

## TÉCNICAS DE MODELIZACIÓN SIMPLIFICADA DE PANELES SOLARES

S. Pindado, E. Roibas-Millan, J.L. Cubero-Estallrich, A. González-Estrada, R. Jado-Puente, M. Sanabria-Pinzón, J.M. Alvarez, D. Alfonso-Corcuera, J. Cubas, Instituto Universitario de Microgravedad "Ignacio Da Riva" (IDR/UPM), Universidad Politécnica de Madrid (UPM), ETSI Aeronáutica y del Espacio, Pza. del Cardenal Cisneros 3, Madrid 28040, España ([santiago.pindado@upm.es](mailto:santiago.pindado@upm.es))

**Introducción:** La modelización del comportamiento de paneles solares es un aspecto de especial interés para gran cantidad de proyectos espaciales [1,2]. En el Instituto IDR/UPM se ha constatado en los últimos años la necesidad de contar con modelos de simulación lo más simples posible (sin devaluar su precisión) ante la necesidad de:

- realizar cálculos en procesos de diseño concurrente, y
- realizar cálculos de tipo acoplado (por ejemplo, de tipo termo eléctrico realizados en ESATAN) [3].

**Modelización de un panel solar:** El modelo más conocido de panel solar es el circuito eléctrico equivalente de 1 diodo y 2 resistencias, o modelo 1D/2R (Fig. 1), mediante el cual se puede modelar con precisión el comportamiento de una célula o panel solar, esto es, su curva  $I$ - $V$ , que relaciona la corriente de salida,  $I$ , con la tensión de salida,  $V$  (Fig. 2) [4].

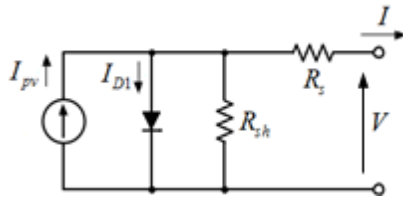


Fig. 1 Modelo 1D/2R de una célula/panel solar.

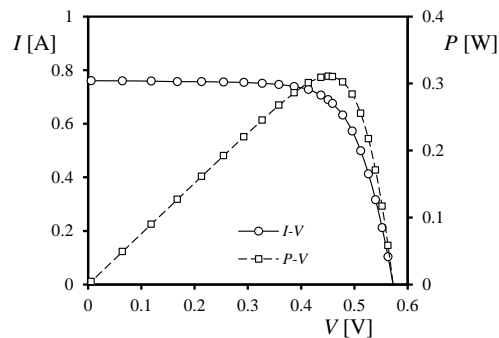


Fig. 2 Curvas  $I$ - $V$  (corriente-voltaje) y  $P$ - $V$  (potencia-voltaje) de una célula solar de Si.

**Modelo 1D/2R:** Este modelo es representado por la siguiente ecuación [4]:

$$I = I_{pv} - I_0 \left[ \exp\left(\frac{V + IR_s}{naV_T}\right) - 1 \right] - \frac{V + IR_s}{R_{sh}}, \quad (1)$$

en la que  $I_{pv}$  es la corriente suministrada por la fuente ideal,  $I_0$  es la corriente de saturación del diodo,  $R_s$  y  $R_{sh}$  son las resistencias en serie y en paralelo,  $a$  es la constante de idealidad,  $n$  es el

número de células conectadas en serie, y  $V_T = \kappa T/q$ , en donde  $T$  es la temperatura,  $q$  la carga del electrón y  $\kappa$  la constante de Boltzmann.

Para resolver de forma analítica la ecuación (1) es preciso conocer las corrientes y tensiones en los tres puntos característicos de la curva  $I$ - $V$ : corriente de cortocircuito,  $I_{sc}$ , tensión de circuito abierto,  $V_{oc}$ , y corriente y tensión en el punto de máxima potencia,  $I_{mp}$  y  $V_{mp}$ . Una vez se ha escogido un valor razonable del factor de idealidad,  $a \approx 1$ , es posible calcular, primero  $R_s$  [5]:

$$R_s = A(W_{-1}(B \exp(C)) - (D + C)), \quad (2)$$

en donde:

$$A = \frac{naV_T}{I_{mp}}, B = -\frac{V_{mp}(2I_{mp} - I_{sc})}{V_{mp}I_{sc} + V_{oc}(I_{mp} - I_{sc})}, \quad (3)$$

$$C = -\frac{2V_{mp} - V_{oc}}{naV_T} + \frac{V_{mp}I_{sc} - V_{oc}I_{mp}}{V_{mp}I_{sc} + V_{oc}(I_{mp} - I_{sc})}, D = \frac{V_{mp} - V_{oc}}{naV_T},$$

y luego el resto de parámetros:

$$R_{sh} = \frac{(V_{mp} - I_{mp}R_s)(V_{mp} - R_s(I_{sc} - I_{mp}) - naV_T)}{(V_{mp} - I_{mp}R_s)(I_{sc} - I_{mp}) - naV_T I_{mp}}, \quad (4)$$

$$I_{pv} = \frac{R_{sh} + R_s}{R_{sh}} I_{sc}, I_0 = \frac{(R_{sh} + R_s)I_{sc} - V_{oc}}{R_{sh} \exp\left(\frac{V_{oc}}{naV_T}\right)}$$

Con ello es posible calcular la corriente de salida,  $I$ , en función de la tensión,  $V$ , mediante la ecuación (1), o mediante la forma explícita de esta [6]:

$$I = \frac{R_{sh}(I_{pv} + I_0) - V}{R_{sh} + R_s} - \quad (5)$$

$$\frac{naV_T W_0 \left( \frac{R_{sh}R_s I_0}{naV_T(R_{sh} + R_s)} \exp\left(\frac{R_{sh}R_s(I_{pv} + I_0) + R_{sh}V}{naV_T(R_{sh} + R_s)}\right) \right)}{R_s}$$

En las ecuaciones (2) y (5) aparecen respectivamente las ramas negativa y positiva de la función de Lambert,  $W$  (véase más adelante).

**Modelos explícitos:** Desarrollados como alternativa a la dificultad de la resolución del modelo 1D/2R [7,8].

**Modelo de El-Tayyan :**

$$I = I_{sc} - C_1 \exp\left(-\frac{V_{oc}}{C_2}\right) \left( \exp\left(\frac{V}{C_2}\right) - 1 \right), \quad (6)$$

en donde:

$$C_1 = \frac{I_{sc}}{1 - \exp\left(-\frac{V_{oc}}{C_2}\right)}, C_2 = \frac{V_{mp} - V_{oc}}{W_{-1}\left(\left(1 - \frac{V_{oc}}{V_{mp}}\right)\left(\frac{I_{mp}}{I_{sc}}\right)\right)}, \quad (7)$$

si  $V_{oc}/C_2 \gg 1$ .

Modelo de Karmalkar & Haneefa:

$$\frac{I}{I_{sc}} = 1 - (1 - \gamma) \left( \frac{V}{V_{oc}} \right) - \gamma \left( \frac{V}{V_{oc}} \right)^m, \quad (8)$$

en donde:

$$m = \frac{W_{-1} \left( - \left( \frac{V_{oc}}{V_{mp}} \right)^{\frac{1}{K}} \left( \frac{1}{K} \right) \ln \left( \frac{V_{mp}}{V_{oc}} \right) \right)}{\ln \left( \frac{V_{mp}}{V_{oc}} \right)} + \frac{1}{K} + 1, \quad (9)$$

$$K = \frac{1 - \left( \frac{I_{mp}}{I_{sc}} \right) - \left( \frac{V_{mp}}{V_{oc}} \right)}{2 \left( \frac{I_{mp}}{I_{sc}} \right) - 1}, \gamma = \frac{2 \left( \frac{I_{mp}}{I_{sc}} \right) - 1}{(m-1) \left( \frac{V_{mp}}{V_{oc}} \right)^m}.$$

Modelo de Das:

$$\frac{I}{I_{sc}} = \frac{1 - \left( \frac{V}{V_{oc}} \right)^k}{1 + h \left( \frac{V}{V_{oc}} \right)}, \quad (10)$$

en donde:

$$k = \frac{W_{-1} \left( \left( \frac{I_{mp}}{I_{sc}} \right) \ln \left( \frac{V_{mp}}{V_{oc}} \right) \right)}{\ln \left( \frac{V_{mp}}{V_{oc}} \right)}, h = \left( \frac{V_{oc}}{V_{mp}} \right) \left( \frac{I_{sc}}{I_{mp}} - \frac{1}{k} - 1 \right). \quad (11)$$

Como ocurre en la anterior sección, en las ecuaciones (7), (9) y (11) aparece la función de Lambert,  $W$  (concretamente, su rama negativa).

**Modelización de convertidores DC-DC:** Para lograr que un panel solar trabaje en su punto de máxima potencia, se ha de llevar a un determinado punto su tensión de salida (V en la Fig. 1). Esto puede realizarse mediante un convertor DC-DC (véase la Fig. 3).

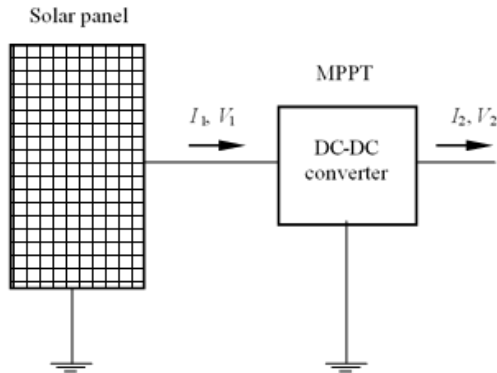


Fig. 3. Esquema de un panel solar conectado a un convertor DC-DC actuando como MPPT (Maximum Power Point Tracking).

El comportamiento de un convertor DC-DC puede ser definido por su eficiencia, esto es, el cociente entre la potencia de entrada y salida:

$$\eta = \frac{V_2 I_2}{V_1 I_1}. \quad (12)$$

Este parámetro se ha representado en la Fig. 4 en función de la corriente de salida,  $I_2$  (véase la Fig. 3).

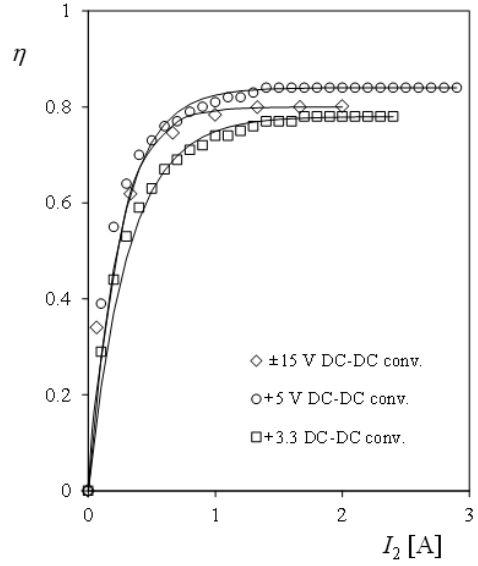


Fig. 4. Eficiencia,  $\eta$ , de los tres convertidores DC-DC del UPMSat-2, en función de la corriente de salida,  $I_2$ .

En la Fig. 4 se han ajustado a los datos experimentales a la siguiente ecuación:

$$\eta = \eta_{\max} (1 - \exp(g(I_2))), \quad (13)$$

en donde  $\eta_{\max}$  es la eficiencia máxima y  $g$  es una función (en general, polinómica), que depende de la corriente de salida,  $I_2$ . Tomando la aproximación más simple,  $g(I_2) = -I_2/I_{ch}$  ( $I_{ch}$  es una constante característica), la ecuación (12) queda reescrita así:

$$I_2 = \frac{V_1 I_1}{V_2} \eta_{\max} \left( 1 - \exp \left( - \frac{I_2}{I_{ch}} \right) \right), \quad (14)$$

cuya solución es:

$$I_2 = I_{ch} (\lambda + W_0^- (-\lambda \exp(-\lambda))), \lambda = \frac{V_1 I_1}{V_2 I_{ch}} \eta_{\max}, \quad (15)$$

en donde  $W_0^-$  es una sub-rama de la función de Lambert.

**La Función de Lambert,  $W$ :** Esta función resulta una ayuda muy valiosa para resolver ecuaciones implícitas que involucren términos exponenciales. Esta función se define como:

$$z = W(z) \exp(W(z))$$

en donde  $z$  es un número complejo. En la Fig. 5 se muestra la función tomando la variable en el plano de los números reales (y no complejos). Pueden observarse dos ramas principales,  $W_{-1}$  y  $W_0$ , y dentro de esta última dos sub-ramas,  $W_0^-$  y  $W_0^+$ . Puede observarse que esta función no tiene una definición explícita sencilla, aunque hay trabajos en este sentido [9]. En la Fig. 5 se han indicado las zonas en las cuales se han acotado las soluciones de las ecuaciones escritas anteriormente en las cuales se emplea  $W$ .

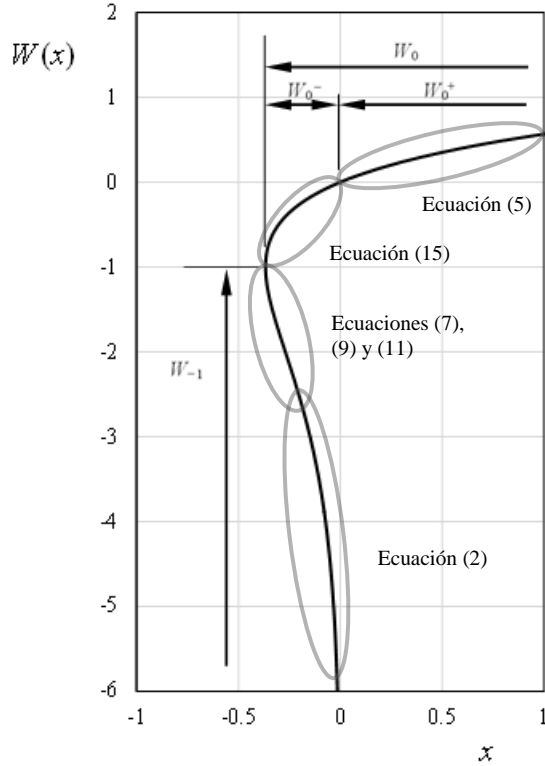


Fig. 5. Función  $W$  de Lambert.

Solución a la ecuación (2):

$$W_{-1}(x) = 2.4978 \cdot 10^{-5} \ln(-x)^3 + 2.8111 \cdot 10^{-3} \ln(-x)^2 + 1.1299 \ln(-x) - 1.4733, \quad (16)$$

con precisión del 0.4% para  $x \in [-10^{-3}, -10^{-20}]$ .

Solución a la ecuación (5): Se proponen tres tramos:

$$W_0^+(x) = x \exp(0.71116x^2 - 0.98639x), \quad (17)$$

con precisión del 0.15% para  $x \in [2 \cdot 10^{-16}, 2 \cdot 10^{-1}]$ .

$$W_0^+(x) = -1.6579 + 0.1396 \left( 2.9179 \cdot 10^5 - (x - 22.8345)^4 \right)^{0.25}, \quad (18)$$

con precisión del 0.16% para  $x \in [0.2, 1.2]$ .

$$W_0^+(x) = -1.2216 + 3.4724 \cdot 10^{-2} \left( 1.7091 \cdot 10^8 - (x - 114.146)^4 \right)^{0.25}, \quad (19)$$

con precisión del 0.08% para  $x \in [1.2, 10]$ .

Solución a las ecuaciones (7), (9) y (11): Se proponen dos tramos:

$$W_{-1}(x) = -1 - \sqrt{42.949x^2 + 37.694x + 8.0542}, \quad (20)$$

con precisión del 0.23% para  $x \in [-0.36785, -0.27]$ .

$$W_{-1}(x) = 0.14279 \ln(-x)^3 + 1.04416 \ln(-x)^2 + 3.92 \ln(-x) + 1.65795, \quad (21)$$

con precisión del 0.02% para  $x \in [-0.27, -0.0732]$ .

Solución a la ecuación (15): Se proponen tres tramos:

$$W_0^-(x) = x, \quad (22)$$

con precisión del 0.8% para  $x \in [-8 \cdot 10^{-3}, 0]$ .

$$W_0^-(x) = 3.50621x^3 - 0.7188x^2 + 1.0104x, \quad (23)$$

con precisión del 0.82% para  $x \in [-2.15 \cdot 10^{-1}, -8 \cdot 10^{-3}]$ .

$$W_0^-(x) = 1.56322 \left( x + e^{-1} \right)^{\frac{1}{24}} - 1, \quad (24)$$

con precisión del 1.86% para  $x \in [-e^{-1}, -2.15 \cdot 10^{-1}]$ .

**Reconocimientos:** El presente trabajo se ha realizado en el marco del Proyecto de Innovación Educativa PIRAMIDE de la Universidad Politécnica de Madrid, que trata de acercar a alumnos de grado y máster a las técnicas de investigación para así mejorar su rendimiento académico. Los autores de este trabajo quieren agradecer al Director del Instituto IDR/UPM de la Universidad Politécnica de Madrid, D. Ángel Sanz Andrés, su constante apoyo.

**Referencias:** [1] E. Roibás-Millán, A. Alonso-Moragón, A. Jiménez-Mateos, S. Pindado, Testing solar panels for small-size satellites: the UPMSAT-2 mission, Meas. Sci. Technol. 28 (2017) 1–12. [2] E. Roibás-Millán, J.L. Cubero-Estallrich, A. Gonzalez-Estrada, R. Jado-Puente, M. Sanabria-Pinzón, D. Alfonso-Corcuera, J.M. Alvarez, J. Cubas, S. Pindado, Lambert W-function simplified expressions for photovoltaic current-voltage modelling, in: 20TH IEEE Int. Conf. Environ. Electr. Eng. - IEEE EEEIC 2020, Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE, Madrid, Spain, 2020: pp. 1630–1635. [3] J. Cubas, A.M. Gomez-Sanjuan, S. Pindado, On the thermo-electric modelling of smallsats, in: 50th Int. Conf. Environ. Syst. - ICES 2020 (12-16 July 2020. Lisbon, Port., Lisbon, Portugal, 2020: pp. 1–12. [4] J. Cubas, S. Pindado, M. Victoria, On the analytical approach for modeling photovoltaic systems behavior, J. Power Sources. 247 (2014) 467–474. [5] J. Cubas, S. Pindado, C. de Manuel, Explicit Expressions for Solar Panel Equivalent Circuit Parameters Based on Analytical Formulation and the Lambert W-Function, Energies. 7 (2014) 4098–4115. [6] L. Peng, Y. Sun, Z. Meng, Y. Wang, Y. Xu, A new method for determining the characteristics of solar cells, J. Power Sources. 227 (2013) 131–136. [7] S. Pindado, J. Cubas, Simple mathematical approach to solar cell/panel behavior based on datasheet information, Renew. Energy. 103 (2017) 729–738. [8] S. Pindado, J. Cubas, E. Roibás-Millán, F. Bugallo-Siegel, F. Sorribes-Palmer, Assessment of explicit models for different photovoltaic technologies, Energies. 11 (2018) 1–22. [9] D.A. Barry, J.Y. Parlange, L. Li, H. Prommer, C.J. Cunningham, F. Stagnitti, Analytical approximations for real values of the Lambert W-function, Math. Comput. Simul. 53 (2000) 95–103.