la fábrica: esto es, que las líneas de empujes en cada uno de los arcos elementales y en los arcos cruceros están siempre dentro de la fábrica. En el caso de que los paños entre nervios sean cupuliformes, puede interesar ir a una división por gajos, como en cúpulas, figura 19.

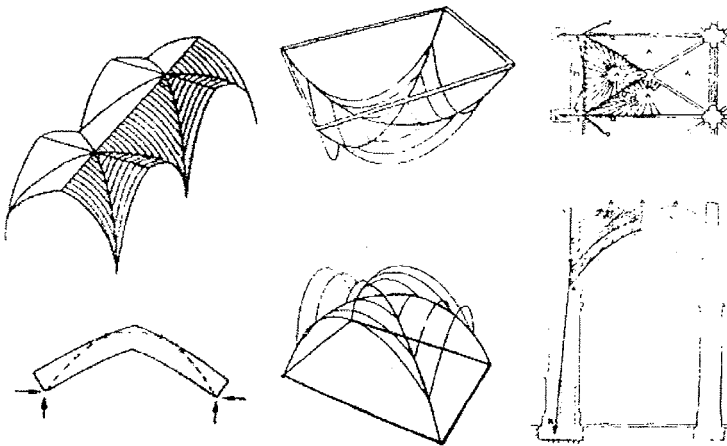


Figura 17. (Izquierda): Método de los cortes: Análisis de bóvedas de crucería. (Heyman).

Figura 18. (Centro): Analogía de la catenaria: análisis de bóvedas de crucería.

Figura 19. (Derecha): Equilibrio de una estructura Gótica.

Este análisis ayuda a comprender la función de los arcos cruceros u ojivos; efectivamente son los que soportan la mayor parte del peso de la bóveda, en ellos las tensiones son un orden de magnitud mayores que en la plementería. Así a la función de la cimbra permanente para la construcción hay que unir la del refuerzo – de hecho, la palabra << ojiva >> viene del latín << augere >> que significa reforzar (Frankl 1960). Los arcos cruceros también disimulan el difícil encuentro entre los plementos y, finalmente, también se usaron como motivo decorativo. Las funciones de los nervios góticos son, pues, las cuatro citadas: de cimbra, tapajuntas, refuerzo estructural y decoración (Heyman 1995a).

Gema López Manzanares ha realizado un análisis de este tipo para las bóvedas de Gerona, figura 20. En la figura puede apreciarse la división de los cañones en arcos. Se ha empleado un método gráfico – analítico y todas las fuerzas vienen en toneladas en función del peso específico. El cálculo se ha realizado en base a medidas deducidas de la planta y secciones de Bassegoda, suponiendo, un espesor de plementería de 25 cm. Recientemente medidas mas precisas amablemente facilitadas por el arquitecto Enric Viñas (1997) nos han permitido corregir los resultados. Un primer error consiste en considerar los arcos cruceros ligeramente apuntalados; los arcos son en realidad de medio punto, como afirma Viñas. Puede también verse que la línea de empujes del arco crucero tiene tangente horizontal en la coronación debido a que no se ha considerado el peso de la clave. Finalmente, la plementería tiene 30 cm de espesor.

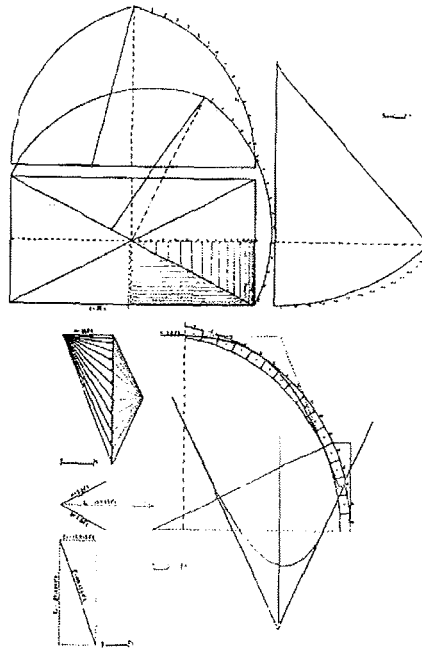


Figura 20. Análisis de la bóveda de Gerona por el método de los cortes.
(G. López Manzanares).

El análisis pone de manifiesto la necesidad estructural de las claves mayores góticas.; al aplicar este peso la situación de equilibrio en el arco crucero mejoraría considerablemente (en Génova las claves están huecas, existiendo un nervio circular de compresión; el peso de este anillo es el que habría que considerar). Sin embargo, un análisis de equilibrio es muy insensible a pequeñas variaciones de la geometría o las cargas, y podemos considerar el valor total del empuje obtenido como correcto. La única corrección es la que nace de un mayor espesor de la plementería: basta con multiplicar los resultados de la figura por la fracción 30/25.

Método de equilibrio global para bóvedas de crucería

El método de los cortes resulta un poco laborioso. Además, las bóvedas nunca o casi nunca presentan problemas de estabilidad intrínseca. Podemos, pues, tratar de hallar directamente el empuje total de la bóveda en base a consideraciones de equilibrio global. De hecho, los parámetros que realmente afectan a este empuje (como se comprueba repitiendo los cálculos para varias bóvedas) son la forma geométrica general de la bóveda, particularmente su peralte o grado de apuntamiento, y la constitución y espesor de la plementería. Mohmann, al editar la tercera edición del Manual de construcción Gótica de Ungewitter (Ungewitter Mohmann 1890), realizó unas tablas para el cálculo de empujes de bóvedas de crucería tomando como variables los citados parámetros, recientemente Heyman ha recuperado y publicado estas tablas, Tabla I (Heyman 1995b).

Las tablas permiten obtener la posición y el valor del peso de la semibóveda V y de la componente horizontal del empuje, H , figura 21. En la figura 22 se ha representado el resultado de aplicar las tablas al caso de Gerona (los resultados están en kN, $1 \text{ kN} = 0.1 \text{ Tons}$). Como puede verse en los valores obtenidos por el método, más exacto, de los cortes están comprendidos dentro del intervalo de la Tabla de Ungewitter / Heyman. Un tramo de semibóveda pesa unas 130 toneladas y la componente horizontal del empuje es de unas 40 toneladas. Estos valores nos bastan para verificar la estabilidad del sistema de contrarresto.

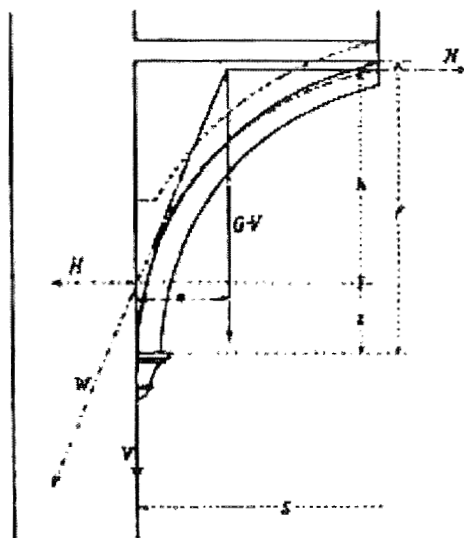


Figura 21. Equilibri global de una bóveda Gòtica.

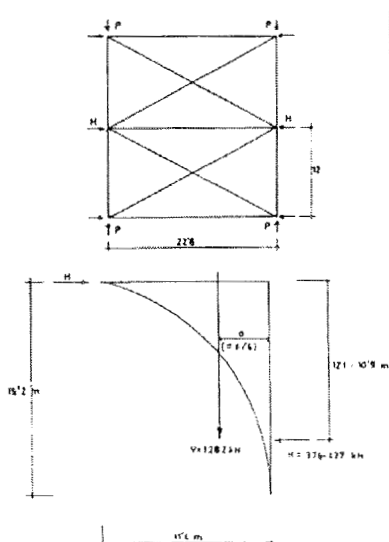


Figura 22. Anàlisi Global de la bóveda de Gerona.

Tabla I. Empujes de una bóveda de crucería cuadripartida. (Heyman / Ungewitter).

Height/span	1.8		1.3		1.2		2.3		5.6 to 1.1	
kN/m ²	Ve	He	Ve	He	Ve	He	Ve	He	Ve	He
a.- fi lightweight brick	2.0	3.6/ 4.0	2.3	1.6-1.8	2.6	1.1-1.2	2.9	0.9-1.0	3.4	0.8-0.9
b.- fi strong brick	2.7	5.0/ 5.5	3.1	2.2-2.4	3.5	1.4-1.6	3.8	1.1-1.3	4.5	1.0-1.1
c.- fi strong brick	3.7	7.0/ 7.5	4.2	3.0-3.3	4.8	1.9-2.2	5.3	1.6-1.8	6.5	1.5-1.6
d.- 200 mm sandstone	5.0	9.5/10.0	5.7	4.2-4.5	7.0	2.8-3.2	7.5	2.2-2.5	9.0	2.1-2.3
e.- 300 mm sandstone	6.5	16.0/17.0	10.0	7.1-7.5	12.0	4.8-5.5	13.0	4.0-4.3	15.0	3.5-3.7
lever arm	0.90		0.85-0.75		0.80-0.70		0.80-0.72		0.80-0.75	

Estabilidad de los estribos: Bofill tenía razón

El problema central de la construcción es el sistema de contrarresto: soporta la bóveda y consume la mayor parte del material y mano de obra. Así, como hemos visto, las reglas de los constructores góticos (como la del Blondel) tratan de determinar el estribo para cualquier tipo de bóveda.

Conocido el empuje de la bóveda, el problema de determinar la estabilidad del estribo es muy sencillo. Se puede realizar analíticamente (en la figura 23 se han dibujado los parámetros que intervienen) o gráficamente, figura 24. La seguridad de los estribos de fábrica, como la de los arcos, depende de la posición relativa del empuje dentro de sección más desfavorable (en el caso del estribo en la base), es una seguridad geométrica o << de posición >>, como la llamaba Rankine (1858). Si para los arcos un coeficiente de dos (el empuje dentro de la mitad central de la sección) se ha demostrado suficiente, para los estribos de edificios se ha empleado tradicionalmente un coeficiente de tres o superior (empuje dentro del tercio central).

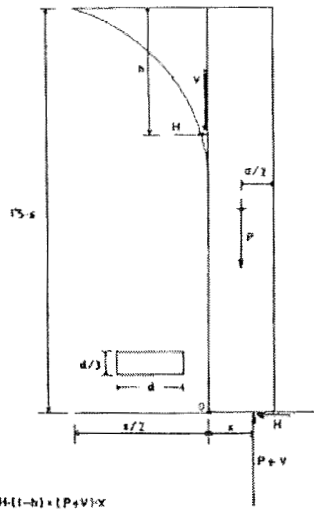


Figura 23. Estabilidad del estribo de Gerona: Método analítico.

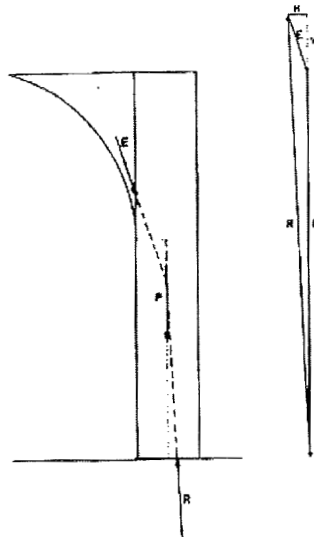


Figura 24. Estabilidad del estribo de Gerona: Método Gráfico.

En Gerona el coeficiente geométrico es superior a cuatro. Los estribos son, por lo tanto, no sólo suficientemente estables sino que representan una estabilidad sobreabundante, como afirmaron algunos arquitectos del Congreso de 1416. No resulta difícil comprobar ahora el aserto de Bofill de que la bóveda se sostendría también con un tercio menos de estribo. En efecto, entrando con los nuevos valores en la fórmula de la figura 23 se demuestra que, efectivamente, la bóveda sería estable (no se caería), si bien en este caso el coeficiente geométrico de 1,6 resultaría escaso.

Tamaño y proporción: validez del cálculo geométrico tradicional

Estamos ahora en condiciones de contestar a una pregunta clave: ¿Es válido el cálculo empírico tradicional? Es un hecho que las más grandes estructuras de fábrica nunca fueron calculadas científicamente; el Panteón de Roma, Santa Sofía, las Catedrales Góticas, San Pedro de Roma, etc., fueron calculadas empleando reglas geométricas del tipo de las de Blondel. No obstante, hay un problema de partida: las reglas geométricas son independientes del tamaño. Sin embargo Galileo demostró que al aumentar de tamaño una estructura (manteniendo su forma) las tensiones crecen linealmente con el tamaño, lo que le llevó a proclamar la imposibilidad de la existencia de gigantes (los huesos tendrían que crecer mucho más en espesor que en longitud, figura 25): << ... quien quisiera mantener en [un] inmenso gigante las proporciones que se dan entre los miembros de un hombre normal, tendría o bien que encontrar un material mucho más duro o resistente para formar los huesos ... de otro modo acabaría derrumbándose por su propio peso. >>

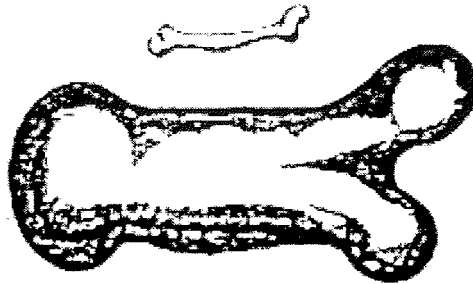


Figura 25. Tamaño y Proporción de huesos de animales.

Este argumento, la llamada ley del cuadrado –cubo, ha parecido definitivo a la hora de invalidar el cálculo geométrico tradicional, a pesar de la brumadora evidencia de su uso a través de los tratados de construcción e ingeniería (Huerta 1990). Un examen más atento hace ver que, si bien es cierto que las tensiones crecen linealmente con el tamaño, en las fábricas no es la resistencia sino la estabilidad la que gobierna el proyecto. Como ya se ha mencionado las tensiones son muy bajas y es la posición relativa de los empujes dentro de la sección lo que determina la seguridad: la existencia de al menos una línea de empujes suficientemente estable.

La posición de la línea de empujes por peso propio – y ésta es, en general, la única acción que hay que considerar en las fábricas – depende exclusivamente de las posiciones de los centros de gravedad de las partes en que dividimos una estructura para su análisis. Si la estructura cambia de tamaño pero no de forma, la posición relativa de la línea de empujes considerada no varía y el coeficiente de seguridad permanece constante, figura 26.

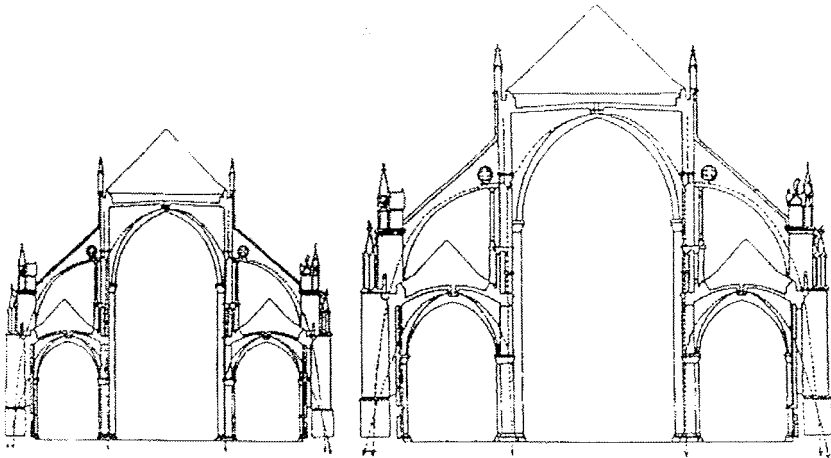


Figura 26. Invariancia de la estabilidad para cambios de tamaño de estructuras de fábrica.

Así, pues, el cálculo científico justifica el empleo de reglas geométricas. Como no podía ser de otra manera, los antiguos constructores habían comprendido la esencia de la construcción en fábrica: la adecuada colocación de los pesos, el

equilibrio de empujes y contrarrestos. Este conocimiento de la importancia decisiva de la geometría es, quizá, el secreto de las construcciones góticas. En palabras del Padre Tosca: << lo mas sutil y hermoso de la arquitectura [...] es la formación de todo genero de arcos y bóvedas cortando sus medidas con tal artificio, que la misma gravedad, y peso, que las habría precipitado a tierra, las mantenga constantes en el aire, sustentándose las unas a las otras, en virtud de la propia complicación de las enlaza. >>

Bibliografía

Bassegoda, Joaquín. 1889. La Catedral de Gerona. Apuntes para una monografía de este monumento. Barcelona: Tipología de F. Del Gio.

Beranek, W. J. 1988. "Understanding of Structures". Stable or Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings, Editado por R.M. Lemaie y K. Van Balen, Leuven University Press, pp. 29–44.

Blondel, François Nicholas. 1698. Cours d'Architecture. 2ª Edición, Paris: Chez l'Auteui.

Breyman. G. A. y O. Warth. 1868. Allgemeine Baukonstruktionslehre mit besonderer Beziehung auf das Hochbauwesen. I Theil. Konstruktionen in Stein 7ª ed. Leipzig: J. M. Gebhardt's Verlag.

García Verruguilla, Juan. 1747. Verdadera Práctica de las resoluciones de la Geometría. Madrid. Imprenta de F. L. Mojados. (Ed. Facs. Música: C. O. Aparejadores y arquitectos Técnicos. 1979).

Heyman Jacques, 1972. Coulom's Memoir on Statics: An Essay in the History of Civil Engineering. London: Cambridge University Press.

Heyman, Jacques. 1982. The Masonry Arch. Ch. Chestei: Ellis Hoiwood.

Heyman, Jacques. 1995a. Teoría, Historia y Restauración de Estructuras de Fábrica. Madrid. Instituto Juan de Heiieia.

Heyman, Jacques. 1995b. The Stone Skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture. Cambridge: Cambridge University Press.

Huerta Fernández, Santiago. 1990. Diseño Estructural de Arcos, Bóvedas y Cúpulas en España. Ca. 1500 – ca. 1800. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Arquitectura.

Huerta Fernández, Santiago. 1996. La Teoría del Arco de Fábrica: Desarrollo Histórico. Obras Publicas 38: 18 – 29.

Llaguno Y Almirola, E. y J.A. Ceán Bermúdez. 1829. Noticias de los Arquitectos y Arquitectura de España desde su restauración. 4 Vols. Madrid. Imprenta Real.

Pla Cargol, Joaquín. Gerona Arquitectónica y Monumental. Gerona: Dalmau Cailles Pla.

Seminari sobre l'estudi i la restauració estructural de les catedrals gòtiques de la corona catalano-aragonesa

Girona i Ciutat de Mallorca, 14-15-16 de juny de 2001

*Miquel Llorens, Lluís Torres,
Pere Roca i Josep L. González (eds.)*



DIVERSITAS
[47]

Organitzadors:

- Universitat de Girona
Departament d'Enginyeria Mecànica i de la
Construcció Industrial
Departament d'Arquitectura i Enginyeria de
la Construcció
Institut del Patrimoni Cultural
- Universitat Politècnica de Catalunya
Departament de l'Enginyeria de la
Construcció

Col·laboradors:

- Ajuntament de Girona
- Ajuntament de Palma de Mallorca
- Caixa de Balears ("Sa Nostra")
- Caixa de Girona
- Capítol de la Catedral de Girona
- Capítol de la Catedral de Mallorca
- Col·legi d'Arquitectes de Catalunya
(Demarcació de Girona)
- Col·legi d'Arquitectes de Balears
(Demarcació de Mallorca)
- Col·legi d'Enginyers Industrials de Catalunya
(Demarcació de Girona)
- Consell Insular de Mallorca
- Diputació de Girona
- Fundació Privada: Girona, Universitat i Futur
- Generalitat de Catalunya



Universitat
de Girona

CIP 72.033.5 SEM

Seminari sobre l'estudi i la restauració estructural de les catedrals gòtiques de la corona catalano-aragonesa (2001 : Girona i Ciutat de Mallorca)

Seminari sobre l'estudi i la restauració estructural de les catedrals gòtiques de la corona catalano-aragonesa : Girona i Ciutat de Mallorca. 14-15-16 de juny de 2001 : Miquel Lloréns, ... [et al.] -- Girona : Servei de Publicacions de la Universitat de Girona, 2004

p. : 24 cm (Universitas : 47)

ISBN: 84-8458-198-5

1. Lloréns, Miquel, ed. II. Universitat de Girona

1. Catedrals gòtiques -- Conservació i restauració -- Congressos

2. Catedrals gòtiques -- Estructures -- Congressos

CIP 72.033.5 SEM

Edita: Universitat de Girona
Maig 2004

ISBN: 84-8458-198-5

Dipòsit legal: B-23719-2004

© dels textos: els autors corresponents

© d'aquesta edició: Universitat de Girona

Universitat de Girona: Servei de Publicacions
Edifici Les Aligues - Pl. Sant Domènec, 3 - 17071 Girona
Tel. 972 41 82 06 - Fax 972 41 80 87
www.udg.edu/publicacions
publi@pas.udg.es

Arcos de fábrica: líneas de empuje y catenaria

La << línea de empujes >> de un arco – esto es, la trayectoria que siguen los empujes en su interior hasta llegar a los apoyos – se asemeja mucho a la forma invertida de un cable que soporta los pesos del arco (el antifunicular de las cargas). La condición de estabilidad de un arco de fábrica es, simplemente, que la línea de empujes esté contenida en su interior. Se trata de una condición geométrica.

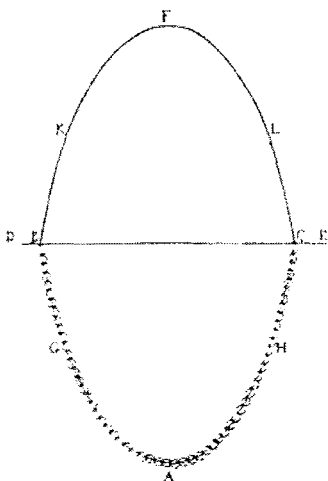


Figura 9. Principio de la catenaria invertida de Hooke. (Poleni).

El principio ya fue enunciado por Hooke (hacia 1670): << Del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así, pero invertido se sostendrá el arco rígido, >> figura 9, y Gregory (1698) expresó con enorme claridad poco después las consecuencias de este descubrimiento: << Sólo la catenaria [invertida] es la forma correcta de un arco. Y si arcos de otras formas se sostienen es porque en su espesor hay contenida una catenaria. >> Este es el principio de estabilidad de un arco de fábrica de cualquier forma. Gregory, además, se da cuenta de que la analogía de la catenaria sirve también para dimensionar estribos y, a continuación, afirma: << La fuerza que en la cadena tira hacia adentro en el arco empuja hacia fuera. Todas las circunstancias relativas a la resistencia de los estribos sobre los que apoyan los arcos, pueden calcularse geoméricamente a partir de esta teoría, que es fundamental en la construcción de los edificios. >>