

ESTADO DEL ARTE EN PROCESOS DE ZONIFICACIÓN

PILAR MORENO REGIDOR¹ y JESÚS GARCÍA LÓPEZ DE LACALLE²

¹E.T.S.I. en Topografía, Geodesia y Cartografía, ²E.U. de Informática
Universidad Politécnica de Madrid. Ctra. de Valencia, km 7, 28031, Madrid, España
pi_mor@topografia.upm.es, jglopez@eui.upm.es

RESUMEN

Los procesos de partición espacial implican la división de un espacio geográfico en diferentes unidades o zonas según un conjunto específico de criterios. En ámbitos relacionados con las ciencias geoespaciales, la delimitación de estas zonas se realiza por agrupación de otras unidades básicas de área existentes en el espacio de trabajo. En este artículo se ofrece una revisión de los métodos de solución diseñados para este tipo de problemas, comenzando por una introducción a las técnicas heurísticas y modelos matemáticos más utilizados desde los años 60, para finalizar describiendo los recientes algoritmos aplicados a diagramas de Voronoi. También se revisan las aplicaciones en las que se han implementado algunos de estos modelos, quedando patente que son herramientas diseñadas para el tratamiento de problemas específicos, dada la dificultad de diseñar modelos genéricos y versátiles para este tipo de particiones espaciales o zonificaciones.

Palabras clave: diseño de zonas, zonificación, regionalización, partición espacial, asignación de unidades espaciales, optimización, heurísticas.

ZONING: LITERATURE REVIEW AND RELATED WORKS

ABSTRACT

The spatial partition problems involve the division of a geographic space into different units or zones according to specific criteria. In geospatial sciences the definition of these zones is made by aggregation of other areal basic units of the working space. This article provides a review of the solution methods for this kind of problems, starting with an introduction to the heuristics and mathematical models that have been most frequently used since the 60's, and ending with a description of the modern algorithms applied to Voronoi Diagrams. We also review the applications where some of these models have been implemented and, as we can see, they are tools for specific

problems because of the difficulty to design general and versatile models for this type of spatial partitions.

Keywords: zone design, zoning, regionalization, districting, partitioning, spatial unit allocation, optimization, heuristics.

1. Introducción

La división del territorio en diferentes regiones o zonas es un problema que aparece en varias disciplinas, relacionadas con ciencias de la Tierra y del espacio, y que ha sido tratado bajo diversas denominaciones, tales como partición, regionalización, zonificación, delineación de zonas y/o distritos, asignación de unidades espaciales, etc. En todas las definiciones se hace referencia a un espacio estructurado en un conjunto de N unidades superficiales que, mediante la agrupación de dichas unidades, se divide en un número M menor de regiones o zonas que han de verificar unos criterios específicos. Este tipo de problemas están presentes en un amplio espectro de aplicaciones, tales como la demarcación de distritos político-electorales, zonas de ventas, etc. En todos los casos, el proceso de zonificación está condicionado tanto por criterios temáticos, dependientes del contexto, como por otros de carácter geográfico que pueden considerarse restricciones espaciales. Los criterios temáticos pueden establecer condiciones de índole diversa, ya sean de carácter económico -relativas a promedio de ventas potenciales, trabajo o número de vendedores,...-, demográfico -relativas al número de habitantes, población con capacidad de voto,...-, etc. No obstante, el objetivo fundamental consiste en crear zonas preferentemente equilibradas, es decir, de tamaño similar respecto a uno o varios de estos criterios temáticos (zonas con igual número de habitantes, igual promedio de ventas, etc.). Sin embargo, están apareciendo nuevas aplicaciones cuya finalidad es la definición de zonas con un tamaño predeterminado, no necesariamente homogéneo, y que se establece en función de las necesidades cambiantes del contexto. En el caso de las restricciones espaciales existe un conjunto básico de condiciones, presentes en la mayoría de los casos, que fuerzan la creación de zonas contiguas, conexas y lo más compactas posibles.

Hasta ahora, los métodos más empleados para forzar la conectividad en problemas de partición espacial, abordan la búsqueda de soluciones con procedimientos de tipo heurístico (Horn, 1995; Brookes, 1997; Mehrotra *et al.*, 1998). Estas técnicas son capaces de encontrar buenas soluciones, pero no pueden garantizar matemáticamente la mejor solución ni determinar la desviación respecto a ésta. Heurísticas tales como recocido simulado (*simulated annealing*), búsqueda tabú (tabu search) o algoritmos genéticos se han utilizado en modelos de programación entera o mixta (Zoltners y Sinha, 1983; Williams, 2001, 2002; Aerts *et al.*, 2003), modelos de partición de grafos (Guo *et al.*, 2000; D'Amico *et al.*, 2002; Assunção *et al.*, 2006) o modelos de análisis cluster (Haining *et al.*, 1996; Tiede y Strobl, 2006; Ochoa *et al.*, 2009), que han sido implementados en diversas aplicaciones para el trazado automático de zonas. En general, estos algoritmos tratan el problema de partición espacial como uno de optimización combinatoria (Guo *et al.*, 2000). En la última década se han empezado a aplicar otros métodos heurísticos integrados en diagramas de Voronoi, ya sean de tipo estándar, o bien generalizados en cualquiera de sus versiones: de potencia, con peso aditivo o con peso multiplicativo.

Las aplicaciones para el trazado automático de zonas se han desarrollado como programas independientes o bien han sido integradas en un entorno SIG, ya que estas plataformas, dotadas de funciones de gestión, almacenamiento, visualización y análisis espacial de datos geográficos, carecen de este tipo de herramientas. Por este motivo, más de la mitad de las aplicaciones -desarrolladas entre 1995 y 2003- han utilizado fundamentalmente los programas de SIG para el almacenamiento de datos y la visualización de resultados (Bong *et al.*, 2004). La situación actual pone de manifiesto la existencia de una gran variedad de aplicaciones específicas, adaptadas a problemas particulares, dada la dificultad de diseñar herramientas genéricas de carácter universal.

El objetivo de este artículo es caracterizar y definir los problemas de zonificación, ofreciendo una perspectiva general de los ámbitos de aplicación tradicionales y de uno nuevo que apenas ha sido objeto de investigación (sección 2). Este último se describe con más detalle dado que los primeros ya han sido tratados por otros autores (Kalcsics *et al.*, 2005). En la sección 3 se presenta una revisión de los algoritmos heurísticos más utilizados en los modelos de solución para este tipo de problemas, indicando los programas y aplicaciones de trazado automático de zonas que se han derivado de ellos. Esta revisión se aborda desde un punto de vista diferente y complementario al de los textos de Kalcsics *et al.* (2005, 2009). Además, se hace hincapié en los nuevos métodos que, basados fundamentalmente en los diagramas de Voronoi, han empezado a aplicarse en los últimos 15 años a problemas de tipología muy diversa. El artículo finaliza (sección 4) citando las limitaciones generales de estas aplicaciones y la necesidad de abrir una nueva línea de investigación para solucionar los problemas de zonificación que han aparecido recientemente.

2. El diseño de zonas: un problema de partición espacial

Los procesos de partición espacial implican la división de un espacio geográfico en diferentes unidades o zonas según un conjunto específico de criterios. En ámbitos relacionados con las ciencias geoespaciales y la planificación territorial, la delimitación de estas zonas se realiza por agrupación de otras unidades básicas de área (códigos postales, secciones censales, distritos, barrios...), representativas de una cierta estructura administrativa, jurisdiccional, política, etc., del espacio considerado. El término anglosajón "cluster" ha sido empleado de forma genérica para referirse a estos grupos de unidades que, dependiendo del contexto o ámbito de aplicación, pueden recibir nombres diferentes como "zonas", "regiones", "distritos", "territorios", "turfs", etc.

En la literatura correspondiente a los problemas de partición, se hace alusión a ellos con diferentes vocablos o expresiones, tales como: regionalización *-regionalization-* (Horn, 1995; Tiede y Strobl, 2006; Assunção *et al.*, 2006; Corrêa *et al.*, 2002), diseño de zonas *-zone design-* (Guo *et al.*, 2000; Bação *et al.*, 2005), zonificación *-zoning-* (Openshaw, 1977), delimitación de distritos *-districting* y *redistricting-* (Macmillan, 2001; Bong *et al.*, 2004), diseño o demarcación del territorio *-territory design, territory alignment-* (Kalcsics *et al.*, 2005), asignación de unidades espaciales *-spatial unit allocation-* (Shirabe, 2005), "clustering" espacial o geográfico, agregación espacial territorial o geográfica-, clasificación, partición *-partitioning-* (Tavares-Pereira *et al.*, 2007), teselación espacial *-spatial tessellations-*, etc.

Teniendo en cuenta que la expresión "*territory design*" está más difundida en el ámbito comercial, en relación con la distribución de productos y la gestión de ventas (*sales territory*) y, tras revisar las definiciones de territorio¹, región² y zona³, en este trabajo se adopta la expresión "diseño de zonas" y el término "zonificación" para hacer referencia a la partición de un territorio o espacio geográfico organizado en un conjunto de unidades superficiales básicas. El proceso se realiza mediante la asignación de dichas unidades a otras de rango mayor que configuran una nueva estructura espacial y han de verificar un conjunto específico de criterios.

El diseño de zonas es un problema geográfico que está presente en un amplio espectro de aplicaciones, desde la delimitación de distritos electorales a la de áreas específicas para la asignación de servicios socio-económicos, tales como servicios escolares, médicos, de ventas de productos, de recogida de basuras, etc. A continuación se citan los campos de aplicación más relevantes y los autores que han desarrollado sus investigaciones en ellos.

A) Demarcación de distritos político-electorales

Este problema consiste en la división de un área administrativa, como una ciudad o una comunidad autónoma, en subáreas (distritos) cuya función consiste en elegir a los candidatos políticos que han de ser sus representantes. La definición de los límites de estos distritos ha de satisfacer una serie de criterios legislativos que dependerán de cada país y de la jurisdicción implicada. En líneas generales, los objetivos fundamentales que guían este proceso tienden a crear distritos con un tamaño poblacional similar, lo más compactos posible -desde el punto de vista de su forma y dimensiones geográficas- y que constituyan recintos espaciales conexos. En este ámbito destacan los trabajos e investigaciones llevados a cabo por Benabdallah y Wright (1992), Horn (1995), Williams (1995), Hojati (1996), Mehrotra *et al.* (1998) y Ricca y Simeone (2008).

Otra variante de este problema se presenta en la delimitación de zonas socio-económicas sometidas a una determinada jurisdicción o control administrativo. En este campo destacan fundamentalmente los trabajos de Openshaw (1977, 1995, 2001), Alvanides *et al.* (2002, 2003) y Martin (1998, 2003). También cabe señalar las investigaciones realizadas en la demarcación de unidades administrativas por Rajabifard y Williamson (2001) y Eagleson *et al.* (2001, 2002).

B) Diseño de áreas de mercado o "territorios" de ventas y prestación de servicios

Este problema es común a todas las empresas que gestionan fuerzas de venta y necesitan subdividir su espacio de mercado en regiones o zonas de responsabilidad. Otro problema muy vinculado a éste es el diseño de zonas para la prestación de servicios, ya sea para satisfacer la demanda de clientes o la de ciertas infraestructuras (equipamientos técnicos). La investigación llevada a cabo por Zoltners y Sinha es uno de los referentes para el establecimiento de los criterios básicos aplicables al diseño de este tipo de zonas. Al igual que en el caso anterior, los principales objetivos que guían este proceso tienden a crear regiones homogéneas en lo que respecta a uno o varios atributos (nivel medio de ventas, número de clientes potenciales...), que sean lo más

compactas posible, de modo que se minimicen los tiempos de viaje de los vendedores para aumentar su eficiencia, y que constituyan recintos espaciales conexos.

En este ámbito destacan los trabajos e investigaciones llevadas a cabo por Hess y Samuels (1971), Segal y Weinberger (1977), Zoltners y Sinha (1983, 2001), Fleischmann y Paraschis (1988) y Ríos-Mercado y Fernández (2009).

C) Zonas de uso de los servicios y equipamientos ubicados en una localización fija

En muchas situaciones, los clientes tienen que acudir a un equipamiento (público o privado) para la prestación de un servicio, como por ejemplo: colegios, hospitales, etc. Para facilitar la asignación de este tipo de recursos a la población, se suelen generar zonas o regiones conexas por agregación de unidades administrativas -de un cierto orden o rango-, de forma que los habitantes recibirán servicio del equipamiento existente en su región. En estos casos, el proceso de zonificación tiene por objeto crear regiones equilibradas en lo que concierne al reparto de recursos por habitante, y al igual que en otras aplicaciones, se intenta que dichas zonas sean compactas y conexas. En la delimitación de zonas escolares destacan los trabajos de Armstrong *et al.* (1993), Stillwell y Langley (1999), Caro *et al.* (2004) y Ahmadi (2006).

D) Zonas para la prestación de servicios a domicilio

Muchas instituciones, generalmente públicas, prestan sus servicios de forma distribuida en un determinado ámbito geográfico. Tal es el caso de los servicios de recogida de basura, limpieza de calles, asignación de ambulancias o de unidades de policía, bomberos, etc. En este tipo de zonificaciones también interesa que las regiones estén lo más equilibradas posible respecto a la asignación de servicios, y que sean compactas y conexas. En este ámbito de aplicación destacan los trabajos realizados por Muyldermans *et al.* (2002), en la planificación de las operaciones de reparto de sal en las carreteras, y D'Amico *et al.* (2002) en la delimitación de distritos de policía.

E) Zonas receptoras de recursos energéticos

El caso más representativo de este tipo de zonificación corresponde a la distribución de la energía eléctrica, cuyo problema reside en la partición física de la red, para generar zonas de distribución económicamente viables desde el punto de vista de las compañías eléctricas. Para generar un entorno de mercado que fomente la competitividad entre empresas, interesa que las zonas definidas sean equilibradas, respecto a su potencial económico de ganancias, que sean lo más compactas posible para facilitar su gestión y mantenimiento, que formen recintos conexos y no se superpongan espacialmente, es decir, que cada punto del espacio sólo pueda recibir servicio de una determinada compañía. Entre los trabajos realizados en este campo destacan los de Bergey *et al.* (2003) y Tiede y Strobl (2006).

F) Zonas para la asignación/adquisición de usos del suelo

El objetivo principal de las aplicaciones destinadas a la planificación de usos del suelo es la selección de conjuntos de parcelas u otras unidades del terreno para implantar un determinado uso, de forma que se consiga un aprovechamiento sostenible y eficiente de los recursos y actividades productivas, se mejore la protección medioambiental y se facilite la igualdad social. Además, en algunas de estas aplicaciones, el objetivo principal es la adquisición de terrenos, de forma que las parcelas se agrupen en zonas de máxima superficie y mínimo coste. En líneas generales, se pretende que las zonas sean recintos conexos, lo más compactos posible y que permitan una explotación eficiente de sus recursos. En este ámbito destacan los trabajos de investigación realizados por Gilbert *et al.* (1985), Tomlin y Johnston (1990), Diamond y Wright (1991), Benabdallah y Wright (1992), López-Blanco (1994), Crema (1996), Eastman *et al.* (1998), Cromley y Hanink (1999), Cova y Church (2000), Williams (2002) y Aerts *et al.* (2002).

G) Otros campos de aplicación: Zonas para la explotación o gestión de recursos

A los campos de aplicación citados anteriormente, podría añadirse otro enmarcado dentro de iniciativas o políticas de desarrollo sostenible, cuyo objetivo es mejorar el planeamiento y la gestión de los recursos naturales. En Europa, el desarrollo rural y la conservación de los recursos naturales se han convertido en temas prioritarios de la política comunitaria. Al margen de la Comisión Europea y del Comité para la Conservación de la Naturaleza, se han creado varios foros, como el Foro Europeo sobre Pastoreo y Conservación de la Naturaleza destinado a la revalorización de los sistemas agropecuarios tradicionales.

Los sistemas agrícolas extensivos se caracterizan por un menor uso de insumos agrícolas, unas prácticas agrícolas y ganaderas generalmente respetuosas con los valores ambientales y una producción potencial de alimentos de calidad. En este contexto se sitúan los sistemas agropecuarios de tipo extensivo cereal-ovino, en los que la producción, tanto de cereales en secano como de leche y carne de ovino, se realiza sobre las mismas unidades o parcelas de suelo agrícola. Estas parcelas, de reducidas dimensiones y con diferentes usos, se agrupan, dentro de cada municipio, en unidades de mayor superficie (polígonos de pastos) donde el aprovechamiento de los residuos agrícolas u otros recursos pastorales permite el mantenimiento del ganado ovino y caprino. Dado que los rebaños se guardan en unas localizaciones específicas, denominadas apriscos, las zonas han de formar recintos conexos que contengan las parcelas donde se ubican dichos apriscos. Cada parcela sólo podrá ser asignada a un único polígono de pasto. A diferencia de las aplicaciones anteriores, las zonas generadas no tienen que ser homogéneas respecto a su producción forrajera, que será la base de la alimentación del ganado. En este caso, cada polígono de pasto tendrá un tamaño ajustado a las necesidades alimenticias del rebaño al que está destinado.

Este tipo de zonificaciones no han sido lo suficientemente investigadas, de manera que no se conocen modelos de solución y/o aplicaciones para la delimitación automática de las zonas. La necesidad de definir particiones espaciales cuyos elementos tengan un tamaño predeterminado, ajustado a las características de cada problema, introduce una tipología específica en el diseño de zonas. En esta línea de investigación, pero en un ámbito no geográfico, como son los espacios de

información, destacan los trabajos de Reitsma *et al.* (2004) y Reitsma y Trubin (2007). El método diseñado permite la partición de un espacio de información en zonas de un tamaño o volumen de datos predeterminado.

Para un conocimiento más exhaustivo del tema, apartados del A al E, se recomienda el texto de Kalcsics *et al.* (2005). La [tabla 1](#) define la terminología y presenta un resumen de los criterios comúnmente utilizados en los problemas de diseño de zonas. La [tabla 2](#) muestra una síntesis de las características correspondientes a los campos de aplicación descritos anteriormente.

3. Formalización matemática de los problemas de zonificación: Técnicas algorítmicas y modelos del problema

El diseño de zonas ha sido ampliamente investigado desde 1960, por lo que han aparecido varios modelos o formalizaciones matemáticas para este problema. Para la definición de las zonas se establecen una serie de condiciones espaciales y temáticas, que pueden variar considerablemente de un campo de aplicación a otro, especialmente las condiciones dependientes del contexto. Por el contrario, existe un conjunto básico de restricciones espaciales presente en la mayoría de ellas, tales como: integridad, conectividad y compacidad (véase la [tabla 2](#)). De hecho, puede afirmarse que la propiedad de conectividad es el criterio espacial prioritario en los problemas de zonificación (Shirabe, 2005), por lo que resulta imprescindible la codificación explícita de las relaciones topológicas entre las unidades básicas.

La formulación del problema del diseño de zonas es discreta en tanto en cuanto las zonas se construyen como agregados de un conjunto de unidades de área o piezas indivisibles. Si se dispone de N unidades para generar M regiones, siendo $M < N$, existen del orden de M^N zonificaciones espaciales sin imponer restricciones de tamaño y conectividad a dichas regiones (Williams, 2002). Por un lado, aunque el valor de M sea pequeño, el número de soluciones crece exponencialmente a medida que N aumenta. Por otro, cuando las zonas han de ser conexas, no existe una fórmula general que permita determinar el número total de soluciones (posibles zonificaciones), aunque se mantiene un comportamiento exponencial respecto a N .

Para abordar este tipo de problemas se han utilizado diversas técnicas de optimización, con el objetivo de buscar la mejor o, simplemente, una zonificación satisfactoria de entre todas las soluciones posibles. En este sentido, el diseño de zonas se puede caracterizar realmente como un problema de optimización combinatoria (Guo *et al.*, 2000), de tipo discreto, que admite varios modelos o formalizaciones matemáticas. En cualquiera de estos modelos se plantea la búsqueda de las soluciones que minimicen o maximicen una determinada función objetivo ($F(Z)$) y cumplan una serie de restricciones. Las técnicas de optimización que se han usado, exactas o heurísticas, permiten la búsqueda, ya sea de las soluciones óptimas o bien de las casi-óptimas respectivamente. Desde hace tiempo se puede constatar el abandono de los métodos exactos en favor de los heurísticos, que han sido utilizados fundamentalmente desde 1995, si bien, actualmente, están empezando a ser desplazados por metaheurísticas (Guo *et al.*, 2000).

3.1. Técnicas heurísticas y metaheurísticas

Una heurística es cualquier método que se considera útil en la resolución de un problema para el que no puede garantizar una solución óptima (o aproximadamente óptima). En el contexto de los problemas de optimización, una heurística puede definirse como una función F que ayuda a decidir qué solución, del conjunto de soluciones posibles, tiene que ser analizada en cada momento (Weise, 2009). Los algoritmos que utilizan estas técnicas sólo procesan los elementos del espacio de búsqueda -conjunto de elementos que pueden ser soluciones- que han sido previamente seleccionados por estas funciones. La aplicación de estos métodos al diseño de zonas permite reducir el conjunto de planes candidatos a analizar (cada una de las zonificaciones posibles es una solución o plan candidato).

Las metaheurísticas son técnicas que pretenden resolver problemas de propósito general para los que no existen algoritmos satisfactorios o plenamente eficientes. Se basan fundamentalmente en combinar diversas técnicas heurísticas a fin de encontrar un procedimiento de solución más eficiente y robusto. Cuando estos métodos se utilizan para buscar una solución óptima en un espacio de búsqueda discreto, como el de los problemas de diseño de zonas, su característica más relevante es que permiten tratar casos donde el espacio de soluciones candidatas puede ser de gran tamaño, mostrando su capacidad para proporcionar soluciones aceptablemente buenas (no necesariamente óptimas) en un tiempo razonable.

Las técnicas heurísticas y metaheurísticas que más se han utilizado en los problemas de diseño de zonas para la búsqueda de soluciones buenas o casi-óptimas, son las siguientes:

- Búsqueda en escalada (*hill climbing*) -heurística-. Es una de las técnicas más antiguas y sencillas. Consiste en generar una solución aleatoria inicial a la que se va aplicando, de forma iterativa, pequeños cambios que suponen una mejora progresiva. El proceso se compone de un bucle, secuencia de operaciones a iterar, en el que la solución actual se usa para producir una nueva, que sólo sustituirá a la existente en caso de ser mejor. El bucle se inicializa cada vez que se produce una sustitución. El algoritmo termina cuando no se consigue ningún tipo de mejora. El mayor problema de esta técnica es que puede converger rápidamente, quedando atrapada con facilidad en un óptimo local. Idealmente, la solución alcanzada en ese momento está próxima a la óptima, pero no se garantiza dicha proximidad ni tan siquiera que pueda conseguirse (Horn, 1995).

- Recocido/Temple simulado (*simulated annealing*) -metaheurística-. Es un algoritmo heurístico de búsqueda que tiende a encontrar, con un elevado nivel de confianza, una buena aproximación al óptimo (mínimo) global de una determinada función en un espacio solución de grandes dimensiones. Se suele usar cuando este espacio es discreto, como en el problema de diseño de zonas.

El nombre de este algoritmo proviene del proceso metalúrgico "*annealing*", una técnica que implica el calentamiento y enfriamiento controlado de un material, con el objetivo de minimizar sus defectos. El calentamiento provoca que los átomos se separen de sus posiciones iniciales (un mínimo local de la energía interna) y pasen aleatoriamente a través de estados de mayor energía. Un

enfriamiento lento proporciona a los átomos más oportunidades de encontrar configuraciones de menor energía interna que el estado inicial. Por analogía con este proceso físico, cada punto s del espacio de búsqueda corresponde a un estado de un cierto sistema físico y la función a minimizar, $E(s)$, a la energía interna del sistema en dicho estado. El objetivo es que el sistema pase de un estado arbitrario inicial a otro con la mínima energía posible. En cada fase del algoritmo se reemplaza el estado actual s por otro aleatorio s' muy próximo, que se acepta con una cierta probabilidad.

El uso de "simulated annealing" en problemas de diseño de zonas fue sugerido la primera vez por Browdy (1990). Con el tiempo se demostró que, sin el uso de un algoritmo eficiente para comprobar la conectividad, su eficacia sólo era aceptable en problemas de tamaño reducido. De todas las técnicas heurísticas de búsqueda, este algoritmo es uno de los más conocidos y utilizados en los diferentes modelos de solución. Entre los autores que han aplicado esta técnica a problemas de diseño de zonas cabe destacar a: Opensaw y Rao (1995), Ricca y Simeone (1997), Macmillan (2001), Aerts y Heuvelink (2002), Alvanides *et al.* (2002), D'Amico *et al.* (2002) y Boyland (2004).

- Búsqueda tabú (*tabu search*) -metaheurística-. Es un procedimiento de búsqueda local basado en movimientos iterativos, de una solución x a otra x' situada en su vecindad ($N^*(x)$), hasta que se cumple algún criterio de parada. Para explorar el espacio solución, este algoritmo modifica el conjunto vecindad de cada x según avanza el proceso. La nueva vecindad, es decir, el conjunto de soluciones admitidas para $N^*(x)$, se determinan mediante el uso de ciertas estructuras de memoria, como por ejemplo la lista tabú. En esta estructura se almacenan las n soluciones candidatas que se han visitado recientemente –en las últimas m iteraciones realizadas por el algoritmo ($m < n$)-. El objetivo es conseguir que el proceso no vuelva a visitar dichas soluciones y se evite la aparición de ciclos. Entre los autores que han aplicado este tipo de heurística a problemas de diseño de zonas, cabe destacar a: Opensaw y Rao (1995) y Bozkaya *et al.* (2003).

- GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) -metaheurística-. Los métodos citados anteriormente son más sofisticados y mejores que las versiones básicas de este algoritmo, pero también es cierto que requieren unas estructuras de datos más complejas y un mayor esfuerzo computacional. GRASP consiste básicamente en un proceso iterativo en el que cada iteración consta de dos fases: construcción y post-proceso. En la primera fase se construye una solución S viable y, en la segunda, se le aplican reiteradas mejoras mediante un procedimiento de optimización local. Esta optimización tiene por finalidad mejorar el valor de la función objetivo y es el proceso que supone la mayor carga computacional.

La aplicación de este algoritmo en problemas de diseño de zonas no está tan extendida como las heurísticas anteriores. En esta línea de investigación caben citar los trabajos de Vargas-Suárez *et al.* (2005) y Ríos-Mercado y Fernández (2009).

- Algoritmos genéticos (GA) -metaheurística-. Son un tipo de algoritmos evolutivos que permiten encontrar soluciones aproximadas a problemas de optimización. Están inspiradas en los procesos genéticos de los organismos naturales y en los principios de la evolución natural de poblaciones. Su idea básica es mantener una población de cromosomas, los cuales representan soluciones candidatas a un problema concreto, que evolucionan con el tiempo a través de un

proceso de competición y variación controlada. Un algoritmo genérico de este tipo necesita definir dos elementos básicos: una representación genética del espacio solución (por ejemplo: un array de bits, una estructura de grafo, etc.), y una función de ajuste para evaluar dicho espacio. Una vez que se han definido estos elementos, el algoritmo genera aleatoriamente una población inicial de soluciones, que irá mejorando progresivamente mediante la aplicación reiterada de operadores de mutación, cruce, inversión y selección. A lo largo del proceso se van creando sucesivas generaciones de soluciones, para lo que se utiliza la función de ajuste que prima, según sus criterios, a las soluciones "mejores" o más adecuadas, ya que éstas tienen más probabilidad de ser seleccionadas. El proceso generacional se repite hasta llegar al número máximo de generaciones o hasta que se cumple una condición de parada. Este tipo de algoritmos ha sido muy utilizado en procedimientos de búsqueda en problemas del tipo P-mediana, análisis cluster y partición de grafos. En la última década también se ha aplicado a la resolución de problemas de diseño de zonas, como los trabajos de demarcación de distritos políticos de Forman y Yue (2003), Bergey *et al.* (2003) y Baçáo *et al.* (2005).

Por último, para completar la relación de los algoritmos más utilizados en los modelos de solución, se cita el método determinista "branch and bound" (ramificación y acotación), cuyo objetivo es encontrar las soluciones óptimas. Una de las últimas aplicaciones de este algoritmo, en un modelo de programación entera mixta, se encuentra en el trabajo de Solís *et al.* (2009).

3.2. Modelizaciones del problema

Tal y como se ha citado anteriormente, el problema del diseño de zonas puede formalizarse con diferentes modelos matemáticos en los que se han utilizado diversas técnicas de optimización, con el objetivo de buscar la mejor o, simplemente, una zonificación satisfactoria de entre todas las soluciones posibles. En cualquiera de los modelos definidos, se plantea la búsqueda de las soluciones que minimicen o maximicen una determinada función objetivo ($F(Z)$) y cumplan algunas restricciones. Las restricciones determinan el conjunto de soluciones o alternativas factibles, y se usan para eliminar los candidatos cuyas características no verifican las condiciones impuestas.

El modelo de solución más simple consiste en considerar el problema como una partición de conjuntos (Mehrotra *et al.*, 1998; Nygreen 1988), metodología que ha sido abandonada desde hace décadas. Otras posibilidades son el análisis cluster, la partición de grafos y la programación matemática (lineal, entera o entera mixta). A continuación se describen sucintamente estos modelos utilizados en problemas de diseño de zonas de carácter discreto.

3.2.1. Modelos de programación matemática

Para definir un modelo de programación matemática es preciso establecer la función objetivo a optimizar y las restricciones que se deben verificar, de tal manera que la solución del modelo permita obtener el valor óptimo del problema original. Cuando el modelo usa solamente funciones lineales, se le conoce por el nombre de modelo de programación lineal. Además, si todas las variables desconocidas han de ser enteros, el modelo se denomina de programación entera (IP) o

programación lineal entera (ILP). Si sólo algunas de estas variables han de ser de tipo entero, se denomina modelo de programación entera mixta (MIP).

Openshaw (1977, 1978, 1984) fue pionero en considerar el diseño de zonas como un tipo de problema de optimización combinatoria constreñido, no lineal y entero. El problema se formaliza mediante un modelo de programación no lineal en el que se define una función objetivo y una función de penalización, que permite tratar las restricciones. Para obtener la solución de este modelo se utilizaron diferentes técnicas heurísticas, que dieron lugar al diseño del algoritmo AZP (Automated Design Procedure).

Otros autores han aplicado modelos de programación entera, aunque con escaso éxito, para solucionar problemas de zonificación (Macmillan y Pierce, 1994), u otros similares como los problemas MLUA -Multi-site Land-Use Allocation- (Aerts *et al.*, 2003).

La mayor dificultad de este tipo de modelos reside en formalizar explícitamente la condición de conectividad en términos algebraicos. En esta línea de investigación se han desarrollado varios modelos de programación entera mixta (MIP), en los que tanto las restricciones como la función objetivo son ecuaciones lineales, y sólo algunas de las variables de decisión son enteras. A continuación se citan los autores de varios modelos MIP, propuestos en diferentes investigaciones, que tienen como nexo común la utilización de un grafo para la representación de las unidades básicas:

- En aplicaciones de diseño de zonas de ventas: Zoltners y Sinha (1983)
- En aplicaciones de asignación de usos de suelo o adquisición de terrenos: Cova y Church (2000) y Williams (2002).
- En problemas genéricos en los que sólo hay que generar una región conexas que cumpla ciertos criterios: Shirabe (2005).
- En problemas de diseño de zonas de atención comercial: Solís *et al.* (2009) y Ríos-Mercado y Fernández (2009).

3.2.2. Modelos de partición de grafos

El diseño de zonas también puede modelarse como un problema de partición de grafos (PPG), consistente en dividir un grafo en piezas que tengan aproximadamente el mismo tamaño y con el menor número de conexiones entre ellas. Sea un grafo $G(V, A)$, donde $V = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$ es el conjunto de vértices y $A = \{a_1, \dots, a_k, \dots, a_m\}$ el conjunto de las aristas que determinan la conectividad entre dichos vértices, de forma que $a_k = \{i, j\}$ representa la adyacencia entre los vértices i y j . El problema de partición de grafos consiste en dividir V en k partes (subconjuntos o subgrafos) V_1, V_2, \dots, V_k , siendo $k > 1$, de forma que las partes son disjuntas, $V_i \cap V_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$, tienen el mismo tamaño y se minimiza el número de aristas que conectan vértices situados en diferentes subgrafos.

La representación del territorio mediante un grafo es muy sencilla, ya que cada unidad básica se corresponde con un vértice o nodo y cada una de sus relaciones de adyacencia con una arista. Para representar ciertas características, ya sea de las unidades o de las relaciones entre cada par de ellas, se pueden asociar pesos a los nodos y aristas respectivamente. El problema de la zonificación puede formularse como la partición de los nodos de un grafo en varios subgrafos disjuntos. La condición de conectividad está representada intrínsecamente por la existencia de aristas. El resto de criterios que caracterizan el problema se pueden expresar como objetivos del proceso de partición, por ejemplo, que la suma de los pesos de los nodos de cada subgrafo sea la misma, y que se minimice o maximice la suma de los pesos de las aristas cuyos nodos finales pertenecen a varios subgrafos.

- Guo *et al.* (2000), diseñan un algoritmo que fue implementado en la aplicación conocida por el nombre de MOZART (*Multi-Objective Zoning and Aggregation Tool*).
- D'Amico *et al.* (2002), diseñan un modelo para la demarcación de zonas de atención policial que fue aplicado en el Departamento de Policía de la ciudad de Buffalo.
- Assunção R. *et al.* (2006), modelan el diseño de zonas socio-económicas con un algoritmo denominado SKATER (*Spatial 'K'luster Analysis by Tree Edge Removal*), que está implementado en software de código abierto y forma parte de la biblioteca SIG de TerraLib.
- Tavares-Pereira *et al.* (2007), crean un método de diseño de zonas basado en múltiples criterios, que aplican a un problema de transporte en la región de París, para redefinir las zonas de precio fijo de los billetes.

3.2.3. Modelos de análisis "cluster"

El problema de diseño de zonas comparte una serie de elementos comunes con el análisis cluster. No obstante, existen algunas diferencias entre los objetivos y restricciones que caracterizan a uno y otro. El objetivo del análisis cluster consiste en agrupar elementos para generar conjuntos internamente homogéneos y diferentes entre sí. En la mayoría de las aplicaciones del diseño de zonas se presenta el caso contrario, la agregación tiene por objetivo generar conjuntos que sean similares y homogéneos entre sí. Además, la consideración de restricciones de carácter espacial (conectividad, compacidad...) son las que han establecido más diferencias entre ambos problemas. A continuación se citan algunos de los trabajos realizados en este campo de investigación:

- Haining *et al.* (1996, 2000), han implementado un modelo de este tipo en el sistema SAGE, Spatial Analysis in a GIS Environment, integrado en el entorno de Arc/Info.
- Tiede y Strobl (2006), han diseñado un algoritmo que ha sido implementado como una extensión del entorno de ArcGIS 9, y ha sido aplicado para definir zonas energéticamente independientes.

- Ochoa *et al.* (2009), han diseñado un método para realizar zonificaciones en las que intervienen unidades asociadas a datos demográficos. El problema de esta metodología, en la actual fase de desarrollo, es que no garantiza la formación de zonas o clusters conexos.

3.2.4. Modelos basados en técnicas de Geometría Computacional

Una de las mayores dificultades que se presenta en la resolución automática de los problemas de diseño de zonas es la implementación de la conectividad espacial, complejidad que aumenta si aparece unida a la restricción de compacidad. La ineficacia y el coste computacional de la mayoría de los modelos de solución descritos, han propiciado la búsqueda de otras alternativas que utilizan la información espacial y métodos propios de la Geometría Computacional. Esto hecho ha dado lugar al desarrollo de nuevas heurísticas aplicadas a modelos de grafos y, más recientemente, a diagramas de Voronoi.

El Diagrama de Voronoi es uno de los métodos clásicos de regionalización del espacio alrededor de un conjunto predeterminado de puntos o generadores. Se basa en encontrar el generador más próximo a cada punto del espacio. Los conjuntos que se obtienen forman una teselación del plano, en el sentido de que son exhaustivos (todo punto del plano pertenece a alguno de ellos) y mutuamente excluyentes salvo en su frontera ([figura 1.a](#)).

En 1992, Okabe, Boots y Sugihara dan un paso en el proceso de abstracción e introducen los Diagramas de Voronoi Generalizados, entre los que se encuentran los diagramas de Voronoi con peso. Sea $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ un conjunto de puntos en el plano euclídeo y w_i el peso de p_i , para todo i entre 1 y n . Se denota por $dw(p, p_i)$ a la distancia entre p y p_i que, en el contexto de diagramas de Voronoi con peso, depende del valor w_i del punto p_i . Por ejemplo, $dw(p, p_i) = \|p - p_i\| - w_i$, es una distancia con peso aditivo, siendo $\|p - p_i\|$ la distancia euclidiana entre p y p_i . La definición de $dw(p, p_i)$ determina el tipo de diagramas con peso, tales como: multiplicativos, aditivos, aditivos-multiplicativos y de potencia ([figura 1.b](#)).

Desde la década de los años 80, en el ámbito de los Sistemas de Información Geográfica, los diagramas de Voronoi se vienen estudiando con gran interés por sus posibilidades de aplicación, no sólo en la representación y visualización del espacio -como un modelo de datos complementario a los tradicionales modelos raster y vectorial-, sino también en diversos procesos de análisis espacial -por ejemplo: análisis de patrones puntuales, detección de barreras en genética del paisaje...- (Gold y Condal, 1995; Okabe *et al.*, 1992 y 2000; Gahegan *et al.*, 2000; Gold y Angel, 2006; Dong, 2008; Mu y Radke, 2002; Mu, 2004).

Los diagramas de Voronoi también han sido utilizados en problemas de partición espacial y de zonificación. Por ejemplo, en el ámbito de la geografía económica y urbana se han aplicado en el análisis de zonas de mercado o en el diseño de zonas de comercio al por menor (Okabe *et al.*, 2000), y para resolver problemas de localización de servicios y optimización posicional (Okabe y Suzuki, 1997; Okabe *et al.*, 2000). Otros autores han aplicado estos diagramas para la construcción de unidades administrativas (Boyle y Dunn, 1991), zonas censales (Martin, 1998 ([figura 2](#))) y distritos

políticos (Novaes *et al.*, 2009). Por último, citar la aplicación de los diagramas de Voronoi en *gazetteers* o tesauros geográficos (Alani *et al.*, 2001) para estimar las relaciones espaciales entre los lugares de nombre conocido y trazar los límites de sus regiones geográficas.

Ante la complejidad de los problemas a tratar, no sólo se han utilizado los diagramas de Voronoi estándar sino también los diagramas de Voronoi generalizados, ya sean de potencia, con peso aditivo o con peso multiplicativo. Estos últimos han sido aplicados a proyectos de planificación urbana (Huff y Lutz, 1979; Boots, 1973, 1975), al diseño o modelado de zonas de comercio (Boots y South, 1997), a problemas de transporte y logística (Galvão *et al.*, 2006; Novaes *et al.*, 2009), a la delimitación de zonas según variables socio-económicas (Mu, 2004; Mu y Wang, 2006 ([figura 3](#)); Ahmadi, 2006) y a la definición de distritos políticos (Ricca *et al.*, 2008).

En el ámbito no geográfico de los espacios de información, también se han diseñado métodos de teselación que permiten la visualización y clasificación de grandes volúmenes de datos. En este contexto destaca el algoritmo diseñado por Trubin S. (2006) en su tesis "Information Space Mapping with Adaptive Multiplicatively Weighted Voronoi Diagrams". El algoritmo de partición utiliza diagramas con peso multiplicativo adaptativo y ha sido implementado en un entorno raster.

Finalmente hay que citar el trabajo de Kalcsics *et al.* (2009), en el que se propone un modelo genérico de solución basado en técnicas de geometría computacional. El modelo básico contempla los criterios de conectividad, compacidad y homogeneidad de zonas. La propuesta se basa en realizar un proceso iterativo de partición geométrica del territorio usando líneas de división. La operación básica consiste en dividir un subconjunto B de unidades básicas -por ejemplo puntos-, en dos "mitades", B1 y B2, colocando una línea dentro del conjunto de puntos. B1 (o B2) se define como el conjunto de unidades básicas situadas a la izquierda (o derecha) de la línea. La partición del problema B genera dos subproblemas disjuntos, que serán resueltos de forma independiente, dividiendo cada uno de ellos mediante una línea. Este proceso iterativo de partición recibe el nombre de "dicotomías sucesivas".

La [tabla 3](#) presenta una clasificación de los modelos y aplicaciones desarrolladas para resolver problemas de diseño de zonas, incluyendo información sobre los experimentos realizados.

4. Balance y conclusión

La complejidad de los problemas de diseño de zonas requiere algoritmos específicos para los diferentes casos, por lo que resulta muy difícil definir e implementar funciones genéricas que proporcionen una solución de carácter "universal". Aunque muchas de las aplicaciones actuales para el trazado automático de zonas permiten la generación de soluciones en un tiempo razonable, la mayoría de las heurísticas utilizadas hasta la fecha tienen un elevado coste computacional y, a menudo, la calidad de sus soluciones es cuestionable, ya que no pueden garantizar matemáticamente la mejor solución ni determinar la desviación respecto a ésta.

Tras una revisión de los problemas y aplicaciones del diseño de zonas, cabe concluir que los modelos y programas diseñados son de tipo ad-hoc y suelen depender del contexto, de forma que

las soluciones que proporcionan están influenciadas por las condiciones iniciales consideradas. Como excepción a estos hechos, hay que citar el trabajo de Kalcsics *et al.* (2009) que, hasta la fecha, es el único que propone un modelo genérico de solución para los problemas tradicionales de zonificación. El modelo, al igual que la mayoría de los diseñados para este tipo de problemas, tiene por objetivo crear zonas de un tamaño igual o similar, y se desconoce su aplicación a casos donde dichas zonas hayan de tener un tamaño prefijado, que se establece en función de las necesidades del contexto o campo de aplicación. Dado que no se conocen, en el ámbito geográfico, modelos de solución y/o aplicaciones para la delimitación automática de zonas de un tamaño predeterminado, se plantea la necesidad de abrir nuevas líneas de investigación que suplan las carencias encontradas en este campo.

Referencias bibliográficas

- Aerts, J. C. J. H. y Heuvelink, G. B. M. (2002): "Using simulated annealing for resource allocation", *International Journal of Geographical Information Science*, 16, 6, pp. 571-587.
- Aerts, J. C. J. H.; Eisinger, E. *et al.* (2003): "Using linear integer programming for multi-site land-use allocation", *Geographical Analysis*, 35, 2, pp. 148-169.
- Ahmadi, F. A. (2006): *Geographical study of school attendance areas using the multiplicatively weighted Voronoi method: A case of Rasht City*. [Consulta: 4-09-2010]. Disponible en: http://giswin.geo.tsukuba.ac.jp/sis/thesis/Fatemeh_AHAMADI_NEJAD_MASOULEH.pdf
- Alani, H., Jones, C. B., Tudhope, D. (2001): "Voronoi-based region approximation for geographical information retrieval with gazetteers", *International Journal of Geographical Information Science*, 15, 4, pp. 287-306.
- Alvanides, S., Openshaw, S., Rees, P. (2002): "Designing your own geographies", en *The Census Data System*. P. Rees, D. Martin and P. Williamson (Eds.), Chichester, Wiley, pp. 47-65.
- Alvanides, S., Openshaw, S., Whalley, S. (2003): "Experiments and recommendations on output area design for the 2001 UK census", *Computers, Environment and Urban Systems*.
- Armstrong, M. P., Lolonis, P., Honey R. (1993): "A spatial decision support system for school redistricting", *URISA Journal*, pp. 40-52.
- Assunção, R. M., Corrêa, M., Câmara, G., Costa, C. (2006): "Efficient regionalisation techniques for socio-economic geographical units using minimum spanning trees", *International Journal of Geographical Information Science*, 20, 7, pp. 797-811.
- Baçaõ, F., Lobo, V., Painho, M. (2005): "Applying genetic algorithms to zone design", *Soft Computing: A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, 2, 5, pp. 341-348.
- Benabdallah, S. y Wright, J. R. (1992): "Multiple subregion allocation models", *ASCE Journal of Urban Planning and Development*, 118, pp. 24-40.
- Bergey, P. K., Ragsdale, C. T., Hoskote, M. (2003): "A simulated annealing genetic algorithm for the electrical power districting problem", *Annals of Operations Research*, 121, pp. 33-55.
- Bong, C. W., Chai, W. Y., Wong, C. (2004): "State of the art multiobjective metaheuristic for redistricting", en *OCEAN'04 MTTs/IEEE TECHNO-OCEAN'04*, 2, pp. 763-769.
- Boots, B. (1973): "Some models of the random subdivision of space", *Geografiska Annaler*, 55, pp. 34-48.
- Boots, B. (1975): "Patterns of urban settlements revisited", *The Professional Geographer*, 27, pp. 426-431.

- Boots, B. y South, R. (1997): "Modeling retail trade areas using higher-order, multiplicatively weighted Voronoi diagrams", *Journal of Retailing*, 73, 4, pp. 519-536.
- Boylard, M., Nelson, J, Bunnell, F. L. (2004): "Creating land allocation zones for forest management: a simulated annealing approach", *Canadian Journal of Forest Research*, 34, 8, pp. 1669-1682.
- Boyle, P. J. y Dunn, C. E. (1991): "Redefinition of enumeration district centroids: A test of their accuracy using Thiessen polygons", *Environmental Planning A*, 23, pp. 1111-1119.
- Bozkaya, B., Erkut, E., Laporte, G. (2003): "A tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting", *European Journal of Operational Research*, 144, 1, pp. 12-26.
- Brookes, C. J. (1997): "A parameterized region-growing programme for region allocation on raster suitability maps", *International Journal of Geographical Information Science*, 11, pp. 375-396.
- Browdy, M. H. (1990): "Simulated annealing: An improved computer model for political redistricting", *Yale Law and Policy Review*, 8, pp. 163-179.
- Caro, F., Shirabe, T. *et al.* (2004): "School redistricting: Embedding GIS tools with integer programming", *Journal of the Operational Research Society*, 55, 8, pp. 836-849.
- Corrêa, M., Câmara, G., Assunção, R., Costa, C. (2002): *Procedimentos Automáticos e Semi-automáticos de Regionalização por Árvore Geradora Mínima*. Simpósio Brasileiro. [Consulta: 22-02-2010]. Disponible en: <http://www.dpi.inpe.br/geoinfo/geoinfo2002/papers/Neves.pdf>.
- Cova, T. J., Church, R. L. (2000): "Contiguity constraints for single-region site search problems", *Geographical Analysis*, 32, 4, pp. 306-329.
- Crema, S. C. (1996): "A comparison between linear programming and a choice heuristic approach to multi-objective decision making using GIS", *Proc. of GIS/LIS '96*, pp. 954-963.
- Cromley, R. G. y Hanink, D. M. (1999): "Coupling land use allocation models with raster GIS", *Journal of Geographical Systems*, 1, pp. 137-153.
- D'Amico, S. J., Wang, S. J., Batta, R., Rump, C. M. (2002): "A simulated annealing approach to police district design", *Computers and Operations Research*, 29, 6, pp.667-684.
- Dong, P. (2008): "Generating and updating multiplicatively weighted Voronoi diagrams for point, line and polygon features in GIS", *Computers & Geosciences*, 34, pp. 411-421.
- Eagleson, S., Escobar, F., Williamson, I. P. (2001): "Developing a theoretical framework for the delineation of administrative boundaries within a rural context", en *Proceedings of AURISA*, The Grand Hyatt, Melbourne, VIC, 19-23 November (CD-ROM).
- Eagleson, S., Escobar, F., Williamson, I. P. (2002): "Hierarchical spatial reasoning theory and GIS technology applied to the automated delineation of administrative boundaries", *Computers, Environment and Urban Systems*, 26, pp. 185-200.
- Eastman, J. R., Jiang, H., Toledano, J. (1998): "Multi-criteria and multi-objective decision making for land allocation using GIS", *Multi-Criteria Analysis for Land-use Management, Environment and Management*, 9, pp. 227-251.
- El-Farzi, E y Mitra, G. (1992): "Solution of set-covering and set-partitioning problems using assignment relaxations", *Journal of the Operational Research Society*, 43, 5, pp. 483-93.
- Fleischmann, B. y Paraschis, J. N. (1988): "Solving a large scale districting problem: a case report", *Computers & Operations Research*, 15, 6, pp. 521-533.
- Forman, S. L. y Yue, Y. (2003): "Congressional districting using a TSP-based genetic algorithm", *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, 2724, pp. 2072-2083.

- Gahegan, M. y Lee I. (2000): "Data structures and algorithms to support interactive spatial analysis using dynamic Voronoi diagrams", *Computers, Environment and Urban Systems*, 24, 6, pp. 509-537.
- Galvão, L. C., Novaes, A. G. N., de Cursi, J. E. S., Souza, J. C. (2006): "A multiplicatively-weighted Voronoi diagram approach to logistics district", *Computers & Operations Research*, 33, pp. 93-114.
- Gold, C. M. y Condal, A. R. (1995): "A spatial data structure integrating GIS and simulation in a marine environment", *Marine Geodesy*, 18, pp. 213-228.
- Gold, C. M. y Angel, P. (2006): "Voronoi hierarchies", en *Proceedings of GIScience*. Munster, Germany, pp. 99-111.
- Guo, J., Trinidad, G., Smith, N. (2000): "MOZART: A multi-objective zoning and aggregation tool", en *Proceedings of Philippine Computing School Congress (PCSC)*.
- Haining, R. P., Wise, S., Ma, J. (1996): "The design of a software system for the interactive spatial statistical analysis linked to a GIS", *Computational Statistics*, 11, pp. 449-466.
- Haining, R. P., Wise, S., Ma, J. (2000): "Designing and implementing software for spatial statistical analysis in a GIS environment", *Journal of Geographical Systems*, 2, pp. 257-286.
- Hess, S. W. y Samuels, S. A. (1971): "Experiences with a sales districting model: Criteria and implementation", *Management Science*, 18, 4, part II, pp. 41-54.
- Hojati, M. (1996): "Optimal political districting", *Computers & Operations Research*, 23, 12, pp. 1147-1161.
- Horn, M. E. T. (1995): "Solution techniques for large regional partitioning problems", *Geographical Analysis*, 27, 3, pp. 230-148.
- Huff, D. L. y Lutz, J. M. (1979): "Ireland's urban system", *Economic Geography*, 55, pp.196-212.
- Kalcsics, J., Nickel, S., Schröder, M. (2005): "Towards a unified territory design approach: applications, algorithms, and GIS integration", *Berichte des Fraunhofer ITWM*, nº 71.
- Kalcsics, J., Nickel, S., Schröder, M. (2005): "Towards a unified territory design approach: applications, algorithms, and GIS integration", *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa TOP*, 13, 1, pp. 1-56, DOI: 10.1007/BF02578982.
- Kalcsics, J., Nickel, S., Schröder, M. (2009): "A generic geometric approach to territory design and districting", *Berichte des Fraunhofer ITWM*, nº 153.
- López-Blanco, J. (1994): "The Role of GIS-User interactive process in the delineating boundaries or environmental units for land management: An application in Baja California, Mexico", *Proceedings of GIS/LIS 94*, ACSM-ASPRS-AAB-URISA-AM/RM, Bethesda, pp. 545-554.
- Macmillan, W. (2001): "Redistricting in a GIS environment: An optimization algorithm using switching-points", *Journal of Geographical Systems*, 3, 2, pp. 167-180.
- Macmillan, W. y Pierce, T. (1992): "Optimization modelling in a GIS framework: the problem of political districting", *Specialist meeting*, April 16-18, National Center for Geographic Information and Analysis.
- Martin, D. (1998): "Optimizing census geography: the separation of collection and output geographies", *International Journal of Geographical Information Science*, 12, pp. 673-685.
- Martin, D. (2003): "Extending the automated zoning procedure to reconcile incompatible zoning systems", *International Journal of Geographical Information Science*, 17, pp. 181-196.
- Mehrotra, A., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L. (1998): "An optimization based heuristic for political districting", *Management Science*, 44, pp. 1100-1114.

Mu, L. y Radke, J. D. (2002): "Fire polygon decomposition with the multiplicatively weighted Voronoi diagram", en *Second International Conference on Geographic Information Science*, Boulder, CO.

Mu, L. (2004): "Polygon characterization with the multiplicatively weighted Voronoi diagram", *The Professional Geographer*, 56, 2, pp. 223-239.

Mu, L. y Wang, X. (2006): "Population landscape: a geometric approach to studying spatial patterns of the US urban hierarchy", *International Journal of Geographical Information Science*, 20, pp. 649-667.

Muyldermans, L., Cattrysse, D., Van Oudheusden, D., Lotan, T. (2002): "Districting for salt spreading operations", *European Journal of Operational Research*, 139, 3, pp. 521-532.

Novaes, A. G. N., Souza de Cursi, J. E., da Silva, A. C. L., Souza, J. C. (2009): "Solving continuous location-districting problems with Voronoi diagrams", *Computers and Operations Research*, 36, 1, pp. 40-59.

Nygreen, B. (1988): "European assembly constituencies for Wales: comparing of methods for solving a political districting problem", *Math. Program*, 42, pp. 159-169.

Ochoa, A., Bernabé, B., Ochoa, O. (2009): "Towards a parallel system for demographic zonification based on complex networks", *Journal of Applied Research and Technology*, 7, 2, pp. 218-232.

Okabe, A., Boots, B., Sugihara, K. (1992): *Spatial tessellations, concepts and applications of Voronoi diagrams*. New York, John Wiley and Sons.

Okabe, A. y Suzuki, A. (1997): "Locational optimization problems solved through Voronoi diagrams", *European Journal of Operational Research*, 98, pp. 445-456.

Okabe, A., Boots, B. et al. (2000): *Spatial Tessellations*. New York, Wiley Series in Probability and Statistics, 2ª Ed., John Wiley & Sons Ltd.

Openshaw, S. A. (1977): "Geographical solution to scale and aggregation problems in region-building, partitioning and spatial modeling", *Transactions of the Institute of British Geographers, New Series*, 2, 4, pp. 459-472.

Openshaw, S. A. (1978): "An empirical study of some zone design criteria", *Environment and Planning A*, 10, pp. 781-794.

Openshaw, S. A. (1984): *The modifiable areal unit problem*. Norwich, UK, Geo Books.

Openshaw, S. y Rao, L. (1995): "Algorithms for reengineering 1991 census geography", *Environment and Planning A*, 27, pp. 425-446.

Openshaw, S. y Alvanides, S. (2001): "Designing zoning systems for representation of socio-economic data", en Frank A., Raper J. and Cheylan J. (Ed.): *Time and Motion of Socio-Economic Units*. London, Taylor and Francis.

Rajabifard, A. y Williamson, I. P. (2001): "Regional administrative boundaries pilot project report". En *7th Meeting of the Permanent Committee on GIS Infrastructure for Asia and the Pacific (PCGIAP)*, 23-27 April 2001, Tsukuba, Japan. [Consulta: 27-09-2008]. Disponible en: http://www.gsi.go.jp/PCGIAP/tsukuba/Draft_User.pdf.

Reitsma, R., Thabane, L., Macleod, M. (2004): "Adaptive multiplicatively weighted Voronoi diagrams for information space regionalization", *Journal of the American Society for Information Systems and Technology*, 55, pp. 13-22.

Reitsma, R. y Trubin, S. (2007): "Information space partitioning using adaptive Voronoi diagrams", *Information Visualization*, 6, pp. 123-138.

Ricca, F., Scozzari, A., Simeone, B. (2008): "Drawing political districts by weighted Voronoi regions and local search", *Mathematical and Computer Modelling*, 48, pp. 1468-1477.

- Ríos-Mercado, R. Z. y Fernández, E. (2009): "A reactive GRASP for a commercial territory design problem with multiple balancing requirements", *Computers & Op. Res.*, 36, pp. 755-776.
- Segal, M. y Weinberger, D. B. (1977): "Turfig", *Operations Research*, 25, 3, pp. 367-386.
- Shirabe, T. A. (2005): "Model of contiguity for spatial unit allocation", *Geographical Analysis*, 37, 1, pp. 2-16.
- Solís, N., Ríos-Mercado, R. Z., Álvarez, A. M. (2009): "Modelando sistemas territoriales con programación entera", *Ingenierías*, 12, 44, pp. 7-15.
- Stillwell, J. C. H. y Langley, R. (1999): "Information and planning in the education sector", en Stillwell, J. et al. (Eds.): *Geographical information and planning*. Heidelberg, Springer, pp. 316-333.
- Tavares-Pereira, F., Figueira, J., Mousseau, V., Roy, B. (2007): "Multiple criteria districting problems. The public transportation network pricing system of the Paris region", *Annals of Operations Research*, 154, pp. 69-92.
- Tiede, D. y Strobl, J. (2006): "Polygon-based regionalisation in a GIS environment", en Buhmann, E., Ervin, S., Jørgensen, I., Strobl, J. (Eds.): *Trends in Knowledge-Based Landscape Modeling*. Heidelberg, Wichmann-Verlag, pp. 54-59.
- Trubin, S. (2006): *Information space mapping with adaptive Voronoi Diagrams*. Master Thesis, Department of Computer Science, Oregon State University, Corvallis, OR.
- Vargas-Suárez, L., Ríos-Mercado, R. Z., López, F. (2005): "Usando GRASP para resolver un problema de definición de territorios de atención comercial", en Arenas M. G., Herrera F., Lozano Weise, T. (2009): *Global Optimization Algorithms -Theory and Application*. Version: 2009-06-26. [Consulta: 11-03-2010]. Disponible en: <http://www.it-weise.de/>
- Williams, J. C. (1995): "Political districting: A review", *Papers in Regional Science: The Journal of the Regional Science Association International*, 74, pp. 13-40.
- Williams, J. C. (2002): "A zero-one programming model for contiguous land acquisition", *Geographical Analysis*, 34, 4, pp. 330-349.
- Zoltners, A. A. y Sinha, P. (1983): "Sales territory alignment: A review and model", *Management Science*, 29, pp. 1237-1256.
- Zoltners, A. A. y Sinha, P. (2001): "Sales-Force decision models: Insights from 25 years of implementation", *Interfaces*, 31, 3, pp. S8-S44.

TABLAS

Tabla 1. Terminología y resumen de los criterios más utilizados en los problemas del diseño de zonas

Terminología	Descripción
Nomenclatura	<p>Una posible nomenclatura a utilizar en estos modelos es la siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Unidades básicas: Sea X el conjunto de unidades básicas $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, donde x_j es la unidad j-ésima. - Zonas (o regiones): Sea Z_i la zona o región i-ésima. Una zona es un subconjunto de unidades básicas $Z_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}\}$ - Número de zonas: m - Plan o zonificación: Sea p_s un determinado plan. Un plan es una partición de X en un conjunto de zonas: $p_s = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$
Unidades básicas (o áreas básicas)	<p>Las regiones o zonas se construyen como agregados de bloques o piezas indivisibles denominadas unidades básicas.</p> <p>Estas unidades son objetos en el plano: puntos (direcciones geocodificadas), líneas (tramos de calle) o áreas geográficas (códigos postales, parcelas catastrales, unidades administrativas...).</p> <p>El tipo de unidad básica más frecuente corresponde a un objeto de área.</p> <p>Cada una de estas unidades suele llevar asociado uno o varios atributos cuantitativos, denominados medidas de actividad "activity measure" (p.e. potencial de ventas, número de habitantes...). En la mayoría de los casos se utiliza un único atributo que sirve para calcular el tamaño de las zonas.</p> <p>El tamaño de una zona equivale al total del atributo de medida de las unidades básicas que contiene. Formalmente, sea $w(Z_i)$ el tamaño de la zona i, y w_j el valor del atributo de medida correspondiente a la unidad j, entonces: $w(Z_i) = \sum_{j \in Z_i} w_j$</p>
Centros (núcleos o semillas) de zonas	<p>Generalmente se asocia un punto representativo a cada zona, que puede ser una localización específica o simplemente su centro geográfico. La mayoría de las veces este punto coincide con el centroide de una de las unidades básicas de la zona.</p> <p>Estos centros pueden ser puntos fijos, predeterminados de antemano, o bien pueden establecerse aleatoriamente durante el proceso de zonificación. En este último caso, para elegir los centros se aplican métodos del tipo: P-mediana, P-centro, SPLP (Simple Plant Location Problem), etc.</p>
Número de zonas	<p>El número de zonas o regiones (m) suele ser un valor predeterminado, si bien, en algunos casos puede ser un parámetro del proceso. Si n es el número de unidades básicas, se ha de verificar $m < n$.</p>

Fte. Elaboración propia a partir del texto de Kalcsics *et al.* (2005).

Criterio	Descripción
Objetivo de la zonificación	<p>Puede describirse como la partición de un conjunto X de unidades básicas en un número k de zonas que satisfagan unos determinados criterios, espaciales y temáticos, tales como homogeneidad respecto al valor de uno o varios atributos, conectividad y compacidad.</p>
Integridad espacial (asignación única de unidades básicas a zonas)	<p>La condición de integridad se refiere a que <i>cada unidad espacial básica sólo podrá estar contenida en una de las zonas</i>. Las zonas definen un recubrimiento exhaustivo y exclusivo del territorio o espacio geográfico a dividir, es decir, <i>las zonas definen una partición del conjunto X de unidades básicas</i>. Sea X el conjunto de unidades básicas, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$; m el número de zonas y Z_i el conjunto de todas las unidades básicas que pertenecen a la zona i. Se verifica que: $Z_i \neq \emptyset, \forall i = 1, \dots, m$, $Z_i \cap Z_j = \emptyset, \forall i \neq j$, $\bigcup_{i=1}^m Z_i = X$</p>
Conectividad	<p>Una zona o región tiene la propiedad de conectividad si es un recinto conexo. Un recinto es conexo si, entre dos cualesquiera de sus puntos, existe un camino totalmente incluido en él. <i>Una zona se construirá a partir de un conjunto de unidades espaciales geográficamente contiguas</i>. Para generar zonas conexas se necesita <i>información explícita sobre las relaciones de vecindad entre las unidades básicas</i>.</p>
Compacidad	<p>La mayoría de las aplicaciones estudiadas tienen por objetivo la creación de zonas lo más compactas posible. <i>Un recinto puede considerarse compacto si tiene una forma próxima a la de un círculo o un cuadrado</i>. Se pueden utilizar varios métodos para garantizar esta propiedad. Uno de los más utilizados consiste en minimizar la distancia total ponderada entre el centro de la zona y sus respectivas unidades básicas: $\sum_{i=1}^m \sum_{j \in Z_i} w_j d_{ij}$, donde d_{ij} es la distancia entre el centro i y la unidad j y w_i es el peso del centro i. Generalmente el criterio de compacidad se introduce como un objetivo dentro de la función a optimizar y no como una restricción. De este modo, su tratamiento resulta mucho más sencillo.</p>
Homogeneidad (equilibrio o balance)	<p>Todas las zonas deberían ser homogéneas, es decir, presentar <i>tamaños similares</i> respecto al atributo(s) considerado como medida de la actividad. Se dice que una zona Z_i es homogénea si su tamaño $w(Z_i)$ es igual al valor medio $\mu = w(X)/m$. Ante la práctica imposibilidad de generar zonas totalmente homogéneas, se suele medir el porcentaje relativo de desviación de cada zona con respecto al tamaño medio. A mayor desviación, peor es el nivel de homogeneidad conseguido.</p>

Fte. Elaboración propia a partir del texto de Kalcsics *et al.* (2005).

Tabla 2. Campos de aplicación del diseño de zonas y criterios utilizados en ellos

Campos tradicionales de aplicación	Tipos de criterios	
	Espaciales	Temáticos
(A) Distritos políticos o electorales	<i>Integridad</i> (exigido)	Zonas equilibradas en población
	<i>Conectividad</i> (exigido)	
	<i>Compacidad</i> (recomendable)	
(B) Zonas de venta y prestación de servicios	<i>Integridad</i> (exigido)	Zonas equilibradas respecto a 1 o N atributos (media de ventas,...)
	<i>Conectividad</i> (exigido casi siempre)	
	<i>Compacidad</i> (exigido)	
1		
(C) Zonas receptoras de servicios situados en una posición fija	<i>Conectividad</i> (exigido casi siempre)	Zonas equilibradas en asignación de recursos
(D) Zonas de prestación de servicios a domicilio	<i>Integridad</i> (exigido)	Zonas equilibradas en prestación de servicios
	<i>Conectividad</i> (exigido)	
	<i>Compacidad</i> (exigido)	
(E) Zonas receptoras de servicios energéticos	<i>Integridad</i> (exigido)	Zonas equilibradas en consumo energético o en fuentes de energía
	<i>Conectividad</i> (recomendable)	
	<i>Compacidad</i> (exigido)	
(F) Zonas para la asignación de usos del suelo	<i>Integridad</i> (exigido)	Zonas equilibradas y eficientes en la explotación de sus recursos
	<i>Conectividad</i> (recomendable)	
	<i>Compacidad</i> (recomendable)	
Otros campos de aplicación		
(G) Zonas para la explotación/gestión de recursos existentes	<i>Integridad</i> (exigido)	Zonas de diferente tamaño en recursos, ajustadas a necesidades específicas
	<i>Conectividad</i> (exigido)	
	<i>Compacidad</i> (mínimamente recomendable)	

Fte. Elaboración propia.

Tabla 3. Características y conjuntos de datos utilizados en diferentes métodos de solución para problemas de diseño de zonas

Nº máximo de unidades básicas (n)	Nº máximo de zonas (m)	Autores	Modelos y/o técnicas de solución	Objetivo de zonificación / Aplicación informática	Preselección de semillas (SI/NO/SD) ⁴
n ≤ 50	m ≤ 6	Garfinkel y Nemhauser (1970)	Partición de conjuntos. Enumeración implícita (a)	Distritos políticos	SD
		Mehrotra <i>et al.</i> (1998)	Idem (a)	Distritos políticos	SD
n ≤ 100		Shanker <i>et al.</i> (1975)	Idem (a)	Distritos políticos	SD
		Nygreen (1988)	Idem (a)	Distritos políticos	SD
		Williams (2002)	MIP y spanning trees	Distritos políticos	SD
	m ≤ 5	Solís <i>et al.</i> (2009)	Uso de MIP con técnicas de branch-and-bound	Zonas de atención comercial	SD
	m ≤ 7	Baçaõ <i>et al.</i> (2005)	Algoritmos genéticos	Distritos políticos	NO
n ≤ 200	m = 1	Shirabe (2005)	MIP, técnicas de flujo de redes		SI / NO
	m ∈ [15...86]	Eagleson (2003)	Agregación espacial-temática	- Zonas de gestión administrativa - Implementado en ArcView, con scripts de Avenue	SI

n <= 500	m <= 10	Ríos-Mercado y Fernández (2009)	Modelo MIP. Algoritmo GRASP	Zonas de atención comercial	SD
	m <= 5	D'Amico <i>et al.</i> (2002)	Partición de un grafo constreñido; simulated annealing	Distritos policiales	SD
n <= 600	m ∈ [10...100]	Guo <i>et al.</i> (2000)	Partición de grafos multinivel con programación en paralelo	Aplicación MOZART integrada en el entorno de MapInfo	SD
	m <= 5	Tiede y Strobl (2006)	Clustering jerárquico, agregativo y espacialmente constreñido	- Zonas de recursos energéticos - Extensión del entorno de ArcGIS 9	SI
n <= 1000	m <= 19	Bozkaya <i>et al.</i> (2003)	Tabu search	Distritos políticos	SD
	m ∈ [200...530]	Martin (2000) Pruebas para The Tandem Consortium (Joint UNECE/EUROSTAT, 2001)	Algoritmo AZP estándar	- Zonas socio-económicas - Programa AZM	SD
n <= 2000	m ∈ [2...300]	Assunção R. <i>et al.</i> (2006)	Algoritmo SKATER (Spatial 'K'luster	- Zonas socioeconómicas	SD

			Analysis by Tree Edge Removal)	- Incluido en la biblioteca SIG de TerraLib	
	$m \in [20...30]$	Tavares-Pereira <i>et al.</i> (2007)	Algoritmo LSEA (Local Search Evolutionary Algorithm)	- Zonas condicionadas por múltiples criterios	NO
	$m \in [8...28]$	Ricca <i>et al.</i> (2008)	Partición de grafos con diagramas de Voronoi con peso	Distritos políticos	NO
$n \leq 5000$	$m \in [5...]$	Ochoa <i>et al.</i> (2009)	Clustering espacialmente constreñido. Uso de técnicas de partición de grafos.	Zonas demográficas	NO
$n < 8500$	$m \in [10...100]$	Kalcsics <i>et al.</i> (2009)	Partición geométrica denominada "dicotomías sucesivas". Algoritmo implementado en un grafo de contigüidad.	- Zonas genéricas - Para geomarketing: desarrollo programa BusinessManager, extensión del entorno ArcGIS	NO

Fte. Elaboración propia.

FIGURAS

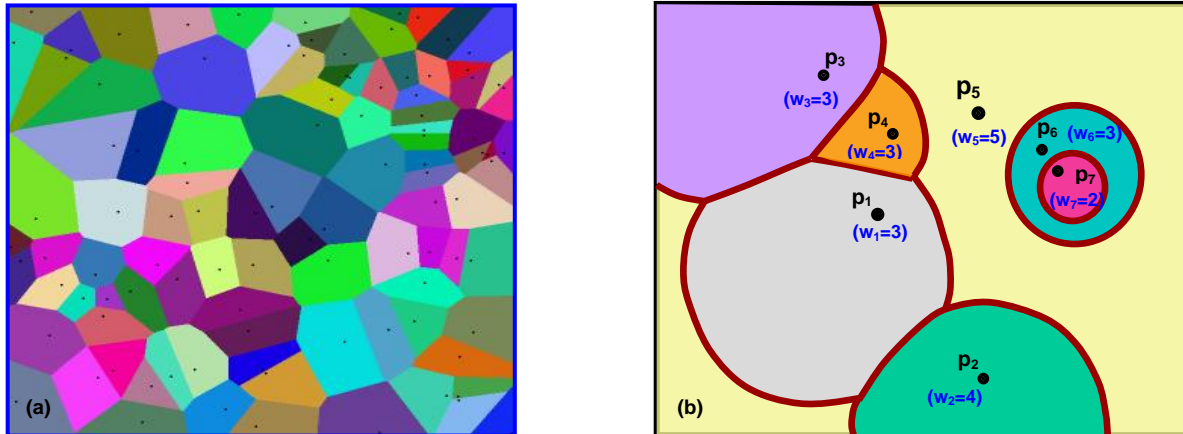


Figura 1. (a) Diagrama de Voronoi estándar. (b) Diagrama de Voronoi con Peso Multiplicativo (DVPM) generado por 7 generadores cuyos pesos figuran entre paréntesis.

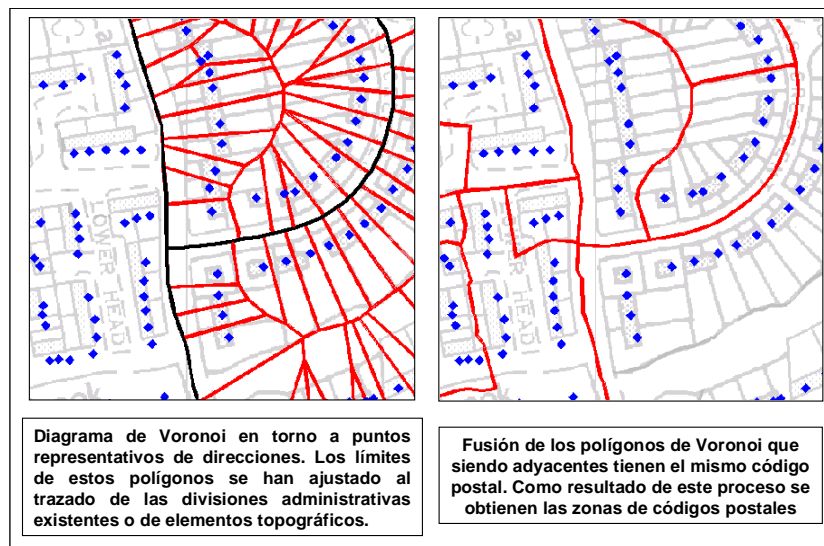


Figura 2. Ilustración gráfica del uso de diagramas de Voronoi en la construcción de zonas de código postal.

(Fte. Adaptación de Martin, 1998).

Moreno Regidor, P. y García López de Lacalle, J. (2011): "Estado del arte en procesos de zonificación", *GeoFocus* (Artículos), nº 11, p. 155-181. ISSN: 1578-5157

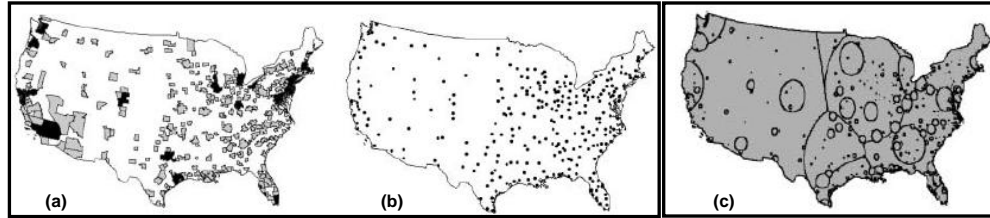


Figura 3. (a) Áreas metropolitanas estadísticas. (b) Centroides de estas áreas. (c) Regiones de influencia de las áreas metropolitanas obtenidas a partir de un DVPM.

(Fte. Mu y Wang, 2006).

¹ Territorio:

- Porción extensa de tierra, determinada geográficamente de modo natural, o políticamente o como ámbito jurisdiccional (Diccionario RAE).

- Porción extensa de tierra, determinada geográficamente de modo natural, o políticamente o como ámbito jurisdiccional (Diccionario María Moliner).

² Región:

- Porción de territorio determinada por caracteres étnicos o circunstancias especiales de clima, producción, topografía, administración, gobierno... (Diccionario RAE).

- Cada una de las grandes divisiones territoriales de una nación, definida por características geográficas e histórico-sociales (Diccionario RAE).

- Porción de territorio señalada con límites arbitrarios (Diccionario María Moliner).

³ Zona:

- Cualquier parte de terreno o de superficie encuadrada entre ciertos límites (Diccionario RAE).

- Parte delimitada o precisada en cualquier forma en la superficie terrestre o en otra cosa cualquiera (Diccionario María Moliner).

⁴ SD: Sin datos. No se han encontrado referencias explícitas a esta cuestión. En la mayoría de los casos no se usan centros preseleccionados.