POLITÉCNICA

INDUSTRIALES
ETSII | UPM

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**Escuela Técnica Superior de
Ingenieros Industriales**

Modelado multicuerpo de la precisión de trabajo de un robot para operaciones de taladrado en células de fabricación flexible

Tesis Doctoral

Autor: Eugenio Ferreras Higuero

Directores: Antonio Vizán Idoipe
Javier García de Jalón de la Fuente

2020

*A mi Familia, de sangre y sin ella.
A mis Maestros.
A la Vida.*

Agradecimientos

Llego a esta primera parte de la tesis, en el último tramo previo a su entrega, aturdido del vértigo, que parece llegar a un final que dará paso a otro nuevo comienzo, en estos momentos convulsos de pandemia y crisis institucional.

Consciente que no he llegado sólo, sino gracias al trabajo y al amor silencioso de muchos, quisiera reconocerles aquí, al menos, la parte del mérito que les corresponde.

En primer lugar a mi Mujer, Zhenia, por la confianza, el tiempo y la energía durante todos estos años que me ha permitido llegar hasta aquí, facilitando situaciones y rumbos que han hecho las cosas más llevaderas en la medida de lo posible. Ha sido difícil, como mínimo, llegando a extremos que finalmente se han resuelto satisfactorios; sí, ha habido suerte. También a mis hijos, Rodrigo, Ludwig, Luisa, Leonhard, por el tiempo que, sin ser hoy conscientes, han permitido les robara. Os lo devolveré con creces.

A mis Padres que, dándolo todo, supieron entender los nuevos tiempos que se avenían y me proporcionaron las bases y educación más exquisitas. A ti Madre, te acudo en tu tierna sonrisa, tu luz en los ojos, allá donde estés. A ti Jorge, hermano mío, que en tu enfermedad y de los momentos que ésta tregua nos ha otorgado, he encontrado esa luz para entender de la vida y poder seguir. A Christina Stempel, por todo, no sé condensarlo mejor.

Merece mi reconocimiento al hoy que llega, Luis García Pascual que junto con mis queridos jesuitas de Alberto Aguilera, P. Félix Sánchez-Blanco SJ, P. Rafael Aguinaga Moreno SJ, P. José Hidalgo Alexandre SJ y P. Antonio López de la Rica SJ, me domaron en mis ansias de saber con paciencia y cariño. Labor ésta, continuada por mis dos grandes Maestros –ya en lo profesional–, Juan José Antúnez Muñoz de la Peña e Ignacio Domene Blanco, que me inocularon los principios del "talleruco", el gusto por las cosas bien hechas, su ejemplar rectitud, los principios atemporales de la persona y su responsabilidad para con los demás.

Desearía destacar la labor de mis directores de tesis, Antonio Vizán Idoipe y Javier García de Jalón de la Fuente en unos principios no fáciles, desde la soledad de una línea de investigación propia, que se complicó con la enfermedad de Javier, y que Antonio, generosamente continuó. Lo que la fatalidad dispuso, ha demostrado el tiempo constituir un binomio necesario para hacer de este trabajo una empresa apasionante, aglutinador del cerebral método matemático y la visceral mecánica. Mi reconocimiento a Antonio, al que ya considero mi tercer Maestro, por regalarme no sólo su conocimiento y su modo de ser, también sus comentarios en todos los aspectos, la humildad ante el conocimiento y respeto a otras ideas, depositario de los postulados renacentistas, recogiendo el espíritu de su paisano Miguel Servet, continuado con las luces de Goya, con las que Universidad y Doctorado deben dar su valor al individuo y a la sociedad a la cual se deben.

Mi especial agradecimiento a Alberto Luaces Fernández, gran mente y mejor persona, incondicional su ayuda, en la sombra, aportándome luz y medida en las oscuridades que se han presentado en esta quijótica travesía. A mi compañero de tesis, Erardo Leal Muñoz, que en su estilo tranquilo me ha hecho reflexionar sobre cómo entender ensayos e hipótesis. Y también por redescubrir mi hermanamiento con mi Iberoamérica.

Mi gratitud también para con la dirección de Martinrea Honsel Spain que me permitió disponer de tiempo y recursos para poder hacer tantos ensayos con robot, de otra manera imposibles. Quiero destacar especialmente los aportes de Ignacio Guirado Esteban, quien me sugirió la idea de esta línea de trabajo, e Ignacio Álvarez Parra, por su ayuda en el manejo de los robots durante los ensayos. Agradecido también a mi actual empresa Schwäbische Werkzeugmaschinen (SW), que generosa me facilita las condiciones para este tiempo final.

A todos los que os he mencionado, y a los que no, espero devolveros con creces lo que me habéis dado y que con lo que llevo aquí, si no es a vosotros, a todos los “vosotros” con los que la vida me dé oportunidad de compartir mesa y mantel.

Finalmente, quiero expresar mi sincero agradecimiento al Gobierno Español que, mediante las bonificaciones por I+D+i SIDIX92513X2017, ha conciliado la actividad empresarial en Martinrea con mi investigación, permitiéndome llevar adelante la tesis.

Hijo de Europa que soy, con lo que traigo de mi amada España, mi querida Alemania, mi indómita Rusia, mi melancólica Polonia, llevo aquí con el ánimo de

esperar poder contribuir a continuar una Europa más próspera, justa y feliz, una Europa de los ciudadanos, para ellos y con ellos, una Europa valiente y ejemplo;
Nec spe nec metu.

En Donaueschingen, Alemania, un 24 de mayo de 2020

Índice general

Agradecimientos	VI
Siglas	XXVII
Símbolos	XXIX
Resumen	XXXV
Abstract	XXXVII
1 Introducción	1
1.1 Células flexibles	1
1.2 Análisis del mercado	6
1.3 Comparativa entre centro de mecanizado y robot	8
1.4 Motivación	10
1.5 Objetivos de la tesis	10
1.6 Estructura de la tesis	12
2 Estado del arte	15
2.1 Mejora de la precisión de posicionamiento del robot	20
2.2 Procesos de mecanizado con robot	29
2.2.1 Proceso de fresado	32
2.2.2 Proceso de taladrado	34
2.3 Análisis de errores en los modelados con robot	35
2.3.1 Errores en el modelado de robots	36

2.3.2	Errores en modelado de procesos de fresado	36
2.3.3	Errores en modelado de procesos de taladrado	37
2.4	Modelos de mecanizado	38
2.5	Modelos de rigidez de las articulaciones del robot	41
2.6	Modelado de sistemas robot	52
2.6.1	Modelos no multicuerpo	54
2.6.2	Sistemas multicuerpo con formulación clásica	55
2.6.3	Sistemas multicuerpo con formulación de coordenadas naturales	59
3	Precisión de trabajo	69
3.1	Error de posicionamiento del robot	71
3.1.1	Precisión de posicionamiento del robot en vacío	72
3.1.2	Comportamiento dinámico del robot	73
3.2	Error del proceso mecanizado	74
3.2.1	Desviación del eje del agujero	75
3.2.2	Oscilación	76
3.2.3	Deformación de la herramienta	78
3.2.4	Influencia del error en el proceso de mecanizado	80
4	Proceso de mecanizado	81
4.1	Descripción de la geometría de la herramienta	81
4.2	Geométrica del proceso de taladrado	82
4.3	Determinación de la presión específica de corte	83
4.4	Fuerzas normales de corte en el proceso de taladrado	85
4.5	Fuerzas tangenciales y axiales y pares de taladrado	86
4.6	Comprobación del modelo de fuerzas de taladrado	87
5	Análisis del comportamiento del sistema robot	91
5.1	Análisis cinemático	96

5.1.1	Modelado geométrico del robot	96
5.1.2	Ecuaciones de restricción	106
5.1.3	Modelado de la unidad motorizada	113
5.1.4	Movimientos	116
5.1.5	Velocidades y aceleraciones	128
5.2	Comprobación de las frecuencias naturales del robot	130
5.3	Modelización de las articulaciones	133
5.3.1	Caracterización de la rigidez	135
5.3.2	Caracterización de la desviación del tcp	139
5.4	Análisis dinámico inverso	143
5.4.1	Fuerzas y pares de mecanizado	146
5.4.2	Modelado de fuerzas y pares de proceso	152
5.4.3	Cálculo de pares en articulaciones	153
5.4.4	Trayectoria con articulaciones de tipo SF	153
5.5	Análisis dinámico directo	155
5.6	Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado	162
6	Resultados de la simulación	169
6.1	Simulación del robot	169
6.2	Simulación del robot y del proceso	173
6.3	Estimación de la incertidumbre	177
7	Desarrollo experimental	181
7.1	Comprobación de la precisión de trabajo del sistema robot	182
7.2	Estimación de la mejora del comportamiento del robot	198
7.3	Estimación de la mejora de la productividad de una célula de fabricación flexible	200
8	Conclusiones	203
	Bibliografía	205

Índice de figuras

1.1 Disposición de una célula de mecanizado automatizada representativa	2
1.2 Piezas de la familia de piezas estructurales.	3
1.3 Piezas de la familia de bloques motor.	4
1.4 Piezas de la familia de motores eléctricos.	4
1.5 Detalle, para cada familia, de la distribución por piezas de operaciones de mecanizado en células flexibles del sector de automoción (fuente: elaboración propia).	5
1.6 Distribución según familias de operaciones de mecanizado en células flexibles del sector de automoción (fuente: elaboración propia).	6
1.7 Evolución del parque de robots mundial dedicado a tareas de mecanizado	6
1.8 Robots para productos y distribución con respecto a sectores	7
1.9 Evolución del mercado mundial para centros de mecanizado	8
1.10 Distribución de la TP al taladrar en dos sistemas diferentes	9
1.12 Niveles de preparación tecnológica	12
2.1 Evolución de artículos de investigación por tipo de robot (fuente: elaboración propia).	15
2.2 Entorno de laboratorio virtual con sistemas multicuerpo	17
2.3 Sistemas robot con redundancia adicional que integran elementos que amplían su rango de trabajo.	18
2.4 Robots colaborativos.	18
2.5 Temas de investigación en sistemas robot	19
2.6 Comprobación del modelo de rigidez de robot KUKA KR210	21

2.7	Aplicaciones habituales con robot de las técnicas de visión artificial	23
2.8	Comparativa de las técnicas de visión artificial	24
2.9	Ventajas y desventajas de las técnicas de visión artificial	24
2.10	Métodos de análisis avanzado de señal	25
2.11	Respuesta acoplada en fresado con sistema robot	26
2.12	Posición y FFT al fresar en dirección perpendicular al eje del husillo	26
2.13	FRF de robot KUKA KR500-2 con husillo mecanizado	27
2.14	Comportamiento dinámico de robot ABB IRB 6660 a lo largo de una trayectoria de mecanizado	27
2.15	Densidad espectral de potencia estimada PSD para el el error de control	28
2.16	Espectrogramas para simulación de movimiento de brazo articulado 3-GDL con articulaciones con rigidez no lineal (sigmoideal)	29
2.17	Disposiciones típicas de sistemas robot de mecanizado	29
2.18	Mapas de índice de optimización para diferentes ángulos de rotación de la articulación seis	31
2.19	Mapas de precisión para posicionamiento de pieza y robot	32
2.20	Interacción del robot con proceso de arranque de viruta	33
2.21	Efecto de la variación de FRF en los lóbulos de estabilidad	33
2.22	Diagrama de lóbulos de estabilidad para límites de estabilidad desviada máxima con respecto a configuraciones	34
2.23	Factores de influencia en la precisión de la trayectoria de robots de fresado y precisión de la pieza	37
2.24	Comparativa de los tres modelos de error	37
2.25	Deformación de la broca debida al desplazamiento del robot	38
2.26	Modelo para fresa helicoidal de acabado	39
2.27	Relación del ancho de filo en el movimiento de penetración de la broca	40
2.28	Fuerzas de corte al taladrar	40
2.29	Estrategias de caracterización de la rigidez en robots según su aplicación	41
2.30	Mapa de deformación en robot COMAU	42

2.31	Modelado del sistema robot ABB IRB 6660 utilizando el método MSA	42
2.32	Modelado de articulaciones flexibles en sistema multicuerpo	43
2.33	Modelo articulación angular flexible	44
2.34	Modelo articulación con rigidez lineal para sistema robótico fresado	44
2.35	Articulación con rigidez lineal modelada como muelle de torsión con rigidez constante para aplicaciones de taladrado	45
2.36	Desviación angular articulación al aumentar y disminuir la carga estática	45
2.37	Comportamiento de la articulación frente a cargas que varían len- tamente	46
2.38	Modelo articulación en entorno CATIA-LMS para simulación de desviación de trayectoria	47
2.39	Modelo dinámico multicuerpo con rigidez y amortiguamiento lineal en articulaciones, utilizando convención de Craig, para robot KU- KA KR90 R3100 con articulaciones flexibles	47
2.40	Modelo de articulación, incluyendo holgura, rozamiento en motor y lateral del eslabón y rigidez no lineal	48
2.41	Modelo engranaje accionamiento armónico	48
2.43	Modelo conjunto articulaciones 9-GDL (dos motores, dos articula- ciones de 3-GDL y una articulación de 1-GDL	49
2.42	Modelo de articulación con rigidez no lineal y evaluación de amor- tiguamiento del sistema no lineal	49
2.44	Modelados para sistema multicuerpo con convención VW de arti- culación flexible (rigidez lineal y amortiguamiento no lineal)	50
2.45	Modelo cinemático de sistema robot REIS RV130HSC para siste- ma multicuerpo	51
2.46	Tipología de los modelos con robots (fuente: elaboración propia). .	53
2.47	Modelos con robots en artículos de investigación y aplicaciones (fuente: elaboración propia).	53
2.48	Fresado con robot	55
2.49	Representación de modelos cinemáticos con diferentes conven- ciones de sistema multicuerpo.	56
2.50	Mejora de configuración del TCP con optimización por índice de optimización	58

2.51 Modos vibración resultantes con modelo de articulaciones flexibles robot KUKA KR90 R3100	59
2.52 Tipos de estructuras planas	60
2.53 Ejemplos trabajos iniciales desarrollados con sistemas multicuerpo con formulación de coordenadas naturales mixtas	61
2.54 Modelo de robot KAWASAKI ZZX200S	62
2.55 Modelo cuerpo humano	62
2.56 Modelo simulado de maquinaria pesada	63
2.57 Simulador de maquinaria realizada con coordenadas mixtas	63
2.58 Mecanismo RSCR modelado con sistemas multicuerpo clásico (coordenadas de punto de referencia)	64
2.59 Mecanismo RSCR modelado con sistema multicuerpo en coordenadas naturales	64
2.60 Manipulador con eslabones rígidos y flexibles	67
3.1 Diagrama esquematizado de las desviaciones en el proceso de taladrado con sistema robot.	70
3.2 Incertidumbre combinada del sistema robot husillo.	72
3.3 Posicionamiento del robot en el ensayo de repetibilidad.	73
3.4 Incertidumbre combinada del proceso de mecanizado.	74
3.5 Detalle centro mecanizado.	75
3.6 Desviaciones de posición del eje del agujero y su incertidumbre para diferentes condiciones de corte	76
3.7 Modo de corte de la herramienta con error de alabeo	77
3.8 Desviación de posición del agujero debida al alabeo de la herramienta	77
3.9 Probetas empleadas para medición de fuerzas y pares de mecanizado.	78
3.10 Equipo medición de fuerzas y pares.	78
3.11 Evolución de las fuerzas y pares de taladrado en la herramienta en función del alabeo	79
3.12 Deformación de brocas de metal duro en estático.	80

4.1	Aristas y superficies de la parte activa en una broca	82
4.3	Presión de corte específica.	85
4.5	Fuerza axial y par al taladrar con herramienta Dc = 7 mm	88
4.6	Fuerza axial y par al taladrar con herramienta Dc = 8 mm	88
4.2	Ángulos en broca helicoidal	90
5.1	Algoritmo desarrollado para el robot de mecanizado con sistema multicuerpo con coordenadas mixtas con articulaciones flexibles. .	93
5.2	Área de trabajo del robot ABB 6640-130/3.2	97
5.3	Elementos del robot ABB 6640.	98
5.4	Modelo multicuerpo del sistema robot con coordenadas naturales mixtas.	98
5.5	Posición del robot para hacer el taladrado i en la pieza embridada con centro C y representación del sis0XYZ (negro), sisTALiXYZ (rojo) y sisCXYZCMM (verde)	100
5.6	Detalle de los ejes de referencia sisCXYZCMM en pieza.	101
5.7	Desviación dwork, según sistema CXYZCMM	102
5.8	Desviación dwork, según sistema TALiXYZ	102
5.9	Zonas singulares y método de resolución.	103
5.10	Estructura de la matriz de restricciones.	106
5.11	Modelo de la unidad motorizada sin considerar errores de construcción ni ensamblaje de la unidad motorizada.	114
5.12	Modelo de la unidad motorizada considerando los errores de construcción y ensamblaje de la unidad motorizada.	115
5.13	Proceso de iteración del método N-R	117
5.14	Esquema de la matriz POS	118
5.15	Aproximación de polinomios por el método de splines cúbicas . . .	119
5.16	Topografía de la matriz Q	120
5.17	Movimientos teóricos del robot	126
5.18	Trayectoria programada del robot para taladro número 4.	127
5.19	Velocidades del robot	129

5.20 Aceleraciones del robot	130
5.21 Frecuencias y amplitud por factores que influyen en la precisión de los robots	131
5.22 Detalle disposición acelerómetros y prueba de impacto	131
5.23 Configuraciones del robot en el análisis modal.	132
5.24 FRF del robot para posición de máximo alcance	133
5.25 Modelo de articulación con rigidez lineal y ganancia de posición .	134
5.26 Vista general del robot con carga en TCP de 30 kg de rango para medir la deformación ϕ_2	136
5.27 Detalle medición deformación lineal	137
5.28 Deformación angular ϕ_1 a ϕ_3 (configuración, (0 75,2 -75,7 0 0 0) grados	137
5.29 Deformación angular ϕ_4 a ϕ_6 , configuración (0 75,2 -75,7 0 0 0) grados	138
5.30 Rigidez angular k_i en articulaciones número 1 a número 3, configuración (0 75,2 -75,7 0 0 0) grados	138
5.31 Rigidez angular k_i ejes 4 a 6, configuración (0 75,2 -75,7 0 0 0) grados	139
5.32 Vista general del robot con carga de 30 kg de rango en TCP para medir la deformación en el eje Y	139
5.33 Vista general del robot con carga de 60 kg de rango en TCP para medir la deformación en el eje Z	140
5.34 Vista general del robot con carga de 90 kg de rango en TCP para medir la deformación en el eje Z	140
5.35 Deformación lineal del TCP (d_l) según dirección de carga eje Z, configuraciones (0 75,2 -75,7 0 0 0), (0 30 30 0 -60 0) y (0 0 30 0 -30 0) grados	141
5.36 Deformación lineal del TCP (d_l) según direcciones de carga, configuración (0 75,2 -75,7 0 0 0) grados	141
5.37 Rigidez global del robot según direcciones de carga, configuración (0 75,2 -75,7 0 0 0) grados	142
5.38 Rigidez global del robot según dirección de carga eje Z, configuraciones (0 75,2 -75,7 0 0 0), (0 30 30 0 -60 0) y (0 0 30 0 -30 0) grados	142
5.39 Secuencia del cálculo del movimiento simulado	143

5.40 Pares en articulaciones sin proceso, debidas sólo a pesos de elementos robot e inercias	146
5.41 Distribución de fuerzas y pares de taladrado	147
5.42 Representación puntos de contacto de la broca con el material durante el taladrado en el diagrama Fa, M	148
5.43 Curvas de fuerza axial para taladrado en centro de mecanizado y con sistema robot de mecanizado	149
5.44 Montaje realizado sobre centro de mecanizado para caracterizar el efecto de la unidad motorizada.	150
5.45 Fuerza Fa y velocidad de giro de la unidad motorizada al mecanizar en centro de mecanizado utilizando unidad motorizada del sistema robot de mecanizado	150
5.46 Fuerzas y pares de taladrado n = 2500 rpm	151
5.47 Fuerzas (azul) y pares (rojo) del proceso	152
5.48 Pares en articulaciones, azul sin proceso, rojo con proceso	154
5.49 Movimientos nominales del robot (como SR) y movimientos calculados como SF	156
5.50 Movimientos nominales del robot generado con tres posiciones de referencia, comparado con los movimientos calculados desde la dinámica directa con proceso	158
5.51 Influencia del número de posiciones de referencia (mp) en la precisión del modelo dinámico sin ajuste	159
5.52 Movimientos nominales del robot y movimientos calculados desde la dinámica directa sin fuerzas exteriores	160
5.53 Movimientos nominales del robot y movimientos calculados desde la dinámica directa	161
5.54 Función de transferencia del robot para Kpos y Kvel	162
5.55 Algoritmo para el cálculo de la ganancia de posición del robot	165
5.56 Algoritmo movimiento simulado	166
5.57 Movimientos nominales del robot y movimientos simulados	167
6.1 Simulación del robot (drobot) para fuerzas con herramienta Dc = 6 mm	170
6.2 Simulación del robot (drobot) para fuerzas con herramienta Dc = 8 mm	171

6.3 Simulación del robot (drobot) para fuerzas con herramienta Dc = 10 mm	172
6.4 Simulación del robot y del proceso (dwork) con herramienta Dc = 6	174
6.5 Simulación del robot y del proceso (dwork) con herramienta Dc = 8 mm	175
6.6 Simulación del robot y del proceso (dwork) con herramienta Dc = 10 mm	176
6.7 Simulación de la incertidumbre Uwork para broca Dc = 6 mm . . .	178
6.8 Simulación de la incertidumbre Uwork para broca Dc = 8 mm . . .	179
6.9 Simulación de la incertidumbre Uwork para broca Dc = 10 mm . .	180
7.1 Diagrama de secuencia de la validación experimental.	182
7.2 Detalle de la célula flexible.	183
7.3 Detalle del sistema robot con la unidad de taladrado aproximándose a la pieza.	184
7.4 Zona de carga y descarga de uno de los centros de mecanizado ubicados en la célula flexible.	185
7.5 Emplazamiento de las probetas en la pieza para medición de las fuerzas y pares de mecanizado y posterior medición posición. . .	185
7.6 Valores calculados vs. reales para dwork	187
7.7 Desglose porcentual de la estimación de la desviación dwork . . .	189
7.8 Desglose porcentual de la estimación de la incertidumbre de taladrado Uwork	190
7.9 Desglose porcentual de la estimación de la desviación dwork (taladro número 5)	192
7.10 Desglose porcentual de la estimación de la desviación dwork (taladro número 10)	193
7.11 Desglose porcentual de la estimación de la desviación dwork (taladro número 16)	194
7.12 Desglose porcentual de la estimación de la desviación dwork (taladro número 16)	195
7.13 Desglose porcentual de la estimación de la desviación dwork (taladro número 10)	196

7.14 Desglose porcentual de la estimación de la desviación dwork (ta- ladro número 16)	197
7.16 Desglose de la estimación de la desviación corregida dwork	199

Índice de tablas

2.1	Comparativa entre sistema multicuerpo con convención clásica y con coordenadas naturales (puras o mixtas).	65
2.2	Comparativa diferentes formulaciones para sistema multicuerpo	66
5.1	Características principales del robot ABB 6640-130/3.2	97
5.2	Tipos de coordenadas del modelo.	104
5.3	Distribución de coordenadas mixtas del modelo.	105
5.4	Ecuaciones de restricción empleadas en el modelado del robot ABB 6640-130/3.2.	107
5.5	Desarrollo para el establecimiento de las ecuaciones de restricción en coordenadas naturales puras para el modelado del robot ABB 6640-130/3.2.	108
5.6	Definición de ángulos en el modelado del robot ABB 6640-130/3.2.	109
5.7	Parametrización de restricciones en el modelado del robot ABB 6640-130/3.2.	112
5.8	Determinación del factor de ajuste del tiempo de simulación.	121
5.9	Posiciones de referencia del robot.	122
5.10	Caracterización cinemática y dinámica de las posiciones de referencia	123
5.11	Valores de configuración teórica del robot para los agujeros a taladrar.	123
5.12	Pesos e inercias del robot.	145
5.13	Combinaciones de valores de fuerza axial	153
7.1	Condiciones de trabajo de las pruebas.	186
7.2	Tolerancia TP y corrección de la desviación sistemática	200

Siglas

sistema 0XYZ sistema de referencia ortogonal fijo en la base del robot.

sistema CXYZ_{CMM} Sistema de referencia ortogonal fijo, con origen en el punto de referencia de la pieza que se mecaniza.

sistema TAL_iXYZ_{ROBOT} sistema de referencia ortogonal relativo, con origen en el extremo de herramienta.

ABC colonia de abejas artificiales, *Artificial Bee Colony*.

AGV vehículos de guiado automático, *Automated Guided Vehicles*.

ANOVA análisis de varianza.

CAD diseño asistido por ordenador.

CAM fabricación asistida por ordenador, *Computer-Aided Manufacturing*.

CCT transformación de congruencia conservativa, *Conservative Congruence Transformation*.

CDH centro de herramienta, también conocido por TCP.

CMM máquina de medición por coordenadas, *Coordinate Measuring Machine*.

D-H Denavit-Hartenberg.

EEJ articulación elástica extendida, *Extended Elastic Joint*.

FEA análisis de elementos finitos.

FFT transformada rápida de Fourier.

FRF función de respuesta en frecuencia.

GDL grados de libertad.

IDW ponderación por distancia, *Inverse Distance Weighted*.

iGPS sistema de posicionamiento global interior, *indoor Global Positioning System*.

MAC criterio de aseguramiento modal, *Modal Assurance Criterion*.

MBS sistemas multicuerpo, *Multibody Systems*.

MSA análisis estructural matricial, *Matrix Structural Analysis*.

N-E Newton-Euler.

N-R Newton-Raphson.

ODE ecuación diferencial ordinaria.

OEM fabricante de equipamiento original.

PSD densidad espectral de potencia.

RMS valor cuadrático medio.

RS espectrograma reasignado, *Reassigned Spectrogram*.

RSCR revolución-esférico-revolución-cilíndrico-revolución.

SC splines cúbicas.

SCARA robot de 4-GDL con posicionamiento horizontal, *selective compliance assembly robot arm*.

SF sólido flexible.

SR sólido rígido.

STFT transformada de Fourier de tiempo reducido.

TCP centro de herramienta, *tool center point*.

TP tolerancia de posición.

V-W Veitschegger-Wu.

VDW asociación alemana de fabricantes de máquina herramienta, *Verein Deutscher Werkzeugmaschinenfabriken e.V.*

VJM modelado de articulaciones virtuales, *Virtual Joint Modelling*.

wMPS sistema de medición y posicionamiento del espacio de trabajo, *workspace Measuring and Positioning System*.

Símbolos

Signo	Descripción	Unidades
D_c	Diámetro de la broca	mm
F_a	Fuerza de corte axial	N
F_t	Fuerza de corte tangencial	N
K_{pos}	Ganancia de posición	N m/μrad
K_{vel}	Ganancia de velocidad	N m s/μrad
L_{ij}	Longitud del eslabón ij	mm
L_{kl}	Longitud del eslabón kl	mm
M	Par de rotación de la herramienta	N m
P_r	Plano de referencia de la herramienta	-
P_s	Plano del filo de la herramienta	-
Q_H	Cuaternio de rotación	-
V_f	Velocidad de avance	mm/min
χ_r	Ángulo de posición de la arista de la herramienta	°
$\ddot{\psi}_{K_{pos}}$	Vector de correcciones de aceleraciones angulares por la ganancia de posición	°/s
$\ddot{\psi}$	Vector de aceleraciones angulares teóricas	°/s ²
$\ddot{q}^d$	Vector aceleración de las coordenadas nominales dependientes	m/s ²
$\ddot{q}^i$	Vector aceleración de las coordenadas nominales independientes	°/s ²
$\ddot{q}$	Vector aceleración	m/s ² , °/s ²
$\ddot{z}^d$	Vector de coordenadas independientes de la aceleración deseada	°/s ²
$\ddot{z}$	Vector de coordenadas independientes de la aceleración real	°/s ²
$\dot{\psi}_{K_{pos}}$	Vector de correcciones de las velocidades angulares debidas a la ganancia de posición	°/s
$\dot{\psi}$	Vector de velocidades angulares (o independientes) nominales	°/s
$\dot{q}^d$	Vector velocidad con las coordenadas nominales dependientes	m/s
$\dot{q}^i$	Vector velocidad con las coordenadas nominales independientes	°/s
$\dot{q}^{TCP}$	Vector velocidad del TCP	mm/min

Signo	Descripción	Unidades
$\dot{\mathbf{q}}$	Vector velocidad con las coordenadas nominales naturales mixtas para una configuración del robot	m/s, °/s
$\dot{\mathbf{z}}^d$	Vector de coordenadas independientes de la velocidad deseada	rad/s
$\dot{\mathbf{z}}$	Vector de coordenadas independientes de la velocidad (obtenida)	rad/s
γ_n	Ángulo de desprendimiento de la herramienta	°
γ_{n0}	Ángulo de desprendimiento de la herramienta en su extremo	°
γ_o	Ángulo de desprendimiento ortogonal de la herramienta o ángulo de hélice	°
λ_s	Ángulo de inclinación de la arista de la herramienta	°
λ_{s0}	Ángulo de inclinación de la arista de la herramienta en su extremo	°
$\mathbf{In}^d$	Matriz de inercia deseada	kg m ²
$\mathbf{In}$	Matriz de inercia (dependiente de la posición del robot)	kg m ²
$\mathbf{Q}_w^d$	Vector con la contribución de los pesos de cada elemento del robot deseada	N
$\mathbf{Q}_{drill}^d$	Vector de fuerzas de mecanizado deseado	N
$\mathbf{Q}_{in}^d$	Vector de fuerzas de inercia deseada debidas a la velocidad	N
$\mathbf{Q}_{sp}^d$	Vector del peso del husillo motorizado deseado	N
$\mathbf{Q}_w$	Vector con la contribución de los pesos de cada elemento del robot	N
$\mathbf{Q}_{drill}$	Vector de fuerzas de mecanizado	N
$\mathbf{Q}_{in}$	Vector de fuerzas de inercia debidas a la velocidad	N
$\mathbf{Q}_{sp}$	Vector del peso del husillo motorizado	N
$\mathbf{R}^d$	Matriz de transformación que conecta las velocidades deseadas dependientes con las independientes	m
$\mathbf{R}$	Matriz de transformación que conecta las velocidades dependientes ($\dot{\mathbf{q}}^d$) con las independientes ($\dot{\mathbf{\psi}}$)	m
$\mathbf{Sc}^d$	Matriz que relaciona las aceleraciones dependientes deseadas con las independientes deseadas ($\ddot{\mathbf{\psi}}^d$)	$\frac{1}{m s^2}$
$\mathbf{Sc}$	Matriz que relaciona las aceleraciones dependientes ($\ddot{\mathbf{q}}^d$) con las independientes ($\ddot{\mathbf{\psi}}$)	$\frac{1}{m s^2}$
U_ρ	Incertidumbre combinada expandida del alabeo de la herramienta	μm

Signo	Descripción	Unidades
U_{axis}	Incertidumbre combinada expandida de la desviación del eje de la herramienta en posición	μm
$U_{deftool}$	Incertidumbre combinada expandida de la desviación en posición por deformación del herramienta	μm
U_{mach}	Incertidumbre combinada expandida de la posición de la herramienta	μm
U_{robdef}	Incertidumbre combinada expandida de la desviación del robot debido a las deformaciones en sus articulaciones (sin proceso)	μm
U_{robot}	Incertidumbre combinada expandida de la posición del robot sin proceso	μm
U_{robpos}	Incertidumbre combinada expandida de la posición del robot sin fuerzas exteriores	μm
U_{work}	Incertidumbre combinada expandida de la posición del agujero debidos al robot y al proceso	μm
Φ_q^d	Matriz jacobiana de Φ con respecto a cada uno de los componentes de q^d	mm/s
Φ_q^i	Matriz jacobiana de Φ con respecto a cada uno de los componentes de q^i	$^\circ/\text{s}$
Φ_q	Matriz jacobiana de Φ con respecto a cada uno de los componentes de q	$\text{mm/s}, ^\circ/\text{s}$
Φ	Matriz de ecuaciones de restricción	$\text{mm}, ^\circ$
$\delta\rho$	Desviación por alabeo de la herramienta	μm
δ_{axis}	Desviación del eje de la herramienta	μm
$\delta_{deftool}$	Desviación por deformación de la herramienta	μm
δ_{mach}	Desviación del eje de la herramienta debido al proceso	μm
δ_{robdef}	Desviación de posición del robot debido a las deformaciones en sus articulaciones	μm
δ_{robot}	Desviación de posición del robot sin el efecto del proceso	μm
δ_{robpos}	Desviación de posición del robot sin fuerzas exteriores	μm
δ_{work}	Desviación del eje del agujero debidos al robot y al proceso	μm
ϕ_i^{tcp}	Ángulo que va del eje X, en el sistema 0XYZ , a la proyección de q^{TCP} en el plano XY	$^\circ$
$\psi_{K_{pos}}$	Vector de correcciones en ángulos debidos a la ganancia de posición	$^\circ$
ψ_{sim}	Vector de ángulos simulados	$^\circ$
ψ	Vector de ángulos nominales	$^\circ$
τ_{drill}^d	Vector de pares de taladrado deseados	N m
τ^d	Vector de pares motores de las articulaciones deseados	N m
τ_{drill}	Vector de pares de taladrado	N m

Signo	Descripción	Unidades
τ	Vector de pares motores de las articulaciones	N m
φ	Vector de deformaciones angulares de las articulaciones	°
c	Matriz de restricción de aceleración, derivada de la matriz jacobiana (Φ_q) con respecto a q	mm/s ² , °/s ²
k	Matriz de rigideces angulares	N m/μrad
q^{TCP}	Vector posición nominal del TCP	mm
q_{sim}^{d-TCP}	Vector posición simulada de coordenadas dependientes, exceptuando las del TCP	mm
q^{d-TCP}	Vector posición nominal de coordenadas dependientes, exceptuando las del TCP	mm
q^d	Vector posición consigna de coordenadas dependientes	mm
q_{sim}^i	Vector posición simulada de coordenadas independientes	°
q^i	Vector posición nominal de coordenadas independientes	°
q_{real}^{work}	Vector de posición real del eje del agujero	mm
q^{work}	Vector de posición nominal del eje del agujero	mm
q_i	Vector posición nominal con las coordenadas nominales naturales mixtas para una configuración del robot i	mm, °
q_{real}^{TCP}	Vector posición real del TCP	mm
q_{sim}^{TCP}	Vector posición simulada del TCP	mm
q_{sim}	Vector posición simulada	mm, °
q	Vector posición nominal con las coordenadas nominales naturales mixtas para una configuración del robot	mm, °
r_i	Vector para el punto i	mm
r_j	Vector para el punto j	mm
r_k	Vector para el punto k	mm
r_l	Vector para el punto l	mm
u_ρ	Incertidumbre típica combinada del alabeo de la herramienta	μm
u_{robpos}	Incertidumbre típica combinada de la posición del robot sin fuerzas exteriores	μm
u_i	Vector unitario para el punto i	-
u_j	Vector unitario para el punto j	-
u_k	Vector unitario para el punto k	-
u_l	Vector unitario para el punto l	-
u_m	Vector unitario para el punto m	-
u_s	Vector unitario	-
u_w	Vector unitario	-
u_z	Vector unitario	-
u_{s0}	Vector unitario	-

Signo	Descripción	Unidades
$\mathbf{z}^d$	Vector de coordenadas independientes de la posición deseada	rad
$\mathbf{z}$	Vector de coordenadas independientes de la posición (obtenida)	rad
ρ	Alabeo u oscilación de la herramienta	μm
ψ_i	Ángulo de consigna para la articulación i	$^\circ$
τ_i	Par motor en la articulación i	N m
$\mathbf{k}_u$	Vector unitario perpendicular al eje Z y al eje de la unidad motorizada ($\mathbf{u}_{s0}$)	-
θ	Ángulo entre dos vectores	$^\circ$
a_a	Parámetro de la función de fuerza axial específica	-
a_t	Parámetro de la función de fuerza tangencial específica	-
b_a	Parámetro de la función de fuerza axial específica	-
b_t	Parámetro de la función de fuerza tangencial específica	-
b	Ancho de corte	mm
c_a	Parámetro de la función de fuerza axial específica	-
c_t	Parámetro de la función de fuerza tangencial específica	-
$ctool$	Distancia desde la nariz del husillo hasta el extremo de la herramienta	mm
$fixed$	Cadena de valores con las posiciones de las coordenadas fijas del robot	-
$free$	Cadena de valores con las posiciones de las coordenadas libres del robot	-
h_1	Espesor de viruta	mm
k_i	Rigidez angular para la articulación i	N m/ μrad
k_σ	Nivel sigma	-
k_{sa0}	Constante de presión específica axial	MPa
k_{sa}	Presión específica de corte axial	MPa
k_{st0}	Constante de presión específica tangencial	MPa
k_{st}	presión específica de corte tangencial	MPa
mp	Posiciones de referencia de la trayectoria	-
m	Parámetro de la función de fuerza específica	-
nn	Número de intervalos	-
n	Velocidad de giro del husillo	min^{-1}
r_{med}	Distancia del centro de giro de la articulación al punto de medición	mm
r	Radio de la herramienta	mm
sl	Distancia desde el eje del brazo de la unidad motorizada hasta la nariz del husillo	mm

Signo	Descripción	Unidades
sw	Distancia desde la brida de la unidad motorizada hasta el eje del husillo	mm
t	Tiempo	s
v	Vector de rotación	-
x	Coordenada cartesiana	mm
y	Coordenada cartesiana	mm
z_p	Profundidad axial	mm
z	Coordenada cartesiana	mm
δl	Deformación lineal en dirección de la fuerza que la origina	μm

Resumen

Los robots industriales se utilizan tradicionalmente en las células de mecanizado para la alimentación de máquinas y la manipulación de piezas. Como no se espera que alcancen las precisiones de trabajo adecuadas, se ha descartado su uso en operaciones de mecanizado. En esta tesis se propone un método para calcular la precisión de trabajo en operaciones de taladrado con un robot industrial.

Un análisis del error de trabajo describe qué elementos del proceso tienen un impacto en la precisión de trabajo, y sus contribuciones en la desviación de la posición y la incertidumbre. Se presenta un modelo general para el mecanizado, que proporciona pares y fuerzas de taladrado con gran precisión. Un modelo innovador para el robot ha sido desarrollado en base a un sistema multicuerpo que considera la deformación de las articulaciones. Se han llevado a cabo experimentos para validar los resultados, taladrando agujeros no pasantes en piezas de aluminio para automoción en una célula de producción de mecanizado.

El modelo de robot muestra qué desviación de posición se logra y su incertidumbre, dependiendo de la configuración cinemática del robot y las fuerzas aplicadas.

Esta metodología permite corregir la posición del robot y permite saber en qué áreas trabajar y predecir la precisión del mecanizado, consiguiendo un proceso más competitivo.

Abstract

Industrial robots are traditionally used at machining cells for machine feeding and workpiece handling. As it is not expected that they achieve the appropriate working accuracies, their use in machining operations has been excluded. This thesis proposes a method to calculate the working accuracy in drilling operations with an industrial robot.

An analysis of the working error describes which elements of the process have an impact in the working accuracy, and their contributions in the position deviation and uncertainty. A general model for machining is introduced, providing drilling torques and forces very precisely. An innovative model for the robot was developed based on multibody system that considers joints deformation. Experiments have been conducted to validate results, drilling non-through holes on aluminium automotive parts in a machining production cell.

The robot model shows which position deviation is achieved and its uncertainty, depending on the kinematic configuration of the robot and applied forces.

This methodology allows to correct the position of the robot and enables to know in which areas to work and predict the machining precision, getting a more competitive process.

Capítulo 1

Introducción

Los robots empleados en células flexibles de fabricación destinadas al mecanizado de piezas están infrautilizados, al participar únicamente en operaciones de movimiento de piezas entre puestos. El objetivo de esta tesis doctoral es hacer intervenir al robot en las operaciones de mecanizado, para lo cual se necesita que sea capaz de responder a las especificaciones que se solicitan.

1.1 Células flexibles

La aplicación de las células flexibles en la industria de la automoción ha supuesto un incremento de la productividad y de la flexibilidad de la fabricación de componentes del automóvil. La evolución de esta productividad en los años siguientes se ha basado en la mejora de los procesos y de las máquinas herramientas. Estas células están ampliamente extendidas en el sector de automoción y están compuestas generalmente por varias máquinas y por un sistema de manipulación común, como se muestra en la figura 1.1. Frecuentemente este sistema de manipulación está formado por uno o varios robots. Las tareas que realizan estos robots son principalmente de manipulación de los componentes entre máquinas y dispositivos.

Estas seis piezas pueden clasificarse en tres familias según su funcionalidad dentro del ensamblaje del vehículo. Esta agrupación da lugar a familias de piezas que tienen unas características de proceso comunes aunque geométricamente diferentes. La denominación elegida corresponde a la pieza más significativa desde el punto de vista de coste que la compone:

- A la familia de piezas estructurales pertenecen los bastidores inferiores (figura 1.2a) y las tapas de balancines (figura 1.2b). Son elementos destinados a una función mixta de soporte y de ensamblaje de otros elementos, por lo general de tamaño significativamente menor a ellos, en alojamientos o atornillados. El contenido de taladrado es superior al 40 % del total del tiempo de ciclo y el resto de mecanizados tiene un contenido inferior (figura 1.5a).

(a) Bastidor inferior (*subframe*).

(b) Tapa de balancines (*cam carrier*).

Figura 1.2: Piezas de la familia de piezas estructurales.

- A la familia de bloques motor se le asigna los bloques motores de combustión interna (figura 1.3a) y los cárteres (figura 1.3b). Su misión es la de soporte y ensamblaje de elementos, en este caso de tamaño similar a ellos, con gran contacto superficial plano. El contenido de taladrado es superior al 35 % del total del tiempo de ciclo, pero hay otros mecanizados con contenido similar (figura 1.5b).

(a) Bloque motor de combustión interna (*engine block*).

(b) Cáster de aceite (*oil sump*).

Figura 1.3: Piezas de la familia de bloques motor.

- La familia de carcasas de motor eléctrico comprende componentes como las carcasas de motores eléctricos (figura 1.4a) y los portamanguetas (figura 1.4b). Son elementos con misión de soporte y ensamblaje de elementos de tamaño al menos similar a ellos, con el añadido que su arquitectura exige un arranque de material elevado, bien para quitar zonas auxiliares del proceso previo de fundición (entradas, contrasalidas y ángulos de desmoldeo) o creces necesarias de mecanizado para garantizar el estado final de la superficie. El contenido de mecanizado de los taladrados (figura 1.5c) no supera el 20 % del total del tiempo de ciclo, siendo inferior a otros mecanizados.

(a) Carcasa de motor eléctrico (*electric motor housing*).

(b) Portamanguetas (*rear knuckle*).

Figura 1.4: Piezas de la familia de motores eléctricos.

(a) Familia de piezas estructurales.

(b) Familia de bloques motor.

(c) Familia de carcasas de motor eléctrico.

Figura 1.5: Detalle, para cada familia, de la distribución por piezas de operaciones de mecanizado en células flexibles del sector de automoción (fuente: elaboración propia).

En la figura 1.6 se muestra un resumen de los porcentajes de tiempos de ciclo para las distintas operaciones que se realizan a cada familia de piezas. Como puede observarse, el tiempo de ciclo de operaciones de taladrado que realizan estas células supera, en su mayoría el 40 % del total de las operaciones.

Figura 1.6: Distribución según familias de operaciones de mecanizado en células flexibles del sector de automoción (fuente: elaboración propia).

1.2 Análisis del mercado

Aunque la aplicación de robots a tareas de mecanizado sigue aumentando a nivel mundial, como se muestra en la figura 1.7, con unos incrementos continuados del 15 %, las operaciones que realizan son de limitada precisión.

Figura 1.7: Evolución del parque de robots mundial dedicado a tareas de mecanizado (elaborado a partir de la información disponible en IFR 2018 [1]).

El parque de robots destinado a productos metálicos sufrió un estancamiento en 2016 y en 2017 tuvo un crecimiento destacado. Un análisis más en detalle revela que la evolución porcentual del parque de robots destinados a productos metálicos, tanto con respecto al mercado mundial en todos los sectores, o sólo con respecto al sector manufacturero, fue de un crecimiento destacado hasta 2015, cayendo levemente en 2016 y con una recuperación en 2017 hasta niveles de 2015 (ver figura 1.8) que no acompaña al crecimiento en términos absolutos de 2017. Parece indicar que el uso de robots en la fabricación de productos metálicos se ha estancado.

Figura 1.8: Robots para productos y distribución con respecto a sectores (elaborado a partir de la información disponible en IFR 2018 [1]).

En relación a los centros de mecanizado, también las entregas de sufrieron un descenso en 2016, como se aprecia en la figura 1.9. En 2017 se produce un aumento de la producción de centros de mecanizado, lo cual puede ser indicador que el uso de robots en productos metálicos sigue teniendo un papel tradicional de manipulación y otros elementos como los manipuladores cartesianos sobre portal le están ganando terreno a los robots.

Figura 1.9: Evolución del mercado mundial para centros de mecanizado (fuente VDW 2018 [1]).

1.3 Comparativa entre centro de mecanizado y robot

El interés por emplear los robots de mecanizado en la industria es un hecho patente desde hace años. En este sentido se hace un análisis teórico comparativo de cómo se comporta un robot de 6-GDL al taladrar con respecto a un centro de mecanizado.

Como puede apreciarse en la figura 1.10a, se observa que, para un requerimiento de **tolerancia de posición (TP)** de 0,8 mm (valor para desviaciones habituales por eje de $\pm 0,25 \div 0,3$ mm), la desviación que se produce en el centro de mecanizado en **TP** es de 0,01 mm, disponiendo de hasta 0,24 mm de tolerancia para desviaciones en el husillo, herramienta, utillaje de mecanizado y posicionado de pieza. Por lo tanto, este tipo de agujero no reviste ningún tipo de problema al mecanizarse en centros de mecanizado.

Para este mismo requerimiento, la desviación que causa el robot en **TP**, conforme a las especificaciones del fabricante es de 0,5 mm (figura 1.10a). Esta operación reviste mayor dificultad a la hora de realizarse con un robot, al no quedar capacidad disponible para las desviaciones de husillo, herramienta, utillaje de mecanizado y posicionado de pieza. Para poder hacer factible este proceso en un robot, atendiendo a las especificaciones del fabricante, habría que trabajar con tolerancias de posición de 1,5 mm ($\pm 0,5$ mm por eje), o conseguir mecanizar

con una configuración de robot que garantice una precisión de posicionamiento del orden de $\pm 0,2$ mm por eje por causas exclusivas al robot.

Para el cálculo de los valores expresados en la figura 1.10 se ha seguido un criterio aditivo, dando a todos los errores la misma probabilidad, como es habitual en este tipo de análisis durante la fase previa.

(a) Centro de mecanizado de 4 ejes.

- Deviation between casting datums and machining (variations in size due to casting + roughness & drags when trimming + clamping gap...)
- Due to machine (movement of the machine)
- Deviation available for machining (due to spindle + cutting tools + fixture +...)
- Temperature increase when machining with emulsion
- Temperature increase in CMM room
- Measuring

(b) Robot antropomórfico de 6-GDL.

Figura 1.10: Distribución de la **tolerancia de posición** ($TP = 0,8$ mm / 450 mm) al taladrar en dos sistemas diferentes (fuente: elaboración propia).

De acuerdo con lo anterior, para poder cambiar el papel que juega el robot en una célula, haciendo que realice operaciones de mecanizado, será necesaria una meticulosa planificación de procesos.

La planificación de procesos, que es la fase de asignación de tareas, es donde se definirá la capacidad del robot para realizar los mecanizados. Para hacer una asignación correcta ha de determinarse previamente la capacidad del robot para realizar adecuadamente la operación de mecanizado asignada. En la precisión de trabajo intervienen las fuerzas originadas durante el proceso y la posición del elemento terminal del robot ([CDH](#), en inglés [TCP](#)) en la zona de trabajo. Para determinar la capacidad de trabajo del robot es preciso desarrollar un modelo general del comportamiento del proceso-robot.

1.4 Motivación

La mayor parte del tiempo de ciclo de la célula, el robot está parado. Es por ello que resultaría de utilidad encontrar una metodología para realizar una reasignación de tareas entre las máquinas y el robot, de manera que se consiguiera reducir el tiempo de ciclo total y, por lo tanto, incrementar la productividad. Las tareas a redistribuir son operaciones de mecanizado que pudieran ser realizadas por el robot.

Los robots tienen en general una precisión de trabajo baja, lo que supone una limitación en su aplicación a tareas precisas. Muchos investigadores han dirigido sus esfuerzos a mejorar esta precisión, pero los resultados obtenidos no se han trasladado a la industria, especialmente en las operaciones donde los esfuerzos de mecanizado sean notables [2].

1.5 Objetivos de la tesis

El objetivo de esta tesis es la de desarrollar un modelo de robot de taladrado, en el que se van a incluir los elementos del proceso-robot que tienen una mayor influencia en la precisión final de trabajo del robot. Se determinará el error que introducen cada uno de estos elementos en el proceso y a través del cálculo de la propagación de estos errores, se determinará la precisión total de trabajo del robot. En la figura 1.11 se expone un esquema del procedimiento para la estimación de la precisión del robot.

Las operaciones de taladrado a realizar en las células varían en diámetro, profundidad y utilizan herramientas distintas, por lo que la fuerza de mecanizado

Figura 1.11: Modelo del sistema de robot de taladrado.

a la que estará sometido el robot es considerablemente variable. Para determinar el valor de las fuerzas y pares en el taladrado se ha desarrollado un modelo de taladrado que utiliza cuaternios en la definición geométrica del corte a lo largo del filo y considera los errores de oscilación de la herramienta.

Para el robot, se desarrollará un modelo basado en sistema multicuerpo con formulación de coordenadas mixtas. El modelo considera las articulaciones del robot como elemento flexible, aplicando directamente sobre cada una de las articulaciones la deformación causada por el efecto de los pares en el elemento terminal que influyen en cada articulación.

En esta tesis se utiliza, por primera vez en [sistemas multicuerpo con formulación en coordenadas naturales mixtas \(MBSmc\)](#), la formulación de articulación flexible modelada con rigidez angular para caracterizar el robot, adelantada por el autor en modelados con [MBSmc](#) para robot de mecanizado con datos de taladrado obtenido con [ANOVA](#) [3] y con modelo de taladrado de ángulos variables [4].

Con el objeto de obtener las desviaciones máximas del sistema robot, se ha considerado evaluar el efecto máximo de los valores —en cada instante t — para las fuerzas y pares de taladrado en la combinación de los modelos de robot y de proceso. Como resultado de esta aplicación, la desviación se modela y calcula y su factibilidad puede verificarse con la especificaciones del plano (en términos generales, [tolerancia de posición](#)).

Para el modelo de proceso de taladrado propuesto, se consideran valo-

res estáticos de pares y fuerzas que dan lugar a desviaciones permanentes. Por este motivo, no es necesario evaluar la variación de profundidad de la vi-
ruta [5, 6]. El uso de valores absolutos de fuerzas para evaluar la desviación
de trabajo hace innecesario evaluar la desviación de fuerza que causa la vibra-
ción [7].

El sistema robot de taladrado desarrollado se corresponde con categoría
TRL5 [8].

Figura 1.12: Niveles de preparación tecnológica [9].

1.6 Estructura de la tesis

Esta tesis está estructurada en seis secciones principales. En la primera, [Precisión de trabajo](#), se describen los elementos del proceso que van a tener un impacto en la precisión de trabajo. La segunda, [Proceso de mecanizado](#), propone un modelo general para cualquier herramienta de corte, basado en qué variables tienen influencia al taladrar. La tercera, [Análisis del comportamiento del sistema robot](#), desarrolla un modelo multicuerpo para la caracterización cinemática y dinámica del robot durante todo el proceso en el que aparecen fuerzas y pares de mecanizado. La unidad motorizada está incorporada a este modelo. La cuarta, [Resultados de la simulación](#), calcula y analiza la precisión del sistema para varias configuraciones del robot y parámetros de mecanizado mediante sus fuerzas y pares. En la quinta, [Desarrollo experimental](#), los resultados previamen-

te calculados se comparan y validan contra valores experimentales. Por último, en [Conclusiones](#), se llega a las conclusiones y se muestra qué precisión puede predecirse y consecuentemente qué [TP](#) pueden alcanzarse.

Capítulo 2

Estado del arte

El número de trabajos de investigación desarrollados desde finales de los ochenta, relacionados con la aplicación de robots a procesos de mecanizado, es elevado. En la mayoría de los casos los procesos de mecanizado se han realizado con robot de tipo articulado horizontal y rara vez con robots de distinta arquitectura. En la figura 2.1 se recoge la evolución en la utilización de los distintos tipos de robots de manera que en la actualidad los robots articulados son los que captan la atención de la práctica totalidad de los investigadores.

Las máquinas con robots de arquitectura paralela también se han utilizado en los procesos de mecanizado por sus características de alta rigidez, pero no han conseguido competir con los centros de mecanizado clásicos.

Figura 2.1: Evolución de artículos de investigación por tipo de robot (fuente: elaboración propia).

Si bien los robots, desde sus inicios, se aplican industrialmente a procesos en los que realizan la operación en determinados puntos (v.g. soldadura) y las

operaciones de mecanizado de procesos que exigen control del desplazamiento del robot en aquellos momentos no se desarrollan, a partir del 2000 comienza a ser interesante su aplicación en procesos de mecanizado con diferentes requerimientos de tolerancias, en los que intervienen unas fuerzas durante su desplazamiento distintas a las de las inercias. Con ello se amplía el campo de aplicación a procesos de acabado según se indica en [10].

En relación con las áreas de investigación [11], las aplicaciones con robot al mecanizado se han dirigido inicialmente hacia la creación rápida de prototipos, análisis de la respuesta del robot ante vibraciones que se están produciendo durante el proceso de mecanizado, planificación de trayectorias y programación automática de robots. Más recientemente [12] otras áreas que están siendo significativas son las de trabajo colaborativo –en donde se comparte espacio entre el operador y el robot–, el análisis de la influencia de la rigidez del robot en operaciones de mecanizado, mejora de la precisión de posicionamiento a partir de correcciones de posición mediante sensores ópticos y de láser externos, mejora de las estrategias de mecanizado de acuerdo con las capacidades del robot y el comportamiento del robot ante vibraciones de mecanizado, que sigue siendo un tema importante. En relación con las vibraciones el análisis del comportamiento del robot ante estados de inestabilidad provocados durante el proceso de mecanizado están captando la atención de diferentes grupos de investigación [13].

La simulación gráfica de sistemas se ha desarrollado muchísimo en los últimos años y la tendencia más reciente aborda, además de la visualización, el comportamiento del propio robot. Esta visualización exige disponer de unas modelizaciones del robot lo más precisas posibles, en las que cinemática y dinámicamente respondan a la situación en la que se encuentren, a los cuales se referirán más adelante en este capítulo. Todo ello va buscando una estimación precisa del robot desde el punto de vista de la reacción ante cargas externas, la precisión del posicionamiento o incluso en aplicaciones para entrenamiento y formación como es el área de los laboratorios virtuales [14]. La figura 2.2 representa el comportamiento de un robot en un entorno de laboratorio virtual, en donde se recogen las variables cinemáticas y de par.

Figura 2.2: Entorno de laboratorio virtual con sistemas multicuerpo [15].

Desde el punto de vista industrial ha tenido lugar un gran desarrollo en los sistemas robotizados en donde se ha buscado ampliar el rango de trabajo con la utilización del séptimo eje, AGV y células con mesas orientables que incrementan los **grados de libertad** del sistema. En estos sistemas cuyos campos de trabajo se han incrementado, resulta importante alcanzar una precisión de posicionamiento del robot lo más elevada como sea posible. Este control de la precisión se realiza en base a conocer las desviaciones en el posicionamiento del robot en función de los parámetros geométricos [16] y mediante el calibrado con sistemas de posicionamiento por láser y métodos IDW [17].

El incremento de los **grados de libertad** en los sistemas robotizados dan lugar a la necesidad de implementar estrategias de posicionamiento del robot para definir cómo se va a situar el TCP, al ser posible alcanzar el mismo punto con mismas orientaciones del TCP. Las técnicas de redundancia cinemática junto con la mejora de la rigidez de acuerdo con índices de optimización se aplican en este ámbito [18, 19].

Figura 2.3: Sistemas robot con redundancia adicional que integran elementos que amplían su rango de trabajo.

En el ámbito de los robots colaborativos, los trabajos se centran en la calibración y en metodologías de compensación de error [21], reduciendo el peso específico de los robots al dividir la articulación en dos subestructuras con los que aplicar las tareas según sea de aproximación o soporte de esfuerzos. Con respecto a la calibración, se propone un método que utiliza un sistema de medición óptico de una figura de Lissajous dibujada por un operario, controlando la velocidad del robot con controladores de par [22].

En relación con los robots colaborativos hay una tendencia industrial a incrementar el número de **grados de libertad**. En los casos más sencillos se pasa de 6-GDL a 7-GDL (figura 2.4a) y en los casos más complejos este número se incrementa (figura 2.4b).

Figura 2.4: Robots colaborativos.

En los robots colaborativos redundantes de tipo humanoide, el interés se

centra en el modelado y el control de trayectoria en tiempo real. En el modelado se trabaja analíticamente con la cinemática inversa, obteniendo la posición del codo con un sistema de ecuaciones de restricción y el resto de la configuración mediante relaciones trigonométricas. Esto proporciona una solución completa y computacionalmente robusta [25]. Para el seguimiento de la trayectoria, se emplean controladores de modo dual que garantizan la seguridad, simulando previamente la desviación de trayectorias con modelos no lineales con programación cuadrática basados en programa KNITRO [24].

En la figura 2.5 se proponen que las dos líneas principales para la mejora de los procesos de mecanizado con robot serían las relativas a la mejora de la rigidez del robot y, por otro lado, al control de las vibraciones del proceso. Con respecto a la rigidez del robot, la línea a estudio es la dependencia de la rigidez respecto a: trayectoria del robot, optimización de nuevos desarrollos, posicionamiento de la pieza y configuración del robot. En relación a la realización del proceso de mecanizado con robot de manera óptima, es necesario considerar y estudiar cómo se realizan las trayectorias de la herramienta, el proceso de retemblado, el proceso de corte y la herramientas de corte. Con la identificación del sistema, de acuerdo a los análisis previos, es posible que, a través de la implementación de sensores, se puedan compensar y supervisar las operaciones de mecanizado con robot.

Figura 2.5: Temas de investigación para operaciones con alta tasa de arranque de viruta [12].

2.1 Mejora de la precisión de posicionamiento del robot

Un robot *per se* tiene una precisión más reducida que otras máquinas de producción como las máquinas herramientas, por ello cuando los robots se utilizan en operaciones donde se requiere una elevada precisión, han de desarrollarse métodos donde se mejore esta precisión de posicionamiento del robot. Los métodos de mejora de la precisión de los robots se analizan por [26] y suponen el desarrollo de una serie de fases –algunas de ellas tratadas más adelante en la tesis– como son las que a continuación se indican:

1. **Modelado**, incluyendo los efectos no geométricos. Este punto es ampliamente tratado en sección 2.3 ([Análisis de errores en los modelados con robot](#)), sección 2.4 ([Modelos de mecanizado](#)), sección 2.5 ([Modelos de rigidez de las articulaciones del robot](#)) y sección 2.6 ([Modelado de sistemas robot](#)).
2. **Medición**, mediante seguimiento láser, visión estéreo, sistemas de medición con [CMM](#) o brazos de medición. Merecen especial atención las metodologías desarrolladas para medir la rigidez de los robots (sección 5.3.1).
3. **Identificación**. Es la cuantificación de los parámetros (identificación geométrica y de la flexibilidad [27], identificación dinámica [28]) requeridos por el modelo elegido, obtenidos a partir de la medición. Habitualmente el proceso de identificación de parámetros es llevado a cabo, minimizando los residuos en las diferentes posiciones del [TCP](#), información que mayoritariamente es obtenida por medición del punto o de la configuración del [TCP](#) [29].
4. **Compensación**. La compensación trata de eliminar las componentes sistemáticas de las desviaciones en la precisión de posicionamiento del robot. Hay una corrección global ponderada que no está asociada a la zona de trabajo y otra que sí, asociada en cada punto y por tanto con cada configuración del robot. Una compensación previa total de todos los errores bajo cualquier circunstancia es muy compleja al requerir una identificación muy detallada y amplia del comportamiento del robot. Esto se trata de subsanar a través de la modelización de los robots. Así, disponiendo de un modelo preciso, muchos de los ensayos necesarios para identificar los parámetros podrían obviarse.

Hay compensaciones previas que analizan la precisión de posicionamiento en un punto determinado, como es el caso desarrollado en esta tesis, y otros trabajos orientados a una compensación global que es función de la zona de trabajo, de la configuración del robot y las condiciones cinemáticas de posicionamiento del robot.

Las desviaciones sistemáticas en un robot a veces pueden alcanzar valores elevados, de manera que permiten hacer correcciones del 30 % de la precisión del posicionamiento del robot, como puede apreciarse en la figura 2.6. La preocupación por mejorar la precisión de posicionamiento a través de la compensación de las desviaciones sistemáticas está presente en numerosos trabajos e incumbe a cualquier tipo de robot, además de los articulados verticales, como robots colaborativos [30, 31] y robots paralelos [32].

Figura 2.6: Comprobación del modelo de rigidez de robot KUKA KR210 [33].

Desde el punto de vista del trabajo realizado, se considera que la compensación *offline* es aquella que se puede hacer en la fase de calibración del robot o en la fase de preparación de un proceso robotizado o durante la ejecución del programa, previamente a la realización de las trayectorias del robot.

Por otra parte se tiene otra compensación en línea (*online*) donde se mejora la precisión de posicionamiento a través de la utilización de sensores externos. Esta compensación en tiempo real es diferente a la anteriormente indicada ya que se basa en determinar, con un sensor de mayor precisión que el que dispone el robot, cuál es la desviación del extremo de la herramienta respecto a la coordenada de consigna, siendo capaz de determinar que se está fuera de rango y se corrige llevándose a ese punto si el robot es capaz en esa zona. Por ello no se hace un cálculo de la desviación

sistemática de la posición.

La determinación de la compensación del error sistemático se ha abordado de diferentes maneras: a través de algoritmos para la planificación del movimiento cuasiestático punto a punto en manipuladores de eslabones flexibles [34], redes neuronales que facilitan la identificación de los parámetros del modelo [35], el histórico del comportamiento del robot [36], análisis de la influencia de las configuraciones a estudiar mediante diseño de experimentos [37] y métodos IDW [38], medición con sensores láser en superficie para posicionamiento en taladrado [39], reducción de la desviación en la trayectoria al tener en cuenta la flexibilidad de las articulaciones [40–43], y las variaciones angulares en las articulaciones por cambios de temperatura ambiente [44].

La compensación en línea se emplea para minimizar la desviación de trayectorias en fresado [30, 45–49], para compensar controlar la desviación de la herramienta en taladrado [50, 51]. y el posicionamiento de robots colaborativos [26].

5. **Comprobación** de la compensación realizada.

Como el amortiguamiento juega un papel no especialmente significativo en el posicionamiento, hay autores [26] que realizan la compensación sin considerar amortiguamiento en las articulaciones, con el robot en reposo. Otros autores [52] tratan de identificar los parámetros inerciales, para compensar los efectos del amortiguamiento, excitando con vibraciones sinusoidales al robot en movimiento. Este tema es ampliamente desarrollado en sección 2.5. Hay investigaciones como las de [53] que utilizan técnicas de mínimos cuadrados para hacer una calibración en el ajuste alrededor de una trayectoria, *ponderación por distancia*, *Inverse Distance Weighted (IDW)*.

La aparición de los robots colaborativos ha dado pie a métodos propios para ellos, utilizando técnicas sencillas de realizarse por el operador [22]. Se utilizan técnicas de mínimos cuadrados en calibración [53], IDW [38] o la propiedades de la esfera [29] para realizar restricciones

También se tiende a redes neuronales [35]. El auge de los algoritmos inspirados en sistemas biológicos, ha sido estructurado por [54]. Otras veces, se usan técnicas como el diseño de experimentos Para procesos de mecanizado con robots, además de realizar la verificación del sistema robot como robot con husillo [55] también se puede tener en cuenta toda la célula flexible en la que se desea realicen los procesos de mecanizado [56].

Las técnicas de láser [35, 57] y visión [58], se usan con frecuencia como herramientas en la mejora de la precisión. Las técnicas de visión se utilizan para la medición y validación de la compensación. El desarrollo de los métodos de visión y seguimiento ha sido fundamental para mejorar y extender los métodos de calibración y compensación, siendo determinante en la actual ampliación a campos de trabajo autónomos o colaborativos.

	Scene-Related		Object-Related		
	People detection	Environment reconstruction / navigation	Object reconstruction / inspection	Bin picking / object manipulation	Robot pose / calibration
Stereo Vision and Photogrammetry			[74]		[18–20,67–73]
Projected Texture Stereo Vision				[76–78]	
Time of Flight	[95]	[79–87]	[88–91]	[92–94]	
Structured Light					[11,54,96]
Light Coding	[61,98–100]				
Laser Triangulation		[103–111]	[102]	[101]	[107]

Figura 2.7: Aplicaciones habituales con robot de las técnicas de visión artificial [59].

El uso de las diferentes técnicas de visión artificial en los sistemas robóticos (figura 2.7) depende de los siguientes factores [59]: precisión, rango del sensor, importancia de la luz, cuestiones de seguridad, tiempo de procesado, entorno de escaneo, integración de equipos y programas con otros sistemas y presupuesto (figura 2.8). La combinación de técnicas de visión y sistemas de medición láser con los elementos de control de los sistemas robot consiguen para estructuras aeronáuticas con robots articulados de 7-GDL precisiones de posicionamiento de menos de 0,3 TCP (la especificación solicitada es de 0,5 mm máximo), ángulo de desviación de 0,5 ° (2 ° máximo permitido) y error de profundidad menor a 0,02 mm (0,1 mm máximo), sin penalizar la productividad 6 taladrados/min con 4000 min⁻¹, V_f 240 mm/min) [39, 60].

	Accuracy	Range	Weight	Safety	Processing Time	Environmental Influences
Stereo Vision and Photogrammetry	✓ (50 μ m [64])	✓	✓	✓	✗ (image processing)	✗ (brightness)
Projected Texture Stereo Vision	✓ (0.1 mm [48])	✗ (0.25–3 m [48])	✓	✓	✗ (image processing)	✗ (brightness)
Time of Flight	✗ (10 mm [51])	✗ (0.8–8 m [16])	✓	✓	✓	✓
Structured White Light	✓ (0.127 mm [112])	✓	✗ (projector [96])	✓	✗ (remain static)	✗ (light, brightness)
Structured Blue LED Light	✓ (34 μ m [57])	✗ (157–480 mm [57])	✓	✓	✗ (remain static)	✓
Light Coding	✗ (10 mm [58])	✗ (1–3 m [59])	✓	✓	✓	✗ (sun)
Laser Triangulation	✓	✓	✓	✗ (laser power)	✓	✗ (brightness)

Figura 2.8: Comparativa de las técnicas de visión artificial [59].

Las ventajas y desventajas de cada método se recojen en la figura 2.9.

	Advantages	Disadvantages
Stereo Vision and Photogrammetry	Commonly used. Accuracy.	Influenced by environment. Physical marks are necessary. The density of the point cloud can be low. Object and camera must be static for the capture.
Projected Texture Stereo Vision	Physical marks are not required.	Influenced by environment. Object and camera must be static for the capture.
Time of Flight	Independent of ambient light. Not necessary that object and camera remain static for the capture.	Low theoretical accuracy.
Structured White Light	Accuracy.	Sometimes influenced by ambient light. Problems to create the 3D model for surfaces of certain colors. Expensive. Sensors can be quite large. Object and camera must be static for the capture.
Structured Blue LED Light	Accuracy. Small sensor.	Short working distance. Object and camera must be static for the capture. Expensive.
Light Coding	Inexpensive. Not necessary that object and camera remain static for the capture.	Low accuracy. Uncertified at industrial level.
Laser Triangulation	Commonly used. Inexpensive (depending on the laser, the accuracy).	Dangerous for people depending on laser power. Usually short working distance. Line scanner.

Figura 2.9: Ventajas y desventajas de las técnicas de visión artificial [59].

Para medición en continuo los sistemas **wMPS** mejoran la precisión absoluta frente al seguimiento por láser, mediante la integración con el sistema de medición y posicionamiento del espacio de trabajo [61]. Otras alternativas son emplear sistemas ultrasónicos, que no precisan usar los laboriosos protocolos de calibración de métodos como los basados en visión (calibración de la cámara, detección de esquina, memoria, captura de imagen) que es muy apreciado en entornos de producción [62].

Aunque la tendencia es a una reducción importante de los costes desde el

lado de la visión, el conseguir un modelado fiable que evite o minimize su uso, además de reducir los costes directos de inversión en equipo, permite mejorar la eficiencia del sistema.

Una alternativa indirecta a las técnicas de visión (aunque en ocasiones se usan ambas conjuntamente) para medición y validación es la aplicación de análisis de señal, fundamental en las técnicas de análisis modal en análisis dinámico (sección 2.6) con caracterización de frecuencias dominantes finitas con FFT (sistemas robots de fresado [5, 30, 63–65]), FRF (robots [66], sistemas robóticos de fresado [40, 64, 65, 67–76]), para caracterizar las señales de vibración aleatorias (control figura 2.15) y espectrogramas [77].

El avance en el procesamiento de señales que pueden aportar características eficaces para los problemas relacionados con los sistemas mecánicos. Los principales grupos con sus algoritmos principales se resumen en la figura 2.11. que para el caso de los métodos para datos no estacionarios son estudiados por [54].

Figura 2.10: Métodos de análisis avanzado de señal [54].

La importancia del análisis de señal en los sistemas robóticos –sistemas acoplados– radica en su utilidad para caracterizar la dinámica de cada configuración del robot e interferir en la respuesta de la herramienta durante el proceso de mecanizado (figura 2.11).

Figura 2.11: Respuesta acoplada en fresado con sistema robot KUKA KR240 R2900 [74].

La figura 2.12 ilustra el análisis de señal de frecuencia en el tiempo FFT al fresar con robot con pieza en TCP y husillo en base fija (figura 2.17b) en dirección perpendicular al eje del husillo, con los primeros cinco ejes cuasiparalelos al movimiento descrito.

Figura 2.12: Posición y FFT al fresar en dirección perpendicular al eje del husillo con robot KUKA KR125 [30].

Con el análisis con FRF pueden encontrarse las frecuencias propias del robot y caracterizar sobre qué eje se producirá el movimiento, así como la flexibilidad en esa frecuencia (figura 2.13).

Figura 2.13: FRF de robot KUKA KR500-2 con husillo mecanizado [78].

Debido a la continua variación de la configuración del robot a lo largo de una trayectoria de fresado (figura 2.14a), el comportamiento dinámico del robot varía en consecuencia (figura 2.14b), modificándose el FRF del extremo de la herramienta que corresponde a la relación entre la frecuencia del punto del extremo de la herramienta y un impacto en el mismo punto. Se observa la aparición y desaparición de los picos de frecuencia correspondientes a las formas modales durante el desplazamiento del robot [73].

(a) Trayectoria de fresado seleccionada.

(b) Variaciones de FRF en la trayectoria.

Figura 2.14: Comportamiento dinámico de robot ABB IRB 6660 a lo largo de una trayectoria de mecanizado [73].

La caracterización de señales aleatorias mediante PSD es empleada en los controles de los robots para caracterizar el error en el análisis dinámico de bucle cerrado (figura 2.15).

Figura 2.15: Densidad espectral de potencia estimada [PSD](#) para el el error de control en todas las direcciones del micro manipulador en robot REIS RV40 [\[79\]](#).

Otra de las herramientas de análisis de señal es el empleo de espectrogramas: el habitual con la [transformada de Fourier de tiempo reducido \(STFT\)](#) (Figura 2.16a) y el [espectrograma reasignado, *Reassigned Spectrogram* \(RS\)](#) (figura 2.16b). El segundo, basado en el [STFT](#), identifica la ubicación de la fase estacionaria con respecto a la ubicación de la ventana en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Obsérvese que sería difícil estimar con precisión la envolvente de los picos en el espectrograma clásico debido a la menor precisión de la frecuencia [\[77\]](#).

El proceso de fresado y el control de la trayectoria es el que está más consolidado entre las investigaciones [\[79–82\]](#)

Otras líneas de investigación evalúan, a través de técnicas híbridas de control de fuerza/movimiento, la respuesta de los robots manipuladores cuando se aplican fuerzas ambientales para detectar colisiones [\[83\]](#). También los modelos neuronales se aplican a controles para la dinámica inversa de robots [\[84\]](#).

Figura 2.16: Espectrogramas para simulación de movimiento de brazo articulado 3-GDL con articulaciones con rigidez no lineal (sigmoidal). La línea en negro corresponde con la envolvente [77].

2.2 Procesos de mecanizado con robot

La aplicación de robots en procesos puede efectuarse de dos maneras, una en donde el robot tiene acoplada la unidad de mecanizado y la pieza se encuentra en un soporte (figura 2.17a o figura 2.17b) o bien a la inversa donde la pieza se encuentra sujeta por el robot y se acerca a la unidad de mecanizado que está fija (figura 2.17c). En función del tamaño de pieza se usa una configuración u otra. En robots más grandes lo habitual es utilizar al sistema robot con el husillo incorporado a él.

Figura 2.17: Disposiciones típicas de sistemas robot de mecanizado

Una de las aplicaciones de los robots en los procesos es la participación en células de fabricación flexible. En estas células se trata de perseguir mejorar el proceso mediante su gestión para conseguir productividades y rendimientos más altos. La localización de los sistemas robots en ellas, así como los trabajos

que pueden desarrollar tienen un protagonismo destacado [86, 87]. Ese interés por optimizar las células, en tiempo real, se sirve también a través del internet de las cosas [88]. En este sentido, la configuración que un robot adopta es un tema que se está evaluando profusamente, incluso desde el punto de vista del consumo mínimo de energía [89].

Con respecto al robot, se están realizando estudios que tratan de determinar cuáles son las configuraciones más adecuadas para realizar la operación de mecanizado. Esta optimización de mecanizado, se sirve de mapas de rendimiento para poder tener en cuenta valores que, si bien son cuantitativos, obedecen a restricciones que los asimila a cualitativos (figura 2.18).

Figura 2.18: Mapas de índice de optimización para diferentes ángulos de rotación de la articulación seis [85].

Otros trabajos se centran en análisis de configuraciones de posicionamiento del husillo para favorecer la precisión [90].

Con todo esto, se abre el interés por establecer una metodología para determinar el rendimiento del mecanizado con robots, que serviría como base para la optimización de las operaciones con robot. Algunos autores han intentado resolver este aspecto de aplicación del robot, proponiendo una metodología estructurada [91].

Hasta la fecha, no se está aplicando y no es posible identificar si un robot industrial es apropiado para tareas de mecanizado y sus límites acerca del grado de tolerancia geométrica o dimensional (y en qué condiciones) puede alcanzar, de manera análoga a cómo se hace con las máquinas herramientas con normas como VDI DGQ 3441 [92].

2.2.1 Proceso de fresado

Los trabajos de investigación realizados alrededor de los procesos de fresado con robot se agrupan alrededor de dos líneas, la mejora de la precisión trabajo y la limitación del efecto adverso de las vibraciones durante el mecanizado (retemblado). La respuesta estructural de los robots frente a los centros de mecanizado da lugar que haya que prestar especial atención al proceso con respecto a la factibilidad de los que se pueden realizar, de manera habitual, en máquinas herramientas.

En relación a la mejora, una herramienta habitual utilizada en las optimizaciones son los índices de optimización como índices de la matriz jacobiana [93] e índices basados en la matriz de rigidez [85, 94–96].

La combinación de mapas de precisión y datos de procesos permite una selección automatizada de un proceso específico y la posición óptima de sujeción de la pieza de trabajo (figura 2.19).

Figura 2.19: Mapas de precisión para posicionamiento de pieza y robot [97].

La trayectoria es uno de los factores que despierta mayor interés en el tallado con sistemas robóticos [95, 98, 99]. Para trayectorias, se usa corrección previa aplicando sistemas multicuerpo y un modelo de fresado figura 2.20.

Figura 2.20: Interacción del robot con proceso de arranque de viruta [100].

Con respecto al retemblado, para un mismo punto de trabajo, aprovechando la condición de redundancia cinemática de los robots, se puede obtener la configuración cuya **FRF** sea más beneficiosa desde el punto de vista de lóbulos de estabilidad [74]. En la figura 2.21.a se aprecia la variación de **FRF** de dos posiciones diferentes del **TCP** y la correspondencia en los diagramas de lóbulos de estabilidad figura 2.21.b. Para una misma posición del **TCP**, conseguida con dos configuraciones diferentes, se observa una variación de **FRF** (figura 2.21.c) y su consiguiente cambio en los diagramas de lóbulos (figura 2.21.d).

Figura 2.21: Efecto de la variación de **FRF** en los lóbulos de estabilidad [74].

Figura 2.22: Diagrama de lóbulos de estabilidad para límites de estabilidad desviada máxima con respecto a configuraciones [74].

La optimización de los diagramas de lóbulos se consigue con la configuración más favorable de las estudiadas (figura 2.22).

La bibliografía que trata el retemblado con los robots es numerosa ([65, 70, 72, 74, 101–104]. Otros trabajos que tratan el retemblado aprovechan técnicas multimodo para minimizar imprecisiones y el alto coste de tiempo [105]. El sistema multicuerpo también se ha utilizado en el fresado para reducir la vibración [73].

2.2.2 Proceso de taladrado

Las operaciones de taladrado son las operaciones que se realizan con más frecuencia en el área de mecanizado (figura 1.6). Desde el punto de vista de la investigación, la línea más significativa la constituye el comportamiento del robot bajo cargas axiales de taladrado que darían lugar a una deformación significativa de la estructura. Esta deformación da lugar a que la precisión en las operaciones de tal se vea afectada de una manera diferente a lo que sucede en las operaciones de fresado. Esta pérdida de precisión, en el caso del taladrado, afecta sobre todo a la tolerancia de posicionamiento. Como ocurría en el caso del fresado, el comportamiento del robot es distinto en cada zona de trabajo, de manera que, la influencia de la configuración del robot es importante en los resultados finales que se obtienen con el taladrado. Por este motivo, esa precisión se obtiene por la utilización de mapas de optimización, como ocurría en el fresado. Los índices de optimización basados en la rigidez, son utilizados con frecuencia, tratando de encontrar la configuración del robot más favorable para la realización de la operación de taladrado [106]. Estos mapas de optimización están asociados a la zona

de trabajo del robot, pero los puntos de la zona de trabajo pueden alcanzarse con configuraciones del robot distintas. Estas configuraciones dan lugar a que los mapas de optimización están referidos a una configuración determinada del robot.

En estos estudios no se establece una relación directa entre estos mapas y la precisión de posicionamiento del robot en los puntos de la zona de trabajo, de manera que se acepta que la posición óptima del robot es aquella que da lugar a conseguir la máxima rigidez del robot.

La calidad de un agujero determinado para ser taladrado, según su ángulo de desviación, puede ser alcanzada a través de métodos de optimización como el coeficiente de rendimiento de rigidez [107] basada en derivar el modelo de matriz de flexibilidad [94]. Otras optimizaciones se centran en la posición del husillo más favorable al taladrar [108].

Un aspecto importante del taladrado es lo relativo a los errores de perpendicularidad. La deformación de la estructura robot afectan a la perpendicularidad del agujero [109, 110]. Para controlar la perpendicularidad, algunos investigadores tratan de determinarla con sensores externos de tipo láser para conseguir alinear el robot con respecto a la pieza [111]. También los aspectos de estabilidad dinámica de la operación han sido estudiados de manera análoga al fresado, mostrando una influencia de menor magnitud [112].

2.3 Análisis de errores en los modelados con robot

En relación con el robot y el proceso, algunos autores como [78] clasifican las fuentes de error en geométricas y no geométricas. Los errores geométricos son los que están asociados a las magnitudes geométricas del robot, ya que estas magnitudes intervienen en los modelos de simulación. Por otra parte el tipo de método analítico utilizado también introduce errores como consecuencia de su formulación o aproximación de funciones. Los errores no geométricos también tienen influencia en la posición son los que están asociados al funcionamiento de cada uno de los elementos del robot y al proceso que está desarrollando el robot.

2.3.1 Errores en el modelado de robots

El desarrollo de los modelos para robot va buscando determinar cuál es el comportamiento cinemático y dinámico del mismo. En este sentido, se han hecho enfoques en los errores de los parámetros cinemáticos del modelo y su influencia en la posición final, en función de la formulación empleada para robots articulados [38], con interpolación espacial sobre estos parámetros para limitar su efecto [16]. Otros estudios, generan un modelo de error volumétrico [113]. Con robots colaborativos, se caracterizan los errores geométricos de los parámetros del modelo de D-H y errores debidos a la deformación estática [26]. Con respecto a los robots paralelos, a partir de la ecuación de posición de cada articulación se desarrollan los modelos de error [114].

Otras investigaciones utilizan el error de la flexibilidad junto con parámetros geométricos y después aplican un método híbrido de mínimos cuadrados con algoritmo genético [27]. Las redes neuronales también se están utilizando en el ajuste de los coeficientes de aprendizaje en modelos de cinemática inversa del [115].

Debido a las dificultades en medir la posición del *glstcp*, [116] determina el error a partir de la instalación de sensores en cada una de las articulaciones, con ello se obvia la medida de la posición del extremo de la herramienta en las distintas zonas de trabajo. En la medida de las trayectorias se usan sistemas *acrshtwMPS* para la medida de las trayectorias del robot, midiendo las diferencias entre el espacio de trabajo y la posición obtenida con el seguidor láser [117].

Hay autores que, en lugar de hacer un análisis cuantitativo trabajan cualitativamente y aplican análisis de significancia de errores [32].

2.3.2 Errores en modelado de procesos de fresado

Con respecto a procesos de fresado con robot, hay trabajos que indican los errores del sistema (calibración inadecuada, errores de medición de los sensores, errores de implementación de control y redondeos en la programación) y del proceso (fuerzas de mecanizado), dando resultados experimentales pero sin proponer ningún modelo [30]. Las fuentes de error son también enumeradas en la figura 2.23 aunque finalmente, su efecto se reduce al que es consecuencia de las fuerzas de mecanizado sobre la matriz de rigidez [49].

Figura 2.23: Factores de influencia en la precisión de la trayectoria de robots de fresado y precisión de la pieza [49].

Hay modelos que basan los errores en las desviaciones por la flexibilidad de las articulaciones, teniendo sólo en cuenta, del proceso, el efecto de las fuerzas [43]. Otros sólo tienen en cuenta como fuente de error, la variación de la rigidez [118]. El estudio del error de forma de manera global, teniendo en cuenta la fuerza que ejerce el sistema robótico en la pieza y en el utillaje [75] es recogido para cuantificar el error de forma, proponiendo tres aproximaciones, una estática, otra dinámica y la última híbrida de las anteriores (figura 2.24).

Figura 2.24: Comparativa de los tres modelos de error [75].

2.3.3 Errores en modelado de procesos de taladrado

Las investigaciones en las que se tiene en cuenta el error de un sistema robótico de taladrado son escasas. Los trabajos se centran en el robot (sin tener en cuenta al resto del proceso) y sólo se ha encontrado un caso, aunque se centra en la deformación de la herramienta.

En la figura 2.25 se propone un modelo simplificado de error para el sistema robot en el que representa únicamente la deformación de la herramienta es función de la deformación del sistema robot.

Figura 2.25: Deformación de la broca debido al desplazamiento del robot [110].

El desarrollo de un modelo de error a partir únicamente del robot [16], sin tener en cuenta otros factores significativos como el proceso (ver capítulo 8) es empleado por otros autores [17,51] para sistemas de taladrado.

Por último, hay investigadores que se centran en realizar un análisis centrado en la temperatura para diferentes arquitecturas y condiciones, sin cuantificarlo, pero sentando las bases para posteriores investigaciones [119].

2.4 Modelos de mecanizado

Es importante conocer los modelos de mecanizado en aplicaciones robotizadas debido a la interacción que tienen con el comportamiento del propio robot. En otras aplicaciones del robot a otros procesos esta relación no es tan significativa.

Los procesos de mecanizado que requieren de un conocimiento mayor del comportamiento del robot son, como ya se ha comentado, las operaciones de fresado y taladrado. En el modelado la interacción que existe entre el robot y el proceso, procede fundamentalmente del comportamiento del robot que debido a su baja rigidez puede contribuir a un mecanizado menos estable y a una acentuación en los procesos de inestabilidad como son el retemblado.

Este comportamiento hace que el espesor de viruta en el filo de la herramienta varíe en mayor medida que en el caso de las máquinas herramientas y se tenga una mayor tendencia a la aparición de los procesos de inestabilidad de mecanizado.

Uno de los modelos más utilizado en el modelado de las fuerzas de corte en fresado hace uso de la fuerza de corte media por vuelta, utilizando un modelo de la presión específica de corte lineal con el espesor de viruta [120–125]. Este modelo se ha utilizado en aplicaciones de robot [85] pero su acoplamiento con el comportamiento del robot no es del todo satisfactoria debido al cálculo de las fuerzas de corte que se hacen por vuelta. Los aspectos dinámicos del fresado han sido objeto de interés por parte de numerosos investigadores [43, 64, 73] y normalmente se ha usado un modelo dinámico de 2-GDL como el que aparece en la figura 2.26.

Figura 2.26: Modelo para fresa helicoidal de acabado [64].

Otros modelos discretizan el filo de manera que integran el valor de la fuerza para cada uno de estos segmentos utilizando estas fuerzas para establecer la desviación del robot para distintas condiciones de corte [49].

Estos mismos modelos se han estado utilizando para determinar las desviaciones del robot y se analiza la influencia del útil de sujeción de la pieza en procesos donde la pieza es desplazada por el robot [75]. Estos modelos también se han utilizado en determinar la desviación del robot en operaciones de fresado por penetración en el mecanizado de moldes [126].

Basado en un modelo donde la fuerza de corte es proporcional a la sección de viruta, se evalúa la influencia de la flexibilidad del sistema robot en el equilibrio o estado estacionario de espesor de viruta sin arrancar utilizando la *transformación de congruencia conservativa*, *Conservative Congruence Transformation (CCT)* [5].

Otros modelos de fresado se han construido sobre la base de expresiones potenciales de la presión específica de corte como es el caso de [40]. Modelos análogos a los usados en el fresado [127, 128] se han particularizado para el caso del taladrado [129].

Figura 2.27: Relación del ancho de filo en el movimiento de penetración de la broca [128].

Otros modelos introducen la variación del ángulo de desprendimiento a lo largo del filo, haciendo simplemente una proyección distinta de las fuerzas de corte, tomando como referencia la superficie de desprendimiento [6].

Figura 2.28: Fuerzas de corte al taladrar [6]

En otras investigaciones se emplean modelos para el taladrado con robot basados en que la fuerza es constante con el avance [130].

Hay otras aplicaciones donde se considera la fuerza como origen de las deformaciones de las desviaciones del robot sin considerar modelos, tan solo midiendo en la brida los esfuerzos a los que está sometido el robot durante la operación de taladrado [110]. Estos estudios tienen interés cuando se hacen operaciones de taladrado a través de unidades especiales de mecanizado [106, 107].

2.5 Modelos de rigidez de las articulaciones del robot

Un elemento importante en el modelado del comportamiento del robot es la rigidez de las articulaciones. Las rigideces de los eslabones no influyen en este comportamiento, ya que sus valores son muchísimo más elevados que los anteriores. Como ocurre en cualquier elemento de transmisión el amortiguamiento también existe pero su influencia, dentro del comportamiento del robot y del sistema general, es menos significativa.

De los trabajos que han sido analizados y que son representativos en general de los trabajos publicados en diferentes revistas, se observa que la mayoría de ellos considera en el análisis de las articulaciones únicamente la rigidez figura 2.29.

Figura 2.29: Estrategias de caracterización de la rigidez en robots según su aplicación (fuente: elaboración propia).

Las soluciones constructivas adoptadas para las articulaciones de los robots tienen una alta deformación en aquellas basadas en accionamiento directo mediante motorreducciones con elevadas relaciones de transmisión. En cambio en aquellas articulaciones obtenidas a partir de mecanismos paralelos, estas deformaciones son muy reducidas. Por todo ello el modelado de la rigidez de los robots es una parte fundamental en su modelado, y por ello cantidad de investigadores han realizado trabajos en el sentido de ver cómo es ese valor y cómo se introduce en los modelos de comportamiento del robot.

En la actualidad existen tres técnicas de modelado de la rigidez [131]:

- **Análisis de elementos finitos (FEA)** (figura 2.30). Permite modelar de forma

global y por elementos los distintos componentes del robot, siendo utilizado con relativa frecuencia [66, 78, 132–134].

Figura 2.30: Mapa de deformación en robot COMAU [132].

- **Análisis estructural matricial, *Matrix Structural Analysis (MSA)***. Utiliza los conceptos del FEA y considera tanto los eslabones flexibles como la deformación de las articulaciones. Este método reduce la complejidad al no ser la definición geométrica tan detallada reduciendo también el tiempo de cálculo. Este método se ha utilizado con éxito en robots con brazos articulados de cadena cerrada [73, 135].

(a) Modelado CAD.

(b) Modelado del robot con elementos de barra 3D y modelado del husillo utilizando MSA [73].

Figura 2.31: Modelado del sistema robot ABB IRB 6660 utilizando el método MSA [73].

- **Modelado de articulaciones virtuales, *Virtual Joint Modelling (VJM)***. Este modelo es una prolongación de los modelos basados en modelos sólido

rígido (SR), donde los eslabones se suponen rígidos pero las articulaciones se consideran flexibles. Este modelo introduce en cada articulación un muelle equivalente –y en ocasiones también un amortiguador– que recoge la deformación completa de la articulación [2, 23, 37, 40, 43, 47–49, 66, 67, 76, 129–131, 136–139].

Algunos de estos modelados de articulaciones ya están recogidos por programas como ADAMS o SIMMECHANICS. En la figura 2.32 se representa una articulación flexible de un sistema multicuerpo con formulación Denavit-Hartenberg (D-H).

Figura 2.32: Modelado de articulaciones flexibles [130].

La incorporación de la rigidez a los modelos de robot es habitualmente llevada a cabo con la matriz de rigidez. Hay autores que, al trabajar con coordenadas cartesianas, utilizan la matriz de flexibilidad [85, 106, 107, 113, 130, 131, 138] en lugar de la matriz de rigidez, la cuál suele presentarse en dos configuraciones: matriz de rigidez de Salisbury [140] [141] o matriz de rigidez mejorada [142] [5, 90, 95, 143]. El hecho de trabajar con coordenadas cartesianas y con matrices de rigidez (por norma general angulares), implica realizar transformaciones mediante la inversa de la matriz jacobiana, lo cual introduce errores de cálculo, especialmente cuando el robot está cercano a singularidades (el determinante de la matriz jacobiana es cero). El uso de la matriz de flexibilidad evita esta fuente de error. [144] hace un análisis pormenorizado de los métodos de modelado y su correspondiente matriz de rigidez cartesiana.

En investigaciones con robots de arquitectura paralela se puede encontrar caracterización angular de la rigidez, y no se realiza transformación [145]. Sin embargo, cuando la caracterización ha sido angular, sí que se acude a la transformación [131].

Otros investigadores caracterizan la rigidez angular sin emplear técnicas de transformación, al utilizar formulaciones con coordenadas relativas en robots de arquitectura de cadena abierta [3, 4, 67, 76, 131, 146–148].

Hay autores que, sin caracterizar la rigidez, analizan indirectamente su influencia a través del análisis de señal [63] en operaciones de fresado, estudiando la rigidez del conjunto sin trasladar los resultados a las articulaciones.

La caracterización de la flexibilidad de los robots, sin formar parte de ningún sistema robótico, se ha enfocado, frecuentemente, en los modelos con rigidez como lineal [42, 46, 137, 138, 143] (figura 2.33).

Figura 2.33: Modelo de articulación angular flexible [137].

Para robots utilizados en procesos de mecanizado genéricos, se han modelado las articulaciones con rigidez lineal [18, 141]. En los robots de fresado, cuando las articulaciones se han estudiado únicamente con componente de rigidez, en la mayoría de los casos se contempla como lineal [2, 19, 43, 48, 85, 94, 95, 145, 148] (figura 2.34).

Figura 2.34: Modelo de articulación con rigidez lineal para sistema robótico de fresado [2].

Hay autores que han evaluado el sistema robot con rigidez en las articulaciones y flexibilidad en los eslabones lineales [73].

También [42] considera la rigidez en la articulaciones con holgura lineal.

El tema de la holgura aparente también ha sido analizado en consonancia con la intervención de los bloqueos de los distintos ejes en un modelo con rigidez lineal figura 2.35.

Figura 2.35: Articulación con rigidez lineal modelada como muelle de torsión con rigidez constante para aplicaciones de taladrado [23].

Cuando el robot se mueve (figura 2.36a), el valor de la holgura es distinto a cuando está parado (figura 2.36b). Sin embargo en el modelo de comportamiento del robot no considera esa diferencia y se caracteriza con el robot parado para modelos dinámicos.

(a) En modo de control de posición. (b) Cuando el freno del motor está bloqueado (sólo la rigidez del engranaje).

Figura 2.36: Desviación angular en articulación al aumentar y disminuir la carga estática en robot KUKA LBR iiwa 14R820 [23].

El efecto de la holgura se puede apreciar en la figura 2.37 para la primera articulación de un robot KUKA KR 6 sixx. La figura muestra una tendencia a la linealidad entre el par y la desviación y que la holgura no es significativa con respecto a las desviaciones angulares causadas por pares elevados. Por este motivo [47] caracteriza como lineal las articulaciones.

Figura 2.37: Comportamiento de la articulación frente a cargas que varían lentamente [47].

En algún caso también se trata la rigidez como no lineal [33,47], para robots de fresado.

Los métodos basados en VJM también permiten hacer una caracterización de la rigidez de las articulaciones no lineal y posibilitan introducir la histéresis y la holgura (*backlash*) en la transmisión de los accionamientos de las articulaciones (holgura aparente) [32,33, 131, 139].

Otros autores, aunque hacen alguna caracterización parcial, prefieren incluir la no linealidad en la rigidez de las articulaciones sin modelizarlas, caracterizando la desviación en el *centro de herramienta, tool center point (TCP)* mediante la aplicación de análisis modal [30], o midiendo desviaciones de posiciones con una carga constante [51].

En los casos en que se han modelado las articulaciones con rigidez y amortiguamiento, en robots de fresado se tratan tanto como lineales [45, 76, 148] (figuras 2.38 y 2.39)

Figura 2.38: Modelo de articulación en entorno CATIA-LMS para simulación de desviación de trayectoria [148].

Figura 2.39: Modelo dinámico multicuerpo con rigidez y amortiguamiento lineal en articulaciones, utilizando convención de Craig [149], para robot KUKA KR90 R3100 con articulaciones flexibles [76].

Con respecto a los modelos de articulación lineal, [130] considera un modelo de articulación lineal, primero sin holgura y después incluyéndola. A partir de esos dos modelos, crea otros dos, añadiendo amortiguamiento lineal y evalúa cuatro. La conclusión a la que se llega es que el amortiguamiento y la holgura no son significativos en la desviación de la trayectoria de fresado, lo cual explica que la mayoría de los modelos se realice de esa manera.

Hay modelos de articulación flexible para fresado con amortiguamiento lineal y sistema de rigidez no lineal, combinado con rigideces lineales, para modelar los efectos de la holgura [139].

Figura 2.40: Modelo de articulación, incluyendo holgura, rozamiento en motor y lateral del eslabón y rigidez no lineal [139].

Otros investigadores estudian las articulaciones con rigidez y amortiguamiento no lineal [147], cuyo modelo se representa en figura 2.41 y ha sido identificado midiendo los pares y el movimiento del robot a lo largo de una trayectoria. También [77] da la misma consideración de no linealidad, empleando técnicas de frecuencia en el tiempo. [52] estudia el amortiguamiento del sistema en un robot paralelo mediante análisis modal.

Figura 2.41: Modelo de engranaje de accionamiento armónico [147].

La no linealidad ha sido tratada en robots paralelos, de manera que se ha considerado rigidez en articulaciones con flexibilidad global (rigidez y amortiguamiento) figura 2.42, con técnicas de análisis modal [67], relativamente sencillo de utilizar con sistemas de múltiples articulaciones cuyos parámetros de flexibilidad de las articulaciones pueden variar con la configuración. El modelo que aplica no tiene en cuenta amortiguamiento en las articulaciones.

Figura 2.43: Modelo de conjunto de articulaciones de 9-GDL (dos motores, dos articulaciones de 3-GDL y una articulación de 1-GDL) [151].

Figura 2.42: Modelo de articulación con rigidez no lineal y evaluación de amortiguamiento del sistema no lineal [67].

La rigidez y amortiguamiento con comportamiento no lineal se ha evaluado en el fresado por [40, 139, 150] (figura 2.44). El modelo de articulación elástica extendida (EEJ) de la figura 2.43, es empleado en sistemas multicuerpo para articulaciones con rigidez y amortiguamiento no lineales, en operaciones de fresado y taladrado [40]. Los parámetros se han caracterizado experimentalmente: medición estática de rigidez (aplicación de pares externos y deformación), medición dinámica (par aplicado y posición obtenida) y funciones de respuesta en frecuencia experimentales para comprobar el comportamiento en el dominio de la frecuencia y en el espacio de trabajo.

(a) Entorno SIMMECHANICS.

(b) Entorno ADAMS.

Figura 2.44: Modelados para sistema multicuerpo con convención V-W [152] de articulación flexible (rigidez lineal y amortiguamiento no lineal) [150]

El problema de todas estas consideraciones reside en su implementación en los sistemas del conjunto del robot. En el caso de formulación clásica con sistema multicuerpo, el incremento de esfuerzo es notable (figura 2.45).

Para magnitudes de fuerzas dentro del rango de diseño del robot, se puede considerar el comportamiento como lineal [138, 144].

Con respecto a la forma de obtener los parámetros de rigidez y amortiguamiento, puede hacerse experimentalmente, o con los datos que proporciona el fabricante que, en el mejor de los casos, proporciona sólo la rigidez angular. Existen trabajos que proponen diferentes metodologías de caracterización en función de los parámetros que se desean caracterizar.

Figura 2.45: Modelo cinemático de sistema robot REIS RV130HSC para sistema multicuerpo [2].

Para análisis de sólo rigidez, hay métodos simplificados que comparan la variación del sistema frente a un conjunto de cargas y pares externos y lo propagan a las articulaciones aplicando algoritmos de convergencia [143]. Otros métodos de análisis de sólo rigidez, comparan la variación angular de cada articulación [2], también para medir rigideces con holgura [42]. Con robots colaborativos, existen propuestas específicas con respecto a la rigidez [26]. La metodología para caracterizar la rigidez del conjunto en función de la posición, también es propuesto con técnicas análisis modal [63].

Las rigideces no lineales pueden, mediante algoritmos genéticos híbridos de mínimos cuadrados [27] o derivando las desviaciones de los extremos en un espacio 6D [33] como alternativa a los métodos con mínimos cuadrados.

Con casos complejos de caracterización de la flexibilidad de articulaciones y eslabones, el modelo elastostático puede resolverse con técnicas de mínimos cuadrados y reducción selectiva de parámetros redundantes, minimizando el efecto del ruido de las mediciones [138].

Para la medición de rigideces y amortiguamientos hay métodos que miden la holgura, la rigidez y el rozamiento de cada articulación al moverlas cada una en el espacio [139].

Para robots de taladrado, la flexibilidad de las articulaciones se ha considerado como lineal, tanto cuando se ha evaluado como sólo con rigidez en las

articulaciones [3, 4, 106, 107, 110], como cuando se ha considerado con rigidez y amortiguamiento [50, 153]. Para esta tesis se ha considerado rigidez lineal en las articulaciones con ganancia de posición del robot, modeladas como *VJM*, para lo cual, se ha propuesto un método propio como se describe en sección 5.3.

2.6 Modelado de sistemas robot

La importancia del modelado de los sistemas robóticos ha dado lugar a que se hayan desarrollado un número significativo de trabajos en este campo. Estas líneas se centran, sobre todo, en establecer diferentes métodos de modelado, la simulación del comportamiento de los robots –tanto desde el punto de vista físico como geométrico– y el modelado de los sistemas de control [154]. Todos estos trabajos se fijan como objetivo principal el realizar el análisis dinámico del robot. Un tipo de modelado es el basado en *sistemas multicuerpo*, *Multibody Systems (MBS)*, que se aborda en su mayoría con formulaciones clásicas (sección 2.6.2), siendo poco frecuente los que trabajan con formulación de coordenadas naturales (sección 2.6.3).

La forma más directa de conocer la dinámica del sistema robot es experimentalmente mediante un análisis modal [64, 68, 74, 77, 78, 104]. Esta misma técnica también es empleada para la validación de modelos [40, 66, 67, 70, 73, 76, 79, 102, 136, 155]. Otra alternativa a estos métodos es la utilización de *FEA* para la determinación de los parámetros del modelo [66, 133, 156] o métodos analíticos que establecen las ecuaciones de movimiento.

Para la obtención de las ecuaciones de movimiento, los métodos analíticos más empleados se agrupan torno a *Newton-Euler* (con *MBS* [157] o con modelos simples [42]), *Lagrange* (con *MBS* [28, 51, 76], con *FEA* [132] o modelos simples [77]), desplazamientos virtuales (con *MBS* [158] o con *MSA* [73]), trabajos virtuales (con *MBS* [2, 43, 94, 138, 143, 158], con *FEA* [131] o mediante modelos simplificados [142, 159]) y potencias virtuales (con *MBSmc* [3, 4, 160]).

Dentro de las metodologías para diseño de robots, los *MBS* se consideran una herramienta para la validación de los diseños [156]. Del análisis de los diferentes métodos empleados en investigación (figura 2.46), se observa que los *MBS* representan el 70 % de los estudios realizados frente a otros métodos.

Figura 2.46: Tipología de los modelos con robots (fuente: elaboración propia).

De los sistema multicuerpo, predominan los sistemas con formulación clásica (casi un 60 %) frente a menos del 15 % para las formulaciones con coordenadas naturales.

Si se analiza la utilización de estos métodos en función de las aplicaciones (figura 2.47), se observa que, en el conjunto de las que van dirigidas al mecanizado, los **MBS** son los empleados en mayor medida. También se puede apreciar que la posibilidad de desarrollo con **MBSmc** es destacada.

Figura 2.47: Modelos con robots en artículos de investigación y aplicaciones (fuente: elaboración propia).

2.6.1 Modelos no multicuerpo

Métodos como los cuaternios se usan para modelos de bucle cerrado en control, ofreciendo simplicidad en la implementación y ajuste, aunque poco eficiente cuando se quiere considerar la rigidez del robot o las velocidades de trabajo no son bajas [161].

El estudio de la cinemática inversa ofrece interés desde el punto de vista de mejora en la configuración de los ejes rotatorios que evite desviaciones en la trayectoria. Los métodos basados en la optimización estocástica [162] permiten la predicción de los movimientos críticos de los ejes e incrementan la precisión en la fase de planificación. Este método evita que la solución final no esté limitada a la solución local de subóptimos, como puede ocurrir con los índices de optimización (sección 2.2). El objetivo principal de la etapa de optimización es determinar el mínimo de esta función considerando la configuración del robot, la estrategia de fresado y el espacio de trabajo disponible en la célula del robot.

Desde el punto de vista de la dinámica, la preocupación extendida desde finales de los 80 [163], sigue siendo en la actualidad objeto de muchos trabajos de investigación, que tratan de mejorar la eficiencia de los algoritmos para reducir el tiempo de ejecución [164].

Las optimizaciones que se persiguen a través de la aplicación del modelado de robot buscan diseñar el robot con características óptimas, complementándolas con técnicas de búsqueda aleatoria controlada [165] y técnicas de modelado FEA [134] (método frecuentemente utilizado [66, 78, 132]).

Uno de los problemas significativos que aparecen cuando se aplican robots a operaciones de mecanizado son los aspectos de inestabilidad en el proceso. El análisis del retemblado en sistemas de robot para fresado se puede evaluar considerando la rigidez y el amortiguamiento del sistema al focalizarse el interés en el proceso [133]. Aunque la caracterización de diagramas de lóbulos de estabilidad en fresado para máquinas convencionales es un tema ampliamente conocido, en fresado con sistemas robóticos se vuelve un reto ante la falta de modelos precisos con articulaciones flexibles capaz de predecir la dinámica del robot. A partir del análisis de señal en un número determinado de puntos de la zona de trabajo se identifican los parámetros del sistema. Se construye un modelo IDW para estimar la FRF en el extremo de la herramienta para cualquier configuración del robot y poder construir sus correspondientes diagramas de lóbulos [71].

Figura 2.48: Fresado con robot [71].

En las aplicaciones del robot al taladrado, las trayectorias que se realizan permiten simplificar el análisis cinemático, considerando procedimientos geométricos [129]. La complejidad del tratamiento de trayectorias es resuelta por algunos autores simplificando a trayectorias 2D [166].

2.6.2 Sistemas multicuerpo con formulación clásica

En relación a los trabajos basados en el modelado de sistemas robóticos con MBS con formulación clásica (D-H, Craig, Veitschegger-Wu (V-W), Euler...), los principales objetivos que se han perseguido han sido estudio dinámico, optimizaciones, mejora de trayectoria y retemblado.

En el modelado multicuerpo de los robots el problema de la cinemática inversa se soluciona basándose en un factor relacionado con el cambio de las posiciones [167]. Sin embargo, no se tienen en cuenta las fuerzas generadas durante las trayectorias.

La incorporación de los aspectos dinámicos en el modelado multicuerpo de robot se ha realizado en sistemas de lazo abierto empleando la formulación recursiva Newton-Euler (N-E) [157] utilizado habitualmente para mecanismos abiertos y con un número de eslabones reducido. Algunas orientaciones que se han dado al modelado dinámico se han dirigido hacia la detección de situaciones anómalas durante el trabajo del robot. En este sentido [169] ha desarrollado un modelo basado en parámetros que calcula a partir del coeficiente de rozamiento. Su implantación en el control del robot permite monitorizar el estado de ejecución de las tareas del robot y señalar su disfuncionalidad. Por otro lado, los modelados basados en sistemas multicuerpo ayudan a diseñar controles

(a) Convención D-H para robot REIS RV16 [167]. (b) Convención D-H para robot ABB IRB 6660-205 [85].

(c) Convención V-W para robot KU- KA [150].

(d) Convención de formalismo compuesto [168] para robot MITSUBISHI RV6S [116].

(e) Convención de Craig para robot KUKA KR90 R3100 [76].

(f) Convención con coordenadas relativas para robot paralelo TRIP-TEOR X7 [145].

Figura 2.49: Representación de modelos cinemáticos con diferentes convenciones de sistema multicuerpo.

inteligentes que mejoren significativamente la trayectoria comparados con los sistemas tradicionales [170]. Otras investigaciones aplican MBS para la verificación de la fiabilidad de metodologías como el método de los trabajos virtuales, con los que se obtiene el modelo dinámico inverso de un robot para aplicaciones quirúrgicas [159]. Con este mismo enfoque, en [171] se ha aplicado a la resolución de los problemas de la cinemática directa e inversa.

Dentro de los métodos de inteligencia artificial, hay un procedimiento sistematizado para la caracterización dinámica del robot, incluyendo el rozamiento en las articulaciones. Los parámetros a determinar se estiman con algoritmos de colonia de abejas ABC que utilizan trayectorias de excitación periódica, calculando los pares en las articulaciones con el método de N-E. Los resultados obtenidos por este método [28] en vacío son satisfactorios, pero no se comprueba sometiendo el robot a cargas externas.

Existen condiciones particulares en la instalación de robots en las que incluso tareas realizadas a baja velocidad pueden generar vibraciones de baja frecuencia que influyen en la actividad del robot. Se desarrolla un modelo multicuerpo flexible con programa VIRTUAL.LAB MOTION para brazo articulado con flexibilidad en las articulaciones y combinado con modelo de elementos finitos en la estructura que lo soporta, validándolo experimentalmente con análisis modal. Se consigue una buena precisión para el primer modo, en frecuencia y amplitud [172].

En la optimización con MBS se han estudiado tanto los elementos que componen los robots como sus modelos globales.

La optimización de los sistemas físicos (v.g. rebarbados y fresados) se centran en optimizar la orientación del efector final (figura 2.50) mediante índices de optimización obtenidos de la dinámica inversa. Esta dinámica inversa se obtiene de la matriz jacobiana con la intervención de velocidades angulares y pares [158] o la norma de Frobenius para la matriz jacobiana [118], sin tener en cuenta efectos dinámicos, por considerarlos no relevantes, al estar mecanizando a bajas revoluciones. La norma de Frobenius también se ha utilizado como metodología con sistema multicuerpo para definir la longitud característica óptima de los componentes del robot [173].

Figura 2.50: Mejora de la configuración del TCP con optimización por índice de optimización [158].

La mejora de la trayectoria y el reemplado tienen una importancia destacada en aplicaciones de fresado mayoritariamente. Con respecto a la trayectoria, se han aplicado MBS con formulación de D-H [174] y articulaciones flexibles, agregándose articulaciones flexibles virtuales al modelo de articulación rígida (figura 2.32a) para estimar las desviaciones en la trayectoria durante el fresado [130].

Las fuerzas de mecanizado se obtienen de ensayos experimentales y se introducen en el modelo, al no incorporar éste una estimación de las fuerzas. Un planteamiento similar al de [130] se ha utilizado, —en este caso con convención V-W para MBS—, añadiendo la resolución dinámica con SIMULINK mientras se resuelve la cinemática con el sistema multicuerpo (co-simulación) [150]. En ninguno de los casos se ha realizado un análisis de estricto de la precisión, sólo se ha obtenido la desviación entre el valor nominal (programado) de la cinemática y los valores calculados con los nuevos ángulos después de calcular la dinámica inversa sin el cálculo de bucle cerrado.

Para trayectorias autónomas, se combinan los sistemas multicuerpo con algoritmos de retropropagación [115], que ofrecen una solución más eficiente a los algoritmos basados en N-R usados en trayectorias guiadas.

En [76] se desarrollan dos modelos dinámicos multicuerpo, analizando la inercia de los eslabones y la rigidez y amortiguamiento de las articulaciones, cuyos valores se obtienen combinando análisis modal, información CAD y otros ensayos. Para estos dos modelos multicuerpo se utiliza la convención de Craig [149], resolviendo la dinámica inversa se resuelve con multiplicadores de Lagrange. La precisión de predicción de las frecuencias naturales, los índices de

amortiguamiento y la forma de los modos son satisfactorios tras efectuar ajustes al modelo.

Figura 2.51: Modos de vibración resultantes obtenidos con modelo de articulaciones flexibles en robot KUKA KR90 R3100 [76].

2.6.3 Sistemas multicuerpo con formulación de coordenadas naturales

Se presenta como una de las novedades de esta tesis doctoral, para el modelado de taladrado con robots articulados, la selección de **sistemas multicuerpo con formulación en coordenadas naturales mixtas (MBSmc)** desarrollado por García de Jalón [175]. Esta formulación consiste en aplicar la convención de coordenadas naturales (coordenadas naturales mixtas) para la definición del modelo, el uso de **Newton-Raphson** y **splines cúbicas** para la cinemática, el método de las potencias virtuales [176] para la dinámica inversa, y el método de las potencias virtuales con ecuaciones de Maggi para la dinámica directa [177].

El desarrollo de las coordenadas naturales se origina en los años setenta de los ordenadores en el ámbito académico. El proceso de creación surge de las analogías encontradas entre estructuras (figura 2.52) y mecanismos, considerando, a partir de ello, los mecanismos como estructuras planas inestables definidas con puntos que se les asigna **grados de libertad (GDL)**.

El núcleo de la matriz de rigidez de esa estructura contiene las velocidades del sistema. Esas velocidades se pueden integrar para obtener los despla-

Figura 2.52: Tipos de estructuras planas [178].

mientos finitos o derivar para tener las aceleraciones.

A partir de ahí, las coordenadas naturales evolucionan, sustituyendo la matriz de rigidez por las ecuaciones de restricción. Se hace la extensión de sistemas planos a sistemas tridimensionales [179], para lo cual se introducen los vectores unitarios que cumplen la misión de definir los ejes de los pares. También se amplía el ámbito de aplicación de la cinemática a problemas dinámicos. La simplicidad de esta formulación facilita la generación en gráficos realistas 3D que ayudan a la comprensión dinámica.

A finales de los ochenta, una serie de acontecimientos impulsa este desarrollo teórico en proyectos concretos que demuestran su potencial y capacidad de resolución práctica, como análisis biomecánicos de atletismo y gimnasia en los Juegos Olímpicos de Barcelona (figura 2.53a), proyectos con la ESA (figura 2.53b), Dornier (figura 2.53c) y ENASA (figura 2.53d) entre otros.

La necesidad de introducir coordenadas relativas como ángulos o distancias da lugar a la evolución de coordenadas naturales puras a coordenadas naturales mixtas. Un ejemplo de esta necesidad es el modelado del cuerpo humano (figura 2.55). Los desarrollos son tan dispares como modelados de robots (figura 2.54), máquinas complejas (figura 2.56), simuladores (figura 2.57) o el ya mencionado cuerpo humano.

Figura 2.53: Ejemplos de trabajos iniciales desarrollados con sistemas multicuerpo con formulación de coordenadas naturales mixtas [178].

Figura 2.54: Modelo de robot KAWASAKI ZZX200S [160].

Figura 2.55: Modelo del cuerpo humano [175, 178].

Figura 2.56: Modelo simulado de maquinaria pesada [175].

Figura 2.57: Simulador de maquinaria realizada con coordenadas mixtas [180].

Además de la diferencia de convención utilizada entre formulaciones clásicas y [MBSmc](#), otra diferencia sustancial radica en el uso de los multiplicadores de Lagrange [51, 99, 170, 181–186] para el cálculo de la dinámica que es menos eficiente, por ser un método global que obliga a calcular todas las fuerzas motrices y reacciones en las articulaciones, en contraposición al método de las potencias virtuales utilizado en [MBSmc](#). Los multiplicadores de Lagrange son útiles cuando no se ha calculado la cinemática y se quiere abordar directamente la dinámica.

El [sistemas multicuerpo con formulación en coordenadas naturales mixtas](#) ofrece ventajas significativas frente a los sistemas multicuerpo clásicos, como los basados en [D-H](#) [130, 187]. [MBSmc](#) genera un bajo número de coordenadas y ecuaciones de restricción (menos del 40 % en comparación con [D-H](#)), las ecuaciones de restricción son lineales ([D-H](#) no son lineales), los resultados son directos e intuitivos ([D-H](#) no son directos y para cada posición, se requiere comprender su significado físico).

Para un mecanismo espacial [RSCR](#), su modelado por sistemas multicuerpo con formulación clásica se representa según la figura 2.58 y por sistemas

multicuerpo con coordenadas naturales según la figura 2.59.

Figura 2.58: Mecanismo RSCR modelado con sistema multicuerpo clásico (coordenadas de punto de referencia).

Figura 2.59: Mecanismo RSCR modelado con sistema multicuerpo en coordenadas naturales.

En los modelados clásicos con coordenadas de punto de referencia, se requiere siempre un punto por cada eslabón. Para el caso de formulación con ángulos de Euler, desarrollado por Shabana [188] y empleado en programas como ADAMS (figura 2.58a), se precisan adicionalmente los tres ángulos de Euler para definir cada eslabón y las relaciones entre ellos. Con ello resulta un total de 18 coordenadas. En el caso de emplear formulación con parámetros de Euler, desarrollado por Nikravesh [181] y empleado en programas como DADS (figura 2.58b), da como resultado 21 coordenadas.

En el enfoque con coordenadas naturales, se requieren dos puntos para

definir cada eslabón y vectores unitarios para determinar sus relaciones. Como se deduce de la figura 2.59, los puntos pueden ser compartidos en función de las relaciones entre eslabones. Para formulación con coordenadas puras (figura 2.59a), se tienen 12 coordenadas. Esta cantidad se incrementa en las coordenadas naturales mixtas, al introducir coordenadas relativas, con el objeto de definir ángulos o distancias, al interesar su presencia para obtener información directa del movimiento del mecanismo. En el ejemplo que se muestra en la figura 2.59b se ha añadido el ángulo ψ como coordenada relativa, con lo que este modelo tendría 13 coordenadas.

En la tabla 2.1 se ha confeccionado una comparativa entre formulación clásica y de coordenadas naturales. En el caso de las coordenadas naturales (tanto puras como mixtas), las restricciones tienen menor tamaño, además de ser lineales.

Tabla 2.1: Comparativa entre sistema multicuerpo con convención clásica y con coordenadas naturales (puras o mixtas).

	Solución clásica	Coordenadas naturales (puras o mixtas)
Definición de cada sólido (posición y orientación)	Tres coordenadas cartesianas de un punto y tres componentes angulares (ángulos de Euler), precisando seis coordenadas por sólido	Al menos dos puntos (tres coordenadas cartesianas por punto) y un vector unitario (tres componentes cartesianas)
Ecuaciones de restricción	Imponer los pares cinemáticos de los elementos (uniones)	Imponer las uniones o pares cinemáticos por compartición de puntos y vectores unitarios entre sólidos vecinos y, en ocasiones, con restricción adicional
Linealidad ecuaciones de restricción	No lineales	Cuadráticas, haciendo que la matriz jacobiana sea lineal, para coordenadas naturales, y armónicas para coordenadas relativas
Matrices de inercia	No constantes, con fuerzas de inercia dependientes de la velocidad	Constantes, sin fuerzas de inercia dependientes de la velocidad
Transformación de coordenadas para obtener el movimiento resultante	Sí	No
Representación e interpretación del movimiento resultante	No es directo ni intuitivo	Directo e intuitivo, adecuado para síntesis y la optimización

Las ventajas cuantitativas de computación de las coordenadas mixtas con respecto a otras formulaciones multicuerpo como D-H se recogen para el robot a estudio en la tabla 2.2.

Tabla 2.2: Comparativa de diferentes formulaciones para sistema multicuerpo para robot articulado de siete cuerpos (incluye la base) con 6-GDL.

	Solución clásica (Denavit-Hartenberg)	Coordenadas naturales (puras)	Coordenadas naturales mixtas
Número de coordenadas	42	24	30
Número de restricciones	36	18	24

Las coordenadas naturales mixtas (combinación de coordenadas naturales relativas y puras) permiten aplicar fuerzas motrices, momentos y evaluar posiciones y errores de posicionamiento en cada uno de los eslabones. De esta manera es posible relacionar directamente la respuesta angular del movimiento del eslabón con su correspondiente accionamiento.

La formulación elegida de coordenadas naturales mixtas utiliza puntos y vectores unitarios para definir la posición de los diferentes cuerpos y permite compartir entre ellos puntos y vectores cuando sea necesario para definir los pares cinemáticos, reduciendo el número de variables. Las incógnitas se obtienen directamente de las ecuaciones de restricciones y el número de ecuaciones e incógnitas se reduce considerablemente (tabla 2.2).

El interés por el problema de la precisión de un robot para operaciones de mecanizado ha sido abordado por el autor en una primera aproximación [189], planteando como *sólido rígido* tanto las articulaciones como los eslabones para un robot de tipo SCARA.

El uso de la condición de *sólido flexible* se ha realizado para robots con modelos MBSmc para eslabones (figura 2.60), manteniendo las articulaciones como SR.

Figura 2.60: Manipulador con dos eslabones rígidos y dos eslabones flexibles [175].

En esta tesis se utiliza, por primera vez en [MBSmc](#), la formulación de articulación flexible modelada con rigidez angular para caracterizar el robot, adelantada por el autor en modelados con [MBSmc](#) para robot de mecanizado con datos de taladrado obtenido con [ANOVA](#) [3] y con modelo de taladrado de ángulos variables [4]. Es una aportación complementaria a todos los trabajos que aquí se han descrito y que han hecho diferentes investigadores.

Capítulo 3

Precisión de trabajo

La desviación de posicionamiento de un agujero se ve afectada por el comportamiento del robot y por el comportamiento de la herramienta durante la operación de mecanizado. La posición real del eje del agujero q_{real}^{work} es una consecuencia de la posición real del elemento terminal del robot en el espacio y de la posición real del eje del agujero que se obtiene en el taladrado (ecuación 3.1). El elemento terminal del robot incluye la unidad de taladrado hasta el punto de referencia del portaherramientas en la unidad motorizada, que es la que define el eje de rotación teórica del husillo.

La desviación δ_{mach} refleja la diferencia entre el eje teórico de la unidad husillo - herramienta y el eje del agujero mecanizado (figura 3.1).

$$q_{real}^{work} = q_{real}^{TCP} + \delta_{mach} \quad (3.1)$$

La **tolerancia de posición (TP)** de un agujero es la especificación más importante de los agujeros considerados en las piezas mecanizadas en la célula flexible. De ahí la importancia en conocer la desviación del eje del agujero respecto de su eje nominal. Esta desviación es función de la desviación del elemento terminal del robot (δ_{robot}) y la posición real del eje del agujero que se obtiene en el taladrado (δ_{mach}), ambas variables independientes, expresándose como:

$$\delta_{work} = q^{work} - q_{real}^{work} = \delta_{robot} + \delta_{mach} \quad (3.2)$$

La determinación de estas desviaciones está afectada de incertidumbres, por lo que también es importante su determinación.

Figura 3.1: Diagrama esquematizado de las desviaciones en el proceso de taladrado con sistema robot.

Teniendo en cuenta que estas desviaciones se obtienen de manera indirecta a partir de un procedimiento de medida en el que se miden varias magnitudes primarias o de entrada, la relación funcional entre el resultado de medida y las magnitudes primarias se puede determinar de forma genérica como:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.3)$$

Cada una de las magnitudes primarias X_i se caracteriza con una estimación x_i y de una incertidumbre típica $u(x_i)$. La incertidumbre típica combinada $u_c(y)$ de la variable Y se relaciona como combinación de las incertidumbres típicas de las magnitudes primarias:

$$u_c(y) = f(u(x_1), u(x_2), \dots, u(x_i)) \quad (3.4)$$

Aplicando la ley de propagación de incertidumbres a la ecuación 3.3, que relaciona las variables de entrada y la variable de salida, se obtiene la incertidumbre típica combinada u_c de la magnitud Y como raíz cuadrada positiva de la

varianza combinada $u_c^2(y)$:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (3.5)$$

A partir de la incertidumbre típica combinada $u_c(y)$, se calcula la incertidumbre expandida U , multiplicando por el factor de cobertura o nivel sigma k_σ . El nivel sigma que se emplea para todos los cálculos de incertidumbre expandida de la tesis es $k_\sigma = 3$ (nivel de confianza del 99,7 %).

La incertidumbre de la desviación de posición se obtiene de manera indirecta, por lo que está dada por la suma de cuadrados de las incertidumbres de los parámetros a partir de los cuales se realiza la estimación.

La incertidumbre combinada expandida de la desviación de posición del eje del taladro, debida al robot y al proceso de mecanizado, se expresa en la ecuación 3.6 y se calcula a partir de la incertidumbre expandida de las desviaciones de las magnitudes de los componentes que intervienen en la ecuación 3.2, considerándolas independientes entre ellas [190].

$$U_{work}^2 = U_{robot}^2 + U_{mach}^2 \quad (3.6)$$

3.1 Error de posicionamiento del robot

El error de posicionamiento del robot –sin el efecto del proceso– está influenciado por dos factores, como se aprecia en la ecuación 3.7; la desviación de posición del robot sin fuerzas exteriores (δ_{robpos}) y la desviación de posición del robot debida a deformaciones en sus articulaciones (δ_{robdef}).

$$\delta_{robot} = \delta_{robpos} + \delta_{robdef} \quad (3.7)$$

En la incertidumbre expandida del robot U_{robot} (ver figura 3.2) se consideran dos términos (figura 3.1): la precisión de vacío del robot y la precisión debida a deformaciones del robot.

La precisión de posicionamiento en vacío del elemento terminal está influenciada por la intervención simultánea de todos los ejes del robot, mientras que la deformación dinámica del robot es debida al comportamiento variable de

Figura 3.2: Incertidumbre combinada del sistema robot husillo.

la rigidez cartesiana, a las inercias y a la actuación de las fuerzas y pares de taladrado. Por ello, la incertidumbre combinada expandida de la posición del robot es como se muestra en ecuación 3.8.

$$U_{robot}^2 = U_{robpos}^2 + U_{robdef}^2 \quad (3.8)$$

3.1.1 Precisión de posicionamiento del robot en vacío

La incertidumbre típica combinada del robot en vacío U_{robpos} se ha determinado en $\pm 40 \mu m$ mediante un ensayo de repetibilidad de posicionamiento según ISO 9283 [191], de tal forma que:

$$U_{robpos}(\pm) = \bar{l} + 3S_l \quad (3.9)$$

con,

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i \quad (3.10)$$

$$l_i = \sqrt{(\bar{x} - x_i)^2 + (\bar{y} - y_i)^2 + (\bar{z} - z_i)^2} \quad (3.11)$$

$$S_l = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2}{n - 1}} \quad (3.12)$$

Se han realizado diez series de medición a una velocidad de ensayo del 25 % de la velocidad máxima, cada una de ellas en las tres direcciones de los ejes globales del robot (figura 3.3), a las que se les ha medido la posición mediante

Figura 3.3: Posicionamiento del robot en el ensayo de repetibilidad.

comparador MAHR Millimes 1003 con apreciación 1 μm .

3.1.2 Comportamiento dinámico del robot

La incertidumbre U_{robdef} introducida por el comportamiento del robot ante variaciones en su funcionamiento y a variaciones de las fuerzas de trabajo se obtendrá a partir del modelado del robot (sin proceso) al aplicarle las fuerzas y pares de mecanizado que se desarrolla en la capítulo 5.

Con el conjunto de valores simulados de δ_{robdef} se obtendrá la medida de la dispersión de los valores de δ_{robdef} con respecto a su media. Con esto, la incertidumbre combinada expandida queda como:

$$U_{robdef} = \pm k_{\sigma} \cdot \sigma_{\delta_{robdef}} \quad (3.13)$$

3.2 Error del proceso mecanizado

El error en el mecanizado del agujero (figura 3.1) se ve influenciada por tres magnitudes (ecuación 3.14): la desviación del eje resultante de la herramienta al ensamblarse en su correspondiente porta herramientas (δ_{axis}), la desviación de oscilación (δ_p) y la deformación de la herramienta ($\delta_{deftool}$).

La desviación del agujero resultante depende de la geometría de los filos.

La desviación de oscilación considera el error de oscilación de la herramienta (el extremo de la herramienta está constructivamente desplazada) La naturaleza variable del mecanizado y de las componentes transversales no compensadas de las fuerzas de corte, da lugar a una deformación lateral de la herramienta que puede afectar a la precisión del agujero.

$$\delta_{mach} = \delta_{axis} + \delta_p + \delta_{deftool} \quad (3.14)$$

La incertidumbre combinada expandida de la posición de la herramienta se expresa en la ecuación 3.15 como media cuadrática de las incertidumbres medidas de las componentes de la desviación del eje de la herramienta debido al proceso (ecuación 3.14) y se representa en la figura 3.4.

$$U_{mach}^2 = U_{axis}^2 + U_p^2 + U_{deftool}^2 \quad (3.15)$$

Figura 3.4: Incertidumbre combinada del proceso de mecanizado.

Los ensayos para caracterizar estas magnitudes se hacen en laboratorio

empleando un centro de mecanizado DMG 1035 ECO (figuras 3.5 y 7.1.4), agrupados en dos tipos de ensayos. El primer tipo se orienta a establecer la influencia de los parámetros del proceso en la precisión de los agujeros. El segundo tipo tiene como finalidad la de ajustar el modelo de fuerzas de corte del proceso de taladrado desarrollado en la capítulo 4.

Figura 3.5: Detalle centro mecanizado.

3.2.1 Desviación del eje del agujero

La incertidumbre U_{axis} relativa a la desviación del eje del agujero δ_{axis} se obtiene mediante ensayos con diferentes herramientas y condiciones de mecanizado.

Se ha dispuesto de un conjunto de varias probetas de aluminio, a cada una las cuales se les han practicado varios taladros en diferentes condiciones de corte y para varios diámetros (figuras 3.4 y 7.1.6). De ellas se han obtenido las tolerancias dimensionales y el error de posición. La medición dimensional de las piezas se ha realizado con una *máquina de medición por coordenadas*, *Coordinate Measuring Machine (CMM)* Mitutoyo Crysta-Plus M544 con $\pm 4 \mu m$ de precisión.

Los resultados obtenidos se representan en la figura 3.6. Se observa una tendencia clara a que las desviaciones de posición del agujero aumentan con el diámetro para un mismo error de alabeo. La incertidumbre se incrementa pasando de $\pm 30 \mu m$ para el caso de las herramientas de $\varnothing 8 mm$ y hasta $\pm 60 \mu m$ para

Figura 3.6: Desviaciones de posición del eje del agujero y su incertidumbre para diferentes condiciones de corte (brocas metal duro, $n = 1.200 \text{ min}^{-1}$, material EN AW 5083 [192]).

Ø12 mm.

3.2.2 Oscilación

El error de oscilación o alabeo está siempre presente en las herramientas de rotación y en especial en el taladrado (ver figura 3.7). Las desviaciones dimensionales consecuencia de los errores de oscilación también se han medido mediante un conjunto de ensayos en los que se trata de obtener la influencia del error de alabeo de la herramienta en el agujero final mecanizado respecto al que producirían herramientas sin alabeo.

Para este fin se ha provocado una desviación radial controlada a las herramientas con respecto al eje de giro. Con ello, se ha procedido a realizar taladros con distintos parámetros de corte y a medir la posición del agujeros generados. Las probetas son del mismo tipo y siguen un protocolo similar al descrito en la sección 3.2.1, con la particularidad que la herramienta, con su correspondiente desviación controlada, no es reemplazada del cono hasta no completar el conjunto de ensayos con las condiciones de corte deseadas asignados a esa herramienta y desviación.

Los resultados obtenidos establecen que un incremento del error de oscilación da lugar a un incremento en el error de posición, como se aprecia en la figura 3.8.

Figura 3.7: Modo de corte de la herramienta con error de alabeo.

Figura 3.8: Desviación de posición del agujero (δ_p) debida al alabeo de la herramienta (material EN AW 5083 [192]).

Conociendo la oscilación específica que tiene sistema husillo-herramienta, se puede entrar desde las abscisas y la gráfica devuelve tanto la desviación δ_p en la posición del agujero por esta causa como su incertidumbre asociada u_p . El valor de la incertidumbre obtenida en los ensayos es semejante para las distintas desviaciones de oscilación y diámetros de herramienta.

3.2.3 Deformación de la herramienta

Simultáneamente a los ensayos descritos en la sección 3.2.2, se han medido las fuerzas de corte para correlacionar la precisión de los agujeros y las fuerzas generadas. Las probetas utilizadas (figuras 3.9 y 7.1.5) son del mismo material que las piezas mecanizadas en la célula flexible.

Figura 3.9: Probetas empleadas para medición de fuerzas y pares de mecanizado.

La medición de las fuerzas se ha llevado a cabo por una cadena de medida compuesta por un dinamómetro Kistler 9257A, un sensor de par Kistler 9349A y un amplificador Kistler 5070. Las señales de fuerza de corte y par son tomadas por un módulo NI PCI 6251 con un bloque de conexión NI BNC 2110 (figuras 3.10 y 7.1.3). El programa de adquisición ha sido implementado con programa LABVIEW.

Figura 3.10: Equipo medición de fuerzas y pares.

En los resultados de fuerzas con los ensayos de alabeo, las fuerzas radiales se incrementan con el error de oscilación y, por lo tanto, se incrementa la deformación de la herramienta en el interior del agujero. El efecto combinado opuesto de la deformación de la herramienta y de su oscilación, tiene una influencia sobre el error de posición, pero no sobre el diámetro del agujero en el grado que cabría esperar. El valor creciente de las fuerzas transversales con el incremento del error de oscilación denota que la herramienta está ejerciendo mayor presión en los laterales del agujero y, por ello, se encuentra deformada respecto de su situación sin error de oscilación. En la figura 3.11 se recoge la evolución de estas fuerzas. En cambio, las fuerzas axiales y el par de mecanizado permanecen sensiblemente constantes.

(a) Fuerzas transversales

(b) Fuerzas axiales

—■— $\varnothing 8$ mm —▲— $\varnothing 10$ mm —◆— $\varnothing 12$ mm

(c) Pares

Figura 3.11: Evolución de las fuerzas y pares de taladrado en la herramienta en función del alabeo ρ (material EN AW 5083 [192]).

La deformación de la herramienta está presente en la oscilación, aunque no se manifiesta aportando una deformación como tal, sino que es la que facilita que la herramienta, al entrar a mecanizar con una oscilación determinada genere sin romperse una desviación del agujero distinta al valor de la oscilación.

Se ha cuantificado la deformación radial en los extremos de herramientas en un ensayo estático sin taladrar. Los resultados incluidos resaltan la no manifestación en la deformación del agujero por motivos de deformación de la herramienta para fuerzas radiales de magnitudes como las de la figura 3.12.

Figura 3.12: Deformación de brocas de metal duro en estático.

Así se concluye que la deformación de la herramienta durante el proceso está considerada en las desviaciones dentro de las deformaciones expresadas en la figura 3.6.

3.2.4 Influencia del error en el proceso de mecanizado

Las desviaciones e incertidumbres de todas estas desviaciones anteriormente estudiadas son función del diámetro de los agujeros y del error de oscilación y deben tenerse en cuenta en la estimación del error de posición final de los agujeros a obtener en las piezas a fabricar en la célula flexible.

Capítulo 4

Proceso de mecanizado

Con el objeto de conocer las fuerzas a las que va a estar sometido el robot, para las distintas operaciones de taladrado y velocidades de proceso, se precisa disponer de un modelo del proceso de taladrado que permita estimar dichas fuerzas con precisión.

Las brocas que se utilizan en las piezas que se van a fabricar en la célula de fabricación flexible (ver sección 1.1) suelen tener diámetros comprendidos entre $\varnothing 6$ mm y $\varnothing 10$ mm. La geometría de las herramientas de taladrar es compleja ya que el filo se extiende desde la periferia hasta el núcleo central de la herramienta dando lugar a que los ángulos de desprendimiento (γ_n) y de inclinación (λ_s) varíen a lo largo del filo. Estos ángulos –definidos según ISO 3002-1 [193]– tienen influencia en las fuerzas de corte de modo significativo ya que esa variación es destacada. Por todo ello, es preciso modelar, con la ventaja que el modelo que se propone es generalizado con lo que puede incluir otras dimensiones y geometrías diferentes a las que se van a emplear.

4.1 Descripción de la geometría de la herramienta

La herramienta de taladrado que se utiliza es de dos filos. Estos filos (llamados principales) se extienden desde la periferia al centro (núcleo) por lo que la velocidad de corte varía a lo largo del mismo. Desde hace unos años, el núcleo también se afila para que no tenga un comportamiento de indentación. Los filos del núcleo (filos secundarios) tienen una orientación distinta a la de los filos principales de la herramienta.

La variación de la velocidad de corte no influye en la presión específica de corte (ver sección 4.3) y, por lo tanto, tampoco en las fuerzas de corte. Lo que sí que depende es que la geometría sea distinta, lo cual sucede a lo largo del

Figura 4.1: Aristas y superficies de la parte activa en una broca (fuente UNE16149-1 [194]).

filo de corte al variar el ángulo de inclinación de la arista de la herramienta (λ_s) y el ángulo de desprendimiento de la herramienta (γ_n). La hélice es la misma a lo largo del filo, pero la inclinación que tiene la hélice varía (ver figura 4.2).

4.2 Geometría del proceso de taladrado

Para calcular γ_n y λ_s , deben determinarse previamente la ecuación de la recta del filo y las ecuaciones del plano de referencia (P_r) y del plano de filo (P_s) (figura 4.2).

El método adoptado para el cálculo de la ecuación del filo en cada posición de la herramienta se basa en la utilización de cuaternios.

El vector director de la ecuación del filo de corte es obtenido al rotar el vector v ($\sin \chi_r, 0, \cos \chi_r$) en el plano de referencia de la herramienta P_r [193] alrededor del vector director en el plano del filo de corte de la herramienta P_s ($-\cos \chi_r, 0, \sin \chi_r$) [193] mediante cuaternios.

El cuaternio de rotación es:

$$\begin{aligned} Q_H &= Rot(v, \lambda_s) \\ &= \left(\cos \frac{\lambda_s}{2}, v \cdot \sin \frac{\lambda_s}{2} \right) \\ &= \left(\cos \frac{\lambda_s}{2}, -\cos \chi_r \cdot \sin \frac{\lambda_s}{2}, 0, \sin \chi_r \cdot \sin \frac{\lambda_s}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

y su cuaternio conjugado,

$$Q_H^* = (\cos \frac{\lambda_s}{2}, \cos \chi_r \cdot \sin \frac{\lambda_s}{2}, 0, -\sin \chi_r \cdot \sin \frac{\lambda_s}{2}) \quad (4.2)$$

El vector de la ecuación del filo de corte se obtiene mediante

$$v' = Q_H \cdot v \cdot Q_H^* = (\sin \chi_r \cdot \cos \lambda_s, \sin \lambda_s, \cos \chi_r \cdot \cos \lambda_s) \quad (4.3)$$

Esto da lugar a la expresión del filo de corte como

$$\frac{x - \frac{D_c}{2}}{\sin \chi_r \cdot \cos \lambda_s} = \frac{y}{\sin \lambda_s} = \frac{z - \frac{D_c}{2 \cdot \tan \chi_r}}{\cos \chi_r \cdot \cos \lambda_s} \quad (4.4)$$

De la ecuación 4.4, se deduce λ_s como una función del ángulo χ_r ,

$$\lambda_s = \arccos \frac{(-x \cdot \sin \chi_r, -y \cdot \sin \chi_r, x \cdot \cos \chi_r) \cdot (\sin \chi_r \cdot \cos \lambda_{s0}, \sin \lambda_{s0}, \cos \chi_r \cdot \cos \lambda_{s0})}{|(-x \cdot \sin \chi_r, -y \cdot \sin \chi_r, x \cdot \cos \chi_r)| \cdot |\sin \chi_r \cdot \cos \lambda_{s0}, \sin \lambda_{s0}, \cos \chi_r \cdot \cos \lambda_{s0}|} \quad (4.5)$$

Por otro lado, se obtiene el ángulo de desprendimiento (γ_n) a lo largo del filo, a partir del valor del ángulo de hélice (γ_o), como:

$$\tan \gamma_n = \frac{r}{D_c/2} \tan \gamma_{n0} \quad (4.6)$$

4.3 Determinación de la presión específica de corte

Uno de los métodos de estimación de las fuerzas de corte más extendido es el que se basa en la presión específica de corte. Esta presión es la relación que existe entre la fuerza de corte y la sección perpendicular a la velocidad de corte. En la mayoría de los procesos de mecanizado esos ángulos permanecen constantes y, por esta causa, no es interesante tenerlos en consideración. Se propone una ecuación para la presión específica que incluye todos los ángulos de la herramienta en la forma que aparece en la ecuación 4.7. Esta expresión está contrastada en trabajos previos realizados [195] y su ajuste experimental es

laborioso, pero no presenta especiales dificultades.

$$k_{st} = k_{st0} \cdot (a_t + b_t \cdot \gamma_n + c_t \cdot \lambda_s) \cdot h_1^{-m} \quad (4.7)$$

La identificación de parámetros del modelo del taladrado se ha realizado en el mismo centro de mecanizado, realizando agujeros individuales en mismo tipo de probetas y con la misma instrumentación con que se realizan los ensayos para determinar los **Precisión de trabajo**. A través de este conjunto de ensayos, se ha ajustado la ecuación 4.7 para los materiales utilizados en la célula flexible. El tratamiento posterior de datos se ha realizado con MATLAB con el fin de obtener la presión de corte a lo largo del filo de la broca y para distintas condiciones de corte y herramientas. Todo ello, se ha realizado sobre probetas del mismo material que en los ensayos anteriores.

De manera similar, la presión específica k_{sa} se ha obtenido para las fuerzas axiales (dF_a). Este ajuste, para uno de los materiales utilizados, ha dado lugar a la ecuación 4.8 relativa a la presión de corte axial, cuya representación gráfica se recoge en la figura 4.3a. El coeficiente de correlación obtenido es de 0,978.

$$k_{sa} = -376,6 + 4,268 \cdot \gamma_n + 51,24 \cdot \lambda_s \quad (4.8)$$

La presión de corte tangencial para este mismo material adopta la ecuación 4.9 siendo su representación gráfica la que aparece en la figura 4.3b. El ajuste obtenido es de 0,957.

$$k_{st} = -199,6 + 4,419 \cdot \gamma_n + 12,81 \cdot \lambda_s \quad (4.9)$$

(a) En dirección del avance al taladrado.

(b) En dirección tangencial al taladrado.

Figura 4.3: Presión de corte específica.

Se observa que el ajuste de ambos parámetros es relevante con coeficientes de correlación del orden del 90 %, por lo que pueden proporcionar una buena estimación de las fuerzas de corte.

4.4 Fuerzas normales de corte en el proceso de taladrado

Para obtener las fuerzas de mecanizado, se calcula la fuerza a lo largo del filo, como se representa en la figura 4.4, para un ancho diferencial del filo (db), según la ecuación 4.10.

$$dF_t = k_{st} \cdot h_1 \cdot db \quad (4.10)$$

Figura 4.4: Sección diferencial del filo de la herramienta.

De acuerdo con la expresión de la presión de corte (ecuación 4.7), la fuerza tangencial es calculada de la ecuación 4.10 como

$$dF_t = k_{st0}(a_t + b_t \cdot \gamma_n + c_t \cdot \lambda_s)h_1^{1-m} \cdot db \quad (4.11)$$

Esta fuerza varía a lo largo del filo como consecuencia de la variación de los ángulos de desprendimiento (γ_n) y de inclinación (λ_s). Estos ángulos se definen en última instancia en relación con el plano de referencia, que es el plano perpendicular a la velocidad de corte [194]. Como esta velocidad adopta direcciones distintas según gira la herramienta, este plano tiene una orientación angular distinta en cada instante.

4.5 Fuerzas tangenciales y axiales y pares de taladrado

Con los ángulos calculados según la sección 4.2 es posible integrar la ecuación 4.10 y obtener las fuerzas de corte en las direcciones tangencial y radial.

$$F_t = 2 \int_0^{\frac{D_c}{2}} k_{st0}(a_t + b_t \cdot \gamma_n + c_t \cdot \lambda_s)h_1^{1-m} \cdot \frac{dr}{\sin \chi_r} \quad (4.12)$$

$$F_a = 2 \int_0^{\frac{D_c}{2}} k_{sa0}(a_a + b_a \cdot \gamma_n + c_a \cdot \lambda_s)h_1^{1-m} \cdot \frac{dr}{\sin \chi_r} \quad (4.13)$$

La fuerza axial se aplica directamente en el eje del elemento terminal del robot (TCP) provocando su deformación máxima, mientras que el par se aplica directamente a las articulaciones en función de la configuración del robot. La

fuerza tangencial en cada filo se compensa, pero queda un valor residual significativo que puede provocar un agrandamiento del agujero, menor precisión y una excitación transversal del robot en la frecuencia de rotación de la herramienta.

El par de rotación de la herramienta resultante del proceso de corte se obtiene considerando el radio correspondiente a cada posición del elemento diferencial del filo.

$$M = 2 \int_0^{\frac{D_c}{2}} k_{st0}(a_t + b_t \cdot \gamma_n + c_t \cdot \lambda_s) h_1^{1-m} \cdot r \cdot \frac{dr}{\sin \chi_r} \quad (4.14)$$

La entrada de la herramienta en el material se produce gradualmente, de manera que la longitud activa del filo va creciendo conforme la herramienta se introduce en la pieza. Esta entrada progresiva tiene una gran influencia en el error de posicionamiento del agujero y determina las fuerzas que van a actuar gradualmente sobre el robot.

4.6 Comprobación del modelo de fuerzas de taladrado

En la figura 4.5 se representan los pares y fuerzas modelados, junto con sus correspondientes resultados experimentales al mecanizar aluminio EN AW 2011 [192] para una herramienta de $\varnothing 7$ mm. De igual modo, se representan en la figura 4.6, para una herramienta de $\varnothing 8$ mm, al mecanizar aluminio EN AW 6061 [192]. Como puede apreciarse, la estimación realizada por el modelo es notablemente precisa.

Las fuerzas radiales no se han comprobado porque se anulan en el caso de las brocas de dos labios, que son las que se están estudiando.

Figura 4.5: Fuerza axial (F_a) y par (M) al taladrar con herramienta $D_c = 7$ mm.

Figura 4.6: Fuerza axial (F_a) y par (M) al taladrar con herramienta $D_c = 8$ mm.

Como consecuencia, con el modelo desarrollado es posible estimar la carga del robot para cada operación. La principal ventaja del modelo de taladrado

propuesto es la mejora en la estimación de pares y fuerzas en tanto en cuanto todos los ángulos del filo de la herramienta son considerados para cada punto a lo largo del filo, comparado con los modelos tradicionales que consideran la totalidad del filo con ángulos promedio.

El modelo propuesto permite el cálculo de fuerzas y pares, para cualquier geometría de herramienta, a partir del valor de la presión específica calculada en un único ensayo, en contraposición a la necesidad de varios ensayos al usar el método clásico (que no considera la variación de la presión específica a lo largo del eje).

Figura 4.2: Ángulos en broca helicoidal (fuente UNE16149-1 [194]).

Capítulo 5

Análisis del comportamiento del sistema robot

La desviación global del sistema robot (δ_{robot}) es la diferencia entre la posición teórica (nominal) del TCP, considerado para este sistema en el extremo de la herramienta del efector final, y su posición real (ecuación 5.1).

$$\delta_{robot} = q^{TCP} - q_{real}^{TCP} \quad (5.1)$$

Esta diferencia es consecuencia de las desviaciones en el posicionamiento del robot (δ_{robpos}) y las desviaciones provocadas por deformaciones del robot (δ_{robdef}) debidas a las fuerzas y pares generados durante el proceso que esté realizando. El cálculo de la estimación de la desviación δ_{robot} con el modelo propuesto se puede hacer a través de la simulación del comportamiento del robot, determinando la desviación como diferencia entre el valor nominal (teórico) y el valor simulado (ecuación 5.2).

$$\delta_{robot} = q^{TCP} - q_{sim}^{TCP} \quad (5.2)$$

El sistema robot se modela a través del [sistemas multicuerpo con formulación en coordenadas naturales mixtas](#). El algoritmo que se aplica es el mostrado en la figura 5.1. El algoritmo, la simulación y la obtención de resultados han sido programados mediante MATLAB ([robot6DOFdrillingPT_main_ed015a.m](#) como programa principal).

El primer paso es caracterizar cinemáticamente la posición del robot (sección 5.1). Todas las coordenadas nominales de los puntos que configuran el robot se encuentran en el vector q (ecuación 5.3), que determina la posición nominal

para una configuración determinada o instante de tiempo t . El vector q aglutina, para una configuración o instante de tiempo t , cuatro vectores: el vector $q(fixed)$ correspondiente a las coordenadas naturales de los puntos y vectores unitarios que no varían en el tiempo (coordenadas fijas), el vector q^{d-TCP} –desplazamiento teórico de las coordenadas TCP del robot– con las coordenadas naturales dependientes de los puntos a excepción del TCP, el vector q^{TCP} con las coordenadas naturales dependientes del extremo del sistema robot, y los ángulos ψ entre eslabones (coordenadas relativas o independientes).

$$q = \begin{Bmatrix} q(fixed) \\ q^{d-TCP} \\ q^{TCP} \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q(fixed) \\ q^{d-TCP} \\ q^{work} \\ \psi \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

El vector q se obtiene al aplicar la matriz de restricciones Φ , debiendo cumplir la ecuación 5.4,

$$\Phi(q) = 0 \quad (5.4)$$

La matriz de restricciones Φ recoge, en forma de productos vectoriales y escalares para este robot específico, la información necesaria (figura 5.1.b) para cumplir con las condiciones geométricas del robot y las interacciones entre sus diferentes elementos, manteniendo el movimiento como sólido rígido, en cualquier instante de tiempo t , para cada cuerpo del que está constituido el robot.

Previamente al establecimiento de las restricciones, es adecuado plantear el modelo geométrico, definiendo cuáles son los puntos con los que se define cada elemento, y estos a su vez cada cuerpo, y cuántos vectores unitarios se necesitan. El modelo geométrico (figura 5.1.a) del sistema robot se basa en la definición de los cuerpos con dos puntos (coordenadas naturales) y la posición relativa de los cuerpos entre sí mediante coordenadas relativas (ángulos), definiendo los giros con vectores unitarios cuando se precisan. El modelado de las coordenadas del elemento terminal (q^{TCP} y q_{sim}^{TCP}) se explica en la sección 5.1.3.

Para considerar los efectos de las desviaciones de posición del robot (δ_{robot}) durante la aproximación a la posición de taladrado y las desviaciones del movimiento de taladrado en sí, el modelado del robot fracciona la trayectoria en movi-

Figura 5.1: Algoritmo desarrollado para el robot de mecanizado con sistema multicuerpo con coordenadas mixtas con articulaciones flexibles.

mientos incrementales entre la posición inicial (figura 5.1.c y la figura 5.1.d) y la final. La trayectoria se construye a partir de posiciones de referencia (figura 5.1.e) interpolándose el resto de posiciones entre ellas por el método de **splines cúbicas (SC)** para los ángulos (coordenadas independientes) y el de **Newton-Raphson (N-R)** para el resto de puntos (coordenadas dependientes). La matriz **Q** es la matriz que contiene los vectores **q** traspuestos de cada posición o instante **t** de la trayectoria generada (figura 5.1.f y la figura 5.1.h).

Se añade como novedad para esta aplicación con **MBSmc**, el comportamiento flexible de las articulaciones (figura 5.1.m). Así, se propone una nueva formulación (ecuación 5.5) para los ángulos simulados de las articulaciones (ψ_{sim}) que depende de los ángulos de giro nominales (ψ) y del valor de la deformación angular (φ) debida a la rigidez angular (figura 5.1.l). Esta variable recoge el comportamiento de la rigidez angular de cada articulación –caracterizada por el parámetro **k** y propiciada por el accionamiento de la articulación– y ajusta los pares τ que cada motor produce en su articulación con la rigidez angular **k** (ecuación 5.35). Cada articulación se modela como un muelle torsional simple con rigidez k_i constante.

$$\psi_{sim} = \psi + \varphi \quad (5.5)$$

Para conocer cuáles son los pares τ_i (figura 5.1.k) que los motores producen en cada articulación, es necesario realizar el **Análisis dinámico inverso** (sección 5.4). Las fuerzas y pares de mecanizado (figura 5.1.j) se introducen, bien a partir de la caracterización del **Proceso de mecanizado** (capítulo 4), bien a través de los resultados obtenidos mediante medición experimental (sección 5.4.1).

Una vez conocidos los pares simulados τ_i y con la rigidez de las articulaciones caracterizadas experimentalmente (sección 5.3), es posible conocer la deformación φ que provocan en las articulaciones. Cuando las deformaciones son significativas, el control del robot las detecta y corrige. Esta acción del robot es modelada a través de un parámetro denominado ganancia equivalente K_{pos} (figura 5.1.n). Esta ganancia es obtenida, para el conjunto de ejes del robot, ejecutando el modelo dinámico a través del **Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado** (sección 5.6), ajustando los valores simulados con las desviaciones medidas en el **TCP** del robot.

Operando con el modelo dinámico (ecuación 5.6), se obtienen las acelera-

ciones angulares corregidas $\ddot{\psi} + \Delta\ddot{\psi}_{K_{pos}}$.

$$\begin{aligned} & \ddot{\psi} + \Delta\ddot{\psi}_{K_{pos}} = \\ & = (\mathbf{R}^T \mathbf{In} \cdot \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{R}^{dT} (\mathbf{In}^d \mathbf{R}^d \ddot{\psi} - \mathbf{Q}_w^d - \mathbf{Q}_{in}^d - \mathbf{Q}_{sp}^d - \mathbf{Q}_{drill}^d + \mathbf{In}^d \mathbf{Sc}^d) - \boldsymbol{\tau}_{drill}^d + \\ & \quad + \mathbf{R}^T (\mathbf{Q}_w + \mathbf{Q}_{in}) - \mathbf{R}^T \mathbf{In} \cdot \mathbf{Sc} - K_{pos}(\mathbf{z} - \mathbf{z}^d)) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Aplicando métodos de integración, se calculan los ángulos nominales corregidos (figura 5.1.ñ), es decir, el efecto en los ángulos nominales de las correcciones debidas a la ganancia $(\psi + \Delta\psi_{K_{pos}})$.

Los ángulos con correcciones obtenidos en la ecuación 5.49 e introducidos en la ecuación 5.5, junto con la deformaciones de las articulaciones φ , dan lugar a la expresión final de los ángulos simulados:

$$\mathbf{q}_{sim}^i = \psi_{sim} + \Delta\psi_{K_{pos}} = \psi + \Delta\psi_{K_{pos}} + \varphi \quad (5.7)$$

Con los nuevos ángulos simulados $\mathbf{q}_{sim}^i$ (figura 5.1.o) calculados con la ecuación 5.5, puede obtenerse la posición simulada $\mathbf{q}_{sim}^{TCP}$ —y la posición simulada del resto de puntos del robot— en cada instante t de la trayectoria, al aplicar **Newton-Raphson**, según la ecuación 5.8,

$$\mathbf{q}_{sim} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(fixed) \\ \mathbf{q}_{sim}^{d-TCP} \\ \mathbf{q}_{sim}^{TCP} \\ \mathbf{q}_{sim}^i \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$

haciendo cumplir la ecuación 5.9,

$$\Phi(\mathbf{q}_{sim}) = 0 \quad (5.9)$$

La forma de cálculo de la matriz **Qsim** para la trayectoria simulada (figura 5.1.p) se describe en la sección 5.6.

De esta manera quedaría el modelo construido pudiéndose hacer las simu-

laciones (figura 5.1.q) y predicciones necesarias (figura 5.1.r).

5.1 Análisis cinemático

El análisis cinemático obtiene el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta fuerzas o pares que puedan estar actuando. La resolución del problema cinemático proporciona movimientos, velocidades y aceleraciones. Resolviendo las ecuaciones de restricción y las variables independientes, es posible conocer estos tres elementos.

Todas las posiciones del robot deben cumplir las ecuaciones de restricción (ecuación 5.4) a lo largo de su trayectoria.

Para las posiciones programadas (nominales),

$$\Phi(q, t) = 0 \quad (5.10)$$

Para el caso de las posiciones simuladas,

$$\Phi(q_{sim}, t) = 0 \quad (5.11)$$

Previo a la resolución de las ecuaciones de restricción, es preciso realizar el [Modelado geométrico del robot](#).

5.1.1 Modelado geométrico del robot

El robot utilizado en el modelo (figura 5.2) es articulado vertical de seis [grados de libertad](#), con articulaciones de 1-GDL, extendido ampliamente en la industria por su carácter flexible para adaptarse a cualquier tarea. Sus características principales se encuentran en la tabla 5.1.

Figura 5.2: Área de trabajo del robot ABB 6640-130/3.2 (fuente ABB [196]).

Tabla 5.1: Características principales del robot ABB 6640-130/3.2 (fuente ABB [196]).

Parámetro	Unidades	Valor
Número de cuerpos		7
Número de ejes		6
Montaje		Anclaje en suelo
Alcance	m	3,2
Capacidad en punta	kg	130
Repetibilidad en trayectoria	mm	$\pm 0,7$
Repetibilidad en posición	mm	$\pm 0,07$
Peso del robot	kg	1310

El robot consta de siete cuerpos como se muestra en la figura 5.3.

Figura 5.3: Elementos del robot ABB 6640.

La definición de los sistemas de coordenadas y los ángulos de giro en el modelo generado (figura 5.4) son conforme a ISO 9787 [197]. La nomenclatura empleada se basa en ISO 8373 [198].

Figura 5.4: Modelo multicuerpo del sistema robot con coordenadas naturales mixtas.

La primera articulación relaciona la base (considerado como el cuerpo nú-

mero 1, con eslabón 0) con el cuerpo número 2 (eslabón L_{12}), permitiendo un movimiento de rotación alrededor del eje Z. La segunda articulación relaciona el eslabón L_{12} con el eslabón L_{23} (cuerpo número 3) y la tercera articulación a éste último con el eslabón L_{34} (perteneciente al cuerpo número 4). Con ambas articulaciones el robot puede realizar un movimiento vertical. La cuarta articulación relaciona el eslabón L_{34} con el eslabón L_{45} , lo cual permite el giro de este último sobre sí mismo. El eslabón L_{45} es compartido por los cuerpos número 4 y número 5. La quinta articulación relaciona y permite girar el eslabón L_{56} (cuerpo número 6) con respecto al eslabón L_{45} (cuerpo número 5) alrededor del eje normal al plano definido por ambos. La sexta y última articulación hace rotar sobre sí misma la brida de la muñeca (cuerpo número 7), orientando los utillajes que se monten en ella.

Como se observa en la figura 5.4, el robot a estudio emplea varios sistemas de referencia. Dependiendo de la aplicación que se esté realizando –movimiento del robot, mecanizado o medición–, se requiere trabajar con un sistema u otro, debiendo realizar el correspondiente cambio de coordenadas cuando sea necesario.

Figura 5.5: Posición del brazo robot para hacer el taladrado i en la pieza embridada con centro C y representación del **sistema OXYZ** (negro), **sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}** (rojo) y **sistema CXYZ_{CMM}** (verde).

Los tres sistemas de coordenadas que se usan son (figura 5.5):

- **Sistema OXYZ**. Sistema de referencia ortogonal fijo en la base del robot, empleado en simulaciones cinemáticas y dinámicas.
- **Sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}**. Sistema de referencia ortogonal relativo, con origen en el extremo de herramienta. Se construye, para el eje Y, a partir de la prolongación entre el origen del **Sistema OXYZ** y el TCP y para el eje Z con la normal a la superficie del plano XY, también según sistema **sistema OXYZ**. Se utiliza en la medición de fuerzas y pares de mecanizado.
- **Sistema CXYZ_{CMM}**. Sistema de referencia ortogonal fijo, con origen en el punto de referencia de la pieza que se mecaniza, para medir la posición de los agujeros en la CMM (figura 5.6). La pieza siempre se sitúa en la misma posición.

Figura 5.6: Detalle de los ejes de referencia **sistema CXYZ_{CMM}** en pieza con programa ZEISS CALYPSO.

El error de posición del taladro i se mide como la diferencia entre el vector CTAL- i de la pieza patrón (mecanizada con $\varnothing 6$ mm, $n = 1200$ min⁻¹, $V_f = 180$ mm/min) y el correspondiente realizado en las otras piezas con diferentes condiciones de D_c , n y V_f .

Para poder implementar con comodidad las fuerzas y pares de mecanizado en el sistema robot –medidos con **sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}**– es preciso acudir a un cambio de base con respecto al **sistema 0XYZ**. La matriz de cambio es:

$$A = \begin{pmatrix} \sin \phi_i^{tcp} & -\cos \phi_i^{tcp} \\ \cos \phi_i^{tcp} & \sin \phi_i^{tcp} \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

Las fuerzas axiales no precisan de cambio de base al tener lugar en el eje Z y coincidir el eje Z del **sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}** con el del **sistema 0XYZ**.

Con el cambio de base se puede comprobar si existe una dirección principal de deformación, transformando las mediciones realizadas en la **CMM**, con **sistema CXYZ_{CMM}**, al **sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}**. Para su determinación, se ha realizado un ensayo, con 54 muestras en 18 agujeros diferentes.

Las desviaciones obtenidas se han referenciado con respecto al **sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}**. Los resultados obtenidos ilustran (figura 5.8) que la desviación δ_{work} es más del 20 % superior en la dirección del eje Y-robot –dirección principal de deformación– que en el eje X-robot.

Figura 5.7: Desviación δ_{work} , según sistema $CXYZ_{CMM}$.

Figura 5.8: Desviación δ_{work} , según sistema TAL_iXYZ_{ROBOT} (dirección principal de deformación).

Coordenadas naturales puras y coordenadas relativas

Cada eslabón contiene la cantidad de puntos y vectores unitarios necesarios que hacen que esté definido su movimiento en 3D; tres puntos no alineados o dos puntos y un vector no alineado. Todos los eslabones se han considerado de tipo **SR**. En la sección 5.2 se justifica la validez de esta simplificación. Al considerarse los eslabones como sólidos rígidos, cada eslabón queda definido por sus respectivos puntos inicial y final (que son los que interesan para el estudio de la cinemática y dinámica) y por un vector unitario no colineal a esos dos puntos.

Los vectores unitarios se colocan en los lugares en los que se tenga un eje de rotación o cuando se desee obtener información de un ángulo. No son necesarios vectores unitarios para medir distancias. Tampoco tienen por qué coincidir los **grados de libertad** con el número de vectores unitarios.

Las coordenadas de los puntos y vectores unitarios se denominan coordenadas naturales puras. En la medida de lo posible, se comparten puntos y vectores unitarios entre sólidos rígidos en las uniones para reducir el número de ecuaciones de restricción.

Las longitudes de cada eslabón quedan definidas como constantes geométricas.

Cuando se usan coordenadas relativas –distancias y ángulos–, las distancias iniciales se almacenan en la matriz **DIST** y los ángulos iniciales en la matriz **ANGLE**. En el caso del robot antropomorfo a estudio, sólo se requiere trabajar con ángulos.

(a) Zona donde el coseno no define el ángulo y se precisa recurrir al área (seno). (b) Zona donde el seno no define el ángulo y se ha de recurrir a la proyección (coseno).

Figura 5.9: Zonas singulares y método de resolución.

Los ángulos quedan definidos mediante restricciones que emplean el producto escalar o proyección (coseno) y el producto vectorial o área (seno). El coseno no sirve en ángulos cercanos a $\pm n\pi$ rad por lo que hay que emplear el seno (figura 5.9a). Con ángulos próximos a $\pm(n+1/2)\pi$ rad hay que usar el coseno (figura 5.9b) para determinar la posición.

En la tabla 5.3 se recoge para el modelo creado la distribución de coordenadas naturales y relativas.

Tabla 5.2: Tipos de coordenadas del modelo.

Tipo	Cantidad	Variables en el espacio generadas	Expresión en Algoritmo MATLAB
Coordenadas naturales (puras):		33	
Puntos	6	18	matriz P
Vectores unitarios	5	15	matriz U
Coordenadas relativas:		6	
Ángulos	6	6	matriz ANGLE
Distancias	0	0	matriz DIST
Σ coordenadas mixtas:		39	vector q

Coordenadas dependientes e independientes

Todos las coordenadas de los puntos, vectores unitarios y ángulos del robot –para cada posición o instante de tiempo t – se alojan en el vector **q**, agrupándose en función de si son constantes o no, al cambiar la posición o el instante de tiempo t , en coordenadas fijas y coordenadas libres (ecuación 5.13). Las primeras son aquellas que nunca van a modificarse, debido a las condiciones de contorno, como ocurre con las que son solidarias al origen y aquellas coordenadas que están relacionando la parte móvil del robot con la parte que se encuentra en la base.

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(\text{fixed}) \\ \mathbf{q}(\text{free}) \end{Bmatrix} \quad (5.13)$$

Las coordenadas naturales que no son fijas se denominan coordenadas libres (**q(free)**). Su propio nombre da una idea clara del tipo de movimiento al que pueden someterse. Las coordenadas libres pueden tener dos naturalezas,

dependientes e independientes (ecuación 5.14),

$$\mathbf{q}(\text{free}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^d \\ \mathbf{q}^i \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

Las coordenadas independientes definen, al asignarles un valor concreto, la posición unívoca del sistema. Su número coincide con los grados de libertad del sistema (ecuación 5.15).

$$\dim \mathbf{q}^i = GDL \quad (5.15)$$

Las coordenadas dependientes ($\mathbf{q}^d$) son aquellas que, al fijar el valor de las coordenadas independientes y cumpliendo las condiciones del sistema multicuerpo recogidas en la matriz de restricciones (Φ), toman un valor determinado para explicar el resto del movimiento del robot. El número de coordenadas dependientes define el número de restricciones independientes necesarias (ecuación 5.16).

$$\dim \mathbf{q}^d = \text{rg}(\Phi_q) \quad (5.16)$$

En la tabla 5.3 se recoge cómo se distribuyen los distintos tipos y naturaleza de coordenadas para el modelo.

Tabla 5.3: Distribución de coordenadas mixtas del modelo.

Clase	Cantidad	Variables en el espacio generadas	Expresión en MATLAB
Coordenadas fijas:		9	fixed
Puntos	1	3	
Vectores unitarios	2	6	
Coordenadas libres:		30	free
Coordenadas dependientes:		24	vector qdep
Puntos	5	15	
Vectores unitarios	3	9	
Coordenadas independientes:		6	vector qind
Coordenadas relativas	6	6	
Σ coordenadas mixtas:		39	vector q

Para conocer el valor de las variables dependientes, es necesario establecer las ecuaciones de restricción (sección 5.1.2).

5.1.2 Ecuaciones de restricción

Las restricciones que definen la naturaleza del robot así como las relaciones entre los diferentes elementos y su entorno se recogen en la matriz de restricciones Φ .

La matriz de restricciones está formada, al menos (ecuación 5.16), por tantas filas como restricciones necesarias (cada cuerpo agrupa un conjunto de restricciones) y 12 columnas (figura 5.10).

Figura 5.10: Estructura de la matriz de restricciones.

La primera columna es el identificador del tipo de restricción (número de restricción). Las columnas dos a ocho se reservan para identificar, a través de sus subíndices, los puntos que configuran los cuerpos y sus vectores unitarios. Las columnas nueve a doce están reservadas para indicar el módulo de cada elemento e identificar la coordenada relativa cuando proceda.

Las pautas que se siguen para establecer las restricciones son:

- Todos los puntos y los vectores que pertenecen a un **SR** deben moverse de acuerdo con la condición de **SR** (manteniendo constantes longitudes y ángulos).
- Algunas articulaciones como las esféricas y angulares, también pueden ser

definidas compartiendo variables y no introducen ninguna restricción. Otras articulaciones necesitan introducir restricciones de proporcionalidad o de ortogonalidad.

- Es posible definir distancias y ángulos como nuevas coordenadas con las ecuaciones de restricción que los relaciona con los otros puntos y vectores unitarios.

Las restricciones elegidas para este modelo, de las inicialmente disponibles [199], se recogen en la tabla 5.4. Las coordenadas naturales definen las ecuaciones de restricción de tal manera que pueden ser clasificadas en unos pocos tipos, siguiendo una metodología sistematizada que incluye el número de restricción, los puntos, vectores unitarios y parámetros geométricos relativos al robot (distancias, ángulos...) involucrados.

Los eslabones del robot se definen con las coordenadas naturales puras (coordenadas cartesianas) de dos puntos. Las restricciones de la tabla 5.4 definen la condición de **sólido rígido** de cada elemento. Las restricciones utilizadas para definir las coordenadas naturales puras son: longitud de cada eslabón definido como una constante geométrica (número de restricción 1000), módulo constante de los vectores unitarios no fijos (número de restricción 1001), ángulo constante entre vectores unitarios y eslabones (número de restricción 1002) y entre vectores unitarios (número de restricción 1003).

Tabla 5.4: Ecuaciones de restricción empleadas en el modelado del robot ABB 6640-130/3.2.

Número de restricción	Ecuación general	Tipo de ecuación	Expresión matricial general
Coordenadas naturales puras			
1000	$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^T \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - L_{ij}^2 = 0$	Escalar	[1000 i j 0 0 0 0 0 0 0 0 Lij]
1001	$\mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{u}_i - 1 = 0$	Escalar	[1001 i 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
1002	$\mathbf{u}_k^T \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - L_{ij} \cdot \cos \theta = 0$	Escalar	[1002 k i j 0 0 0 0 0 0 Lij cfi]
1003	$\mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{u}_j - \cos \theta = 0$	Escalar	[1003 i j 0 0 0 0 0 0 0 0 cfi]
Coordenadas relativas			
1011	$(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \times (\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_k) - \mathbf{u}_m \cdot L_{ij} \cdot L_{kl} \cdot \sin \psi_i = 0$	Vectorial	[1011 i j k l m 0 0 0 Lij Lkl ipos]
1014	$\mathbf{u}_i \times \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_k \cdot \sin \psi_i = 0$	Vectorial	[1014 i j k 0 0 0 0 0 0 0 ipos]
1015	$\mathbf{u}_i \times \mathbf{u}_j - (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_l) \cdot \sin \psi_i / L_{kl} = 0$	Vectorial	[1015 i j k l 0 0 0 0 0 Lkl ipos]
1017	$\mathbf{u}_k \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \mathbf{u}_l \cdot L_{ij} \cdot \sin \psi_i = 0$	Vectorial	[1017 k i j l 0 0 0 0 0 Lij ipos]
Restricciones disponibles del catálogo desarrollado para MATLAB [199]			

Las ecuaciones de tipo escalar aportan una ecuación independiente, mientras que las ecuaciones vectoriales aportan tres ecuaciones. En el caso que sean productos vectoriales, sólo dos de las tres ecuaciones son dependientes. En el

caso que sean combinaciones lineales, las tres serán independientes.

Tabla 5.5: Desarrollo para el establecimiento de las ecuaciones de restricción en coordenadas naturales puras para el modelado del robot ABB 6640-130/3.2.

Eslabón	Condición	Descripción	Número de restricción
Cuerpo 2			
L_{12}	$L_{12} = \text{cte}$	El eslabón L_{12} tiene longitud constante	1000
L_{12}	$\mathbf{u}_1 \cdot L_{12} = \text{cte}$	El vector unitario $\mathbf{u}_1$ y el eslabón L_{12} son solidarios y con ángulo constante θ . Producto escalar	1002
L_{12}	$\mathbf{u}_2 = 1$	El vector unitario $\mathbf{u}_2$ es constante en módulo (*)	1001
L_{12}	$\mathbf{u}_2 \cdot L_{12} = 0$	El vector unitario $\mathbf{u}_2$ y el eslabón L_{12} son solidarios y con ángulo 90° . Producto escalar	1002
L_{12}	$\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2 = 0$	Ángulo constante de 90° entre los vectores $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$	1003
Cuerpo 3			
L_{23}	$L_{23} = \text{cte}$	El eslabón L_{23} tiene longitud constante	1000
L_{23}	$\mathbf{u}_2 \cdot L_{23} = 0$	El vector unitario $\mathbf{u}_2$ y el eslabón L_{23} son solidarios y con ángulo 90° . Producto escalar	1002
Cuerpo 4			
L_{34}	$L_{34} = \text{cte}$	El eslabón L_{34} tiene longitud constante	1000
L_{45}	$L_{45} = \text{cte}$	El eslabón L_{45} tiene longitud constante	1000
L_{35}	$L_{35} = \text{cte}$	El eslabón L_{35} tiene longitud constante	1000
L_{34}	$\mathbf{u}_2 \cdot L_{34} = 0$	El vector unitario $\mathbf{u}_2$ y el eslabón L_{34} son solidarios y con ángulo 90° . Producto escalar	1002
L_{35}	$\mathbf{u}_2 \cdot L_{35} = 0$	El vector unitario $\mathbf{u}_2$ y el eslabón L_{35} son solidarios y con ángulo 90° . Producto escalar	1002
L_{45}	$\mathbf{u}_2 \cdot L_{45} = 0$	El vector unitario $\mathbf{u}_2$ y el eslabón L_{45} son solidarios y con ángulo 90° . Producto escalar	1002
Cuerpo 5			
L_{45}	$\mathbf{u}_3 = 1$	El vector unitario $\mathbf{u}_3$ es constante en módulo (*)	1001
L_{45}	$\mathbf{u}_3 \cdot L_{45} = 0$	El vector unitario $\mathbf{u}_3$ y el eslabón L_{45} son solidarios y con ángulo 90° . Producto escalar	1002
Cuerpo 6			
L_{56}	$L_{56} = \text{cte}$	El eslabón L_{56} tiene longitud constante	1000
L_{56}	$\mathbf{u}_3 \cdot L_{56} = 0$	El vector unitario $\mathbf{u}_3$ y el eslabón L_{56} son solidarios y con ángulo 90° . Producto escalar	1002
Cuerpo 7			
L_{56}	$\mathbf{u}_4 = 1$	El vector unitario $\mathbf{u}_4$ es constante en módulo (*)	1001
L_{56}	$\mathbf{u}_4 \cdot L_{56} = 0$	El vector unitario $\mathbf{u}_4$ y el eslabón L_{56} son solidarios y con ángulo 90° . Producto escalar	1002
(*) Este vector unitario puede moverse. Al no ser un vector fijo, se considera como incógnita.			

Las coordenadas relativas se emplean para establecer la posición relativa entre eslabones. En este caso, únicamente se precisa el uso de ángulos (no distancias). La definición de las coordenadas relativas, con su signo se recogen en la tabla 5.6. Los valores de rigidez angular de cada articulación, calculados experimentalmente según se indica en la sección 5.3, también se incluyen.

Tabla 5.6: Definición de ángulos en el modelado del robot ABB 6640-130/3.2.

Ángulo	Descripción		Rigidez Angular k_i N m/ μ rad
ψ_1	Restricción 1014. Ángulo entre dos vectores medido sobre un vector perpendicular. Ángulo de u_5 a u_2 sobre u_1 .		2,49
ψ_2	Restricción 1017. Ángulo entre un vector y un segmento medido sobre un vector perpendicular. Ángulo de u_1 a $r_3 - r_2$ sobre u_2 .		3,95
ψ_3	Restricción 1011. Ángulo entre dos segmentos medido sobre un vector ortogonal. Ángulo de $r_3 - r_2$ a $r_4 - r_3$ sobre u_2 .		7,00
ψ_4	Restricción 1015. Ángulo entre dos vectores medido sobre un segmento perpendicular. Ángulo de u_2 a u_3 sobre $r_5 - r_4 = 0$.		1,52
ψ_5	Restricción 1011. Ángulo entre dos segmentos medido sobre un vector ortogonal. Ángulo de $r_5 - r_4$ a $r_6 - r_5$ sobre u_3 .		1,93
ψ_6	Restricción 1015. Ángulo entre dos vectores medido sobre un segmento perpendicular. Ángulo de u_3 a u_4 sobre $r_6 - r_5$.		2,21

La formulación completa de las restricciones, en productos vectoriales y escalares para cada ángulo, se indica a continuación.

Para ψ_1 ,

$$\begin{aligned} \text{Restricción 1013: } \mathbf{u}_5 \times \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 \cdot \sin \psi_1 &= 0 \\ \text{Restricción 1014: } \mathbf{u}_5^T \cdot \mathbf{u}_2 - \cos \psi_1 &= 0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

Para ψ_2 ,

$$\begin{aligned} \text{Restricción 1016: } \mathbf{u}_1 \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) - \mathbf{u}_2 \cdot L_{23} \cdot \sin \psi_2 &= 0 \\ \text{Restricción 1017: } \mathbf{u}_1^T \cdot (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) - L_{23} \cdot \cos \psi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (5.18)$$

Para ψ_3 ,

$$\begin{aligned} \text{Restricción 1010: } (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_3) - \mathbf{u}_2 \cdot L_{23} \cdot L_{34} \cdot \sin \psi_3 &= 0 \\ \text{Restricción 1011: } (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)^T \cdot (\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_3) - L_{23} \cdot L_{34} \cdot \cos \psi_3 &= 0 \end{aligned} \quad (5.19)$$

Para ψ_4 ,

$$\begin{aligned} \text{Restricción 1013: } \mathbf{u}_2 \times \mathbf{u}_3 - (\mathbf{r}_5 - \mathbf{r}_4) \cdot \sin \psi_4 / L_{45} &= 0 \\ \text{Restricción 1015: } \mathbf{u}_2^T \cdot \mathbf{u}_3 - \cos \psi_4 &= 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

Para ψ_5 ,

$$\begin{aligned} \text{Restricción 1010: } (\mathbf{r}_5 - \mathbf{r}_4) \times (\mathbf{r}_6 - \mathbf{r}_5) - \mathbf{u}_3 \cdot L_{45} \cdot L_{56} \cdot \sin \psi_5 &= 0 \\ \text{Restricción 1011: } (\mathbf{r}_5 - \mathbf{r}_4)^T \cdot (\mathbf{r}_6 - \mathbf{r}_5) - L_{45} \cdot L_{56} \cdot \cos \psi_5 &= 0 \end{aligned} \quad (5.21)$$

Para ψ_6 ,

$$\begin{aligned} \text{Restricción 1013: } \mathbf{u}_3 \times \mathbf{u}_4 - (\mathbf{r}_6 - \mathbf{r}_5) \cdot \sin \psi_6 / L_{56} &= 0 \\ \text{Restricción 1015: } \mathbf{u}_3^T \cdot \mathbf{u}_4 - \cos \psi_6 &= 0 \end{aligned} \quad (5.22)$$

En la programación con MATLAB está incluido de forma automática que, introduciendo sólo la ecuación del producto vectorial, discrimine en función del valor del seno y aplique, cuando proceda, el producto escalar (con sus respectivas restricciones). De esta manera, para la ecuación 5.17 se introduce sólo la restricción 1014, para la ecuación 5.18 se introduce únicamente la restricción 1017, para la ecuación 5.19 se introduce sólo la restricción 1011, para la ecua-

ción 5.20 se introduce sólo la restricción 1015, para la ecuación 5.21 se introduce sólo la restricción 1011 y finalmente, para la ecuación 5.22 se introduce sólo la restricción 1015. La matriz Φ que contiene las restricciones específicas del robot se denomina **CONSTR** en el algoritmo programado en MATLAB.

Las restricciones empleadas para las coordenadas mixtas del modelo son las mostradas en la tabla 5.7.

Tabla 5.7: Parametrización de restricciones en el modelado del robot ABB 6640-130/3.2.

Número de restricción	Número de ecuación	Ecuación particular	Expresión matricial particularizada
Cuerpo 1 ($r_1, r_2; u_1, u_5$)			
Cuerpo 2 ($r_1, r_2; u_1, u_2$)			
1000	1	$(r_2^T - r_1^T) \cdot (r_2 - r_1) - L_{12}^2 = 0$	1000, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L12
1002	2	$u_1^T \cdot (r_2 - r_1) - L_{12} \cdot \cos(\alpha) = 0$	1002, 1, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L12, U(1,1:3)*(P(2,1:3)-P(1,1:3))/L12
1001	3	$u_2^T \cdot u_2 - 1 = 0$	1001, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
1002	4	$u_2^T \cdot (r_1 - r_2) - L_{12} \cdot \cos(\pi/2) = 0$	1002, 2, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L12, 0
1003	5	$u_1^T \cdot u_2 - \cos(\pi/2) = 0$	1003, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
Cuerpo 3 ($r_2, r_3; u_2$)			
1000	6	$(r_3^T - r_2^T) \cdot (r_3 - r_2) - L_{23}^2 = 0$	1000, 3, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L23
1002	7	$u_2^T \cdot (r_3 - r_2) - L_{23} \cdot \cos(\pi/2) = 0$	1002, 2, 3, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L23, 0
Cuerpo 4 ($r_3, r_4, r_5; u_2$)			
1000	8	$(r_4^T - r_3^T) \cdot (r_4 - r_3) - L_{34}^2 = 0$	1000, 4, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L34
1000	9	$(r_5^T - r_4^T) \cdot (r_5 - r_4) - L_{45}^2 = 0$	1000, 5, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L45
1000	10	$(r_5^T - r_3^T) \cdot (r_5 - r_3) - L_{35}^2 = 0$	1000, 5, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L35
1002	11	$u_2^T \cdot (r_4 - r_3) - L_{34} \cdot \cos(\pi/2) = 0$	1002, 2, 4, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L34, 0
1002	12	$u_2^T \cdot (r_5 - r_3) - L_{35} \cdot \cos(\pi/2) = 0$	1002, 2, 5, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L35, 0
1002	13	$u_2^T \cdot (r_5 - r_4) - L_{45} \cdot \cos(\pi/2) = 0$	1002, 2, 5, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L45, 0
Cuerpo 5 ($r_4, r_5; u_3$)			
1001	14	$u_3^T \cdot u_3 - 1 = 0$	1001, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
1002	15	$u_3^T \cdot (r_4 - r_5) - L_{45} \cdot \cos(\pi/2) = 0$	1002, 3, 4, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L45, 0
Cuerpo 6 ($r_5, r_6; u_3$)			
1000	16	$(r_6^T - r_5^T) \cdot (r_6 - r_5) - L_{56}^2 = 0$	1000, 6, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L56
1002	17	$u_3^T \cdot (r_6 - r_5) - L_{56} \cdot \cos(\pi/2) = 0$	1002, 3, 6, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L56, 0
Cuerpo 7 ($r_5, r_6; u_4$)			
1001	18	$u_4^T \cdot u_4 - 1 = 0$	1001, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
1002	19	$u_4^T \cdot (r_5 - r_6) - L_{56} \cdot \cos(\pi/2) = 0$	1002, 4, 5, 6, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L56, 0
ψ_1			
1014	20	$u_5 \times u_2 - u_1 \cdot \sin \psi_1 = 0$	1014, 5, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1
ψ_2			
1017	21	$u_1 \times (r_3 - r_2) - u_2 \cdot L_{23} \cdot \sin(\psi_2) = 0$	1017, 1, 3, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, L23, 2
ψ_3			
1011	22	$(r_3 - r_2) \times (r_4 - r_3) - u_2 \cdot L_{23} \cdot L_{34} \cdot \sin(\psi_3) = 0$	1011, 2, 3, 3, 4, 2, 0, 0, 0, 0, L23, L34, 3
ψ_4			
1015	23	$u_2 \times u_3 - (r_5 - r_4) \cdot \sin(\psi_4)/L_{45} = 0$	1015, 2, 3, 5, 4, 0, 0, 0, 0, 0, L45, 4
ψ_5			
1011	24	$(r_5 - r_4) \times (r_6 - r_5) - u_3 \cdot L_{45} \cdot L_{56} \cdot \sin(\psi_5) = 0$	1011, 4, 5, 5, 6, 3, 0, 0, 0, 0, L45, L56, 5
ψ_6			
1015	25	$u_3 \times u_4 - (r_6 - r_5) \cdot \sin(\psi_6)/L_{56} = 0$	1015, 3, 4, 6, 5, 0, 0, 0, 0, 0, L56, 6

La matriz de restricciones generada se muestra en el código 5.1.

Código 5.1: Matriz de restricciones del robot ABB 6640-130/3.2

```

1  %Constraints with mixed coordinates
2  CONSTR = [
3      %for NATURAL coordinates
4      %Body 1 (r1,r2;u1,u5)
5      %Body 2 (r1, r2; u1,u2)
6      1000, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L12
7      1002, 1, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L12, U(1,1:3)*(P(2,1:3) P(1,1:3))'/L12
8      1001, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
9      1002, 2, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L12, 0
10     1003, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
11     %Body 3 (r2, r3; u2)
12     1000, 3, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L23
13     1002, 2, 3, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L23, 0
14     %Body 4 (r3, r4; u2)
15     1000, 4, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L34
16     1000, 5, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L45
17     1000, 5, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L35
18     1002, 2, 4, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L34, 0
19     1002, 2, 5, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L35, 0
20     1002, 2, 5, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L45, 0
21     %Body 5 (r4, r5; u3)
22     1001, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
23     1002, 3, 4, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L45, 0
24     %Body 6 (r5, r6; u3)
25     1000, 6, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L56
26     1002, 3, 6, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L56, 0
27     %Body 7 (r5, r6; u4)
28     1001, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
29     1002, 4, 5, 6, 0, 0, 0, 0, 0, 0, L56, 0
30     %for RELATIVE coord;
31     %psi1: angle from u5 to u2 on u1
32     1014, 5, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1
33     %psi2: angle from u1 to r3 r2 on u2
34     1017, 1, 3, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, L23, 2
35     %psi3: angle from r3 r2 to r4 r3 on u2
36     1011, 2, 3, 3, 4, 2, 0, 0, 0, 0, L23, L34, 3
37     %psi4: angle from u2 to u3 on r5 r4
38     1015, 2, 3, 5, 4, 0, 0, 0, 0, 0, L45, 4
39     %psi5: angle from r5 r4 to r6 r5 on u3
40     1011, 4, 5, 5, 6, 3, 0, 0, 0, 0, L45, L56, 5
41     %psi6: angle from u3 to u4 on r6 r5
42     1015, 3, 4, 6, 5, 0, 0, 0, 0, 0, L56, 6
43 ];

```

5.1.3 Modelado de la unidad motorizada

Las coordenadas nominales del terminal (q^{TCP}) incorporan la unidad motorizada, que se modela según la figura 5.11, teniendo en cuenta el husillo y la herramienta de manera independiente, anticipando así la intercambiabilidad en procesos de simulación.

Dichas coordenadas se pueden deducir de la figura en la forma de,

$$q^{TCP} = r_6 + sw \cdot u_{56} + sl \cdot u_s + ctool \cdot u_s \quad (5.23)$$

Figura 5.11: Modelo de la unidad motorizada sin considerar errores de construcción ni ensamblaje de la unidad motorizada.

donde el vector unitario u_{56} se calcula según la figura 5.4 como,

$$u_{56} = \frac{r_6 - r_5}{|r_6 - r_5|} \quad (5.24)$$

y u_s es el vector unitario del eje del husillo, programado como normal a la superficie a mecanizar.

Las posiciones que se programan implican que la orientación de la herramienta sea normal a la superficie de mecanizado. Por ello, ha de tenerse en cuenta los errores geométricos de fabricación de la unidad motorizada y el propio error de ensamblaje entre la unidad y el robot, para lo cual se ha de actualizar el modelo de la figura 5.11 al indicado en la figura 5.12.

De manera general, se define el vector unitario de montaje del eje del husillo (u_{s0}), que recoge –para cada posición de la trayectoria– el efecto de los errores de montaje y construcción y se deduce de la figura 5.12 como,

$$u_{s0} = u_4 \times u_{56} \quad (5.25)$$

A partir de ahí, es posible conocer el vector unitario del eje del husillo u_s para cada posición de la trayectoria y para cada taladrado, rotando el vector unitario u_{s0} sobre el eje definido por el vector k_u (ecuación 5.26), el ángulo necesario

Figura 5.12: Modelo de la unidad motorizada considerando los errores de construcción y ensamblaje de la unidad motorizada.

θ para que $\mathbf{u}_s$ cumpla la condición de normalidad programada (figura 5.12). El vector $\mathbf{k}_u$ no tiene que coincidir con $\mathbf{u}_4$.

$$\mathbf{k}_u = \mathbf{u}_{s0} \times -\mathbf{u}_z \quad (5.26)$$

Para ello se utiliza la fórmula de rotación de Rodrigues (también conocida como fórmula de rotación finita de Euler) [200],

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_{s0} \cdot \cos \theta + (\mathbf{k}_u \times \mathbf{u}_{s0}) \sin \theta + \mathbf{k}_u (\mathbf{k}_u \cdot \mathbf{u}_{s0}) (1 - \cos \theta) \quad (5.27)$$

El ángulo θ es el que hay entre la normal al plano de mecanizado (eje Z) y el eje del husillo en cada posición y se obtiene mediante el producto escalar,

$$\cos \theta = -\mathbf{u}_z \cdot \mathbf{u}_{s0} \quad (5.28)$$

El ángulo que se rota para corregir los errores de montaje y obtener la posición teórica se ha determinado sea el correspondiente al de la segunda posición de referencia (ver tabla 5.9). A partir de esa posición, se mantiene ese valor constante, al ser la aproximación programada únicamente en el eje Z. Este

procedimiento se hace para cada taladro a realizar.

Las desviaciones por montaje de la unidad con el robot (incluidas en δ_{axis} , ver figura 3.1) se introducen en el modelo incorporando las mediciones de los ensayos realizados.

Para modelar las coordenadas simuladas del terminal (q_{sim}^{TCP}), se tienen en cuenta los valores simulados del punto r_{6sim} y las desviaciones por el proceso de mecanizado (δ_{mach}) desarrolladas en la sección 3.2. Estas desviaciones se añaden en la dirección del vector u_{56sim} asumiendo la dirección principal de deformación del robot (figura 5.8).

$$q_{sim}^{TCP} = r_{6sim} + (sw + \delta_{mach}) \cdot u_{56sim} + sl \cdot u_{sim} + ctool \cdot u_{sim} \quad (5.29)$$

Los valores simulados de r_{6sim} , u_{56sim} se calculan según indicado en la sección 5.5. El vector u_{sim} se obtiene de manera análoga a lo indicado en la ecuación 5.24, en este caso con los valores simulados de r_{5sim} y r_{6sim} obtenidos según se explica en la sección 5.5.

El efecto del peso de la unidad de taladrado se incorpora dentro del cuerpo 7 para el cálculo de las inercias (tabla 5.12). También el par que genera en las articulaciones es tenido en cuenta para el [Análisis dinámico inverso](#).

5.1.4 Movimientos

El movimiento del robot se logra con la trayectoria generada por un conjunto de puntos discretos en el espacio a partir de las posiciones programadas del robot con posiciones de referencia definidas. Las coordenadas independientes que definen cada posición del robot son sus ángulos ψ_i (coordenadas relativas).

Para conocer el movimiento del robot es preciso resolver el [Problema de la posición inicial o ensamblado](#) y el [Problema de los desplazamientos finitos](#). El primero consiste en calcular la posición inicial del sistema (expresadas en coordenadas dependientes q^d) con los valores de los [grados de libertad](#) (coordenadas q^i). El segundo problema calcula una nueva posición del sistema q^d , a partir de unos incrementos finitos pequeños de las coordenadas independientes.

Problema de la posición inicial o ensamblado

El problema de la posición está basado en la resolución del conjunto de las ecuaciones de restricción (ecuación 5.10). Todas las posiciones del robot deben cumplir las ecuaciones de restricción (ecuaciones no lineales) para cada posición o instante t .

Cada conjunto de coordenadas independientes define, en un instante concreto, una posición y configuración de robot determinada. Para conocerla, se necesita conocer las coordenadas dependientes en ese instante, las cuales se obtienen resolviendo linealmente –de manera recursiva– por el método de N-R (ecuación 5.30) las ecuaciones de restricción (definidas en la sección 5.1.2) en función de las coordenadas independientes (ψ_i). El motivo de hacerlo así es porque las coordenadas dependientes deben satisfacer las restricciones, cosa que no ocurre con las coordenadas independientes.

$$\Phi(q, t) \cong \Phi(q_i) + \Phi_q(q_i)(q_{i+1} - q_i) = 0 \Rightarrow \Phi_q(q)_i(q_{i+1} - q_i) = -\Phi(q)_i \quad (5.30)$$

Siendo Φ_q la matriz jacobiana para las ecuaciones de restricción. En la figura 5.13 puede apreciarse la descripción gráfica del método.

Figura 5.13: Proceso de iteración del método Newton-Raphson [175].

Derivando las ecuaciones de restricción de $\Phi(q)$ con respecto a cada uno de los componentes de q , se obtiene la matriz jacobiana, definida en el algoritmo por la función `formFigPU6.m`. La función `formFigPU6.m` contiene las ecuaciones de restricción de velocidad.

La matriz jacobiana de las ecuaciones de restricción juega un papel primordial en toda la cinemática y dinámica. Es una función lineal de las coordenadas naturales, al ser cuadráticas las ecuaciones de restricción. Determina el sistema de ecuaciones lineales a utilizar para encontrar las sucesivas aproximaciones

con las que resolver el **Problema de la posición inicial o ensamblado** y el **Problema de los desplazamientos finitos**; determinación de la posición de todos los elementos, conociendo la posición de los puntos fijos ($q^{(fixed)}$) y las coordenadas independientes (q^i).

Problema de los desplazamientos finitos

Cuando no se conoce la trayectoria exacta del robot, pero se posee un mínimo de posiciones de referencia (mp) por los que se desea que pase, se utiliza la técnica de trayectorias interpoladas desde varias posiciones de referencia.

Este método resulta apropiado para el modelado del taladrado, al desglosar la trayectoria en movimientos incrementales entre las posiciones inicial y final y permitir considerar los efectos de las desviaciones de posición durante la aproximación a la posición de taladrado junto con las desviaciones del movimiento de taladrado.

El análisis cinemático con trayectorias interpoladas, trabaja con un número mínimo de tres posiciones de referencia. El número mínimo de interpolaciones es de cuatro por tramo (cada dos posiciones de referencia hay un tramo), pero no se recomienda porque los resultados obtenidos no son precisos. Se aconseja trabajar a partir de 50 interpolaciones por tramo. En este modelo se trabaja con el paso (h) correspondiente a 100 interpolaciones.

Las posiciones de referencia seleccionadas se corresponden (tabla 5.9) con puntos significativos donde interesa diferenciar el intervalo que acotan a la hora de modelar el comportamiento del robot y el proceso.

Las posiciones de referencia se recogen en la matriz **POS**. Como se aprecia en la figura 5.14, los puntos y vectores están en las primeras columnas ($q^{(fixed)}$, q^{TCP} y q^{d-TCP}) y las coordenadas relativas (q^i) en las últimas. Se disponen tantas filas como posiciones de referencia.

Figura 5.14: Esquema de la matriz **POS** [201].

El vector de posición para cada instante t es calculado a través del sistema de ecuaciones de restricción (ecuación 5.10) en dos pasos:

1. Para las coordenadas independientes, el método de interpolación utilizado es el de las **splines cúbicas**. Se elige este método porque permite ajustar polinomios con continuidad hasta las segundas derivadas y no introduce las derivadas en los nudos como incógnitas [202]. En cada intervalo nn $[j, j + 1]$ se cumple (ver figura 5.15):

$$s_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3 \quad (5.31)$$

Figura 5.15: Aproximación de polinomios por el método **splines cúbicas** [202].

Al haber 4 nn coeficientes indeterminados, se precisan 4 nn condiciones sobre los polinomios de la ecuación 5.31, que pueden ser:

- Movimiento previsto en cada nudo nn (2 nn ecuaciones).
- Continuidad en velocidad en los nn nudos internos (2 $nn - 1$ ecuaciones).
- Continuidad en aceleración en los nn nudos internos (2 $nn - 1$ ecuaciones).
- Aceleraciones nulas en el nudo inicial y final (2 ecuaciones).

Con este método se generan las coordenadas independientes de los puntos interpolados de cada tramo.

2. Obtenidas las coordenadas independientes de todas posiciones de la trayectoria por el método de las **SC**, se hace el paso en cada fila de ángulos a

puntos y vectores. Las coordenadas dependientes se obtienen resolviendo las ecuaciones de restricción no lineales con el método de **Newton-Raphson** según se explica en el apartado **Problema de la posición inicial o ensamblado**.

En la figura 5.16, aparece la estructura de la matriz **Q**. En ella, además de las posiciones de referencia de matriz **POS**, aparecen intercalados los puntos resultantes de la interpolación.

El método de las **SC** es marcadamente continuo, por lo que si se desea modelar una trayectoria en el que se disponga de, al menos, dos movimientos claramente diferenciados, es preciso hacerlo en dos o más tramos y unirlos posteriormente. Sería el caso en el que alguno de los motores se desee expresamente que esté parado durante el primer movimiento y otro distinto lo esté durante el segundo movimiento (y así sucesivamente). La función **splines3RobotAnglesInterp.m** realiza la interpolación de las posiciones completas del robot, llamando a la función **splines3b.m** que es la que se encarga de aplicar las **SC**.

Figura 5.16: Topografía de la matriz **Q** [201].

Los resultados o valores de retorno son **txp** y **Q**. El vector **txp** es un vector que representa las abscisas o los tiempos para los que se realiza la interpolación. Su número de elementos coincide con el número de filas de **Q** y sus valores van desde 0 a $t_{par}(end)$, es decir desde cero al número de filas de **POS** (número de posiciones de referencia) menos uno. Es decir, si **POS** tiene cinco filas, los tiempos de **txp** van a ir desde 0 a 4 segundos, independientemente del paso (h) o número de interpolaciones especificado.

Para cambiar la duración de la simulación y que pueda ser la que el usuario desee se dispone de la variable **tEsc** (de escala de tiempos) que multiplicará al

vector **txp**. Si **POS** dispone de cinco filas ($mp = 5$), el tiempo de la simulación pasaría de cero a cuatro segundos y si se desea que todo el proceso dure un segundo se deberá hacer $tEsc = 0,25$. Si se desea que dure cuatro segundos se debe hacer $tEsc = 1$.

Hay una serie de consideraciones que se requiere tener en cuenta:

- La variable h con la que se calculan las velocidades y aceleraciones (ver sección 5.1.5), depende de $tEsc$.
- Toda la trayectoria tiene un paso h constante. En el caso en el que se quiera trabajar con tramos a distinta velocidad, es interesante jugar con los números de posiciones de referencia, para crear tramos con distancias disferentes (nunca haciendo varios $tEsc$ para diferentes tramos).

Las velocidades de avance (V_f) con las que se trabajan son 60, 180 y 300 mm/min. Los valores de ajuste para alcanzarlos se indican en la tabla 5.8.

Tabla 5.8: Determinación del factor de ajuste del tiempo de simulación.

Parámetro	Unidades	Valores		
V_f objetivo	mm/min	60	180	300
Distancia de referencia	mm	5	5	5
Tiempo de referencia	s	1	1	1
$tEsc$		5	1,67	1

A modo de comprobación del modelo, se verifica por **N-R**, a partir de las coordenadas independientes, si el modelo funciona y devuelve la posición del robot deseada. Los resultados gráficos, satisfactorios, pueden apreciarse en la tabla 5.9. La comprobación de posiciones de referencia sólo tiene en cuenta la geometría de los puntos que definen el robot y su integridad, no se tienen en cuenta consideraciones dinámicas, por eso puede hacerse a este nivel de desarrollo del modelo.

Tabla 5.9: Posiciones de referencia del robot.

Posición de referencia	Simulación en MATLAB
<p>1 - Posición reposo robot</p>
<p>2 - Posición de aproximación sin arranque de viruta</p>
<p>3 - Posición de aproximación sin arranque de viruta</p>
<p>4 - Broca en contacto con superficie a mecanizar sin arranque de viruta</p>
<p>5 - Broca dentro de superficie con arranque de viruta</p>

Tabla 5.10: Caracterización cinemática y dinámica de las posiciones de referencia.

Parámetro	Unidades	Valores				
Posición de referencia		1	2	3	4	5
Velocidad robot $\dot{q}^{TCP}$	mm/min	$>V_f$	$>V_f$	$>V_f$	V_f	V_f
Fuerzas y pares mecanizado F_a, M	N, Nm	0	0	0	c	d
c, d: puntos según la figura 5.42						

Los valores teóricos de ángulos del robot, para cada taladro que se va a modelar, son los indicados según la tabla 5.11. Las imágenes corresponden con cada configuración, introducidos con el programa de simulación ABB ROBOTSTUDIO 5.15.12.

Tabla 5.11: Valores de configuración teórica del robot para los agujeros a taladrar.

Taladro número	Configuración [°]	
1	[65,8 62,3 50,2 4,9 14,1 4,1]
2	[65,7 63,9 -52,8 -5,6 -13,1 4,8]
3	[65,5 68,5 -60,7 -8,5 -9,8 7,8]
4	[65,3 70,1 -63,5 -10,9 -8,6 10,2]
5	[65,4 73,7 -69,9 -14,7 -5,9 14,1]
6	[65,1 73,4 -69,3 -17 -6,2 16,4]
7	[62,7 57,7 -42,8 -14,4 -16,5 13,5]
8	[62,3 57,1 -41,8 -15,4 -17,0 14,4]

9	[62,0 64,7 -54,7 -23,7 -12,0 22,8]
10	[61,6 65,6 -56,2 -26,6 -11,6 25,8]
11	[62,2 76,0 -74,3 -58,9 -5,3 58,4]
12	[61,8 72,9 -68,8 -43,8 -7,1 43,2]
13	[61,2 52,6 -34,5 -17 -19,3 15,7]
14	[61,1 54,3 -37,3 -18,4 -18,3 17,1]
15	[64,3 56,1 -40,2 49,3 -24,8 -46,6]
16	[64,2 54,1 -36,8 46,9 -25,6 -44,1]
17	[63,5 55,5 -39,1 47,2 -24,5 -44,6]
18	[64,4 60,2 -47 64,4 -29,7 -61,2]

Las configuraciones completas de todos los taladros, con las posiciones de referencia específicas (*mp*) para cada uno de ellos, se muestran en el código 5.2. La primera posición de referencia, se corresponde con la posición de reposo y es común para todos los taladros (configuración [90 0 0 0 0 0] °).

Código 5.2: Caracterización de posiciones de referencia

```

1 mp= 4+1; %no. of master positions
2 MasterPosLibMap=[ %Ax i [degrees]
3   %Ax1   Ax2   Ax3   Ax4   Ax5   Ax6   %bo. Ad[#]
4   %      %      %      %      %      %      drill

```


*Modelado multicuerpo de la precisión de trabajo de un robot para operaciones de taladrado en
células de fabricación flexible*

5	65.8	62	51.4	5.5	12.6	4.8	1	1	%point 50mm offset from nom
6	65.8	62.2	50.8	5.2	13.3	4.4	1	1	%point 25mm offset from nom
7	65.8	62.3	50.3	4.9	14	4.2	1	1	%point 5mm offset from nom
8	65.8	62.3	50.2	4.9	14.1	4.1	1	1	%point nom
9									
10	65.7	63.7	54.2	6.3	11.5	5.6	2	1	%point 50mm offset from nom
11	65.7	63.8	53.5	5.9	12.3	5.2	2	1	%point 25mm offset from nom
12	65.7	63.9	52.9	5.6	12.9	4.9	2	1	%point 5mm offset from nom
13	65.7	63.9	52.8	5.6	13.1	4.8	2	1	%point nom
14									
15	65.5	68.5	62.5	10.4	8	9.7	3	1	%point 50mm offset from nom
16	65.5	68.5	61.5	9.3	8.9	8.6	3	1	%point 25mm offset from nom
17	65.5	68.5	60.8	8.7	9.6	8	3	1	%point 5mm offset from nom
18	65.5	68.5	60.7	8.5	9.8	7.8	3	1	%point nom
19									
20	65.3	70.3	65.6	14	6.8	13.3	4	1	%point 50mm offset from nom
21	65.3	70.2	64.5	12.2	7.7	11.5	4	1	%point 25mm offset from nom
22	65.3	70.1	63.7	11.1	8.5	10.4	4	1	%point 5mm offset from nom
23	65.3	70.1	63.5	10.9	8.6	10.2	4	1	%point nom
24									
25	65.4	74.6	73.3	25	3.5	24.4	5	1	%point 50mm offset from nom
26	65.4	74.1	71.4	18.3	4.8	17.7	5	1	%point 25mm offset from nom
27	65.4	73.8	70.2	15.3	5.7	14.7	5	1	%point 5mm offset from nom
28	65.4	73.7	69.9	14.7	5.9	14.1	5	1	%point nom
29									
30	65.1	74.2	72.6	27.2	4	26.5	6	1	%point 50mm offset from nom
31	65.1	73.7	70.8	20.7	5.2	20.1	6	1	%point 25mm offset from nom
32	65.1	73.5	69.6	17.6	6	17	6	1	%point 5mm offset from nom
33	65.1	73.4	69.3	17	6.2	16.4	6	1	%point nom
34									
35	62.7	57.4	43.6	15.4	15.4	14.5	7	2	%point 35mm offset from nom
36	62.7	57.5	43.3	15.1	15.7	14.2	7	2	%point 25mm offset from nom
37	62.7	57.7	42.9	14.6	16.3	13.6	7	2	%point 5mm offset from nom
38	62.7	57.7	42.8	14.4	16.5	13.5	7	2	%point nom
39									
40	62.3	56.8	42.5	16.4	16	15.4	8	2	%point 35mm offset from nom
41	62.3	56.9	42.3	16.1	16.2	15.1	8	2	%point 25mm offset from nom
42	62.3	57.1	41.9	15.6	16.8	14.5	8	2	%point 5mm offset from nom
43	62.3	57.1	41.8	15.4	17	14.4	8	2	%point nom
44									
45	62	64.6	55.8	26.1	11	25.3	9	2	%point 35mm offset from nom
46	62	64.6	55.5	25.3	11.3	24.5	9	2	%point 25mm offset from nom
47	62	64.7	54.9	24	11.9	23.2	9	2	%point 5mm offset from nom
48	62	64.7	54.7	23.7	12	22.8	9	2	%point nom
49									
50	61.6	65.5	57.3	29.5	10.6	28.7	10	2	%point 35mm offset from nom
51	61.6	65.5	57	28.6	10.9	27.8	10	2	%point 25mm offset from nom
52	61.6	65.6	56.4	27	11.5	26.2	10	2	%point 5mm offset from nom
53	61.6	65.6	56.2	26.6	11.6	25.8	10	2	%point nom
54									
55	62.2	77.7	78.5	87.3	4.6	86.9	11	2	%point 35mm offset from nom
56	62.2	77	77	76.6	4.7	76.1	11	2	%point 25mm offset from nom
57	62.2	76.2	74.8	61.7	5.2	61.2	11	2	%point 5mm offset from nom
58	62.2	76	74.3	58.9	5.3	58.4	11	2	%point nom
59									
60	61.8	73.4	70.9	54.3	6.1	53.8	12	2	%point 35mm offset from nom
61	61.8	73.2	70.2	50.8	6.3	50.2	12	2	%point 25mm offset from nom
62	61.8	73	69.1	45	7	44.4	12	2	%point 5mm offset from nom
63	61.8	72.9	68.8	43.8	7.1	43.2	12	2	%point nom
64									
65	61.2	52.3	35.1	17.9	18.4	16.6	13	3	%point 35mm offset from nom
66	61.2	52.4	35	17.7	18.6	16.3	13	3	%point 25mm offset from nom
67	61.2	52.6	34.6	17.1	19.2	15.8	13	3	%point 5mm offset from nom
68	61.2	52.6	34.5	17	19.3	15.7	13	3	%point nom
69									
70	61.1	54	39	19.4	17.3	18.2	14	3	%point 35mm offset from nom
71	61.1	54.1	37.8	19.1	17.6	17.9	14	3	%point 25mm offset from nom
72	61.1	54.3	37.4	18.5	18.1	17.2	14	3	%point 5mm offset from nom
73	61.1	54.3	37.3	18.4	18.3	17.1	14	3	%point nom
74									
75	64.3	55.7	41.2	51.8	23.9	49.4	15	3	%point 50mm offset from nom
76	64.3	55.9	40.7	50.5	24.3	48	15	3	%point 25mm offset from nom
77	64.3	56.1	40.3	49.5	24.7	46.9	15	3	%point 5mm offset from nom
78	64.3	56.1	40.2	49.3	24.8	46.6	15	3	%point nom
79									
80	64.2	53.8	37.5	48.5	24.9	45.9	16	3	%point 35mm offset from nom
81	64.2	53.9	37.3	48.1	25.1	45.3	16	3	%point 25mm offset from nom
82	64.2	54.1	36.9	47.2	25.5	44.3	16	3	%point 5mm offset from nom

```

83      64.2      54.1      36.8      46.9      25.6      44.1      16 3  %point nom
84
85      63.5      55      40.1      49.7      23.5      47.3      17 3  %point 50mm offset from nom
86      63.5      55.2      39.6      48.4      24      45.9      17 3  %point 25mm offset from nom
87      63.5      55.4      39.2      47.4      24.4      44.9      17 3  %point 5mm offset from nom
88      63.5      55.5      39.1      47.2      24.5      44.6      17 3  %point nom
89
90      64.4      59.8      48.2      66.9      29      64.1      18 3  %point 50mm offset from nom
91      64.4      60      47.6      65.6      29.3      62.6      18 3  %point 25mm offset from nom
92      64.4      60.1      47.2      64.7      29.6      61.5      18 3  %point 5mm offset from nom
93      64.4      60.2      47      64.4      29.7      61.2      18 3  %point nom
94  ];
95  MasterPosLib=MasterPosLibMap(:,1:6)*pi/180; %rad]

```

Resolviendo el problema cinemático mediante el sistema de ecuaciones restricción (ecuación 5.10), se calculan las coordenadas teóricas del desplazamiento del TCP del robot q^{TCP} para cada configuración de la trayectoria.

En la figura 5.17 se pueden ver los movimientos teóricos de los ángulos y del TCP particularizados para uno de los taladros a estudio, en las condiciones de corte indicadas. La numeración del taladro es conforme a la tabla 5.11.

Figura 5.17: Movimientos teóricos del robot ($D_c = 6 \text{ mm}$, $V_f = 300 \text{ mm/min}$, $n = 1250 \text{ min}^{-1}$, taladro número 4).

En la figura 5.18 se representa la trayectoria programada por el robot para el taladro número 4.

Figura 5.18: Trayectoria programada del robot para taladro número 4.

De manera análoga se procedería con la posición real simulada q_{sim}^{TCP} , siendo el vector completo con todos los puntos del robot (igualando la ecuación 5.13 con la ecuación 5.9):

$$q_{sim} = \begin{Bmatrix} q(fixed) \\ q(free) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q(fixed) \\ q_{sim}^{d-TCP} \\ q_{sim}^{TCP} \\ q_{sim}^i \end{Bmatrix} \quad (5.32)$$

Las coordenadas independientes q_{sim}^i se corresponden con las coordenadas relativas (ángulos ψ_{sim} con corrección por ganancia) como se indica en la ecuación 5.7.

En este caso, como se describe en la figura 5.1, para calcular los valores de los ángulos simulados es preciso haber resuelto el problema dinámico directo (sección 5.5) y, previo a él, el problema dinámico inverso (sección 5.4) al considerar que las articulaciones del robot tienen unos mecanismos que experimentan deformaciones angulares y que, por consiguiente, no son rígidas. Una vez obtenidos esos datos pueden calcularse los desplazamientos simulados como se indica en la sección [Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado](#).

5.1.5 Velocidades y aceleraciones

El análisis de velocidades (matriz **Qvel**) y aceleraciones (matriz **Qacc**) se realiza en dos pasos:

1. Columnas de coordenadas relativas. Por diferenciación numérica se calculan los valores de velocidad y aceleración de las columnas correspondientes a las coordenadas relativas (coordenadas independientes) en cada fila. Cada fila representa un instante de tiempo t . Se sustituye una derivada por una diferencia de valores dividido entre h . El salto h es constante y es igual a la diferencia entre dos elementos cualesquiera de **txp**.

Las aceleraciones $\ddot{q}$ se calculan como derivada segunda de los desplazamientos q , no como derivadas primeras de las velocidades $\dot{q}$. Cada columna de **Qvel** y **Qacc** depende exclusivamente de los valores homólogos de la matriz de desplazamientos **Q**. En las primeras filas, las fórmulas son avanzadas, por no haber valores anteriores a cero. En las últimas, son retrasadas por no haber valores posteriores al último y, en el resto, fórmulas centradas.

2. Columnas de coordenadas dependientes. Las filas de las matrices **Qvel** y **Qacc** se calculan sin iteraciones, resolviendo sendos sistemas de ecuaciones lineales. Las condiciones que han de cumplir (y en este orden) son la ecuación 5.33 y la ecuación 5.34,

$$\begin{aligned} \Phi_q(q)\dot{q} = 0 &\Rightarrow [\Phi_q^d \Phi_q^i] \begin{Bmatrix} \dot{q}^d \\ \dot{q}^i \end{Bmatrix} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \dot{q}^d = -(\Phi_q^d)^{-1}(\Phi_q^i \dot{q}^i) = -\Phi_q^d \backslash (\Phi_q^i \dot{q}^i) \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned}\Phi_q(q)\ddot{q} &= c(q, \dot{q}) \Rightarrow [\Phi_q^d \Phi_q^i] \begin{Bmatrix} \ddot{q}^d \\ \ddot{q}^i \end{Bmatrix} = c \Rightarrow \\ &\Rightarrow \ddot{q}^d = \Phi_q^d \backslash (c - \Phi_q^i \ddot{q}^i)\end{aligned}\quad (5.34)$$

Por N-R se calculan los valores de **Qvel** y **Qacc** para las coordenadas dependientes,

El término **c** es una parte de las ecuaciones de restricción de aceleración, que se obtiene derivando la función **formFiqPU6.m** con respecto a cada uno de los componentes de **q**, dando como resultado la función **formFiqdqPU6.m**.

En la figura 5.19 se muestran las velocidades teóricas de los ángulos y del TCP particularizados para mismas condiciones de corte y taladro que en la figura 5.17.

Figura 5.19: Velocidades del robot ($D_c = 6 \text{ mm}$, $V_f = 300 \text{ mm/min}$, $n = 1250 \text{ min}^{-1}$, taladro número 4).

En la figura 5.20 se pueden ver las aceleraciones teóricas de los ángulos y del TCP particularizados para mismas condiciones de corte y taladro que en la figuras 5.17 y 5.19 (movimiento y velocidad, respectivamente).

Figura 5.20: Aceleraciones del robot ($D_c = 6 \text{ mm}$, $V_f = 300 \text{ mm/min}$, $n = 1250 \text{ min}^{-1}$, taladro número 4).

5.2 Comprobación de las frecuencias naturales del robot

Dependiendo de la frecuencia de trabajo a la que esté sometido el sistema robot, se observa una deformación estática o dinámica (figura 5.21). Como ya recogido por otros investigadores [6], en primer lugar, se produce un error estático debido a deformaciones térmicas [119] dando lugar a un desplazamiento con respecto a la posición nominal. Para este fenómeno, los fabricantes proponen una calibración específica o una calibración in situ, permitiendo su reducción significativa. En segundo lugar, aparece una deformación elástica debida al proceso, las fuerzas de inercia y una oscilación natural por la cinemática. Este aspecto ha sido estudiado por otros investigadores, consiguiendo compensaciones de hasta el 90 % de la desviación real por este motivo [203].

Figura 5.21: Frecuencias y amplitud por factores que influyen en la precisión de los robots [204].

Figura 5.22: Detalle disposición acelerómetros y prueba de impacto.

Para comprobar que las frecuencias naturales del robot no coinciden con las frecuencias del proceso de taladrado, se ha realizado un análisis modal del robot. El martillo instrumentado empleado es DYTRAN 5803A con fuerza máxima de 10.000 LbF, rango 5.000 LbF y sensibilidad 1 mV/LbF. La monitorización (figura 5.22) se ha llevado a cabo con ocho acelerómetros unidireccionales (MEAS, con ganancia 201 mV/g, y SENSOREX, con ganancia 167 mV/g) emplazados en el TCP (canal CH01) y en las articulaciones (canales CH02 a CH08). Los impactos se han realizado en el extremo del robot, en las tres direcciones. Las señales de los acelerómetros y de impacto son tomadas por un módulo NI USB 6210. El programa de adquisición ha sido realizado en C++ por el equipo de laboratorio del INSIA, y el postprocesado de la señal ha sido programado en MATLAB ([frecuencia_natural_robot_manual_ed10.m](#) como programa principal).

(a) Posición de reposo (configuración $[-51,5 \ 0,5 \ 0 \ -5,3 \ -0,1 \ 6,8]^\circ$). (b) Posición de alcance medio (configuración $[0, \ 0, \ 62,4 \ 184,2 \ 81,3 \ -161,7]^\circ$).

(c) Posición de máximo alcance (configuración $[-32 \ 85 \ -82,6 \ -5,3 \ -0,1 \ 6,8]^\circ$).

Figura 5.23: Configuraciones del robot en el análisis modal.

Los resultados obtenidos confirman que las frecuencias de trabajo durante el taladrado no suponen interferencia con las frecuencias naturales del robot (figura 5.24). Del comportamiento monitorizado de las articulaciones al excitar el robot en el TCP con el martillo de impacto, se confirma la condición de sólido rígido de los eslabones del robot.

Figura 5.24: FRF del robot para posición de máximo alcance (**Sistema $TAL_{iXYZ}ROBOT$**).

5.3 Modelización de las articulaciones

Se propone una nueva formulación de los ángulos de giro que se simulan ψ_{sim} (ver ecuación 5.5) que dependen de los ángulos de giro teóricos (ψ) y de la deformación angular debida a las rigideces angulares (φ). Este término recoge el comportamiento de la rigidez angular de cada una de las articulaciones –caracterizada por el parámetro k y propiciada por la transmisión de la

articulación— y relaciona los pares τ que cada motor produce en su articulación con la rigidez angular k (ver ecuación 5.35).

Figura 5.25: Modelo de articulación con rigidez lineal y ganancia de posición.

Cada articulación es modelada con una rigidez torsional simple constante k_i . El efecto del amortiguamiento no es tenido en cuenta, al igual que otros investigadores proceden (sección 2.5). El signo negativo explica la dirección de los pares de mecanizado, contrarios a los pares motores.

$$\varphi = -\frac{\tau}{k} \quad (5.35)$$

Otros autores añaden articulaciones virtuales con rigidez y amortiguamiento para caracterizar la flexibilidad de los engranajes en aplicaciones de fresado con robots. Como alternativa a la rigidez, el uso de fuerzas con medición de la posición del efector final (TCP) mediante sistema multicuerpo, ha sido aplicado dentro del ámbito de los robots colaborativos [21].

La posición simulada de todos los elementos del robot q_{sim} es corregida de

la siguiente manera:

$$\mathbf{q}_{sim} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(fixed) \\ \mathbf{q}_{sim}(free) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(fixed) \\ \mathbf{q}_{sim}^{d-TCP} \\ \mathbf{q}_{sim}^{TCP} \\ \boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{\varphi} \end{Bmatrix} \quad (5.36)$$

Para ello, se precisa conocer en cada configuración los ángulos nominales $\boldsymbol{\psi}$ de cada articulación, lo cual se calcula resolviendo el problema cinemático a través de las ecuaciones de restricción, no lineales, para las coordenadas teóricas mixtas (ecuación 5.10), obteniendo la posición teórica de todos los elementos de $\mathbf{q}$ para un instante t , incluyendo las variables teóricas independientes ($\boldsymbol{\psi}$).

La incorporación de la corrección angular en la ecuación 5.36, debida al control del robot, se analiza en [Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado](#) (sección 5.6).

5.3.1 Caracterización de la rigidez

Es necesario conocer la rigidez y los pares motores $\boldsymbol{\tau}$ en cada posición para cada articulación. Los pares motores se obtienen del análisis dinámico inverso (sección 5.4), mientras que la rigidez ha sido caracterizada experimentalmente. En el caso de las articulaciones, dado que transversalmente los mecanismos de la transmisión son más rígidos, se considera que la rigidez fundamental es alrededor del eje de giro.

La rigidez angular es obtenida a través de la medición del desplazamiento relativo de cada articulación con micrómetro. Se considera que cada articulación tiene una única rigidez angular y ésta es constante y normal a la dirección de giro (1-GDL por cada articulación).

El procedimiento considera aplicar diferentes cargas en diferentes direcciones en el TCP (figura 5.26), para inducir el par deseado en cada articulación. Para obtener la rigidez local en cada articulación, las fuerzas se aplican en el TCP del robot en la misma dirección que la rigidez que se desea medir. Posteriormente, con técnicas de [Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado](#), se incorpora el efecto de la deformación cartesiana del efector. Algunos autores utilizan

métodos de medición de la rigidez basados en la aplicación de mínimos cuadrados a sistemas de ecuaciones que relacionan, mediante la matriz jacobiana, las fuerzas en el efector con la medición de la deformación cartesiana [46]. Otros investigadores, combinan la medición de fuerzas y pares, así como sus deformaciones cartesianas y angulares para construir matrices de rigidez cartesiana y rotacional aprovechando configuraciones discriminantes, para posteriormente relacionarlas y obtener la rigidez, comparando la sensibilidad del método ante variaciones de configuración [143].

Figura 5.26: Vista general del robot con carga en TCP de 30 kg de rango para medir la deformación φ_2 (configuración $[0 \ 75,2 \ -75,7 \ 0 \ 0 \ 0]^\circ$).

La configuración del robot es representativa de la que se quiere hacer en el proceso. El robot está en reposo, en modo manual y con los motores encendidos para que los servomecanismos estén actuando.

Con un comparador centesimal Mitutoyo con soporte magnético, apoyando el soporte en uno de los dos eslabones que conforman la articulación a caracterizar y con el extremo del comparador en el otro eslabón a una distancia r_{med} del centro de giro de la articulación, se ha medido la deformación lineal δl en la dirección de la fuerza que la origina (figura 5.27).

Figura 5.27: Detalle medición deformación lineal δl .

Por este método indirecto se ha obtenido la deformación angular φ (ecuación 5.37),

$$\varphi = \frac{\delta l}{r_{med}} \quad (5.37)$$

Este procedimiento se ha realizado con cargas del rango de hasta 90 kg, para cada articulación. Para cada carga, se han realizado tres mediciones. Las deformaciones angulares obtenidas son según se muestra en las siguientes figuras:

Figura 5.28: Deformación angular φ_1 a φ_3 (configuración $[0 \ 75,2 \ -75,7 \ 0 \ 0 \ 0]^\circ$).

Figura 5.29: Deformación angular φ_4 a φ_6 (configuración [0 75,2 -75,7 0 0 0] °).

De la ecuación 5.35 se obtiene la constante de rigidez angular k_i , habiendo obtenido previamente el par τ_i que se origina en la articulación a estudio por efecto de la carga aplicada. Los resultados obtenidos indican una tendencia de linealidad, como se muestra en la figuras 5.30 y 5.31.

Figura 5.30: Rigidez angular k_i en articulaciones número 1 a número 3 (configuración [0 75,2 -75,7 0 0 0] °).

Figura 5.31: Rigidez angular k_i en ejes 4 a 6 (configuración [0 75,2 -75,7 0 0 0] °).

5.3.2 Caracterización de la desviación del TCP

De manera análoga, junto con los ensayos realizados para la [Caracterización de la rigidez](#), se ha procedido a obtener las desviaciones del TCP en diferentes condiciones de carga (figuras 5.32 a 5.34).

Figura 5.32: Vista general del robot con carga de 30 kg de rango en TCP para medir la deformación en el eje Y (configuración [0 75,2 -75,7 0 0 0] °).

Figura 5.33: Vista general del robot con carga de 60 kg de rango en TCP para medir la deformación en el eje Z (configuración [0 30 30 0 -60 0] °).

Figura 5.34: Vista general del robot con carga de 90 kg de rango en TCP para medir la deformación en el eje Z (configuración [0 0 30 0 -30 0] °).

Los resultados de desviación obtenidos en las tres direcciones según el sistema $TAL_{iXYZ_{ROBOT}}$ (ver sección 5.1.1) se muestran en la figuras 5.35 y 5.36.

Figura 5.35: Deformación lineal del TCP (δl) según dirección de carga eje Z (configuraciones [0 75,2 -75,7 0 0 0], [0 30 30 0 -60 0] y [0 0 30 0 -30 0] °).

Figura 5.36: Deformación lineal del TCP (δl) según direcciones de carga (configuración [0 75,2 -75,7 0 0 0] °).

Así mismo, se observa un comportamiento constante en los tres ejes para la deformación global con la configuración en la que el robot se encuentra en posición extendida (figura 5.37). La rigidez en el eje X es mayor al no intervenir

las articulaciones número 1 y 4. La rigidez en el eje Z es menor que la del eje X porque sí que interviene la articulación número 4. En la rigidez en el eje Y interviene únicamente la articulación número 1 y está dimensionada de tal manera que hace el mismo efecto que la rigidez número 4.

Figura 5.37: Rigidez global del robot según direcciones de carga (configuración $[0 \ 75,2 \ -75,7 \ 0 \ 0 \ 0]^T$).

Un análisis más exhaustivo de las tres configuraciones confirma que, en el eje Z, cuanto más extendido está el robot, el sistema se comporta con menor rigidez (figura 5.38).

Figura 5.38: Rigidez global del robot según dirección de carga eje Z (configuraciones $[0 \ 75,2 \ -75,7 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $[0 \ 30 \ 30 \ 0 \ -60 \ 0]^T$ y $[0 \ 0 \ 30 \ 0 \ -30 \ 0]^T$).

Esto servirá para poder caracterizar el control del robot, necesario en el [Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado](#). De esta manera, a la medición local de cada rigidez (sección 5.3.1) se le incorpora la influencia del efecto global del sistema robot.

Adicionalmente, se ha realizado un programa en entorno MATLAB para confirmar la validez de las mediciones ([robot6DOFajuste_k14.m](#)), comparando las mediciones en el [TCP](#) con su simulación, a partir de los resultados parciales en cada articulación.

5.4 Análisis dinámico inverso

Para conocer cuáles son los pares τ_i que los motores producen en cada articulación, se necesita resolver el problema dinámico inverso (figura 5.39).

Figura 5.39: Secuencia del cálculo del movimiento simulado

La dinámica inversa calcula, a través de la función [invDynamics14.m](#) para un movimiento conocido –definidas la posición, velocidad y la aceleración en cada instante de tiempo– y conocidas también las fuerzas externas que actúan (como el peso), qué fuerzas han de aplicarse en los motores (donde hay control) para que se obtenga el citado movimiento. En la dinámica inversa, cada instante del tiempo t es independiente de los demás y tiene una posición, una velocidad, una aceleración y unas fuerzas conocidas.

Las posiciones q , velocidades $\dot{q}$ y aceleraciones $\ddot{q}$, proceden del [Análisis cinemático](#). Como consecuencia del proceso de interpolación cinemática se dis-

pone de las matrices $\mathbf{Q}$, $\mathbf{Q}_{vel}$ y $\mathbf{Q}_{acc}$ cuyas filas contienen respectivamente las posiciones, velocidades y aceleraciones en cada uno de los instantes de tiempo t .

Obtenidas estas matrices ha de calcularse los pares, teniendo en cuenta las ecuaciones diferenciales del movimiento en coordenadas independientes, para lo cual se emplea el método de potencias virtuales (ecuación 5.38).

El método de potencias virtuales es un método utilizado específicamente para calcular una reacción o una fuerza motriz. Para estos casos es mucho más eficiente que otros métodos, como el de Newton-Euler o el de los multiplicadores de Lagrange, métodos globales empleados para el cálculo de todas las fuerzas motrices y todas las reacciones en las articulaciones.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{In} \cdot \mathbf{R} \cdot \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{In} \cdot \mathbf{Sc} - \mathbf{R}^T (\mathbf{Q}_w + \mathbf{Q}_{in} + \mathbf{Q}_{sp} + \mathbf{Q}_{drill}) - \boldsymbol{\tau}_{drill} \quad (5.38)$$

Las aceleraciones $\ddot{\mathbf{z}}$ —que son variables de entrada en el problema dinámico inverso—, corresponden a las aceleraciones $\ddot{\boldsymbol{\psi}}$ obtenidas al resolver el problema cinemático (figura 5.39),

$$\ddot{\mathbf{z}} = \ddot{\boldsymbol{\psi}} \quad (5.39)$$

La información de los pesos e inercias del robot se recoge en la tabla 5.12. Los pesos y los momentos de inercia han sido calculados, a partir del modelado CAD disponible por el fabricante, aplicando la densidad corregida con el peso total del robot. En el cuerpo 7 se incluye el peso de la unidad motorizada que se acopla ($\mathbf{Q}_{sp}$). La información de la base se indica a título informativo, no tiene efectos en la simulación al no intervenir.

Tabla 5.12: Pesos e inercias del robot.

Cuerpo	Masa kg	Momentos principales de Inercia kg m ²	Eslabones mm	
1	249,55	[9,013 9,278 16,652]	Base = 0
2	465,88	[23,167 45,424 54,982]	$L_{12} = 562,8$
3	156,86	[2,869 52,484 53,224]	$L_{23} = 1280$
4	208,46	[5,007 7,418 8,138]	$L_{34} = 199,8$ $L_{45} = 1592,2$
5	200,28	[1,839 67,169 67,851]	$L_{45} = 1592,2$
6	25,6	[0,103 0,203 0,214]	$L_{56} = 200$
7	$3,31 + Q_{sp}$	[0,009 0,009 0,017]	$L_{56} = 200$

El efecto inercial de las fuerzas tenidas en cuenta es calculado. Como resultado final del análisis dinámico inverso, se obtienen los pares τ que han de ejercer los motores para replicar el movimiento prescrito con las fuerzas que

estaban actuando. En la figura 5.40 se aprecian los pares obtenidos en cada articulación (figura 5.1.i) al introducir los pesos e inercias para el taladro número 4 sin tener en cuenta el proceso (Pares nominales (Q_{drill} , $\tau_{drill} = 0$)).

Figura 5.40: Pares en articulaciones (τ) sin proceso, debidas sólo a pesos de elementos robot e inercias ($D_c = 6$ mm, $V_f = 300$ mm/min, $n = 1250$ min⁻¹, taladro número 4).

5.4.1 Fuerzas y pares de mecanizado

Los diagramas de fuerzas axiales F_a y pares de taladrado M tienen una forma característica (ver figura 5.41) con un componente diferenciado, en función de los puntos de la geometría de la herramienta que están interviniendo durante la secuencia de trabajo de la misma (figura 5.42).

Figura 5.41: Distribución de fuerzas y pares de taladrado ($D_c = 10,2 \text{ mm}$, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$, $z_p = 14,25 \text{ mm}$, $V_f = 300 \text{ mm/min}$).

La secuencia de trabajo de la herramienta es la siguiente:

1. En el punto **a** del diagrama, la broca toca la superficie a mecanizar con su extremo (**punto 0**). La fuerza empieza a aumentar, provocada por el empuje del robot, sin producirse penetración.
2. Al llegar al punto **b**, la broca comienza a resbalar por la superficie, sin penetrar, hasta que llega a **c**. Cabe mención especial esta meseta porque no aparece al taladrar con parámetros equivalentes en un centro de mecanizado, como se aprecia en la figura 5.43b.

Se descarta que el origen de esta meseta sea debido al robot, tras los ensayos realizados con centro de mecanizado (figura 5.45) en los que se ha empleado el mismo husillo que el del sistema robot en estudio (ver figura 5.44). Se concluye que la razón de la aparición de esta meseta es debida a la unidad motorizada.

3. En **c**, la broca comienza a penetrar la pieza, hasta llegar a **d**, al extremo

de su filo de corte (**punto 2** de la broca). La punta de la broca está en este momento totalmente embebida en la pieza.

4. Continúa penetrando el material, manteniendo constante las fuerzas axiales y par de mecanizado hasta llegar a **e**, en que se alcanza la profundidad deseada z_p (**punto 4**).
5. A partir de ahí, la broca empieza su camino de retorno hasta que sale. Los pares y fuerzas descienden bruscamente hasta valores cercanos a cero.

Figura 5.42: Representación de los puntos de contacto de la broca con el material durante el taladrado en el diagrama F_a , M .

En la figura 5.43 se muestran las curvas de fuerzas axiales obtenidas para distintas condiciones de corte en centro de mecanizado y con el sistema robot. Como puede observarse, en el sistema robot se produce una meseta en torno a los 5 kN que no se distingue al mecanizar con centro de mecanizado.

(a) Secuencia taladrado completa.

(b) Detalle entrada herramienta.

Figura 5.43: Curvas de fuerza axial (F_a) para taladrado en centro de mecanizado (curva color negro, $n = 1200 \text{ min}^{-1}$) y con sistema robot de mecanizado (resto de curvas, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

Figura 5.44: Montaje realizado sobre centro de mecanizado para caracterizar el efecto de la unidad motorizada.

Figura 5.45: Fuerza F_a y velocidad de giro n de la unidad motorizada al mecanizar en centro de mecanizado utilizando unidad motorizada del sistema robot de mecanizado ($D_c = 6 \text{ mm}$, $V_f = 60 \text{ mm/min}$, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

De la respuesta temporal de las fuerzas y pares de mecanizado, se caracterizan los puntos **c** y **d** (según la figura 5.42). Con ellos se construyen las curvas de fuerzas tangenciales (figura 5.46a), fuerzas axiales (figura 5.46b) y pares (figura 5.46c), obtenidas para varios diámetros de herramientas, con distintas condiciones de velocidad de avance a 2500 min^{-1} .

(a) Fuerzas tangenciales (F_t).

(b) Fuerzas axiales (F_a).

(c) Pares de taladrado (M).

Figura 5.46: Fuerzas y pares de taladrado para $n = 2500 \text{ min}^{-1}$.

Estas fuerzas y pares están medidos según **sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}**. Para poder ensamblarlas adecuadamente a los movimientos, fuerzas y pares del sistema robot, se realiza el cambio de base, la ecuación 5.12, para pasarlo al **sistema OXYZ** del robot (figura 5.5).

5.4.2 Modelado de fuerzas y pares de proceso

Las fuerzas axiales (F_a), fuerzas tangenciales (F_t) y pares de mecanizado (M) modelados que se introducen en el modelo del robot, se representan en la figura la figura 5.47, descompuestos para cada eje según el sistema TAL_iXYZ_{ROBOT} .

(a) Fuerzas tangenciales y pares en dirección TCP-x.

(b) Fuerzas tangenciales y pares en dirección TCP-y.

(c) Fuerzas axiales y pares en dirección TCP-z.

Figura 5.47: Fuerzas (azul) y pares (rojo) del proceso ($D_c = 6 \text{ mm}$, $V_f = 300 \text{ mm/min}$, $n = 1250 \text{ min}^{-1}$, taladro número 4, Estado 1 de fuerzas axiales según la tabla 5.13).

Tabla 5.13: Combinaciones de valores de fuerza axial (según **sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}**).

Estado	F_t^{TCP-x}	F_t^{TCP-y}
Estado 1	F_{treal}	0
Estado 2	$-F_{treal}$	0
Estado 3	0	F_{treal}
Estado 4	0	$-F_{treal}$

5.4.3 Cálculo de pares en articulaciones

Las fuerzas tangenciales medidas se las considera en cuatro estados posibles, como se indica en la tabla 5.13.

Las fuerzas de cada estado, en el **sistema TAL_iXYZ_{ROBOT}** , se pasan al sistema de coordenadas **sistema 0XYZ** aplicando la matriz de cambio según la ecuación 5.12.

La distribución temporal de las fuerzas y pares, durante el movimiento del robot, se realiza aproximando linealmente los valores caracterizados para los puntos **c** y **d** de la figura 5.42.

Para calcular los pares en las articulaciones debidas al robot y al proceso, ha de calcularse previamente la desviación de la herramienta (δ_{mach}), como muestra la figura 3.4, según indicado en la sección 3.2.3 con los valores medidos experimentalmente.

Con las desviaciones del proceso, y habiendo modelado las fuerzas y pares en el **TCP**, se calculan las fuerzas y pares en las articulaciones con la ecuación del par de la dinámica inversa (ecuación 5.38).

Para evaluar únicamente el efecto del robot, sin el proceso, se calcula también con la ecuación 5.38, sin introducir las desviaciones (δ_{mach}). Los resultados, con proceso y sin proceso, se muestran en la figura 5.48.

5.4.4 Trayectoria con articulaciones de tipo **sólido flexible (SF)**

Con los pares en las articulaciones obtenidos del **Análisis dinámico inverso** y la rigidez angular caracterizada experimentalmente para cada articulación (sección 5.3.1), puede calcularse la desviación angular (ecuación 5.35). Aplicando la ecuación 5.5 se añade la desviación angular a los ángulos teóricos y se obtienen los ángulos simulados para cada posición del robot ($\psi + \varphi$).

Figura 5.48: Pares en articulaciones, azul sin proceso, rojo con proceso ($D_c = 6$ mm, $V_f = 300$ mm/min, $n = 1250$ min⁻¹, taladro número 4).

La resolución del resto de coordenadas de la ecuación 5.36 (q_{sim}^{d-TCP} , q_{sim}^{TCP}) —con la que se obtiene la posición simulada de todos los elementos del robot q_{sim} — se lleva a cabo aplicando **Newton-Raphson**. Así, se obtiene la trayectoria que efectúa el robot y todas sus coordenadas naturales, considerando las articulaciones como **sólido flexible (SF)**. En la sección 5.4.4 puede apreciarse la diferencia entre el movimiento teórico del robot, descrito con comportamiento de **SR**, y el movimiento simulado con comportamiento en las articulaciones como **SF**.

Esta trayectoria, calculada con articulaciones con comportamiento de **SF**, no tiene en cuenta el control del robot. Si se considerara que ésta es la trayectoria simulada del modelo, el resultado que devuelve el modelo no estaría teniendo en cuenta el efecto del control del robot, cuyo efecto no es despreciable, como puede comprobarse por las desviaciones entre movimiento teórico y movimiento simulado que refleja la sección 5.4.4. Es preciso acudir al **Análisis dinámico directo**.

5.5 Análisis dinámico directo

El análisis dinámico directo de bucle abierto (o análisis dinámico directo) permite calcular las trayectorias con los pares calculados en las articulaciones procedentes del **Análisis dinámico inverso**.

Se rige por la ecuación,

$$R^T \cdot In \cdot R \cdot \ddot{z} = \tau^d + R^T(Q_w + Q_{in} + Q_{sp} + Q_{drill} - In \cdot Sc) + \tau_{drill} \quad (5.40)$$

Sustituyendo τ^d en la ecuación 5.40 por la ecuación 5.38, particularizada para los pares deseados (nominales), queda:

$$\begin{aligned} R^T \cdot In \cdot R \cdot \ddot{z} &= \tau^d + R^T(Q_w + Q_{in} + Q_{sp} + Q_{drill} - In \cdot Sc) + \tau_{drill} = \\ &= R^{dT} In^d R^d \ddot{z}^d - R^{dT}(Q_w^d + Q_{in}^d + Q_{sp}^d + Q_{drill}^d - In^d Sc^d) - \tau_{drill}^d + \\ &\quad + R^T(Q_w + Q_{in} + Q_{sp} + Q_{drill} - In \cdot Sc) + \tau_{drill} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Figura 5.49: Movimientos nominales del robot (como SR) y movimientos calculados como SF ($D_c = 6$ mm, $V_f = 300$ mm/min, $n = 1250$ min⁻¹, taladro número 4, Estado 1 de fuerzas axiales según la tabla 5.13).

En donde, en este caso,

$$\ddot{\mathbf{z}}^d = \ddot{\boldsymbol{\psi}} \quad (5.42)$$

Como puede deducirse de la ecuación 5.41, si no se introducen (o no aparecen) en la dinámica directa otras fuerzas adicionales a las de la dinámica inversa, dichas trayectorias deben ser prácticamente iguales, cumpliéndose también la ecuación 5.39.

Figura 5.50: Movimientos nominales del robot generado con tres posiciones de referencia, comparado con los movimientos calculados desde la dinámica directa con proceso ($D_c = 6$ mm, $V_f = 300$ mm/min, $n = 1250$ min⁻¹, taladro número 4, Estado 1 de fuerzas axiales según la tabla 5.13).

En la práctica, para una cantidad no superior a cuatro posiciones de referencia, o configuraciones entre posiciones de referencia de transición suave, se cumple que los movimientos teóricos de la dinámica directa coinciden con los movimientos teóricos de la cinemática directa. En la figura 5.50 se aprecia la buena aproximación entre cinemática y dinámica directa para un movimiento definido por tres posiciones de referencia.

A la hora de modelar la trayectoria es importante tener en cuenta el número de posiciones de referencia en función del tiempo de ciclo, como puede verse en la figura 5.51. Se puede apreciar el incremento del error de cálculo del modelo entre los movimientos teóricos calculados desde la cinemática y los movimientos teóricos calculados desde la dinámica directa cuando aumentan los puntos de referencia. Dicho error es mayor al incrementar t_{Esc} , incluso sin variar el número de posiciones de referencia (mp). Al aumentar mp , se reduce el error del modelo —con un coste de tiempo de cálculo significativo— sin lograr llegar a valores equivalentes a los de $t_{Esc} = 1$.

Figura 5.51: Influencia del número de posiciones de referencia (mp) en la precisión del modelo dinámico sin ajuste (taladro no. 4, $K_{pos} = 0 \text{ N m}/\mu\text{rad}$, $K_{vel} = 0 \text{ N m s}/\mu\text{rad}$).

A partir de cinco posiciones de referencia, como puede observarse en la figura 5.52 (sin efecto de fuerzas y pares de mecanizado) y la figura 5.53 (con efecto de fuerzas y pares de mecanizado entre $t = 3 \text{ s}$ y $t = 4 \text{ s}$); se amplifican las diferencias entre los movimientos de cinemática y la dinámica directa (ambos como SR). Este hecho se hace especialmente significativo cuando se habla de elementos de gran tamaño (v.g. metros) y se requiere una precisión de simulación del rango de décimas de milímetro. Los errores de cálculos son inferiores al 10 %.

Figura 5.52: Movimientos nominales del robot –desde la cinemática– y movimientos calculados desde la dinámica directa sin fuerzas exteriores ($V_f = 300$ mm/min, taladro número 4).

Figura 5.53: Movimientos nominales del robot –desde la cinemática– y movimientos calculados desde la dinámica directa ($D_c = 6$ mm, $V_f = 300$ mm/min, $n = 1250$ min⁻¹, taladro número 4, Estado 1 de fuerzas axiales según la tabla 5.13).

Para ajustar estas diferencias y añadir el efecto del control del robot es preciso abordar el [Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado](#).

5.6 Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado

Con el [Análisis dinámico directo con control de bucle cerrado](#), se puede comparar el movimiento real con el deseado (teórico o nominal) e introducir las correcciones necesarias para que esas diferencias sean acordes a las mediciones reales.

Si al sistema de ecuaciones diferenciales de la ecuación 5.41, obtenido con el método de las potencias virtuales, se le añaden dos términos que opongan sendos momentos a las diferencias entre posiciones y velocidades reales y deseada, queda como:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{In} \cdot \mathbf{R} \cdot \ddot{\mathbf{z}} = & \\
 = & \mathbf{R}^{dT} (\mathbf{In}^d \mathbf{R}^d \ddot{\mathbf{z}}^d - \mathbf{Q}_w^d - \mathbf{Q}_{in}^d - \mathbf{Q}_{sp}^d - \mathbf{Q}_{drill}^d + \mathbf{In}^d \mathbf{Sc}^d) - \boldsymbol{\tau}_{drill}^d + \\
 + & \mathbf{R}^T (\mathbf{Q}_w + \mathbf{Q}_{in} + \mathbf{Q}_{sp} + \mathbf{Q}_{drill} - \mathbf{In} \cdot \mathbf{Sc}) + \boldsymbol{\tau}_{drill} \\
 - & K_{pos}(\mathbf{z} - \mathbf{z}^d) - K_{vel}(\dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}^d)
 \end{aligned} \quad (5.43)$$

Y la función de transferencia del robot como la figura 5.54,

Figura 5.54: Función de transferencia del robot para K_{pos} y K_{vel} .

La rigidez en las articulaciones introduce una desviación en los ángulos de la articulación. Esta desviación se añade al ángulo que fue previamente calculado a través del problema cinemático y puede ser significativa (ver sección 5.4.4) y se corrige con el control de posición del robot.

Este hecho es el que se resuelve introduciendo una ganancia K_{pos} ajustada al error en las posiciones de las coordenadas relativas. Por lo tanto, esta ganancia se determina para el conjunto de los ejes del robot, corriendo el modelo dinámico y casando los valores calculados con las desviaciones obtenidas experimentalmente en el extremo del robot.

El uso de K_{vel} , penaliza de manera significativa el tiempo de respuesta del algoritmo [189] y no se utilizará, dado que lo que interesa es la posición.

Para la estimación del valor de K_{pos} , con el que corregir el error, se toma del proceso únicamente los pares que los esfuerzos de la herramienta y el peso del utillaje producen en las articulaciones (obtenidos en la dinámica inversa), quitando los esfuerzos en el extremo y el peso del utillaje en el cálculo de K_{pos} desde la dinámica directa de bucle cerrado.

La ecuación de la dinámica directa queda entonces como:

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{In} \cdot \mathbf{R} \cdot \ddot{\mathbf{z}} = \\ & = \mathbf{R}^{dT} (\mathbf{In}^d \mathbf{R}^d \ddot{\mathbf{z}}^d - \mathbf{Q}_w^d - \mathbf{Q}_{in}^d - \mathbf{Q}_{sp}^d - \mathbf{Q}_{drill}^d + \mathbf{In}^d \mathbf{Sc}^d) - \boldsymbol{\tau}_{drill}^d + \\ & \quad + \mathbf{R}^T (\mathbf{Q}_w + \mathbf{Q}_{in} - \mathbf{In} \cdot \mathbf{Sc}) - \\ & \quad - K_{pos} (\mathbf{z} - \mathbf{z}^d) \end{aligned} \quad (5.44)$$

En donde,

$$\ddot{\mathbf{z}} = \ddot{\boldsymbol{\psi}} + \Delta \ddot{\boldsymbol{\psi}}_{K_{pos}} \quad (5.45)$$

$$\ddot{\mathbf{z}}^d = \ddot{\boldsymbol{\psi}} \quad (5.46)$$

$$\mathbf{z}^d = \boldsymbol{\psi} \quad (5.47)$$

Operando con el modelo dinámico directo se obtienen las aceleraciones angulares corregidas de las articulaciones $\ddot{\boldsymbol{\psi}} + \Delta \ddot{\boldsymbol{\psi}}_{K_{pos}}$ (ecuación 5.6). La forma

simplificada para el modelo desarrollado es según la ecuación 5.48.

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} + \Delta\ddot{\psi}_{K_{pos}} = & \\ = & (R^T In \cdot R)^{-1} (\tau + \\ & + R^T (Q_w + Q_{in}) - R^T In \cdot Sc - K_{pos} ((\psi + \Delta\psi_{K_{pos}}) - \psi)) \end{aligned} \quad (5.48)$$

Para integrar, se acude a las ecuaciones de Maggi [177], partiendo de las aceleraciones independientes $(\ddot{\psi} + \Delta\ddot{\psi}_{K_{pos}})$ y velocidades $(\dot{q} + \Delta\dot{q}_{K_{pos}})$. De esta manera (ecuación 5.49), se obtienen las velocidades $(\dot{\psi} + \Delta\dot{\psi}_{K_{pos}})$ y las coordenadas $(q + \Delta q_{K_{pos}})$. En estas coordenadas, como se deduce de la ecuación 5.3, están incluidas los ángulos y correcciones $(\psi + \Delta\psi_{K_{pos}})$ debidas a la ganancia en cada posición de la trayectoria,

$$\begin{aligned} & \left\{ \ddot{\psi}^T + \Delta\ddot{\psi}_{K_{pos}}^T, \dot{q}^T + \Delta\dot{q}_{K_{pos}}^T \right\}_t \xrightarrow{\text{ode113}} \\ & \xrightarrow{\text{ode113}} \left\{ \dot{\psi}^T + \Delta\dot{\psi}_{K_{pos}}^T, q^T + \Delta q_{K_{pos}}^T \right\}_{t+\Delta t} \end{aligned} \quad (5.49)$$

También podrían haberse integrado velocidades y aceleraciones independientes, pero, al integrar la velocidad independiente y obtener las coordenadas independientes, habría que volver a operar con ellas para obtener las coordenadas dependientes, incrementando el error de cálculo [160].

En la figura 5.55 se representa el diagrama de flujo del algoritmo de cálculo para K_{pos} ,

Figura 5.55: Algoritmo para el cálculo de la ganancia de posición del robot (K_{pos}).

Para poder reproducir las desviaciones δl medidas en la sección 5.3.2, se itera según la figura 5.55 hasta que el valor de K_{pos} haga cumplir la condición. Obtenido el valor del control de ganancia K_{pos} , se calculan las coordenadas simu-

ladas del robot (**Qsim**), como se ilustra en el diagrama de flujo de la figura 5.56.

Figura 5.56: Algoritmo movimiento simulado **Qsim** (efecto K_{pos} robot y efecto rigideces articulaciones).

Los resultados finales se muestran en la figura 5.57. Las precisiones obtenidas en las articulaciones son del orden de, al menos, la centésima de grado. Las precisiones en el **TCP** son como las medidas.

El mecanismo de compensación de gravedad, que tiene su efecto principal en el eje Z, se puede considerar incluido en la ganancia K_{pos} . Hay autores [130] que asumen una pérdida de precisión al no contemplarlo en el modelo que proponen. Dicha pérdida de precisión ha sido evaluada por [138], no siendo significativa.

Figura 5.57: Movimientos nominales del robot – desde la cinemática– y movimientos simulados –desde la dinámica directa de bucle cerrado– ($K_{pos} = 1 \text{ N m}/\mu\text{rad}$, $D_c = 6 \text{ mm}$, $V_f = 300 \text{ mm}/\text{min}$, $n = 1250 \text{ min}^{-1}$, taladro número 4, Estado 1 de fuerzas axiales según la tabla 5.13).

Capítulo 6

Resultados de la simulación

6.1 Simulación del robot

A través del modelo de simulación se establecen las coordenadas del extremo del sistema robot que proporcionan las desviaciones de posición en todos los puntos de la zona de trabajo. Estas desviaciones se representan gráficamente en las figuras 6.1 a 6.3 para tres diámetros de herramienta y tres velocidades de avance por cada diámetro. En las figuras 6.1 a 6.3 tan solo se representa la zona ocupada por la pieza y, por este motivo, donde el robot va a mecanizar. En el resto de la zona de trabajo, el robot ejecuta las operaciones de carga y descarga de la pieza a procesar sobre las máquinas herramientas de la célula. Las desviaciones representadas en esta figura corresponden al comportamiento del robot bajo los efectos de las fuerzas de corte. En las figuras 6.1 a 6.3 se observa que un incremento de la velocidad de avance da lugar a un incremento de las desviaciones. Por otro lado, y para unas mismas fuerzas de taladrado, las desviaciones de posición se incrementan considerablemente con la extensión del brazo del robot.

Las discontinuidades que se observan en las figuras 6.1 a 6.3 son debidas a que el elemento terminal del robot debe estar orientado perpendicularmente a la superficie de la pieza a mecanizar. Esta condición da lugar a que las articulaciones de los ejes 4 y 5 adopten una posición diferente de la que tenían en puntos próximos. Este cambio en la configuración del robot tiene una influencia apreciable pudiendo llegar a originar desviaciones de hasta 100 μm . Por lo tanto, la configuración del robot tiene en algunas zonas una influencia elevada obligando a analizar sus efectos en el mecanizado.

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.1: Simulación del robot (δ_{robot}) para fuerzas con herramienta $D_c = 6$ mm ($n = 2500$ min⁻¹).

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.2: Simulación del robot (δ_{robot}) para fuerzas con herramienta $D_c = 8$ mm ($n = 2500$ min⁻¹).

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.3: Simulación del robot (δ_{robot}) para fuerzas con herramienta $D_c = 10$ mm ($n = 2500$ min⁻¹).

6.2 Simulación del robot y del proceso

La incorporación de los errores ocasionados por el propio proceso de mecanizado sobre las desviaciones evaluadas en la sección 6.1 da lugar a un incremento de las desviaciones de la punta de herramienta. Estos errores del proceso dependen únicamente de los parámetros de mecanizado y no de la posición del robot en la zona de trabajo. Los ensayos de taladrado realizados han mostrado que la dirección predominante de las desviaciones coincide con la desviación del robot. Por este motivo, las gráficas que se obtienen en la simulación final del robot (figuras 6.4 a 6.6) tienen una gran semejanza con las anteriores, donde sólo se consideraba el comportamiento del robot.

Se observa que, mediante los modelos propuestos (proceso de taladrado y comportamiento del robot), es posible calcular las desviaciones en la posición del robot en todo su espacio de trabajo para cualquier operación de taladrado. Estas desviaciones son las que provocan los errores de posición de los agujeros (ISO 9283 [191]).

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.4: Simulación del robot y del proceso (δ_{work}) con herramienta $D_c = 6$ mm ($n = 2500$ min⁻¹).

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.5: Simulación del robot y del proceso (δ_{work}) con herramienta $D_c = 8$ mm ($n = 2500$ min⁻¹).

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.6: Simulación del robot y del proceso (δ_{work}) con herramienta $D_c = 10$ mm ($n = 2500$ min⁻¹).

6.3 Estimación de la incertidumbre

La incertidumbre asociada a las desviaciones obtenidas en la sección 6.2 tiene una influencia directa con la incertidumbre de las dimensiones a obtener en los agujeros de la pieza. Esta incertidumbre recoge la variabilidad de las desviaciones y es diferente para los distintos puntos de la zona de trabajo del robot. En las figuras 6.7 a 6.9 se representa la evolución de la incertidumbre a lo largo de esta zona. Esta incertidumbre recoge la influencia conjunta del comportamiento de robot y de proceso de taladrado.

A la vista de los resultados representados en las figuras 6.7 a 6.9 se observa que en la incertidumbre del sistema robot, además del robot, es de significativa relevancia el proceso de taladrado. Las características propias del proceso dan lugar a una variabilidad dimensional grande en los agujeros que influye significativamente en la calidad final de la pieza.

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.7: Simulación de la incertidumbre U_{work} para broca de $D_c = 6$ mm ($n = 2.500$ min⁻¹, $k_\sigma = 3$).

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.8: Simulación de la incertidumbre U_{work} para broca de $D_c = 8$ mm ($n = 2.500 \text{ min}^{-1}$, $k_\sigma = 3$).

(a) $V_f = 60$ mm/min

(b) $V_f = 180$ mm/min

(c) $V_f = 300$ mm/min

Figura 6.9: Simulación de la incertidumbre U_{work} para broca $D_c = 10$ mm ($n = 2.500 \text{ min}^{-1}$, $k_\sigma = 3$).

Capítulo 7

Desarrollo experimental

La comprobación experimental (figura 7.1) ha tenido dos objetivos: el ajuste de los parámetros de los modelos propuestos y la comprobación final experimental del sistema desarrollado. Para ello, se han utilizado dos equipamientos distintos: uno de laboratorio (con los que se han analizado la [Precisión de trabajo](#) y el [Proceso de mecanizado](#)) y otro industrial en la célula flexible.

Figura 7.1: Diagrama de secuencia de la validación experimental.

7.1 Comprobación de la precisión de trabajo del sistema robot

Una parte experimental importante se ha desarrollado en los capítulos anteriores destinados a caracterizar los diferentes parámetros del sistema robot necesarios para el modelado: desviaciones de la herramienta en función de los parámetros de corte (sección 3.2.1), deformación de la herramienta y error de alabeo (sección 3.2.3 y sección 3.2.2), medición de fuerzas y pares de mecanizado para establecer las presiones de corte con las que obtener las fuerzas axiales y pares de rotación (sección 4.3 y sección 5.4.1), medición de frecuencias propias del robot (sección 5.2), análisis de rigidez del robot (sección 5.3.1) y análisis de desviaciones para ajuste del control de ganancia (sección 5.3.2).

Se conduce este capítulo para la comprobación de la precisión de trabajo y

contrastar con la precisión del modelo. Los ensayos se han realizado sobre una célula flexible de fabricación (figura 7.1.1) formada por un robot, dos centros de mecanizado, una estación de carga y una estación de descarga (figura 7.2). En esta célula se han hecho los siguientes ensayos:

1. Determinación de la precisión de posicionamiento del robot en vacío (figura 7.1.2, descrito en la sección 3.1.1).
2. Medida de la rigidez del robot (ver sección 5.3.1).
3. Medida de la precisión de los agujeros en probetas mecanizadas (figura 7.1.5).
4. Medida de las fuerzas de taladrado sobre probetas situadas en puntos determinados de la zona de trabajo del robot (figura 7.1.3).
5. Comprobación final de la precisión de los agujeros sobre la pieza real (figura 7.1.7).

Figura 7.2: Detalle de la célula flexible.

Para las operaciones de mecanizado se ha empleado una unidad de taladrado de 650 W con capacidad de hasta $\varnothing 16$ mm y regulación variable de la

velocidad de rotación de entre 1.200 min^{-1} y 2.500 min^{-1} (figura 7.3). Las herramientas utilizadas han sido brocas de metal duro, de dos labios, con ángulo de desprendimiento $\gamma_n > 130^\circ$, refrigeradas con taladrina y con los diámetros típicos para este tipo de agujeros: $\varnothing 6 \text{ mm}$, $\varnothing 8 \text{ mm}$ y $\varnothing 10 \text{ mm}$.

Figura 7.3: Detalle del sistema robot con la unidad de taladrado aproximándose a la pieza.

Las pruebas de mecanizado se han efectuado sobre probetas obtenidas de las piezas que se fabrican en la célula (figura 7.1.5). Se han medido las fuerzas y pares de mecanizado a la vez que se realizan los agujeros, según indicado en la sección 5.4.1. Todos los agujeros son continuos sin agujeros previos de fundición, normales a la superficie. Fuera de la célula se han medido los diámetros y posición de los agujeros. Las probetas han sido preparadas específicamente con pines posicionadores para ser puestos siempre en la misma posición en la mesa dinamométrica.

Los ensayos finales se han realizado directamente sobre las piezas a procesar para la comprobación final de los resultados (figura 7.1.7). En la figura 7.4 se aprecia la zona de carga del centro de mecanizado con utillaje montado, en donde se sitúan las piezas de producción para ser taladradas por el robot. Las piezas corresponden al sector de la automoción (carcasa trasera de una caja de transmisión), de aleación de aluminio inyectado a alta presión EN AC 46000 FD [205], cuyas operaciones previas de preparación de la pieza han sido: procesado por cortador, y rebarbado.

(a) Detalle del utillaje de mecanizado sin pieza. (b) Detalle del utillaje de mecanizado con la pieza embridada.

Figura 7.4: Zona de carga y descarga de uno de los centros de mecanizado ubicados en la célula flexible.

Las condiciones de mecanizado de cada probeta se muestran en la tabla de ensayos de la tabla 7.1. La configuración del robot define el conjunto de coordenadas angulares de todos sus ejes para alcanzar una determinada posición del elemento terminal. En la configuración **a** (figura 7.5a), el robot está extendido, alcanzando una distancia de 3294 mm desde la base del robot al TCP. En esta configuración, los ángulos de posicionamiento de las articulaciones son $[64,3 \ 56,2 \ -40,2 \ 49,3 \ -24,8 \ -46,6]^\circ$. En la configuración **b** (figura 7.5b), el TCP está situado a una distancia de 3381 mm, pero su configuración es $[65,8 \ 62,5 \ -50,2 \ -4,9 \ -14,1 \ 4,1]^\circ$.

(a) Configuración **a**.

(b) Configuración **b**.

Figura 7.5: Emplazamiento de las probetas en la pieza para medición de las fuerzas y pares de mecanizado y posterior medición posición.

Tabla 7.1: Condiciones de trabajo de las pruebas.

Número Probeta	Diámetro herramienta D_c mm	Velocidad avance V_f mm/min	Velocidad giro herramienta n min ⁻¹	Configuración
1	6	60	2.500	a
2	6	60	2.500	b
3	6	180	2.500	a
4	6	180	2.500	b
5	6	300	2.500	a
6	6	300	2.500	b
7	8	60	2.500	a
8	8	60	2.500	b
9	8	180	2.500	a
10	8	180	2.500	b
11	8	300	2.500	a
12	8	300	2.500	b
13	10	60	2.500	a
14	10	60	2.500	b
15	10	180	2.500	a
16	10	180	2.500	b
17	10	300	2.500	a
18	10	300	2.500	b

a:[64,3 56,2 -40,2 49,3 -24,8 -46,6] °

b:[65,8 62,5 -50,2 -4,9 -14,1 4,1] °

Los resultados obtenidos en los ensayos se muestran en la figura 7.6. En los ensayos se han calculado las desviaciones totales, las desviaciones del robot y del proceso y la incertidumbre asociada a los errores de posición de los agujeros mecanizados. En la figura se han representado los intervalos de variación de estas desviaciones (incertidumbre) y se ha señalado el valor real obtenido en cada una de las pruebas.

Se observa que, en la mayoría de los ensayos, la desviación de posición (δ_{work}) está dentro del intervalo calculado a excepción de tres valores. Estos valores han dado desviaciones inferiores a las previstas por lo que se les considera aceptable para la finalidad del sistema desarrollado.

La influencia de cada uno de los componentes de las desviaciones promedio consideradas en la desviación final (ecuación 7.1), cuya representación esquemática se presenta en la figura 3.1, se muestra en la figura 7.7.

$$\delta_{work} = \delta_{robpos} + \delta_{robdef} + \delta_{axis} + \delta_p + \delta_{deftool} \quad (7.1)$$

La ecuación 7.1 se obtiene al sustituir la ecuación 3.7 y la ecuación 3.14 en la ecuación 3.2. La figura 7.7 muestra los porcentajes correspondientes a

(a) $D_c = 6 \text{ mm}$

(b) $D_c = 8 \text{ mm}$

(c) $D_c = 10 \text{ mm}$

Figura 7.6: Valores calculados vs. reales para δ_{work} .

la contribución del comportamiento del robot, la desviación por oscilación y la desviación del eje del agujero que intervienen en la desviación de posición de los taladros.

El comportamiento del robot (descrito según la ecuación 3.7) está formado por la desviación de posición del robot sin fuerzas exteriores (δ_{robpos}) y la desviación de posición del robot debida a deformaciones en sus articulaciones (δ_{robdef}). El promedio de las desviaciones de posición en vacío (δ_{robpos}), consideradas aleatorias, es alrededor de la posición nominal del robot [191]. Por ello no tiene una componente de desviación sistemática y δ_{robpos} no aparece en la figura 7.7.

Cuando el robot está realizando el proceso de taladrado, como consecuencia de estos esfuerzos, aparece una desviación δ_{robdef} provocada por la deformación del robot que contribuye a la precisión de trabajo (δ_{work}).

Las incertidumbres combinadas expandidas correspondientes a las desviaciones previas (representadas en la figura 7.7) se muestran en la figura 7.8. En la incertidumbre combinada expandida influyen la repetibilidad del robot, la incertidumbre del comportamiento del robot, el error de oscilación y la incertidumbre de posición del eje de la herramienta generada por la herramienta (ecuación 7.2).

$$U_{work}^2 = U_{robpos}^2 + U_{robdef}^2 + U_{axis}^2 + U_p^2 + U_{deftool}^2 \quad (7.2)$$

La ecuación 7.2 surge de aplicar la ecuación 3.8 y la ecuación 3.15 en la ecuación 3.6.

La influencia porcentual del robot en su conjunto se sitúa alrededor del 60 % para todos los casos representados en la figura 7.8. Esto quiere decir que el proceso tiene una influencia significativa en la calidad de la pieza y, por ende, la calidad final de la misma no depende solo del robot.

El valor absoluto de la posición del robot sin carga se mantiene. La influencia porcentual para cada componente de error ha sido representado en la figura. A medida que estos componentes se incrementan, la influencia de la incertidumbre de la posición del robot disminuye.

(a) $D_c = 6 \text{ mm}$

(b) $D_c = 8 \text{ mm}$

(c) $D_c = 10 \text{ mm}$

Figura 7.7: Desglose porcentual de la estimación de la desviación δ_{work} (taladro número 10, $V_f = 300 \text{ mm/min}$, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

(a) $D_c = 6 \text{ mm}$ (b) $D_c = 8 \text{ mm}$ (c) $D_c = 10 \text{ mm}$

Figura 7.8: Desglose porcentual de la estimación de la incertidumbre de taladrado U_{work} (taladro número 10, $V_f = 300 \text{ mm/min}$, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

Cuando las fuerzas y pares de mecanizado aumentan, lo hace la contribución porcentual del proceso de mecanizado en la incertidumbre, mientras que la influencia porcentual de la repetibilidad del robot disminuye al ser la deformación del robot mayor como consecuencia de esas fuerzas.

En resumen, los resultados obtenidos muestran que el robot es el elemento que mayor influencia tiene en la precisión final del mecanizado (U_{work}), pero el proceso también influye de manera significativa en esta precisión y debe ser te-

nido en cuenta en las operaciones de taladrado. Por este motivo, se justifican la necesidad de la simulación del sistema robot y la consideración del propio proceso de mecanizado para establecer la estrategia de mecanizado más adecuada para una pieza a procesar en la célula.

Figura 7.9: Desglose porcentual de la estimación de la desviación δ_{work} (taladro número 5, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

Figura 7.10: Desglose porcentual de la estimación de la desviación δ_{work} (taladro número 10, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

Figura 7.11: Desglose porcentual de la estimación de la desviación δ_{work} (taladro número 16, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

Figura 7.12: Desglose porcentual de la estimación de la desviación U_{work} (taladro número 5, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

Figura 7.13: Desglose porcentual de la estimación de la desviación U_{work} (taladro número 10, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

Figura 7.14: Desglose porcentual de la estimación de la desviación U_{work} (taladro número 16, $n = 2500 \text{ min}^{-1}$).

7.2 Estimación de la mejora del comportamiento del robot

De todas las magnitudes intrínsecas al robot según la ecuación 3.7, es δ_{robdef} la que afecta de una manera singular al recoger la forma en la que se deforma el robot según las fuerzas a las que se le somete y aporta una componente sistemática ya que el robot se deforma siempre en la misma dirección al aplicar fuerzas en esa dirección.

La desviación de posición δ_{work} , al ser una consecuencia de la contribución de los ejes del robot, tiene una base aleatoria que influye directamente en la incertidumbre de posicionamiento del extremo del elemento terminal del sistema robot. La desviación del extremo de la herramienta causada por el sistema robot (δ_{robdef}) proporciona una componente sistemática al mantenerse la dirección y magnitud de esas desviaciones (figura 7.15) bajo un mismo tipo de esfuerzo. Por este motivo es posible llevar a cabo su corrección, incluyéndolo en la programación de la posición del robot.

De esta manera, es factible mejorar las desviaciones de posición de los agujeros taladrados. Al llevar a cabo esta corrección, el sistema robot tiene una menor contribución en las desviaciones de posición de los agujeros (δ_{work}) como se aprecia en la figura 7.16.

La corrección de la magnitud que le aplique, asume una mejora que convierte la desviación con corrección en la mitad de su incertidumbre combinada expandida sin corrección (figura 7.15).

Figura 7.15: Representación de la mejora.

Aplicando la mejora en la deformación δ_{robdef} se obtiene un nuevo desglose de las desviaciones (figura 7.16). Al comparar con el desglose de la figura 7.7 se obtienen reducciones de más del 40 % en la contribución de δ_{robdef} sobre el resto de magnitudes que intervienen en δ_{work} .

(a) $D_c = 6\text{ mm}$

(b) $D_c = 8\text{ mm}$

(c) $D_c = 10\text{ mm}$

Figura 7.16: Desglose de la estimación de la desviación corregida δ_{work} (taladro número 10, $V_f = 300\text{ mm/min}$, $n = 2500\text{ min}^{-1}$).

Con el fin de convertir las desviaciones a magnitud de tolerancia de posición

(TP) se acude a la ecuación la ecuación 7.3,

$$TP = 2 \cdot \sqrt{(x_j^0 - x_j^i)^2 + (y_j^0 - y_j^i)^2} = 2 \cdot (\delta_{work} + U_{work}) \quad (7.3)$$

Los resultados obtenidos se recogen en la tabla 7.2.

Tabla 7.2: Tolerancia TP y corrección de la desviación sistemática ($V_f = 300$ mm/min, taladro número 10).

D_c mm	TP sin corrección mm	TP con corrección mm
6	1,6	0,4
8	1,8	0,6
10	2,1	0,9

Para diámetros de taladro $\varnothing 10$ mm se consiguen mejoras superiores al 55 %, lográndose mejoras de hasta un 75 % para $\varnothing 6$ mm.

7.3 Estimación de la mejora de la productividad de una célula de fabricación flexible

Los beneficios de la aplicación de la metodología propuesta se van a comprobar sobre un conjunto de piezas que se fabrican en una célula de fabricación flexible. Alrededor del 40 % de las operaciones que se realizan son taladrados (como se indica en la sección 1.1). Se va a determinar cuál de todos los agujeros es posible su reasignación, ya que, hay unos que tienen unas exigencias de tolerancias estrictas y otros que van a ser roscados con posterioridad y requieren una precisión importante. El efecto más favorable de la reasignación de operaciones se puede apreciar en la figura 7.17.

Figura 7.17: Tiempos de ciclo de mecanizado en célula flexible sin / con reasignación de operaciones con sistema robot (fuente: elaboración propia).

Para estas piezas se consiguen mejoras, al reasignar operaciones al sistema robot, de alrededor del 7% de media con respecto al tiempo de ciclo sin reasignación de operaciones.

Capítulo 8

Conclusiones

Se ha presentado un procedimiento para estimar la calidad de las piezas producidas por un robot en una célula flexible de fabricación. En estas células la finalidad del robot es la de carga y descarga de los centros de mecanizado, permaneciendo parado durante una parte importante del tiempo del ciclo de la célula. El interés del sistema planteado, es determinar a priori, la capacidad del robot para asumir el mecanizado de agujeros en piezas del sector del automóvil. En el caso de que el robot sea capaz de realizar adecuadamente estos agujeros, descarga el trabajo de los centros de mecanizado e incrementa significativamente la productividad de la célula.

El procedimiento presentado incluye un análisis de la contribución de distintos elementos del sistema robot y del proceso en la tolerancia de posición de los agujeros (ISO 9283 [191]). Se expone un modelado original de las fuerzas y pares de mecanizado, que considera cualquier geometría de herramienta y material, y un modelado del robot, que incorpora la rigidez en las articulaciones, que es capaz de determinar su comportamiento dimensional ante fuerzas de corte en taladrado.

Con todos los modelos considerados, se determina la contribución de los distintos elementos que intervienen en el proceso de mecanizado en el error dimensional final de los agujeros. Las principales conclusiones concretas obtenidas son:

1. El modelo de precisión de trabajo del robot considera los errores del propio proceso de taladrado en la calidad final de la pieza producida. Esta influencia es notablemente significativa, ya que es responsable de hasta el 40 % del error de posición del taladro en la pieza. Así, en el análisis de la precisión de trabajo de un robot es preciso considerar la influencia del proceso

que se está realizando.

2. El modelo del proceso de taladrado desarrollado se basa en determinar mediante cuaternios, la geometría a lo largo del filo de la herramienta (ángulos λ_s , γ_n y χ_r , según UNE 16149-1 [194] / ISO 3002-1 [193]) para cada posición angular de la misma. Este planteamiento original ha resultado eficiente y consigue calcular el valor de las fuerzas y pares de corte de forma dinámica con un error inferior al 5 %.
3. Se ha utilizado el sistema multicuerpo para modelar el comportamiento del robot. En este modelo se ha incluido una rigidez finita en las articulaciones, que ha permitido mejorar la estimación de los errores dimensionales del robot y predecir correctamente las desviaciones geométricas reales del robot en los ensayos realizados en la célula flexible de fabricación.
4. En el modelo de precisión del robot propuesto, se ha incorporado la incertidumbre de posición del robot a partir de ensayos realizados según ISO 9283 [191]. De acuerdo con los resultados obtenidos, esta incertidumbre es responsable de entre el 20 % y el 50 % del error de posición de los agujeros mecanizados. Por consiguiente, en operaciones de mecanizado de taladrado, la precisión del robot juega un papel significativo, pero no determinante, en la calidad final de la pieza.
5. La influencia del robot en la desviación de la punta de herramienta es de, aproximadamente el 80 %, siendo el 20 % restante, responsabilidad del proceso de taladrado. Las desviaciones debidas al proceso tienen un carácter completamente aleatorio, mientras que las debidas al robot tienen un carácter sistemático. Por este motivo, es posible corregir parcialmente estas desviaciones al ser introducidas en las coordenadas del centro de la punta de herramienta (TCP) y mejorar considerablemente la precisión de trabajo.
6. El comportamiento del robot es diferente para las distintas zonas de su espacio de trabajo, pero en la zona donde se realiza el mecanizado (500 mm x 500 mm), la contribución de los diferentes elementos que afectan a la precisión de posicionamiento (U_{work}) es similar, independientemente de la configuración del robot.

Bibliografía

- [1] F. Khatami, C. Müller, N. Kutzbach, World Robotics Industrial Robots 2018, VDW. IFR Statistical Department. VDMA Robotics + Automation (2018).
- [2] E. Abele, S. Rothenbücher, M. Weigold, Cartesian compliance model for industrial robots using virtual joints, *Production Engineering* 2 (3) (2008) 339–343 (2008). doi:[10.1007/s11740-008-0118-0](https://doi.org/10.1007/s11740-008-0118-0).
- [3] E. Ferreras-Higuero, E. Leal-Muñoz, M. Clavijo, A. Vizán, Modelado multicuerpo de un robot para determinación de su precisión de trabajo, in: Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Cartagena de Indias, Colombia, 2019, pp. 1–8 (2019).
- [4] E. Ferreras-Higuero, E. Leal-Muñoz, J. G. de Jalón, E. Chacón, A. Vizán, [Robot-process precision modelling for the improvement of productivity in flexible manufacturing cells](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 65 (2020) 101966 (2020). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2020.101966>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584519306532>
- [5] L. Cen, S. N. Melkote, [Effect of robot dynamics on the machining forces in robotic milling](#), *Procedia Manufacturing* 10 (2017) 486 – 496, 45th SME North American Manufacturing Research Conference, NAMRC 45, LA, USA (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.promfg.2017.07.034>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2351978917302147>
- [6] S. Garnier, K. Subrin, K. Waiyagan, [Modelling of robotic drilling](#), *Procedia CIRP* 58 (2017) 416 – 421, 16th CIRP Conference on Modelling of Machining Operations (16th CIRP CMMO) (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2017.03.246>.

- URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827117304298>
- [7] Y. Altintas, M. Weck, [Chatter stability of metal cutting and grinding](#), CIRP Annals 53 (2) (2004) 619 – 642 (2004). doi:[https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60032-8](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60032-8).
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607600328>
- [8] J. C. Mankins, Technology readiness levels, White Paper, Advanced Concepts Office. Office of Space Access and Technology, NASA April (1995).
- [9] TEC-SHS, Technology Readiness Levels Handbook for Space Applications, 6th Edition, no. September, 2008 (2008).
- [10] R. Bogue, [Finishing robots: a review of technologies and applications](#), Industrial Robot: An International Journal 36 (1) (2009) 6–12 (jan 2009). doi:[10.1108/01439910910924611](https://doi.org/10.1108/01439910910924611).
URL <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/01439910910924611/full/html>
- [11] Y. Chen, F. Dong, [Robot machining: recent development and future research issues](#), The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 66 (9) (2013) 1489–1497 (Jun 2013). doi:[10.1007/s00170-012-4433-4](https://doi.org/10.1007/s00170-012-4433-4).
URL <https://doi.org/10.1007/s00170-012-4433-4>
- [12] W. Ji, L. Wang, [Industrial robotic machining: a review](#), The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 103 (1) (2019) 1239–1255 (Jul 2019). doi:[10.1007/s00170-019-03403-z](https://doi.org/10.1007/s00170-019-03403-z).
URL <https://doi.org/10.1007/s00170-019-03403-z>
- [13] I. Iglesias, M. Sebastián, J. Ares, [Overview of the State of Robotic Machining: Current Situation and Future Potential](#), Procedia Engineering 132 (2015) 911–917 (2015). doi:[10.1016/j.proeng.2015.12.577](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.577).
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.577https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877705815044896>
- [14] V. Potkonjak, M. Gardner, V. Callaghan, P. Mattila, C. Guetl, V. M. Petrović, K. Jovanović, [Virtual laboratories for education in science, technology, and engineering: A review](#), Computers & Education 95 (2016) 309–327 (apr 2016). doi:[10.1016/j.compedu.2016.02.002](https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.02.002).

- URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360131516300227>
- [15] A. Jaramillo-Botero, A. Matta-Gómez, J. Correa-Caicedo, W. Perea-Castro, ROBOTics MOdeling and Simulation Platform, IEEE Robotics & Automation Magazine 13 (4) (2006) 62–73 (2006).
- [16] W. Zhou, W. Liao, W. Tian, [Theory and experiment of industrial robot accuracy compensation method based on spatial interpolation](#), Journal of Mechanical Engineering 49 (3) (2013) 42 (2013). doi:10.3901/JME.2013.03.042.
URL http://qikan.cmes.org/jxgcxb/EN/abstract/article_17597.shtml
- [17] W. Tian, Y. Zeng, W. Zhou, W. Liao, [Calibration of robotic drilling systems with a moving rail](#), Chinese Journal of Aeronautics 27 (6) (2014) 1598–1604 (dec 2014). doi:10.1016/j.cja.2014.10.028.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.cja.2014.10.028https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1000936114001824>
- [18] K. Subrin, L. Sabourin, G. Gogu, Y. Mezouar, [Performance Criteria to Evaluate a Kinematically Redundant Robotic Cell for Machining Tasks](#), Applied Mechanics and Materials 162 (2012) 413–422 (mar 2012). doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.162.413.
URL <https://www.scientific.net/AMM.162.413>
- [19] L. Sabourin, K. Subrin, R. Cousturier, G. Gogu, Y. Mezouar, [Redundancy-based optimization approach to optimize robotic cell behaviour: application to robotic machining](#), Industrial Robot: An International Journal 42 (2) (2015) 167–178 (mar 2015). doi:10.1108/IR-07-2014-0371.
URL <http://www.emeraldinsight.com/doi/abs/10.1108/IR-07-2014-0371https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/IR-07-2014-0371/full/html>
- [20] K. Subrin, S. Garnier, T. Bressac, B. Furet, [Digital chain development for sanding application with a kinematically redundant robotic system](#), Procedia CIRP 82 (2019) 515 – 520, 17th CIRP Conference on Modelling of Machining Operations (17th CIRP CMMO) (2019). doi:https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.063.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827119306778>

- [21] K. Merckaert, A. D. Beir, N. Adriaens, I. E. Makrini, R. V. Ham, B. Vanderborght, [Independent load carrying and measurement manipulator robot arm for improved payload to mass ratio](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 53 (2018) 135 – 140 (2018). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2018.04.001>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S073658451730114X>

- [22] T. Weingartshofer, M. Schwegel, C. Hartl-Nesic, T. Glück, A. Kugi, [Collaborative Synchronization of a 7-Axis Robot](#), *IFAC-PapersOnLine* 52 (15) (2019) 507–512 (2019). doi:[10.1016/j.ifacol.2019.11.726](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.726).
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2405896319317185>

- [23] D. Busson, R. Bearee, A. Olabi, [Task-oriented rigidity optimization for 7 DOF redundant manipulators](#), *IFAC-PapersOnLine* 50 (1) (2017) 14588–14593 (jul 2017). doi:[10.1016/j.ifacol.2017.08.2108](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.2108).
URL <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.2108https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2405896317327726>

- [24] J. Fang, J. Zhao, T. Mei, J. Chen, [Online optimization scheme with dual-mode controller for redundancy-resolution with torque constraints](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 40 (2016) 44–54 (aug 2016). doi:[10.1016/j.rcim.2016.01.004](https://doi.org/10.1016/j.rcim.2016.01.004).
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.rcim.2016.01.004https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0736584516300205>

- [25] T. Ho, C. G. Kang, S. Lee, Efficient closed-form solution of inverse kinematics for a specific six-DOF arm, *International Journal of Control, Automation and Systems* 10 (3) (2012) 567–573 (2012). doi:[10.1007/s12555-012-0313-9](https://doi.org/10.1007/s12555-012-0313-9).

- [26] P. Besset, A. Olabi, O. Gibaru, [Advanced calibration applied to a collaborative robot](#), in: 2016 IEEE International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC), IEEE, 2016, pp. 662–667 (sep 2016). doi:[10.1109/EPEPEMC.2016.7752073](https://doi.org/10.1109/EPEPEMC.2016.7752073).
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/7752073/>

- [27] J. Zhou, H.-J. Kang, [A hybrid least-squares genetic algorithm-based algorithm for simultaneous identification of geometric and compliance errors in industrial robots](#), *Advances in Mechanical Engineering* 7 (6) (2015) 168781401559028 (jun 2015). doi:[10.1177/1687814015590289](https://doi.org/10.1177/1687814015590289).

- URL <http://ade.sagepub.com/lookup/doi/10.1177/1687814015590289><http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1687814015590289>
- [28] L. Ding, H. Wu, Y. Yao, Y. Yang, Dynamic model identification for 6-DOF industrial robots, *Journal of Robotics* 2015 (2015). doi:10.1155/2015/471478.
- [29] A. Joubair, I. A. Bonev, *Kinematic calibration of a six-axis serial robot using distance and sphere constraints*, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 77 (1-4) (2015) 515–523 (mar 2015). doi:10.1007/s00170-014-6448-5.
URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-014-6448-5>
- [30] U. Schneider, M. Drust, M. Ansaloni, C. Lehmann, M. Pellicciari, F. Leali, J. W. Gunnink, A. Verl, *Improving robotic machining accuracy through experimental error investigation and modular compensation*, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 85 (1-4) (2016) 3–15 (jul 2016). doi:10.1007/s00170-014-6021-2.
URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-014-6021-2>
- [31] Y. C. Pradeep, S. F. Zhou, A. G. Dharmawan, K. Otto, I. M. Chen, P. Chen, *A Framework of In Situ Model Error Compensation for Adaptive Robotic Task Execution*, *Applied Mechanics and Materials* 789-790 (2000) (2015) 675–680 (sep 2015). doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.789-790.675.
URL <http://www.scientific.net/AMM.789-790.675><https://www.scientific.net/AMM.789-790.675>
- [32] S. Eastwood, P. Webb, Error significance analysis and compensation for hpkms, *Industrial Robot: An International Journal* 36 (1) (2009) 27–35 (2009).
- [33] U. Schneider, J. R. Diaz Posada, A. Verl, *Automatic pose optimization for robotic processes*, in: 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, 2015, pp. 2054–2059 (may 2015). doi:10.1109/ICRA.2015.7139468.
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/7139468/>
- [34] F. Xi, R. Fenton, *Point-to-point quasi-static motion planning for flexible-link manipulators*, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 11 (5) (1995) 770–776 (1995). doi:10.1109/70.466605.
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/466605/>

- [35] H.-N. Nguyen, J. Zhou, H.-J. Kang, [A calibration method for enhancing robot accuracy through integration of an extended Kalman filter algorithm and an artificial neural network](#), *Neurocomputing* 151 (2015) 996–1005 (mar 2015). doi:10.1016/j.neucom.2014.03.085.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231214013423><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925231214013423>
- [36] J. Krüger, H. Zhao, G. Reis de Ascencao, P. Jacobi, D. Surdilovic, S. Schöll, W. Polley, [Concept of an offline correction method based on historical data for milling operations using industrial robots](#), *Production Engineering* 10 (4-5) (2016) 409–420 (oct 2016). doi:10.1007/s11740-016-0686-3.
URL <http://link.springer.com/10.1007/s11740-016-0686-3>
- [37] A. Klimchik, E. Magid, A. Pashkevich, [Design of experiments for elastostatic calibration of heavy industrial robots with kinematic parallelogram and gravity compensator](#), *IFAC-PapersOnLine* 49 (12) (2016) 967–972 (2016). doi:10.1016/j.ifacol.2016.07.901.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.901><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2405896316311892>
- [38] W. Tian, D. Mei, P. Li, Y. Zeng, P. Hong, W. Zhou, [Determination of optimal samples for robot calibration based on error similarity](#), *Chinese Journal of Aeronautics* 28 (3) (2015) 946–953 (jun 2015). doi:10.1016/j.cja.2015.03.003.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.cja.2015.03.003><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1000936115000473>
- [39] Y. B. Bi, Y. C. Li, Y. H. Jiang, J. X. Li, W. Wang, M. Gao, S. Li, An industrial robot based drilling system for aircraft structures, in: *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 433, Trans Tech Publ, 2013, pp. 151–157 (2013).
- [40] A. Brunete, E. Gambao, J. Koskinen, T. Heikkil, K. B. Kaldestad, I. Tyapin, G. Hovland, D. Surdilovic, M. Hernando, A. Bottero, S. Anton, [Hard material small-batch industrial machining robot](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 54 (2018) 185 – 199 (2018). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.11.004>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584517300765>
- [41] B. Denkena, T. Lepper, [Enabling an industrial robot for metal cutting operations](#), *Procedia CIRP* 35 (2015) 79 – 84, mIC2015 - 15th

- Machining Innovations Conference for Aerospace Industry (2015).
doi:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2015.08.100>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827115009543>
- [42] Y. L. Feng, D. K. Qu, F. Xu, H. G. Wang, [Joint Stiffness Identification and Flexibility Compensation of Articulated Industrial Robot](#), *Applied Mechanics and Materials* 336-338 (2013) 1047–1052 (jul 2013).
doi:[10.4028/www.scientific.net/AMM.336-338.1047](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.336-338.1047).
URL <http://www.scientific.net/AMM.336-338.1047><https://www.scientific.net/AMM.336-338.1047>
- [43] N. R. Slavkovic, D. S. Milutinovic, M. M. Glavonjic, [A method for off-line compensation of cutting force-induced errors in robotic machining by tool path modification](#), *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 70 (9-12) (2014) 2083–2096 (feb 2014). doi:[10.1007/s00170-013-5421-z](https://doi.org/10.1007/s00170-013-5421-z).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-013-5421-z>
- [44] U. Heisel, F. Richter, K.-H. Wurst, Thermal behaviour of industrial robots and possibilities for error compensation, *CIRP Annals-Manufacturing Technology* 46 (1) (1997) 283–286 (1997).
- [45] M. Stelzer, O. von Stryk, E. Abele, J. Bauer, M. Weigold, High speed cutting with industrial robots: Towards model based compensation of deviations, *Proceedings of Robotik 2008* (2008) 1–6 (2008).
- [46] J. Wang, H. Zhang, T. Fuhlbrigge, Improving machining accuracy with robot deformation compensation, 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2009 (2009) 3826–3831 (2009). doi:[10.1109/IROS.2009.5353988](https://doi.org/10.1109/IROS.2009.5353988).
- [47] M. Höfener, T. Schüppstuhl, [A method for increasing the accuracy of “on-workpiece” machining with small industrial robots for composite repair](#), *Production Engineering* 8 (6) (2014) 701–709 (dec 2014). doi:[10.1007/s11740-014-0570-y](https://doi.org/10.1007/s11740-014-0570-y).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s11740-014-0570-y>
- [48] M. F. Zaeh, O. Roesch, [Improvement of the machining accuracy of milling robots](#), *Production Engineering* 8 (6) (2014) 737–744 (dec 2014). doi:[10.1007/s11740-014-0558-7](https://doi.org/10.1007/s11740-014-0558-7).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s11740-014-0558-7>

- [49] F. Schnoes, M. Zaeh, [Model-based Planning of Machining Operations for Industrial Robots](#), *Procedia CIRP* 82 (2019) 497–502 (2019).
doi:[10.1016/j.procir.2019.04.331](#).
URL [https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.331https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212827119309849](#)
- [50] T. Olsson, M. Haage, H. Kihlman, R. Johansson, K. Nilsson, A. Robertsson, M. Björkman, R. Isaksson, G. Ossbahr, T. Brogårdh, [Cost-efficient drilling using industrial robots with high-bandwidth force feedback](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 26 (1) (2010) 24–38 (feb 2010).
doi:[10.1016/j.rcim.2009.01.002](#).
URL [https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0736584509000039](#)
- [51] Y. Zeng, W. Tian, D. Li, X. He, W. Liao, An error-similarity-based robot positional accuracy improvement method for a robotic drilling and riveting system, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* (2016) 1–11 (2016).
- [52] T. Tian, H. Jiang, Z. Tong, J. He, Q. Huang, [An inertial parameter identification method of eliminating system damping effect for a six-degree-of-freedom parallel manipulator](#), *Chinese Journal of Aeronautics* 28 (2) (2015) 582–592 (2015). doi:[10.1016/j.cja.2015.01.005](#).
URL [http://dx.doi.org/10.1016/j.cja.2015.01.005](#)
- [53] A. Klimchik, Y. Wu, G. Abba, S. Garnier, B. Furet, A. Pashkevich, Robust algorithm for calibration of robotic manipulator model, *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)* 46 (9) (2013) 808–812 (2013). doi:[10.3182/20130619-3-RU-3018.00449](#).
- [54] K. Worden, W. J. Staszewski, J. J. Hensman, [Natural computing for mechanical systems research: A tutorial overview](#), *Mechanical Systems and Signal Processing* 25 (1) (2011) 4–111 (2011). doi:[10.1016/j.ymssp.2010.07.013](#).
URL [http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.07.013](#)
- [55] B. Mei, W. Zhu, K. Yuan, Y. Ke, Robot base frame calibration with a 2d vision system for mobile robotic drilling, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 80 (9-12) (2015) 1903–1917 (2015).
- [56] F. Leali, A. Vergnano, F. Pini, M. Pellicciari, G. Berselli, [A workcell calibration method for enhancing accuracy in robot machining of aerospace parts](#),

- The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 85 (1-4) (2016) 47–55 (jul 2016). doi:[10.1007/s00170-014-6025-y](https://doi.org/10.1007/s00170-014-6025-y).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-014-6025-y>
- [57] A. A. Vorotnikov, Y. V. Poduraev, E. V. Romash, [Estimation of Error in Determining the Centers of Rotation of Links in a Kinematic Chain for Industrial Robot Calibration Techniques](#), Measurement Techniques 58 (8) (2015) 864–871 (nov 2015). doi:[10.1007/s11018-015-0809-9](https://doi.org/10.1007/s11018-015-0809-9).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s11018-015-0809-9>
- [58] Q. Zhan, X. Wang, [Hand-eye calibration and positioning for a robot drilling system](#), The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 61 (5-8) (2012) 691–701 (jul 2012). doi:[10.1007/s00170-011-3741-4](https://doi.org/10.1007/s00170-011-3741-4).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-011-3741-4>
- [59] L. Pérez, Í. Rodríguez, N. Rodríguez, R. Usamentiaga, D. F. García, Robot guidance using machine vision techniques in industrial environments: A comparative review, Sensors 16 (3) (2016) 335 (2016).
- [60] S. Bi, J. Liang, Robotic drilling system for titanium structures, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 54 (5-8) (2011) 767–774 (2011).
- [61] W. Wu, S. Zhu, X. Wang, H. Liu, Closed-loop dynamic parameter identification of robot manipulators using modified fourier series, International Journal of Advanced Robotic Systems 9 (2012). doi:[10.5772/45818](https://doi.org/10.5772/45818).
- [62] A. Marwan, M. Simic, F. Imad, [Calibration method for articulated industrial robots](#), Procedia Computer Science 112 (2017) 1601–1610 (2017). doi:[10.1016/j.procs.2017.08.246](https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.08.246).
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.procs.2017.08.246https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S187705091731654X>
- [63] J.-Y. K'Nevez, M. Cherif, M. Zapciu, A. Gérard, [Experimental Characterization of Robot Arm Rigidity in Order to Be Used in Machining Operation](#), 19th International conference on Manufacturing systems 5 (2012) 153–156 (jan 2012). arXiv:[1201.4445](https://arxiv.org/abs/1201.4445).
URL <http://arxiv.org/abs/1201.4445>
- [64] L. T. Tunc, J. Shaw, [Investigation of the effects of Stewart platform-type industrial robot on stability of robotic milling](#), The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 87 (1-4) (2016) 189–199 (oct 2016).

- [doi:10.1007/s00170-016-8420-z](https://doi.org/10.1007/s00170-016-8420-z).
 URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-016-8420-z>
- [65] H. Celikag, N. D. Sims, E. Ozturk, [Chatter suppression in robotic milling by control of configuration dependent dynamics](#), *Procedia CIRP* 82 (2019) 521 – 526, 17th CIRP Conference on Modelling of Machining Operations (17th CIRP CMMO) (2019). [doi:https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.053](https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.053).
 URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827119306675>
- [66] G. Palmieri, M. Martarelli, M. C. Palpacelli, L. Carbonari, Configuration-dependent modal analysis of a Cartesian parallel kinematics manipulator: Numerical modeling and experimental validation, *Meccanica* 49 (4) (2014) 961–972 (2014). [doi:10.1007/s11012-013-9842-4](https://doi.org/10.1007/s11012-013-9842-4).
- [67] Z. Zhou, C. K. Mechefske, F. Xi, [Modeling of Configuration-Dependent Flexible Joints for a Parallel Robot](#), *Advances in Mechanical Engineering* 2 (2010) 143961 (jan 2010). [doi:10.1155/2010/143961](https://doi.org/10.1155/2010/143961).
 URL <http://journals.sagepub.com/doi/10.1155/2010/143961>
- [68] C.-F. Bisu, M. Cherif, A. Gerard, J. Y. K'nevez, [Dynamic Behavior Analysis for a Six Axis Industrial Machining Robot](#), *Advanced Materials Research* 423 (2011) 65–76 (dec 2011). [doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.423.65](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.423.65).
 URL <http://www.scientific.net/AMR.423.65papers3://publication/uuid/177C4782-40EA-47F3-B91B-1ECD86BA8525https://www.scientific.net/AMR.423.65>
- [69] L. T. Tunc, J. Shaw, [Experimental study on investigation of dynamics of hexapod robot for mobile machining](#), *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* (sep 2015). [doi:10.1007/s00170-015-7600-6](https://doi.org/10.1007/s00170-015-7600-6).
 URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-015-7600-6>
- [70] S. Mejri, V. Gagnol, T.-P. Le, L. Sabourin, P. Ray, P. Paultre, [Dynamic characterization of machining robot and stability analysis](#), *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 82 (1-4) (2016) 351–359 (jan 2016). [doi:10.1007/s00170-015-7336-3](https://doi.org/10.1007/s00170-015-7336-3).
 URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-015-7336-3>
- [71] C. Chen, F. Peng, R. Yan, Z. Fan, Y. Li, D. Wei, [Posture-dependent stability prediction of a milling industrial robot based on inverse distance weighted](#)

- [method](#), Procedia Manufacturing 17 (2018) 993 – 1000, 28th International Conference on Flexible Automation and Intelligent Manufacturing (FAIM2018), June 11-14, 2018, Columbus, OH, USA Global Integration of Intelligent Manufacturing and Smart Industry for Good of Humanity (2018). doi:<https://doi.org/10.1016/j.promfg.2018.10.104>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2351978918312216>
- [72] Y. Mohammadi, K. Ahmadi, [Effect of axial vibrations on regenerative chatter in robotic milling](#), Procedia CIRP 82 (2019) 503 – 508, 17th CIRP Conference on Modelling of Machining Operations (17th CIRP CMMO) (2019). doi:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.235>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827119308820>
- [73] S. Mousavi, V. Gagnol, B. C. Bouzgarrou, P. Ray, [Stability optimization in robotic milling through the control of functional redundancies](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 50 (2018) 181 – 192 (2018). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.09.004>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584516302150>
- [74] B. Gonul, O. F. Sapmaz, L. T. Tunc, [Improved stable conditions in robotic milling by kinematic redundancy](#), Procedia CIRP 82 (2019) 485 – 490, 17th CIRP Conference on Modelling of Machining Operations (17th CIRP CMMO) (2019). doi:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.334>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827119309886>
- [75] C. Sun, P. L. Kengne, A. Barrios, S. Mata, E. Ozturk, [Form error prediction in robotic assisted milling](#), Procedia CIRP 82 (2019) 491 – 496, 17th CIRP Conference on Modelling of Machining Operations (17th CIRP CMMO) (2019). doi:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.335>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827119309898>
- [76] H. N. Huynh, H. Assadi, E. Rivière-Lorphèvre, O. Verlinden, K. Ahmadi, [Modelling the dynamics of industrial robots for milling operations](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 61 (March 2019) (2020) 101852 (feb 2020). doi:[10.1016/j.rcim.2019.101852](https://doi.org/10.1016/j.rcim.2019.101852).
URL <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2019.101852https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0736584519301784>

- [77] D. Piovesan, A. Pierobon, P. DiZio, J. R. Lackner, Measuring multi-joint stiffness during single movements: Numerical validation of a novel time-frequency approach, *PLoS ONE* 7 (3) (2012). doi:[10.1371/journal.pone.0033086](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0033086).
- [78] B. Denkena, B. Bergmann, T. Lepper, [Design and optimization of a machining robot](#), *Procedia Manufacturing* 14 (2017) 89 – 96, 17th Machining Innovations Conference for Aerospace Industry, MIC 2017, 6-7 December 2017, Garbsen, Germany (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.promfg.2017.11.010>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2351978917308685>
- [79] B. Olofsson, O. Sörnmo, U. Schneider, M. Barho, A. Robertsson, R. Johansson, [Increasing the Accuracy for a Piezo-Actuated Micro Manipulator for Industrial Robots using Model-Based Nonlinear Control](#), *IFAC Proceedings Volumes* 45 (22) (2012) 277–282 (2012). doi:[10.3182/20120905-3-HR-2030.00116](https://doi.org/10.3182/20120905-3-HR-2030.00116).
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016336230>
- [80] B. Olofsson, O. Sörnmo, U. Schneider, A. Robertsson, A. Puzik, R. Johansson, [Modeling and control of a piezo-actuated high-dynamic compensation mechanism for industrial robots](#), in: 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE, 2011, pp. 4704–4709 (sep 2011). doi:[10.1109/IROS.2011.6048426](https://doi.org/10.1109/IROS.2011.6048426).
URL <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6048426>
- [81] D. Milutinovic, M. Glavonjic, N. Slavkovic, Z. Dimic, S. Zivanovic, B. Koko-tovic, L. Tanovic, [Reconfigurable robotic machining system controlled and programmed in a machine tool manner](#), *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 53 (9-12) (2011) 1217–1229 (apr 2011). doi:[10.1007/s00170-010-2888-8](https://doi.org/10.1007/s00170-010-2888-8).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-010-2888-8>
- [82] K. Belda, [On-line parameter tuning of model predictive control](#), *IFAC Proceedings Volumes* 44 (1) (2011) 5489 – 5494, 18th IFAC World Congress (2011). doi:<https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.00167>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016444800>

- [83] A. de Luca, R. Mattone, Sensorless robot collision detection and hybrid force/motion control, in: Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005, pp. 999–1004 (April 2005). doi:[10.1109/ROBOT.2005.1570247](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2005.1570247).
- [84] M. Petko, G. Karpiel, T. Uhl, [Neural control of a parallel robot - Design and implementation in FPGA](#), IFAC Proceedings Volumes 39 (16) (2006) 145–150 (2006). doi:[10.3182/20060912-3-DE-2911.00028](https://doi.org/10.3182/20060912-3-DE-2911.00028).
URL <http://dx.doi.org/10.3182/20060912-3-DE-2911.00028><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667015341562>
- [85] C. Chen, F. Peng, R. Yan, Y. Li, D. Wei, Z. Fan, X. Tang, Z. Zhu, [Stiffness performance index based posture and feed orientation optimization in robotic milling process](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 55 (2019) 29 – 40 (2019). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2018.07.003>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584518300024>
- [86] H. N. Geismar, C. Sriskandarajah, N. Ramanan, Increasing throughput for robotic cells with parallel machines and multiple robots, IEEE Transactions on Automation Science and Engineering 1 (1) (2004) 84–89 (2004). doi:[10.1109/TASE.2004.829430](https://doi.org/10.1109/TASE.2004.829430).
- [87] M. Foumani, I. Gunawan, K. Smith-Miles, Increasing Throughput for a Class of Two-Machine Robotic Cells Served by a Multifunction Robot, IEEE Transactions on Automation Science and Engineering 14 (2) (2017) 1150–1159 (2017). doi:[10.1109/TASE.2015.2504478](https://doi.org/10.1109/TASE.2015.2504478).
- [88] M. Saez, F. P. Maturana, K. Barton, D. M. Tilbury, Real-Time Manufacturing Machine and System Performance Monitoring Using Internet of Things, IEEE Transactions on Automation Science and Engineering 15 (4) (2018) 1735–1748 (2018). doi:[10.1109/TASE.2017.2784826](https://doi.org/10.1109/TASE.2017.2784826).
- [89] M. Gadaleta, G. Berselli, M. Pellicciari, [Energy-optimal layout design of robotic work cells: Potential assessment on an industrial case study](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 47 (2017) 102 – 111, sl: FAIM 2015 (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2016.10.002>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584515301484>
- [90] Y. Lin, H. Zhao, H. Ding, [Spindle configuration analysis and optimization considering the deformation in robotic machining applications](#), Robo-

- tics and Computer-Integrated Manufacturing 54 (2018) 83 – 95 (2018).
doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2018.05.005>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584518300231>
- [91] J. Barnfather, M. Goodfellow, T. Abram, [A performance evaluation methodology for robotic machine tools used in large volume manufacturing](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 37 (2016) 49 – 56 (2016). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2015.06.002>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584515000708>
- [92] VDI/DGQ 3441: Statistische Pruefung der Arbeits- und Positionsgenauigkeit von Werkzeugmaschinen; Grundlagen. Statistical Testing of the Operational and Positional Accuracy of Machine Tools; Basis (2019-11).
- [93] W. Xiao, J. Huan, [Redundancy and optimization of a 6R robot for five-axis milling applications: singularity, joint limits and collision](#), Production Engineering 6 (3) (2012) 287–296 (jun 2012). doi:[10.1007/s11740-012-0362-1](https://doi.org/10.1007/s11740-012-0362-1).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s11740-012-0362-1>
- [94] E. Abele, M. Weigold, S. Rothenbücher, [Modeling and identification of an industrial robot for machining applications](#), CIRP Annals 56 (1) (2007) 387 – 390 (2007). doi:<https://doi.org/10.1016/j.cirp.2007.05.090>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607000947>
- [95] G. Xiong, Y. Ding, L. Zhu, [Stiffness-based pose optimization of an industrial robot for five-axis milling](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 55 (2019) 19 – 28 (2019). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2018.07.001>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584517304556>
- [96] J. R. Diaz P., P. Mukherjee, A. Verl, [Automatic Close-optimal Workpiece Positioning for Robotic Manufacturing.](#), Procedia CIRP 72 (2018) 277–284 (2018). doi:[10.1016/j.procir.2018.03.142](https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.03.142).
URL <https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.03.142https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212827118302993>
- [97] J. Brüning, B. Denkena, M. Dittrich, H.-S. Park, [Simulation Based Planning of Machining Processes with Industrial Robots](#), Procedia Manufacturing 6

- (2016) 17–24 (2016). doi:[10.1016/j.promfg.2016.11.003](https://doi.org/10.1016/j.promfg.2016.11.003).
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.promfg.2016.11.003https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2351978916301391>
- [98] C. Friedrich, A. Csiszar, A. Lechler, A. Verl, Efficient Task and Path Planning for Maintenance Automation Using a Robot System, IEEE Transactions on Automation Science and Engineering 15 (3) (2018) 1205–1215 (2018). doi:[10.1109/TASE.2017.2759814](https://doi.org/10.1109/TASE.2017.2759814).
- [99] H. Bremer, F. Pfeiffer, [Experiments with flexible manipulators](#), IFAC Proceedings Volumes 27 (14) (1994) 585 – 592, fourth IFAC Symposium on Robot Control, Capri, Italy, September 19-21, 1994 (1994). doi:[https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)47370-8](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)47370-8).
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017473708>
- [100] E. Abele, J. Bauer, M. Pischian, O. Stryk, M. Friedmann, T. Hemker, Prediction of the tool displacement for robot milling applications using coupled models of an industrial robot and removal simulation, Proceedings of the CIRP 2nd International Conference Process Machine Interactions (2010) 10 (2010).
- [101] A. Pop, V. Dolga, [Vibration Analysis on the Structure of the Robot Yamaha YK 400](#), Applied Mechanics and Materials 762 (2015) 261–266 (may 2015). doi:[10.4028/www.scientific.net/AMM.762.261](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.762.261).
URL <http://www.scientific.net/AMM.762.261https://www.scientific.net/AMM.762.261>
- [102] L. Cen, S. N. Melkote, [Cct-based mode coupling chatter avoidance in robotic milling](#), Journal of Manufacturing Processes 29 (2017) 50 – 61 (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2017.06.010>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1526612517301573>
- [103] M. Cordes, W. Hintze, Y. Altintas, [Chatter stability in robotic milling](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 55 (2019) 11 – 18 (2019). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2018.07.004>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S073658451830084X>
- [104] M. Leonesio, E. Villagrossi, M. Beschi, A. Marini, G. Bianchi, N. Pedrocchi, L. M. Tosatti, V. Grechishnikov, Y. Ilyukhin, A. Isaev, [Vibration analysis of robotic milling tasks](#), Procedia CIRP 67 (2018) 262

- 267, 11th CIRP Conference on Intelligent Computation in Manufacturing Engineering, 19-21 July 2017, Gulf of Naples, Italy (2018). doi:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2017.12.210>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S221282711731154X>

- [105] X. Liu, Y. Li, G. Chen, [Multimode tool tip dynamics prediction based on transfer learning](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 57 (2019) 146 – 154 (2019). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2018.12.001>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S073658451830560X>

- [106] Y. Lin, H. Zhao, H. Ding, [Posture optimization methodology of 6r industrial robots for machining using performance evaluation indexes](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 48 (2017) 59 – 72 (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.02.002>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584516301223>

- [107] Y. Guo, H. Dong, Y. Ke, [Stiffness-oriented posture optimization in robotic machining applications](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 35 (2015) 69 – 76 (2015). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2015.02.006>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584515000241>

- [108] J. Liang, A research on the mounted configuration of end-effector for robotic drilling, Robotica 33 (10) (2015) 2156–2165 (2015).

- [109] P. Yuan, Q. Wang, Z. Shi, T. Wang, C. Wang, D. Chen, L. Shen, [A micro-adjusting attitude mechanism for autonomous drilling robot end-effector](#), Science China Information Sciences 57 (12) (2014) 1–12 (Dec 2014). doi:[10.1007/s11432-014-5190-9](https://doi.org/10.1007/s11432-014-5190-9).
URL <https://doi.org/10.1007/s11432-014-5190-9>

- [110] Y. Bu, W. Liao, W. Tian, J. Zhang, L. Zhang, [Stiffness analysis and optimization in robotic drilling application](#), Precision Engineering 49 (2017) 388 – 400 (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2017.04.001>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141635916304184>

- [111] A. Frommknecht, J. Kuehnle, I. Effenberger, S. PIDAN, [Multi-sensor measurement system for robotic drilling](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 47 (2017) 4 – 10, SI: FAIM 2015 (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.01.002>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584515301472>
- [112] Y. Guo, H. Dong, G. Wang, Y. Ke, [Vibration analysis and suppression in robotic boring process](#), International Journal of Machine Tools and Manufacture 101 (2016) 102 – 110 (2016). doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2015.11.011>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695515300912>
- [113] W. Y. Hsu, J. S. Chen, Error analysis and auto-calibration for a Cartesian-guided tripod machine tool, International Journal of Advanced Manufacturing Technology 24 (11-12) (2004) 899–909 (2004). doi:[10.1007/s00170-003-1800-1](https://doi.org/10.1007/s00170-003-1800-1).
- [114] G. Cui, H. Zhang, D. Zhang, F. Xu, Analysis of the kinematic accuracy reliability of a 3-dof parallel robot manipulator, International Journal of Advanced Robotic Systems 12 (2015).
- [115] P. Yuan, F. Su, Z. Shi, T. Wang, D. Chen, [Autonomous path planning solution for industrial robot manipulator using backpropagation algorithm](#), Advances in Mechanical Engineering 7 (12) (2015) 168781401561976 (dec 2015). doi:[10.1177/1687814015619768](https://doi.org/10.1177/1687814015619768).
URL <http://ade.sagepub.com/lookup/doi/10.1177/1687814015619768><http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1687814015619768>
- [116] J. Volech, L. Mráz, Z. Šika, M. Valášek, [Model of Flexible Robot with Deformation Detection](#), Procedia Engineering 96 (2014) 510–516 (2014). doi:[10.1016/j.proeng.2014.12.123](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.123).
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877705814031816>
- [117] B. Xue, J. Zhu, Z. Zhao, J. Wu, Z. Liu, Q. Wang, [Validation and mathematical model of workspace Measuring and Positioning System as an integrated metrology system for improving industrial robot positioning](#), Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture 228 (3) (2014) 422–440 (mar 2014). doi:[10.1177/](https://doi.org/10.1177/)

0954405413499901.
URL <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0954405413499901>
- [118] S. Zargarbashi, W. Khan, J. Angeles, [The Jacobian condition number as a dexterity index in 6R machining robots](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 28 (6) (2012) 694–699 (dec 2012). doi:10.1016/j.rcim.2012.04.004.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.rcim.2012.04.004><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0736584512000427>
- [119] M. Cherif, J.-y. Knevez, A. Ballu, C. A. D. Cam, Thermal aspects on robot machining accuracy, in: *Measurement*, 2010, pp. 2–5 (2010).
- [120] S. Engin, Y. Altintas, [Mechanics and dynamics of general milling cutters.: Part I: helical end mills](#), *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 41 (15) (2001) 2195–2212 (dec 2001). doi:10.1016/S0890-6955(01)00045-1.
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0890695501000463><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0890695501000451>
- [121] Y. Altintas, E. Budak, [Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling](#), *CIRP Annals* 44 (1) (1995) 357–362 (1995). doi:10.1016/S0007-8506(07)62342-7.
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0007850607623427>
- [122] Y. Altintas, *Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design*, First Edition, Cambridge University Press, March 2000. ISBN 0-521-65973-6., 2000 (03 2000).
- [123] Y. ALTINTAS, [Analytical Prediction of Three Dimensional Chatter Stability in Milling.](#), *JSME International Journal Series C* 44 (3) (2001) 717–723 (2001). doi:10.1299/jsmec.44.717.
URL <http://joi.jlc.jst.go.jp/JST.JSTAGE/jsmec/44.717?from=CrossRef>
- [124] E. Budak, [Analytical models for high performance milling. Part I: Cutting forces, structural deformations and tolerance integrity](#), *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 46 (12-13) (2006) 1478–1488 (oct 2006). doi:10.1016/j.ijmachtools.2005.09.009.
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0890695505002622>

- [125] A. A. Ammar, Z. Bouaziz, A. Zghal, Modelling and Simulation of the Cutting Forces for 2 . 5 D Pockets Machining, *Advances in Production Engineering and Management* 4 (2009) 163–176 (2009).
- [126] E. Rivière-Lorphèvre, H. N. Huynh, F. Ducobu, O. Verlinden, [Cutting Force Prediction in Robotic Machining](#), *Procedia CIRP* 82 (2019) 509–514 (2019). doi:10.1016/j.procir.2019.04.143.
URL <https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.143https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212827119307577>
- [127] M. Kaymakci, Z. Kilic, Y. Altintas, Unified cutting force model for turning, boring, drilling and milling operations, *International Journal of Machine Tools and Manufacture* s 54-55 (2012) 34–45 (03 2012). doi:10.1016/j.ijmachtools.2011.12.008.
- [128] M. Pirtini, I. Lazoglu, [Forces and hole quality in drilling](#), *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 45 (11) (2005) 1271–1281 (sep 2005). doi:10.1016/j.ijmachtools.2005.01.004.
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0890695505000076>
- [129] R. Maldonado-Echegoyen, E. Castillo-Castañeda, M. Garcia-Murillo, Kinematic and deformation analyses of a translational parallel robot for drilling tasks, *Journal of Mechanical Science and Technology* 29 (10) (2015) 4437–4443 (2015).
- [130] E. Abele, J. Bauer, T. Hemker, R. Laurischkat, H. Meier, S. Reese, O. von Stryk, [Comparison and validation of implementations of a flexible joint multibody dynamics system model for an industrial robot](#), *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* 4 (1) (2011) 38 – 43, special Section on Innovative and Cognitive Manufacturing Engineering (2011). doi:https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2011.01.006.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1755581711000149>
- [131] A. Klimchik, D. Chablat, A. Pashkevich, [Stiffness modeling for perfect and non-perfect parallel manipulators under internal and external loadings](#), *Mechanism and Machine Theory* 79 (2014) 1–28 (sep 2014). doi:10.1016/j.mechmachtheory.2014.04.002.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.04.002https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0094114X14001098>

- [132] C. Doukas, J. Pandremenos, P. Stavropoulos, P. Foteinopoulos, G. Chryssolouris, [On an empirical investigation of the structural behavior of robots](#), *Procedia CIRP* 3 (2012) 501 – 506, 45th CIRP Conference on Manufacturing Systems 2012 (2012). doi:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2012.07.086>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827112002582>
- [133] N. Esfandi, T.-C. Tsao, [Robot assisted machining of thin-walled structures](#), *IFAC-PapersOnLine* 50 (1) (2017) 14594 – 14599, 20th IFAC World Congress (2017). doi:<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.2110>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S240589631732774X>
- [134] K. Raza, T. A. Khan, N. Abbas, [Kinematic analysis and geometrical improvement of an industrial robotic arm](#), *Journal of King Saud University - Engineering Sciences* 30 (3) (2018) 218 – 223, *sl: Industrial Performance Appraisal: Theory, Application and Future Directions* (2018). doi:<https://doi.org/10.1016/j.jksues.2018.03.005>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1018363917304464>
- [135] A. Klimchik, A. Pashkevich, D. Chablat, [MSA-technique for stiffness modeling of manipulators with complex and hybrid structures](#), *IFAC-PapersOnLine* 51 (22) (2018) 37–43 (2018). doi:[10.1016/j.ifacol.2018.11.515](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.11.515).
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S240589631833221X>
- [136] C. Bonaventura, K. Jablokow, K. Buffinton, [A MODULAR ALGORITHM FOR THE DYNAMICS OF MULTIPLE FLEXIBLE ROBOTS](#), *International Journal of Robotics and Automation* 22 (3) (2007) 222–234 (2007). doi:[10.2316/Journal.206.2007.3.206-2959](https://doi.org/10.2316/Journal.206.2007.3.206-2959).
URL <http://www.actapress.com/PaperInfo.aspx?paperId=31752>
- [137] M. H. Korayem, S. E. Farahmandpour, S. A. Hashemi, [Optimal actuator sizing and end point deformation for mobile robotic manipulators with elastic joint based on load criteria](#), *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 30 (3-4) (2006) 357–368 (sep 2006). doi:[10.1007/s00170-005-0078-x](https://doi.org/10.1007/s00170-005-0078-x).
URL <http://link.springer.com/10.1007/s00170-005-0078-x>

- [138] A. Klimchik, B. Furet, S. Caro, A. Pashkevich, [Identification of the manipulator stiffness model parameters in industrial environment](#), *Mechanism and Machine Theory* 90 (2015) 1–22 (aug 2015). doi:10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.002.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.002><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0094114X15000397>
- [139] C. Lehmann, B. Olofsson, K. Nilsson, M. Halbauer, M. Haage, A. Robertsson, O. Sörnmo, U. Berger, [Robot Joint Modeling and Parameter Identification Using the Clamping Method](#), *IFAC Proceedings Volumes* 46 (9) (2013) 813–818 (2013). doi:10.3182/20130619-3-RU-3018.00226.
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016343889>
- [140] J. K. Salisbury, Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates, in: 1980 19th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1980, pp. 95–100 (1980).
- [141] C. Dumas, S. Caro, M. Chérif, S. Garnier, B. Furet, [A methodology for joint stiffness identification of serial robots](#), in: 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE, 2010, pp. 464–469 (oct 2010). doi:10.1109/IRoS.2010.5652140.
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/5652140/>
- [142] S.-F. Chen, I. Kao, [Conservative Congruence Transformation for Joint and Cartesian Stiffness Matrices of Robotic Hands and Fingers](#), *The International Journal of Robotics Research* 19 (9) (2000) 835–847 (sep 2000). doi:10.1177/02783640022067201.
URL <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/02783640022067201>
- [143] C. Dumas, S. Caro, S. Garnier, B. Furet, [Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 27 (4) (2011) 881–888 (aug 2011). doi:10.1016/j.rcim.2011.02.003.
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0736584511000342>
- [144] A. Pashkevich, A. Klimchik, D. Chablat, [Enhanced stiffness modeling of manipulators with passive joints](#), *Mechanism and Machine Theory* 46 (5) (2011) 662–679 (may 2011). doi:10.1016/j.mechmachtheory.2010.12.008.

- URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2010.12.008>
<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0094114X10002338>
- [145] T. Bonnemains, H. Chanal, B. Bouzgarrou, P. Ray, [Dynamic model of an overconstrained pkm with compliances: The tripteur x7](#), Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 29 (1) (2013) 180 – 191 (2013). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2012.05.003>.
 URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584512000695>
- [146] S. Baglioni, F. Cianetti, C. Braccesi, L. Landi, [Parametric Multi-body Modeling of Anthropomorphic Robot to Predict Joint Compliance Influence on End Effector Positioning](#), Vol. Volume 4A: Dynamics, Vibration and Control of ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2013, v04AT04A091 (11 2013). [arXiv:https://asmedigitalcollection.asme.org/IMECE/proceedings-pdf/IMECE2013/56246/V04AT04A091/4230141/v04at04a091-imece2013-64815.pdf](https://arxiv.org/abs/https://asmedigitalcollection.asme.org/IMECE/proceedings-pdf/IMECE2013/56246/V04AT04A091/4230141/v04at04a091-imece2013-64815.pdf), doi:[10.1115/IMECE2013-64815](https://doi.org/10.1115/IMECE2013-64815).
 URL <https://doi.org/10.1115/IMECE2013-64815>
- [147] A. R. da Silva, L. C. G. de Souza, B. Schäfer, [Joint Dynamics Modeling and Parameter Identification for Space Robot Applications](#), Mathematical Problems in Engineering 2007 (2007) 1–19 (2007). doi:[10.1155/2007/12361](https://doi.org/10.1155/2007/12361).
 URL <http://www.hindawi.com/journals/mpe/2007/012361/abs/>
- [148] Y. Luo, O. Gibaru, A. Olabi, [Dynamic Simulation of the Six Axis Machining Robot for Trajectory Planning in CATIA-LMS](#), Applied Mechanics and Materials 163 (2012) 74–78 (apr 2012). doi:[10.4028/www.scientific.net/AMM.163.74](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.163.74).
 URL <http://www.scientific.net/AMM.163.74><https://www.scientific.net/AMM.163.74>
- [149] J. J. Craig, Introduction to Robotics: Mechanics and Control, 3rd Edition, Pearson, Prentice Hall, 2005 (2005).
- [150] S. Baglioni, F. Cianetti, C. Braccesi, D. M. De Micheli, Multibody modelling of N DOF robot arm assigned to milling manufacturing. Dynamic analysis and position errors evaluation, Journal of Mechanical Science and Technology 30 (1) (2016) 405–420 (2016). doi:[10.1007/s12206-015-1245-0](https://doi.org/10.1007/s12206-015-1245-0).

- [151] S. Moberg, Modeling and control of flexible manipulators, Ph.D. thesis, Linköping University Linköping University, Automatic Control, The Institute of Technology (2010).
- [152] W. Veitschegger, Chi-Haur Wu, [Robot accuracy analysis based on kinematics](#), IEEE Journal on Robotics and Automation 2 (3) (1986) 171–179 (1986). doi:[10.1109/JRA.1986.1087054](#).
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1087054/>
- [153] T. Olsson, A. Robertsson, R. Johansson, [Flexible Force Control for Accurate Low-Cost Robot Drilling](#), in: Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, no. April, IEEE, 2007, pp. 4770–4775 (apr 2007). doi:[10.1109/ROBOT.2007.364214](#).
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/4209832/>
- [154] S. K. Dwivedy, P. Eberhard, Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review, Mechanism and machine theory 41 (7) (2006) 749–777 (2006).
- [155] A. Olabi, R. Béarée, O. GIBARU, M. Damak, [Feedrate planning for machining with industrial six-axis robots](#), Control Engineering Practice 18 (5) (2010) 471–482 (may 2010). doi:[10.1016/j.conengprac.2010.01.004](#).
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967066110000055>
- [156] J. M. Verdú, J. M. S. Navarro, V. J. G. Penella, N. M. G. Aracil, Á. M. L. Buendía, Rapid design and synthesis of robots using standard computer tools, Industrial Robot 40 (4) (2013) 363–381 (2013). doi:[10.1108/01439911311320877](#).
- [157] Y. L. Hwang, [Recursive Newton-Euler formulation for flexible dynamic manufacturing analysis of open-loop robotic systems](#), International Journal of Advanced Manufacturing Technology 29 (5-6) (2006) 598–604 (sep 2006). doi:[10.1007/BF02729114](#).
URL <http://link.springer.com/10.1007/BF02729114>
- [158] S. Zargarbashi, W. Khan, J. Angeles, [Posture optimization in robot-assisted machining operations](#), Mechanism and Machine Theory 51 (2012) 74 – 86 (2012). doi:<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.11.017>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X11002357>

- [159] B. Gherman, D. Pîslă, C. Vaida, N. Plitea, [Development of inverse dynamic model for a surgical hybrid parallel robot with equivalent lumped masses](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 28 (3) (2012) 402 – 415 (2012). doi:<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2011.11.003>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584511001359>

- [160] J. García de Jalón, [Twenty-five years of natural coordinates](#), *Multibody System Dynamics* 18 (1) (2007) 15–33 (Aug 2007). doi:[10.1007/s11044-007-9068-0](https://doi.org/10.1007/s11044-007-9068-0).
URL <https://doi.org/10.1007/s11044-007-9068-0>

- [161] H. L. Pham, B. V. Adorno, V. Perdereau, P. Fraisse, [Set-point control of robot end-effector pose using dual quaternion](#), *Robotics and Computer Integrated Manufacturing* 52 (August 2017) (2018) 100–110 (2018). doi:[10.1016/j.rcim.2017.11.003](https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.11.003).
URL <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.11.003>

- [162] L. Lienenlücke, S. Storms, C. Brecher, [Predicting Path Inaccuracies in Robot-based Machining Operations Using Inverse Kinematics](#), *IFAC-PapersOnLine* 52 (13) (2019) 1785–1790 (2019). doi:[10.1016/j.ifacol.2019.11.460](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.460).
URL <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.460https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2405896319314417>

- [163] J. T. Machado, J. M. de Carvalho, J. S. Matos, A. Costa, [Robot manipulator dynamics - towards better computational algorithms](#), *IFAC Proceedings Volumes* 21 (16) (1988) 69 – 74, 2nd IFAC Symposium on Robot Control 1988 (SYROCO '88), Karlsruhe, FRG, 5-7 October (1988). doi:[https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)54589-9](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)54589-9).
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017545899>

- [164] W. Schiehlen, [Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives](#), *Multibody System Dynamics* 1 (2) (1997) 149–188 (1997). doi:[10.1023/A:1009745432698](https://doi.org/10.1023/A:1009745432698).
URL <https://doi.org/10.1023/A:1009745432698>

- [165] Yunjiang Lou, Guanfeng Liu, Zexiang Li, [Randomized Optimal Design of Parallel Manipulators](#), *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 5 (2) (2008) 223–233 (apr 2008). doi:[10.1109/TASE.2007](https://doi.org/10.1109/TASE.2007).

909446.

URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/4407748/>

- [166] G. Yin, Z. Zhu, H. Gong, Z. Lu, H. Yong, L. Liu, W. He, [Flexible punching system using industrial robots for automotive panels](#), *Robotics and Computer Integrated Manufacturing* 52 (June 2017) (2018) 92–99 (2018). doi:10.1016/j.rcim.2017.11.002.
URL <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.11.002>
- [167] W. Xiao, H. Strauß, T. Loohß, H.-W. Hoffmeister, J. Hesselbach, [Closed-form inverse kinematics of 6R milling robot with singularity avoidance](#), *Production Engineering* 5 (1) (2011) 103–110 (feb 2011). doi:10.1007/s11740-010-0283-9.
URL <http://link.springer.com/10.1007/s11740-010-0283-9>
- [168] T. Vampola, M. Valasek, Composite rigid body formalism for flexible multibody systems, *Multibody System Dynamics* 18 (3) (2007) 413–433 (oct 2007). doi:10.1007/s11044-007-9089-8.
- [169] R. Isermann, W. Appel, B. Freyermuth, A. Fuchs, W. Janik, D. Neumann, T. Reiss, P. Wanke, [Model based fault diagnosis and supervision of machines and drives](#), *IFAC Proceedings Volumes* 23 (8, Part 4) (1990) 1 – 12, 11th IFAC World Congress on Automatic Control, Tallinn, 1990 - Volume 4, Tallinn, Finland (1990). doi:[https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)51793-0](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)51793-0).
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017517930>
- [170] A. Noshadi, M. Mailah, A. Zolfagharian, [Intelligent active force control of a 3-rrr parallel manipulator incorporating fuzzy resolved acceleration control](#), *Applied Mathematical Modelling* 36 (6) (2012) 2370 – 2383 (2012). doi:<https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.08.033>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X11005336>
- [171] D. Pislă, B. Gherman, C. Vaida, M. Suciu, N. Plitea, [An active hybrid parallel robot for minimally invasive surgery](#), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29 (4) (2013) 203–221 (2013). doi:10.1016/j.rcim.2012.12.004.
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.rcim.2012.12.004>
- [172] E. Mucchi, S. Fiorati, R. Di Gregorio, G. Dalpiaz, Multibody modeling and vibration testing of 3R planar manipulators: Effects of flexible insta-

- llation frames, *Robotica* 31 (8) (2013) 1209–1220 (2013). doi:[10.1017/S026357471300043X](https://doi.org/10.1017/S026357471300043X).
- [173] W. A. Khan, J. Angeles, The Kinetostatic Optimization of Robotic Manipulators : The Inverse and the Direct Problems, *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME* 128 (January 2006) (2006) 168–178 (jan 2006). doi:[10.1115/1.2120808](https://doi.org/10.1115/1.2120808).
- [174] J. Denavit, R. S. Hartenberg, A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices, *Trans. ASME E, Journal of Applied Mechanics* 22 (1955) 215–221 (June 1955).
- [175] J. García de Jalón, E. Bayo, *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems: The Real-time Challenge.*, Springer, New York, New York, NY, 2011 (2011). doi:[10.1007/978-1-4612-2600-0](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-2600-0).
- [176] J. Unda, J. García de Jalón, [Análisis cinemático y dinámico de sistemas mecánicos formados por varios sólidos rígidos](#), *Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería* 1 (1985) 31–48 (1985).
URL <http://hdl.handle.net/2099/7296>
- [177] J. García de Jalón, A. Callejo, A. F. Hidalgo, M. D. Gutiérrez, [Efficient Solution of Maggi's Equations](#), in: *Volume 4: 8th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control, Parts A and B, ASMEDC, 2011*, pp. 115–124 (jan 2011). doi:[10.1115/DETC2011-48366](https://doi.org/10.1115/DETC2011-48366).
URL <https://asmedigitalcollection.asme.org/IDETC-CIE/proceedings/IDETC-CIE2011/54815/115/353755>
- [178] J. García de Jalón, J. Cuadrado, *Las Coordenadas Naturales: Origen y Circunstancias*, Madrid (2019).
- [179] J. García de Jalón, J. Unda, A. Avello, J. M. Jiménez, [Dynamic Analysis of Three-Dimensional Mechanisms in "Natural" Coordinates](#), *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design* 109 (4) (1987) 460–465 (dec 1987). doi:[10.1115/1.3258818](https://doi.org/10.1115/1.3258818).
URL <https://asmedigitalcollection.asme.org/mechanicaldesign/article/109/4/460/435112/Dynamic-Analysis-of-ThreeDimensional-Mechanisms-in>
- [180] A. Luaces Fernández, *Contact and HiL Interaction in Multibody Based Machinery Simulators*, Ph.D. thesis, Universidade da Coruña (2013).

- [181] P. E. Nikravesh, R. A. Wehage, Euler Parameters in Computational Kinematics and Dynamics (84) (1985) 3–6 (1985).
- [182] F. Pfeiffer, [Robots with unilateral constraints](#), IFAC Proceedings Volumes 30 (20) (1997) 519 – 530, 5th IFAC Symposium on Robot Control 1997 (SYROCO '97), Nantes, France, 3-5 September (1997). doi:[https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)44313-8](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)44313-8).
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017443138>
- [183] V. Panwar, N. Sukavanam, [Design of Optimal Hybrid Position/Force Controller for a Robot Manipulator Using Neural Networks](#), Mathematical Problems in Engineering 2007 (2007) 1–23 (2007). doi:[10.1155/2007/65028](https://doi.org/10.1155/2007/65028).
URL <http://www.hindawi.com/journals/mpe/2007/065028/abs/>
- [184] M. M. da Silva, O. BrÃ¼ls, J. Swevers, W. Desmet, H. V. Brussel, [Computer-aided integrated design for machines with varying dynamics](#), Mechanism and Machine Theory 44 (9) (2009) 1733 – 1745 (2009). doi:<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2009.02.006>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X09000433>
- [185] Y. Zhao, Z. F. Bai, [Dynamics analysis of space robot manipulator with joint clearance](#), Acta Astronautica 68 (7-8) (2011) 1147–1155 (apr 2011). doi:[10.1016/j.actaastro.2010.10.004](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2010.10.004).
URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2010.10.004><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0094576510003838>
- [186] V. Portman, V. Chapsky, Y. Shneor, E. Ayalon, [Machine stiffness rating: Characterization and evaluation in design stage](#), Procedia CIRP 36 (2015) 111 – 116, cIRP 25th Design Conference Innovative Product Creation (2015). doi:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2015.01.080>.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S221282711500637X>
- [187] S. Baglioni, F. Cianetti, C. Braccesi, L. Landi, [Parametric multibody modeling of antropomorphic robot to predict joint compliance influence on end effector positioning](#), in: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings (IMECE), Vol. 4 A, American Society of Mechanical Engineers (ASME), 2013, pp. 1–11 (2013). doi:[10.1115/IMECE2013-64815](https://doi.org/10.1115/IMECE2013-64815).
URL <https://doi.org/10.1115/IMECE2013-64815>

- [188] A. A. Shabana, Dynamics of Multibody Systems, 4th Edition, Cambridge University Press, 2013 (2013). doi:[10.1017/CB09781107337213](https://doi.org/10.1017/CB09781107337213).
- [189] E. Ferreras Higuero, [Caracterización de un robot para aplicaciones de mecanizado con requerimientos de tolerancias](#), Master's thesis (2014). URL <http://oa.upm.es/33592/>
- [190] ISO 5725-1: Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 1: General principles and definitions (1994).
- [191] UNE EN ISO 9283:2003, Manipulating industrial robots – Performance criteria and related test methods (ISO 9283:1998) (2003).
- [192] UNE-EN 485-2:2017+A1:2019: Aluminio y aleaciones de aluminio. Chapas, bandas y planchas. Parte 2: Características mecánicas (2019).
- [193] ISO 3002-1: Basic quantities in cutting and grinding – Part 1: Geometry of the active part of cutting tools - General terms, reference systems, tool and working angles, chip breakers (1982).
- [194] UNE 16149-1: Geometría de la parte activa de las herramientas de corte. Generalidades, sistemas de referencia, ángulos de la herramienta y ángulos de trabajo (1982).
- [195] M. Guzmán Villaseñor, Análisis del proceso de taladrado considerando nuevas geometrías de herramientas, UPM (2011).
- [196] ABB Robotics, IRB 6640 / IRB 6640ID – Industrial Robot – Main Applications – Material handling – Machine tending – Spot welding (2013).
- [197] ISO 9787: Robots and robotic devices.- Coordinate systems and motion nomenclatures (2013).
- [198] UNE EN ISO 8373: Robots manipuladores industriales. Vocabulario (1998).
- [199] J. García de Jalón, Análisis cinemático y dinámico de sistemas multicuerpo 3–D: aplicación a la dinámica vehicular, UPM (2009).
- [200] H. Cheng, K. C. Gupta, An historical note on finite rotations, Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME 56 (1) (1989) 139–145 (1989). doi:[10.1115/1.3176034](https://doi.org/10.1115/1.3176034).
- [201] J. García de Jalón, Matemáticas Especialidad Ingeniería Mecánica. Práctica 4, UPM (2014).
- [202] J. García de Jalón, Interpolación y aproximación de funciones, UPM (2014).

- [203] Y. Wu, A. Klimchik, S. Caro, B. Furet, A. Pashkevich, Geometric calibration of industrial robots using enhanced partial pose measurements and design of experiments, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 35 (2015) 151–168 (2015). [doi:10.1016/j.rcim.2015.03.007](https://doi.org/10.1016/j.rcim.2015.03.007).
- [204] K. Subrin, Optimisation du comportement de cellules robotiques par gestion des redondances : application à la découpe de viande et à l' Usinage Grande Vitesse, Ph.D. thesis (2013).
- [205] UNE EN 1706:1998-2011, Aluminium and aluminium alloys – Castings – Chemical composition and mechanical properties (2011).