UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA
AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

Determinación experimental de la transferencia de calor por
convección en hilos finos en atmósferas enrarecidas

Tesis Doctoral

Lilian Peinado Pérez

Ingeniera Técnica Aeronáutica especialidad Aeronavegación

Máster Universitario en Sistemas Espaciales

2020

DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE FLUIDOS Y
PROPULSIÓN AEROESPACIAL
INSTITUTO UNIVERSITARIO DE MICROGRAVEDAD
“IGNACIO DA RIVA”

Determinación experimental de la transferencia de calor por
convección en hilos finos en atmósferas enrarecidas

Tesis Doctoral

Lilian Peinado Pérez

Ingeniera Técnica Aeronáutica especialidad Aeronavegación
Máster Universitario en Sistemas Espaciales

Directora de la Tesis

Isabel Pérez Grande

Doctora Ingeniera Aeronáutica

2020

POLITÉCNICA

Tribunal nombrado por el Sr. Rector Magfco. de la Universidad Politécnica de Madrid, el día.....de.....de 20....

Presidente:_____

Vocal: _____

Vocal:_____

Vocal:_____

Secretario:_____

Suplente:_____

Suplente:_____

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el día.....de.....de 20 ...
en la E.T.S.I. /Facultad.....

Calificación

EL PRESIDENTE

LOS VOCALES

EL SECRETARIO

AGRADECIMIENTOS

A lo largo de los años transcurridos para el desarrollo de este trabajo, la contribución de muchas personas ha sido vital para que esto pudiera convertirse en un trabajo de investigación que diera sus frutos. En mayor o menor medida muchos profesores e investigadores del IDR y de la ETSIAE, además de compañeros de trabajo, familiares y amigos me han ayudado a dar los pasos necesarios para llegar hasta aquí, tanto en el ámbito teórico-experimental del trabajo como el relativo a la síntesis de las publicaciones relacionadas con esta investigación así como en la resolución de problemas y por supuesto el apoyo moral durante este tiempo. Aunque no podría nombrar a todas estas personas no puedo dejar de agradecer especialmente a las siguientes:

Agradezco en primer lugar a mi directora de tesis, Isabel Pérez Grande, por darme la oportunidad de comenzar mi trabajo de investigación en el IDR dentro del ámbito del control térmico espacial, con proyectos reales (algunos ya de camino a Marte) que me han motivado para realizar esta investigación, gracias a ella he podido encarrilar este trabajo para que se materializase en una tesis doctoral y gracias a su gran experiencia ha podido orientarme y aconsejarme desde los inicios para hacer de esta investigación algo útil para los sectores relacionados con el espacio de la comunidad científica.

No hubiera sido posible tampoco realizar esta tesis sin la ayuda de mi “codirector de tesis” no oficial, Victor Muntean, quien gracias a su sólido bagaje en experimentación me ha sacado de muchos callejones sin salida además de haber diseñado y fabricado la cámara de ensayos que tan buenos resultados nos ha dado. Además, su aportación a la síntesis de la correlación propuesta ha sido la guinda del pastel de la investigación. Victor me ha ayudado a aclarar conceptos clave para este trabajo y ha sido imprescindible (su paciencia se merece un premio) para resolver las infinitas dudas que he tenido a lo largo del camino. Aunque su trabajo aquí no esté reconocido oficialmente como codirección, ha sido sin duda la piedra angular para mi avance en la tesis.

Un especial agradecimiento al profesor Ángel Sanz Andrés por su apoyo constante durante el desarrollo de este trabajo, contribuyendo con comentarios constructivos, en la mejora de la instalación experimental y análisis teóricos e impulsando el progreso de esta investigación en muchos impasses. Su exhaustivo trabajo de revisión de este documento ha sido imprescindible y me ha ayudado a atar cabos sueltos del documento y a sacarle brillo. Gracias al profesor Isidoro Martínez Herranz por su ayuda en la caracterización de materiales y a Alejandro Fernández Herrero por la programación del software de medidas. También agradezco al personal del IDR, por su apoyo con la instrumentación de laboratorio y sus buenos consejos.

Sería imposible haber llegado hasta este punto sin el apoyo constante de mis padres, quienes lo han dado todo por mí y a los que nunca podré llegar a agradecer lo suficiente todo su esfuerzo, todos mis logros son suyos. En especial a mi querida madre, trabajadora y luchadora incansable de la vida, un ejemplo de superación y de generosidad altruista sin par, que es mi objetivo a seguir y de quien tengo muchísimo que aprender todavía aunque ya no esté aquí. A mi padre, que ha trabajado tanto por su familia y nunca se ha cansado de animarme en mi carrera con palabras de cariño y optimismo. Gracias a mis familiares, en especial a la Tía Filo de la que siempre recordaré su bondad y a mi tía Rhode, mi prima Keila, mis amigas y amigos, Elena G., Alicia, Leire, Lucía, Miguel que me han apoyado en estos años incluso en los peores momentos y de los que me llevo muchos buenos recuerdos, gracias en especial a los compañeros del MUSE que además de haber sido el mejor ejemplo del buen trabajo en equipo también me brindaron su amistad desinteresada. También

agradezco a Carlitos su generosidad por abrirme las puertas de su casa y facilitarme, no sin esfuerzo, el camino hasta aquí, también por haberme enseñado tantas cosas de la vida y animarme a hacer el deporte que tanta falta me hacía. Gracias a mi gatita Poti Poti porque solo con mirarla me hace pensar que la vida no es tan complicada.

Se ha recibido apoyo financiero para este trabajo por parte del Ministerio de Ciencia e Innovación, proyectos ESP2016-77548-C5-3-R y RTI2018-096886- B- C55.

El ATS de MEDA está diseñado y construido bajo la financiación del Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA), Plan estatal de I+D+I (ESP2014-54256-C4-1-R, ESP2015-68281-C4-1-R, ESP2016-79612-C3-1-R) y CDTI.

RESUMEN

En los últimos años las misiones espaciales a Marte y a las capas altas de la atmósfera están en auge, lo que aumenta el interés en el ámbito de la transferencia de calor en gases enrarecidos. A estas bajas presiones, los problemas de transferencia de calor que implican pequeñas geometrías cuya longitud característica es del mismo orden que el camino libre medio molecular engloban nuevos obstáculos. Esto es especialmente perceptible en el caso de la convección natural o convección libre, donde la velocidad del fluido está fuertemente ligada al problema de la transferencia de calor.

A este respecto se manifiesta un menor efecto de la convección en hilos muy delgados cuando estos interactúan con la atmósfera que los rodea a bajas presiones. Esto implica que la transferencia de calor entre el hilo y la atmósfera es menor ya que el hilo puede encontrarse en régimen de transición (o incluso régimen molecular libre) o cercano a él y no en el régimen continuo donde el efecto de la convección es mayor. Para el régimen de transición existen muy escasos estudios realizados en este contexto y las correlaciones existentes válidas para régimen continuo no son aplicables en el régimen de transición ya que sus predicciones se desvían notablemente de los pocos resultados experimentales publicados para el régimen de transición. Por este motivo se ha visto necesario realizar una investigación experimental de la que se obtendrán resultados para este régimen de flujo y que serán contrastados con los ya publicados a fin de sintetizar una correlación para el cálculo de la transferencia de calor por convección natural en hilos delgados horizontales.

Para este trabajo se ha llevado a cabo una investigación experimental en las instalaciones del Instituto Universitario de Microgravedad “Ignacio Da Riva” (IDR) perteneciente a la Universidad Politécnica de Madrid. En esta investigación se han realizado experimentos con hilos horizontales y verticales de diámetros 12.7 y 25 μm en una cámara de vacío fabricada a tal efecto, con presiones interiores que varían desde 0.03 mbar hasta presión ambiente. Los hilos se calientan eléctricamente por efecto Joule alcanzando temperaturas de hasta 100 °C. Los resultados experimentales abarcan valores de número de Rayleigh de 10^{-13} a 10^{-5} lo que cubre un amplio intervalo desde el flujo molecular libre hasta régimen continuo. Particularmente, se ha estudiado el régimen de transición, en el intervalo del número de Knudsen de 0.1 a 10, donde la dispersión de los resultados experimentales muestran que la transferencia de calor por convección natural no puede representarse únicamente como función del número de Rayleigh, sino que el efecto de la convección depende también del número de Knudsen.

Los resultados presentados en este trabajo para valores del número de Rayleigh por debajo de 10^{-8} muestran una clara separación respecto de las correlaciones disponibles en la literatura publicada. Por este motivo, para la correlación empírica propuesta para el cálculo del número de Nusselt para hilos delgados horizontales en convección natural válida desde el régimen de transición hasta el régimen continuo se han introducido tanto el número de Rayleigh como el número de Knudsen.

El presente trabajo arroja luz sobre los actuales problemas térmicos en ingeniería que involucran hilos muy delgados en sus sistemas y que interactúan con el fluido que les rodea con un significativo grado de rarefacción. Sistemas como los sensores de temperatura, de funcionamiento basado en hilos termopares, que pretenden medir la temperatura de la atmósfera de Marte se ven afectados por una baja transferencia de calor por convección natural. Estos sistemas pueden beneficiarse de esta investigación, mejorando su modelado térmico con una estimación de la transferencia de calor por convección natural más precisa. Además, no se han encontrado en la literatura publicada otros resultados en el rango de los

valores de número de Rayleigh más bajos estudiados en este trabajo por lo que la publicación de los resultados obtenidos en la presente investigación puede ayudar a este respecto.

A lo largo de este documento se explicará en detalle la problemática de la transferencia de calor en hilos delgados en convección natural para atmósferas enrarecidas y se estudiarán otros trabajos publicados relacionados con esta temática. Se expondrá el modelo matemático que describe el problema térmico, también se detalla la instalación experimental y los procedimientos de medida utilizados y se realiza el correspondiente análisis de incertidumbre sobre las variables de interés. Los resultados obtenidos son discutidos y comparados con los de publicaciones anteriores a fin de sintetizar la correlación empírica para hilos horizontales. Por último se resumen las conclusiones extraídas de esta investigación y se proponen aplicaciones prácticas de la misma, así como posibles líneas de investigación futuras.

ABSTRACT

Mars and upper Earth atmosphere missions are booming in recent years increasing the interest in heat transfer in rarefied gases. At these low pressures, the heat transfer problems involving small geometries whose characteristic length is of the order of the mean free path of the gas molecules, raises new difficulties. This being especially severe in the case of free convection, where the velocity of the gas is closely linked to the heat transfer problem.

In this regard it has been observed a lesser effect of convection over very thin wires which interact with the surrounding atmosphere at lower pressures. It implies that the heat transfer between wire and atmosphere is weaker since the wire could be immersed in the transition regime (or even in the free molecular regime) or close to it and no longer in continuum regime when the effect of convection is greater. There are very few studies related with this matter in the transition regime and the existing correlations valid for the continuum regime are not applicable in the transition regime since their predictions are significantly deviated from the few published results for the transition regime. For this reason it has been necessary to work in an experimental investigation in order to obtain results in this flow regime, compare them with the already published ones and finally synthesize a correlation for the heat transfer estimation over thin horizontal wires in free convection.

An experimental investigation has been done in the facilities of the Instituto Universitario de Microgravedad “Ignacio Da Riva” (IDR) which belongs to the Universidad Politécnica de Madrid. Experiments with horizontal wires with diameters of 12.7 and 25 μm were conducted in a tailored vacuum chamber with pressures from 0.03 millibar to ambient pressure, reaching wire temperatures up to 100 $^{\circ}\text{C}$. Experimental data is comprised of Rayleigh numbers from 10^{-13} to 10^{-5} that cover a wide range from free molecular flow to continuum regime. Particularly for the transition regime, with Knudsen numbers ranging between 0.1 and 10, the scattering of the experimental data shows that the free convection heat transfer cannot be represented solely as a function of the Rayleigh number, but a dependence on Knudsen number must be introduced as well.

The presented results for the Nusselt number below Rayleigh numbers of 10^{-8} exhibit a clear departure from the available correlations in the literature. Because of this, an empirical correlation for free convection from horizontal thin wires from the transition to continuum regime is presented, which accounts for the dependence on Rayleigh and Knudsen numbers.

The present work sheds light on current thermal engineering problems which involves very thin wires in their systems which interact with a surrounding environment with a significant level of rarefaction. Systems such as temperature sensors based on thermocouple wires for Mars atmosphere whose measurements are affected by a low free convection heat transfer, could benefit from this study gaining a better performance in modelling with a more accurate estimation of free convection heat transfer. Moreover, results in the range of the lowest values of Rayleigh number studied in this work have not been found in the published literature, so the publishing of the results obtained in the present research can help in this regard.

In this document it will be explained in detail the heat transfer problem over very thin wires in free convection for rarefied atmospheres and former published works relating to this matter will be analysed. The mathematical model describing the heat transfer problems is presented and the experimental set up and the corresponding measuring methods are explained, as well as the pertinent uncertainty analyses over the variables of interest. The

results obtained from the experiments are discussed and compared with previous published works in order to synthesize the empirical correlation for horizontal wires. Finally, conclusions extracted from this investigation are summarized and practical applications of this work are proposed as well as potential research lines in the future.

ÍNDICE

Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1 Caso ATS	3
1.2 Objetivo de la tesis.....	7
Capítulo 2. Revisión bibliográfica y Estado del arte.....	9
Capítulo 3. Base Teórica y Formulación Matemática.....	19
3.1 Convección Natural	20
3.2 Número de Grashof.....	21
3.3 Número de Nusselt.....	24
3.3.1 Conducción pura por el fluido	25
3.4 Número de Knudsen	27
3.5 Formulación del problema	28
3.5.1 Conducción por el material.....	30
3.5.2 Conducción por el material según la Ley de Fourier.....	34
3.5.3 Resumen de pasos de cálculo	35
Capítulo 4. Instalación de ensayos	37
4.1 Cámara 1.0	37
4.2 Cámara 2.0	40
4.3 Elementos de la instalación de cámara 2.0	44
4.3.1 Fuente de potencia	45
4.3.2 Bomba de vacío	45
4.3.3 Sensor de presión.....	45
4.3.4 Termopares	46
4.3.5 DAS	47
4.3.6 Multímetros	47
4.3.7 Cableado	47
4.3.8 Hilo espécimen	48
4.4 Software de medida	50
4.5 Puesta a punto de los equipos	51
Capítulo 5. Técnicas de medida experimental.....	53
5.1 Caracterización del cableado	53
5.2 Caracterización del hilo	54
5.3 Determinación de α a partir de la dependencia de R_w respecto de T_w	55
5.4 Determinación de α a partir de la dependencia de R_w respecto de I_w	57
5.5 Medida de tensión e intensidad en los experimentos.....	58

Capítulo 6. Análisis de incertidumbre.....	59
6.1 Incertidumbres del modelo	59
6.1.1 Incertidumbre en Nu	59
6.1.2 Incertidumbre en Gr	62
6.1.3 Incertidumbres según la configuración del hilo	64
6.2 Variación de α	65
6.3 Efecto de la carga de tensión mecánica en la resistencia eléctrica del hilo	66
6.4 Efecto de α en el incremento de temperatura del hilo.....	68
6.5 Efecto de la temperatura en la forma del hilo	69
6.6 Efecto de la no uniformidad del diámetro del hilo	72
6.7 Efectos de borde.....	72
6.7.1 Conducción en el hilo	75
Capítulo 7. Resultados y discusión	79
7.1 Resultados experimentales, análisis y discusión.....	82
7.2 Resultados adicionales para hilo horizontal de $12.7\ \mu m$	93
7.3 Flujo de calor por convección como función del diámetro del hilo	98
7.4 Flujo de calor por convección como función de la inclinación del hilo	99
7.5 Comparación con caso ATS	100
7.6 Correlación para hilo horizontal	103
7.7 Comparación con otros autores.....	116
Capítulo 8. Aplicaciones	119
Capítulo 9. Continuidad de la investigación	121
Capítulo 10. Conclusiones	123
Capítulo 11. Bibliografía	125

GLOSARIO

Acrónimos

ATS	Air Temperature Sensor
CFD	Computer Fluid Dynamics
H	Horizontal
H12	Relativo al hilo horizontal de 12.7 μm
H25	Relativo al hilo horizontal de 25 μm
I1–I4	Interfaces de la cámara de la 1 a la 4
IDR	Instituto Universitario de Microgravedad “Ignacio Da Riva”
MEDA	Mars Environmental Dynamics Analyzer
N/A	No aplicable
RTD	Resistance Temperature Detector
T1–T8	Termopares interiores de la cámara del 1 al 8
V	Vertical
V12	Relativo al hilo vertical de 12.7 μm
V25	Relativo al hilo vertical de 25 μm
WHC	Worst Hot Case

Símbolos

A	Área [m ²]
A_{ext}	Área exterior del hilo [m ²]
A_C	Área de contacto [m ²]
A_s	Área de la sección del hilo [m ²]
A_0	Área inicial [m ²]
α	Coeficiente de temperatura de la resistencia eléctrica [K ⁻¹] (o coeficiente de temperatura de la resistividad eléctrica [K ⁻¹] para el apartado 6.2)
α_l	Coeficiente de expansión térmica lineal [K ⁻¹]
α_s	Coeficiente de expansión térmica de superficie [K ⁻¹]
α_T	Difusividad térmica [m ² /s]
α_0	Coeficiente de temperatura de la resistividad eléctrica [K ⁻¹] a la temperatura de referencia T_0 (para el apartado 6.2)
B	Diámetro de la capa límite [m]
Bi	Número de Biot [adimensional]
β	Coeficiente de expansión térmica [K ⁻¹]
c_p	Calor específico a presión constante [J/kg·K]
γ	Coeficiente de dilatación adiabática [adimensional]
d_m	Diámetro molecular [m]
D	Diámetro [m]
D_b	Diámetro del cilindro cuya superficie está a la temperatura T_∞ [m]
D_m	Diámetro modificado [m]
δ	Parámetro adimensional [$\delta^2 = \Lambda^2 Bi$]
ε	Emisividad [adimensional]
ε_x	Deformación unitaria en la dirección x [adimensional]
ε_y	Deformación unitaria en la dirección y [adimensional]

ϵ	Error relativo [%]
Δ	Incremento o diferencia
E	Módulo de Young
F_x	Fuerza en la dirección x [N]
g	Aceleración de la gravedad [m/s^2]
Ge	Número de Gebhart [adimensional]
Gr	Número de Grashof [adimensional]
h	Coefficiente de transferencia de calor por convección [$\text{W/m}^2\cdot\text{K}$]
h_C	Coefficiente térmico de contacto [$\text{W/m}^2\cdot\text{K}$]
I	Corriente eléctrica [A]
I_w	Corriente eléctrica que pasa por el hilo [A]
k	Conductividad térmica [$\text{W/m}\cdot\text{K}$]
k_a	Conductividad térmica del aire [$\text{W/m}\cdot\text{K}$]
k_B	Constante de Boltzmann [$1.38\cdot 10^{-23}$ J/K]
k_w	Conductividad térmica del material del hilo [$\text{W/m}\cdot\text{K}$]
Kn	Número de Knudsen [adimensional]
L	Longitud [m]
L_c	Longitud característica [m]
L_0	Longitud inicial [m]
$\mathcal{L}$	Función Logística
λ	Camino libre medio molecular [m]
A	Esbeltez (longitud/diámetro) [adimensional]
M_{ma}	Masa molecular del aire [$28.96\cdot 10^{-3}$ kg/mol]
μ	Viscosidad dinámica [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]

Nu	Número de Nusselt [adimensional]
ν	Viscosidad cinemática [m^2/s]
ξ	Longitud adimensional [$\xi = \frac{2x}{L}$]
P	Probabilidad
p	Presión [Pa]
p_c	Perímetro de la circunferencia del hilo [m]
p_∞	Presión del fluido en el infinito [kg/m^3]
Pr	Número de Prandtl [adimensional]
q	Transferencia de calor por unidad de superficie [W/m^2]
q'	Tasa de transferencia de calor por unidad de longitud [W/m]
$\dot{Q}$	Calor [W]
$\dot{Q}_{cond}$	Calor intercambiado por conducción [W]
$\dot{Q}_{cp}$	Calor intercambiado por conducción pura a través del fluido [W]
$\dot{Q}_{conv}$	Calor intercambiado por convección [W]
$\dot{Q}_J$	Calor aportado por efecto Joule [W]
$\dot{Q}_{rad}$	Calor intercambiado por radiación [W]
r	Coordenada radial en cilíndricas [m]
r_0	Radio inicial [m]
R	Resistencia eléctrica [Ω]
Ra	Número de Rayleigh [adimensional]
R_c	Resistencia eléctrica del cableado [Ω]
R_C	Resistencia térmica de contacto [K/W]
Re	Número de Reynolds [adimensional]
R_g	Constante del gas específica para el aire [287 J/kg·K]

R_m	Resistencia térmica del material [K/W]
R_T	Resistencia térmica equivalente [K/W]
R_u	Constante universal de los gases [8.3144598 J/mol·K]
R_w	Resistencia eléctrica del hilo [Ω]
R_{w0}	Resistencia eléctrica del hilo [Ω] a la temperatura de referencia T_{w0}
R_0	Resistencia eléctrica [Ω] a la temperatura de referencia T_0 (para el apartado 6.2)
ρ	Densidad [kg/m ³] (o resistividad eléctrica [$\Omega\cdot m$] para el apartado 6.2)
ρ_0	resistividad eléctrica [$\Omega\cdot m$] a la temperatura de referencia T_0 (para el apartado 6.2)
ρ_∞	Densidad del fluido en el infinito [kg/m ³]
S	Curva S
σ	Constante de Stefan-Boltzmann [$5.67\cdot 10^{-8}$ W/m ² K ⁴]
t	Tiempo [s]
T	Temperatura [K]
T_f	Temperatura <i>film</i> [K]
T_i	Temperatura del interior de la cámara lejos del hilo [K]
T_{Marte}	Temperatura de la atmósfera de Marte [K]
T_S	Temperatura de la superficie [K]
T_w	Temperatura del hilo [K]
T_{wall}	Temperatura de la pared de la cámara de ensayos [K]
T_{w0}	Temperatura de referencia del hilo [K]
T_0	Temperatura de los soportes del hilo [K] (o temperatura de referencia [K] para el apartado 6.2)
T_∞	Temperatura del fluido en el infinito [K]
θ	Temperatura adimensional [$\theta = \frac{k_w \pi D^2}{\dot{Q}_{JL}} (T_w - T_0)$]
u	Componente en x de la velocidad [m/s]

u_{Gr}	Incertidumbre media relativa de Gr [%]
u_{Nu}	Incertidumbre media relativa de Nu [%]
u_0	Velocidad de referencia [m/s]
ν	Coeficiente de Poisson [adimensional]
v	Componente en y de la velocidad [m/s]
$\vec{v}$	Vector velocidad [m/s]
V	Tensión eléctrica [V]
V_w	Tensión eléctrica que pasa en el hilo [V]
ϕ	Coordenada angular en cilíndricas [rad]
x	Coordenada longitudinal en cartesianas [m]
x_i	Variable x i-ésima
X	Componente en x de las fuerzas gravitacionales, centrífugas y de campos magnéticos y/o eléctricos [Pa/m]
y	Coordenada de altura en cartesianas [m]
y_f	Flecha de la parábola [m]
Y	Componente en y de las fuerzas gravitacionales, centrífugas y de campos magnéticos y/o eléctricos [Pa/m]
Ψ_C	Función $\Psi_C = f(Ra)$ para el régimen continuo
Ψ_T	Función $\Psi_T = f(Ra, Kn)$ para el régimen de transición
z	Coordenada longitudinal en cilíndricas [m]
Z	Longitud total del hilo [m] (Kyte et al., 1953; Madden & Piret, 1951)

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día tiene gran interés el modelado de la transferencia de calor entre un sistema y una atmósfera enrarecida, debido principalmente al incremento del número de aplicaciones. Los gases enrarecidos pueden encontrarse en las atmósferas de otros planetas (las misiones robóticas de exploración a Marte tienen que enfrentarse a estas condiciones (Gómez-Elvira et al., 2012)), o en las capas más altas de la atmósfera terrestre donde operan los globos estratosféricos (Fernández-Soler et al., 2020; González-Bárcena et al., 2020; Pérez-Grande et al., 2011) así como en aplicaciones científicas en tierra en atmósferas controladas (Gao et al., 2018; Mahajan & Gebhart, 1980; Mahon et al., 2020; Seo et al., 2019).

Cuando un objeto sólido se encuentra en el seno de un fluido con una temperatura distinta a la suya, se establece un intercambio de calor por conducción entre los dos medios a través de la frontera que los separa. El transporte de calor entre ambos se realiza a través de las moléculas del fluido que chocan con la pared del sólido y después transfieren la información del estado térmico de éste a las demás moléculas del fluido en choques posteriores con ellas. En este proceso se establecen gradientes de temperatura que dependen de la geometría del sólido y de las propiedades físicas del fluido. Cuando existe movimiento macroscópico del fluido estos gradientes de temperatura se ven modificados y también cambia la cantidad de calor intercambiada entre los dos medios. En este caso se considera que el intercambio de calor se realiza por convección, forzada si el movimiento es independiente del intercambio de calor o natural cuando el movimiento se debe a las diferencias de densidad causadas por los propios gradientes de temperatura.

En una atmósfera enrarecida formada por un gas a baja presión (menor densidad) las moléculas del fluido están más separadas entre sí, esto implica que estadísticamente estas moléculas chocarán menos frecuentemente entre sí e impactarán menos veces contra el objeto. Un menor número de impactos tendrá como resultado un menor intercambio de calor entre el fluido y el objeto. Si se llega a condiciones en las que las distancias intermoleculares son comparables a las longitudes características del objeto, la transferencia de calor es muy débil siendo esta la condición que se ha estudiado en esta investigación.

Ciertos sistemas o instrumentos complejos con requerimientos térmicos estrictos de funcionamiento necesitan un análisis exhaustivo del intercambio convectivo de calor. Estos sistemas pueden ser desde puramente pasivos o elementos estructurales hasta instrumentos activos complejos que en mayor o menor medida necesitan analizarse térmicamente basándose en un correcto modelo térmico que pueda predecir su comportamiento térmico. A veces, para estos análisis es suficiente aplicar un valor medio del coeficiente de transferencia de calor por convección a todo el sistema basándose en problemas similares anteriormente analizados, pero en otras ocasiones donde se necesita un conocimiento más preciso esto no es adecuado ya que puede incrementar la incertidumbre en los resultados más allá de lo requerido. En algunos problemas es posible realizar un análisis CFD (*Computer Fluid Dynamics*) para evaluar los coeficientes de transferencia de calor por convección en las diferentes partes del elemento analizado y calcular la transferencia de calor (Bhandari & Anderson, 2013; Svarc & Václav, 2013), pero esto implica un alto coste computacional, e incluso es posible que esto no pueda realizarse si no se está en régimen de flujo continuo. También es posible recurrir a la teoría sobre transferencia de calor y las correlaciones experimentales ya publicadas (Boetcher, 2014; Eckert et al., 1971; Ede, 1967; Fand & Brucker, 1983; Morgan, 1975).

Este campo de estudio tiene especial interés en geometrías de pequeñas dimensiones donde el flujo ya no es continuo sino que pasa a regímenes de *slip flow*, de transición o incluso llegan a régimen molecular libre (Bomelburg, 1959; Davis & Davies, 1972; Lees & Liu, 1962; Springer, 1971; Tsien, 1946). Este es el caso de los hilos muy delgados, con diámetros del orden de micrómetros que se utilizan como termopares como parte de sensores embarcados en rovers de exploración en Marte (Chamorro et al., 2017; Peinado et al., 2020b; Pérez Grande et al., 2017).

Existe actualmente un auge en las misiones de exploración a Marte que conlleva un desarrollo de tecnología en instrumentación de medida específica para tal fin. Pero, la utilización de instrumentos de medida basados en la transferencia de calor por convección en la atmósfera terrestre como los hilos termopares no tiene el mismo resultado cuando se utiliza en otros planetas como Marte o en atmósferas enrarecidas donde la presión es del orden del milibar o incluso menor. En estas condiciones el valor del número de Knudsen, Kn , basado en la longitud característica del elemento, ya no es muy pequeño como en el régimen continuo y las correlaciones empíricas habituales para predecir la transferencia de calor por convección no tienen en cuenta este efecto. Además, estas correlaciones sólo tienen validez para un intervalo de número de Rayleigh, Ra , pequeño o para una esbeltez (cociente entre longitud y diámetro) determinada de los cilindros que pueden ser incompatibles con el problema a estudiar (véase el apartado 1.1).

A fin de modelar correctamente la transferencia de calor en estas situaciones particulares los coeficientes de transferencia de calor deben determinarse con la ayuda de correlaciones conocidas que están desarrolladas a partir de medidas experimentales (Collis & Williams, 1959; M. Fujii et al., 1982; Kyte et al., 1953). Sin embargo, cuando se revisa la literatura relacionada no hay consenso en la estimación de la convección en gases enrarecidos. Además, para presiones muy bajas en el régimen de transición no se encuentran correlaciones para hilos verticales y la disponible para hilos horizontales no es de fácil aplicación (Gao et al., 2018).

Por este motivo el objetivo de este trabajo es avanzar en la determinación de los coeficientes de transferencia de calor por convección natural en atmósferas enrarecidas en hilos delgados horizontales y verticales con diámetros del orden de decenas de micrómetros. En estos casos los hilos interactúan con el fluido que les rodea en los regímenes *slip flow*, de transición y molecular libre y tales regímenes o grados de rarefacción se pueden determinar por medio de la evaluación del número de Knudsen. Aunque este hecho también afecta a la convección forzada (Xie et al., 2016, 2017), el presente estudio se centra en la determinación experimental del coeficiente de transferencia de calor por convección natural en hilos muy delgados en un amplio intervalo de número de Rayleigh, que va desde 10^{-13} (régimen molecular) hasta 10^{-5} (régimen continuo). El principal objetivo de la extensión de este estudio hasta el ya conocido régimen continuo es la validación de la instalación experimental y las técnicas de medida a través de la comparación de los resultados experimentales obtenidos aquí con los publicados anteriormente por otros investigadores.

Los experimentos llevados a cabo en esta investigación cubren un intervalo de presiones desde 0.03 mbar hasta presión ambiente (cercana a 1000 mbar) y han sido realizados con hilos horizontales y verticales de Alumel con diámetros de 12.7 y 25 μm para temperaturas de hilo entre 25 y 100 $^{\circ}\text{C}$.

En el Capítulo 2 se expone la descripción del estado del arte, en el Capítulo 3 se describe el modelo matemático en el que se basa este estudio, en el Capítulo 4 se describe la instalación experimental, en el Capítulo 5 los procedimientos y técnicas de medida empleados, en el

Capítulo 6 se presenta el cálculo de incertidumbres, en el Capítulo 7 los resultados obtenidos y la validación de los mismos con trabajos de investigación previamente publicados, en el Capítulo 8 se indican las posibles aplicaciones de este estudio, en el Capítulo 9 las potenciales líneas de investigación futuras y finalmente se exponen las conclusiones de este trabajo en el Capítulo 10.

1.1 Caso ATS

El origen de este trabajo tiene lugar en un caso práctico en el que se hace uso de hilos delgados interaccionando con la atmósfera de Marte. Se trata del sensor de temperatura ATS (*Air Temperature Sensor*) integrado en el sistema MEDA (*Mars Environmental Dynamics Analyzer*) que engloba diversos sensores para el estudio meteorológico y medida de la radiación en distintas longitudes de onda en la superficie del planeta. El sistema MEDA está integrado en el rover de exploración Perseverance de la misión Mars 2020 (dentro del programa de exploración de Marte) de NASA/JPL que ha sido lanzada recientemente (30/07/2020) para su viaje hacia el planeta rojo y tiene previsto su amartizaje en febrero de 2021.

En el sistema MEDA se integran 5 sensores ATS idénticos colocados en diferentes partes del rover. Cada uno de estos ATS consta de una estructura de material compuesto (fibra de vidrio y resina epoxi) que aloja en su interior un bloque isoterma de aluminio que hace de unión fría para los termopares montados en la parte exterior. El bloque de aluminio también aloja un sensor de temperatura tipo RTD (*Resistance Temperature Detector*) para medir la temperatura de la unión fría. El ATS lleva 3 termopares tipo E (Constantan-Chromel) de diámetro 75 μm con unión caliente tipo *butt-welded*, es decir, los dos hilos conductores están unidos en sus extremos formando una línea recta como se muestra en la Figura 1-1, en este tipo de unión no es necesario poner funda aislante a los hilos conductores, y cada hilo (Constantan y Chromel) se conecta separadamente en la unión fría. El montaje de los tres termopares de forma paralela, deja expuestos a la atmósfera marciana una sección de 25 mm de longitud de cada termopar en posición vertical (cada mitad de esa longitud corresponde a un conductor), a su vez el ATS lleva instaladas unas mallas que protegen los hilos termopares de un posible impacto. Es un sensor de pequeñas dimensiones, 23.9 mm x 57.4 mm x 65 mm. Al tratarse de un instrumento pasivo, no disipa potencia en ninguna de sus partes por lo que únicamente puede calentarse por cargas térmicas externas.

Figura 1-1 Sensor ATS con termopares tipo E (Constantan-Chromel).

El objetivo de los sensores ATS es determinar la temperatura de la atmósfera marciana en superficie (mayoritariamente compuesta por CO_2) de tal manera que el diseño térmico del instrumento garantice que la temperatura de los termopares sea la más cercana posible a la de la atmósfera marciana. Esto se consigue en parte minimizando la conducción de calor desde o hacia el rover, reduciendo en lo posible la radiación térmica que absorbe y optimizando la exposición de los hilos termopares a la atmósfera para maximizar la convección sobre ellos.

Incluso realizando un diseño térmico óptimo del instrumento es inevitable que el instrumento se vea afectado por cargas térmicas externas indeseables que pueden hacer que la actuación del sensor se degrade.

A fin de estudiar el comportamiento térmico de los ATS se realizaron diversos análisis térmicos sobre las diferentes configuraciones del sensor tanto en el peor escenario frío o WCC (*Worst Cold Case*) como el peor escenario caliente o WHC (*Worst Hot Case*) y a su vez para WCC y WHC se evaluó el comportamiento térmico bajo condiciones de convección natural como condiciones de convección forzada (Chamorro et al., 2017; Pérez Grande et al., 2017).

Las condiciones de contorno de los análisis realizados a los ATS se impusieron por los requerimientos de la misión basándose para la definición de las condiciones de contorno en el posible lugar de amortizaje térmicamente más extremo, el cráter Holden, ya que en ese momento el lugar definitivo no se había determinado (finalmente amortizará en el cráter Jezero). Los parámetros que definieron WHC y WCC fueron:

- La constante solar y el albedo en Marte.
- Infrarrojo planetario y temperatura del cielo.
- Temperatura del rover.
- Temperatura, presión y velocidad del viento (si lo hay) de la atmósfera.
- Propiedades termo-ópticas pristinas y degradadas (por deposición de polvo).
- Orientación del rover.

De las diferentes combinaciones de los parámetros mencionados resultó que WHC y WCC se daban ambos para convección natural siendo los escenarios analizados en convección forzada menos extremos térmicamente para el sensor.

La atmósfera de Marte está formada principalmente por dióxido de carbono y en superficie su presión puede variar entre 6 a 10 mbar aproximadamente dependiendo del lugar y la estación, mientras que la aceleración de la gravedad es poco más de un cuarto de la terrestre. Al ser menos densa que la atmósfera terrestre a nivel del mar, la convección es menor en su superficie. Este hecho puede dar lugar a ciertos inconvenientes o problemas inesperados en las misiones de exploración que se envían al planeta rojo. Un buen diseño térmico de los sistemas puede eliminar o reducir estos problemas, pero en ocasiones las limitaciones no lo permiten y se producen sesgos o *bias* que son intrínsecos al funcionamiento de los equipos. En cualquier caso un modelo térmico preciso del problema puede ayudar en la estimación de estos sesgos si son inevitables y predecir el comportamiento térmico del sistema. En la Figura 1-2 se muestra el modelo térmico del ATS.

Figura 1-2 Modelo térmico del ATS.

Los análisis térmicos de los ATS se realizaron teniendo en cuenta la geometría y orientación de las superficies y las propiedades de la atmósfera de CO_2 para calcular el intercambio de calor por convección. Los coeficientes de transporte de la atmósfera tales como la viscosidad, la conductividad térmica, k , y el número de Prandtl, Pr , se evaluaron a la temperatura *film*, T_f , que es la temperatura media entre la superficie y el gas en el infinito. Para los coeficientes de transporte para CO_2 en Marte deben considerarse los que corresponden a bajas presiones y temperaturas; por ejemplo Oszeski (Osczevski, 2014) propone unas correlaciones experimentales para el cálculo de Pr , k y la viscosidad cinemática, ν .

En los análisis del ATS se utilizaron correlaciones para placas planas para la transferencia de calor por convección natural y forzada extraídas de Churchill y Chu (Stuart W. Churchill & Chu, 1975a), Lloyd y Moran (Lloyd & Moran, 1974), Kays (Kays et al., 2011) e Incropera (Incropera et al., 2007). Para la convección natural de los hilos termopares se utilizó la correlación de Kyte para hilos verticales (Kyte et al., 1953) mientras que para la convección

forzada se utilizó la correlación de Hilpert (Hilpert, 1933) para cilindros en flujo perpendicular.

En cuanto a la convección en la cavidad interna del ATS, debido a sus pequeñas dimensiones se consideró que no se producían células de convección y que la transferencia de calor vendría dominada por la conducción pura a través de los espacios de CO₂ entre las superficies internas.

La parte crítica del ATS en los análisis fueron los hilos termopares ya que son los que influyen directamente en la actuación del sensor. En particular, estos hilos se veían afectados significativamente no sólo por el intercambio de calor por conducción sino por las radiaciones del entorno (solar e infrarroja) y, aunque todas las partes del instrumento permanecían dentro de los límites de temperatura requeridos, se puso de manifiesto que la actuación del sensor en los casos frío y caliente (WHC y WCC) no sería la óptima.

En el análisis del caso caliente (WHC) estacionario en convección natural (durante el día), en el ATS se detectó un sobrecalentamiento de los hilos termopares respecto de la temperatura atmosférica debido a la carga solar directa y el albedo incidentes y en menor medida a la radiación infrarroja. Los materiales de los hilos (Constantan y Chromel) en el modelo térmico del ATS tienen un valor alto de la relación absorptancia solar/emisividad, haciendo que la carga térmica más influyente fuese la radiación solar. El calor absorbido por los hilos de las diferentes cargas térmicas se calculó en un total de 0.85 mW por termopar. En este caso (WHC) la temperatura media de las uniones calientes de los termopares del ATS se encontraban 6.4 °C por encima de la temperatura de la atmósfera, lo que indica que el sensor estaría dando una lectura desviada de la temperatura de la atmósfera, que es lo que se pretende medir. En el caso opuesto WCC estacionario en convección natural (durante la noche) el efecto era contrario, pero menos acusado, estando la temperatura media de las uniones de los termopares 1.4 °C por debajo de la temperatura de la atmósfera debido principalmente al calor intercambiado por radiación infrarroja. La incertidumbre en el cálculo de la temperatura de los termopares se estimó en ± 0.3 °C para WHC y ± 0.1 °C para WCC, aunque para este tipo de análisis es habitual considerar un margen de incertidumbre de ± 10 °C para los resultados de temperatura obtenidos, ya que se tienen en cuenta las incertidumbres más allá de las del propio instrumento.

En ambos casos, WHC y WCC, la diferencia de temperatura entre la unión caliente de los termopares y la temperatura de la atmósfera, es decir, el *offset* de temperatura, se reducía en presencia de convección forzada (analizada con velocidad del viento de 15 m/s) lo que indica que un mayor intercambio de calor por convección mejoraría la actuación del sensor.

Tras estos análisis se observó que no solamente el efecto de la convección es menor en presiones tales como las de Marte, sino que al mismo tiempo geometrías muy pequeñas como hilos muy delgados como los del ATS ya no interaccionan con la atmósfera en régimen de flujo continuo. El número de Knudsen, que define el régimen de intercambio de calor, se expresa como el cociente entre el camino libre medio molecular y la longitud característica del problema (véase el apartado 3.4). En el caso del ATS la longitud característica sería el diámetro de los hilos y Kn ya no es lo suficientemente pequeño para considerar flujo continuo (véase la Tabla 7-3), sino que los termopares se encuentran en régimen de *slip flow* e incluso en el régimen de transición.

El hecho de que Kn crezca implica que el intercambio de calor será menor, es decir, el número de Nusselt será menor, como se explicará a lo largo de este trabajo, y particularmente para el régimen de transición este descenso en Nu es más marcado. Esta reducción en Nu es un obstáculo para que los hilos termopares como los del ATS consigan estar a la misma

temperatura que la atmósfera circundante y consecuentemente esto puede conducir a lecturas del sensor con desviaciones significativas cuando lo que se quiere medir es la temperatura atmosférica. Por este motivo, se hace necesario aplicar las correlaciones disponibles para hilos delgados cuidadosamente teniendo en cuenta el grado de rarefacción del fluido y los regímenes de flujo.

En el presente trabajo se han realizado experimentos de los que se ha obtenido una correlación (7.22) para el intercambio de calor por convección natural para hilos delgados horizontales, válida para $Kn < 10$ y $10^{-12} < Ra < 1$ (véase el apartado 7.6), que abarca el régimen de transición, el *slip flow* y llega hasta régimen continuo. Esta correlación podría utilizarse en problemas similares a los del ATS con hilos delgados de $75\text{ }\mu\text{m}$, pero horizontales e incluso en esas mismas presiones para hilos de menor sección como los estudiados en este trabajo de 12.7 y $25\text{ }\mu\text{m}$ en cuyo caso se encontrarían dentro del régimen de transición.

1.2 Objetivo de la tesis

Este trabajo pretende estudiar en detalle el intercambio de calor por convección natural a bajas presiones sobre hilos delgados horizontales y verticales, y evaluar sus implicaciones. Las conclusiones obtenidas de este trabajo arrojarán luz sobre el intercambio de calor por convección natural que ha sido poco estudiado en el régimen de transición donde hasta la fecha no existen prácticamente otros resultados experimentales publicados y las correlaciones existentes para el intercambio de calor no son aplicables. El principal objetivo de la tesis es sintetizar una correlación para el cálculo de Nu en función de Ra y Kn para hilos horizontales en convección natural, basándose en los resultados experimentales que se han obtenido, lo que incluye también el desarrollo de una instalación experimental apropiada para este propósito. Esta correlación se podrá aplicar para resolver los problemas térmicos de hilos delgados en atmósferas enrarecidas (Marte, otros planetas, estratosfera terrestre, atmósferas controladas, etc.) e incluso para nanotecnología donde las dimensiones de los cilindros implican un valor del número de Knudsen elevado. También cubrirá el hueco que existía relativo a correlaciones para convección natural en hilos delgados horizontales en el régimen de transición.

Capítulo 2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y ESTADO DEL ARTE

Tras realizar una amplia búsqueda bibliográfica de publicaciones relacionadas con el trabajo realizado, se ha encontrado que el auge de este tipo de investigaciones tuvo lugar entre las décadas de los 50 y 70 del siglo XX, con motivo del gran avance tecnológico en instrumentación de vacío. Posteriormente no se realizó mucha investigación sobre el tema, pero en la última década el interés ha vuelto a resurgir debido al desarrollo de la nanotecnología y la exploración espacial. En cuanto a la nanotecnología, aunque no implica necesariamente ser utilizada a bajas presiones, es un caso particular en el que las dimensiones de los elementos pueden ser comparables a las distancias intermoleculares siendo un problema equivalente a aquellos con baja presión en las que las moléculas del fluido están muy separadas. En esta sección se realiza un análisis de las publicaciones relativas a la convección en cilindros e hilos.

En la bibliografía publicada relacionada con el campo estudiado se pueden encontrar numerosas correlaciones analíticas y experimentales para la obtención del número de Nusselt, Nu, como función de Ra para cilindros horizontales o hilos (Boetcher, 2014; Stuart W. Churchill & Chu, 1975b; Fand & Brucker, 1983; Mahony, 1957; Morgan, 1975; Probert et al., 1967; Seiichi & Takuro, 1975a) además de para cilindros verticales, aunque para éstos últimos existen menos publicaciones al respecto (Boetcher, 2014; Morgan, 1975; Nagendra et al., 1970b).

Estas correlaciones se han obtenido a partir del estudio de la convección en diversos líquidos y gases así como diferentes esbelteces de los cilindros, pero no son aplicables para hilos muy delgados ya que no son válidas para Ra muy bajos. Existen pocas publicaciones para Ra bajos para hilos horizontales (Collis & Williams, 1954; T. Fujii et al., 1979; Kyte et al., 1953; Madden & Piret, 1951) y una única correlación para hilos verticales (Kyte et al., 1953) para Ra en el rango de interés de hilos muy delgados. Además, ninguna de estas correlaciones publicadas muestran resultados experimentales para $Ra < 10^{-10}$ para hilos horizontales y sólo Kyte muestra resultados en ese rango para hilos verticales (Kyte et al., 1953).

Sin embargo, aunque muchos de estos autores contrastan sus resultados con otras correlaciones, se observa en esta revisión una dispersión de los datos publicados, de tal manera que no existe una única correlación que se ajuste a todos los datos experimentales incluso en el mismo intervalo de Ra (T. Fujii et al., 1979; Kyte et al., 1953). Debido a las particularidades y sesgos de cada experimento, los diversos autores encontrados escogen distintas correlaciones con las que comparar sus datos (Arajs & Legvold, 1958; Arajs & McLaughlin, 1979; Crescentini & Fiocco, 1990; Dai & Wang, 2016; Mchedlidze, 1974; Svarc & Václav, 2013).

Consecuentemente, el objetivo del trabajo realizado aquí es cubrir la falta de datos experimentales en el régimen de transición y explicar la dispersión de los mismos. Basándose en las mediciones descritas en los siguientes capítulos se ha obtenido una correlación experimental para hilos horizontales para el intervalo completo del régimen de transición $0.1 < Kn < 10$. La principal diferencia entre la nueva correlación propuesta con respecto a los trabajos ya publicados se basa en la estimación de Nu como función no solo de Ra, sino también de Kn, con la que se consigue un error menor del 10 % con respecto a los resultados experimentales.

A continuación se realiza una revisión aproximadamente cronológica de las publicaciones más relevantes para este trabajo.

Uno de los primeros autores que investigó la dinámica de fluidos en gases enrarecidos fue Tsien (Tsien, 1946), que señala la importancia del camino libre medio molecular como parámetro a considerar en el estudio de los gases enrarecidos y pone de manifiesto que en la zona de transición las colisiones entre moléculas y las colisiones entre las moléculas y una superficie son de igual importancia, mientras que en régimen molecular la probabilidad de que las moléculas choquen entre sí es mucho menor que la probabilidad de chocar contra la superficie.

Madden y Piret (Madden & Piret, 1951) realizaron unos experimentos pioneros sobre hilos muy delgados horizontales y verticales a bajas presiones, centrándose en la transferencia de calor en convección natural. Se exponía aquí que las consideraciones tomadas para presión ambiente no eran válidas a bajas presiones por el crecimiento del camino libre medio molecular haciendo necesaria una nueva solución de conducción por el gas a bajas presiones en las que se asumía que el calor se transfiere desde el hilo en dirección radial a través de una capa de gas. Madden y Piret realizaron experimentos con hilos de diámetros 70 y 251 μm con longitudes de 444.5 y 393.7 mm respectivamente en los que sólo se medía la sección central del hilo de 152.4 mm para reducir los efectos de borde en las medidas. Estos experimentos se realizaron para inclinaciones horizontal y vertical de los hilos en el intervalo de presiones de 66.7 mbar, a presión ambiente y en aire seco, helio y argón, con incrementos de temperatura en el hilo de 10 a 65 $^{\circ}\text{C}$. Sus experimentos arrojaron resultados en el intervalo $10^{-8} < \text{Ra} < 10^{-1}$ para hilos horizontales y en el intervalo $10^{-13} < \text{Ra}D/Z < 10^{-5}$ (siendo D el diámetro y Z la longitud total del hilo vertical) para hilos verticales. Obtuvieron correlaciones para el cálculo de Nu en función del número de Grashof, Gr , y del número de Prandtl, Pr , de la forma $\text{Nu}_D = f(\text{Gr}_D, \text{Pr})$ para hilos horizontales, donde el subíndice D indica que la longitud característica para el cálculo es el diámetro del hilo mientras que la forma apropiada es $\text{Nu}_D = f\left(\text{Gr}_D, \text{Pr}, \frac{D}{Z}\right)$ para hilos verticales. Posteriormente, estos mismos autores continuaron su trabajo sobre convección natural en hilos delgados con Kyte (Kyte et al., 1953), en el que realizaron experimentos con esferas e hilos horizontales y verticales de 80 μm de diámetro y longitud 422.2 mm en los que se medía el tramo central de 148.6 mm llegando a presiones de hasta 0.13 mbar (también en aire, helio y argón), con incrementos de temperatura de 10 a 165 $^{\circ}\text{C}$. En esta ocasión, aunque consideraron despreciables las pérdidas de calor por conducción en el material en los extremos, sí tuvieron en cuenta las pérdidas por radiación en el cálculo de la transferencia de calor por convección. Las principales diferencias con el trabajo anterior residían en que consideraban que para las presiones más bajas donde el efecto de la conducción molecular libre debe ser considerado, el diámetro efectivo de los hilos era en realidad el diámetro modificado $D_m = D + 2\lambda$, siendo λ el camino libre medio molecular. Observaron que las corrientes de convección por debajo de 1.3 mbar eran despreciables ya que Nu para hilos verticales y horizontales eran idénticos a medida que se reducía Ra . Los experimentos permitieron ampliar ligeramente los resultados para hilo vertical hasta $\text{Ra}D/Z > 10^{-14}$. También sintetizaron nuevas correlaciones para esferas e hilos horizontales y verticales que en función del problema tenían en cuenta o no el efecto de la conducción molecular libre, válidas para el intervalo $\text{Ra} > 10^{-7}$ para hilos horizontales y $\text{Ra}D/Z > 10^{-11}$ para verticales. Aunque se obtuvieron resultados experimentales para hilo vertical $\text{Ra}D/Z < 10^{-11}$, se observaba una separación drástica de estos resultados respecto de la correlación propuesta. Los resultados experimentales se validaron con los del trabajo anterior (Madden & Piret, 1951) y con la correlación de

McAdams (McAdams, 1942) y los resultados experimentales de Elenbaas (Elenbaas, 1942) para cilindros horizontales, pero solo para $Ra > 0.1$.

Casi al mismo tiempo Collis y Williams (Collis & Williams, 1954) realizaban experimentos en convección natural a presión ambiente con hilos horizontales y verticales de diámetros típicos en anemometría, de 2.95 a 41 μm y longitudes de 0.87 a 180 mm para el hilo de 2.95 μm , con incrementos de temperatura de 0.1 a 350 $^{\circ}\text{C}$. En sus experimentos observan que la teoría de Langmuir (Langmuir, 1912) basada en la capa de gas en reposo (*stagnant film*) no es suficiente para extrapolar las relaciones teóricas a valores de Gr muy pequeños. Sus experimentos muestran que los efectos de borde (conducción de calor por el material en los extremos) para hilos horizontales son despreciables para esbelteces > 20.000 mientras que no encontraron un valor de esbeltez a partir del cual fueran despreciables para hilos verticales y no observaron diferencias entre la transferencia de calor vertical y horizontal para hilos menores de 1 mm de longitud. También propusieron una correlación para hilos horizontales en el rango $10^{-10} < Ra < 10^{-2}$ como $Nu = C(Ra)^n$ donde C es una constante dependiente de la geometría y orientación y n está asociado con el tipo de flujo que rodea el hilo, pero la transición de su correlación con la de McAdams (McAdams, 1942) para $Ra > 10^{-4}$ no parecía clara. Años más tarde, continuando con trabajos de hilos delgados en convección natural y forzada (Collis & Williams, 1959) y con base en el trabajo teórico de Mahony (Mahony, 1957), Collis propone una mejora de su correlación (véase la Tabla 2-1) para el cálculo de Nu con una dependencia logarítmica respecto de Gr para la convección natural en hilos horizontales que se ajusta mejor a sus datos experimentales.

El trabajo analítico de Mahony (Mahony, 1957) sobre esferas e hilos horizontales expuso un nuevo concepto basado en la teoría de Langmuir (Langmuir, 1912) de la capa de fluido en reposo en la que el calor solo se transfiere por conducción por el gas y más allá de esta capa domina la convección (movimiento macroscópico del gas). De esta manera evaluó los casos extremos de una esfera y un cilindro infinito. En la esfera la solución de convección se basa en la conducción tridimensional a través del fluido mientras que para el hilo infinito se tiene una solución de convección bidimensional. De aquí se extraen conclusiones para hilo finito y se materializan ecuaciones para el cálculo de Nu , con una dependencia semilogarítmica respecto de Gr , que se compararon con los resultados de Collis (Collis & Williams, 1954) observándose que la discrepancia encontrada podría deberse a que los resultados de Collis no correspondían a hilos efectivamente infinitos.

Arajs y Legvold (Arajs & Legvold, 1958) realizaron experimentos de convección natural con hilos delgados horizontales (50.8 y 76.2 μm de diámetro y longitudes de 76.2 a 134.4 mm) en gases (A , N_2 , O_2 y CO_2) y líquidos ($(\text{CH}_3)_2\text{CO}$ y $\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_3$) con incrementos de temperatura de 0.5 a 100 $^{\circ}\text{C}$. Se llevaron a cabo introduciendo los hilos en celdas cilíndricas y obteniendo valores para $Ra > 10^{-5}$ que compararon con correlaciones previamente publicadas. Posteriormente, este trabajo se actualizó (Arajs & McLaughlin, 1979) realizando correcciones sobre los experimentos y se comparó con las nuevas correlaciones propuestas por otros autores, siendo la de Kyte (Kyte et al., 1953) la que más se ajustó a los resultados experimentales. Beckers *et al* (Beckers et al., 1956) también publicaron resultados experimentales para bajos Gr con hilos delgados (25 a 660 μm) en aire, alcohol, parafina y agua, en los que se observó que para valores bajos de Gr el valor de Nu no era dependiente del valor de Pr .

Lees y Liu (Lees & Liu, 1962) realizaron un análisis teórico del problema de la transferencia de calor por conducción en el fluido en un hilo delgado y un cilindro concéntrico. En este trabajo se diferencian tres regímenes de fluido (continuo, de transición y molecular libre) donde en el régimen continuo la conducción por el gas es independiente de la presión

mientras que en el régimen molecular la transferencia de calor es proporcional a la presión, y observan que en el régimen de transición la relación entre la presión y la conducción de calor no es clara. Bomelburg (Bomelburg, 1959) en sus experimentos con hilos delgados con Kn desde 0.001 hasta 100 extrae conclusiones similares a las de Lees y Liu (Lees & Liu, 1962).

Probert *et al* (Probert et al., 1967) realizaron experimentos en aire, helio y dióxido de carbono desde 0.005 mbar a presión ambiente para hilos delgados horizontales (de longitud 21 cm y diámetros desde 250 μm a 2.5 mm) dentro de un tubo coaxial (con diferencias de temperatura entre hilo y tubo de entre 100 y 450 C aproximadamente). Aquí se observa que a bajas presiones, cuando el camino libre medio molecular es mucho mayor que el diámetro del hilo, estimar la conducción a través del fluido es difícil porque la radiación y las pérdidas por conducción en los extremos se vuelven dominantes y deben ser tenidas en cuenta en el cálculo de Nu. En este trabajo se observa que al aumentar el diámetro del hilo o reducir el del tubo, la convección como fenómeno dominante aparece a presiones cada vez más altas. Probert *et al* proponen una correlación similar a la propuesta por Collis y Williams (Collis & Williams, 1954), pero para un rango de Ra más pequeño.

Nagendra *et al* (Nagendra et al., 1969, 1970b, 1970a, 1971) realizaron varios trabajos que abarcaban el estudio de la convección natural en cilindros e hilos verticales de diferentes diámetros (de 0.5 a 1.25 mm) en agua publicando resultados experimentales y proponiendo correlaciones de la forma

$$\text{Nu} = C_1 \left(\text{Ra} \frac{D}{L} \right)^{C_2},$$

siendo L la longitud del cilindro y C_1 y C_2 constantes que dependen del tipo de cilindro (corto, largo o hilo). Sus resultados se contrastaron para $\text{Ra}D/L > 10^{-3}$ con otros resultados experimentales y correlaciones previas. Mchedlidze (Mchedlidze, 1974) realizó experimentos con hilos verticales de 70 y 30 μm dentro de una cápsula cilíndrica coaxial rellena de aceite y obtuvo resultados para el intervalo $10^{-9} < \text{Ra}D/L < 10^{-6}$ que validaban la correlación propuesta por Nagendra *et al* (Nagendra et al., 1970b).

Davis y Davies (Davis & Davies, 1972) estudiaron experimentalmente los factores que influían en la transferencia de calor de hilos en anemometría, entre estos factores se encontraban el número de Knudsen y el número de Grashof. Se encontró que a velocidades subsónicas Nu dependía de la temperatura del hilo cuanto menor era Kn, mientras que para $\text{Kn} > 10$ no se apreciaba esa dependencia. Se concluyó que para la mayoría de las condiciones relevantes en anemometría, la transferencia de calor no podía aproximarse con un único modelo matemático aproximado (para grandes intervalos de Kn por ejemplo) debido a la interacción de diferentes variables independientes entre sí.

Seiichi y Takuro investigaron la convección pura y mixta a bajos valores de número de Reynolds y número de Grashof (Seiichi & Takuro, 1975a, 1975b) en hilos horizontales obteniendo correlaciones para los dos casos. Para la convección natural pura la correlación se propone para valores de $\text{Pr}^2\text{Gr} \leq 10^{-3}$ y, aunque su resultado teórico es similar al de la correlación de Collis y Williams (Collis & Williams, 1954) y a la de Tsubouchi *et al*, válida para $10^{-9} < \text{Ra} < 10^{-3}$ (Tsubouchi et al., 1959) se indica que no es aplicable a gases enrarecidos. Además, señala que en convección mixta (natural y forzada) sus resultados experimentales se ven considerablemente influidos por efectos tridimensionales en los bordes, hasta esbelteces del orden de 11.000.

Una de las correlaciones más conocidas es la de Churchill y Chu (Stuart W. Churchill & Chu, 1975b) para cilindros horizontales en convección natural. Esta correlación empírica es válida para $Ra > 10^{-6}$ y cualquier valor de Pr . La correlación propuesta proporciona una transición suave entre el régimen laminar y el turbulento, aunque no tiene en cuenta las transiciones locales que afectan a Nu . Aunque esta correlación se obtuvo a partir de datos empíricos de diversos autores, no se ajusta bien a los resultados experimentales de Collis y Williams (Collis & Williams, 1954) porque $Nu \rightarrow 0.36$ cuando $Ra \rightarrow 0$. Esto hace que no sea adecuada para gases enrarecidos donde se tienen valores de Ra muy pequeños (y Nu pequeños).

Morgan realizó una amplia revisión de la bibliografía publicada en relación a la convección natural y forzada en cilindros horizontales y verticales (Morgan, 1975) poniendo de manifiesto la necesidad de encontrar una correlación para $10^{-10} < Ra < 10^{12}$ y propuso una correlación para hilo horizontal en ese intervalo de la forma $Nu = B(Ra)^m$, donde B y m son constantes que varían según el intervalo de Ra a evaluar. También observó que según los datos experimentales analizados la mayoría de factores que afectan a los errores experimentales incrementan el coeficiente aparente de transferencia de calor por convección.

Fujii *et al* realizaron un ajuste numérico para obtener una correlación para cilindros horizontales (T. Fujii et al., 1979) de la forma

$$\frac{2}{Nu_m} = \ln \left(1 + \frac{4.065}{C(Pr)Pr^m} \right),$$

donde m es una constante que depende de Ra y $C(Pr)$ es la misma función dependiente de Pr para placas planas verticales isothermas dada por Churchill y Usagi (S. W. Churchill & Usagi, 1972) y LeFevre (LeFevre, 1956). El rango de validez de la correlación se propone para valores del número de Grashof $10^{-4} < Gr < 10^4$, aunque se ajusta bien a los resultados experimentales con los que se compara en el intervalo $10^{-10} < Ra < 10^7$ y a las tendencias de las correlaciones de Kyte *et al* (Kyte et al., 1953) y Morgan (Morgan, 1975). Estos autores señalan que incluso para $Gr = 10^{-4}$ los fenómenos de convección aún tienen efecto. Fujii *et al* también proponen una ecuación para el cálculo de Nu en el intervalo $10^{-10} < Ra < 10^{-2}$ particularizando para $Pr = 0.7$. Posteriormente T. Fujii, M. Fujii y T. Honda ampliaron esta investigación con un trabajo teórico y experimental (M. Fujii et al., 1982) con hilo horizontal de $47 \mu m$ en aire del que obtuvieron una nueva correlación similar a la anterior, pero válida en el intervalo de Rayleigh $10^{-8} < Ra < 10^6$.

Shee y Singh (Shee & Singh, 1982) en su trabajo sobre convección natural en cilindros horizontales a Gr pequeños publicaron soluciones numéricas para Nu en función de Gr , pero en un intervalo pequeño. Fand y Brucker (Fand & Brucker, 1983) proponen una correlación para cilindros horizontales en convección natural que tiene en cuenta la disipación viscosa introduciendo un término adimensional (Ge , número de Gebhart) en la correlación para el cálculo de Nu , que queda en función de Pr , Ra y Ge , válida en el intervalo $10^{-8} < Ra < 10^8$. En su trabajo comparan su nueva correlación y otras anteriormente publicadas con datos experimentales realizados en sus instalaciones y otros publicados en la literatura científica, obteniendo para su correlación el menor error respecto de los datos experimentales.

Milano realiza trabajos experimentales sobre convección en hilos horizontales a bajas presiones (Milano, 2010). Los experimentos se realizaron en una instalación para pruebas térmicas de cables eléctricos para el ámbito aeroespacial. Se utilizaron hilos con diámetros de 155 y $593 \mu m$ con longitud aproximada de 2.45 m, en atmósfera de aire en el intervalo de 0.4 mbar a presión atmosférica obteniéndose valores del número de Knudsen en el rango $2 \cdot 10^{-4} < Kn < 2$ y para el número de Rayleigh $10^{-10} < Ra < 1$. Milano tiene en cuenta las

pérdidas por radiación, pero considera despreciables las pérdidas por conducción en los extremos del hilo ya que su instalación consta de un sistema que reduce el gradiente de temperatura entre el centro y los extremos del hilo. Estima el error relativo cometido en el cálculo de Nu experimental entre 2 % y 5 %. Milano no observó efectos debido a la longitud del hilo y sugiere que los resultados experimentales obtenidos pueden correlacionarse con expresiones probadas para hilos más cortos. En su trabajo se presenta un análisis de los modelos de las correlaciones de Kyte (Kyte et al., 1953), Collis (Collis & Williams, 1959) y Fujii (M. Fujii et al., 1982), que son las que más se aproximan al problema estudiado. En los resultados experimentales Milano diferenció tres regímenes de flujo: el primero para $Kn \leq 10^{-2}$, que considera régimen continuo y que se ajusta a la correlación propuesta por Fujii (M. Fujii et al., 1982); otro régimen para $10^{-2} < Kn \leq 2 \cdot 10^{-1}$ donde observa una separación de los resultados respecto de las ecuaciones para régimen continuo y sugiere que para este intervalo se utilicen modelos adecuados como el simplificado de Collis (Collis & Williams, 1959),

$$\frac{1}{Nu_m} - \frac{1}{Nu_c} = 2Kn,$$

donde el subíndice m designa el valor medido y el subíndice c el valor teórico de Nu , en combinación con la correlación de Fujii (M. Fujii et al., 1982); por último para $Kn > 2 \cdot 10^{-1}$ observa un tercer régimen donde la transferencia de calor por conducción en el gas prevalece frente al flujo convectivo y para el que propone un modelo conductivo, aunque indica las dificultades de aplicarlo en problemas térmicos prácticos. Para este último régimen de bajas presiones indica que para un valor fijo de presión el coeficiente de transferencia de calor por convección permanece constante, aunque se aumente la temperatura del hilo, lo que hace decrecer el valor de Nu ya que la conductividad térmica del gas aumenta con la temperatura.

Dai y Wang (Dai & Wang, 2016) realizaron experimentos con hilos horizontales de diámetros 20.1 y 50.8 μm inmersos en agua para convección natural y aunque el intervalo de Ra estudiado era reducido ($10^{-5} < Ra < 10^{-2}$) observaron un valor crítico de Ra para el cual la transferencia de calor es mínima y la temperatura del hilo fluctúa en el tiempo e indicaron que la convección natural en objetos del orden de micrómetros puede ser dependiente del fluido ya que el patrón de convección natural en gases y aceites podría ser distinto al del agua. Además observaron que aparte de las fuerzas de flotabilidad podría haber otras fuerzas que cobrasen importancia con la reducción del tamaño del objeto inmerso en el fluido.

También se ha estudiado la convección forzada en gases enrarecido para cilindros. Xie *et al* (Xie et al., 2016) realizaron experimentos con hilos de 20 μm en los que se alcanzaron valores de Kn en el régimen de transición. Mientras que en el régimen continuo observaron que la transferencia de calor depende principalmente del número de Reynolds, Re , para el régimen *slip flow* y el de transición observaron que la convección depende de Re y Kn . Para esa condición a Kn constante Nu decrece ligeramente cuando Re disminuye, sin embargo, para Re constante Nu decrece cuando Kn aumenta. A este respecto proponen una correlación empírica para convección forzada de cilindros en flujo perpendicular. Posteriormente (Xie et al., 2017) se amplió este trabajo con un estudio numérico en CFD que se validó con los datos experimentales para el régimen *slip flow*, proponiendo nuevas correlaciones para la transferencia de calor.

Gao *et al* (Gao et al., 2018) realizaron experimentos para la caracterización de la convección natural en hilos de 25 μm de diámetro y longitud 19.44 mm. Estos experimentos se realizaron en atmósfera enrarecida de aire con presiones de 0.07 mbar hasta presión ambiente con

incrementos de temperatura en el hilo entre 20 y 80 °C. La temperatura del hilo se calculó mediante la variación transitoria de la tensión eléctrica medida en el hilo durante el proceso de calentamiento. Se tuvieron en cuenta las pérdidas de calor por conducción en los extremos del hilo y también la radiación. Basándose en la teoría de transporte térmico balístico y difusivo obtienen la distancia *slip length* (distancia de influencia térmica para un diámetro de hilo dado) y proponen unas correlaciones para el cálculo de Nu para el régimen de transición y el régimen molecular libre en función de los coeficientes térmicos de acomodación, el cociente entre el diámetro y la *slip length*, las temperaturas características del problema y el número de Knudsen. Observaron que para ciertas presiones bajas el coeficiente de transferencia de calor por convección decrecía con el incremento de temperatura y que esta condición era más acusada cuanto mayor era la presión. Los resultados experimentales y las correlaciones propuestas por Gao *et al* no se han comparado todavía con resultados experimentales o correlaciones previas de otros autores.

La Tabla 2-1 resume las correlaciones para convección natural en hilos finos de la bibliografía analizada en este apartado.

Tabla 2-1 Resumen de correlaciones para convección natural en cilindros e hilos publicadas por otros autores relevantes para este estudio y los intervalos de validez propuestos (o en su defecto los experimentales estudiados). V y H quieren decir Vertical y Horizontal respectivamente.

Correlación	Intervalo	V/H	Referencia
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left[\frac{6.82}{(Ra_D)^{1/8}} \right]$	$(10^{-8} < Ra < 10^{-1})$ $0.25 < Nu < 0.7$ intervalos de Ra y Nu experimentales)	H	(Madden & Piret, 1951)
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left[\frac{4.06}{\left(Ra_D \frac{D}{Z}\right)^{1/4}} \right]$	$10^{-13} < RaD/Z < 10^{-5}$ ($0.24 < Nu < 0.5$ intervalo de Nu experimental)	V	
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left[\frac{7.09}{(Ra_D)^{0.37}} \right]$	$10^{-7} < Ra < 10^{1.5}$	H	(Kyte et al., 1953)
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left[\frac{4.47}{\left(Ra_D \frac{D}{Z}\right)^{0.26}} \right]$ se sustituye D por D_m a baja presión	$10^{-11} < RaD/Z < 10^{-4.5}$ ($0.04 < Nu < 0.38$ intervalo de Nu experimental)	V	
$Nu = C(Ra)^n$	$10^{-10} < Ra < 10^{-2}$	H	(Collis & Williams, 1954)
$\frac{1}{Nu_D} = 0.88 - 0.43 \log_{10} Gr_{D\infty}$	$10^{-10} < Gr < 10^{-2}$	H	(Collis & Williams, 1959)
$Nu \approx \frac{1}{\ln \left(Gr^{-\frac{1}{3}} \right)}$	$Gr^{1/2} L/D \gg 1$	H	(Mahony, 1957)

$Nu = 2.35(Ra)^{0.12}$	$10^{-4} < Ra < 1$	H	(Probert et al., 1967)
$Nu = C_1 \left(Ra \frac{D}{L} \right)^{C_2}$	$RaD/L < 0.05$ ($0.74 < Nu < 0.81$ intervalo de Nu experimental)	V	(Nagendra et al., 1970b)
$\frac{1}{Nu} = \frac{1}{3} \ln(E) - \frac{1}{3} \ln(NuGr)$ $E = 3.1(Pr + 9.4)^{1/2} Pr^{-2}$	$Pr^2 Gr \leq 10^{-3}$ ($0.15 < Nu < 0.19$ intervalo de Nu experimental)	H	(Seiichi & Takuro, 1975a)
$Nu^{1/2} = 0.60 -$ $0.387 \left\{ \frac{Ra}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{16/9}} \right\}^{1/6}$	$Ra > 10^{-6}$	H	(Stuart W. Churchill & Chu, 1975b)
$Nu = B(Ra)^m$	$10^{-10} < Ra < 10^{12}$	H	(Morgan, 1975)
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left(1 + \frac{4.065}{C(Pr)Ra_D^m} \right)$ $C(Pr) = \frac{0.671}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}}$ $m = \frac{1}{4} + \frac{1}{10 + 4Ra_D^{1/8}}$	$10^{-4} < Gr < 10^4$	H	(T. Fujii et al., 1979)
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left(1 + \frac{3.3}{C(Pr)Ra_D^m} \right)$ $C(Pr) = \frac{0.671}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}}$ $m = \frac{1}{4} + \frac{1}{10 + 5Ra_D^{0.175}}$	$10^{-8} < Ra < 10^6$	H	(M. Fujii et al., 1982)

$$\begin{aligned}
 Nu &= 0.400Pr^{0.0432}Ra^{0.25} \\
 &+ 0.503Pr^{0.0334}Ra^{0.0816} \\
 &+ 0.958 \frac{Ge^{0.122}}{Pr^{0.0600}} Ra^{0.0511} \quad 10^{-8} < Ra < 10^8 \quad H \quad \text{(Fand \& Brucker, 1983)} \\
 Ge &= \frac{g\beta L}{c_p}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Nu_{tran} &= \left[1 + \alpha_1 \frac{4B}{15} \frac{1}{2Kn} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \right]^{-1} Nu_{free} \\
 Nu_{free} &= \left[\frac{1}{\alpha_1} + \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \left(\frac{1}{\alpha_2} - 1 \right) \right]^{-1} \frac{(\gamma + 1)}{Kn(9\gamma - 5)} \sqrt{\frac{T_{m,DF}}{T_{m,FM}}} \\
 &\quad (0.012 < Nu < 0.42) \quad Kn < 44 \text{ intervalos de } Nu \text{ y } Kn \text{ experimentales} \quad H \quad \text{(Gao et al., 2018)}
 \end{aligned}$$

A la vista de la bibliografía examinada se deduce que existen pocas correlaciones propuestas para gases enrarecidos sobre todo para $Ra < 10^{-8}$ y las que más se aproximan al intervalo que se quiere estudiar aquí son las de Kyte (Kyte et al., 1953), Collis (Collis & Williams, 1959), Fujii (M. Fujii et al., 1982) y Morgan (Morgan, 1975). Estas correlaciones parecen arrojar resultados más similares entre sí que otras correlaciones aplicables en intervalos similares para hilos horizontales. Además, de entre esas correlaciones, la de Kyte es la única propuesta para hilos verticales en ese intervalo.

Aunque las correlaciones mencionadas en el párrafo anterior son adecuadas para su aplicación en los intervalos propuestos por sus autores, ninguna de ellas modela el intercambio de calor en el régimen de transición ni en el molecular. Y es precisamente en la zona de transición donde aparece una disminución significativa del valor de Nu respecto a las predicciones para el régimen continuo (*slip flow* y continuo) obtenidas con estas correlaciones.

También es un hecho que existen muy pocos resultados experimentales publicados en el intervalo del régimen de transición, como los de Kyte para hilos verticales y los de Milano (Milano, 2010) y Gao (Gao et al., 2018) para hilos horizontales. Milano intentó correlacionar sus resultados experimentales en el régimen de transición con una ecuación analítica, pero finalmente no mostró resultados concluyentes.

Las únicas correlaciones publicadas para los regímenes molecular y de transición son las de Gao *et al* (Gao et al., 2018) pero analizando en profundidad los resultados de su trabajo se observa que no validan sus datos experimentales ni sus correlaciones para el régimen molecular y de transición con resultados experimentales ni con correlaciones de otros autores. Por otra parte, los valores de Nu para sus resultados experimentales en el límite del régimen de transición hacia el *slip flow* ($Kn \approx 0.1$) parecen ser casi el doble de los obtenidos por otros autores y en el presente trabajo. Se observa también en el trabajo de Gao *et al* que para la presión más baja de 0.07 mbar y $\Delta T \approx 40^\circ C$ entre gas e hilo, éste tiene unas pérdidas por conducción en los extremos un 20 % mayores que la transferencia de calor por convección, es decir, que en sus experimentos la transferencia de calor dominante son las pérdidas en los extremos del hilo. En contraste, Milano y Kyte a las presiones más bajas

ensayadas, no han reportado nada similar, y en el presente trabajo con un hilo del mismo diámetro a la misma presión y similares incrementos de temperatura las pérdidas por conducción en los extremos son casi un 80 % menores que las de convección, es decir que la convección es dominante (aunque estas diferencias pueden deberse a la longitud, más pequeña, utilizada en los experimentos de Gao *et al*). También, en el trabajo de Gao *et al* se indica que a bajas presiones, el coeficiente de transferencia de calor por convección, h , decrece con el incremento de temperatura, ΔT , observación que también se puede apreciar en los trabajos de Milano, Kyte *et al* y la presente investigación. Sin embargo, Gao indica que a medida que se aumenta la presión, la pendiente de h vs. ΔT decrece, lo que parece ser contrario a lo observado en los resultados experimentales de Kyte, Milano y los del presente trabajo. Por otra parte, no ha sido posible evaluar en detalle ciertos resultados publicados por Gao *et al* debido a que en ciertas gráficas de presión y Kn no se ha utilizado la escala logarítmica para la representación de los puntos y consecuentemente, a bajas presiones (alto Kn) donde se hace patente el efecto de la rarefacción del gas se acumulan muchos puntos experimentales, siendo indistinguibles entre sí. Se observa también que las correlaciones propuestas por Gao *et al* se ajustan, obviamente, a sus resultados experimentales en el régimen molecular y de transición que están basados en el parámetro *slip length*. Sin embargo, es necesario calcular el valor de *slip length* del problema para poder aplicar las correlaciones de Gao, además de conocer el coeficiente térmico de acomodación entre el gas y el material (dato empírico para la combinación fluido-sólido), el coeficiente térmico de acomodación en el límite de la convección natural y el coeficiente de dilatación adiabática, γ (dato empírico para el fluido). En la práctica, muchos problemas térmicos carecen de esta información o no es posible calcularla debido a las particularidades de cada caso, por lo que las correlaciones propuestas por Gao *et al* no son del todo aplicables a los problemas térmicos que tienen un enfoque más cercano a la ingeniería térmica y, más concretamente, a la ingeniería de control térmico espacial.

Teniendo en cuenta esta discusión, la investigación que aquí se presenta es necesaria como solución a la dificultad del cálculo de la convección de problemas térmicos de hilos delgados en atmósferas enrarecidas y nanotecnología como se ha explicado en el Capítulo 1. En este trabajo se ha sintetizado una nueva correlación para hilos horizontales para la resolución práctica de este tipo de problemas que de otro modo deberían estimar la transferencia de calor por convección con un alto grado de incertidumbre que podría ser inaceptable. Con la presente investigación no sólo se cubre la falta actual de una correlación accesible y validada para la convección natural en hilos finos horizontales en régimen de transición, sino que también se aportan resultados experimentales con los que poder contrastar problemas similares en intervalos de Ra para los que no existían datos hasta ahora. La correlación propuesta para hilos horizontales que se ha sintetizado es válida para el intervalo del número de Rayleigh $10^{-12} < Ra < 1$ y $Kn < 10$ y tanto los resultados experimentales como la correlación han sido contrastados con otras correlaciones publicadas en los regímenes *slip flow* y continuo y datos experimentales publicados en dicho intervalo. Finalmente los resultados de esta investigación se han publicado en una revista científica de alto impacto (Peinado et al., 2020a).

Capítulo 3. BASE TEÓRICA Y FORMULACIÓN MATEMÁTICA

A fin de calcular con precisión la transferencia de calor entre un cuerpo y la atmósfera que lo rodea es necesario resolver las ecuaciones de Navier-Stokes para el medio y las de conducción en el cuerpo (sometido a condiciones adicionales de contorno), pero esto puede resultar poco económico a efectos de computación y solo son viables soluciones analíticas para geometrías muy simples. En aplicaciones de ingeniería este proceso suele evitarse y en su lugar se utilizan correlaciones empíricas para las configuraciones más comunes (placas planas horizontales o verticales, superficies externas de cilindros, cavidades internas de conducciones, etc.). Estas correlaciones se expresan como función de parámetros adimensionales involucrados en el problema. Se sabe que para una geometría dada, el intercambio de calor por convección natural se puede calcular conociendo el valor del número de Nusselt, Nu , como función del número de Rayleigh, Ra , que puede expresarse como el producto del número de Grashof, Gr , y el número de Prandtl, Pr . El valor de Pr es aproximadamente constante y en torno a 0.7 para el aire en el intervalo de temperaturas estudiado en este trabajo, así, el comportamiento de Nu cuando se habla de convección natural puede describirse bien utilizando Ra o Gr .

El objetivo principal de la investigación es estimar las pérdidas por convección en el hilo, es decir, la transferencia de calor entre el hilo y el aire que lo rodea pero se deben tener en cuenta también las pérdidas por conducción en el material ya que inevitablemente el hilo debe ser apoyado estructuralmente, además de estimar las pérdidas por radiación. En este capítulo se hace un recorrido por los fundamentos teóricos y la formulación del problema que se ha estudiado en este trabajo, centrándose en la definición de las principales variables estudiadas, Gr , Nu y Kn .

Cabe hacer un inciso aclaratorio para el lector sobre el concepto de “convección” utilizado a lo largo de este documento. A efectos del intercambio de calor entre el hilo y el aire que lo rodea, en este documento se hace referencia a la transferencia de calor por convección como toda aquella que se transmite por el gas. Así, este calor transferido en la pared del hilo se debe al efecto acumulativo de dos mecanismos:

- Transferencia de energía debida a al movimiento aleatorio de las moléculas (difusión), que puede entenderse como conducción pura a través del gas.
- Modificación de los gradientes de temperatura mediante el movimiento macroscópico o en bloque del fluido (corrientes de convección) que intensifica la transferencia de calor.

En régimen molecular la conducción pura a través del gas es dominante mientras que en régimen continuo domina la convección, pero no debe olvidarse que son mecanismos de transferencia de calor que van ligados. Puesto que cuantificar separadamente la contribución de ambos mecanismos en los resultados obtenidos es un estudio que excede los objetivos de esta investigación, a lo largo de este trabajo se habla del calor intercambiado por convección independientemente del régimen de flujo.

A este respecto, en caso de que la difusión de calor fuese dominante y las corrientes de convección fuesen despreciables, la transferencia de calor se sigue nombrando como convección. Por esto, a lo largo de este documento el término “convección” debe entenderse

como todo aquel calor transferido del hilo al aire independientemente de su mecanismo de transferencia. Además no debe confundirse la conducción pura por el gas (como caso particular de convección) con la conducción de calor por el material del hilo (pérdidas de calor en los extremos del hilo). En los apartados correspondientes se ha definido explícitamente cada tipo de intercambio de calor.

3.1 Convección Natural

La convección natural o convección libre se caracteriza porque el movimiento del fluido está causado por fuerzas de flotabilidad y no por una fuerza exterior que implica movimiento como en convección forzada (Incropera et al., 2007). En convección natural el movimiento del fluido se produce por gradientes de densidad en el fluido que son producidos por el cuerpo que interacciona con el fluido (como por ejemplo un hilo que se calienta eléctricamente y produce gradientes de temperatura en su entorno). Las fuerzas de flotabilidad, que son las que producen corrientes en el fluido, son debidas a la combinación de gradientes de densidad y un campo de fuerzas másicas, como la presencia de la gravedad, que son proporcionales a ella.

Dependiendo del problema, la transferencia de calor por convección natural puede ser menor que aquella producida por convección forzada, pero no por ello es menos importante y multitud de sistemas necesitan de un modelo térmico en el que la convección natural se estime de forma precisa para calcular la transferencia de calor.

La densidad de los gases o líquidos suele ser decreciente con la temperatura (por la expansión del fluido), que es la variable más habitual causante de los gradientes de densidad. El campo de fuerzas másicas más habitual suele ser el gravitacional. Este es el caso del problema estudiado en este trabajo: hilos que se calientan generando gradientes de densidad en el aire circundante a diferentes presiones y con gravedad presente.

En los problemas de transferencia de calor de este trabajo entran en juego las propiedades termofísicas del aire, como la conductividad, k , la viscosidad cinemática, ν , la densidad, ρ , y el calor específico a presión constante, c_p , y las propiedades que las relacionan como la viscosidad dinámica, $\mu = \nu\rho$ y el número de Prandtl, $Pr = \frac{c_p\mu}{k}$. Los valores de las propiedades, como c_p y μ , que se emplean en los cálculos realizados para el tratamiento de datos de los experimentos se han extraído de valores tabulados (Incropera et al., 2007), en función de la temperatura mientras que los valores de k se calculan por el método propuesto por Lemmon y Jacobsen (Lemmon & Jacobsen, 2004) en función de la temperatura y de la densidad.

Se ha tenido en cuenta que la conductividad térmica del aire varía solo con la temperatura para el intervalo de presiones estudiado, ya que se considera independiente de la presión si el camino libre medio molecular, λ , del gas es pequeño comparado con las dimensiones del recipiente (Bomelburg, 1959; Kennard, 1938; Lemmon & Jacobsen, 2004). La dependencia de la conductividad térmica respecto de la presión se tiene en cuenta en la conductividad entre superficies próximas cuya separación es del orden de λ (Kannuluik & Donald, 1950; Wu et al., 2009), y es el principio de funcionamiento de los sensores de presión tipo *Pirani*. En los experimentos se han alcanzado λ de hasta 2.3 mm, mucho menor que las dimensiones de la cámara de ensayos, por lo que no se ha tenido en cuenta una dependencia de la conductividad respecto de la presión.

3.2 Número de Grashof

El número de Grashof es una medida del cociente entre las fuerzas de flotabilidad y las fuerzas de viscosidad del fluido en la capa límite de la velocidad que se aplica en problemas de convección natural. Su papel en la convección natural es análogo al del número de Reynolds en la convección forzada. A continuación se presenta la formulación del número de Grashof (Incropera et al., 2007).

Considérese un diferencial de volumen en un flujo en condiciones estacionarias donde la variación local de la velocidad es nula, $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$, y actúa un campo de fuerzas másicas proporcionales al volumen y fuerzas de superficie proporcionales al área. Aplicando la segunda ley de Newton en el diferencial de volumen y particularizando para flujo bidimensional se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes para la conservación de la cantidad de movimiento

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + X, \\ \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + Y, \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde u y v son las componentes, en x e y respectivamente, de la velocidad, y X e Y son las componentes, en x e y respectivamente, de fuerzas gravitacionales, centrífugas y de campos magnéticos y/o eléctricos. Los términos a la izquierda de la igualdad en (3.1) corresponden al flujo de cantidad de movimiento del volumen de control y los términos a la derecha de la igualdad corresponden, de izquierda a derecha, a la fuerza de presión, las fuerzas viscosas y el campo de fuerzas másicas.

Considérese un flujo de capa límite laminar sobre una superficie vertical como el de la Figura 3-1, dominado por fuerzas de flotabilidad. Se asumen condiciones estacionarias bidimensionales y se supone fluido incompresible excepto a la hora de tener en cuenta el efecto de la variación de la densidad en las fuerzas de flotabilidad. Se tiene en cuenta la variación de densidad, ya que es la que produce el movimiento ($\rho_\infty - \rho \neq 0$).

Figura 3-1 Capa límite laminar sobre una superficie vertical.

Asumiendo que las aproximaciones de la capa límite son válidas, y si la única contribución del campo de fuerzas másicas es por la gravedad, $X = -\rho g$, de la ecuación de la cantidad de movimiento en x en (3.1) se obtiene la ecuación de la capa límite,

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (3.2)$$

En la capa límite $\frac{\Delta y p}{\Delta x p} \ll 1 \rightarrow \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp_\infty}{dx}$, entonces la ecuación (6.42) queda

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_\infty}{dx} - g + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (3.3)$$

donde $\frac{dp_\infty}{dx}$ es el gradiente de presión de la corriente libre en la zona de reposo, fuera de la capa límite, donde $u = 0$, entonces

$$\frac{dp_\infty}{dx} = -\rho_\infty g. \quad (3.4)$$

Sustituyendo (3.4) en (3.3) queda

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \frac{(\rho_\infty - \rho)}{\rho} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (3.5)$$

siendo el primer término a la derecha de la igualdad, la fuerza de flotabilidad. Como el flujo se origina porque la densidad es variable, si estas variaciones son debidas solamente a

variaciones de temperatura, este término se puede relacionar con el coeficiente de expansión térmica volumétrico, β ,

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p, \quad (3.6)$$

que mide el cambio en la densidad del fluido debido a un cambio en la temperatura, a presión constante. Se puede tomar la aproximación,

$$\frac{(\rho_\infty - \rho)}{\rho} \ll 1 \rightarrow \frac{(\rho_\infty - \rho)}{\rho} \approx \beta \Delta T, \quad (3.7)$$

que se conoce como aproximación de Boussinesq, quedando la ecuación (3.5) de la siguiente manera

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta \Delta T + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (3.8)$$

siendo $\Delta T = T - T_\infty$, relacionando la fuerza de flotabilidad con la diferencia de temperaturas. Como los efectos de flotabilidad solo afectan a la ecuación de la cantidad de movimiento, las ecuaciones de conservación de la masa y de la energía no cambian.

Completando el problema con la ecuación de continuidad y con la ecuación de la energía se tienen las ecuaciones que gobiernan el problema,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3.9)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (3.10)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_T \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (3.11)$$

siendo α_T la difusividad térmica ($\alpha_T = \frac{k}{\rho c_p}$). Adimensionalizando el problema con

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{L_c}, \\ y' &= \frac{y}{L_c}, \\ u' &= \frac{u}{u_0}, \\ v' &= \frac{v}{u_0}, \\ T' &= \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

donde L_c es la longitud característica del problema y u_0 una velocidad “arbitraria” de referencia.

Finalmente la ecuación de la cantidad de movimiento en x y la de la energía quedan

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = \frac{g\beta(T_S - T_\infty)L_c}{u_0^2} T' + \frac{1}{\text{Re}_{Lc}} \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}, \quad (3.13)$$

$$u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} = \frac{1}{\text{Re}_{Lc} \text{Pr}} \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2}, \quad (3.14)$$

donde el primer término a la derecha de la igualdad es un parámetro adimensional consecuencia de las fuerzas de flotabilidad, Re_{Lc} es el número de Reynolds basado en la longitud característica L_c y Pr es el número de Prandtl ($\text{Pr} = \nu/\alpha_T$), que corresponde al cociente entre los términos de la velocidad de difusión de la cantidad de movimiento y la difusividad térmica del fluido. Para simplificar la ecuación (3.13) se toma

$$u_0^2 = g\beta(T_S - T_\infty)L_c, \quad (3.15)$$

sabiendo que el número de Reynolds es

$$\text{Re}_{Lc} = \frac{u_0 L_c}{\nu}, \quad (3.16)$$

sustituyendo (3.15) en (3.16) queda

$$\text{Re}_{Lc} = \sqrt{\frac{g\beta(T_S - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}}. \quad (3.17)$$

Definiéndose el número de Grashof, Gr , como el cuadrado del número de Reynolds,

$$\text{Gr}_{Lc} = \frac{g\beta(T_S - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}. \quad (3.18)$$

Debe tenerse en cuenta que para hilos delgados como los que se tratan en este trabajo, la longitud característica, L_c , para las anteriores ecuaciones es el diámetro D .

3.3 Número de Nusselt

El número de Nusselt proporciona la relación entre la convección y la conducción pura en un fluido, con base a una longitud característica dada, para el caso de un cilindro horizontal con longitud característica el diámetro D se definiría como

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{k}, \quad (3.19)$$

donde k es la conductividad térmica del fluido. Para el cálculo de Nu en geometrías comunes suelen utilizarse correlaciones ya existentes en la literatura.

Como existen multitud de problemas de convección, en ocasiones puede ocurrir que los efectos de la convección forzada sean comparables a los de la convección natural o un tipo de convección sea dominante sobre el otro. Para establecer la importancia relativa de los dos mecanismos, siguiendo a Incropera (Incropera et al., 2007) considérese que la capa límite de la Figura 3-1 tiene una velocidad de la corriente libre $u_\infty \neq 0$, y para este supuesto es más

conveniente tomar u_∞ como velocidad característica ya que en (3.12) $u'=1$ cuando $y \rightarrow \infty$. Así, el término T' en la ecuación (3.13) se multiplicará por $\frac{Gr_{Lc}}{Re_{Lc}^2}$ y las expresiones para Nu serán de la forma

$$Nu_{Lc} = f(Re_{Lc}, Gr_{Lc}, Pr). \quad (3.20)$$

En general los efectos combinados de la convección natural y la forzada se deben tener en cuenta cuando $\frac{Gr_{Lc}}{Re_{Lc}^2} \approx 1$. Si se da $\frac{Gr_{Lc}}{Re_{Lc}^2} \ll 1$, los efectos de la convección natural pueden despreciarse, quedando $Nu_{Lc} = f(Re_{Lc}, Pr)$. Si por el contrario $\frac{Gr_{Lc}}{Re_{Lc}^2} \gg 1$, los efectos de la convección forzada pueden despreciarse y la convección natural se modelaría mediante

$$Nu_{Lc} = f(Gr_{Lc}, Pr). \quad (3.21)$$

Para cilindros largos horizontales las correlaciones existentes proporcionan el Nu medio sobre toda la longitud del cilindro y sobre toda su circunferencia, pero hay que tener en cuenta que el Nu local está influenciado por el desarrollo de la capa límite que se produzca sobre la superficie del cilindro (en escenarios con gravedad se desarrolla una pluma vertical ascendente sobre el cilindro en caso de $T_w > T_\infty$). Si el flujo de la capa límite es laminar en toda la superficie del cilindro, la distribución del Nu local tendrá un máximo en la parte más baja de la circunferencia (donde comienza la capa límite), y será decreciente a lo largo de la circunferencia hasta donde se origina la pluma, aunque para Ra suficientemente grandes con transición a régimen turbulento dentro de la capa límite, el Nu local no decrece necesariamente a lo largo de la circunferencia. En caso de $T_w < T_\infty$ el desarrollo de la capa límite comienza en la parte superior de la circunferencia y la pluma desciende verticalmente desde la parte baja del cilindro (Incropera et al., 2007).

3.3.1 Conducción pura por el fluido

A continuación se hace una estimación del número de Nusselt en caso de que no hubiera efectos convectivos sobre el hilo y el intercambio de calor únicamente se realizase por conducción pura a través del fluido (Incropera et al., 2007). Supóngase un hilo infinito de diámetro D inmerso en un fluido y con una temperatura $T_w > T_\infty$ como se muestra en la Figura 3-2.

Figura 3-2 Modelo de hilo infinito para conducción pura a través del fluido.

En ciertas condiciones en las que existe gradiente de temperatura entre la temperatura de la pared del hilo T_w y la temperatura del fluido en el infinito T_∞ se puede considerar que la capa límite térmica es un cilindro de diámetro B . La forma general de la ecuación de conducción de calor no estacionaria en coordenadas cilíndricas (Incropera et al., 2007) es de la forma

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.22)$$

donde c_p es el calor específico del fluido.

Tratándose de un hilo infinito $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ y si se asume conducción pura por el fluido, sin efectos convectivos, es decir, $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$, entonces para el caso estacionario la derivada parcial de la temperatura respecto del tiempo es nula, $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, y la ecuación (3.22) queda

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0. \quad (3.23)$$

Integrando (3.23) para un valor de k constante se obtiene la solución general de la ecuación

$$r \frac{\partial T}{\partial r} = C_1, \quad (3.24)$$

e integrando otra vez, siendo C_1 una constante, se obtiene

$$T = C_1 \ln(r) + C_2. \quad (3.25)$$

Imponiendo las condiciones de contorno del problema, se obtienen las soluciones

$$\begin{aligned} r = \frac{D}{2} \rightarrow T = T_w \rightarrow T_w &= C_1 \ln\left(\frac{D}{2}\right) + C_2, \\ r = \frac{B}{2} \rightarrow T = T_\infty \rightarrow T_\infty &= C_1 \ln\left(\frac{B}{2}\right) + C_2, \end{aligned} \quad (3.26)$$

y restando las dos soluciones y operando se obtiene

$$C_1 = \frac{T_w - T_\infty}{\ln\left(\frac{D}{B}\right)}. \quad (3.27)$$

La transferencia de calor en la pared del hilo por conducción pura, $\dot{Q}_{cp}$, será

$$\dot{Q}_{cp} = -kA_{ext} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=\frac{D}{2}}. \quad (3.28)$$

Sustituyendo (3.24) en (3.28) finalmente queda

$$\dot{Q}_{cp} = 2\pi kL \frac{T_w - T_\infty}{\ln\left(\frac{B}{D}\right)}. \quad (3.29)$$

Sustituyendo en (3.45), el calor transferido por convección $\dot{Q}_{conv}$ por el de conducción pura por el fluido $\dot{Q}_{cp}$ obtenemos que el coeficiente de transferencia de calor por convección es

$$h = \frac{2k}{D \ln\left(\frac{B}{D}\right)}. \quad (3.30)$$

De aquí se extrae la transferencia de calor como conducción pura por el fluido, pero se observa que la dependencia respecto de D no es directa. Empleando (3.19) se obtiene entonces Nu,

$$\text{Nu} = \frac{2}{\ln\left(\frac{B}{D}\right)}. \quad (3.31)$$

La ecuación (3.31) representaría el número de Nusselt si el problema fuese de intercambio de calor puramente conductivo a través del fluido, pero este no es el caso del modelo estudiado ya que también intervienen efectos de borde y fenómenos convectivos.

3.4 Número de Knudsen

El número de Knudsen se define como el cociente entre el camino libre medio molecular, λ , y la longitud característica del problema que se estudia, que será el diámetro D para los experimentos realizados para este trabajo,

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{D}. \quad (3.32)$$

El camino libre medio molecular es la distancia media que viaja una molécula entre colisiones, cuanto mayor es esta distancia, la transferencia de calor de un cuerpo al fluido que lo rodea será menor. Existen numerosas formas de definir el camino libre medio molecular y muchas de ellas son aproximaciones derivadas de diversas aplicaciones. Una definición común del camino libre medio molecular es

$$\lambda = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \pi d_m^2 p}, \quad (3.33)$$

donde $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann y d_m es el diámetro molecular. Pero la determinación del diámetro molecular no suele ser precisa y además las moléculas no suelen comportarse como esferas rígidas que chocan entre sí, sino que se atraen y repelen a distancia. Para los cálculos que ocupan en este trabajo se ha utilizado la definición

$$\lambda = \frac{\mu \sqrt{2\pi R_g T}}{2p}, \quad (3.34)$$

donde $R_g = 287$ J/kg·K es la constante del gas específica para el aire. La ecuación (3.34) describe un modelo más realista, utilizando la viscosidad del fluido (Bird, 1983; Tsien, 1946; Xie et al., 2016). De esta forma el número de Knudsen queda

$$\text{Kn} = \frac{\mu \sqrt{2\pi R_g T}}{2pD}, \quad (3.35)$$

Para los experimentos realizados, la temperatura utilizada para el cálculo de Kn es la temperatura *film*, definida en (3.43).

3.5 Formulación del problema

Recordando el problema original, el objetivo es caracterizar la convección natural en hilos finos a través del valor del número de Nusselt definido por (3.19), para llegar a esto es necesario obtener las distintas variables involucradas en el problema.

Cuando se alcanza el estado estacionario en el hilo, el calor aportado eléctricamente al hilo por efecto Joule, $\dot{Q}_J$, es disipado por convección, $\dot{Q}_{conv}$, conducción, $\dot{Q}_{cond}$, y radiación, $\dot{Q}_{rad}$, de tal manera que la ecuación de balance energético en el hilo será

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{Q}_J - \dot{Q}_{cond} - \dot{Q}_{rad} . \quad (3.36)$$

Para satisfacer esta ecuación y conocer el calor intercambiado por convección se deben calcular los términos $\dot{Q}_J$, $\dot{Q}_{cond}$ y $\dot{Q}_{rad}$. La potencia suministrada al hilo, $\dot{Q}_J$, puede modelarse mediante un circuito eléctrico simple constituido por las resistencias que forman el circuito: la del hilo, la del voltímetro y la del cableado (véase el apartado 5.5), de tal manera que

$$\dot{Q}_J = V_w I_w , \quad (3.37)$$

donde la intensidad que circula por el hilo es I_w , y la caída de tensión entre sus extremos es V_w . Para los términos $\dot{Q}_{cond}$ y $\dot{Q}_{rad}$ es necesario determinar la temperatura del hilo, T_w . Como el hilo es muy delgado no se tienen en cuenta gradientes de temperatura radiales (véase el apartado 3.5.1) y la temperatura del hilo puede obtenerse de la conocida relación (Cardarelli, 2018) entre la resistencia eléctrica del hilo y su temperatura,

$$R_w = R_{w0} [1 + \alpha (T_w - T_{w0})] , \quad (3.38)$$

donde R_w es la resistencia eléctrica del hilo a la temperatura T_w , el subíndice 0 denota un estado de referencia conocido y α es el coeficiente de temperatura de la resistencia eléctrica. Esta aproximación lineal es adecuada para el intervalo de temperaturas de hilo estudiadas en este trabajo (Kasap et al., 2017), aproximadamente entre 20 y 100 °C. El valor de α para el material en ese intervalo de temperaturas se obtiene experimentalmente (véase el apartado 5.3). La resistencia eléctrica del hilo puede obtenerse a partir de

$$R_w = \frac{V_w}{I_w} . \quad (3.39)$$

Para el hilo sin alimentar ($I_w = 0$) se tiene una R_{w0} a una temperatura del aire que lo rodea conocida, T_∞ (en los experimentos T_∞ corresponde a la temperatura del aire interior de la cámara, T_i , en un punto alejado del hilo), asumiendo que para esta situación $T_{w0} = T_\infty$. Conociendo este estado de referencia (T_{w0} , R_{w0}) y el valor de R_w según (3.39) es posible obtener la temperatura del hilo para un estado estacionario por medio de (3.38) (véase el apartado 5.5).

En la formulación del problema para este trabajo también se han tenido en cuenta las pérdidas por radiación térmica (considerando que el aire es transparente a la radiación

térmica y el intercambio de calor por radiación se produce entre el hilo y la cámara de ensayos), que se han estimado mediante

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon \pi D L \sigma (T_w^4 - T_{wall}^4), \quad (3.40)$$

donde ε es la emisividad del Alumel, considerándose un valor constante para el reducido intervalo de temperaturas estudiado y que se asume es 0.08 para el Alumel (Sasaki et al., 1994) de los hilos ensayados, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ es la constante de Stefan-Boltzmann y T_{wall} es la temperatura de la pared de la cámara de ensayos. Las pérdidas por radiación a presión ambiente son menores del 0.2 % mientras que para las presiones más bajas están en torno al 10 % en las distintas configuraciones de hilo.

En algunos trabajos experimentales publicados (Collis & Williams, 1954; Kyte et al., 1953; Milano, 2010), las pérdidas de calor por conducción se desprecian, bien por considerarse lo suficientemente pequeñas o bien por adaptar el experimento para reducir los efectos de borde (Kyte et al., 1953). Esta hipótesis puede ser aceptable para presiones cercanas a ambiente, pero la importancia relativa de las pérdidas por conducción se incrementa a medida que baja la presión. Por este motivo, para reducir los errores potenciales en los que puede incurrir no tener en cuenta estas pérdidas, se ha utilizado para este trabajo un modelo unidimensional de conducción de calor, asumiendo un valor medio para el coeficiente de transferencia de calor por convección (Incropera et al., 2007) y que el valor de la temperatura de los apoyos del hilo es conocida (idealmente será T_∞). Empleando este modelo (véase el apartado 3.5.1) las pérdidas por conducción en los extremos del hilo quedan

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{Q}_J \frac{\tanh(\Lambda \sqrt{\text{Bi}})}{\Lambda \sqrt{\text{Bi}}}, \quad (3.41)$$

donde Bi, es el número de Biot. En la ecuación (3.41) se tiene una dependencia de Nu a través de Bi (véase el apartado 3.5.1), por lo que el cálculo de las variables dependientes de $\dot{Q}_{cond}$ hasta la obtención de Nu es un proceso iterativo. Basándose en esta estimación, en los experimentos de este trabajo se tienen pérdidas por conducción menores del 3 % respecto de $\dot{Q}_J$ para todas las configuraciones de hilo en presiones $> 10 \text{ mbar}$, sin embargo, las pérdidas se incrementan rápidamente, llegando a ser $> 10 \%$ para presiones más bajas (véase el apartado 7.2). Estos valores son similares a los calculados por Milano (Milano, 2010) cuyo modelo de conducción tridimensional arroja pérdidas de hasta el 6 % sobre el calor total disipado.

Una vez obtenidos $\dot{Q}_J$, $\dot{Q}_{cond}$ y $\dot{Q}_{rad}$ se deduce $\dot{Q}_{conv}$ de la ecuación (3.36). El cálculo de los parámetros adimensionales del problema, Gr y Nu se hace con la longitud característica del problema. En caso de cilindros horizontales muy esbeltos de longitud L y diámetro D , con una esbeltez $\Lambda = L/D$ mucho mayor que 1, la longitud característica del problema es el diámetro, y ésta será la magnitud utilizada en las expresiones de los parámetros adimensionales. Para el caso de cilindros verticales muy esbeltos el diámetro resulta ser también la longitud característica del problema.

Así, una vez se obtiene la temperatura del hilo, se puede calcular el valor del número de Grashof, que considerando la aproximación de Boussinesq se define como

$$\text{Gr}_D = \frac{g \beta \Delta T D^3}{\nu^2}, \quad (3.42)$$

donde g es el valor de la aceleración de la gravedad del planeta, β es el coeficiente de expansión térmica, que para la hipótesis de gas ideal es $\beta = 1/T$ (Incropera et al., 2007), y ν es la viscosidad cinemática del fluido. Tanto β , ν y la conductividad térmica, k , son parámetros dependientes de la temperatura y para este trabajo se han evaluado según la temperatura media entre la del aire y la del hilo, conocida como temperatura *film*,

$$T_f = \frac{(T_w + T_\infty)}{2}. \quad (3.43)$$

Se debe tener en cuenta que para las características de los hilos utilizados en este trabajo, de diámetros 25 y 12.7 μm , y esbelteces A de 2440 y 5040 respectivamente, se tienen Gr del orden de 10^{-5} para ΔT en torno a 10 K para presión ambiente. Esto quiere decir que al reducir más la presión en los experimentos en la cámara de vacío, llegando a atmósferas enrarecidas, se consiguen valores de Gr mucho menores aún, ya que Gr es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la densidad, ρ , según $\nu = \mu/\rho$, siendo μ la viscosidad dinámica.

A su vez, el número de Nusselt puede definirse como

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{k}, \quad (3.44)$$

donde h es el valor medio del coeficiente de transferencia de calor por convección y k es la conductividad térmica del gas.

El coeficiente de transferencia de calor por convección se calcula utilizando el calor intercambiado por convección, $\dot{Q}_{conv}$, entre el fluido y el hilo para una diferencia de temperatura dada,

$$h = \frac{\dot{Q}_{conv}}{A_{ext}\Delta T}, \quad (3.45)$$

donde $A_{ext} = \pi DL$, es el área exterior del hilo y $\Delta T = T_w - T_\infty$, siendo T_∞ la temperatura del fluido lejos del hilo. T_w se obtiene de (3.38) mientras que T_∞ es un valor medido. El valor de h varía significativamente con el diámetro de hilo, de tal manera que para hilos muy delgados se pueden alcanzar valores de hasta 800 W/m²K.

Una vez calculado h , el valor del número de Nusselt se calcula usando (3.44), y este último se realimentará en (3.41) en un proceso iterativo.

3.5.1 Conducción por el material

Para estimar las pérdidas por conducción a través de los soportes de hilo, a continuación se deduce su contribución en función de la geometría del hilo y de la convección sobre el mismo de manera similar a la expuesta por Tropea (Tropea et al., 2007).

Considérese un hilo de diámetro D y longitud L que se apoya en dos soportes (electrodos para el suministro de corriente eléctrica) que están a temperatura constante T_0 (que idealmente es la misma que la temperatura en el infinito, T_∞ , o la temperatura del interior de la cámara en el infinito, T_i , para los experimentos realizados). En los extremos $T_w = T_0$. A través del hilo pasa una corriente eléctrica por lo que se genera en su interior un calor por unidad de tiempo, $\dot{Q}_J$ producido por efecto Joule. Se necesita conocer el calor que pierde el hilo en los apoyos, $\dot{Q}_{cond}$. Se considera el hilo lo suficientemente delgado para que no haya

variación radial de temperatura dentro del mismo. En este caso la temperatura T_w del hilo dependerá únicamente de x . Se puede considerar un modelo unidimensional para calcular la distribución de temperatura del hilo, como se muestra en la Figura 3-3.

Figura 3-3 Modelo de conducción en el hilo.

Para este modelo se tendrán en cuenta las pérdidas de calor por efecto de la convección, pero se desprecian las pérdidas por radiación. Teniendo en cuenta que las pérdidas por convección en el hilo pueden escribirse como

$$\dot{Q}_{conv} = hp_c L(T_w - T_0), \quad (3.46)$$

siendo h , el coeficiente de transferencia de calor por convección y p_c el perímetro de la circunferencia del hilo, la ecuación de la conducción de calor no estacionaria en el hilo es

$$\rho c_p \frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_w \frac{\partial T_w}{\partial x} \right) + \frac{\dot{Q}_J}{A_s L} - \frac{\dot{Q}_{conv}}{A_s L}, \quad (3.47)$$

siendo A_s el área de la sección del hilo. Alcanzado el estado estacionario, la derivada parcial de la temperatura del hilo respecto del tiempo es nula, $\frac{\partial T_w}{\partial t} = 0$, y operando, se tiene

$$\frac{d^2 T_w}{dx^2} + \frac{4\dot{Q}_J}{k_w \pi D^2 L} - \frac{4h(T_w - T_0)}{k_w D} = 0. \quad (3.48)$$

En los extremos del hilo, $\pm L/2$, la temperatura ambiente es igual a la del hilo, $T_w = T_0$. Se debe encontrar la temperatura del hilo como $T_w = f(x)$.

Se adimensionaliza el problema para evidenciar los parámetros importantes del fenómeno,

$$\xi = \frac{2x}{L} \Rightarrow \frac{L}{2} d\xi = dx, \quad (3.49)$$

y de la ecuación (3.48) se obtiene

$$\frac{d^2 T_w}{d\xi^2} + \frac{\dot{Q}_J L}{k_w \pi D^2} - \frac{h L^2}{k_w D} (T_w - T_0) = 0. \quad (3.50)$$

Definiendo θ como

$$\theta = \frac{k_w \pi D^2}{\dot{Q}_J L} (T_w - T_0), \quad (3.51)$$

la ecuación (3.50) resulta

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + 1 - \frac{hL^2}{k_w D} \theta = 0. \quad (3.52)$$

Definiendo la esbeltez del hilo como $\Lambda = L/D$ y el número de Biot, Bi, como

$$\text{Bi} = \frac{hD}{k_w}, \quad (3.53)$$

de la ecuación (3.52) se tiene

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + 1 - \Lambda^2 \text{Bi} \theta = 0. \quad (3.54)$$

Para simplificar las operaciones se define el parámetro $\delta^2 = \Lambda^2 \text{Bi}$. De esta manera se saca la solución general de la ecuación diferencial como

$$\theta = \frac{1}{\delta^2} + A(e^{\delta\xi} + e^{-\delta\xi}), \quad (3.55)$$

e imponiendo las condiciones en los extremos del hilo, $\xi = \pm 1 \rightarrow \theta = 0$, se obtiene A ,

$$A = -\frac{1}{(e^\delta + e^{-\delta})\delta^2}. \quad (3.56)$$

Sustituyendo δ^2 y A en (3.55) se obtiene

$$\theta = \frac{1}{\Lambda^2 \text{Bi}} \left(1 - \frac{\cosh(\Lambda\sqrt{\text{Bi}}\xi)}{\cosh(\Lambda\sqrt{\text{Bi}})} \right). \quad (3.57)$$

De la ecuación (3.57) ya se obtiene la distribución de temperatura $T_w = f(x)$ en el hilo en función de los parámetros de problema, como

$$T_w = \frac{\dot{Q}_J}{\pi L h D} \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2x}{D}\sqrt{\text{Bi}}\right)}{\cosh(\Lambda\sqrt{\text{Bi}})} \right] + T_0. \quad (3.58)$$

Un ejemplo de distribución de temperaturas para hilo horizontal se muestra en la Figura 3-4.

Figura 3-4 Distribución de temperaturas según (3.58), para un caso teórico de un hilo de características $D = 25 \text{ } \mu\text{m}$, $L = 20 \text{ mm}$, $\dot{Q}_J = 5 \text{ mW}$, $h = 50 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, de material Aludel con $k_w = 30 \text{ W/m}\cdot\text{K}$.

Ahora, para estimar las pérdidas por conducción en los dos extremos del hilo se debe resolver

$$\dot{Q}_{cond} = -2k_w A_s \left. \frac{dT_w}{dx} \right|_{x=\frac{L}{2}}. \quad (3.59)$$

Recordando que $x = L/2 \rightarrow \xi = 1$ y que

$$dT_w = \frac{\dot{Q}_J L}{k_w \pi D^2} d\theta. \quad (3.60)$$

Operando en (3.59), la ecuación para estimar las pérdidas por conducción, queda

$$\dot{Q}_{cond} = -\dot{Q}_J \left. \frac{d\theta}{d\xi} \right|_{\xi=1}. \quad (3.61)$$

Sustituyendo (3.57) en $\frac{d\theta}{d\xi}$ y particularizando para $\xi = 1$, se tiene que

$$\frac{d\theta}{d\xi} = -\frac{\tanh(\Lambda\sqrt{\text{Bi}})}{\Lambda\sqrt{\text{Bi}}}. \quad (3.62)$$

Conociendo que el Nusselt basado en el diámetro es

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{k_a}, \quad (3.63)$$

siendo k_a la conductividad térmica del aire.

El número de Biot en (3.53) puede expresarse como el producto entre el número de Nusselt y el cociente entre las conductividades térmicas de aire y del material (Alumel) del hilo como

$$\text{Bi} = \frac{k_a}{k_w} \text{Nu}_D. \quad (3.64)$$

Como en el presente trabajo el cociente entre conductividades térmicas, $\frac{k_a}{k_w}$, es del orden de 10^{-3} y el valor del número de Nusselt en el intervalo estudiado es como mucho de orden unidad, el número de Biot es muy pequeño. Consecuentemente, los posibles gradientes de temperatura en la dirección radial del hilo pueden despreciarse y el presente modelo unidimensional es adecuado para la estimación de las pérdidas de calor por conducción en los extremos del hilo. De esta manera, sustituyendo (3.62) y (3.64) en la ecuación (3.61) para estimar las pérdidas por conducción, finalmente se obtiene

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{Q}_J \frac{\tanh\left(\Lambda \sqrt{\frac{k_a}{k_w}} \text{Nu}_D\right)}{\Lambda \sqrt{\frac{k_a}{k_w}} \text{Nu}_D}. \quad (3.65)$$

En los experimentos realizados en este trabajo, se considera que los especímenes de hilo ensayados son hilos no infinitos. En un hilo finito en el que se producen efectos de borde en sus extremos (véase el apartado 6.7.1), se tendrá una distribución de temperaturas en función de x en el hilo, como se ha comprobado aquí, al igual que una distribución en el número de Nusselt, Nu , y en el número de Grashof, Gr . Sin embargo, cabe decir que tanto la temperatura del hilo T_w como los parámetros de convección Nu y Gr , con los que se trabaja al procesar los datos de los experimentos, corresponden a los valores medios en el hilo (valores medios de los valores locales que son función de la distancia x sobre el hilo).

3.5.2 Conducción por el material según la Ley de Fourier

Se expone a continuación un método alternativo de calcular las pérdidas de calor por conducción en los extremos del hilo a partir de la Ley de Fourier (Incropera et al., 2007), aunque este método no se ha aplicado para la obtención de los resultados de este trabajo. Según ésta, la transferencia de calor por unidad de superficie a lo largo del hilo (en conducción unidimensional) se expresa como

$$q = -k_w \frac{dT}{dx}. \quad (3.66)$$

Conociendo el área de la sección del hilo $A_s = \pi \frac{D^2}{4}$, perpendicular al flujo de calor, el flujo de calor por conducción en un sólo extremo del hilo será

$$\dot{Q}_{cond} = -k_w A_s \frac{dT}{dx}, \quad (3.67)$$

e integrando (3.67) entre $x = 0$ y $x = L/2$ se obtiene

$$\dot{Q}_{cond} = k_w \frac{A_s}{L/2} (T_w - T_0). \quad (3.68)$$

Para el caso de la conducción unidimensional, por analogía entre la difusión de calor y la carga eléctrica (Incropera et al., 2007), a la conducción de calor se le puede asociar una resistencia térmica, R_m (resistencia térmica del material), definiendo ésta como el cociente entre el potencial de conducción y el flujo de calor correspondiente (para la distancia $L/2$)

$$R_m = \frac{L/2}{k_w A_s}, \quad (3.69)$$

siendo R_m la resistencia térmica del material en la distancia $L/2$. Sustituyendo (3.69) en (3.68) se obtiene

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{1}{R_m} (T_w - T_0), \quad (3.70)$$

que sería únicamente la pérdida de calor por conducción en una mitad del hilo. Si se tienen en cuenta las dos mitades del hilo (dos caminos de calor por dos distancias $L/2$) habría que duplicar el área de paso de calor en R_m a $2A_s$. Además, cuando hay un cambio de material (en los extremos se pasa del material del hilo al material de los soportes) se debe añadir “en serie” con la resistencia del material del hilo R_m , una resistencia térmica de contacto, R_C , debida a la interfaz entre los dos materiales (Holman, 2010) que se define como

$$R_C = \frac{1}{h_C A_C}, \quad (3.71)$$

donde h_C y A_C son el coeficiente térmico de contacto y el área de contacto entre los dos materiales. Teniendo en cuenta que hay dos resistencias de contacto para el hilo que se estudia (hilo apoyado en dos soportes), el área de contacto en R_C debe duplicarse a $2A_C$.

De esta forma la resistencia térmica equivalente R_T del problema, como suma de resistencias en serie será:

$$R_T = \frac{L/2}{k_w 2A_s} + \frac{1}{h_C 2A_C}. \quad (3.72)$$

De esta manera las pérdidas de calor por conducción son

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{T_w - T_0}{R_T}. \quad (3.73)$$

Esta es una manera simplificada de obtener las pérdidas por conducción, pero existe incertidumbre en el valor de h_C que para casos prácticos se estima por similitud a otros problemas similares (siendo para el caso de una soldadura entre el hilo y los soportes, un h_C de un valor elevado, que indica muy buen contacto). También se debe estimar A_C , ya que por las dimensiones de los hilos a ensayar es complicado saber con seguridad el área de contacto entre el hilo y los soportes, que mediante la soldadura utilizada como método de unión entre las partes debería ser mayor o igual que dos veces la sección del hilo.

3.5.3 Resumen de pasos de cálculo

A continuación se hace un resumen de la formulación que se utiliza para el proceso de cálculo de los parámetros de convección en los experimentos realizados.

Partiendo de la medición de la tensión e intensidad del circuito del experimento, se obtienen los valores de V_w e I_w con los que se obtiene la resistencia eléctrica del hilo, R_w , que a través de la ecuación (3.38) servirá para calcular la temperatura del hilo T_w .

Para el cálculo de las propiedades termofísicas del aire se utiliza la temperatura *film*, T_f , definida en (3.43).

Se obtiene $\dot{Q}_J$ de (3.37), $\dot{Q}_{rad}$ según (3.40) y $\dot{Q}_{cond}$ de la ecuación (3.41) mediante un proceso iterativo ya que $\dot{Q}_{cond}$ está en función de Nu_D que en este paso aún no ha sido determinado. Para la iteración se comienza con un valor inicial del número de Nusselt (valor típico de $Nu = 0.3$ para los experimentos) y se considera que el proceso ha convergido cuando la diferencia entre Nu de iteraciones sucesivas es menor que 0.1 %.

Se resuelve la ecuación de balance energético (3.36) para obtener $\dot{Q}_{conv}$, que se utiliza para calcular el coeficiente de transferencia de calor por convección, h , con (3.45). De esta forma ya se puede obtener Nu_D mediante (3.44) que realimenta el cálculo de $\dot{Q}_{cond}$ en el proceso iterativo y Gr_D se obtiene según (3.42). Independientemente de Nu y Gr se calcula Kn_D con (3.35).

En la Figura 3-5 se muestra un diagrama de bloques simplificado del proceso de cálculo a partir de las variables iniciales.

Figura 3-5 Diagrama simplificado del proceso de cálculo.

Capítulo 4. INSTALACIÓN DE ENSAYOS

En este capítulo se describe la instalación experimental, explicando cada componente o elemento del montaje, sus conexiones y las características de actuaciones de cada instrumento de medida, además de las distintas soluciones evaluadas para la integración de los diferentes componentes.

4.1 Cámara 1.0

Con el fin de determinar la viabilidad de un experimento de estas características, al comienzo de la experimentación se construyó una primera cámara pequeña de ensayos cúbica de dimensiones interiores 14 x 14 x 14 cm mostrada en la Figura 4-1. Las paredes están hechas de metacrilato de espesor 15 mm unidas con cloroformo (triclorometano). A esta pequeña cámara de ensayos se le realizó una abertura circular de diámetro 9 cm en la parte superior para permitir la introducción de la estructura soporte del hilo espécimen a ensayar, que está unida rígidamente a la tapa de la cámara. La tapa (hecha de metacrilato) cierra el conjunto por medio de una junta tórica de goma de sección 4 mm.

Figura 4-1 Cámara de ensayos modelo 1.0. Tapa con electrodos (1) y conducción al sensor de presión (2) y conducción (3) a la bomba de vacío y termopares.

La tapa de metacrilato, para poder proporcionar electricidad al hilo, tiene a su vez dos orificios que permiten la introducción de dos electrodos de cobre. Esta interfaz se sella con pegamento de resina epoxi Araldite 2004 para conseguir estanqueidad. Además, tiene unida rígidamente una estructura de metacrilato con dos electrodos de latón entre los que se suelda (con soldadura de estaño) la sección de hilo a testar. Los electrodos de cobre de la tapa están unidos a los electrodos de latón con hilo conductor de cobre mediante soldadura de estaño.

En la Figura 4-2 se muestra el detalle de la unión del hilo con los electrodos de latón sobre la estructura soporte de la tapa.

Figura 4-2 Hilo espécimen (1) soldado entre electrodos de latón (2) en cámara 1.0.

Los electrodos de cobre se conectan por el exterior a una fuente de alimentación (modelo ISO-TECH IPS 3303D) y a un voltímetro y un amperímetro (ambos modelo Keithley 2000), tal como se muestra en la Figura 4-3 y en la Figura 4-4, midiéndose de esta manera la intensidad proporcionada al circuito (que incluye la intensidad por la rama del voltímetro y la rama del hilo) y la tensión a la entrada de la cámara (que incluirá la caída de tensión en el hilo y en el cableado interior). Estos multímetros están conectados al ordenador donde se registran los datos del ensayo mediante un bus IEEE-488.

También se mecanizó un tercer orificio en la tapa, con interfaz con racor y cinta de teflón, para la conducción al sensor de presión (sonda Pirani modelo Thermovac TTR 911 N), a su vez alimentado con una línea de tensión independiente de la línea de alimentación del circuito del hilo. La señal del sensor de presión (enviada por puerto serie RS232) se registra a través de un DAS (*Data Acquisition System*) modelo CompactDAQ de National Instruments. Este se conecta mediante USB al ordenador donde se registran las variables del ensayo.

La cámara tiene en la cara superior otro orificio para otra conducción neumática, también con interfaz con racor y teflón, por el que a través de una unión en T se introducen por un lado tres termopares tipo T (interfaz sellada con resina epoxi), que medirán valores de temperaturas características del experimento en diferentes puntos. La señal de los termopares se registra a través del DAS mencionado anteriormente. Por el otro extremo de la unión en T se facilita la conducción a la bomba de vacío (como se muestra en la Figura 4-3).

La conducción a la bomba de vacío a su vez conecta, mediante otra unión en T, un regulador de presión de aguja que permite crear una fuga controlada en la cámara para conseguir la presión deseada. Por el otro lado de la T se conecta (a través de una llave de paso tipo bola) la bomba de vacío de paletas (con aceite) modelo 2F3 de Telstar que en conjunto con el montaje permite alcanzar bajas presiones de hasta 3 mbar.

Figura 4-3 Esquema de la instalación de ensayos (cámara 1.0).

Como es bien conocido, los termopares tipo T están formados por dos conductores, uno de cobre y otro de aleación cobre-níquel. En estos ensayos se emplean tres, que se introducen en la cámara de vacío para medir las siguientes temperaturas:

- La temperatura del aire en uno de los extremos del hilo.
- La temperatura interior del aire de la cámara (alejada horizontalmente del hilo, T_i).
- La temperatura en la base de la cámara (temperatura de las paredes de la cámara).

Debe recordarse que la temperatura del interior de la cámara T_i tomada en un punto alejado horizontalmente del hilo, se asume que es la temperatura del gas en el infinito T_∞ (véase el Capítulo 3).

A continuación se describe el cableado y las conexiones del montaje, una parte importante de la instalación ya que su resistencia influye en las mediciones realizadas, como se explica en el apartado 5.1:

- Cableado exterior: El cableado utilizado en el exterior de la cámara para las conexiones entre fuente de alimentación, multímetros y electrodos de la cámara son cables de hilo de cobre de diámetro 2 mm con conexión estándar tipo bananas, excepto para la conexión a los electrodos, que se hace con pinzas.
- Cableado interior: El cableado interior de la cámara, como se ha comentado anteriormente, consta de una unión de los electrodos de cobre y latón mediante hilo conductor de cobre soldado con estaño en los extremos. Más tarde esta conexión se evitó usando unos electrodos de cobre de mayor longitud, continuos desde el exterior hasta la conexión con el hilo, evitando los electrodos de latón y el cable que unía los electrodos de latón interiores con los de cobre exteriores.

En la Figura 4-4 se muestra la instalación de ensayos con todos los equipos conectados entre sí.

Figura 4-4 Instalación de ensayos de la cámara 1.0. (1) PC, (2) fuente de alimentación, (3) sensor de presión, (4) DAS, (5) multímetros, (6) cámara 1.0, (7) bomba de vacío y (8) fuente de alimentación del sensor de presión.

4.2 Cámara 2.0

A medida que se ha ido avanzando en la experimentación, se ha visto necesario construir una nueva cámara de ensayos de mayores dimensiones y con mejores prestaciones. Todos los datos y resultados de los experimentos expuestos en este documento corresponden a los realizados en esta segunda cámara de ensayos.

Se ensambló una cámara cilíndrica, con la base y cubierta superior de placa plana de metacrilato de espesor 15 mm y laterales de tubo cilíndrico de metacrilato de diámetro exterior 300 mm y espesor de pared 4 mm, la altura de la cámara es de 400 mm. De esta forma, en una cámara de mayores dimensiones, es más fácil acomodar montajes interiores de mayor tamaño y es posible una estabilidad de ensayo mayor, ya que el espacio libre dentro de la cámara permite que la temperatura del aire interior no se vea afectada significativamente por el calentamiento del hilo.

Estas piezas se han pegado con cloroformo como en la cámara 1.0 y posteriormente todas las juntas se han sellado con pegamento de resina epoxi Araldite 2004. Este conjunto, que es extraíble, se coloca sobre una base de metacrilato cuadrada de 15 mm de espesor, que

para obtener un cierre estanco dispone de una junta tórica de 8 mm, de forma circular y diámetro ligeramente mayor al del cilindro de metacrilato, para que la base de la cámara repose sobre la junta.

Esta cámara se coloca a su vez en una caja soporte que aísla la cámara del ambiente exterior, como se muestra en la Figura 4-5 (las paredes blancas que encierran la cámara 2.0 corresponden a la caja). Esta caja está cerrada con paneles de madera salvo en dos caras, hechas de metacrilato y cubiertas con escudos radiativos SLI (*Single Layer Insulation*) para aislar radiativamente. De esta manera, no hay luz solar incidente en el experimento, se minimiza el intercambio radiativo y evita que haya corrientes de aire y cambios bruscos de temperatura en el aire de la entrecámara (espacio entre la cámara y la caja soporte).

Figura 4-5 Cámara 2.0 (1) sobre la caja soporte (2) con paredes frontal y superior abiertas para la foto. (3) Interfaz I1, (4) Interfaz I2, (5) Interfaz I3, (6) Interfaz I4, (7) estructura soporte del hilo y (8) hilo. T1-T8 indican los puntos de medida de los termopares interiores.

En la base de la cámara se han realizado cuatro orificios circulares, dónde se integran cuatro interfaces (del I1 al I4, véase la Figura 4-6) compatibles con bridas estándar DN 25 ISO-KF para las conexiones con:

- I1: La conexión eléctrica.
- I2: La entrada de termopares.
- I3: La bomba de vacío y el regulador de presión por medio de un adaptador en T.
- I4: El sensor de presión.

Figura 4-6 Vista cenital de la cámara 2.0. (1) Interfaz I1, (2) interfaz I2, (3) interfaz I3, (4) interfaz I4, (5) estructura soporte del hilo, (6) electrodos de cobre y (7) cableado interior.

Por la interfaz I1 se introducen en la cámara dos electrodos rígidos de cobre de 2 mm de diámetro, por medio de una pieza mecanizada de metacrilato y sellada con Araldite, para la conexión eléctrica entre el cableado interior y exterior. Se introducen 8 termopares tipo T (del T1 al T8, véase Figura 4-7) en la cámara a través de una de la interfaz I2, de una manera análoga a la anterior por medio de una pieza mecanizada de metacrilato y sellada con Araldite. En la interfaz I3, por medio de una brida de aluminio con forma de T, se acopla la conducción que lleva a la bomba de vacío por un lado de la T y una entrada de aire para regular la presión (fuga controlada de aire) por el otro lado. Esta entrada de aire se conecta a una conducción neumática con diámetro interior 9 mm, a la que se acopla finalmente un regulador de presión (llave de paso tipo bola). En la interfaz I4 de la base se conecta el sensor de presión.

Entre la bomba de vacío y la conducción a la cámara, se coloca una llave de paso para evitar el reflujo de la bomba hacia la cámara de vacío, en caso de apagar la bomba.

Análogamente a la cámara anterior, las señales de los termopares y del sensor de presión se registran mediante un DAS National Instruments CompactDAQ, que se conecta al PC mediante USB.

El multímetro Keithley 2000 (que funciona como voltímetro) se conecta a los terminales de salida de la cámara, conectados a su vez a los electrodos. Se suministra corriente eléctrica a través de una fuente de alimentación de corriente continua. En serie con la fuente, se conecta el segundo multímetro Keithley 2000, que actúa como amperímetro. Estos multímetros se conectan al PC de manera análoga al montaje de la cámara de vacío 1.0.

En la Figura 4-7 se muestra el esquema de la instalación de ensayos para la cámara 2.0.

Figura 4-7 Esquema de la instalación de ensayos (cámara 2.0).

El cableado interior de la cámara, va desde los electrodos de cobre de la interfaz, por medio de cables eléctricos de cobre de sección AWG 22 hasta los electrodos de cobre que soportan al hilo, en el montaje interior.

En la Figura 4-8 se muestra el montaje interior y el soporte del hilo a estudiar.

Figura 4-8 Soporte interior para el montaje del hilo (cámara 2.0). (1) Hilo, (2) electrodos de cobre, (3) estructura soporte, (4) interfaz I3, (5) interfaz I4 y (6) junta.

El montaje interior de la cámara se ha realizado con piezas de metacrilato y consta también de separadores metálicos, clemas y los electrodos de cobre, de sección circular de 2 mm de diámetro, que sujetan el hilo. Este soporte permite el montaje del hilo tanto en posición vertical como posición horizontal. El hilo espécimen se suelda en el extremo de estos electrodos de cobre internos con soldadura de estaño, siempre manteniendo el hilo recto (sin ondulaciones).

4.3 Elementos de la instalación de cámara 2.0

A continuación se describen los elementos más importantes de la instalación de ensayos (véase Figura 4-9) con sus características más representativas. Estos elementos corresponden a los utilizados en la cámara de ensayos 2.0, en la que se realizaron los experimentos cuyos resultados se presentan en este trabajo.

Figura 4-9 Instalación de ensayos de la cámara 2.0. (1) PC, (2) multímetros, (3) fuente de alimentación, (4) DAS, (5) cámara 2.0 (caja soporte abierta frontalmente), (6) sensor de presión (bajo la cámara) y (7) bomba de vacío.

4.3.1 Fuente de potencia

La fuente utilizada, ISO-TECH IPS 3303D se utiliza tanto para alimentar el circuito del hilo como para alimentar el sensor de presión, por dos canales diferentes. Para alimentar el hilo se utiliza como fuente de intensidad constante, pudiendo variar ésta manualmente para obtener los diferentes niveles de potencia disipada en el hilo. De esta manera, al mantener constante la intensidad, será la caída de tensión en el hilo la que pueda variar, al cambiar la resistencia eléctrica del hilo cuando se calienta o enfría con cambios de nivel de potencia.

A fin de conseguir variaciones de intensidad más pequeñas con las que obtener más muestras de las variables estudiadas en el intervalo de temperaturas del hilo que se quiere estudiar (de 20 a 100 °C aproximadamente), se disponen resistencias en paralelo a la salida de la fuente (divisor de corriente) según el experimento a realizar, de tal manera que la intensidad enviada al hilo sea más pequeña que la mínima variación que se puede comandar en la fuente.

4.3.2 Bomba de vacío

Tras realizar ensayos en las dos instalaciones de ensayo se pueden comparar las actuaciones de las bombas de vacío utilizadas y las presiones alcanzadas.

Con la primera bomba de paletas (de aceite) modelo 2F3 de Telstar, utilizada junto con la cámara 1.0, se consiguen presiones de hasta 3 mbar (300 Pa). La segunda bomba de vacío, Leybold Scrollvac 18 Plus, tipo scroll (seca, sin aceite) utilizada para la cámara 2.0, que tiene mejores prestaciones, puede llegar a alcanzar presiones de hasta 0.03 mbar (3 Pa), es decir, dos órdenes de magnitud menor respecto de la mínima presión alcanzada con el montaje de la cámara 1.0, esto implica una mejora muy significativa de las prestaciones del montaje, pudiendo estudiar la convección enteramente en el régimen de transición e incluso adentrarse en el régimen de conducción molecular libre.

Esto no se debe sólo a las mejores prestaciones de la bomba Leybold sino también a la mejora de la cámara de mayor tamaño en el que la estanqueidad se mejoró considerablemente tanto en las uniones de la construcción de la cámara como en las interfaces con el exterior.

4.3.3 Sensor de presión

El sensor de presión utilizado es una sonda Pirani (Thermovac TTR 911 N) que es adecuado para medir presiones de medio y alto vacío, en un intervalo de 10^{-4} mbar a 1333 mbar (0.01 – 133.322 Pa). El principio de funcionamiento de este sensor es medir cómo afecta la variación de presión al flujo de calor alrededor de un hilo metálico calentado (sensor), que hace que más o menos moléculas choquen contra él, aumentando o disminuyendo la transferencia de calor. De esta manera, medir la pérdida de calor es una manera indirecta de conocer el valor de la presión.

Para el sensor de presión Thermovac en el intervalo de presiones estudiado, la desviación es de ± 2.4 % sobre la lectura del sensor. Este error de medida será aplicable entre las presiones de 0.03 mbar (3 Pa), que es la mínima alcanzada en los experimentos, y 900 mbar (90.000 Pa) aproximadamente ya que las medidas a presión ambiente por encima de 900 mbar se obtienen con un barómetro Vaisala apto para medir la presión ambiente, con una precisión de ± 0.3 mbar (± 30 Pa) en el intervalo de 500 a 1100 mbar (50.000 – 110.000 Pa).

4.3.4 Termopares

Un termopar consta de dos hilos conductores de diferente material que se unen en uno de sus extremos (unión caliente o *hot junction*). Este extremo está expuesto a la temperatura que se desea medir, cuando este extremo se enfría o calienta, se produce una tensión entre los extremos libres de cada material (unión fría o *cold junction*) por el efecto termoeléctrico (efecto Seebeck), que es proporcional a la temperatura en el extremo unido, unión caliente. Esta tensión se debe a la diferente composición de los hilos y a la diferencia de temperatura entre la unión caliente y la fría. El termopar no mide expresamente una temperatura absoluta, sino una diferencia.

Para el caso del montaje experimental descrito, se utilizan termopares tipo T fabricados por TC Direct. Además, debido a que la conversión de la tensión a temperatura depende de las resistencias eléctricas de los materiales y por defecto se tiene como referencia las resistencias a temperatura ambiente, es necesario realizar una compensación de la unión fría.

Los termopares tipo T utilizados tienen una desviación límite de 0.5 °C en el intervalo de medida de -40 a 350 °C, por lo que son indicados para los experimentos de este trabajo ya que no se alcanzan temperaturas bajo cero y no se suelen sobrepasar los 100 °C. Para corregir la desviación de cada termopar, se ha comprobado que al medir con los termopares la temperatura de una placa metálica isoterma, estos tienen una desviación absoluta de temperatura de hasta ± 0.12 °C, en el peor de los casos, respecto de la temperatura media de las lecturas de todos los termopares de la placa. Mediante programación se ha eliminado esta desviación de la medida corrigiendo el valor leído (restando o sumando la desviación correspondiente) de cada termopar.

En la cámara 2.0 de ensayos se han colocado, con cinta de kapton, los 8 termopares internos que miden las temperaturas características del montaje:

- Dos termopares, uno a cada lado, miden la temperatura del aire cerca de los extremos del hilo (T1 y T2).
- Dos termopares, uno en cada electrodo, miden la temperatura de los apoyos de los electrodos (T3 y T4).
- Un termopar mide la temperatura interior de la cámara T_i , en la horizontal lejos del hilo, a una distancia entre 13 y 15 cm (T5).
- Otros tres termopares miden la temperatura del aire en la parte superior, inferior y lateral de la cámara (T6, T7 y T8 respectivamente).

En la Figura 4-5 y la Figura 4-7 se aprecia la distribución de los termopares dentro de la cámara.

Además también se utilizan otros 3 termopares, que se encuentran fuera de la cámara de ensayos, para medir otras temperaturas como referencia:

- La temperatura del aire fuera de la cámara, pero dentro de la caja aislante (entrecámara).
- La temperatura ambiental del laboratorio cerca de la cámara.
- La temperatura de una placa metálica isoterma expuesta a la temperatura del laboratorio.

Estas dos últimas temperaturas corresponden a la temperatura ambiental del laboratorio, pero la primera está expuesta a posibles corrientes de aire por lo que dará lecturas menos estables, mientras que el termopar de la placa isoterma tendrá variaciones mucho más suaves y dará una lectura más estable de la temperatura de la habitación.

4.3.5 DAS

En cuanto a las tarjetas adquisidoras de National Instruments que se insertan en el módulo compactDAQ, la compensación de la unión fría, en el intervalo de 0 a 70 °C, tiene precisión típica de 0.6 °C y máxima de 1.3 °C. El error de medida típico en la adquisición de la señal es de 1.2 °C para termopares tipo T entre 20 y 100 °C.

Cada canal de entrada de las tarjetas adquisidoras de datos de temperatura se han calibrado previamente a los experimentos, en el intervalo de -50 a 150 °C, mediante un calibrador digital Martel PTC-8010. Una vez calibrado el DAS, la desviación típica cometida en la medición de temperaturas es del 0.01 °C, debida al ruido.

A través del programa en Labview se realiza internamente la compensación de la unión fría de los termopares, gracias a la tarjeta adquisidora, que contiene en su electrónica un sensor de temperatura interno y compensa digitalmente la medida siempre que las variaciones de temperatura ambientales sean suaves (dentro de los intervalos especificados por el fabricante).

4.3.6 Multímetros

Los multímetros Keithley se han utilizado para medir tensión e intensidad eléctrica durante los experimentos y resistencia eléctrica a 2 o 4 hilos durante la caracterización previa de los hilos y el cableado.

En los intervalos de tensión e intensidad utilizados en los multímetros Keithley, se consiguen precisiones de $\pm 3.8 \mu\text{V}$ para los valores más bajos de tensión medidos (del orden de 0.1 V) hasta $\pm 0.17 \text{ mV}$ para los valores más altos (del orden de 4 V).

Para la intensidad se tienen precisiones de $\pm 83 \text{ nA}$ para valores bajos de intensidad (del orden de 1.1 mA) y $\pm 2.2 \mu\text{A}$ para intensidades altas (del orden de 58 mA).

En cuanto a la precisión de la medición de resistencias tanto a 4 hilos como a 2 hilos, es de $\pm 0.5 \text{ m}\Omega$ para la resistencia del cableado (de 0.4Ω), de $\pm 1.5 \text{ m}\Omega$ para las resistencias de hilo más bajas (de 33Ω) y de $\pm 9.4 \text{ m}\Omega$ para las resistencias de hilo mayores (de 147Ω).

4.3.7 Cableado

Se ha utilizado diverso cableado para las diferentes conexiones de la instalación. El cableado exterior (para las conexiones entre fuente de alimentación, multímetros y electrodos de la cámara) son cables de medida de hilo de cobre de sección 2.5 mm^2 con clavijas estándar (tipo bananas) y pinzas para los electrodos exteriores, mientras que las conexiones interiores de la cámara, entre electrodos, cables e interfaz con el exterior se hacen con cables de hilo de cobre AWG 22 y terminales tipo faston.

4.3.8 Hilo espécimen

Por conveniencia para los experimentos realizados se han utilizado hilos de material Chromel y Alumel, que son las aleaciones utilizadas para termopares tipo K. Las composiciones de estas aleaciones de los hilos del fabricante Omega son:

- Chromel: aproximadamente 90 % níquel y 10 % cromo.
- Alumel: aproximadamente 95 % níquel, 2 % aluminio, 2 % manganeso y 1 % sílice.

Tras hacer diferentes pruebas se ha optado por utilizar hilos de Alumel para los experimentos de convección que se presentarán más adelante, ya que los valores de resistencia calculados con él son más precisos. Esto es debido a que el Alumel tiene un valor del coeficiente de temperatura de la resistencia eléctrica del material, α , mayor que el Chromel, de tal forma que para una misma variación de resistencia eléctrica dará una variación menor de la temperatura del hilo (véase el apartado 5.3). Por conveniencia para los experimentos, interesa conseguir el mayor número de mediciones o muestras posible en el intervalo que se pretende estudiar ya que, en parte, estas muestras están limitadas por los incrementos de potencia que se pueden conseguir con la fuente de alimentación. Por esto es conveniente que no se obtengan variaciones demasiado grandes de temperatura por cada incremento de potencia, ya que se pretende estudiar el comportamiento convectivo del hilo principalmente en el intervalo de temperaturas de 20 a 100 °C, y a medida que se baja la presión cada incremento de potencia resulta en un incremento mayor de temperatura en el hilo.

Finalmente se han utilizado dos diámetros para los hilos de Alumel, el de mayor sección de 25 μm de diámetro y el más delgado de 12.7 μm y de ellos se han utilizado longitudes que varían de 61 a 64 cm. Se ha estimado conservativamente un error en la medida de longitud del 1 % que se basa en el valor de la mitad de la última cifra significativa de la medida de longitud (0.5 mm).

En cuanto a la sujeción del hilo, tras diferentes opciones estudiadas para unir los hilos de test a los extremos de los electrodos que proporcionan la corriente eléctrica, se optó por la soldadura eléctrica de estaño. Una opción anteriormente descartada consistía en realizar una incisión en cada electrodo de tal manera que se introducía el hilo en el medio y posteriormente se aplicaba presión para que el hilo quedase “mordido”. También se combinó esta técnica añadiendo soldadura de estaño, pero se comprobó que el contacto eléctrico entre los materiales sólidos de cobre (electrodos) y Alumel o Chromel (hilo) no era buena o podía dejar burbujas en la soldadura aplicada. Esto se verificó observando que la resistencia eléctrica medida a 4 hilos entre los electrodos, variaba significativamente con algún movimiento del montaje.

Otra opción previa a la adoptada finalmente fue soldar el hilo directamente en el extremo de sección circular del electrodo, lo que era extremadamente difícil por la dimensión del propio electrodo y dificultaba la adherencia del estaño a una superficie tan pequeña. Finalmente se optó por aplanar los extremos de los electrodos de cobre para conseguir una mayor superficie donde aplicar la soldadura.

La soldadura del hilo es un paso fundamental en el montaje del experimento a la vez que muy delicado y tedioso de realizar debido a las dimensiones del propio hilo y de los electrodos a los que se une. Debe tenerse cuidado de calentar suficientemente las zonas a unir ya que el electrodo de cobre disipa fácilmente el calor por conducción y puede que la soldadura no se adhiera bien a este. El hilo debe quedar completamente embebido en las

soldaduras en sus extremos para asegurar un óptimo contacto eléctrico, evitando a su vez que quede unido en posturas o ángulos que puedan generar esfuerzos o tensiones en el hilo ya que podrían llegar a romperlo o a afectar a las medidas. En la Figura 4-10 se muestra una de estas soldaduras en un hilo de $12.7\ \mu\text{m}$.

Figura 4-10 Detalle de la soldadura al electrodo de un extremo del hilo de $12.7\ \mu\text{m}$. (1) Electrodo de cobre, (2) soldadura de estaño e (3) hilo.

Tras soldar el hilo se ha observado al microscopio que no haya sido dañado en el proceso ni se haya depositado escoria o suciedad sobre el hilo que pueda cambiar las propiedades del mismo y falsear las mediciones durante los experimentos.

Otra cuestión a tener en cuenta en el montaje del hilo, es su tensión mecánica, necesaria para mantener el hilo recto sin ondulaciones, para que la convección a lo largo de su longitud sea lo más uniforme posible. La tensión en el hilo debe ser suficiente para mantener el hilo recto, pero no demasiado grande ya que esta podría dar lugar a deformar el hilo cuando éste alcanzase temperaturas elevadas. La tensión en el hilo además, debe mantenerse constante durante los experimentos, para que todas las medidas tengan coherencia.

Una de las soluciones adoptadas para mantener esta tensión en el hilo fue añadir un muelle acoplado a uno de los electrodos de soporte, de tal manera que siempre ejerciera una fuerza axial adecuada para mantener recto el hilo (véase Figura 4-11).

Figura 4-11 Montaje de hilo (1) entre electrodos (2) con muelle (3) para mantener la tensión mecánica.

Esta solución finalmente no resultó satisfactoria debido a que la tensión debía ser débil para no deformar ni partir el hilo, sin embargo, no era lo suficientemente intensa como para vencer homogéneamente la fricción entre el electrodo y los soportes de metacrilato en diferentes experimentos. Además se comprobó que a temperaturas elevadas podía deformar el hilo (elongándolo y disminuyendo su sección) de tal forma que los datos de pruebas similares podían arrojar resultados significativamente diferentes. Esto hacía que a una misma temperatura de hilo, según la fuerza aplicada sobre el mismo, se podían tener diferentes resistencias por el cambio de geometría (véase el apartado 6.3).

4.4 Software de medida

El software que se ha utilizado para monitorizar y registrar las variables del ensayo, tales como temperatura, presión, tensión e intensidad, ha sido el mismo para las dos cámaras, tanto para la monitorización como el registro de datos. Este ha sido desarrollado en Labview de National Instruments (versión 2018) por Alejandro Fernández Herrero.

En este software se integran las variables de entrada de los sensores de temperatura, presión, tensión e intensidad, y en su caso, la medida de resistencia a 4 hilos. Las tensiones de entrada de los termopares y sensor de presión necesitan de una ecuación de conversión a las variables físicas deseadas, estas ecuaciones son proporcionadas por el fabricante del sensor de presión y por la conversión estándar a temperatura de termopares tipo T. Las señales de los multímetros Keithley se integran a través de un módulo dedicado para Keithley del propio software de Labview (véase la Figura 4-12).

Figura 4-12 Detalle de la implementación del voltímetro en el diagrama de programación de Labview.

Estos datos se registran en un archivo de texto indicando fecha y hora de la muestra. Con este software es posible elegir la frecuencia de muestreo de los datos, que nominalmente será de 1 muestra cada 10 segundos, ya que los experimentos son de variación lenta y no necesitan mayor frecuencia de muestreo, aunque se puede incrementar hasta 1 muestra por segundo,. Así mismo, los datos se visualizan en pantalla mediante el mismo programa, con una serie de gráficos para temperatura, presión, tensión e intensidad o resistencia en su caso, que muestran los datos de la última media hora, con un refresco de pantalla cada segundo.

4.5 Puesta a punto de los equipos

A la hora de hacer un experimento, se deben tener en cuenta ciertas consideraciones, para asegurar la fiabilidad de los datos medidos y registrados, como se describe en este apartado.

Se debe dejar calentar las tarjetas adquisidoras de datos National Instruments, al menos durante 10 minutos antes de empezar a medir, siguiendo lo especificado por el fabricante.

Los multímetros Keithley, también por recomendación del fabricante, deben estar en funcionamiento una hora antes de empezar a tomar medidas, ya que es necesario que la temperatura del equipo se estabilice.

La bomba de vacío también necesita un tiempo de calentamiento de aproximadamente una hora para conseguir óptimas prestaciones.

La fuente de tensión, los termopares y el sensor de presión no tienen requerimientos previos de puesta a punto antes de ser usados en los experimentos.

Por último, pero no menos importante, es necesario cada vez que se quiere realizar un experimento, que el laboratorio donde se encuentra la instalación de ensayos esté a una temperatura adecuada para el funcionamiento de los equipos y que esta se mantenga lo más estable posible y las variaciones de temperatura sean suaves a lo largo del tiempo.

Como se comentó anteriormente, la compensación de la unión fría se realiza mediante el sensor de temperatura interno de las tarjetas adquisidoras, y estas deben mantenerse a una temperatura estable ya que una rápida variación de la temperatura en la unión fría por corrientes de aire, se ha comprobado que distorsiona las medidas. Por ejemplo, si eventualmente llega una corriente de aire caliente a las uniones frías de las tarjetas adquisidoras, el sensor interno no alcanza esa nueva temperatura inmediatamente y da como resultado una falsa disminución de temperaturas en las uniones calientes. Lo contrario ocurriría en caso de corrientes de aire frías.

Además, aunque la cámara 2.0 de ensayos en la que se han realizado los experimentos está aislada térmicamente del exterior, es recomendable que esté atemperada a la misma temperatura del laboratorio y que esta varíe lo menos posible durante la realización del experimento, para evitar cualquier distorsión en las medidas, ya que en caso de variación de temperatura de la habitación podría conllevar una salida del estado estacionario en el experimento, aunque estas distorsiones en la temperatura de la habitación son de carácter suave, menores de 1 °C cada 30 min.

Capítulo 5. TÉCNICAS DE MEDIDA EXPERIMENTAL

En este capítulo se tratan las diferentes técnicas y métodos de medida utilizados en los experimentos en la instalación de ensayos de la cámara 2.0, bien para caracterizar los elementos y materiales a utilizar como para realizar los experimentos de convección. Se requiere un cierto cuidado ya que los resultados a obtener dependen fuertemente de la precisión en la medida de la resistencia eléctrica del hilo.

5.1 Caracterización del cableado

Lo primero que se ha hecho antes de comenzar con los experimentos en cámara de vacío, es caracterizar el montaje y el hilo espécimen. Es necesario conocer la resistencia del cableado de la cámara de vacío y las diferentes conexiones a los equipos, ya que estas caídas de tensión en estos elementos deben desglosarse de la tensión total medida y no debe atribuirse a la caída de tensión en el hilo ya que falsearía las medidas.

Se ha medido a 4 hilos la resistencia eléctrica en bornes de los terminales exteriores de la cámara, que incluye todo el cableado utilizado además del hilo espécimen, de esta forma también se tienen en cuenta las tensiones producidas en cada conexión entre cables, terminales, soldaduras, etc. por resistencias de contacto o cambio de material. Posteriormente, se ha medido la resistencia con el método de 4 hilos del montaje interior en bornes de los electrodos de cobre que sujetan el hilo, la cual se asume es la resistencia eléctrica del hilo ya que se considera que los electrodos de cobre por su alta conductividad y gran sección, tienen una resistencia eléctrica despreciable frente a la del hilo. Así, comparando la resistencia a 4 hilos del hilo espécimen con la total a 4 hilos medida en los bornes de los terminales exteriores de la cámara, se puede deducir la resistencia del cableado (véase Figura 5-1).

Figura 5-1 Medida de resistencias en diferentes tramos del circuito.

Finalmente, se ha podido extraer un valor medio de resistencia equivalente del cableado (sin contar la resistencia del hilo), que se estima es constante para todos los experimentos, debido a la alta conductividad de los cables de cobre y su sección. Esta resistencia de cableado R_c , se asume tiene un valor constante de $0.4 \, \Omega \pm 0.5 \, m\Omega$.

5.2 Caracterización del hilo

Las claves para determinar la temperatura del hilo son medir o caracterizar sus propiedades físicas que influyen en la transferencia de calor. En esto influyen la emisividad del material utilizado (Alumel o Chromel) y su geometría (dimensiones) y además, para el cálculo de la temperatura del hilo, es necesario determinar la resistencia eléctrica del hilo, R_w , en función de su temperatura, T_w y el coeficiente de temperatura de la resistencia eléctrica del material, α (véase el apartado 6.2 para su formulación). La caracterización de los hilos se ha realizado siempre a presión ambiente.

Para la medida de la emisividad del material se probó un experimento propuesto por el profesor Isidoro Martínez. Con ayuda de una cámara infrarroja y valiéndose del mismo material que los hilos delgados, pero en bobinas de hilo más grueso, este experimento consistía en la medida de temperatura del material del hilo junto a otro material de emisividad cercana a la unidad. Suponiendo el conjunto a la misma temperatura tras haberle aportado calor previamente y asumiendo también que el material del hilo tiene emisividad 1, se obtenía la temperatura equivalente de cuerpo negro del material. De esta manera el cociente entre la temperatura equivalente y la real sería la emisividad real del material del hilo. Pero debido a las reducidas dimensiones del hilo, incompatible con la resolución de la cámara infrarroja y unido a la dificultad de mantener el conjunto a una temperatura homogénea, este método no ha podido utilizarse.

Por este motivo se ha recurrido a valores tabulados de emisividades (Sasaki et al., 1994) y se ha tomado un valor medio de 0.08 para Alumel, que es coherente para los intervalos de temperatura del hilo estudiados (de 20 a 100 °C aproximadamente).

En cuanto a las dimensiones del hilo, se ha medido su longitud con calibre digital, estimando el error en $\pm 1 \, \%$ de la medida. En cuanto a la sección transversal, se ha observado al microscopio la forma del hilo de sección circular a lo largo de toda la longitud para tener en cuenta si fuera necesario la no uniformidad del área de la sección y, aunque no se observaron variaciones significativas en el diámetro del hilo se tendrá en cuenta una incertidumbre de 1 % en el diámetro.

La resistencia de referencia del hilo, R_{w0} , a una temperatura de referencia T_{w0} , que se utilizará posteriormente para calcular su temperatura, se ha medido en bornes de los electrodos de cobre, que se asumen tienen una resistencia despreciable frente a la del hilo, con el método a 4 hilos (o método de Kelvin), utilizando uno de los multímetros Keithley. Esta medida es más precisa que utilizar la medida tradicional a 2 hilos. Este método está más indicado para medir resistencias pequeñas, como las que nos ocupan, además de que elimina las contribuciones de las resistencias de contacto y del cableado para la medida.

La técnica de medida de resistencias a 4 hilos o método de Kelvin (Tumanski, 2006) está basada en un circuito con dos líneas en paralelo, una que proporciona la medida de corriente circulante por el hilo, I_w , y otra que proporciona la caída de tensión en el hilo, V_w (en esta

línea la corriente es prácticamente cero), obteniéndose gracias a este circuito las medidas necesarias para determinar la resistencia del hilo, R_w .

5.3 Determinación de α a partir de la dependencia de R_w respecto de T_w

Para la caracterización de α , el coeficiente de temperatura de la resistencia eléctrica del material, además de disponer de la información del fabricante, se ha querido comprobar que el valor obtenido experimentalmente sea similar, ya que este valor es crítico en el cálculo de la temperatura del hilo. Este proceso se ha hecho además con cada ejemplar de hilo diferente ya que aun siendo del mismo material, el proceso de fabricación puede dar lugar a pequeñas diferencias en este coeficiente (Tropea et al., 2007). También se debe tener en cuenta que dada la naturaleza de los experimentos, la determinación del coeficiente incluye el efecto de la expansión térmica del material. La determinación de α se ha hecho siempre a presión ambiente.

La caracterización se realizó midiendo la resistencia a 4 hilos del hilo en cuestión (en bornes de los electrodos de cobre), a diferentes temperaturas. Esto se hizo en convección forzada, calentando el espécimen por medio de una corriente de aire incidente, de la que se puede regular y medir su temperatura, a través de un túnel de viento miniaturizado. A continuación, cuando se consigue el estado estacionario de temperatura en el hilo, se toman medidas de la temperatura del flujo de aire incidente y de la resistencia eléctrica del hilo, R_w , asumiendo que la temperatura del hilo, T_w , coincide con la temperatura del flujo de aire en estado estacionario. En la Figura 5-2 se muestra el detalle de la salida del túnel de viento y el hilo objeto de esta medida.

Figura 5-2 Prueba de caracterización del hilo (1) con túnel de viento (2). (3) cables de medida, (4) estructura soporte del hilo, las flechas indican el sentido de la corriente de aire.

Finalmente se obtiene una relación entre la resistencia y temperatura del hilo, que satisface la ecuación

$$R_w = R_{w_0} [1 + \alpha(T_w - T_{w_0})], \quad (5.1)$$

en la que es válido asumir que el coeficiente térmico del material, α , es constante en el intervalo de temperaturas estudiado (Cardarelli, 2018; Kasap et al., 2017). Para el caso del Aludel, el valor medio de α , determinado experimentalmente para el hilo de 12.7 μm de diámetro es $\alpha = 23 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, que es acorde con el proporcionado por el fabricante Omega, $\alpha = 23.9 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, indicado para el intervalo de temperaturas de entre 0 y 100 $^{\circ}\text{C}$. La diferencia del valor obtenido experimentalmente respecto del valor del fabricante es de un 3.8 %, como el valor del fabricante es un valor medio para el Aludel en el intervalo de temperaturas estudiado y no específico para los especímenes ensayados, se ha decidido añadir un $\pm 3 \%$ de error en el valor calculado experimentalmente de esta forma para cubrir posibles incertidumbres, aunque por otra parte ya se tienen en cuenta las incertidumbres en la medida de resistencia y temperatura, que son las variables medidas para la determinación de α . En la Figura 5-3 se presentan los datos correspondientes al hilo de Aludel de 12.7 μm empleados para determinar α .

Figura 5-3 Datos de caracterización del hilo de Aludel de 12.7 μm (la pendiente de la recta de regresión lineal es α).

5.4 Determinación de α a partir de la dependencia de R_w respecto de I_w

A continuación se describe un método para la determinación del coeficiente térmico del material que se experimentó, pero se descartó porque el número de valores para determinar α es mucho más limitado e implicaba invertir mucho más tiempo en su obtención, aunque también arrojó valores del coeficiente similares a los proporcionados por el fabricante.

En lugar de medir directamente la resistencia a 4 hilos, este método (realizado también a presión ambiente y con convección forzada) consiste en medir la tensión e intensidad en el hilo (como se explica en el apartado 5.5) para calcular R_w y a la vez, exponer el hilo a un flujo de aire incidente (mediante túnel de viento miniaturizado) del que se puede regular y medir la temperatura. De esta forma, se toman medidas a diferentes niveles de intensidad eléctrica para cada temperatura del flujo del aire (y también sin flujo de aire), obteniéndose una relación de la resistencia del hilo con la intensidad suministrada como se muestra en la Figura 5-4.

Figura 5-4 Datos de resistencia en función de la intensidad para convección forzada.

Se puede extraer entonces una regresión polinomial de cada grupo de datos a una temperatura de flujo dada y extrapolar cada curva de ajuste hasta el valor de intensidad 0, en el que obtendremos un valor de R_w para cada temperatura del flujo de aire, asumiendo que el hilo tendrá una T_w igual a la temperatura del flujo cuando la intensidad que pasa por él es nula.

Ahora, de la misma forma que en el apartado 5.3, se obtiene el valor de α , que para el caso del hilo de Chromel de diámetro 25 μm , cuyos datos corresponden a los de la Figura 5-4, resultaba $\alpha = 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, que es similar al valor aportado por el fabricante Omega, $\alpha = 4.1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, indicado para el intervalo de temperaturas de 0 a 100 °C.

5.5 Medida de tensión e intensidad en los experimentos

Una vez se ha hecho la caracterización del cableado y del hilo, y tras la puesta a punto de la instalación, se puede proceder a realizar los experimentos de convección en los que se registran las temperaturas características, la presión de la cámara y la tensión e intensidad del circuito. Con estas dos últimas variables podremos calcular la resistencia eléctrica del hilo R_w . Se proporciona intensidad constante con la fuente de alimentación y esta se va aumentando o disminuyendo a demanda durante el experimento, alcanzando siempre un estado estacionario en cada nivel de intensidad comandado.

La intensidad, I , que proporciona la fuente al circuito es medida por el amperímetro y la caída de tensión V medida por el voltímetro corresponde a la tensión entre los bornes de los terminales exteriores de la cámara. Para calcular R_w es necesario tener en cuenta el circuito eléctrico equivalente y calcular I_w e V_w , intensidad y caída de tensión en el hilo respectivamente. A la intensidad medida por el amperímetro hay que descontarle la correspondiente a la rama del voltímetro (con el dato de resistencia del voltímetro proporcionado por el fabricante), para obtener I_w . Para calcular V_w hay que deducir a partir de la tensión medida por el voltímetro en bornes de los terminales exteriores de la cámara la caída de tensión correspondiente al cableado (resistencia de cableado R_c).

Al tener ya una relación $T_w = f(R_w)$, obtenida de la caracterización del hilo y la determinación de α , será posible calcular la temperatura del hilo con diferentes potencias disipadas y en diferentes presiones.

Una vez obtenida la temperatura del hilo se procederá en el procesado de datos a los cálculos de la transferencia de calor por convección natural a las diferentes presiones estudiadas.

Capítulo 6. ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE

A continuación se describen las diferentes incertidumbres que afectan a los resultados del modelo matemático y que provienen principalmente de la naturaleza experimental de los trabajos.

6.1 Incertidumbres del modelo

En la Tabla 6-1 se recogen las incertidumbres que afectan a la determinación del valor de las medidas de los parámetros de los elementos que componen la instalación.

Tabla 6-1 Incertidumbre de las medidas proporcionadas por los elementos de la instalación.

Elemento	Variable	Incertidumbre	Intervalo
Sensor de presión Thermovac	p	$\pm 2.4 \%$	$10^{-3} - 900 \text{ mbar}$
Sensor de presión Vaisala	p (ambiente)	$\pm 0.3 \text{ mbar}$	$900 - 1100 \text{ mbar}$
DAS	T	$\pm 0.01 \text{ }^{\circ}\text{C}$	$-50 \text{ }^{\circ}\text{C} - +150 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Multímetro Keithley	V	$\pm 3.8 \text{ } \mu\text{V} - \pm 0.17 \text{ mV}$	$0.1 \text{ V} - 4 \text{ V}$
	I	$\pm 83 \text{ nA} - \pm 2.2 \text{ } \mu\text{A}$	$1.1 \text{ mA} - 58 \text{ mA}$
	R	$\pm 0.5 \text{ m}\Omega - \pm 9.4 \text{ m}\Omega$	$0.4 \text{ } \Omega - 147 \text{ } \Omega$
Hilo	α	$\pm 3 \%$	—
	L	$\pm 1 \%$	—
	D	$\pm 1 \%$	—

6.1.1 Incertidumbre en Nu

Las incertidumbres recopiladas en la Tabla 6-1 se consideran de carácter aleatorio, no sistemáticas e independientes entre sí, así que se puede calcular la incertidumbre total, Δy , en el número de Nusselt o en el número de Grashof empleando el método de propagación de incertidumbres para este tipo de casos (Beckwith et al., 2009), siendo $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$,

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (6.1)$$

La expresión (6.1) proporciona la incertidumbre del parámetro deseado en función de la suma en cuadratura de las contribuciones a la incertidumbre de cada variable x_i con incertidumbre, pudiendo cada magnitud física (p , T , V , I , R , α y L) de la Tabla 6-1 depender de más de una variable con incertidumbre. Así, existen diferentes temperaturas y resistencias

en el modelo que contribuyen a la incertidumbre a través de más de una magnitud física. Se parte de la ecuación que define el número de Nusselt,

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k}. \quad (6.2)$$

Se debe diferenciar la ecuación (6.2) respecto de las variables de la Tabla 6-1, que tienen una incertidumbre asociada, es decir, de la intensidad, tensión, resistencia, presión y temperatura medidas, además de la longitud del hilo y su coeficiente térmico de resistencia eléctrica. Para simplificar las derivadas parciales se han tomado algunas aproximaciones:

- Se desprecian los términos de pérdidas de calor por radiación y conducción y se considera que la transferencia de calor por convección es igual a la potencia suministrada.
- Se considera que la intensidad medida es la que pasa por el hilo (se desprecia la intensidad de la rama del voltímetro).
- Se considera que la conductividad del aire, k , es constante.

Sustituyendo en la ecuación (6.2) para dejarla en función de las variables con incertidumbre queda

$$\text{Nu} = \frac{(V - IR_c)I^2 R_{w_0} \alpha}{k\pi L(V - IR_c - IR_{w_0} + IR_{w_0} \alpha T_{w_0} - IR_{w_0} \alpha T_i)}, \quad (6.3)$$

siendo R_c la resistencia del cableado medida (véase 5.1). Diferenciando y operando, se agrupan los términos por cada variable que contribuye al error

$$\begin{aligned} \frac{d\text{Nu}}{\text{Nu}} = & \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) dV + \left[-\frac{R_c}{A} - \frac{(-R_c - R_{w_0} + R_{w_0} \alpha T_{w_0} - R_{w_0} \alpha T_i)}{B} \right] dI \\ & + \left[\frac{1}{R_{w_0}} - \frac{(-I + I \alpha T_{w_0} - I \alpha T_i)}{B} \right] dR_{w_0} + \left(-\frac{I}{A} + \frac{I}{B} \right) dR_c \\ & + \left(-\frac{1}{L} \right) dL + \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{(IR_{w_0} T_{w_0} - IR_{w_0} T_i)}{B} \right] d\alpha + \left(-\frac{IR_{w_0} \alpha}{B} \right) dT_{w_0} \\ & + \left[\frac{IR_{w_0} \alpha}{B} \right] dT_i, \end{aligned} \quad (6.4)$$

siendo A y B respectivamente,

$$\begin{aligned} A &= V - IR_c, \\ B &= V - IR_c - IR_{w_0} + IR_{w_0} \alpha T_{w_0} - IR_{w_0} \alpha T_i. \end{aligned} \quad (6.5)$$

De acuerdo con (6.1) la incertidumbre absoluta en Nu será la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de cada término en derivadas parciales que se puede obtener de (6.4),

$$\Delta \text{Nu} = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial \text{Nu}}{\partial V} \right) \Delta V \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial \text{Nu}}{\partial I} \right) \Delta I \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial \text{Nu}}{\partial R_{w_0}} \right) \Delta R_{w_0} \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial \text{Nu}}{\partial R_c} \right) \Delta R_c \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial \text{Nu}}{\partial L} \right) \Delta L \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial \text{Nu}}{\partial \alpha} \right) \Delta \alpha \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial \text{Nu}}{\partial T_{w_0}} \right) \Delta T_{w_0} \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial \text{Nu}}{\partial T_i} \right) \Delta T_i \right]^2}. \quad (6.6)$$

Sustituyendo las incertidumbres de cada variable, se obtiene una incertidumbre media relativa total $u_{\text{Nu}} \approx 2.95 \%$ para las medidas del hilo horizontal de $25 \mu\text{m}$, siendo el coeficiente térmico de la resistencia eléctrica la variable que más contribuye a la incertidumbre, como se muestra en la Tabla 6-2. Teniendo en cuenta las simplificaciones hechas para derivar la ecuación, es comprensible que este valor no sea el más preciso.

Por otro lado, para obtener un valor más aproximado de la incertidumbre en Nu, se ha calculado la contribución por separado de cada variable con su incertidumbre, como dato de entrada al modelo matemático completo sin simplificaciones (ECSS Secretariat et al., 2016), de la manera

$$\Delta \text{Nu}_i = f(x_i + \Delta x_i) - f(x_i), \quad (6.7)$$

siendo f la descrita en la ecuación (6.2) y siendo x_i cada variable con incertidumbre (p , T , V , I , R , α , L y D) implicada en el cálculo del número de Nusselt. Así, la incertidumbre total en Nu se obtiene sumando en cuadratura cada contribución,

$$\Delta \text{Nu} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta \text{Nu}_i^2}. \quad (6.8)$$

Se obtiene de esta manera una incertidumbre media relativa $u_{\text{Nu}} \approx 3.12 \%$ para las medidas del hilo horizontal de $25 \mu\text{m}$, como se muestra en la Tabla 6-2, siendo la contribución más importante a este error la del coeficiente térmico de la resistencia eléctrica.

Tabla 6-2 Contribución individual de cada variable a la incertidumbre relativa total de Nu. (1) Método de propagación de incertidumbres según ecuación (6.6). (2) Método según ecuación (6.8). Valores de incertidumbres correspondientes al hilo horizontal de 25 μm .

Variable	$\Delta\text{Nu}/\text{Nu} \% \text{ (1)}$	$\Delta\text{Nu}/\text{Nu} \% \text{ (2)}$
T	0.08 %	0.08 %
V	0.09 %	0.11 %
I	0.11 %	0.12 %
R	0.13 %	0.13 %
α	2.76 %	2.96 %
L	1.00 %	0.05 %
D	—	0.98 %
TOTAL	2.95 %	3.12 %

Se puede observar que valor de la incertidumbre relativa en Nu obtenido con la ecuación (6.6) por el método de propagación de incertidumbres es ligeramente menor que el obtenido con (6.8), si bien esta diferencia es debida a las simplificaciones hechas en el primer método (en la simplificación se elimina la dependencia respecto de D por ejemplo), éste puede considerarse una buena aproximación a la incertidumbre real del modelo.

Aunque la incertidumbre en Nu de 2.95 % de la Tabla 6-2 corresponde al valor medio de las muestras, la incertidumbre total está por debajo de 3.6 % para el hilo de 25 μm .

6.1.2 Incertidumbre en Gr

Hay que tener en cuenta que la incertidumbre en la medida de la presión no entra en juego en el cálculo de Nu por el método de propagación de incertidumbres, pero sí a la hora de calcular el número de Grashof. Las incertidumbres que afectan al cálculo de Gr provienen de las variables p , T , V , I , R , α y D , no viéndose afectado por la incertidumbre en la longitud del hilo L . De manera análoga a como se hizo con Nu se puede obtener la incertidumbre por el método de propagación de incertidumbres para el caso de dependencia de variables aleatorias e independientes con distribución normal, partiendo de la ecuación

$$\text{Gr} = \frac{g\beta(T_w - T_i)\rho^2 D^3}{\mu^2}, \quad (6.9)$$

siendo g la gravedad, β el coeficiente de expansión térmica y μ la viscosidad dinámica del aire.

Considerándose las mismas simplificaciones que para la propagación de incertidumbres en Nu y tomando la aproximación de que la viscosidad dinámica se puede considerar constante, substituyendo se obtiene Gr en función de las variables con incertidumbre,

$$Gr = \frac{8gM_{ma}^2 (V - IR_c - IR_{w_0} + IR_{w_0}\alpha T_{w_0} - IR_{w_0}\alpha T_i)(IR_{w_0}\alpha)^2 p^2 D^3}{\mu^2 R_u^2 (V - IR_c - IR_{w_0} + IR_{w_0}\alpha T_{w_0})^3}, \quad (6.10)$$

siendo la constante universal de los gases $R_u = 8.3144598 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ y la masa molecular del aire $M_{ma} = 28.96 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Diferenciando y operando, se agrupan los términos por cada variable que contribuye al error,

$$\begin{aligned} \frac{dGr}{Gr} = & \left(\frac{1}{C} - \frac{3}{E} \right) dV \\ & + \left[\frac{(-R_c - R_{w_0} + R_{w_0}\alpha T_{w_0} - R_{w_0}\alpha T_i)}{C} + \frac{2R_{w_0}\alpha}{D} \right. \\ & \left. - \frac{3(-R_c - R_{w_0} + R_{w_0}\alpha T_{w_0})}{E} \right] dI \\ & + \left[\frac{(-I + I\alpha T_{w_0} - I\alpha T_i)}{C} + \frac{2I\alpha}{D} - \frac{3(-I + I\alpha T_{w_0})}{E} \right] dR_{w_0} \\ & + \left(-\frac{I}{C} + \frac{3I}{E} \right) dR_c + \left(\frac{2}{p} \right) dp + \left(\frac{3}{D} \right) dD \\ & + \left[\frac{(IR_{w_0}T_{w_0} - IR_{w_0}T_i)}{C} + \frac{2IR_{w_0}}{D} - \frac{3IR_{w_0}T_{w_0}}{E} \right] d\alpha \\ & + \left(\frac{IR_{w_0}\alpha}{C} - \frac{3IR_{w_0}\alpha}{E} \right) dT_{w_0} + \left[-\frac{IR_{w_0}\alpha}{C} \right] dT_i, \end{aligned} \quad (6.11)$$

siendo C , D y E respectivamente,

$$\begin{aligned} C &= V - IR_c - IR_{w_0} + IR_{w_0}\alpha T_{w_0} - IR_{w_0}\alpha T_i, \\ D &= IR_{w_0}\alpha, \\ E &= V - IR_c - IR_{w_0} + IR_{w_0}\alpha T_{w_0}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

De acuerdo con (6.1), la incertidumbre absoluta en Gr se expresará como

$$\Delta Gr = \sqrt{\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial V} \right) \Delta V \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial I} \right) \Delta I \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial R_{w_0}} \right) \Delta R_{w_0} \right]^2 \\ & + \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial R_c} \right) \Delta R_c \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial p} \right) \Delta p \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial D} \right) \Delta D \right]^2 \\ & + \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial \alpha} \right) \Delta \alpha \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial T_{w_0}} \right) \Delta T_{w_0} \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial Gr}{\partial T_i} \right) \Delta T_i \right]^2 \end{aligned}}. \quad (6.13)$$

Substituyendo las incertidumbres de cada variable, se obtiene la incertidumbre media relativa total en $u_{Gr} \approx 6.07 \%$ para las medidas del hilo horizontal de $25 \mu\text{m}$, siendo la presión la variable que más contribuye a la incertidumbre, como se muestra en la Tabla 6-3.

Igual que se hizo con Nu se calcula también el valor de la incertidumbre en el modelo sin simplificaciones, obteniendo la contribución individual de cada variable en la incertidumbre de Gr según

$$\Delta Gr_i = f(x_i + \Delta x_i) - f(x_i). \quad (6.14)$$

Y la incertidumbre total en Gr se obtiene de

$$\Delta Gr = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta Gr_i^2}. \quad (6.15)$$

Se obtiene una incertidumbre media total $u_{Gr} \approx 6.14 \%$ en Gr para las medidas del hilo horizontal de $25 \mu\text{m}$, siendo la incertidumbre en la medida de la presión el parámetro que más contribuye, como se muestra en la Tabla 6-3.

Tabla 6-3 Contribución individual de cada variable a la incertidumbre relativa total de Gr. (1) Método de propagación de incertidumbres según ecuación (6.13). (2) Método según ecuación (6.15). Valores de incertidumbre correspondientes al hilo horizontal de $25 \mu\text{m}$.

Variable	$\Delta Gr/Gr \%$ ⁽¹⁾	$\Delta Gr/Gr \%$ ⁽²⁾
<i>T</i>	0.08 %	0.08 %
<i>V</i>	0.08 %	0.10 %
<i>I</i>	0.09 %	0.09 %
<i>R</i>	0.11 %	0.11 %
<i>α</i>	2.15 %	2.22 %
<i>p</i>	4.80 %	4.86 %
<i>D</i>	3.00 %	3.03 %
TOTAL	6.07 %	6.14 %

Comparando los resultados de incertidumbre de la Tabla 6-3 obtenidos con uno y otro método, se observa que con (6.13) se obtiene un error algo menor que con (6.15), siendo esta diferencia debida a las simplificaciones que se realizan para la propagación de incertidumbres del primer método, aunque éste puede considerarse una buena aproximación a la incertidumbre real del modelo.

Aunque la incertidumbre en Gr de 6.07 % de la Tabla 6-3 corresponde al valor medio de las muestras, la incertidumbre total está por debajo de 6.5 % para el hilo de $25 \mu\text{m}$.

6.1.3 Incertidumbres según la configuración del hilo

A continuación en la Tabla 6-4 se recogen las incertidumbres relativas de Nu y Gr, como medias aritméticas de la incertidumbre en Nu y Gr de cada punto experimental analizado para cada configuración del hilo:

- Horizontal de 25 μm de diámetro.
- Vertical de 25 μm de diámetro.
- Horizontal de 12.7 μm de diámetro.
- Vertical de 12.7 μm de diámetro.

Estas incertidumbres se han obtenido mediante la ecuación (6.6) para la incertidumbre relativa media en Nu y la ecuación (6.13) para la incertidumbre relativa media en Gr. L

Tabla 6-4 Resumen de incertidumbres relativas en Nu y Gr para cada configuración de hilo estudiada. H y V significan Horizontal y Vertical respectivamente. Incertidumbre en Nu según (6.6) e incertidumbre en Gr según (6.13).

$\Delta\text{Nu}/\text{Nu} \%$				$\Delta\text{Gr}/\text{Gr} \%$			
25 μm		12.7 μm		25 μm		12.7 μm	
H	V	H	V	H	V	H	V
3.0 %	3.6 %	3.5 %	3.1 %	6.1 %	6.2 %	6.2 %	6.0 %

6.2 Variación de α

En los resultados expuestos en este trabajo se ha considerado para los cálculos pertinentes, que el coeficiente térmico de la resistencia eléctrica es constante para el intervalo de temperaturas del hilo estudiadas, aunque cabe mencionar que esta consideración es una aproximación para pequeños intervalos de temperatura ya que la dependencia de la resistencia respecto de la temperatura no puede considerarse lineal para intervalos de temperatura mayores como se explica a continuación.

El coeficiente de temperatura de la resistividad eléctrica, α_0 , a una temperatura de referencia dada, T_0 , caracteriza la variación de la resistividad, ρ , del material con la temperatura, T , y se define de la forma

$$\alpha_0 = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{d\rho}{dT} \right)_{T_0}, \quad (6.16)$$

donde el subíndice 0 denota el valor de las variables a una misma temperatura de referencia T_0 . Se puede asumir que para un pequeño intervalo de temperaturas α_0 es constante (Kasap et al., 2017), por lo tanto, al integrar la ecuación anterior, la variación de la resistividad en función de la temperatura queda

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha_0 (T - T_0)]. \quad (6.17)$$

En general, el coeficiente térmico de resistividad eléctrica del material, α , es negativo para semiconductores (disminuye su resistencia al aumentar la temperatura) y tiene un valor positivo para metales puros y aleaciones, y este valor no es constante e independiente de la temperatura, pudiéndose aproximar el valor de α dependiente de la temperatura con la ecuación (Kasap et al., 2017)

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 (T - T_0)}. \quad (6.18)$$

De tal manera que para el caso del Alumel, a mayor temperatura, el coeficiente térmico de la resistividad eléctrica será menor, pero para un pequeño intervalo de temperaturas como el estudiado (aproximadamente de 20 a 100 °C) es posible considerar constante este coeficiente (las variaciones del coeficiente térmico de resistividad para el intervalo de temperaturas estudiado son menores de 12 %). Habitualmente los fabricantes proporcionan valores medios de α tabulados, que son válidos para el intervalo de temperaturas de 0 a 100 °C.

Conociendo la relación entre resistencia y resistividad eléctricas, que se define como

$$R = \rho \frac{L}{A}, \quad (6.19)$$

siendo L y A , la longitud y el área de la sección del hilo, se desea obtener la relación entre resistencia eléctrica y temperatura, para los cálculos que aplican a este trabajo, y para ello se necesita obtener el coeficiente térmico de la resistencia eléctrica, tal como se describe en los apartados 5.3 y 5.4. Este coeficiente obtenido experimentalmente, por la naturaleza de las pruebas, incluye también la variación debida a la expansión térmica del material que contribuye a la variación de L y A . De la ecuación (6.19), para un incremento de temperatura dado la variación de R en función de la temperatura será

$$R = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \left\{ \frac{L_0 [1 + \alpha_l(T - T_0)]}{A_0 [1 + \alpha_s(T - T_0)]} \right\}, \quad (6.20)$$

siendo α_l y α_s los coeficientes de expansión térmica lineal (véase el apartado 6.5 para su formulación) y de superficie respectivamente con $\alpha_s = 2\alpha_l$. En la mayoría de los casos prácticos, los coeficientes de expansión térmica lineal α_l y de superficie α_s , como es el caso del Alumel, suelen ser mucho menores que 1, por lo tanto, se desprecia la contribución de la expansión térmica y se asume que los coeficientes de temperatura de la resistividad y de la resistencia son iguales (Cardarelli, 2018).

En el caso del Alumel, su coeficiente de expansión térmica lineal es $\alpha_l = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, de tal manera que $\alpha_l(T - T_0) \ll 1$ y $\alpha_s(T - T_0) \ll 1$, por lo que la contribución de la expansión térmica puede despreciarse, siendo equivalente la variación de la resistividad y la resistencia eléctricas con la temperatura (e iguales los coeficientes térmicos de resistividad y resistencia eléctricas). Con esta suposición, la resistencia en función de la temperatura se aproxima con la misma ecuación que (6.17),

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]. \quad (6.21)$$

6.3 Efecto de la carga de tensión mecánica en la resistencia eléctrica del hilo

A continuación se estima la variación de la resistencia del hilo con la fuerza axial ejercida en él para evaluar su contribución a la incertidumbre.

Supóngase que se ejerce una fuerza F_x en la dirección axial del hilo y que la tensión es uniforme en toda la longitud, se produce entonces una deformación unitaria ε_x en la dirección longitudinal y ε_y en la dirección transversal (radial), como se muestra en la Figura 6-1.

Figura 6-1 Deformación que aparece en el hilo por el efecto de la aplicación de una fuerza axial.

Se deduce que la longitud final L , tras la deformación será

$$L = L_0(1 + \epsilon_x), \quad (6.22)$$

y el área de la sección transversal A será

$$A = A_0(1 + \nu\epsilon_x)^2, \quad (6.23)$$

siendo ν el coeficiente de Poisson. Como la resistencia eléctrica es

$$R = \rho \frac{L}{A}. \quad (6.24)$$

La resistencia del hilo deformado puede escribirse como

$$R = \rho \frac{L_0}{A_0} \frac{(1 + \epsilon_x)}{(1 + \nu\epsilon_x)^2}. \quad (6.25)$$

Como $\epsilon_x \ll 1$, se puede aproximar R mediante un desarrollo en serie de Taylor como

$$R \cong \rho \frac{L_0}{A_0} [1 + (1 - 2\nu)\epsilon_x]. \quad (6.26)$$

Por la ley de Hooke,

$$\epsilon_x = \frac{F_x}{A_0 E}, \quad (6.27)$$

siendo E el módulo de Young. Finalmente, suponiendo la resistividad constante para una pequeña variación de temperatura, sustituyendo en la ecuación para calcular la resistencia eléctrica del hilo deformado, queda

$$R \cong R_0 \left[1 + (1 - 2\nu) \frac{F_x}{A_0 E} \right]. \quad (6.28)$$

Este efecto es muy importante a tener en cuenta en las mediciones ya que un cambio de tensión en el hilo puede falsear las medidas. Esto es lo que ocurría cuando se integró en el montaje un muelle que mantenía tenso el hilo, pero que finalmente se eliminó de la instalación (véase el apartado 4.3.8).

En la Tabla 6-5 se muestra a modo de ejemplo una comparación de las variaciones en R , T y L que produciría en una misma fuerza axial de 0.3 N (aproximadamente 30 g) en hilos teóricos de igual longitud inicial L_0 y diferentes materiales y secciones, y considerando para

Alumel y Chromel el coeficiente de Poisson de 0.31 y el módulo de Young 170 GPa correspondientes al níquel (el componente mayoritario de sus aleaciones). Se debe tener en cuenta que la temperatura del hilo (y por tanto la resistencia asociada (6.21)) son función de la intensidad eléctrica que pase en ese momento por el hilo.

Tabla 6-5 Comparativa de incrementos de T , R y L que produciría un fuerza axial de 0.3 N en diferentes hilos de longitud inicial 60 mm.

Material	D [μm]	R_0 [Ω] ($T_0 = 30$ °C)	α [K^{-1}]	ΔT [°C]	ΔR [m Ω]	ΔL [mm]
Alumel	25	32.7	$2.31 \cdot 10^{-3}$	0.6	50	0.2
	12.7	127.7		2.3	700	0.8
Chromel	25	86.6	$0.41 \cdot 10^{-3}$	3.3	100	0.2

Analizando los datos de la Tabla 6-5, se observa que en el hilo de Alumel de menor sección la misma fuerza hace que el incremento en la resistencia sea mayor que en el de mayor sección y al mismo tiempo el incremento de temperatura asociado según (6.21) sea también mayor. Además, se produce en el hilo de 12.7 μm una elongación cuatro veces mayor que en de Alumel de 25 μm ya que el área de la sección es aproximadamente cuatro veces menor.

6.4 Efecto de α en el incremento de temperatura del hilo

Para entender una de las razones por las que se descartó utilizar hilo de Chromel para los experimentos se puede observar de los datos de la Tabla 6-5 que un pequeño incremento de resistencia se traduce en un incremento de temperatura significativamente mayor que el que se produce en el Alumel de la misma sección. Esto es debido al coeficiente térmico de la resistencia eléctrica y es independiente de la causa que produce el incremento de resistencia (una carga mecánica aplicada o un incremento de intensidad circulante).

Al tener el hilo de Chromel un coeficiente térmico de resistencia eléctrica unas 6 veces menor que el hilo de Alumel, implica que un cambio de temperatura en el Chromel es más difícil de cuantificar ya que el cambio de resistencia es menor que el que produciría el mismo cambio de temperatura en el Alumel, como se muestra en la Figura 6-2, a partir de datos teóricos de los dos materiales. En esta figura se muestra que, aproximadamente, una misma variación en resistencia, para el Chromel es más del doble de variación de temperatura respecto a la que se produciría en el Alumel.

Figura 6-2 Comparativa de incremento de temperatura en función del incremento de resistencia para Alumel ($R_0 = 35.9 \Omega$ a 20°C) y Chromel ($R_0 = 86.3 \Omega$ a 20°C).

La variación en la resistencia puede provenir, como se ha visto, de un cambio en la geometría del hilo, que a la vez produce un cambio en la temperatura aparente calculada del mismo, o directamente del cambio de temperatura del hilo como consecuencia del aporte de potencia. Por este último motivo el Chromel es menos adecuado para los experimentos, debido a la combinación de su coeficiente de temperatura de resistencia eléctrica con los mínimos incrementos de intensidad posibles de la fuente de alimentación. Es decir, para el intervalo de temperaturas del hilo estudiado (aproximadamente de 20 a 100°C) y los incrementos mínimos posibles de intensidad a la salida de la fuente de alimentación, con un hilo de Alumel era posible obtener más muestras (distintos niveles de intensidad) antes de llegar a 100°C . Sin embargo, para el hilo de Chromel, se alcanzan los 100°C con una intensidad menor que para 100°C en el Alumel. Por lo tanto, para el mismo intervalo de temperaturas de 20 a 100°C , se pueden obtener más muestras con el hilo de Alumel (véase el apartado 4.3.8).

6.5 Efecto de la temperatura en la forma del hilo

Además del efecto ya conocido de la variación de la resistencia eléctrica en función de la temperatura, en el que se basan las medidas requeridas en los experimentos realizados durante este trabajo, el cambio de temperatura en el hilo puede producir un cambio en la geometría sin necesidad de aplicar una fuerza externa sobre él. Este posible cambio de geometría (variación de longitud y/o sección) se cuantifica mediante los coeficientes de expansión térmica ya mencionados en el apartado 6.2.

Conviene realizar una estimación simplificada de cuál sería la elongación en el hilo causada por un aumento de temperatura, teniendo en cuenta para la elongación sólo el coeficiente de expansión térmica lineal (para simplificar). Este coeficiente se define como

$$\alpha_l = \frac{1}{L_0} \frac{\Delta L}{\Delta T}. \quad (6.29)$$

Para el caso del Alumel este coeficiente es $\alpha_l = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Siguiendo con en el ejemplo del apartado anterior (6.3), hilo de Alumel de 60 mm de longitud, se puede obtener el incremento de longitud que sufriría el hilo por un aumento de temperatura de 80 °C (los experimentos presentados para este trabajo no superan este valor) empleando (6.29), que resultaría en un $\Delta L = 58 \text{ } \mu\text{m}$.

Este aumento de longitud no solo podría afectar al cálculo de la resistencia del hilo sino que podría producir pandeo en el hilo e influir en los cálculos para la convección. Es decir, la curvatura que se produciría podría dar lugar a que la convección en el hilo fuese una situación desviada de las dos orientaciones estudiadas, horizontal y vertical. Siendo la convección cuantitativamente diferente del caso horizontal al vertical sobre todo en régimen continuo donde domina la convección sobre la conducción molecular libre. Imaginando un hipotético caso en el que el pandeo del hilo (flecha) fuera comparable a su longitud, en un experimento se estarían midiendo variables correspondientes a un caso de convección con una orientación intermedia entre la horizontal y la vertical. Como uno de los objetivos de este trabajo es sintetizar una correlación para intercambio de calor por convección natural en hilos delgados horizontales hay que prevenir que se dé esta situación. A continuación se estima la deformación por pandeo.

Suponiendo el hilo rectilíneo suspendido entre apoyos fijos, un incremento de temperatura produciría un aumento de longitud en el hilo, produciendo un pandeo que cambiaría la forma del hilo, pudiéndose aproximar esta curva S como la de una parábola de flecha y_f y que pasa por los puntos $(\pm L_0/2, y_f)$ como se muestra en la Figura 6-3.

Figura 6-3 Pandeo del hilo por aumento de longitud entre extremos fijos.

La ecuación de la parábola de la forma final del hilo, es

$$y = y_f \left(\frac{x}{L_0/2} \right)^2. \quad (6.30)$$

La nueva longitud del hilo L se puede calcular integrando la longitud diferencial de la curva S que describe,

$$L = \int_{-L_0/2}^{L_0/2} dS, \quad (6.31)$$

sabiendo que $dS^2 = dx^2 + dy^2$ y operando se obtiene

$$L = 2 \int_0^{L_0} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx. \quad (6.32)$$

Realizando una aproximación de la raíz mediante un desarrollo en serie de Taylor queda

$$L \cong 2 \int_0^{L_0/2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \right] dx, \quad (6.33)$$

y operando

$$L = L_0 + \int_0^{L_0/2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx. \quad (6.34)$$

Como $L = L_0 + \Delta L$, la integral del segundo término corresponde al incremento de longitud. Diferenciando la ecuación de la parábola (6.30) se obtiene

$$\frac{dy}{dx} = 8y_f \frac{x}{L_0^2}, \quad (6.35)$$

y sustituyendo (6.35) en la integral (6.34), finalmente se llega a

$$\Delta L = \frac{8 y_f^2}{3 L_0}, \quad (6.36)$$

y operando, la flecha resultante sería

$$y_f = \sqrt{\frac{3}{8} L_0 \Delta L}. \quad (6.37)$$

Siguiendo con el ejemplo anterior del hilo de Aludel con $L_0 = 60$ mm y $\Delta L = 58$ μ m (producido por un incremento de temperatura de 80 °C), de (6.37) se obtiene una flecha $y_f = 1.1$ mm, que es mucho menor que la longitud del hilo.

En la práctica, este posible pandeo puede asumirse como una desviación del hilo respecto de la horizontal o la vertical (según el experimento), que en el peor de los casos sería menor de 2° de inclinación. En este supuesto, esta desviación quedaría enmascarada dentro de la propia desviación del hilo en el montaje respecto de la horizontal o la vertical y que se ha considerado despreciable. Tras analizar los resultados de los experimentos, se ha considerado que esto no ha afectado a las medidas, ya que no se han producido desviaciones en las tendencias de los datos a una misma presión para el intervalo de temperaturas estudiado (las posibles desviaciones de la tendencia serían apreciables a altas temperaturas, por una mayor flecha). Además, estas tendencias son similares a las publicadas por otros

autores (Collis & Williams, 1954; Gao et al., 2018; Kyte et al., 1953; Madden & Piret, 1951; Milano, 2010), que en su mayoría no tienen en cuenta la deformación del hilo incluso alcanzando temperaturas mayores que en las de este trabajo. Particularmente, Kyte en sus hilos verticales y Milano en sus hilos horizontales son los únicos que mantienen los hilos tensos en tiempo real durante sus experimentos, pero no se aprecian diferencias en la tendencia de los resultados comparándolos con otros autores y con los resultados experimentales de este trabajo, por lo que el efecto de un posible pandeo se puede considerar despreciable.

6.6 Efecto de la no uniformidad del diámetro del hilo

Se han reportado (Tropea et al., 2007) desviaciones en el diámetro medio del hilo para hilos de menor sección de los utilizados en los experimentos para este trabajo, pero el fabricante de los hilos utilizados no proporciona el error en el diámetro de los mismos y en la revisión al microscopio no se encontraron deformaciones apreciables de la forma de la sección. Tampoco ha sido posible medir cuál sería la posible incertidumbre en el diámetro medio del hilo, pero conviene estimar cuánto podría afectar a la resistencia eléctrica un cambio en el diámetro medio del hilo ya que cualquier irregularidad de la sección se considera despreciable si es local. Diferenciando R respecto de D en la ecuación (6.24) que relaciona resistencia y resistividad eléctricas, se obtiene

$$dR = -\frac{8\rho L}{\pi D^3} dD, \quad (6.38)$$

y dividiendo por (6.24), se llega a

$$\frac{dR}{R} = -2 \frac{dD}{D}. \quad (6.39)$$

Continuando con el ejemplo del hilo de Alumel de 60 mm y diámetro $D_0 = 25 \mu\text{m}$, con una resistencia de referencia a 20 °C $R_0 = 35.9 \Omega$, un aumento del 10 % en el diámetro del hilo (ΔD de 2.5 μm) supondría una disminución del 20 % en la resistencia, $\Delta R = -7.2 \Omega$. La nueva resistencia de referencia a 20 °C sería entonces 28.7 Ω para $D + \Delta D$.

Esta diferencia en el diámetro del hilo, a efectos de los cálculos que se realizan para este trabajo, no afecta a la incertidumbre sobre la resistencia eléctrica ya que esta no se mide a través de la relación entre la resistencia y el diámetro, sino que se mide directamente la resistencia del hilo independientemente de cual sea su diámetro. En cualquier caso, se ha tenido en cuenta una incertidumbre conservativa del 1 % en la medida del diámetro del hilo, que se basa en el valor de la mitad de la última cifra significativa del valor del diámetro (0.05 mm), para el cálculo de incertidumbres en los parámetros de convección.

6.7 Efectos de borde

Los efectos de borde se producen en los extremos de los hilos debido al contacto con los soportes o electrodos del mismo. Debido al cambio en la geometría y la conducción de calor en los extremos, la convección no es la misma en estos extremos que en el resto del hilo. Los efectos de borde son una combinación de cambio en la conducción de calor en los extremos del hilo a través del material y la conducción o convección a través del gas en los extremos, que será diferente a la del resto de la longitud del hilo. Para hilos verticales además se tiene la influencia de la variación de las distribuciones de temperatura y velocidad con la altura.

Dada la naturaleza de los experimentos y los tamaños de hilo que se han utilizado con esbeltez (*aspect ratio*) $\Lambda = L/D$ para el hilo de 25 μm , $\Lambda = 2440$ y para el de 12.7 μm , $\Lambda = 5040$, se ha considerado conveniente analizar el problema de los efectos de borde en hilos delgados.

Autores como Bomelburg aseguran que con Λ muy superiores a 1.000 (Bomelburg, 1959) se evitan los efectos de borde en el hilo. Collis y Williams han observado que los efectos de borde en hilos horizontales son despreciables para Λ mayores de 20.000 excepto para pequeños incrementos de temperatura ($< 10\text{ }^{\circ}\text{C}$) (Collis & Williams, 1954). Los experimentos de Seiichi se ven considerablemente influidos por efectos tridimensionales en los bordes, en sus experimentos con hilos horizontales, hasta para Λ del orden de 11.000 en convección mixta (Seiichi & Takuro, 1975b). Para hilos verticales Collis y Williams encuentran que el efecto de la longitud del hilo aún se aprecia para valores de $\Lambda > 20.000$ (Collis & Williams, 1954). McAdams (McAdams, 1942) y Mueller (Mueller, 1942) en sus experimentos observan que para longitudes de hilo vertical, mayores de 305 mm (diámetros de 18 a 127 μm para Mueller), el efecto de la longitud no es importante. La importancia de los efectos de borde según estos autores se resume en la Tabla 6-6.

Tabla 6-6 Importancia de los efectos de borde según varios autores.

Autor	Orientación hilo	Esbeltez Λ	Efectos de borde
McAdams (McAdams, 1942)	Vertical	—	No son importantes para $L > 305\text{ mm}$ (1 ft)
Mueller (Mueller, 1942)			
Seiichi (Seiichi & Takuro, 1975b)	Horizontal	< 11.000	Influencian el intercambio de calor
Bomelburg (Bomelburg, 1959)	Horizontal	$\gg 1.000$	Se evitan
Collis y Williams (Collis & Williams, 1954)	Horizontal	> 20.000	Despreciables para $\Delta T > 10\text{ }^{\circ}\text{C}$
	Vertical	> 20.000	No despreciables

En un hilo que se considera infinito los efectos de borde son despreciables ya que la zona del hilo donde se producen es infinitesimal comparada con la longitud total. En cambio, para un hilo considerado finito, en el que la contribución de las pérdidas de calor en los bordes no puede ser despreciada, se tendrá una distribución de temperatura no uniforme en el hilo (siendo la temperatura menor en los extremos). La tasa de transferencia de calor de hilo finito siempre es mayor que aquella correspondiente a un hilo infinito (Collis & Williams, 1954; Tropea et al., 2007). Esto se debe en parte a la mayor conducción de calor en los extremos del hilo a través de los soportes y también a la conducción de calor por el aire que en los extremos es tridimensional a diferencia del resto del hilo donde la conducción es bidimensional (en dirección radial).

Los efectos de borde en hilos horizontales pueden eliminarse o considerarse despreciables utilizando hilos suficientemente largos o midiendo la transferencia de calor sólo en la zona central del hilo. Así, algunos autores, como Collis y Williams han realizado experimentos con hilos horizontales suficientemente largos (A mayor de 20.000) en los que la transferencia de calor no varía apenas al incrementar la longitud (Collis & Williams, 1954). Otros autores como Kyte eliminan los efectos de borde de la conducción en los extremos en sus experimentos, utilizando hilos verticales con A de 5.276 y longitud 422 mm, pero midiendo la caída de tensión en el hilo solo en una sección central de 148.6 mm y considerando que las pérdidas de calor por los cables de medición en esos puntos son despreciables (Kyte et al., 1953). Seiichi corrige analíticamente la conducción de calor a través de los soportes metálicos, para hilos horizontales en convección mixta (Seiichi & Takuro, 1975b).

Según Mahony (Mahony, 1957), se puede aplicar a hilos finitos el concepto de capa de gas en reposo (*stagnant film*) introducido por Langmuir (Langmuir, 1912). En esta capa que rodea al hilo, sólo se da conducción pura a través del gas, mientras que fuera de esta capa la convección en el gas es dominante. En la capa de gas en reposo, para los extremos del hilo donde se producen los efectos de borde se puede aplicar la solución de conducción tridimensional (por el gas) equivalente al de una esfera de igual diámetro, mientras que en el resto del hilo donde los efectos de borde no son importantes) se aplicaría la solución bidimensional de convección. La capa de gas en reposo es más delgada en la zona bidimensional del hilo, que en la zona de los extremos, por esto, el espesor de la capa en reposo debe ser función de A . Si la longitud de las regiones donde los efectos de borde son importantes es pequeña en comparación con la longitud del hilo, la transferencia de calor del hilo se puede aproximar únicamente por la solución bidimensional de convección. Y si por el contrario, la longitud de las regiones donde se producen los efectos de borde son comparables a la longitud del hilo entonces el intercambio de calor se aproximará a la solución de conducción a través del gas. En el caso extremo donde toda la longitud del hilo se viera afectada por efectos de borde, la solución sería similar a la conducción tridimensional a través del gas, como en una esfera.

Según Collis (Collis & Williams, 1954) el criterio para considerar el hilo infinito ($A > 20.000$) puede ser demasiado conservativo cuando se trata de cilindros con grandes diámetros. En este supuesto, si el problema de transferencia de calor se reduce solo a la conducción pura, bien a través del gas o de los materiales del hilo y los soportes, la transferencia de calor sería similar mientras A fuese constante sin importar el valor de D . Sin embargo, si la convección está involucrada en el problema de la transferencia de calor, la convección es mayor cuanto mayor es D , así que incrementando D , el cociente entre el calor intercambiado por convección sobre el de conducción también sería mayor. Siguiendo este razonamiento, los efectos de conducción por el material serían despreciables para A pequeños al aumentar D . Collis obtuvo resultados similares cambiando el material de los hilos a otro con una conductividad térmica menor en los especímenes de hilo más largos, en los que la conducción por el material tiene menos peso sobre el calor total intercambiado.

Cabe decir que para hilos finitos la conducción a través del metal en los extremos reduce el efecto de la orientación del hilo en hilos cortos (menores de 1 mm de longitud) (Collis & Williams, 1954), esto tiene coherencia con la teoría de Mahony ya que la transferencia de calor por el gas en este supuesto es más cercana a la solución tridimensional de conducción para una esfera, que no se ve afectada por la orientación.

Según Collis y Williams (Collis & Williams, 1959), a medida que el número de Nusselt aumenta, la capa caliente de aire en reposo que rodea al hilo disminuye su espesor y basándose en este concepto, una esbeltez A mayor de 1.000 podría ser suficiente para poder

descartar los efectos tridimensionales y la conducción a través del metal en los bordes del hilo en convección natural.

En el caso de los experimentos realizados para este trabajo el hilo puede considerarse finito. A este respecto el modelo matemático computa las pérdidas de calor en los extremos del hilo (efecto de borde por conducción por el metal), como se muestra en el apartado 3.5.1. Además de esta consideración se debe tener en cuenta que la convección sobre el hilo se verá afectada por este motivo y no será uniforme en toda su longitud, ya que la temperatura de los extremos será menor. Los efectos de borde debidos a la convección no se han corregido en los experimentos realizados, por lo tanto, su influencia está implícita en la correlación para el cálculo del número de Nusselt (valor medio para toda la longitud del hilo) que se ha sintetizado a partir de los datos de los experimentos (véase el apartado 7.6).

De esta manera los efectos de borde debidos a la convección no son cuantificados como una incertidumbre en sí sobre los parámetros de convección, sino que están incluidos en el modelo matemático empleado en este estudio y por ende en la correlación obtenida. Por este motivo, al aplicar la correlación propuesta en un problema de intercambio de calor, deben tenerse en cuenta las posibles diferencias con el modelo estudiado (distintos A o D de los hilos) y si se consideran o no las pérdidas en los extremos.

6.7.1 Conducción en el hilo

La conducción a través de los extremos también es un efecto de borde, como se ha comentado anteriormente. Esto produce que la distribución de temperaturas en el hilo no sea uniforme, siendo la temperatura en los extremos igual a la temperatura de los soportes. De esta manera la convección en el hilo también se verá afectada, siendo localmente menor en los extremos.

En un hilo considerado finito, esta conducción no se puede despreciar, ya que a bajas presiones el intercambio de calor en los extremos es comparable al intercambio de calor convectivo. Si el hilo es de sección lo suficientemente fina, la conducción por el material se puede aproximar por un modelo unidimensional de conducción (véase el apartado 3.5.1 para la deducción de la ecuación (6.40)) según el eje x longitudinal del hilo, obteniéndose para la temperatura adimensional,

$$\theta = \frac{1}{\Lambda^2 \text{Bi}} \left(1 - \frac{\cosh(\Lambda \sqrt{\text{Bi}} \xi)}{\cosh(\Lambda \sqrt{\text{Bi}})} \right), \quad (6.40)$$

y la distribución de temperatura T_w en el hilo en función de x ,

$$T_w = \frac{\dot{Q}_J}{\pi L h D} \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2x}{D} \sqrt{\text{Bi}}\right)}{\cosh(\Lambda \sqrt{\text{Bi}})} \right] + T_0. \quad (6.41)$$

En la Figura 6-4 se muestra un ejemplo de distribución de temperatura obtenida a partir de datos experimentales del hilo horizontal de 25 μm a una presión de 20 mbar, con la ecuación (6.41).

Figura 6-4 Distribución de temperaturas $T_w - T_0$ en función de la distancia x en el hilo para los resultados experimentales del horizontal de 25 μm a una presión de 20 mbar, en función de la posición a lo largo del hilo, x a diferentes niveles de potencia, obtenida con (6.41).

Los efectos de borde son comparativamente más importantes cuanto más pequeño es el número de Nusselt, que es lo que ocurre a bajas presiones. Así, la conducción a través del metal en los extremos tendrá más importancia sobre la transferencia de calor total y a su vez hará que el hilo tenga una distribución de temperaturas más curvada a lo largo de su longitud, cuanto menor sea el efecto de la convección. Reescribiendo la ecuación (6.14) en función de Nu se tiene

$$T_w = \frac{\dot{Q}_J}{\pi L k_a Nu_D} \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2x}{D} \sqrt{\frac{k_a Nu_D}{k}}\right)}{\cosh\left(\Lambda \sqrt{\frac{k_a Nu_D}{k}}\right)} \right] + T_0. \quad (6.42)$$

En la Figura 6-5 se muestra las diferentes curvaturas de las distribuciones de temperatura teóricas variando únicamente Nu , según la ecuación (6.42), para un hilo teórico de $L = 20$ mm y $D = 25$ μm .

Figura 6-5 Distribuciones de temperaturas $T_w - T_0$ en función de la distancia x en el hilo según (6.42) para un hilo teórico de Aludel ($k = 30$ W/m·K) de $L = 20$ mm y $D = 25$ μm , con $\dot{Q}_J = 5$ mW y $k_a = 0.027$ W/m·K, variando únicamente Nu , siendo $Nu_D = 0.01$.

Debe estudiarse en cada caso la influencia de despreciar los efectos de borde conductivos (por el metal en los extremos del hilo), ya que en caso de ser importante y no estimarse esta transferencia de calor, estas pérdidas estarían enmascaradas en el cálculo de la convección en el hilo, dando valores mayores de Nu .

Capítulo 7. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se exponen los resultados experimentales del trabajo realizado así como la evaluación y discusión de los mismos y la comparación con los resultados recogidos en otras publicaciones y con el caso del sensor ATS. También se expone el proceso de obtención de la correlación propuesta evaluando su idoneidad con los resultados experimentales obtenidos en esta tesis y con los publicados por otros autores.

Para llevar a cabo este trabajo se han realizado más de 300 ensayos, y se ha comprobado la repetitividad de los experimentos, considerando cuatro configuraciones de hilo de Aludel:

- Horizontal de diámetro 25 μm y longitud 61 mm.
- Vertical de diámetro 25 μm y longitud 61 mm.
- Horizontal de diámetro 12.7 μm y longitud 64 mm.
- Vertical de diámetro 12.7 μm y longitud 64 mm.

Para los resultados presentados en esta sección, se han limitado las variables como se indica en la Tabla 7-1.

Tabla 7-1 Intervalo de estudio de las variables de los experimentos en los resultados presentados.

Variable	Valor
Presión p	0.03 mbar – 944 mbar
Temperatura del hilo T_w	25 °C – 100 °C
Incremento de temperatura $T_w - T_i$	> 7 °C
Intensidad por el hilo I_w	1 mA – 59 mA
Potencia suministrada al hilo $\dot{Q}_J$	< 140 mW

Se limita la temperatura de estudio a 100 °C ya que el coeficiente térmico de la resistencia eléctrica obtenido experimentalmente se puede considerar constante en el intervalo de temperaturas de 0 a 100 °C (véanse los apartados 5.3 y 6.2). Además, debe evitarse alcanzar temperaturas extremadamente elevadas en el hilo para que sobre éste no se produzcan posibles efectos de oxidación o deformación permanente del hilo.

Se han descartado incrementos de temperatura del hilo ensayado sobre la temperatura de la cámara < 7 °C ya que éstos corresponden a una potencia suministrada al hilo muy pequeña. Las pérdidas eléctricas a través de los equipos de medida y conexiones para intensidades tan bajas conducen a grandes incertidumbres en las medidas de tensión. Esto significa que la potencia mínima aplicada al hilo en cada nivel de presión es necesariamente mayor a medida que la presión aumenta, ya que una misma potencia produce un incremento menor de temperatura a una presión mayor.

Cada experimento se realizó a presión constante, previamente establecida y se proporcionó potencia eléctrica al hilo a través de la fuente de alimentación a intensidad constante hasta que se alcanzó el estado estacionario. El criterio para alcanzar el estado estacionario se estableció en que las variaciones de la diferencia de temperatura entre el hilo y el ambiente

interior ($T_w - T_i$) fueran menores de 0.1 K durante los últimos 15 minutos al menos. Una vez se cumplía este criterio, se procedía a pasar al siguiente nivel de corriente eléctrica (siguiente nivel de potencia), manteniendo constante la presión.

Las variables de los ensayos han sido muestreadas a 0.1 Hz (1 muestra cada 10 segundos) y en el procesamiento de datos para obtener los cálculos de convección, se ha realizado la media aritmética de las variables medidas de los últimos 5 minutos de cada estado estacionario, de esta manera se consigue menor dispersión de las muestras representadas.

Para cada nivel de potencia aportado al hilo se obtiene la resistencia eléctrica del mismo a través de las medidas de tensión e intensidad del circuito y posteriormente se calcula la temperatura del hilo. Con base en la temperatura *film* T_f y la densidad del aire ρ , calculada con la ecuación de gas ideal, se obtienen las propiedades termofísicas del aire, viscosidad μ , conductividad k y el número de Prandtl Pr , por medio de datos empíricos tabulados. El número de Grashof y Rayleigh se obtienen empleando las variables medidas y las propiedades del aire. El calor aportado al hilo se calcula a través de las medidas de tensión e intensidad del circuito y se estiman las pérdidas por radiación y las pérdidas por conducción en los extremos (proceso iterativo). Así, se obtiene el coeficiente de transferencia de calor por convección en el hilo y con él el número de Nusselt que se utiliza para una nueva iteración de las pérdidas de conducción. También se calcula el número de Knudsen utilizando T_f (véanse los apartados 3.5 y 3.5.3 para explicación detallada del proceso de cálculo).

Al principio de la experimentación se realizaron los experimentos con hilos de 25 μm en posición horizontal y vertical. Debido a la escasez de resultados experimentales publicados para valores de Gr en el régimen de transición, no es posible comparar los resultados obtenidos aquí para el régimen de transición con otras publicaciones, salvo con los resultados experimentales publicados por Milano (Milano, 2010) para hilos horizontales y por Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos verticales, ambos con resultados experimentales en el régimen de transición. Por este motivo se procedió a realizar experimentos con el hilo de 12.7 μm en posición horizontal y vertical. De esta manera se puede validar la correlación presentada para el régimen de transición en el apartado 7.6 con los resultados experimentales del hilo de 12.7 μm .

Como se presentó anteriormente en el Capítulo 2, aunque para números de Grashof mayores de 10^{-5} existen en la literatura publicada numerosas correlaciones, para Gr menores como los que se obtienen en los experimentos realizados en este trabajo (que abarcan resultados desde el régimen continuo al régimen molecular) para hilos muy delgados hay muy pocas correlaciones disponibles. Las más representativas para el intervalo de Gr de interés en este trabajo se resumen en la Tabla 7-2, aunque estas correlaciones no son válidas para el régimen de transición.

Tabla 7-2 Correlaciones publicadas para números de Grashof pequeños. H y V significan orientación del hilo horizontal y vertical respectivamente. El subíndice D indica que la longitud característica para el cálculo es el diámetro, mientras que ∞ indica que la temperatura usada para el cálculo de las propiedades del fluido es la temperatura del fluido en el infinito (T_∞).

Correlación	Orientación	Validez	Referencia
$\frac{1}{Nu_D} = 0.88 - 0.43 \log_{10} Gr_{D\infty}$	H	$10^{-1} < Gr_D < 10^{-2}$	Collis y Williams (Collis & Williams, 1959)
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left(1 + \frac{7.09}{Ra_D^{0.37}} \right)$	H	$10^{-7} < Ra_D < 10^{1.5}$	Kyte et al. (Kyte et al., 1953)
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left(1 + \frac{4.47}{Ra_D \frac{D}{L}^{0.26}} \right)$	V	$10^{-11} < Ra_D \frac{D}{L} < 10^{-4.5}$	
$\frac{2}{Nu_D} = \ln \left(1 + \frac{3.3}{C(Pr) Ra_D^m} \right)$ $C(Pr) = \frac{0.671}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}}$ $m = \frac{1}{4} + \frac{1}{10 + 5 Ra_D^{0.175}}$	H	$10^{-8} < Ra_D < 10^6$	Fujii et al. (M. Fujii et al., 1982)

En adelante, las curvas de las correlaciones de Fujii, Collis y Kyte, por simplificación se han representado siempre para $Pr = 0.7$ mientras que los valores experimentales tienen valores de Pr que oscilan entre 0.6996 y 0.7047.

7.1 Resultados experimentales, análisis y discusión

Los resultados obtenidos de Nu_D frente a Gr_D se muestran en la Figura 7-1 para los hilos horizontales de diámetros 25 y 12.7 μm , junto a las correlaciones publicadas por otros autores para hilos delgados horizontales (Tabla 7-2). En esta figura se puede apreciar el intervalo para el que han sido propuestas estas correlaciones (en verde) y cuándo no son aplicables (N/A) (en rojo) basándose en los límites indicados por sus autores.

Los resultados experimentales se ajustan bien a las tendencias marcadas por las correlaciones para $Gr > 10^{-8}$ incluso con diferencias de hasta el 10 % en las estimaciones de Nu_D entre los diferentes autores. Fuera del intervalo de aplicación de las correlaciones mencionadas se aprecia una marcada caída de Nu para $Gr < 10^{-8}$ en los resultados experimentales. El mismo comportamiento en esta región (régimen de transición) donde los efectos de la atmósfera enrarecida son visibles, fue ya evidenciado por Kyte (Kyte et al., 1953) en sus experimentos con hilos verticales.

Se observa también en la Figura 7-1 que los resultados experimentales se aproximan más a las predicciones de la correlación de Fujii, que además tiene su límite de aplicabilidad cercano al punto en el que los resultados experimentales ya no siguen la curva. La correlación de Collis, sin embargo, propuesta por sus autores hasta $Gr = 10^{-10}$ se aleja significativamente de los resultados experimentales para $10^{-10} < Gr < 10^{-9}$. La curva correspondiente a la correlación de Kyte proporciona valores Nu algo menores que los resultados obtenidos experimentalmente y el intervalo propuesto para su aplicación parece adecuado pudiéndose extender para valores de Gr algo menores.

Figura 7-1 Variación de Nu_D en función de Gr_D para resultados experimentales de hilos horizontales de 25 y $12.7 \mu m$ y para las correlaciones de Fujii (M. Fujii et al., 1982), Collis (Collis & Williams, 1959) y Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos horizontales dentro de límites (verde) y fuera de límites N/A (rojo).

Un análisis análogo al de los resultados de hilos horizontales se puede extraer de la Figura 7-2 donde se muestran los resultados de los hilos verticales y la correlación de Kyte para hilos verticales (en función de D/L). Para la correlación de Kyte se aprecia que para una mayor esbeltez A (como es el caso del hilo de $12.7\ \mu\text{m}$), se obtiene un valor de Nu menor para el mismo valor de Gr . De igual manera que en el caso de los resultados experimentales para hilos horizontales, para $Gr < 10^{-8}$ se observa un descenso significativo en el valor de Nu , mientras que para $Gr > 10^{-8}$ los resultados se ajustan a la tendencia de la correlación de Kyte.

Figura 7-2 Variación de Nu_D en función de Gr_D para resultados experimentales de hilos verticales de 25 y $12.7\ \mu\text{m}$ y para la correlación de Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos verticales de 25 y $12.7\ \mu\text{m}$ dentro de límites (verde) y fuera de límites N/A (rojo), en función de D y L de cada hilo.

En la Figura 7-3 se muestran los mismos resultados que en la Figura 7-2, pero representando Nu_D frente a Ra_D/L , donde la correlación de Kyte para hilos verticales converge en una sola línea para cualquier A de hilo.

Figura 7-3 Variación de Nu_D en función de $Ra_D \cdot D/L$ para resultados experimentales de hilos verticales de 25 y 12.7 μm y para la correlación de Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos verticales dentro de límites (verde) y fuera de límites N/A (rojo).

Como han observado otros autores (Davis & Davies, 1972; Springer, 1971; Tsien, 1946), la interacción de un objeto con un fluido puede diferenciarse en cuatro intervalos o regímenes:

- Continuo (*continuum flow*).
- De deslizamiento o salto de temperatura (*slip flow* o *temperature jump regime*).
- De transición (*transition regime*).
- Molecular libre (*free molecular flow*).

Según Springer (Springer, 1971), estos regímenes pueden diferenciarse según el valor del número de Knudsen como se muestra en la Tabla 7-3, aunque estos límites son meramente aproximados.

Tabla 7-3 Regímenes del flujo según Kn.

Régimen	Intervalo
Continuo	$Kn < 0.01$
De deslizamiento	$0.01 < Kn < 0.1$
De transición	$0.1 < Kn < 10$
Molecular libre	$Kn > 10$

El número de Knudsen se define como la relación entre el camino libre medio molecular, λ , del fluido y la longitud característica del problema estudiado, que en este caso es el diámetro D del hilo,

$$Kn = \frac{\lambda}{D}, \quad (7.1)$$

donde λ puede obtenerse como

$$\lambda = \frac{\mu \sqrt{2\pi R_g T_f}}{2p}, \quad (7.2)$$

donde $R_g = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ es la constante del gas específica para el aire.

Observando el sentido físico de Kn, para el régimen de transición el aire tiene un camino libre medio molecular comparable al diámetro de los hilos y es por este motivo que se observa una marcada reducción de la transferencia de calor sobre el hilo al impactar menos moléculas contra él. Para el régimen molecular ($Kn > 10$) este efecto es notable ya que se tiene $\lambda > 10D$, llegándose a alcanzar para el hilo horizontal de $12.7 \text{ }\mu\text{m}$, $\lambda = 183D$ a 0.03 mbar , es decir, un camino libre medio molecular de alrededor de 2.3 mm .

Como los experimentos se han realizado en atmósferas enrarecidas, parece apropiado considerar el parámetro que ayuda a describir el comportamiento del fluido en esta situación. Así, el número de Knudsen, puede introducirse como una nueva variable que tiene una influencia en el número de Nusselt, como se verá para el régimen de transición.

En la Figura 7-4 y la Figura 7-5 se muestran los intervalos de los distintos regímenes de interacción del flujo para el hilo de 25 μm en horizontal y vertical respectivamente.

Para el hilo horizontal se observa en la Figura 7-4 que aproximadamente para $Ra < 10^{-8}$ la correlación de Fujii para hilos horizontales no es adecuada y los puntos experimentales para Ra más bajos ya no convergen sobre una misma curva, como ocurre para *slip flow* y continuo ($Ra > 10^{-8}$), indicativo de que el número de Rayleigh no es suficiente para describir el comportamiento en esta región.

Figura 7-4 Variación de Nu en función de Ra en los diferentes regímenes del flujo para los resultados experimentales del hilo horizontal de 25 μm y para la correlación de Fujii (M. Fujii et al., 1982) para hilos horizontales dentro de límites (verde) y fuera de límites N/A (rojo).

En la Figura 7-5 para el hilo vertical de 25 μm , se observa la misma tendencia que para la configuración de hilo horizontal, siendo inadecuada la correlación de Kyte para el régimen de transición y observándose para esta región que los puntos experimentales tampoco convergen sobre una misma curva siendo el número de Rayleigh insuficiente para describir este comportamiento.

Figura 7-5 Variación de Nu en función de Ra en los diferentes regímenes del flujo para los resultados experimentales del hilo vertical de 25 μm y para la correlación de Kyte (Kyte et al., 1953) para hilo vertical de 25 μm dentro de límites (verde) y fuera de límites N/A (rojo) en función de D y L de cada hilo.

En la Figura 7-6 se muestran los regímenes para el hilo de $12.7\ \mu\text{m}$ en horizontal y vertical, donde se aprecia que al igual que para el hilo de mayor sección, los resultados correspondientes al régimen de transición ya no siguen las tendencias de las correlaciones propuestas para Ra mayores.

Figura 7-6 Variación de Nu en función de Ra en los diferentes regímenes del flujo para los resultados experimentales del hilo horizontal (izquierda) y vertical (derecha) de $12.7\ \mu\text{m}$ y para las correlaciones de Fujii (M. Fujii et al., 1982) para hilo horizontal (izquierda) y Kyte (Kyte et al., 1953) para hilo vertical en función de D y L de cada hilo (derecha) de $12.7\ \mu\text{m}$ dentro de límites (verde) y fuera de límites (rojo).

Para todas las configuraciones de hilo, por debajo de $Ra = 10^{-12}$ los resultados experimentales parecen acercarse asintóticamente a $Nu = 0$, en esta región de régimen molecular libre se alcanzan valores de Nu tan bajos como 0.002. Pero en este régimen se tiene conducción molecular libre (Springer, 1971) y su análisis está fuera del alcance de este trabajo.

En la Figura 7-7 se muestran los resultados experimentales en el régimen de transición para todas las configuraciones de hilo. En este tramo, cada grupo de puntos experimentales tomados a una misma presión parecen formar una cierta curva (las curvas no están marcadas en la figura). Las curvas que corresponden a una misma presión no se solapan si corresponden a hilos que tienen distinto diámetro. A una misma presión los puntos de un hilo de menor sección estarían por debajo (menor Ra y menor Nu). Algunos puntos experimentales correspondientes a distintos diámetros sí están solapados en la misma curva por computar similares valores de Ra y Nu , aunque a distinta presión.

Figura 7-7 Variación de Nu en función de Ra en el régimen de transición para los resultados experimentales de los hilos horizontales (arriba) y verticales (abajo) de 25 y 12.7 μm y para las correlaciones de Fujii (M. Fujii et al., 1982), Collis (Collis & Williams, 1959) y Kyte (Kyte et al., 1953) para hilo horizontal (arriba) y correlación de Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos verticales en función de D y L de cada hilo (abajo) de 25 y 12.7 μm dentro de límites (verde) y fuera de límites N/A (rojo).

Un análisis más profundo de este comportamiento sugiere que las curvas de puntos agrupados corresponden a valores constantes del producto entre la presión y el diámetro del hilo. Esta conclusión sugiere que para esta región la presión y el diámetro del hilo son necesarias para describir la transferencia de calor independientemente del número de Rayleigh. Como se explicará más adelante en el apartado 7.6, el producto $p \cdot D$ puede reemplazarse por un parámetro adimensional, el número de Knudsen.

A diferencia de los resultados mostrados en la Figura 7-4 en la que la dependencia del número de Kn no es tan obvia, en la Figura 7-8 se presenta la variación de Nu respecto de Kn en los diferentes regímenes del gas fácilmente identificables, observándose tres tendencias distinguibles: la zona de Nu próximos a cero ($Nu < 0.05$) para $Kn > 5$, donde se observa un cambio de tendencia (la pendiente es menor que para la zona de transición de $Nu > 0.05$) que corresponde mayoritariamente al régimen molecular libre; una zona de transición; y una zona de Nu mayores ($Nu > 0.25$) para $Kn < 0.1$.

Para esta última zona la diferencia entre régimen continuo y el *slip flow* es imperceptible, de hecho, como se mostró en la Figura 7-4 los correspondientes puntos experimentales se ajustan bien a la tendencia de las correlaciones presentadas en la Tabla 7-2. Así, aunque físicamente son dos regímenes diferentes no es necesario buscar una correlación distinta para cada uno. También se observa que el *slip flow* podría incluso extenderse hasta $Kn \approx 0.2$. En el intervalo de $Kn < 0.2$ se evidencia que para un valor dado de Kn existe más de un valor de Nu alineado verticalmente, lo que indica que aquí la dependencia de Nu respecto de Kn puede despreciarse para estos grupos de puntos. Es decir, para $Kn < 0.2$ cada grupo de puntos de un mismo diámetro alineados verticalmente corresponde a una misma presión y las diferentes temperaturas del hilo entre ellos resultan en diferente valor de Nu, pero mismo valor de Kn, sin embargo, para $Kn > 0.2$ en el régimen de transición, los puntos para una misma presión y diámetro no están alineados verticalmente porque las diferencias de temperatura entre ellos tienen también efecto en el valor de Kn y no solo en el de Nu. Así, para $Kn < 0.2$, Ra es suficiente para describir el problema de la transferencia de calor en ese intervalo.

Figura 7-8 Variación de Nu_D en función de Kn_D en los diferentes regímenes para hilos horizontales de 25 y 12.7 μm . Arriba a la derecha, detalle de la zona central del régimen de transición con rectas indicando la tendencia de los grupos de puntos.

En cuanto a la zona de transición con un mismo comportamiento, entre $0.2 < Kn < 5$, los puntos experimentales de la Figura 7-8 parecen converger sobre una misma curva, sin embargo, al observar el detalle de la figura, se puede observar que los diferentes grupos de puntos experimentales están alineados sobre líneas rectas no paralelas. En este caso, cada línea recta corresponde a un valor constante del producto $p \cdot D$. Este comportamiento indica claramente que existe al menos un parámetro más además de Kn necesario para describir la transferencia de calor, a saber, el número de Rayleigh.

En la Figura 7-9 se observa que los resultados para hilos verticales tienen el mismo comportamiento que los resultados para hilos horizontales.

Figura 7-9 Variación de Nu_D en función de Kn_D en los diferentes regímenes para hilos verticales de 25 y 12.7 μm . Arriba a la derecha, detalle de la zona central del régimen de transición con rectas indicando la tendencia de los grupos de puntos.

Teniendo en cuenta que los límites entre los diferentes regímenes, no están claramente definidos, en adelante se utilizarán los mismos límites propuestos por Springer (Springer, 1971), pero recordando que para las correlaciones de transferencia de calor por convección natural, la diferencia entre el régimen continuo y el *slip flow* no parece importante.

7.2 Resultados adicionales para hilo horizontal de 12.7 μm

En el apartado anterior (7.1) los resultados expuestos corresponden a todas las configuraciones de hilo, en este apartado se presentan resultados adicionales a los del apartado anterior para el hilo horizontal de 12.7 μm . Este ejercicio podría haberse repetido para las otras configuraciones (diámetro y orientación) pero se ha observado la misma tendencia y diferencias exclusivamente cuantitativas y no cualitativas. Por este motivo, la discusión sobre los resultados del hilo horizontal de 12.7 μm puede ser extrapolada al resto de configuraciones teniendo en cuenta que los valores numéricos son diferentes y en los

apartados 7.3 y 7.4 se hacen las pertinentes comparaciones con el resto de configuraciones (Peinado et al., 2020b).

En la Figura 7-10 se muestran los resultados experimentales que indican que el intercambio de calor por convección se incrementa al aumentar la presión. También se muestran los diferentes regímenes según los límites en la Tabla 7-3.

Figura 7-10 Variación del coeficiente de transferencia de calor por convección, h , en función de la presión, p , para diversos valores del calor aportado al hilo $\dot{Q}_j$ (izquierda) y variación de Nu en función de Kn en los diferentes regímenes de flujo (derecha) del hilo horizontal de 12.7 μm.

En la Figura 7-11 se muestran los resultados experimentales de Nu frente a Gr obtenidos para diferentes presiones así como los valores teóricos de Nu calculados con la correlación de Fujii (M. Fujii et al., 1982) (en el intervalo de validez de la misma) para los mismos valores de Gr experimentales. Se observa que los resultados teóricos de Nu con la correlación de Fujii están alineados independientemente de T_w y esta es la tendencia típica de los resultados experimentales para régimen continuo y en menor medida para *slip flow*, aunque los resultados experimentales publicados siempre presentan algo de dispersión.

A medida que aumenta el número de Kn y los resultados se encuentran en el régimen de transición, las curvas de presión constante ya no se solapan en una misma curva tanto para variaciones de presión como de temperatura del hilo. Esta tendencia también se recoge en otros resultados experimentales publicados (Kyte et al., 1953; Milano, 2010).

También se observa en la Figura 7-11 que, para una presión fija en el régimen de transición, al aumentar T_w se produce una disminución del valor de Nu y a la vez se observa un estancamiento de Gr muy acentuado. Esta disminución en la transferencia de calor se debe a que el incremento de la temperatura aumenta el camino libre medio de las moléculas y por lo tanto disminuye la probabilidad de que éstas choquen con la pared del reduciendo el intercambio de calor en la superficie del hilo.

Figura 7-11 Variación de Nu en función de Gr para los resultados experimentales del hilo horizontal de $12.7 \mu\text{m}$ según ecuación (3.44) y para los resultados teóricos calculados con la correlación de Fujii (M. Fujii et al., 1982). Cada curva de los resultados experimentales representa una misma presión. Para un mismo nivel de presión de los resultados experimentales, Gr crece cuando se incrementa $\dot{Q}_J$ (incremento de T_w).

Tras analizar los resultados presentados en la Figura 7-10 y la Figura 7-11, se observa cuán importante es tener en cuenta el valor de Kn y no solo la presión a la hora de calcular la transferencia de calor a bajas presiones en atmósferas enrarecidas para hilos delgados.

En la Figura 7-12 se muestra la variación del valor de Nu para diferentes incrementos de temperatura del hilo y a diferentes presiones. Se observa que para bajas presiones, el incremento de calor aportado al hilo, que incrementa la temperatura, no da lugar a un incremento de la convección, y de hecho Nu decrece ligeramente a pesar de aumentar la temperatura en el hilo. Esto es consecuencia del menor número de choques entre moléculas en las cercanías del hilo, como se explicó anteriormente. A presiones cercanas a la ambiente el aumento de temperatura sí incrementa Nu , aunque a las temperaturas más elevadas este incremento comienza a ser marginal.

Figura 7-12 Variación de Nu en función del incremento de temperatura en el hilo ΔT_w para los resultados experimentales del hilo horizontal de $12.7 \mu\text{m}$. Cada curva de los resultados experimentales representa una misma presión. Con ΔT_w creciente y presión creciente, Kn decrece.

En la Figura 7-13 se muestran las diferentes contribuciones a la transferencia de calor con respecto del calor suministrado al hilo por efecto Joule $\dot{Q}_j$. Aunque el calor disipado por el hilo por radiación es mayor cuanto más aumenta la temperatura del hilo, a altas presiones, por encima de 0.5 mbar puede considerarse despreciable ya que la convección a esas presiones es el efecto dominante y la contribución de la radiación es menor del 1 % de la transferencia de calor. Pero a bajas presiones en las que la convección comienza a estancarse, el calor intercambiado por radiación comienza a ser significativo, hasta un 14.2 % del calor total para la presión más baja de 0.03 mbar, aunque la convección sigue siendo la transferencia de calor dominante. Un comportamiento similar ocurre con la conducción de calor en los extremos del hilo hacia los electrodos, siendo la contribución menor del 2 % para presiones por encima de 3 mbar mientras que a la mínima presión de 0.03 mbar alcanza el 14.0 %.

Figura 7-13 Variación de la contribución relativa de radiación de calor $\bar{Q}'_{rad}$ en función de $\bar{Q}'_J$ (arriba izquierda), variación de la contribución relativa de conducción en los soportes $\bar{Q}'_{cond}$ en función de $\bar{Q}'_J$ (arriba derecha) y variación de la contribución relativa de convección $\bar{Q}'_{conv}$ en función de $\bar{Q}'_J$ (abajo izquierda) para los resultados experimentales del hilo horizontal de 12.7 μm . Cada curva de los resultados experimentales representa una misma presión.

En la Tabla 7-4 se resumen los valores máximos de las contribuciones de radiación y conducción de las cuatro configuraciones de hilo.

Tabla 7-4 Resumen de las contribuciones máximas por radiación y conducción al intercambio de calor para las distintas configuraciones de hilo.

Contribución	25 μm		12.7 μm	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
$\dot{Q}_{rad}/\dot{Q}_J$ [%]	8.5	9.5	14.2	10.1
$\dot{Q}_{cond}/\dot{Q}_J$ [%]	17.5	18.4	13.8	11.2

Como es lógico, se observa que las mayores pérdidas por conducción se producen en el hilo de mayor sección. Las pérdidas por radiación resultan mayores en el hilo más delgado, aunque el hilo de mayor diámetro tiene más superficie, esto puede explicarse porque la radiación varía con T_w^4 y para el hilo de menor sección, para valores similares de $\dot{Q}_J$ se tiene mayor T_w que en el hilo de mayor diámetro. Se debe tener en cuenta que los valores de la Tabla 7-4 no tienen por qué estar calculados respecto al mismo $\dot{Q}_J$ ni en la misma presión para cada configuración de hilo, debido a la variabilidad de cada experimento, sino que cada valor corresponde a la mayor contribución de conducción o radiación registrada para esa configuración de hilo, que suele ser para el mayor valor de $\dot{Q}_J$ a la presión más baja de cada configuración del hilo y coincide con la menor contribución de $\dot{Q}_{conv}$ respecto de $\dot{Q}_J$.

7.3 Flujo de calor por convección como función del diámetro del hilo

Los resultados presentados sugieren que la esbeltez del hilo A y particularmente el diámetro del hilo tienen un efecto importante sobre el intercambio de calor por convección. Se han comparado los resultados de los hilos de diámetros 25 y 12.7 μm y las tendencias son equivalentes para ambos a lo largo del intervalo de Kn estudiado, siendo las diferencias cuantitativas debidas a las diferencias de diámetro.

Como puede observarse en la Figura 7-14, para una misma presión, un hilo más delgado da lugar a Nu y Gr menores. Esto es particularmente visible a las presiones más altas (presión ambiente en el extremo derecho de régimen continuo para cada grupo de puntos). A presión ambiente Gr es un orden de magnitud menor para el hilo más delgado y Nu es también menor. Teniendo en cuenta que la convección es la transferencia de calor debida a al movimiento macroscópico del fluido, las diferencias que se observan a las presiones más altas, se vuelven despreciables hacia el régimen molecular, donde las corrientes de convección no son dominantes (el efecto de la gravedad es menos perceptible) y predomina la difusión de calor entre las moléculas.

Figura 7-14 Variación de Nu en función de Gr de los resultados experimentales de todas las configuraciones de hilo en los distintos regímenes de flujo. H y V significan: Horizontal y Vertical, respectivamente, y 25 y 12 se refieren a los hilos de 25 y 12.7 μm respectivamente.

7.4 Flujo de calor por convección como función de la inclinación del hilo

Después de comparar los resultados para hilo vertical y horizontal, no se han encontrado variaciones significativas en las tendencias descritas, aunque sí existen diferencias cuantitativas. Comparando Nu a presión ambiente en las dos orientaciones para cada diámetro de hilo se encuentra que siempre es mayor para el hilo horizontal, para el hilo de 25 μm la convección es 13.4 % mayor, mientras que para el hilo de 12.7 μm la convección es hasta un 10.2 % mayor. Como se muestra en la Figura 7-14, al igual que ocurre con la variación del diámetro a bajas presiones, estas diferencias en los parámetros de convección se vuelven despreciables a medida que Kn crece (hacia el régimen molecular libre), donde domina la conducción a través del gas.

Esto sugiere que cuanto más delgado es el hilo, menos importancia tiene la inclinación, siendo el diámetro del hilo el parámetro dominante por encima de la longitud, ya que da lugar a un Kn mayor. Como se aprecia en la Figura 7-14, en los límites entre diferentes regímenes de flujo (al cambiar de régimen de flujo según la Tabla 7-3, Kn es necesariamente diferente), valores de Kn (como función del diámetro y la inclinación del hilo) correspondientes a diferentes regímenes coexisten para el mismo valor de Gr o para el mismo valor de Nu , lo que indica que una similar convección puede ser alcanzada a diferentes presiones ya que esta convección es dependiente también del diámetro y orientación del hilo.

7.5 Comparación con caso ATS

En este apartado se hace una comparación de algunos resultados experimentales obtenidos en esta tesis con los resultados obtenidos del análisis térmico del ATS descrito en el apartado 1.1. Los resultados del ATS se obtuvieron para el análisis térmico de forma teórica, aplicando la correlación de Kyte para hilos verticales (Kyte et al., 1953).

La comparación entre los resultados de los análisis térmicos del ATS y los resultados experimentales de este trabajo es interesante desde un punto de vista práctico, ya que, partiendo del caso original del ATS en la atmósfera de Marte, permite discutir el comportamiento de un problema similar variando parámetros como el diámetro de los hilos, la presión o el calor aportado y el posible régimen de flujo en el que se encontrarían los hilos (Peinado et al., 2020b). Se hace hincapié en la importancia de tener en cuenta las dimensiones del objeto, ya que junto con otros parámetros determinará el efecto de la convección sobre el mismo y por este motivo es fundamental elegir la correlación adecuada teniendo en cuenta el tipo de intercambio de calor por convección que aparece según el problema térmico a estudiar.

El objetivo del sensor ATS es medir la temperatura de la atmósfera de Marte mientras que en los experimentos realizados en este trabajo el objetivo no es medir con los hilos la temperatura del aire que lo rodea (aunque separadamente se mide la temperatura del ambiente de la cámara T_i). Así, aunque el propósito de los hilos del ATS y el de los hilos ensayados aquí es diferente, la discusión de los resultados experimentales de los hilos ensayados ayuda a comprender el problema observado en la actuación del sensor de temperatura ATS y a predecirlo con un adecuado modelado del problema térmico.

Aunque las condiciones de temperatura de la superficie de Marte no se simularon en los experimentos a bajas presiones y teniendo en cuenta que el ATS se basa en hilos termopares pasivos de $75\text{ }\mu\text{m}$ de diámetro y 25 mm de largo en posición vertical, se pueden comparar algunos resultados para el hilo vertical de $25\text{ }\mu\text{m}$ con los obtenidos para el ATS a través del análisis térmico con la correlación de Kyte.

Los análisis térmicos del ATS se realizaron con el software ESATAN-TMS, implementando la correlación de Kyte para hilos verticales para determinar el efecto de la convección, y obviamente, se impusieron las condiciones ambientales de la superficie de Marte (tales como una temperatura atmosférica $T_{\text{Marte}} = \text{constante}$). Por lo tanto, de los resultados de este análisis se deduce que si la temperatura calculada en los termopares del ATS es diferente de T_{Marte} habrá que considerar un error u *offset* para corregir las medidas.

La presión atmosférica en la superficie de Marte está en el intervalo entre 6 a 10 mbar y eventualmente el ATS puede absorber calor del ambiente por medio de radiación solar e infrarroja, hasta 0.85 mW por termopar en el peor caso caliente estacionario. Consecuentemente, esta radiación calienta el termopar por encima de la temperatura

atmosférica, produciendo según los análisis realizados un *offset* de hasta 6.4 °C en el peor caso caliente estacionario, lo que significa una lectura desviada de la temperatura de la atmósfera. También ocurre que un eventual intercambio de calor por radiación infrarroja puede sobre-enfriar los termopares, disipando calor al ambiente durante la noche (peor caso frío estacionario).

En los experimentos realizados para este trabajo no ha existido radiación solar incidente significativa sobre los hilos ensayados, pero se ha aportado eléctricamente calor al hilo, entre 0.35 y 13 mW para el hilo vertical de 25 μm , lo que conduce a mayores gradientes de temperatura entre el hilo y el ambiente que lo rodea.

No ha sido posible reproducir en los experimentos de este trabajo un caso idéntico al del ATS, ya que se ha trabajado con hilos más delgados. Además, en presiones similares a las marcianas, para alcanzar incrementos de temperatura por encima de los umbrales de las variables de los experimentos (véase la Tabla 7-1), el calor aportado a los hilos ha sido necesariamente superior al calor absorbido por los termopares del ATS. Teniendo en cuenta estas diferencias, en la Tabla 7-5 se comparan los resultados del análisis de los termopares (verticales de 75 μm de diámetro) del ATS para el peor caso caliente estacionario (analizado en ESATAN-TMS utilizando la correlación de Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos verticales) con los resultados experimentales para el hilo vertical de 25 μm (el de mayor diámetro) para una presión similar a las que se pueden encontrar en Marte y para el calor aportado más pequeño posible.

Tabla 7-5 Comparación de resultados entre los termopares del ATS (peor caso caliente estacionario analizado en ESATAN-TMS usando la correlación de Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos verticales) y el hilo vertical de 25 μm (caso experimental más parecido al del ATS). $\dot{Q}$ es el calor absorbido (ATS) o aportado (25 μm) al hilo y ΔT el incremento de temperatura (*offset*) del hilo respecto del gas que lo rodea.

Variable	ATS (75 μm , 25 mm)	Experimentos (25 μm , 61 mm)
p [mbar]	6.7	9.6
$\dot{Q}$ [mW]	0.85	10
ΔT [°C]	6.4	9
Kn	0.161	0.285
Nu	0.27	0.21
Gr	$4.4 \cdot 10^{-8}$	$1.7 \cdot 10^{-9}$

Según los resultados mostrados en la Tabla 7-5 el número de Knudsen máximo calculado para el ATS en el peor caso caliente estacionario es $\text{Kn} = 0.161$, que según los regímenes de flujo descritos, se encuentra en el tramo del régimen de transición, pero cerca del *slip flow*. Para los experimentos presentados con el hilo vertical de 25 μm , se tienen Kn mayores a presiones similares a Marte, lo que indica la importancia del valor del diámetro (a través de Kn) y no solo el valor de la presión.

Como se observa en los valores mostrados en la Tabla 7-5, los valores medios de Nu y Gr para los análisis del ATS en el peor caso caliente estacionario arrojan valores mayores que para el hilo de 25 μm incluso a una presión menor, lo que indica de nuevo la importancia de Kn como indicador de que la transferencia de calor por convección es menor según Kn aumenta.

Como ejemplo, si en los análisis del ATS se reduce el valor de Nu a la mitad en el peor caso caliente estacionario con las mismas condiciones se aumenta en un 50 % el *offset* de temperatura original computado con la correlación de Kyte, resultando en un *offset* total de 9.6 °C. Esto da una idea de la importancia de estimar lo mejor posible la transferencia de calor con el hilo, eligiendo en cada caso la correlación más adecuada.

Si se utilizase un hilo más delgado que los del ATS en la superficie de Marte o un hilo del mismo diámetro que el ATS pero a presiones más bajas que las de Marte, el valor de Gr calculado podría ser menor que los límites propuestos por Kyte (Kyte et al., 1953), Fujii (M. Fujii et al., 1982) o Collis (Collis & Williams, 1959) para sus correlaciones. Si estas correlaciones se utilizasen fuera de los intervalos propuestos por sus autores, esto podría conducir a un valor de Nu sobreestimado, como se puede deducir de los resultados representados en la Figura 7-15. Consecuentemente, mayor Nu (más intercambio de calor por convección) conduciría a una temperatura de los hilos más parecida a la del gas que lo rodea, es decir, un *offset* de temperatura menor que el que le correspondería si Nu no estuviera sobreestimado. Además, debe tenerse en cuenta que incluso en las correlaciones mencionadas aplicadas dentro de sus límites, cerca de éstos, puede cometerse más error en el cálculo de Nu teórico respecto del Nu real, ya que es donde las tendencias de los datos experimentales con los que se obtienen las correlaciones comienzan a cambiar. En el caso del ATS se ha aplicado la correlación de Kyte para hilos verticales dentro de límites ($10^{-11} < GrPr D/L < 10^{-4.5}$), siendo $GrPr D/L$ del problema del orden de 10^{-10} , cerca del límite inferior de la correlación. Si se observan los resultados representados en la Figura 7-11 se comprueba que para el hilo de 12.7 μm los resultados correspondientes a presiones propias de Marte (entre 6 y 10 mbar) ya se encuentran en el régimen de transición y la correlación de Kyte no se ajusta a los resultados experimentales a esas presiones, aunque esté aplicada dentro de los límites de $GrPr D/L$ propuestos.

Figura 7-15 Variación de Nu en función de Gr para los resultados experimentales de los hilos verticales de 25 y 12.7 μm , para los resultados del ATS calculados con la correlación de Kyte para hilos verticales (Kyte et al., 1953) y para la correlación de Kyte para hilos verticales (Kyte et al., 1953) en función de D y L del ATS en rango (verde) y fuera de rango (rojo).

Con respecto al efecto de la gravedad de cada planeta (que también influye en la convección), como la gravedad de Marte es menor que la de la Tierra, en las mismas condiciones de presión Gr sería diferente y, por lo tanto, Nu también. En la superficie de Marte las fuerzas de flotabilidad serían más débiles y la temperatura del hilo sería diferente de la obtenida en la Tierra. En cada caso una correlación adecuada para la transferencia de calor podría estimar el efecto de la convección.

7.6 Correlación para hilo horizontal

El objetivo principal de este trabajo experimental es encontrar la manera de predecir la transferencia de calor por convección natural en hilos muy delgados en atmósferas enrarecidas similares a las de la superficie de Marte.

Particularmente, esta condición está fuera del régimen molecular libre y pertenece al intervalo integrado por los regímenes de *slip flow* y de transición. De esta manera, el intervalo de aplicación de la correlación que se busca será para $Kn < 10$. En este apartado se describe el proceso de obtención de la correlación para hilos horizontales, basándose en los resultados experimentales del hilo horizontal de $25\ \mu m$. No se ha obtenido una correlación para hilos verticales por ser necesaria una mayor cantidad de muestras.

Como se mencionó anteriormente (véase el apartado 7.1), no se aprecia una diferencia significativa en las tendencias del régimen continuo y *slip flow* (Figura 7-4 y Figura 7-6 para hilo horizontal). Por otra parte para el régimen de transición la tendencia de los resultados experimentales es marcadamente distinta (Figura 7-8) y por esto se incluirá el número de Knudsen para caracterizar la transferencia de calor.

Se utilizará un hipotético caso sin gravedad, como analogía, a fin de especificar qué forma podría tener la correlación buscada de entre las expresiones que correlacionan Nu con el resto de parámetros adimensionales involucrados en el problema. El hilo se modela como un cilindro infinito de diámetro D . En esta situación virtual toda la potencia aportada al hilo se disipa por conducción pura desde el hilo calentado hacia el gas que lo rodea. Este, es un problema simple que sólo puede resolverse si se da una condición de contorno, como sería conocer la temperatura del gas a una distancia fija del hilo.

Supóngase un diámetro fijo, D_b , que va desde el centro del cilindro hasta una superficie donde la temperatura es T_∞ , la temperatura del gas en el infinito, como en el problema de convección original (debe recordarse que en los experimentos la temperatura del gas en el infinito se asume que es la temperatura del aire interior de la cámara, T_i , en un punto alejado del hilo). La solución es trivial (véase el apartado 3.3.1) y la tasa de transferencia de calor por unidad de longitud quedaría

$$q' = 2\pi k \frac{T_w - T_\infty}{\ln\left(\frac{D_b}{D}\right)}, \quad (7.3)$$

empleando (3.44) y (3.45) y despejando en (7.3) se obtiene

$$\frac{2}{Nu_D} = \ln\left(\frac{D_b}{D}\right). \quad (7.4)$$

En el problema original se produce movimiento en el gas debido a la presencia de la gravedad y las variaciones de densidad dentro del mismo. Este movimiento alrededor del hilo produce una capa límite donde se tiene un gradiente de temperatura desde T_w en la pared del hilo

hasta T_∞ en el límite exterior de la capa límite. La temperatura del aire en este movimiento se incrementa debido a la transferencia de calor, el espesor de la capa límite se engrosa, a medida que el ángulo ϕ crece, desde la parte baja del hilo hacia la parte superior del hilo (en posición horizontal) donde se termina formando una pluma ascendente como se muestra en la Figura 7-16. Así, la condición de contorno de una isoterma de superficie cilíndrica de un diámetro dado no es posible.

Figura 7-16 Diagramas del problema original para el caso de régimen flujo continuo y *slip flow* (arriba) (Incropera et al., 2007) y para el caso de régimen de transición (abajo) (Kyte et al., 1953) y las correspondientes analogías propuestas. En el límite exterior de la capa límite se tiene la temperatura T_∞ mientras que en la pared del hilo se tiene T_w .

La forma real de la isoterma T_∞ está fuertemente relacionada con la estructura del flujo de aire alrededor del hilo. En otras palabras, este contorno será función de Ra para los regímenes continuo y de deslizamiento (o *slip flow*) y consecuentemente la correlación buscada para $Kn < 0.1$ tendrá la forma

$$\frac{2}{Nu_{D,C}} = \Psi_C(Ra), \quad (7.5)$$

donde el subíndice C indica que es aplicable para régimen continuo y de *slip flow* ($Kn < 0.1$). Evidentemente, Ψ_C es una función adimensional y como se deduce de la ecuación (7.4), puede ser útil utilizar el logaritmo natural para definirla. De hecho, muchos autores (Boetcher, 2014) proponen distintas formas de esta función utilizando una combinación del logaritmo natural y potencias del número de Rayleigh. Sin embargo, para mayor simplicidad la correlación buscada para el régimen continuo tendrá una forma similar a la propuesta por Collis (Collis & Williams, 1959) basada en el trabajo de Mahony (Mahony, 1957) en la que se tiene una dependencia logarítmica respecto de Gr y en la que se aplica la hipótesis de la ecuación (7.4). Además se observa que en el régimen continuo (regímenes de flujo de deslizamiento y continuo) aunque Nu adquiere valores bajos, no llega a cero, por lo tanto la correlación buscada tendrá la forma

$$\frac{2}{Nu_{D,C}} = A_C + B_C \ln(Ra), \quad (7.6)$$

donde las constantes A_C y B_C son calculadas a partir de los resultados experimentales representando Nu frente a $\ln(Ra)$ (para $Kn < 0.1$) y utilizando el método de los mínimos cuadrados para el ajuste se obtiene $A_C = 2.0$ y $B_C = -0.34$.

Como se ha expuesto anteriormente, para la caracterización de Nu en el régimen de transición se aconseja introducir Kn en la correlación buscada. En este régimen el camino libre medio molecular empieza a ser comparable con el diámetro del propio hilo.

Tal como se observa en la Figura 7-16 el problema original de la transferencia de calor del hilo en el régimen de transición podría separarse en dos regiones. La región interior de espesor λ donde existen pocas colisiones entre las moléculas del gas y por esta causa el equilibrio termodinámico no se consigue localmente. Existe así un salto de temperatura desde la pared del hilo hasta el gas a la distancia λ , donde la temperatura es menor que T_w y puede calcularse como un problema de conducción pura a través del gas utilizando el gradiente de temperatura, sin embargo, se desconoce en qué momento aparecen las corrientes de convección. La región exterior en el esquema es una capa límite similar a aquella del régimen continuo aunque puede ser de mayor espesor a causa de la baja presión. Las configuraciones del fluido en los alrededores del hilo mostradas en la Figura 7-16 indican la complejidad del problema y mientras que en el régimen continuo la solución puede venir de la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, para el régimen de transición también se debe incluir la ecuación de Boltzmann. Esto normalmente se evita debido al alto coste de este tipo de cálculos y en su lugar se utilizan correlaciones.

Para encontrar la correlación se propone una analogía para el régimen de transición. Esta analogía será también un problema de conducción pura a través del fluido entre dos cilindros concéntricos como en el régimen continuo, salvo que en este caso se tiene en cuenta la discusión anterior por lo que se ha decidido utilizar como diámetro del cilindro interior, el diámetro modificado, D_m , utilizado por Kyte *et al* (Kyte *et al.*, 1953). Aunque estos autores

no tienen en cuenta Kn en su estimación del efecto de la convección, utilizan D_m como diámetro efectivo del hilo ya que consideran que en la distancia λ desde la pared del hilo el calor se transmite por conducción pura. Así, el diámetro modificado se define como

$$D_m = D + 2\lambda . \quad (7.7)$$

Entonces, considerando que es razonable usar el diámetro modificado como dimensión característica del problema, los parámetros adimensionales se definirán con esta dimensión. Para esta analogía, el número de Nusselt vendrá de

$$\frac{2}{\text{Nu}_{D_m}} = \ln\left(\frac{D_b}{D_m}\right), \quad (7.8)$$

Es trivial relacionar el diámetro modificado con el número de Knudsen por la definición de Kn

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{D}, \quad (7.9)$$

quedando el diámetro modificado,

$$D_m = D(1 + 2\text{Kn}) . \quad (7.10)$$

Consecuentemente la correlación buscada para el problema original en el régimen de transición será una función de Ra y Kn,

$$\frac{2}{\text{Nu}_{D,T}} = \Psi_T(\text{Ra}, \text{Kn}) , \quad (7.11)$$

donde el subíndice T significa que es aplicable en el régimen de transición. De la misma manera que con Ψ_C , se aconseja la utilización del logaritmo natural para la función adimensional Ψ_T como sugiere la ecuación (7.8).

Como la temperatura a la distancia λ desde la pared del hilo no puede calcularse, ésta se supone muy similar a T_w para la analogía. En este caso el número de Grashof modificado Gr_m se define utilizando un hilo de diámetro D_m cuya pared está a la temperatura T_w ,

$$\text{Gr}_m = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)D_m^3}{\nu^2} = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)D^3(1 + 2\text{Kn})^3}{\nu^2}, \quad (7.12)$$

así, el número de Grashof modificado queda

$$\text{Gr}_m = \text{Gr}(1 + 2\text{Kn})^3 . \quad (7.13)$$

Finalmente, el número de Grashof modificado que describe la configuración del flujo en las cercanías del hilo, puede ser reemplazado por el producto entre Gr basado en el diámetro real del hilo y una función simple de Kn, como indica (7.13).

Utilizando el mismo proceso para el valor de Nu modificado se obtiene

$$\text{Nu}_{D_m} = \frac{hD_m}{k} = \frac{hD}{k}(1 + 2\text{Kn}) = \text{Nu}_{D,T}(1 + 2\text{Kn}) . \quad (7.14)$$

Por tanto, el número de Nusselt modificado puede expresarse como el producto entre Nu de la zona de transición y una función de Kn.

Para el régimen de transición la conductividad térmica del aire que se utiliza en (7.14) es la misma que en el régimen continuo. El camino libre medio de las moléculas no tiene efecto en la conductividad mientras que λ sea pequeña comparada con el espacio que ocupa el gas (Bomelburg, 1959; Kennard, 1938; Lemmon & Jacobsen, 2004). En los experimentos para este trabajo el espacio que ocupa el gas es del orden de 10^{-1} m, mientras que el camino libre medio molecular para la región de transición es como mucho del orden de 10^{-4} m.

En cuanto a la inclusión del número de Knudsen en la formulación se debe considerar que, incluso si Kn no aparece explícitamente en la formulación de los problemas de transferencia de calor, la presión introduce una dependencia de Gr respecto de Kn. Así, el número de Grashof puede expresarse como

$$\text{Gr} = \frac{g\Delta T D^3}{T_f \nu^2} = \frac{\pi g \Delta T D}{2 T_f^2 R_g} \frac{D^2}{\lambda^2} = \frac{\Theta}{\text{Kn}^2}, \quad (7.15)$$

donde el parámetro Θ contiene la información de la configuración del problema térmico aunque Kn también es ligeramente dependiente de T_f a través de λ . Sin embargo, para una configuración térmica dada, con valores fijos de T_w y T_f , el número de Knudsen describe la capacidad del aire para disipar calor del hilo ya que valores altos de Kn implican menores frecuencias de colisión de las moléculas del gas con la pared del hilo. La formulación presentada no es adecuada para valores de Kn pequeños porque se puede obtener la misma información utilizando la presión y en conclusión, para los regímenes continuo y *slip flow* no es necesario incluir Kn en la formulación.

La pregunta que surge a raíz de la discusión previa es si utilizar Kn para una correlación de transferencia de calor es adecuado en el régimen de transición como sugiere la analogía propuesta. Boetcher presenta una gran compilación de correlaciones para la transferencia de calor por convección natural en hilos o cilindros horizontales (Boetcher, 2014) y ninguna de ellas incluye una dependencia respecto de Kn pero, en estos estudios el grado de rarefacción del gas no es suficiente como para adentrarse en el régimen de transición. Este régimen se alcanza únicamente cuando se cumplen simultáneamente dos condiciones: la propia rarefacción del gas; y un diámetro muy pequeño de hilo. La configuración de flujo resultante (véase la Figura 7-16) cambia completamente la física del problema de transferencia de calor. Mientras que para valores de Kn pequeños la reducción en la transferencia de calor se debe a menores frecuencias de colisión entre las moléculas del aire y la pared del hilo causadas por la rarefacción del gas, en el régimen de transición la probabilidad de que se produzca una colisión gana importancia. Si el efecto de las fuerzas de flotabilidad se descarta, cada molécula a la distancia λ de la pared del hilo tendría la misma probabilidad de moverse en cualquier dirección. Como λ es el camino libre medio molecular, cada molécula de aire que se mueva hacia el hilo, lo interceptará. La probabilidad, P , de que una molécula choque contra la pared del hilo se puede estimar dividiendo el ángulo que forman las tangentes a la pared del hilo desde la posición de la molécula por 2π y puede expresarse como

$$P = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{1}{1 + 2\text{Kn}}\right). \quad (7.16)$$

Así, utilizando la expresión (7.16) se observa que el valor de la probabilidad de colisión cae hasta 10 veces cuando el valor de Kn se incrementa de 0.1 a 10, lo que indica una reducción drástica en la transferencia de calor por convección en el régimen de transición y esto tiene concordancia con los resultados presentados en la Figura 7-8. En la Figura 7-17 se muestra la variación de la probabilidad en función de Kn para el hilo de $25\ \mu\text{m}$, de donde se observa que la probabilidad de colisión de las moléculas con el hilo disminuye a medida que aumenta Kn en dirección al régimen molecular libre, es decir que la transferencia de calor por convección también decrecerá necesariamente para Kn crecientes.

Figura 7-17 Variación de la probabilidad, P , en función de Kn_D para los resultados del hilo horizontal de $25\ \mu\text{m}$ en los distintos regímenes de flujo.

Cuando el efecto de las fuerzas de flotabilidad se tiene en cuenta para la estimación de probabilidad de colisión, el cálculo de la probabilidad se complica. Sin embargo, a fin de implementar en la correlación el efecto descrito, el número de Knudsen debe incluirse explícitamente en la formulación del problema de transferencia de calor para el régimen de transición. Además, se sabe que el valor del número de Nusselt es función de Kn en el régimen molecular libre (Springer, 1971), mientras que en el régimen continuo Nu es función del número de Rayleigh así que es lógico obtener el valor de Nu en el régimen de transición utilizando una función de ambos parámetros adimensionales, Ra y Kn .

El proceso para obtener la correlación en el régimen de transición no está definido por lo que se repetirá el mismo proceso que para la correlación para regímenes continuo y *slip flow*. Así, utilizando las ecuaciones (7.4), (7.13) y (7.14) la correlación para régimen de transición tendrá la forma

$$\frac{2}{Nu_{D,T}} = A^* + B^*(1 + 2Kn)\ln[Ra(1 + 2Kn)^3] . \quad (7.17)$$

Como el primer paso es encontrar la forma adecuada de la correlación, los valores iniciales de A^* y B^* serán iguales a A_C y B_C obtenidos de la correlación para el régimen continuo. Así, antes de la optimización de los valores de estas constantes, los resultados obtenidos de la ecuación (7.17) se compararán con los resultados experimentales. Para realizar esto, las temperaturas T_w y T_∞ se han fijado para un conjunto de valores típicos de un experimento y la presión se ha variado entre los valores mínimo y máximo alcanzados en los experimentos para poder hacer un barrido completo del intervalo de Kn desde régimen continuo a molecular libre. La curva resultante se muestra en la Figura 7-18 junto con los valores experimentales de Nu para el hilo horizontal de $25\ \mu m$. En esta figura se observa que la correlación de la ecuación (7.17) se ajusta bien a los resultados experimentales en el régimen continuo pero claramente subestima la transferencia de calor en los regímenes de *slip flow* y de transición. Los valores de A^* y B^* se variaron a fin de ajustar la correlación a los resultados experimentales del régimen de transición pero los errores resultantes eran demasiado grandes, indicando que la forma de la correlación propuesta en la ecuación (7.17) no es capaz de representar bien la física del problema de la transferencia de calor en el régimen de transición.

Figura 7-18 Variación de Nu_D en función de Kn_D en los diferentes regímenes para los resultados experimentales del hilo horizontal de $25\ \mu m$ y para las correlaciones: para regímenes continuo y *slip flow* según (7.6) y para régimen de transición según (7.17) y (7.18).

Si se analizan los grupos de puntos de la Figura 7-7 para hilo horizontal se observa una clara tendencia, es decir, cada grupo de datos que forman una curva (correspondiente aproximadamente a un mismo valor de Kn), es decir, para un valor de Kn dado, la transferencia de calor aumenta a medida que el valor de Ra disminuye. La ecuación (7.17) no es capaz de representar este comportamiento porque en ella Nu decrece cuando Ra decrece ya que esta es la tendencia general de los resultados experimentales que se consigue necesariamente con un valor de B^* negativo en la ecuación.

Para cambiar este comportamiento en la correlación, un cambio inmediato es dividir $(1 + 2Kn)$ por $\ln(Gr_m Pr)$. Como se muestra en la Figura 7-18, la correlación resultante (7.18) se ajusta muy bien a los puntos en el régimen de transición, así, la correlación propuesta para el régimen de transición es de la forma

$$\frac{2}{Nu_{D,T}} = A_T + B_T \frac{(1 + 2Kn_D)}{\ln[Ra_D(1 + 2Kn_D)^3]} \quad (7.18)$$

El último paso es encontrar el conjunto óptimo de valores para A_T y B_T en la correlación de la ecuación (7.18), para esto, los valores experimentales de $2/Nu_D$ se representan frente a los valores de $\ln[Ra_D(1 + 2Kn_D)^3]/(1 + 2Kn_D)$ en la Figura 7-19 donde se observa una tendencia completamente diferente entre los regímenes continuo y *slip flow* y el régimen de transición.

Figura 7-19 Variación de $2/Nu_D$ en función de $\ln[Ra_D(1 + 2Kn_D)^3]/(1 + 2Kn_D)$ en los regímenes de flujo continuo, *slip flow* y transición para los resultados experimentales del hilo horizontal de 25 μm y para las correlaciones propuestas para regímenes continuo y *slip flow* según (7.6) (línea discontinua) y para régimen de transición según (7.18) (línea continua).

De la Figura 7-19 se deduce que para régimen continuo y *slip flow* Kn es muy pequeño, por lo tanto,

$$\frac{\ln[Ra_D(1 + 2Kn_D)^3]}{1 + 2Kn_D} \rightarrow \ln(Ra) . \quad (7.19)$$

De esta manera, se puede recuperar la correlación propuesta en la ecuación (7.6) para los regímenes continuo y *slip flow*, donde los resultados experimentales del hilo horizontal de 25 μm presentados en la Figura 7-19 colapsan en una línea recta. Por otro lado, los puntos del régimen de transición tienen la tendencia opuesta, y sus valores en el eje de ordenadas son crecientes para valores crecientes en el eje de abscisas, lo que indica que los términos en Kn no son despreciables. La curva formada por los puntos en el régimen de transición parece aproximarse a una hipérbola rectangular.

Las constantes para la correlación de (7.18) también han sido obtenidas por ajuste de los resultados experimentales con el método de mínimos cuadrados y los valores encontrados son $A_T = 4.5$ y $B_T = -60.7$. La correlación propuesta es válida únicamente en el intervalo de $0.1 < Kn < 10$.

Debe recordarse que la correlación propuesta se ha obtenido a partir de los resultados experimentales para el hilo de 25 μm , por lo tanto, es válida únicamente para hilos horizontales en el intervalo establecido.

En la Figura 7-20 se muestra la comparación de los resultados experimentales $Nu_{D,exp}$ y los teóricos $Nu_{D,corr}$ para el hilo horizontal de 25 μm obtenidos con la correlación (7.18) en el régimen de transición, siendo el error relativo en Nu en el intervalo calculado

$$\epsilon = \frac{Nu_{D,exp} - Nu_{D,corr}}{Nu_{D,corr}}. \quad (7.20)$$

Se observa que el error cometido en el cálculo de Nu con la correlación es menor del 6 % para todos los puntos en el régimen de transición.

Figura 7-20 Variación de Nu en función de Ra en el régimen de transición para los resultados experimentales y para los resultados obtenidos con la correlación (7.18) para el hilo horizontal de 25 μm (arriba). Variación del error relativo de la correlación (7.18), ϵ (%), en función de Ra de los resultados experimentales del hilo horizontal de 25 μm en el régimen de transición (abajo).

En la Figura 7-21 se muestra la comparación de los resultados experimentales $Nu_{D,exp}$ y los teóricos $Nu_{D,corr}$ para el hilo horizontal de $12.7\ \mu m$ obtenidos con la correlación (7.18) en el régimen de transición, y el error relativo en Nu en esos puntos.

Figura 7-21 Variación de Nu en función de Ra en el régimen de transición para los resultados experimentales y para los resultados obtenidos con la correlación (7.18) para el hilo horizontal de $12.7\ \mu m$ (arriba). Variación del error relativo de la correlación (7.18), ϵ (%), en función de Ra de los resultados experimentales del hilo horizontal de $12.7\ \mu m$ en el régimen de transición (abajo).

Utilizando las dos correlaciones propuestas, para los regímenes continuo y *slip flow*, ecuación (7.6), y para el régimen de transición, ecuación (7.18), puede calcularse Nu para hilos muy delgados hasta $Kn < 10$. Sin embargo, el cambio entre una y otra correlación no está perfectamente definido y dependiendo del problema que se estudia, puede haber un cambio brusco en Nu si el único criterio de cambio entre las dos zonas es el valor de Kn . A fin de obtener una mejor transición entre ambas correlaciones, se propone la utilización de la función logística con la forma

$$\mathcal{L} = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{Kn - 0.2}{0.01}\right)}, \quad (7.21)$$

donde el coeficiente que indica la pendiente de la función logística, $-1/0.01$, se ha elegido de tal manera que minimice el error entre valor experimental y teórico y el valor de Kn donde realizar la transición, 0.2, es donde se hace más patente el cambio de tendencia.

Por tanto, la correlación completa utilizando la función logística es

$$\frac{2}{Nu_D} = \mathcal{L} \left\{ 4.5 - 60.7 \frac{(1 + 2Kn_D)}{\ln[Ra_D(1 + 2Kn_D)^3]} \right\} + (1 - \mathcal{L})[2 - 0.34\ln(Ra)], \quad (7.22)$$

cuyo intervalo de aplicación es $10^{-12} < Ra < 1$ y $Kn < 10$.

Con respecto al intervalo de validez de Ra para la correlación propuesta, basándose en los resultados presentados aquí, la validez sería para $Ra < 10^{-4}$. Sin embargo, se ha verificado que Nu calculado con la ecuación (7.6) para los regímenes continuo y *slip flow*, se ajusta a los valores obtenidos con las correlaciones de Kyte (Kyte et al., 1953) y Fujii (M. Fujii et al., 1982) hasta $Ra > 1$. Además, el intervalo de validez puede ser incrementado extensivamente, substituyendo la correlación propuesta para régimen continuo con la correlación de Fujii. En este caso, tal como han propuesto los autores citados, el intervalo de validez para Ra podría ser $10^{-12} < Ra < 10^6$ y $Kn < 10$.

La correlación propuesta ha sido obtenida a partir de los resultados experimentales para el hilo horizontal de 25 μm , pero es difícil validarla por comparación con otros resultados experimentales de hilos horizontales debido a la falta de resultados experimentales publicados por otros autores en el intervalo estudiado para hilos delgados en atmósferas enrarecidas. Por este motivo se realizaron también los experimentos con el hilo horizontal de 12.7 μm de diámetro. Los resultados para este hilo se evaluaron de la misma forma que el hilo de mayor diámetro.

En la Figura 7-22 se han representado los resultados experimentales de los dos hilos horizontales frente a los obtenidos de la correlación propuesta en (7.22). En esta figura, para cada pareja de valores de Ra y Kn , se obtiene un Nu experimental y el valor de Nu teórico se calcula con la correlación (7.22), estos dos valores de Nu son las coordenadas de los puntos representados. La diagonal de la figura correspondería a una coincidencia perfecta entre experimentos y correlación y las líneas paralelas a ambos lados de la diagonal marcan un error relativo de $\pm 10\%$ entre ellas. Se han representado también resultados experimentales extraídos de Milano (Milano, 2010) de hilos horizontales de cobre de $155\ \mu\text{m}$ de diámetro. El error relativo máximo para todos los puntos es menor del 10% (únicamente algunos resultados de Milano tienen un error justo en el límite), lo que indica que la correlación presentada en (7.22) se ajusta bien a los resultados experimentales. Los valores experimentales de Nu publicados por Gao (Gao et al., 2018) para el régimen de transición se han descartado debido a que no hay suficiente información para calcular su Ra y por la escala utilizada el Kn es susceptible de tener un error elevado al extraerlo de sus gráficas.

Figura 7-22 Variación de Nu experimental en función de Nu teórico según (7.22) para los resultados experimentales de los hilos horizontales de 25 y $12.7\ \mu\text{m}$, para los resultados de Milano (Milano, 2010) para hilo horizontal de $155\ \mu\text{m}$ y para las líneas de error relativo $\epsilon = 0\%$ y $\pm 10\%$ entre Nu experimental y Nu teórico.

7.7 Comparación con otros autores

En este apartado se comparan los resultados experimentales y la correlación propuesta con resultados experimentales publicados por otros autores en el intervalo estudiado además de las correlaciones de la Tabla 7-2.

En la Figura 7-23 se observan los resultados experimentales de los hilos ensayados (25 y 12.7 μm) y los resultados experimentales publicados del hilo de $D = 155 \mu\text{m}$ de Milano (Milano, 2010), del hilo de 2.95 μm de Collis (Collis & Williams, 1954) y del hilo de $D = 70 \mu\text{m}$ de Madden (Madden & Piret, 1951), todos ellos horizontales. Además, se han presentado los valores teóricos de Nu (+) calculados con la correlación propuesta en la ecuación (7.22), en su intervalo de validez, para los hilos de 25 y 12.7 μm y para los resultados de Milano (para los resultados de Collis y Madden no se dispone de valores de Kn para poder computar Nu con la correlación). Se observa que la correlación propuesta se ajusta bien a los resultados de los experimentos aquí presentados y también es aceptable para los resultados publicados por Milano sobre todo para el régimen de transición (aproximadamente $Ra < 10^{-8}$). También se han representado las correlaciones ya publicadas de la Tabla 7-2 para hilos horizontales en su intervalo de validez. Se puede observar que para los regímenes continuo y *slip flow* los resultados experimentales siguen la misma tendencia y las correlaciones propuestas en ese intervalo no se diferencian en exceso. Por otra parte, para el régimen de transición, los resultados de los experimentos de este trabajo y los de Collis están en la misma zona, mientras que los resultados de Milano parecen separarse del resto de resultados experimentales (incluso en régimen continuo), esto puede deberse a las diferencias intrínsecas de cada experimento (téngase en cuenta que los resultados presentados de Milano corresponder a un hilo de mucha mayor sección que el resto $D = 155 \mu\text{m}$ y de $L = 2.45 \text{ m}$).

Figura 7-23 Variación de Nu en función de Ra para los resultados experimentales de los hilos horizontales de 25 y 12.7 μm , para los resultados experimentales de: hilo de $D = 155 \mu\text{m}$ y $L = 2450 \text{ mm}$ de Milano (Milano, 2010); hilo $D = 2.95 \mu\text{m}$ y $A > 20.000$ de Collis (Collis & Williams, 1954); e hilo de $D = 70 \mu\text{m}$ y $L = 152.4 \text{ mm}$ de Madden (Madden & Piret, 1951), para los valores obtenidos con la correlación propuesta (+) según la ecuación (7.22) para los resultados de los hilos de 25 y 12.7 μm y los de Milano en el intervalo de validez de la misma y para las correlaciones de Fujii (M. Fujii et al., 1982), Collis (Collis & Williams, 1959) y Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos horizontales en su intervalo de validez (verde).

En la Figura 7-24 se observan los resultados experimentales de esta trabajo para hilos verticales de 25 y 12.7 μm además de los publicados por Kyte (Kyte et al., 1953) de $D=80\ \mu\text{m}$ y los publicados por Madden (Madden & Piret, 1951) de $D=70\ \mu\text{m}$. Se observa que todos los resultados siguen la misma tendencia tanto en el régimen de transición como en el *slip flow* y el continuo. También se ha representado la correlación de Kyte para hilos verticales de la Tabla 7-2 en su intervalo de validez, que se ajusta bien para los todos resultados experimentales en los regímenes *slip flow* y continuo.

Figura 7-24 Variación de Nu en función de Ra de los resultados experimentales para los hilos verticales de 25 y 12.7 μm , para los resultados experimentales de: hilo de $D=80\ \mu\text{m}$ y $L=148.59\ \text{mm}$ de Kyte (Kyte et al., 1953); hilo de $D=70\ \mu\text{m}$ y $L=152.4\ \text{mm}$ de Madden (Madden & Piret, 1951) y para la correlación de Kyte (Kyte et al., 1953) para hilos verticales en su intervalo de validez.

Capítulo 8. APLICACIONES

En los apartados 1.1 y 7.5 se ha puesto de manifiesto la importancia del efecto de la convección en la actuación de sensores como el ATS, en el que la transferencia de calor por convección no es suficiente para que los hilos termopares consigan estar a la misma temperatura que la atmósfera de Marte (Chamorro et al., 2017; Peinado et al., 2020b; Pérez Grande et al., 2017). Los resultados experimentales expuestos aquí indican que el paso del régimen continuo al régimen *slip flow* o al régimen de transición tiene como consecuencia una disminución del valor de Nu cuanto más crece el valor de Kn. El trabajo aquí presentado puede ayudar a guiar en la elección de hilos para aplicaciones similares a las del ATS, según el entorno en el que vayan a operar, valorando su idoneidad en cada caso.

Además, para evaluar la transferencia de calor por convección en problemas térmicos que involucren hilos delgados horizontales, la correlación propuesta en (7.22) es capaz de calcular el valor del número de Nusselt con un error menor del 8 % respecto de los datos experimentales aquí presentados y un error del 10 % respecto de los datos experimentales de Milano (Milano, 2010). Esto hace que la correlación propuesta sea indicada para utilizarla en el intervalo propuesto $10^{-12} < Ra < 1$ y $Kn < 10$ y especialmente útil para el régimen de transición ($0.1 < Kn < 10$) calculando Nu únicamente en función de Ra y Kn. En un caso práctico esta correlación puede implementarse en un modelo térmico como el del ATS para determinar el calor intercambiado por convección y la temperatura de los hilos.

Esta nueva correlación puede aplicarse en diferentes escenarios como atmósferas planetarias distintas a la terrestre y especialmente indicada para el caso de Marte ya que el flujo alrededor de los hilos estudiados se encuentra situado completamente en el régimen de transición para las presiones de la superficie marciana. Además, también puede utilizarse en otras aplicaciones a bajas presiones como condiciones de presión en la estratosfera terrestre donde operan las sondas o globos estratosféricos (Fernández-Soler et al., 2020; González-Bárcena et al., 2020; Pérez-Grande et al., 2011).

La correlación obtenida también puede ayudar al diseño térmico de micro y nanotecnología basada en hilos muy delgados que operan a altos valores de Kn (Seo et al., 2019). Otra potencial aplicación es la calibración de anemómetros de hilo caliente a bajas presiones y velocidad del flujo cercana a cero o nula (Mahajan & Gebhart, 1980; Mahon et al., 2020) donde es necesaria una correlación adecuada para convección natural a valores altos de Kn.

Capítulo 9. CONTINUIDAD DE LA INVESTIGACIÓN

A lo largo del desarrollo de este trabajo y a la vista de los resultados obtenidos han surgido ciertas preguntas que podrían hallar su respuesta en posibles trabajos que servirían de continuación a la investigación aquí desarrollada. En este capítulo se describen ideas y planteamientos con los que se podría ampliar esta investigación.

Como no ha sido posible extraer una correlación para el intercambio de calor por convección natural en hilos verticales, se pretende realizar más ensayos en hilos verticales para poder sintetizarla, además de experimentar con diferentes longitudes de hilos verticales para observar la influencia de la velocidad vertical máxima causada por flotabilidad.

Se pretende mejorar la instalación para reducir en la medida de lo posible las resistencias debidas al cableado. Además, se quiere mejorar la técnica de medida de resistencia de los hilos cuando se utiliza el túnel de viento miniaturizado para que la dispersión de las variables medidas sea menor. A este respecto se ha pensado la posibilidad de añadir un anemómetro de hilo caliente para monitorizar el flujo incidente en el hilo. También, por el posible pandeo que pueda tener el hilo se quiere desarrollar un mecanismo eficiente que mantenga los hilos rectos, pero que no añada tensión mecánica al montaje.

Se pretende utilizar platino como material para nuevos experimentos de convección en hilos delgados, este material suele ser el más utilizado en este tipo de experimentos por tener un valor más alto del coeficiente de temperatura de la resistencia eléctrica y serviría para contrastar los resultados ya obtenidos para los hilos de Alumel. Además, también sería conveniente ampliar el intervalo de temperaturas estudiado más allá de los 100 °C de temperatura del hilo y el platino es adecuado para esto por ser resistente a la oxidación y corrosión a altas temperaturas.

Al margen de este trabajo se han realizado los análisis térmicos de otro sensor que estará expuesto a la atmósfera marciana en superficie, un sensor de polvo que medirá los parámetros que determinan la distribución de tamaño del polvo en suspensión por medio de infrarrojos. Este instrumento irá embarcado dentro del sistema METEO en la Surface Science Platform de la misión ExoMars de ESA/Roscosmos (prevista para lanzarse en 2022). Al realizar los análisis, se han observado problemas similares a los encontrados en los análisis del ATS, las correlaciones para convección natural en placas planas horizontales se estaban aplicando fuera de su rango de validez ya que el Ra para estas superficies era demasiado pequeño, por lo que el efecto de la convección sobre ellas se estaba sobreestimando. Posteriormente esto se confirmó al hacer la correlación del modelo térmico con los resultados obtenidos del ensayo en cámara de vacío del instrumento. Por este motivo existe un interés en estudiar el comportamiento de placas planas de pequeñas dimensiones fuera del régimen continuo con experimentos similares a los que se han expuesto en este trabajo.

Para el ATS también se observó en los análisis térmicos que en convección forzada las superficies planas perpendiculares al flujo también se estaban aplicando fuera de su rango de validez, lo que indica que es necesario un estudio en profundidad de la convección, tanto natural como forzada en pequeñas geometrías en escenarios típicos como es la atmósfera marciana en superficie.

Debido al particular interés en las misiones a Marte, se desea mejorar la instalación de ensayos a fin de poder llenar la cámara con CO_2 (o el gas requerido en otros experimentos) para recrear el comportamiento de hilos delgados en atmósfera de Marte y correlacionar los resultados con los ya obtenidos. Además si fuese posible obtener datos reales de los sensores ATS en operación sobre la superficie de Marte, éstos se contrastarían con los resultados obtenidos en este trabajo y con los posibles experimentos en atmósfera de dióxido de carbono.

Hasta ahora se han realizado experimentos en los que el elemento a ensayar se calentaba eléctricamente, pero sería interesante estudiar el fenómeno opuesto cuando el elemento se enfría por debajo de la temperatura del gas que lo rodea ya que en este caso para una misma diferencia de temperatura entre hilo y fluido en el infinito (y una misma temperatura del fluido en el infinito) el efecto de la convección natural sería mayor.

Al utilizar en los experimentos hilos de sección muy pequeña no ha sido posible contrastar los datos del cálculo de la temperatura en el hilo con otro método como podría ser la observación de su temperatura por medio de una cámara infrarroja, esto además es particularmente complicado debido a la baja emisividad (en el infrarrojo) de los materiales utilizados (Alumel y Chromel). Pero este posible método podría utilizarse en caso de ensayar pequeñas placas planas que sí serían detectables por la resolución de una cámara infrarroja si se les aplicase un recubrimiento con alta emisividad.

También se tiene un gran interés en el estudio de la convección en hilos delgados a temperaturas superiores a los $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, ya que en los experimentos realizados se han observado tendencias diferentes a las presentadas en este trabajo. Para valores superiores a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ del hilo (pero por debajo de $200\text{ }^{\circ}\text{C}$) se observa que para todas las presiones estudiadas (aunque en menor medida para régimen molecular) a partir de un punto se produce un cambio no suave en la tasa de crecimiento del valor de Nu a medida que aumenta la temperatura del hilo y esta tendencia es distinta a las observadas anteriormente para el régimen de transición y el régimen continuo. Esto sugiere que algún fenómeno físico hace aparición a ciertas temperaturas elevadas aunque no ha sido posible extraer resultados concluyentes para presentarlos en este trabajo. Además, los resultados observados para temperaturas de hilo mayores de $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ indican que para estudiarlo se necesitarían análisis que exceden la base teórica en la que se fundamenta el trabajo presentado.

Capítulo 10. CONCLUSIONES

Se ha presentado un estudio experimental de la convección natural en una atmósfera enrarecida sobre hilos muy delgados incluyendo el régimen de flujo de transición que trata de cubrir la falta de resultados experimentales y correlaciones en ese rango en la bibliografía publicada.

Aunque el problema de la convección natural ha recibido la atención de numerosos investigadores a lo largo del tiempo (véase el Capítulo 2) hay un intervalo de valor de los parámetros, de interés para diversas aplicaciones, que no está cubierto por dichas investigaciones. Este intervalo, que se corresponde con el conocido como régimen de transición, y se identifica con valores del número de Knudsen $Kn < 10$ y del de Rayleigh $10^{-12} < Ra < 10^{-8}$, es el que se ha considerado en esta tesis.

Los experimentos se han realizado en una cámara de vacío con aire en el intervalo de presiones de 0.03 mbar hasta presión ambiente utilizando especímenes de Alumel con diámetros de 12.7 y 25 μm y esbelteces A de 5040 y 2440 respectivamente, con inclinación horizontal y vertical. Para la estimación de la convección natural en los hilos se han tenido en cuenta las pérdidas por radiación y por conducción en los extremos del hilo. Los valores de los parámetros adimensionales, Nu y Ra obtenidos en los experimentos están en concordancia con las correlaciones publicadas en la literatura para los regímenes de flujo *slip flow* y continuo.

En el régimen de transición, se ha observado un cambio significativo en la tendencia de Nu como función de Ra , caracterizado por una drástica reducción en el valor de Nu , en comparación con los regímenes *slip flow* y continuo, y esta diferencia se caracteriza por una marcada reducción en Nu . Además, se ha observado un comportamiento particular en el régimen de transición (condiciones de gas enrarecido) que indica la necesidad de incluir Kn en la correlación para el cálculo de la transferencia de calor, aparte de la habitual dependencia de Ra . El número de Knudsen se emplea para identificar los diferentes regímenes de flujo y la influencia de la presión (Kn) en la transferencia de calor se ha discutido. Utilizando los resultados del hilo de 25 μm , se ha sintetizado una correlación cuyo intervalo de validez se ha propuesto para $Kn < 10$ y $10^{-12} < Ra < 1$. Esta correlación ha sido validada con los resultados experimentales del hilo de 12.7 μm y con los publicados por Milano (Milano, 2010) en el régimen de transición. En combinación con la correlación de Fujii *et al* (M. Fujii *et al.*, 1982), el intervalo de validez de la correlación propuesta en este trabajo puede extenderse a $10^{-12} < Ra < 10^6$ for $Kn < 10$.

Además de la correlación propuesta aquí, los resultados experimentales presentados son relevantes para el ámbito de problemas térmicos a escala micrométrica donde el efecto de la transferencia de calor por convección natural necesita evaluarse y contrastarse con problemas similares.

La correlación propuesta permite resolver problemas que involucran hilos horizontales delgados, con diámetros del orden de micrómetros, en gases enrarecidos tales como la atmósfera de Marte en la superficie del planeta además de otros problemas de baja presión.

Se ha observado que el efecto de la convección se reduce notablemente para presiones por debajo de los 50 mbar para los hilos de 12.7 μm , cuando el valor de Kn se corresponde con los regímenes de transición y molecular libre. Además, el incremento de la transferencia de calor por convección se vuelve marginal para los incrementos de temperatura más grandes a

altas presiones (cercas a presión ambiente) e incluso Nu decrece ligeramente para presiones más altas a medida que se incrementa la temperatura en el hilo. También se ha evidenciado que las pérdidas de calor por radiación y conducción (en los extremos) tienen una contribución significativa en la transferencia de calor total para bajas presiones, que es mayor según se incrementa la temperatura del hilo. Se han observado variaciones en el efecto de la convección que dependen de la inclinación del hilo para los regímenes *slip flow* y continuo, siendo Nu en los hilos horizontales mayor que en los verticales para hilos del mismo diámetro. Esta dependencia de la inclinación se vuelve marginal según aumenta el valor de Kn para los regímenes de transición y molecular libre.

Los resultados experimentales presentados revelan que el intercambio de calor por convección se reduce para pequeñas geometrías como los hilos delgados estudiados a bajas presiones en convección natural ya que los especímenes interactúan poco con el gas a valores de Kn elevados. Este efecto se aprecia observando que los resultados de Gr y Nu para hilos de $12.7\ \mu m$ son menores que los obtenidos para $25\ \mu m$ incluso a presión ambiente, ya que los valores de Kn del hilo más delgado son mayores.

De la información expuesta en los apartados 1.1 y 7.5 sobre el caso del ATS y la comparación de sus resultados con los experimentales de este trabajo se ha evidenciado como un Kn elevado ($Kn > 0.1$) afecta a la actuación del sensor, particularmente cuando éste está expuesto a cargas térmicas como la radiación solar e infrarroja. Se ha demostrado que un buen diseño térmico es determinante en la actuación del sensor, ya que la temperatura de los termopares del ATS debería ser lo más cercana posible a la temperatura de la atmósfera que lo rodea (que es la temperatura que se desea medir). Y también que es absolutamente necesario realizar un modelo térmico preciso del instrumento a fin de evaluar los valores de Gr , Nu y Kn característicos del problema ayudándose de las correlaciones para estimar la transferencia de calor por convección más adecuadas en cada caso, para poder predecir el posible *offset* de temperatura entre los termopares y la atmósfera circundante o bien modificar el diseño si fuera necesario.

Particularmente este trabajo tiene una aplicación potencial en problemas térmicos como el descrito en el ATS así como otros problemas similares en los que se involucran hilos muy delgados a bajas presiones tales como en la atmósfera superior terrestre, otras atmósferas planetarias como la de Marte, o atmósferas controladas para aplicaciones científicas. Los resultados experimentales de la presente investigación y la correlación propuesta se han sintetizado en una publicación científica para una revista de alto impacto (Peinado et al., 2020a).

Capítulo 11. BIBLIOGRAFÍA

- Arajs, S., & Legvold, S. (1958). Free-convictional heat transfer from a single horizontal wire. *The Journal of Chemical Physics*, 29(4), 697–699. <https://doi.org/10.1063/1.1744577>
- Arajs, S., & McLaughlin, J. B. (1979). Natural convection from single horizontal platinum wires. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 22(2), 343–345. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0017-9310\(79\)90158-3](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0017-9310(79)90158-3)
- Beckers, H. L., Haar, L. W. ter, Tjoan, L. T., Merk, H. J., Prins, J. A., & Schenk, J. (1956). Heat transfer at very low Grashof and Reynolds numbers. *Applied Scientific Research, Section A*, 6, 82–84. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/BF03184690>
- Beckwith, T. G., Marangoni, R. D., & Lienhard, J. H. V. (2009). *Mechanical measurements* (Sixth Edit). Pearson.
- Bhandari, P., & Anderson, K. R. (2013). CFD Analysis For Assessing The Effect Of Wind On The Thermal Control Of The Mars Science Laboratory Curiosity Rover. *43rd International Conference on Environmental Systems*, 3325. <https://doi.org/doi:10.2514/6.2013-3325>
- Bird, G. A. (1983). Definition of mean free path for real gases. *Physics of Fluids*, 26(11), 3222–3223. <https://doi.org/10.1063/1.864095>
- Boetcher, S. K. S. (2014). Natural Convection from Circular Cylinders. In *Springer Briefs in Applied Sciences and Technology. Thermal Engineering and Applied Science*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-08132-8>
- Bomelburg, H. J. (1959). Heat loss from very thin heated wires in rarefied gases. *Physics of Fluids*, 2(6), 717–718. <https://doi.org/10.1063/1.1705980>
- Cardarelli, F. (2018). Miscellaneous Electrical Materials. In *Materials Handbook* (pp. 807–882). Springer Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-38925-7_9
- Chamorro, A., Peinado, L., Pérez-grande, I., Antonio, J., Manfredi, R., Lepinette, A., & Sebastián, E. (2017). Thermal modeling of convective heat transfer in scientific instrumentation of Mars missions : implementation in thermal analysis of ATS and TIRS in MARS 2020. *10 Congreso Nacional de Ingeniería Termodinámica*, 138–139.
- Churchill, S. W., & Usagi, R. (1972). A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. *AIChE Journal*, 18(6), 1121–1128. <https://doi.org/10.1002/aic.690180606>
- Churchill, Stuart W., & Chu, H. H. S. (1975a). Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(11), 1323–1329. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(75\)90243-4](https://doi.org/10.1016/0017-9310(75)90243-4)
- Churchill, Stuart W., & Chu, H. H. S. (1975b). Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a horizontal cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(9), 1049–1053. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(75\)90222-7](https://doi.org/10.1016/0017-9310(75)90222-7)
- Collis, D. C., & Williams, M. J. (1954). Free convection of Heat From fine Wires. In *Department of Supply, Research and Development Branch, Aeronautical Research*

- Laboratories* (Vol. 140, pp. 1–23). Australian Research Laboratories.
- Collis, D. C., & Williams, M. J. (1959). Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 6(3), 357–384. <https://doi.org/10.1017/S0022112059000696>
- Crescentini, L., & Fiocco, G. (1990). Interferometric investigations of convection around cylinders at small Grashof numbers. *Applied Optics*, 29(10), 1490–1495. <https://doi.org/10.1364/ao.29.001490>
- Dai, C., & Wang, J. (2016). External natural convection from a Joule heated horizontal platinum wire in water at low Rayleigh number. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 93, 754–759. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.10.020>
- Davis, M. R., & Davies, P. O. A. L. (1972). Factors influencing the heat transfer from cylindrical anemometer probes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(9), 1659–1677. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(72\)90096-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90096-8)
- Eckert, E. R. G., Sparrow, E. M., Goldstein, R. J., Scott, C. J., Ibele, W. E., & Pfender, E. (1971). Heat transfer—a review of 1970 literature. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 14(12), 1883–1926. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(71\)90018-4](https://doi.org/10.1016/0017-9310(71)90018-4)
- ECSS Secretariat, ESA-ESTEC, & Requirements & Standards Division. (2016). *Space engineering - Thermal analysis handbook* (ECSS-E-HB-31-03A; Issue November).
- Ede, A. J. (1967). Advances in Free Convection. In *Advances in Heat Transfer* (Vol. 4, Issue C, pp. 1–64). [https://doi.org/10.1016/S0065-2717\(08\)70272-7](https://doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70272-7)
- Elenbaas, W. (1942). The dissipation of heat by free convection of spheres and horizontal cylinders. *Physica*, 9(3), 285–296. [https://doi.org/10.1016/S0031-8914\(42\)90111-3](https://doi.org/10.1016/S0031-8914(42)90111-3)
- Fand, R. M., & Brucker, J. (1983). A correlation for heat transfer by natural convection from horizontal cylinders that accounts for viscous dissipation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 26(5), 709–716. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(83\)90021-2](https://doi.org/10.1016/0017-9310(83)90021-2)
- Fernández-Soler, A., Torralbo, I., Pérez Grande, I., Fernández-Rico, G., & Feller, A. (2020). Thermal Analysis of SUSI-O on SUNRISE III. *50th International Conference on Environmental Systems*, 1–12. Thermal Analysis of SUSI-O on SUNRISE III
- Fujii, M., Fujii, T., & Honda, T. (1982). Theoretical and experimental studies of the free convection around a long horizontal thin wire in air. *7th International Heat Transfer Conference*, 331–316. <https://doi.org/10.1615/IHTC7.3300>
- Fujii, T., Fujii, M., & Matsunaga, T. (1979). A numerical analysis of laminar free convection around an isothermal horizontal circular cylinder. *Numerical Heat Transfer*, 2(3), 329–344. <https://doi.org/10.1080/10407787908913417>
- Gao, J., Xie, D., Xiong, Y., & Yue, Y. (2018). Thermal characterization of microscale heat convection in rare-gas environment by a steady-state “hot wire” method. *Applied Physics Express*, 11. <https://doi.org/10.7567/APEX.11.066601>
- Gómez-Elvira, J., Armien, C., Castañer, L., Domínguez, M., Genzer, M., Gómez, F., Haberle, R., Harri, A. M., Jiménez, V., Kahanpaa, H., Kowalski, L., Lepinette, A., Martín, J., Martínez-Frías, J., McEwan, I., Mora, L., Moreno, J., Navarro, S., De Pablo, M. A., ... Martín-Torres, J. (2012). REMS: The environmental sensor suite for the Mars Science Laboratory rover. *Space Science Reviews*, 170, 583–640.

<https://doi.org/10.1007/s11214-012-9921-1>

- González-Bárcena, D., Fernández-Soler, A., Pérez-Grande, I., & Sanz-Andrés, Á. (2020). Real data-based thermal environment definition for the ascent phase of Polar-Summer Long Duration Balloon missions from Esrange (Sweden). *Acta Astronautica*, 170(January), 235–250. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.01.024>
- Hilpert, R. (1933). Wärmeabgabe von geheizten Drähten und Rohren im Luftstrom. *Forschung Auf Dem Gebiet Des Ingenieurwesens A*, 4, 215–224. <https://doi.org/10.1007/BF02719754>
- Holman, J. P. (2010). *Heat Transfer* (Tenth Edit). McGraw-Hill. www.mhhe.com
- Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L., & Lavine, A. S. (2007). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (Sixth Edit). John Wiley & Sons.
- Kannuluik, W. G., & Donald, H. B. (1950). The Pressure Dependence of the Thermal Conductivity of Polyatomic Gases at 0° C. *Australian Journal of Chemistry*, 3.3, 417–427. <https://doi.org/10.1071/CH9500417>
- Kasap, S., Koughia, C., & Ruda, H. E. (2017). Electrical Conduction in Metals and Semiconductors. In *Springer Handbook of Electronic and Photonic Materials* (pp. 19–45). Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-48933-9>
- Kays, W. M., Crawford, M. . E., & Weigand, B. (2011). *Convective heat and mass transfer*. Tata McGraw-Hill Education.
- Kennard, E. H. (1938). *Kinetic theory of gases*. McGraw-Hill Book Company Inc.
- Kyte, J. R., Madden, A. J., & Piret, E. L. (1953). Natural-Convection Heat Transfer At Reduced Pressure - Spheres and Cylinders. *Chemical Engineering Progress*, 49(12), 653--662.
- Langmuir, I. (1912). Convection and Conduction of Heat in Gases. *Phys. Rev. (Series I)*, 34(6), 401–423. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSeriesI.34.401>
- Lees, L., & Liu, C.-Y. (1962). Kinetic-Theory Description of Conductive Heat Transfer from a Fine Wire. *Physics of Fluids*, 5(10), 1137. <https://doi.org/10.1063/1.1706498>
- LeFevre, E. J. (1956). *Laminar free convection from a vertical plane surface* (N. E. L. H. Division (ed.)).
- Lemmon, E. W., & Jacobsen, R. T. (2004). Viscosity and Thermal Conductivity Equations for Nitrogen, Oxygen, Argon, and Air. *International Journal of Thermophysics*, 25(1), 21–69. <https://doi.org/10.1023/B:IJOT.0000022327.04529.f3>
- Lloyd, J. R., & Moran, W. R. (1974). Natural Convection Adjacent To Horizontal Surface of Various Planforms. *American Society of Mechanical Engineers (Paper)*, 74-WA/HT-66, 443–447.
- Madden, A. J., & Piret, E. L. (1951). Heat Transfer From Wires to Gases at Sub-Atmospheric Pressures Under Natural Convection Conditions. *Proceedings of the General Discussion on Heat Transfer*, 1–6.
- Mahajan, R. L., & Gebhart, B. (1980). Hot-wire anemometer calibration in pressurised nitrogen at low velocities. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 13(10), 1110–1118. <https://doi.org/10.1088/0022-3735/13/10/016>

- Mahon, A., Pointer, J. L., Lawrence, D., & Argrow, B. (2020). A calibration system for low-velocity flows at stratospheric conditions. *AIAA Scitech 2020 Forum, January*, 1–12. <https://doi.org/10.2514/6.2020-2210>
- Mahony, J. J. (1957). Heat transfer at small Grashof numbers. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 238(1214), 412–423. <https://doi.org/10.1098/rspa.1957.0009>
- McAdams, W. H. (1942). Heat Transmission. In *McGraw-hill*.
- Mchedlidze, G. V. (1974). Heat transfer from electrically-heated thin vertical wires under free convection. *Journal of Engineering Physics*, 26, 158–160. <https://doi.org/10.1007/BF00825210>
- Milano, G. (2010). Some Experimental Results of Free Convection From Horizontal Heated Wires Below Atmospheric Pressure. *Proceedings of the 14th International Heat Transfer Conference*, 183–192. <https://doi.org/10.1115/IHTC14-23338>
- Morgan, V. T. (1975). The Overall Convective Heat Transfer from Smooth Circular Cylinders. In *Advances in Heat Transfer* (Vol. 11, Issue C, pp. 199–264). [https://doi.org/10.1016/S0065-2717\(08\)70075-3](https://doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70075-3)
- Mueller, A. C. (1942). Heat transfer from wires to air in parallel flow. *Trans. Am. Inst. Chem. Eng.*, 38, 613.
- Nagendra, H. R., Tirunarayanan, M. A., & Ramachandran, A. (1969). Free convection heat transfer from vertical cylinders and wires. *Chemical Engineering Science*, 24(9), 1491–1495. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(69\)85078-5](https://doi.org/10.1016/0009-2509(69)85078-5)
- Nagendra, H. R., Tirunarayanan, M. A., & Ramachandran, A. (1970a). Free Convective Heat Transfer From Vertical Cylinders Part I: Power Law Surface Temperature Variation. *Nuclear Engineering and Design*, 16(2), 153–162. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(71\)90030-6](https://doi.org/10.1016/0029-5493(71)90030-6)
- Nagendra, H. R., Tirunarayanan, M. A., & Ramachandran, A. (1970b). Laminar Free Convection From Vertical Cylinders with Uniform Heat Flux. *ASME, Journal of Heat Transfer*, 191–194. <https://doi.org/10.1115/1.3449629>
- Nagendra, H. R., Tirunarayanan, M. A., & Ramachandran, A. (1971). Free convection heat transfer from vertical cylinders part II: Exponential surface temperature variation. *Nuclear Engineering and Design*, 16(2), 163–168. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(71\)90031-8](https://doi.org/10.1016/0029-5493(71)90031-8)
- Osczevski, R. (2014). Martian windchill in terrestrial terms. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 95(4), 533–541. <https://doi.org/10.1175/BAMS-D-12-00158.1>
- Peinado, L., Muntean, V., & Perez-Grande, I. (2020a). A free convection heat transfer correlation for very thin horizontal wires in rarefied atmospheres. *Experimental Thermal and Fluid Science*. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2020.110295>
- Peinado, L., Muntean, V., & Perez-Grande, I. (2020b). Effect of Rarefied Atmospheres on Natural Convection over Very Thin Wires. *50th International Conference on Environmental Systems*. <https://hdl.handle.net/2346/86257>
- Pérez-Grande, I., Sanz-Andrés, A., Bezdenejnykh, N., Farrahi, A., Barthol, P., & Meller, R. (2011). Thermal control of SUNRISE, a balloon-borne solar telescope. *Proceedings of*

- the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 225(9), 1037–1049. <https://doi.org/10.1177/0954410011401711>
- Pérez Grande, I., Peinado, L., Chamorro, A., Torralbo, I., Alonso, G., Rodríguez Manfredi, J. A., Lepinette, A., & Sebastián, E. (2017). Thermal design of the Air Temperature Sensor (ATS) and the Thermal InfraRed Sensor (TIRS) of the Mars Environmental Dynamics Analyzer (MEDA) for Mars 2020. *47th International Conference on Environmental Systems*, July. <http://hdl.handle.net/2346/72997>
- Probert, S. D., Brooks, R. G., Thomas, T. R., & Maxwell, J. (1967). Heat losses through rarefied fluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 10(2), 135–148. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(67\)90094-4](https://doi.org/10.1016/0017-9310(67)90094-4)
- Sasaki, S., Masuda, H., Higano, M., & Sasaki, H. (1994). Simultaneous Measurements of Specific Heat and Total Hemispherical Emissivity of Chromel and Alumel by a Transient Calorimetric Technique. *Int J Thermophys*, 15(3), 547–565. <https://doi.org/10.1007/BF01563713>
- Seiichi, N., & Takuro, O. (1975a). Heat transfer from a horizontal circular wire at small reynolds and grashof numbers-I. Pure Convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(3), 387–396. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(75\)90028-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(75)90028-9)
- Seiichi, N., & Takuro, O. (1975b). Heat transfer from a horizontal circular wire at small reynolds and grashof numbers-II. Mixed convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(3), 397–413. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(75\)90029-0](https://doi.org/10.1016/0017-9310(75)90029-0)
- Seo, M. H., Park, J. H., Choi, K. W., Jo, M. S., & Yoon, J. B. (2019). An investigation of surficial conduction heat loss in perfectly aligned micro-wire array. *Applied Physics Letters*, 115(13). <https://doi.org/10.1063/1.5123523>
- Shee, Y. T., & Singh, S. N. (1982). Natural convection from a horizontal cylinder at small grashof numbers. *Numerical Heat Transfer*, 5(4), 479–492. <https://doi.org/10.1080/10407788208913460>
- Springer, G. S. (1971). Heat Transfer in Rarefied Gases. *Advances in Heat Transfer*, 7, 163–218. [https://doi.org/10.1016/S0065-2717\(08\)70018-2](https://doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70018-2)
- Svarc, P., & Václav, D. (2013). Numerical and Experimental Studies of Laminar Natural Convection on a Horizontal Cylinder. *Engineering Mechanics*, 20(3/4), 177–186. http://www.engineeringmechanics.cz/pdf/20_3_177.pdf
- Tropea, C., Yarin, A. L., & Foss, J. F. (2007). *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics* (C. Tropea, A. L. Yarin, & J. F. Foss (eds.)). Springer Science & Business Media. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-30299-5>
- Tsien, H.-S. (1946). Superaerodynamics, Mechanics of Rarefied Gases. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 13(12), 653–664. <https://doi.org/10.2514/8.11476>
- Tsubouchi, T., Sato, S., & Nagakura, K. (1959). Heat transfer from fine wires and particles by natural convection. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 25(156), 798–809. <https://doi.org/10.1299/kikai1938.25.798>
- Tumanski, S. (2006). Principles of electrical measurement. In B. E. Jones & W. B. J. Spillman (Eds.), *Series in Sensor*. Taylor & Francis Group. <https://doi.org/10.1201/9780203961834>

- Wu, H., Grabarnik, S., Emadi, A., De Graaf, G., & Wolffenbuttel, R. F. (2009). Characterization of thermal cross-talk in a MEMS-based thermopile detector array. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 19(7). <https://doi.org/10.1088/0960-1317/19/7/074022>
- Xie, F., Li, Y., Liu, Z., Wang, X., & Wang, L. (2016). A forced convection heat transfer correlation of rarefied gases cross-flowing over a circular cylinder. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 80, 327–336. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2016.09.002>
- Xie, F., Li, Y., Wang, X., Wang, Y., Lei, G., & Xing, K. (2017). Numerical study on flow and heat transfer characteristics of low pressure gas in slip flow regime. *International Journal of Thermal Sciences*, 124(April 2017), 131–145. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2017.09.022>