

MODELIZACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE UN FIELTRO DE POLIPROPILENO

Á. Ridruejo¹, C. González^{1,2}, J. Llorca^{1,2}

¹Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid. C/ Profesor Aranguren, s/n. 28040 Madrid, España.

E-mail: aridruejo@mater.upm.es

²Instituto IMDEA Materiales, C/ Profesor Aranguren, s/n. 28040 Madrid, España.

E-mail: carlos.gonzalez@imdea.org, javier.llorca@imdea.org

RESUMEN

En el presente trabajo se presenta un modelo del continuo para un fieltro denso. Igualando la densidad de potencia de un elemento del continuo a la densidad de potencia mecánica que actúa sobre el conjunto de las fibras se obtiene una expresión del tensor de tensiones en la configuración de referencia. El modelo se completa mediante la inclusión de un modelo de daño para modelar fenomenológicamente los mecanismos de extracción (*pull-out*) y rotura de las fibras. Se ha implementado el modelo como una subrutina de material de usuario para un código de elementos finitos (ABAQUS-Explicit), formulado en grandes deformaciones. Los resultados obtenidos se han comparado con experimentos realizados sobre un fieltro comercial (geotextil) de fibras de polipropileno y muestran que el modelo es capaz de reproducir el comportamiento del material hasta la localización del daño y pérdida de capacidad portante del mismo.

ABSTRACT

A new continuum-based model for a dense felt is presented in this work. The stress tensor in the reference configuration can be obtained by equating the mechanical power per unit volume of fibres in the fabric to the mechanical power due to deformation in a homogeneous solid. The model is completed by the addition of damage in order to phenomenologically model the pull-out and fibre fracture mechanisms. The model has been implemented as a finite-strain user's material subroutine for the FEM code ABAQUS-Explicit. The results have been compared to experiments performed on a commercially available polypropylene geotextile and show that the model can accurately reproduce the material behaviour until damage localization and its complete loss of load-carrying capability.

PALABRAS CLAVE: Fieltros, modelo constitutivo, elementos finitos.

INTRODUCCIÓN

Los fieltros son materiales fabricados a partir de disposiciones aleatorias de fibras que se consolidan de diversos métodos. Por su naturaleza, presentan unas propiedades mecánicas de menor rigidez y resistencia que sus equivalentes tejidos, pero a cambio son capaces de alcanzar grandes deformaciones sin perder capacidad de transmitir carga, absorbiendo así gran cantidad de energía. Su comportamiento mecánico detallado es poco conocido, ya que las ecuaciones constitutivas de las fibras son sólo el punto de partida, pues la interacción de las cargas con una microestructura en general anisótropa, con grandes deformaciones y que evoluciona con la deformación (las fibras se reorientan y aparecen distintos mecanismos de daño) añade una gran complejidad. La modelización de este tipo de material resulta, pues, de gran interés. En grandes líneas, existen dos estrategias para atacar el problema. Una alternativa es tratar de reproducir fielmente la microestructura, generalmente a partir de redes

aleatorias de fibras, lo que tiene como ventaja la posibilidad de modelar la evolución de la microestructura a expensas de un gran coste computacional. La segunda estrategia se basa en modelos del continuo con mayor o menor grado de homogeneización de las propiedades. Este grupo de modelos incluye modelos macroscópicos de lámina ortótropa, modelos de laminados y modelos de celda unidad. La alta densidad del tipo de geotextil que nos ocupa (Tytar SF32) obliga a adoptar la segunda estrategia, siguiendo el procedimiento introducido por Planas *et al* [1], como se describe a continuación.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

2.1 Modelo constitutivo del fieltro

El modelo parte de un dominio cuadrado, plano de fibras rectas sin orientación preferente. Dichas fibras no interactúan entre ellas. Cada fibra está caracterizada por un vector unitario \mathbf{N} (figura 1) que forma un ángulo Θ

con una dirección privilegiada \mathbf{e}_1 (el eje de carga). Cuando este dominio se somete a una cierta deformación descrita por el tensor gradiente de deformación, \mathbf{F} , cada fibra se alargará de acuerdo con su orientación según

$$\lambda = \frac{l}{l_0} = \sqrt{\mathbf{CN} \cdot \mathbf{N}} \quad (1)$$

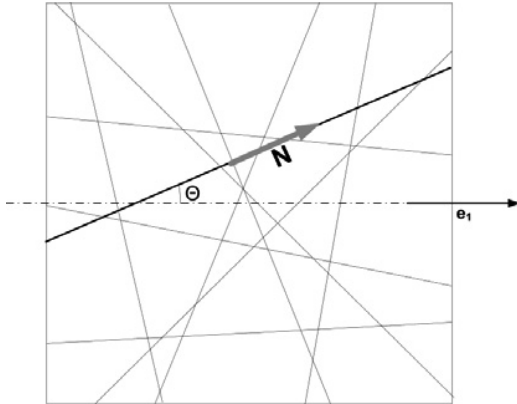


Figura 1. Red de fibras en la configuración de referencia.

donde l y l_0 son las longitudes de la fibra en las configuraciones deformada y de referencia, respectivamente, y $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ es el tensor de deformación de Cauchy-Green por la derecha. La tensión ingenieril en la fibra es función del alargamiento y viene dada por

$$s = \frac{T}{\Omega_0} = s(\lambda), \quad (2)$$

siendo T la fuerza soportada por la fibra y Ω_0 su área transversal inicial. Despreciando cambios de volumen en la fibra, la densidad volumétrica de potencia mecánica en la fibra puede ser expresada como

$$\dot{\omega} = \frac{T \dot{l}}{\Omega l} = \frac{T}{\Omega_0} \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = s(\lambda) \frac{\dot{\mathbf{CN}} \cdot \mathbf{N}}{2\sqrt{\mathbf{CN} \cdot \mathbf{N}}} \quad (3)$$

Reordenando términos, podemos expresar la densidad de potencia como

$$\dot{\omega} = \text{tr} \left[s(\lambda) \frac{(\mathbf{N} \otimes \mathbf{N}) \dot{\mathbf{C}}}{2\sqrt{\mathbf{CN} \otimes \mathbf{N}}} \right] \quad (4)$$

La extensión al fieltro completo puede hacerse sumando la aportación de cada familia según su orientación:

$$\dot{\omega}_{\text{fieltro}} = \text{tr} \left[\sum_{\Theta} s^{\Theta}(\lambda) \Psi(\Theta) \frac{(\mathbf{N}^{\Theta} \otimes \mathbf{N}^{\Theta}) \dot{\mathbf{C}}}{2\sqrt{\mathbf{CN}^{\Theta} \otimes \mathbf{N}^{\Theta}}} \right] \quad (5)$$

donde $\Psi(\Theta)$ es la fracción de fibras que forma un ángulo Θ con la dirección de referencia. Si ahora consideramos un sólido homogéneo, la densidad volumétrica de

potencia se puede expresar en función del segundo tensor de tensiones de Piola-Kirchhoff:

$$\dot{\omega} = \text{tr} \left[\frac{1}{2} \mathbf{S} \dot{\mathbf{C}} \right] \quad (6)$$

Si imponemos la equivalencia de la densidad volumétrica de potencia de este sólido con la del fieltro de fibras [1], obtenemos:

$$\text{tr} \left[\frac{1}{2} \mathbf{S} \dot{\mathbf{C}} \right] = \text{tr} \left[\sum_{\Theta} s^{\Theta}(\lambda) \Psi(\Theta) \frac{(\mathbf{N}^{\Theta} \otimes \mathbf{N}^{\Theta}) \dot{\mathbf{C}}}{2\sqrt{\mathbf{CN}^{\Theta} \otimes \mathbf{N}^{\Theta}}} \right]$$

para toda deformación arbitraria dada por $\dot{\mathbf{C}}$. Así pues, el comportamiento constitutivo del fieltro se puede expresar en función del segundo tensor de tensiones de Piola-Kirchhoff como

$$\mathbf{S} = \sum_{\Theta} s^{\Theta}(\lambda) \Psi(\Theta) \frac{(\mathbf{N}^{\Theta} \otimes \mathbf{N}^{\Theta})}{2\sqrt{\mathbf{CN}^{\Theta} \otimes \mathbf{N}^{\Theta}}} \quad (8)$$

Tomando $\Psi(\Theta)$ como una densidad angular de probabilidad, podemos pasar al límite del continuo expresar la ecuación constitutiva del fieltro como una integral:

$$\mathbf{S} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} s^{\Theta}(\lambda) \Psi(\Theta) \frac{(\mathbf{N}^{\Theta} \otimes \mathbf{N}^{\Theta})}{2\sqrt{\mathbf{CN}^{\Theta} \otimes \mathbf{N}^{\Theta}}} d\Theta \quad (9)$$

En el caso de un fieltro isótropo, $\Psi(\Theta) = 1/\pi$. El tensor de tensiones de Cauchy, asociado a la configuración instantánea (deformada) vendrá dado por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{J} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T \quad (10)$$

Podemos estimar el grado de alineamiento de las fibras con respecto al eje de carga mediante un índice β definido como:

$$\beta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathbf{FN}}{\|\mathbf{FN}\|} \cdot \mathbf{e}_1 \Psi(\Theta) d\Theta \quad (11)$$

Dicho índice puede tomar valores entre 0 (fibras completamente alineadas con un eje perpendicular a \mathbf{e}_1 y 1 (alineación total con el eje de carga). El valor para una distribución isótropa es $2/\pi$ (≈ 0.64).

2.2 Modelo constitutivo de las fibras

En un trabajo experimental anterior [2] se habían determinado las propiedades mecánicas de fibras de polipropileno extraídas del geotextil. La respuesta en tracción de dichas fibras puede describirse adecuadamente mediante una ecuación constitutiva elastoplástica con endurecimiento lineal [3,4]. En caso de encontrarse la fibra en régimen elástico, ésta sería

$$s = E_f e = E_f (\lambda - 1) \quad (12)$$

donde E_f es el módulo elástico de las fibras. En caso de pasar a régimen plástico, la respuesta elástica debe ser corregida [3]:

$$s^{t+\Delta} = s^t + \frac{E_f H_f}{E_f + H_f} \Delta e \quad (13)$$

Aquí H_f es el módulo plástico o de endurecimiento de las fibras.

Existe evidencia experimental [2] de que existen dos micromecanismos de daño en el material. El primero consiste, lógicamente, en la rotura de las fibras, que se da a una tensión de 240 MPa. El segundo es la rotura de las uniones entre fibras, lo que produce el fallo del material por decohesión con extracción (*pull-out*) de las fibras. Este segundo mecanismo es predominante y se produce desde los primeros estadios de deformación, pero no es fácil de caracterizar, puesto que la capacidad de transmitir carga de una determinada fibra depende del número y calidad de uniones que tenga con otras fibras. Para tener en cuenta esto, en el modelo se supone que la resistencia de los enlaces entre fibras sigue una distribución tipo Weibull, donde la probabilidad de fractura, p , de un enlace viene dada por

$$p = 1 - \exp\left[-\left(\frac{b-b_0}{B}\right)^m\right] \quad (14)$$

En esta ecuación, b_0 es la resistencia más baja considerada, y B y m son parámetros que controlan la anchura y forma de la distribución. Si la tensión en la fibra alcanza el valor de resistencia b , la función de carga ℓ alcanza la unidad y la fibra sufre daño:

$$\ell = \frac{s}{b} \quad (15)$$

Al igual que en plasticidad, el daño acumulado modifica el umbral de daño r . Una ley exponencial relaciona el umbral de daño y la variable de daño d [5]:

$$d = 1 - \frac{1}{r} \exp[A(1-r)] \quad (16)$$

El parámetro A controla el área bajo la curva tensión-deformación de acuerdo con el *crack-band model* [6], con propósito de asegurar la independencia de la resistencia del material respecto del tamaño de elemento finito en el que se implemente. Así;

$$A = \frac{2l_{ch}b^2}{2E_f G_F - l_{ch}b^2} \quad (17)$$

donde l_{ch} es la longitud característica del elemento y G_F un parámetro que representa la energía de fractura del material. El daño puede aparecer en la fibra con independencia de que se encuentre en régimen elástico o

plástico, corrigiendo consecuentemente la ecuación constitutiva:

$$s^{t+\Delta} = E_f(1-d)(e^t + \Delta e - \bar{e}_p) \quad (18)$$

$$s^{t+\Delta} = s^t + \frac{E_f H_f}{E_f + H_f} (1-d) \Delta e \quad (19)$$

La ecuación (18) incorpora la corrección del daño en régimen elástico, mientras que la ecuación (19) incorpora la correspondiente al régimen plástico.

Una característica interesante del material es que la rotura de enlaces cambia la conectividad de las fibras, que pueden volver a soportar carga en estadios posteriores de deformación. El modelo incorpora este tipo de fenómeno suponiendo que la resistencia b no es constante, sino que puede variar durante la deformación. Así, b se calcula en cada paso de tiempo mediante un sorteo de Monte Carlo ajustado a la distribución de Weibull de la ecuación (14). Si en el sorteo b superara la resistencia absoluta de la fibra (240 MPa), queda reducido a dicho valor, que es por tanto la mínima cota superior de resistencia de las fibras.

3. IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

El modelo se ha implementado como una subrutina de material de usuario (VUMAT) bidimensional para Abaqus/Explicit. Las simulaciones se han llevado a cabo en condiciones cuasiestáticas de tensión plana en grandes deformaciones. La integración de las ecuaciones de movimiento se realizó en explícito mediante el método de las diferencias centrales y masa concentrada en los nodos. Se procedió a la discretización de paneles rectangulares de 100 x 200 mm mediante 40 x 80 elementos CPS4R (cuadriláteros bilineales para tensión plana de 4 nodos e integración reducida).

Las condiciones de contorno simulaban los de un ensayo de tracción real (EN ISO 10319): se impedían ambos grados de libertad en la frontera izquierda del panel, se mantenían libre de tensiones los bordes superior e inferior del mismo y en los nodos de la frontera derecha se imponía una velocidad horizontal v mientras se impedía el desplazamiento vertical. La velocidad impuesta era de 20 mm/s, aproximadamente 10 veces superior a la de los ensayos experimentales

Dentro de la subrutina, formulada en coordenadas corrotacionales, parte del tensor de estiramiento \mathbf{U} ($\mathbf{F}=\mathbf{R}\mathbf{U}$) para determinar el alargamiento de las familias de fibras a distintos ángulos. Con el alargamiento se procede a calcular la tensión en la fibra y determinar si la fibra supera el límite elástico o el umbral de daño. La respuesta constitutiva de la fibra vendrá dada por las ecuaciones (12,13,18,19) en cada caso. La deformación plástica de la fibra e_p y el daño acumulado d en cada fibra quedan almacenadas como variables de estado

para el siguiente incremento de tiempo. Una vez conocida la tensión en cada fibra, la integración angular de la expresión (9) se realiza mediante la regla de Simpson sobre 50 subintervalos entre $-\pi/2$ y $\pi/2$. Es preciso no obstante multiplicar por el prefactor ρ/ρ_f (cociente entre la densidad del fieltro y la densidad de las fibras) que juega el papel de fracción volumétrica. El cálculo del tensor de Cauchy a partir del segundo tensor de Piola Kirchhoff es inmediato. Se obtienen a continuación el índice de alineamiento β y el daño promedio D sobre el elemento. Este último valor es de utilidad, puesto que aquellos elementos con $D > 0.99$ se consideran rotos y son eliminados de la simulación. Los parámetros experimentales utilizados se muestran a continuación:

Tabla 1. Parámetros de las fibras

| ρ_f (g/cm ³) | E_f (GPa) | s^y (MPa) | H_f (MPa) | s^u_f (MPa) | e^u |
|-------------------------------|---------------|-------------|-------------|---------------|---------------|
| 0.91 | 1.7 ± 0.1 | 120 ± 4 | 59 ± 2 | 240 ± 10 | 1.4 ± 0.1 |

Los parámetros de ajuste que controlan el inicio y la propagación del daño son los siguientes se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Parámetros de ajuste

| B_0 (MPa) | B (MPa) | m | G_f (kJ/m ²) |
|-------------|-----------|-----|----------------------------|
| 20 | 360 | 3,6 | 550 |

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las curvas tensión-deformación resultantes de las simulaciones se muestran en la figura 2 junto con las curvas experimentales. Las tres curvas marcadas en trazo negro continuo corresponden a simulaciones con los mismos parámetros. Las diferencias entre ellas se deben a la naturaleza estocástica del modelo, y son del mismo orden de magnitud que las registradas en las curvas experimentales. Las curvas numéricas reproducen bien las características de las experimentales. Después de la región lineal inicial, la curva crece más lentamente por la nucleación homogénea de daño hasta alcanzar el máximo de carga (punto “a” de la figura 2) para una deformación próxima al 40%, que viene seguida por la localización del daño (punto “b” de la figura 2). La caída de carga no es total, la curva presenta una larga cola asociada a la tensión transmitida por un cierto número de fibras supervivientes paralelas al eje de carga (punto “c” de la figura 2). Es interesante ver que tanto las curvas experimentales como las numéricas tienen una forma serrada. En el material real, este fenómeno se debe a la reorganización de las fibras tras la rotura de enlaces entre ellas, lo que ha sido reproducido en las simulaciones mediante la variación aleatoria de la resistencia b durante la deformación del fieltro. En la curva también se presenta el resultado de dos simulaciones realizadas con una malla más fina (lado

del elemento reducido a la mitad) que muestra que la resistencia apenas se ve afectada por el tamaño de malla. La figura 3 muestra la variable de daño calculada justo después de la localización (“b” en la figura 2).

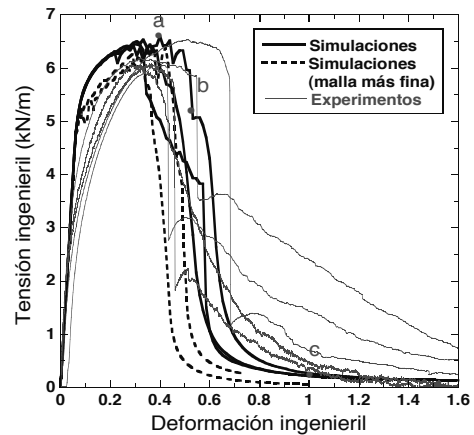


Figura 2. Curvas tensión-deformación experimentales y simuladas para ensayos de tracción simple de probetas rectangulares de 200 x 100 mm .

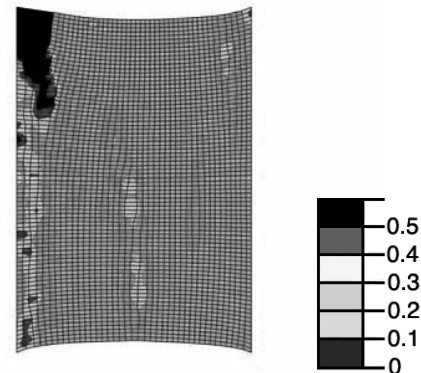


Figura 3. Diagrama de contornos de la variable de daño promedio en el instante de la localización.

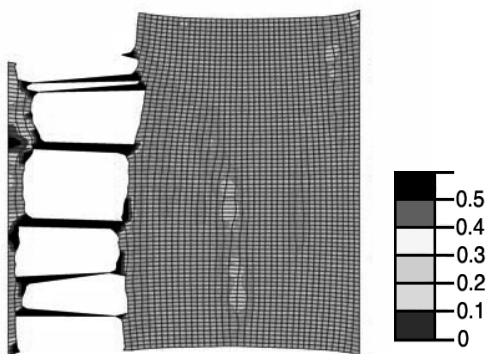


Figura 4. Diagrama de contornos de la variable de daño promedio al 100% de deformación. Los elementos con daño mayor al 93% no se muestran.

Como podemos ver en las figuras 3 y 4, el daño se propaga rápidamente dentro de la probeta, pero no conlleva un fallo frágil, puesto que siempre permanecen fibras más sanas puentesando la zona dañada.

El estudio de probetas entalladas resulta más interesante. Se realizaron simulaciones sobre probetas con entalla central igual al 20%, 40% y 60% de la anchura de la probeta manteniendo los mismos parámetros que en el caso no entallado. En la figura 5 se muestran las curvas correspondientes a una entalla del 40%.

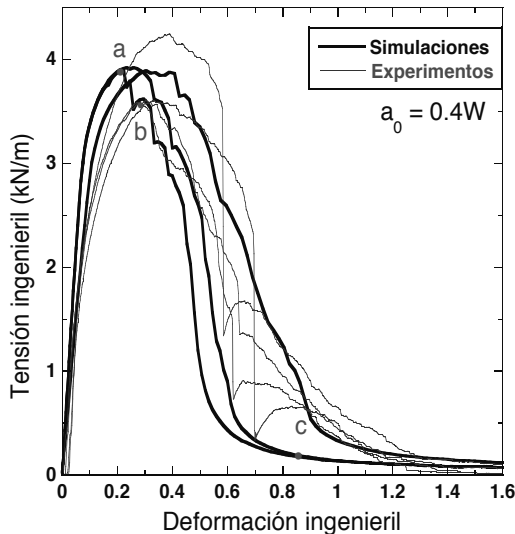


Figura 5. Curvas tensión-deformación experimentales y simuladas para ensayos de tracción simple de probetas con entalla central igual al 40% de la anchura.

El acuerdo entre las simulaciones y los resultados experimentales es notablemente bueno. El modelo captura adecuadamente la resistencia máxima del material y el comportamiento post-pico, así como la variabilidad de las curvas experimentales inherente a aleatoriedad de su naturaleza. La tabla 3 muestra la comparación de los valores de resistencia experimentales y numéricos para probetas entalladas y sin entallar. Como puede verse, la resistencia es directamente proporcional al ligamento, mostrando así un comportamiento insensible a entalla. Esta insensibilidad está causada por la estructura abierta del material, la plasticidad de las fibras y la capacidad de reacomodación de las mismas, que dan lugar a un enromamiento inusualmente grande de la grieta [2].

Tabla 3. Valores ingenieriles de resistencia en función del tamaño de entalla.

| Tamaño | 0 | 0.2W | 0.4W | 0.6W |
|--------|-----------|------------|------------|------------|
| Exp. | 6.2 ± 0.1 | 5.2 ± 0.2 | 3.7 ± 0.2 | 2.4 ± 0.1 |
| Simul. | 6.32±0.04 | 4.95 ±0.12 | 3.70 ±0.04 | 2.60 ±0.04 |

Las figuras 6, 7 y 8 (situadas después de las referencias) ayudan a comprender estos mecanismos. En los tres casos se presentan imágenes de las simulaciones que corresponden a los puntos marcados como “a” (carga máxima), “b” (instante inmediatamente posterior a la localización del daño) y “c” (estado avanzado de deformación) en la figura 5. En la figura 6 se muestra la tensión principal máxima. Se puede apreciar que la tensión se canaliza a través del ligamentos sin que exista una elevada concentración de tensiones por la plastificación y comienzo de la nucleación del daño. Ambos procesos se dan preferentemente en las fibras más alineadas con el eje de carga (figura 8). La propagación del daño a toda la extensión del ligamento produce la descarga de la probeta (figura 6 central). A deformaciones muy grandes (punto “c”) la carga residual es soportada por unas pocas fibras supervivientes (figura 7 derecha) muy alineadas con el eje de carga (figura 8 derecha).

5. CONCLUSIONES

A partir de una campaña experimental sobre un geotextil comercial de polipropileno [2] y de la formulación de Planas *et al.* [1], se ha desarrollado un modelo numérico tensorial en dos dimensiones que incorpora la orientación de las fibras y una ecuación constitutiva elastoplástica con daño de las mismas. La estructura aleatoria del material y su evolución microestructural se han incorporado de forma fenomenológica mediante una lotería de Monte Carlo. Los resultados del modelo reproducen adecuadamente la respuesta del material para probetas con y sin entalla.

REFERENCIAS

[1] Planas J., Guinea, G.V., y Elices, M., *Constitutive model for fiber-reinforced materials with deformable matrices*, Phys. Rev. E, 76, 2007.

[2] Ridruejo A., González, C., y Llorca, J. *Micromechanisms of deformation and fracture of polypropylene nonwoven fabrics*. Int. J. of Solids and Structures, 48, 153-162, 2011.

[3] Simó J.C., y Hughes T. J. R., *Computational inelasticity*. Springer, 1998.

[4] Souza Neto, E., Peric, D., Owen, D., *Computational Methods for Plasticity*. John Wiley, 2008

[5] Maimí, P., *Modelización constitutiva y computacional del daño y la fractura en materiales compuestos*. Tesis doctoral, U. de Girona, 2006

[6] Bazant, Z.P., y Oh, B.H., *Crack band theory for fracture of concrete*. Materials and Structures, 16, 155-177, 1983.

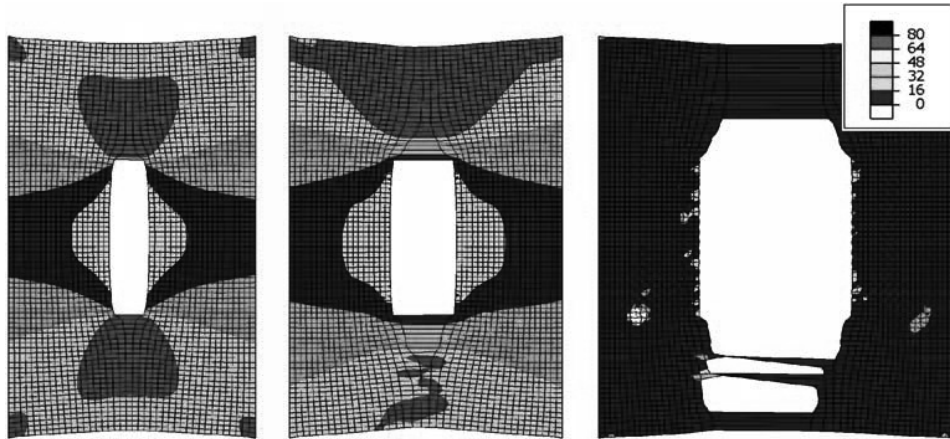


Figura 6. Diagrama de contornos de la tensión principal máxima (MPa) en probetas con entalla central del 40% correspondientes a los puntos 'a', 'b' y 'c' de la figura 5.

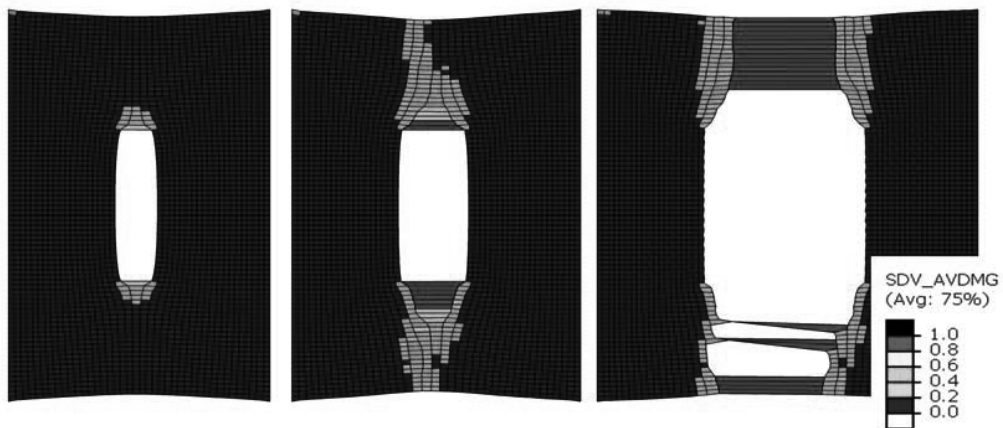


Figura 7. Diagrama de contornos de la variable de daño promedio en las mismas muestras correspondientes a los puntos 'a', 'b' y 'c' de la figura 5. Los elementos con daño mayor que 0.93 no se muestran.

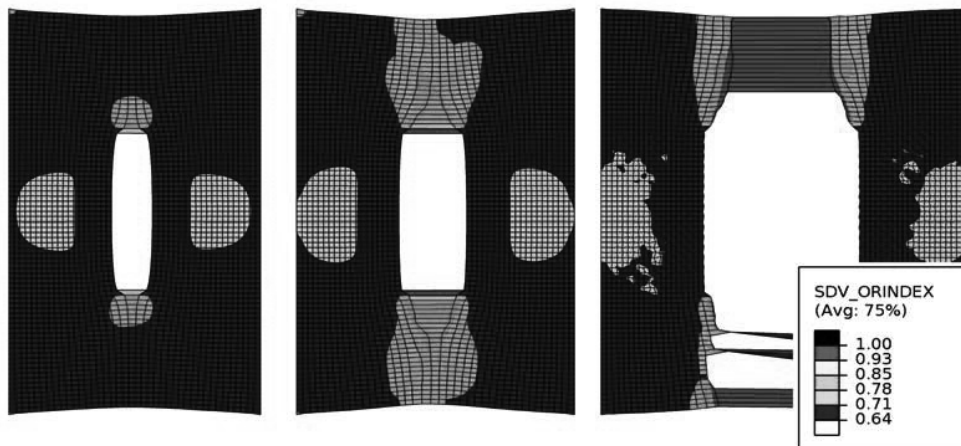


Figura 8. Diagrama de contornos del índice de alineamiento en las mismas muestras correspondientes a los puntos 'a', 'b' y 'c' de la figura 5. El color más claro ($\beta < 0.64$) indica zonas con ligero predominio de orientación transversal al eje de carga.