

SONDAS LUNARES^(*)

Por I. DA RIVA, E. FRAGA y A. LIÑAN
Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial «Esteban Terradas»

Introducción.

Se trata en este artículo de la influencia de los parámetros de lanzamiento en la trayectoria de las sondas lunares.

Los parámetros de lanzamiento más importantes que determinan la trayectoria ulterior son: el lugar e instante de lanzamiento y la velocidad (definida por su magnitud, acimut y ángulo de elevación sobre el horizonte) de inyección en la órbita.

El objeto del presente trabajo es encontrar relaciones sencillas que permitan una estimación, con aproximación razonable, de las condiciones de lanzamiento óptimas para las diferentes misiones lunares.

Para ello, empezaremos por despreciar la atracción que ejerce la Luna sobre la sonda, lo que introducirá errores en la distancia de aproximación a la Luna, referidos a la distancia Tierra-Luna, del orden de la relación de masas Luna-Tierra; errores sin trascendencia para el estudio que nos ocupa. Además, si utilizamos un sistema de referencia con su origen ligado al centro de la Tierra y direcciones fijas de los ejes coordenados (por ejemplo, Polo Norte y dirección del Punto Vernal) a las fuerzas de atracción de la Tierra y el Sol sobre la sonda, hemos de añadir la fuerza de inercia debida al movimiento del sistema de referencia. Esta última fuerza equilibraría exactamente la atracción solar sobre la sonda si ésta se encontrase en el centro de la Tierra, y la equilibrará muy aproximadamente cuando la sonda se mantenga en un entorno de la Tierra de dimensiones pequeñas frente a la distancia Tierra-Sol. Este es el caso de los satélites terrestres y las sondas lunares.

En el sistema de referencia antedicho, la sonda tomará un movimiento plano, cónico, bajo la acción de la aparentemente única fuerza (central) de atracción terrestre.

El plano de la órbita de la sonda está definido por las condiciones iniciales, el centro de atracción y la dirección del blanco en el momento de llegada. Con estas hipótesis se calculan, en principio, una serie de relaciones entre las condiciones iniciales, la posición del blanco y las características de la órbita. A continuación, se estudian las misiones lunares y las ventajas de una órbita de espera entre la inyección y la órbita final, calculándose la corrección que se ha de hacer en los parámetros de lanzamiento debido a un retraso en el instante de lanzamiento.

A) PARÁMETROS DE UNA ÓRBITA.

La órbita de un satélite terrestre puede determinarse en función de los seis parámetros siguientes:

Semi-eje mayor de la órbita	a
Excentricidad de la órbita	e
Inclinación del plano de la órbita respecto al ecuador.	i_{α}
Longitud del nodo ascendente del plano de la órbita.	Ω_{α}
Angulo entre la dirección del nodo ascendente y el perigeo de la órbita	ω_{α}
Tiempo de paso por el perigeo	t_p

Asimismo, el plano de la órbita se puede de-

(*) En este artículo se resume una parte del informe presentado a la COPERS como consecuencia del Contrato INTA-COPERS 7-63 (Ref. 7).

terminar con los siguientes parámetros de lanzamiento:

Ascensión recta del punto de lanzamiento en el instante en que se efectúa	α_L
Latitud del punto de lanzamiento	δ_L
Azimut de lanzamiento (respecto a un sistema de referencia inercial geocéntrico)	A'_L

Las relaciones de tipo geocéntrico que existen entre los parámetros de la órbita y los de lanzamiento son los siguientes:

$$\begin{aligned} \cos i &= \sin A'_L \cos \delta_L; \\ \sin \delta_L &= \cotg A'_L \operatorname{tg} (\alpha_L - \Omega_a); \\ \cos A'_L &= \operatorname{tg} \delta_L \cot (\omega_a - \Delta u_L). \end{aligned}$$

donde Δu_L es el ángulo entre el punto de lanzamiento y el perigeo, existiendo la relación:

$$\Delta u_L = \Phi_1 + \Phi_p + \Phi_2 - \theta_1.$$

En las figuras 1 y 2 pueden verse los parámetros aquí definidos.

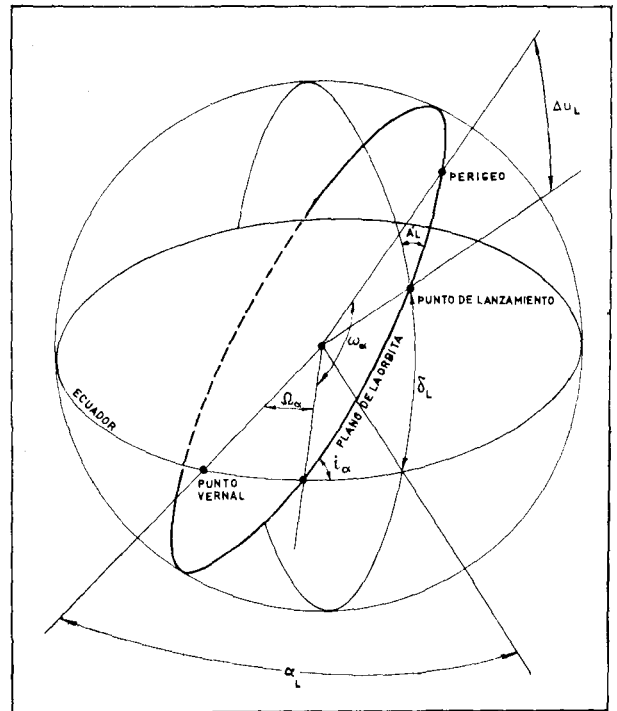


Figura 1.

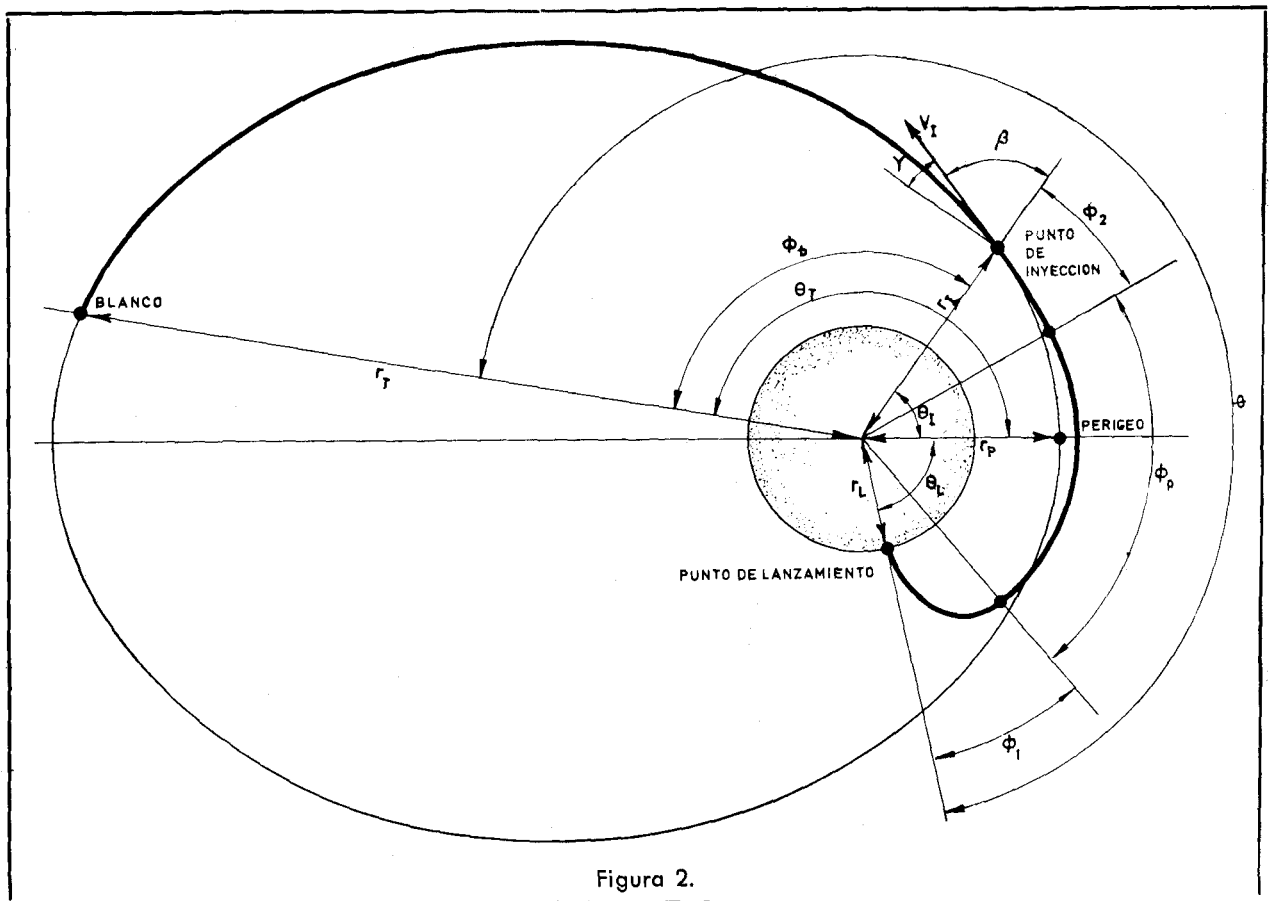


Figura 2.

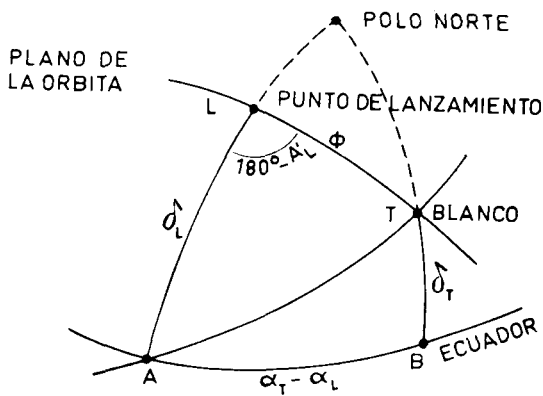


Figura 3.

B) RELACIONES GEOMÉTRICAS ENTRE EL PUNTO DE LANZAMIENTO Y EL BLANCO.

Sean α_T , δ_T , r_T las coordenadas del blanco, y α_L , δ_L las del punto de lanzamiento.

Si llamamos Φ al ángulo entre las direcciones del punto de lanzamiento y el blanco, desde el centro de la Tierra, se pueden deducir de la figura 3 las siguientes relaciones:

$$\cos \Phi = \cos (\alpha_L - \alpha_T) \cos \delta_L \cos \delta_T + \sin \delta_L \sin \delta_T,$$

$$\operatorname{tg} A'_L = \frac{\sin (\alpha_L - \alpha_T) \cos \delta_T}{\cos (\alpha_L - \alpha_T) \sin \delta_L \sin \delta_T - \cos \delta_L \sin \delta_T}.$$

Con estas relaciones y teniendo en cuenta los límites de los acimut de seguridad del punto de lanzamiento, se puede obtener un gráfico que dé δ_T , en función de $\alpha_L - \alpha_T$ para diferentes valores de A'_L y Φ . En las figuras 4 y 5 pueden verse dichos gráficos correspondientes a *Atlantic Missile Range* y *Woomera*, cuyos límites de azimut de seguridad son $44^\circ < A'_L < 110^\circ$ para *Atlantic Missile Range* y $350^\circ < A'_L < 12^\circ$ para *Woomera*; es de observar, que al hacer uso de estas curvas ha de trabajarse, bien solamente con los valores encerrados en círculo, o, por el contrario, con valores sin círculo exterior.

1) ESTUDIO GENERAL DE MISIONES LUNARES.

1. Generalidades sobre misiones lunares.

En el estudio de una misión cabe la consideración de un número limitado de posibles trayectorias. La selección previa de las más realistas lleva

consigno la valoración de un gran número de restricciones relacionadas tanto con las características geométricas del plano que contiene la órbita como con las características dinámicas que gobiernan el movimiento en dicho plano.

Hasta ahora se han estudiado las relaciones existentes entre los parámetros geométricos de salida y llegada, que determinan el plano de la órbita, sin más restricciones que las impuestas por la posición geográfica de las bases de lanzamiento y por las condiciones de seguridad y seguimiento.

El plano de la órbita, definido mediante dos vectores que pasan por el centro de la Tierra; el que señala la dirección del lugar de lanzamiento en el momento de lanzamiento y el correspondiente a la dirección del blanco en el momento de llegada; puede adoptarse un gran número de posiciones dependientes del día señalado para el impacto, la duración del vuelo y la posición de la estación de lanzamiento. Consideraciones técnicas y económicas restringen la gama de posibles posiciones.

La elección del día señalado para el impacto o aproximación, depende del objeto de la misión. Por ejemplo: para retratar la cara invisible de la Luna es necesario lanzar el vehículo en días próximos a la Luna nueva, ya que, en tales días, la cara invisible está iluminada por el Sol. Lógicamente, no discutiremos aquí tal tipo de limitaciones.

La duración del vuelo depende, fundamentalmente, de la energía específica del vehículo en el momento de inyección en la órbita. Para una energía dada, la elección de una u otra órbita no influye sensiblemente en el tiempo de vuelo, como puede verse en la referencia 1, y discutiremos con cierto detalle más adelante.

La elección del instante del día más apropiado para realizar el lanzamiento viene dada por la ascensión recta más conveniente del punto de lanzamiento; dicha ascensión recta varía en 360° cada día.

2. Consideraciones relacionadas con las características geométricas del plano de la órbita.

En general, la inclinación del plano de la órbita respecto al del ecuador debe ser lo más pequeño posible.

La figura 6 representa el plano de la órbita de menor inclinación respecto al ecuador, cuando la latitud de la estación de lanzamiento, δ_L , es mayor, en valor absoluto, que la declinación de la Luna, δ_T . La inclinación i_a del plano de la órbita es igual a δ_L , y el acimut de lanzamiento vale 90° ó 270° . Si no se aprovecha la rotación de la Tierra.

ATLANTIC MISSILE RANGE (CABO KENNEDY)

LATITUD DEL PUNTO DE LANZAMIENTO 28° 30' NORTE
 LONGITUD DEL PUNTO DE LANZAMIENTO 80° 50' OESTE

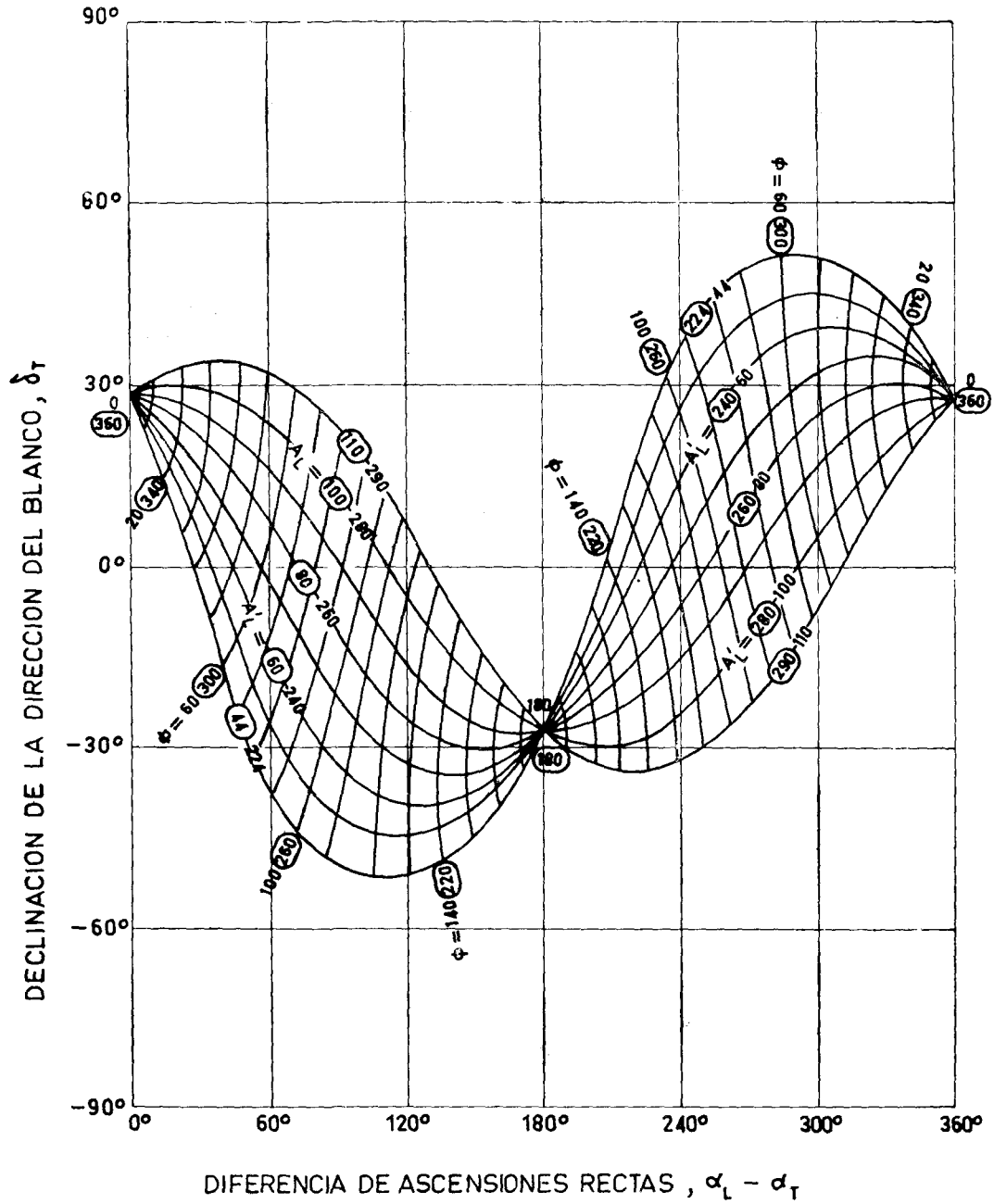


Figura 4.

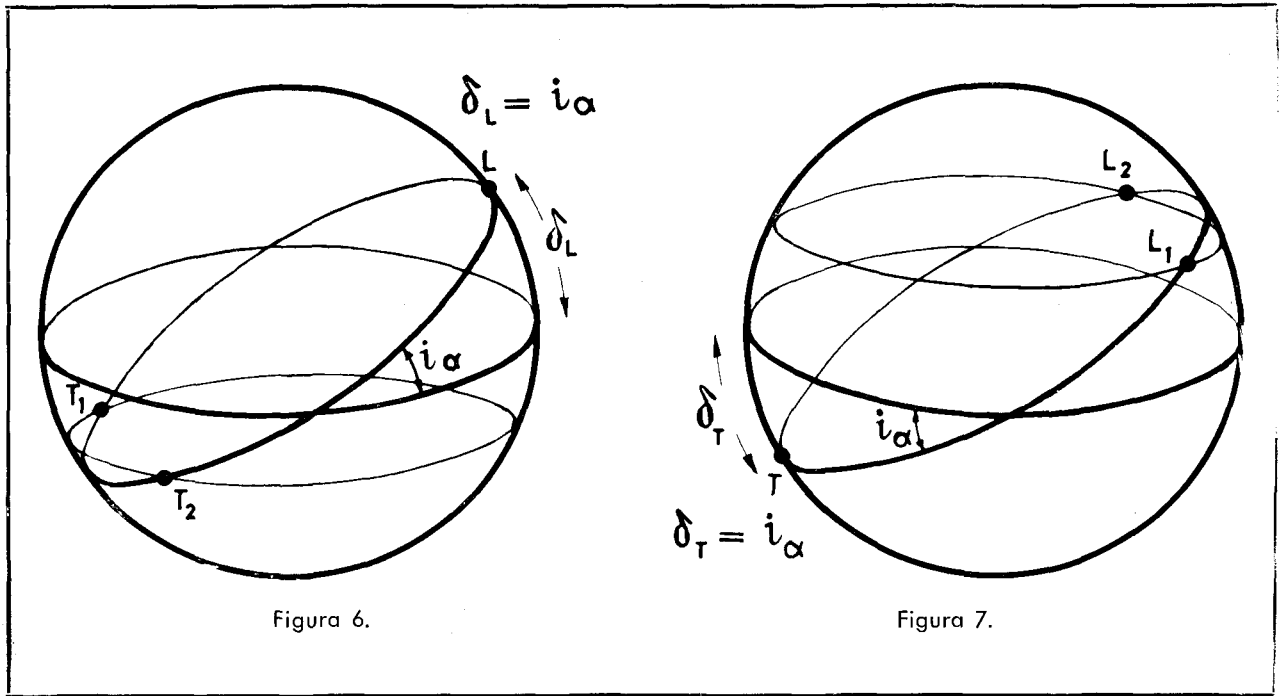


Figura 6.

Figura 7.

La figura 7 representa el plano de mínima inclinación cuando la declinación de la Luna es mayor en valor absoluto que la latitud de lanzamiento. En este caso; $i_a = \delta_T$.

Las ventajas relacionadas con el hecho de que i sea lo menor posible son, entre otras, las siguientes:

a) Es posible obtener un provecho máximo derivado de la rotación de la Tierra (suponiendo que el lanzamiento se realice hacia el Este), Ref. 2.

b) Como en los casos que nos interesa considerar, la latitud de la estación de lanzamiento es superior a la inclinación del plano de la órbita lunar; cuanto menor sea la inclinación del plano de la órbita del satélite con respecto al ecuador, menor será el ángulo formado por los dos planos orbitales con las ventajas consiguientes en la fase de acceso a la Luna, Ref. 3.

c) El lanzamiento con acimut próximo a 90° presenta la ventaja de que la variación de acimut, debida a un pequeño retraso en el tiempo de lanzamiento, es mínima, Ref. 4.

En algunos casos (Woomera y Colomb Bèchar), no es posible, por razones de seguridad, lanzar con acimut de 90° , en cuyo caso la mínima inclinación del plano de la órbita se obtiene para el valor límite de seguridad más próximo a 90° .

Como veremos cuando discutamos la influencia de las características dinámicas en la economía de la misión, en muchos casos, la condición de mínima inclinación del plano de la órbita es incompatible con la utilización económica de la parte ba-

listica de la órbita, ya que ésta utilización económica exige que "el ángulo central balístico" sea próximo a 180° . Ambas condiciones son compatibles si la dirección del lugar de lanzamiento y la de llegada a la Luna son opuestas, lo que no siempre es posible conseguir desde cualquier estación si su declinación es grande. En caso contrario, la máxima economía del vuelo balístico se obtiene para acimut de 0° ó 180° (fig. 8). Sin embargo, debido a que el ángulo entre el plano de la órbita del satélite y el de la Luna es muy grande, las ventajas de este tipo

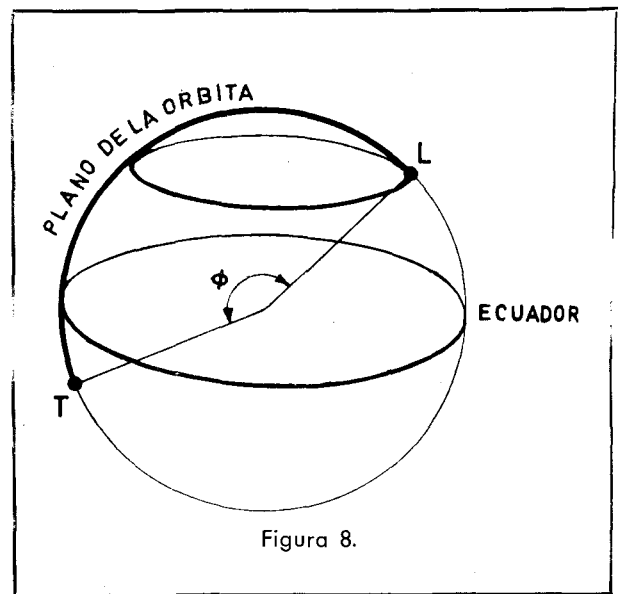


Figura 8.

de lanzamiento no compensan sus inconvenientes cuando se desea realizar algo más que una momentánea aproximación lunar.

3. Consideraciones relacionadas con las características dinámicas durante el vuelo.

Las siguientes reglas, ver Ref. 2, nos guían en la elección de las características dinámicas más apropiadas:

1.º No se debe aplicar empuje en dirección normal a la trayectoria. Es decir, deben evitarse los cambios de dirección.

2.º Si dichos cambios son inevitables, deben hacerse donde la velocidad sea menor. Por ejemplo, en el caso de órbita elíptica, el cambio debe hacerse en el apogeo, no en el perigeo.

3.º Siempre que sea posible, debe aplicarse el empuje tangencial en las partes de la trayectoria en las que la velocidad es mayor. Por ejemplo, para una elipse, se dará el impulso en el perigeo.

4.º El empuje debe utilizarse para aumentar la energía cinética con preferencia a la potencial.

A la vista de estas consideraciones podemos imaginar el esquema de misión lunar formado por las fases siguientes:

A) FASE DE ASCENSIÓN PROPULSADA ENTERA O PARCIALMENTE.

El que el vehículo sea propulsado durante todo este periodo o sólo temporalmente, depende de consideraciones de tipo económico. Se consigue una gran flexibilidad y razonable economía intercalando una fase no propulsada (espera) entre dos propulsadas. La primera fase propulsada se encarga de iniciar la ascensión, y la segunda, de suministrar al vehículo la velocidad apropiada para situarle en órbita.

La discusión general de la fase o fases propulsadas es bastante difícil, porque requiere el conocimiento de las características del vehículo portador. En particular, la curva aceleración-tiempo de cada etapa determina las características de posición y velocidad del vehículo. Sin embargo, es posible, como veremos más adelante, hacer ciertas consideraciones de carácter general.

B) FASE DE VUELO ORBITAL O BALÍSTICO.

Al terminar la fase anterior, el vehículo entra en una órbita que satisface las restricciones geométricas.

Esta fase la supondremos no propulsada, por lo que es más asequible a un estudio energético general, que haremos siguiendo el camino marcado por MICHAELS (Ref. 1).

C) FASE DE APROXIMACIÓN FINAL.

Al llegar a las proximidades del blanco, un impulso (axial si es posible), reduce la velocidad del vehículo respecto al blanco. Dado que esta fase ejerce escasa influencia sobre las dos anteriores, no la tendremos en cuenta en la discusión que sigue.

3.1.1. Fase de ascensión directa o enteramente propulsada.

La finalidad de esta fase es inyectar el vehículo con la energía apropiada en la órbita que tenga las características geométricas requeridas. La cuarta de las consideraciones generales de economía hechas en 3, indica que la parte final de esta fase de ascensión debería hacerse a altura prácticamente constante. Como, por otra parte, es preciso evitar cambios de dirección (consideración 1.º), resulta que la inyección en la órbita debe hacerse tan cerca del perigeo como sea posible.

La condición de inyectar cerca del perigeo para realizar una misión lunar, fijados: el instante del impacto, el tiempo de vuelo balístico (dependiente casi exclusivamente de la energía en el punto de inyección) y la estación de partida, impone a la fase de ascensión directa unas restricciones estrechísimas, agravadas por el hecho de que las limitaciones de seguridad de lanzamiento impiden la utilización de una gama de acimut suficientemente amplia.

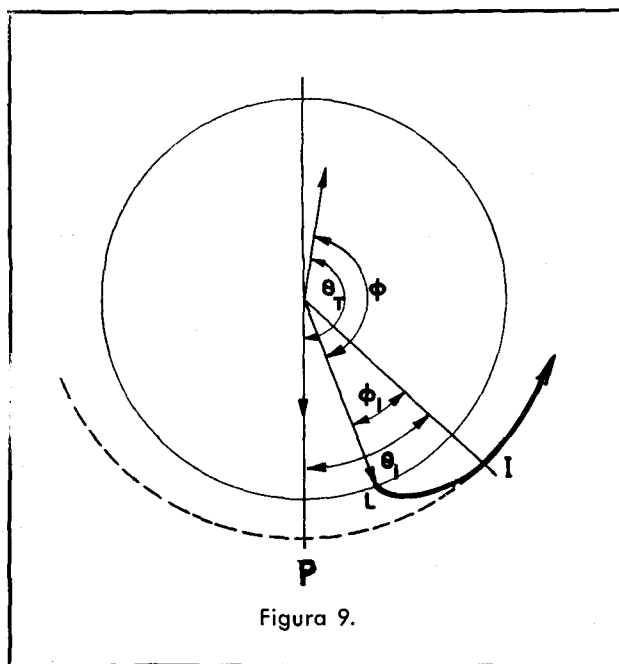


Figura 9.

Estudiemos el caso considerado en la figura 9 en la que se representa el plano de la órbita seleccionado, en principio, para realizar una cierta misión. Elegida la posición del blanco en el momento del impacto y fijado el consumo de energía durante la fase de ascensión, la altura de inyección y la

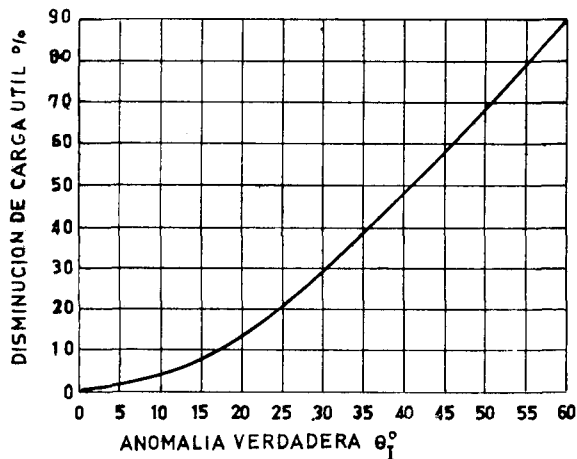


Figura 10.

energía en el punto de inyección; queda determinada la órbita y los ángulos siguientes, medidos respecto a la dirección del perigeo.

- θ_T , anomalía verdadera del punto de llegada.
- Φ_T , arco propulsado.
- θ_I , anomalía verdadera del punto de inyección.
- Φ , ángulo de la misión o arco central balístico.

existiendo entre ellos la relación siguiente:

$$\theta_I = \theta_T - (\Phi - \Phi_I) \approx 2\gamma.$$

La figura 10, sacada de la referencia 4, de la que tomamos las ideas generales de esta discusión, muestra la pérdida de energía durante la fase de ascensión directa medida mediante la disminución de la carga de pago; en función del valor de θ_I .

La razón de la disminución de la carga de pago reside en que, por razones geométricas relacionadas con la misión, es preciso en muchos casos tener anomalías de inyección grandes y la ascensión propulsada es muy ineficaz por ser muy empinada (figura 11).

Es necesario estudiar la posibilidad de mejorar la economía de la fase ascensional para la misión considerada. El examen de la figura 9 indica que la única posibilidad de disminuir θ_I , consiste en aumentar de alguna manera el ángulo Φ , ya que θ_T

está definido por la misión lunar y Φ_I se supone prácticamente invariable.

La figura 4 nos indica de qué manera es posible aumentar Φ variando el acimut de lanzamiento. Si suponemos, como hasta ahora, que δ_T y α_T son fijas para la misión considerada, es posible seleccionar, tomando sobre la recta $\delta_T = \text{constante}$ valores de Φ comprendidos en la ventana de seguridad, el acimut de lanzamiento A'_L y la ascensión recta (o tiempo de lanzamiento) más apropiado.

Si no es posible conseguir variaciones apropiadas de Φ , la misión debe ser abandonada.

En resumen, la ascensión directa propulsada presenta unos inconvenientes de falta de elasticidad que contrarrestan ampliamente sus ventajas relacionadas con los aspectos técnicos de control de actitud y de seguimiento.

3.1.2. Fase de ascensión con órbita de espera.

Una forma más lógica de modificar el valor de Φ , independientemente de las condiciones de lanzamiento, consiste en variar Φ_I , intercalando una fase no propulsada Φ_n entre dos propulsadas Φ_1 y Φ_2 . La figura 12 indica claramente las ventajas de flexibilidad que introduce la órbita de espera.

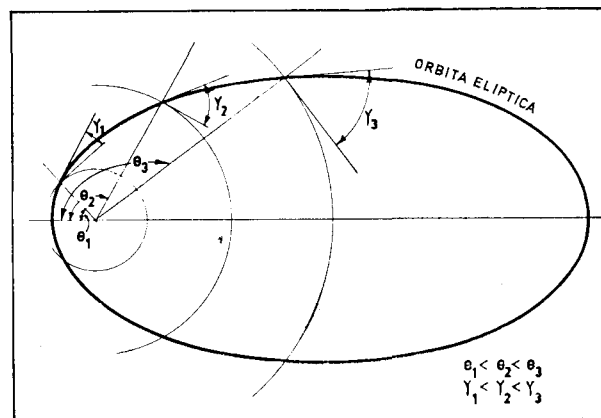


Figura 11.

Las órbitas de espera son, normalmente, circulares por razones de economía relacionadas con el hecho de que el máximo aprovechamiento de la energía se consigue volando horizontalmente y, por otra parte, que la inyección debe hacerse tangencialmente y cuando el vehículo tiene la máxima energía cinética para una energía total dada.

En la figura 12 se comprueba que para lanzamientos posteriores al perigeo, el recorrido Φ_n de espera debe ser próximo a 360° .

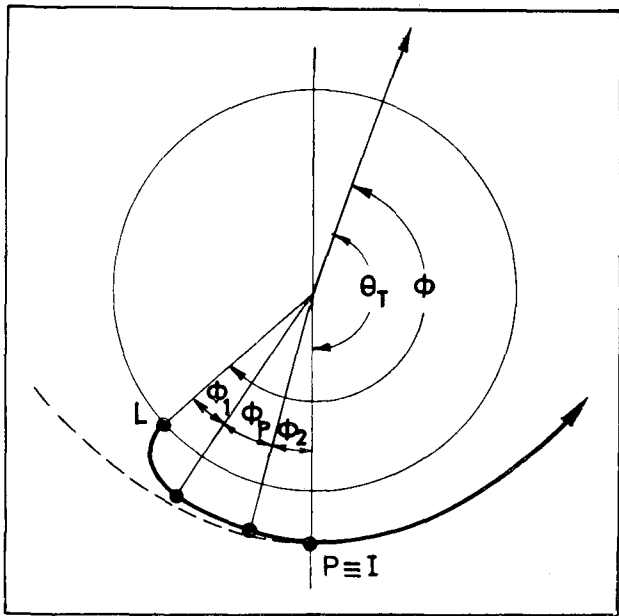


Figura 12.

Las ventajas fundamentales de las órbitas de espera son dos:

a) La flexibilidad en la solución del problema geométrico de inyectar en las proximidades del perigeo, independientemente de cual sea el acimut de lanzamiento.

b) La posibilidad de independizar el tiempo de lanzamiento del de impacto. Esta ventaja será discutida más adelante.

Sus inconvenientes residen, fundamentalmente, en los problemas de seguimiento y telemetría que plantea la inyección en la órbita. Debido a que por consideraciones energéticas, la altura de la órbita de espera debe ser lo menor posible, la región de visibilidad desde las estaciones de seguimiento y telemetría es muy pequeña. Por otra parte, como discutiremos más adelante, un retraso en el lanzamiento modifica la posición (o el tiempo) de inyección con las consiguientes complicaciones para las estaciones de tierra.

3.2 Fase de vuelo balístico.

Al ser esta fase no propulsada, es posible realizar una discusión general de los parámetros más apropiados desde el punto de vista económico.

La energía específica E de un vehículo situado en una órbita elíptica de excentricidad e y altura

del perigeo r_p (medida respecto al centro de la Tierra) vale:

$$\frac{E}{gR} = \left\{ 1 - \frac{r_\theta}{r_p} \right\} + \left\{ \frac{1+e}{2} \frac{r_\theta}{r_p} \right\},$$

en la que r_θ es el radio de la Tierra. El primer sumando del segundo miembro representa la energía potencial, y el segundo, la energía cinética; medidas ambas en el perigeo.

La altura de inyección, que es un factor importante en la economía de la misión, está limitada inferiormente por consideraciones relacionadas con el calentamiento aerodinámico, las fuerzas de tipo aerodinámico sobre el vehículo, el mínimo ángulo de elevación del radar compatible con las precisión en el seguimiento, etc. Un valor apropiado de esta altura, medido respecto a la superficie de la Tierra, parece estar comprendido entre 150 y 200 Km.

La figura 13, Ref. 4, representa la disminución

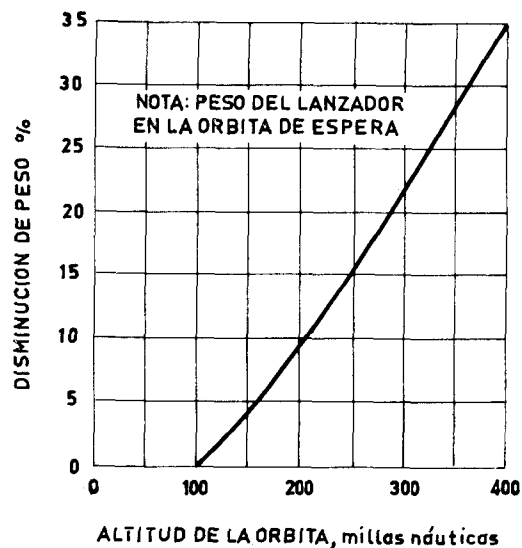
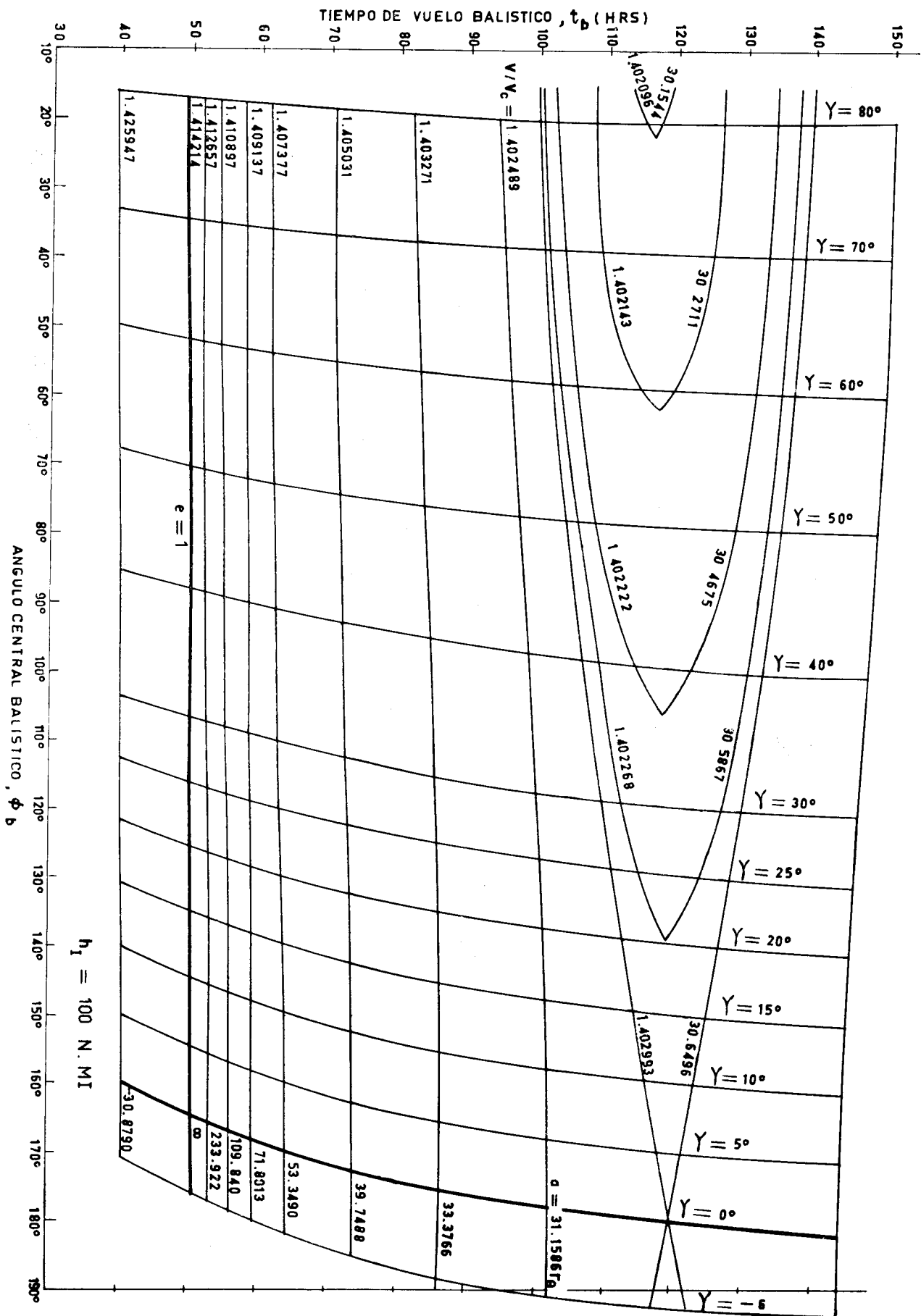


Figura 13.

de carga al aumentar la altura de la órbita de espera que coincide, normalmente, con la altura de inyección.

Obsérvese que para tales valores y excentricidades próximas a la unidad, la energía cinética es unas 30 veces mayor que la energía potencial. Por tanto, este último término no será tenido en cuenta en la discusión que viene a continuación.

La figura 14, sacada de la referencia 1, permite discutir los aspectos económicos de la fase de vuelo balístico.



En dicha figura están representadas, para una altura de inyección determinada, relaciones gráficas entre el tiempo transcurrido entre la inyección y el impacto t_b , el ángulo central balístico Φ_b , la velocidad en el punto de inyección V_I y el ángulo de elevación en la inyección γ .

La influencia de la altura de inyección en el balance energético puede estudiarse, por ejemplo, en la referencia 5.

Elegida la misión y fijada la energía en el punto de inyección o, lo que es lo mismo, la velocidad V_I , es posible calcular el valor de γ si no se utiliza órbita de espera (y, por tanto, se conoce $\Phi_b = \Phi - \Phi_I$) o el valor de Φ_b , apropiado para conseguir que γ tenga un valor fijado de antemano.

La primera ventaja de la órbita de espera, que mencionamos en el apartado anterior, reside precisamente en utilizar la libertad adicional que permite la órbita de espera para elegir Φ_b de forma que $\gamma = 0$, es decir, inyectar en el perigeo. De este modo, la puesta en órbita es más económica.

En esta misma figura se comprueba que, como ya hemos indicado repetidas veces, para una energía dada en el punto de inyección, el tiempo t_b es prácticamente constante y, por tanto, salvo que se use

órbita de espera, el tiempo de lanzamiento está determinado por el instante fijado para el impacto.

Otro tipo de problema que se puede estudiar a la vista de la figura 14 es el siguiente. En el supuesto de que se dispusiera de diferentes vehículos y, por tanto, de diferentes energías en el punto de inyección, ¿compensaría una disminución de energía el aumento del tiempo de vuelo? Para contestar a esta pregunta se ha dibujado la figura 15 en la que se ha representado t_b en función de V^2 para $\gamma = 0$. Se comprueba que existe un ahorro de energía óptimo por encima del cual el aumento de tiempo consiguiente parece excesivo. Téngase en cuenta que la probabilidad de éxito de la misión disminuye al aumentar el tiempo necesario para llevarla a cabo.

D) INFLUENCIA DEL RETRASO EN EL INSTANTE DEL LANZAMIENTO.

1. Generalidades.

El segundo problema que vamos a estudiar es el siguiente: elegida la misión lunar y los valores óptimos de los parámetros para realizarla, ¿qué

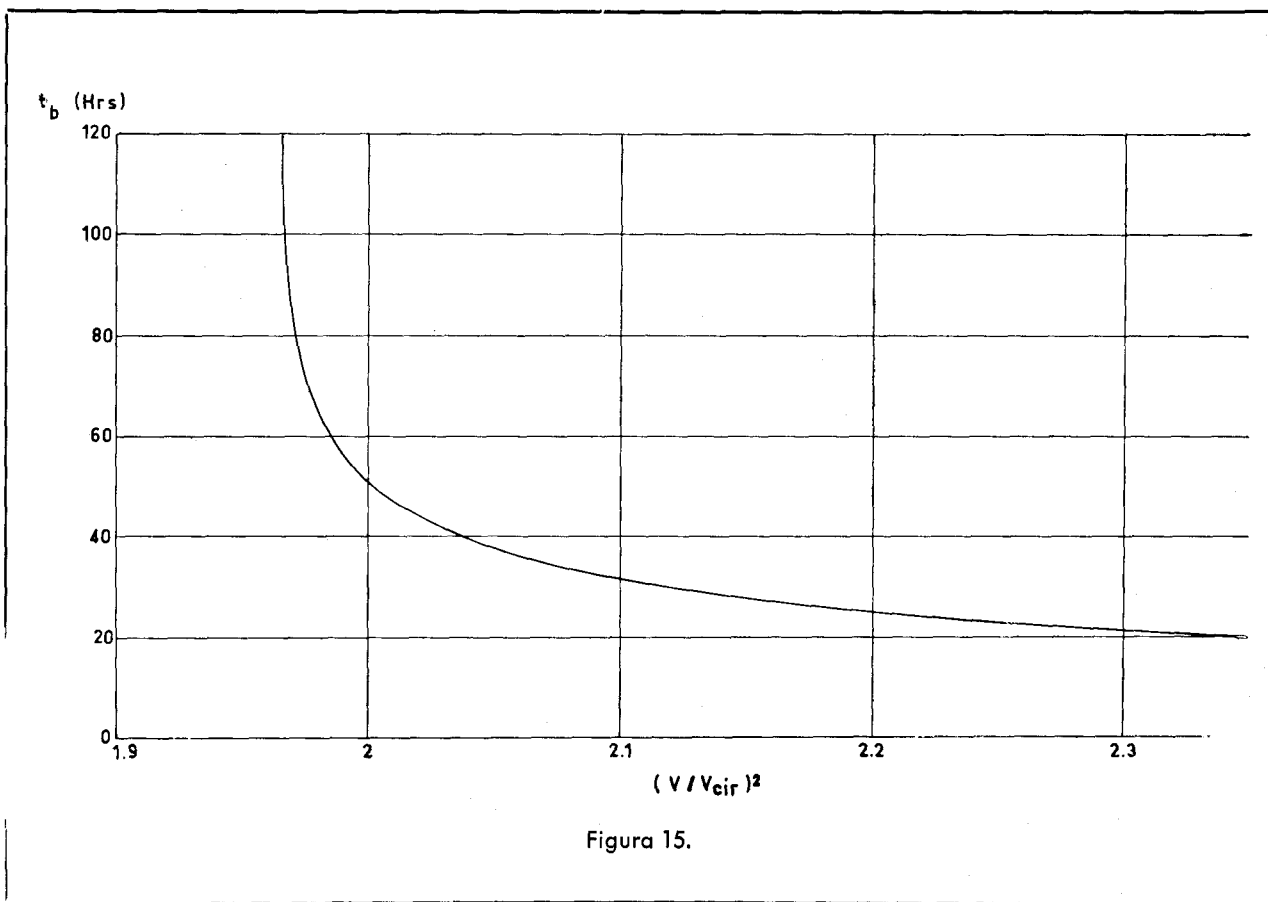


Figura 15.

modificaciones deberán sufrir estos parámetros para que la misión se lleve a cabo a pesar de haber tenido que retrasar el instante de lanzamiento?

Antes de iniciar la discusión general de este problema, es conveniente advertir que en algunos casos un retraso puede convertir el lanzamiento en irrealizable por razones de seguridad.

Consideremos, a título de ejemplo, el caso de Woomera. Si interesa realizar el lanzamiento con un ángulo $i\alpha$ mínimo, es necesario utilizar el acimut, límite de seguridad de $12''$. Como un retraso en el tiempo de lanzamiento representa un aumento de α_L , resulta que (fig. 5), si δ_T es mayor en valor absoluto que $31^\circ 05'$, un ligero retraso puede obligar a lanzar con acimut superior al límite de seguridad. Claro está que si se trata de una misión lunar, este caso no se puede presentar debido a que δ_T no alcanza los $30''$ (Ref. 6), pero a la vista de la misma figura se puede comprobar que la ventana de lanzamiento es tan estrecha que retrasos en el lanzamiento del orden de una hora son inadmisibles por razones de seguridad.

En los párrafos siguientes se estudia con generalidad el problema de calcular las correcciones que es preciso realizar para conseguir el éxito en la misión a pesar de la existencia de un retraso inicial. Dicho estudio se hará independientemente de consideraciones de seguridad. En el análisis final de los resultados deberá considerarse, en cada caso particular, si es posible lanzar en condiciones de seguridad.

Para realizar el estudio se introducirán las siguientes hipótesis simplificativas:

a) El retraso y las correcciones son suficientemente pequeñas como para admitir un tratamiento linealizado del problema.

b) La energía total disponible es invariable.

En el apartado 2 se consideran las modificaciones que deben experimentar los parámetros geométricos A'_L y Φ para un retraso dado. En el apartado 3 se discuten las variaciones que deben experimentar las características dinámicas para variaciones dadas de las geométricas.

2. Variaciones en los parámetros geométricos.

Seleccionada una misión lunar, son conocidos: la ascensión recta α_T y la declinación δ_T de la Luna en el momento del impacto; la ascensión recta α_L de la base de lanzamiento en el momento de lanzamiento, la latitud de la base δ_L , el ángulo Φ lanzamiento-impacto y el acimut de lanzamiento A'_L . De estos seis parámetros, uno es realmente invariable: la latitud de la base δ_L . De los otros cinco,

consideraremos los dos primeros como funciones de los tres restantes, de forma que si éstos experimentan variaciones dadas por las expresiones $\Delta \alpha_L$, $\Delta \Phi$, $\Delta A'_L$, las variaciones correspondientes de α_T y δ_T serán las siguientes:

$$\Delta \alpha_T = \frac{\partial \alpha_T}{\partial \alpha_L} \Delta \alpha_L + \frac{\partial \alpha_T}{\partial \Phi} \Delta \Phi + \frac{\partial \alpha_T}{\partial A'_L} \Delta A'_L;$$

$$\Delta \delta_T = \frac{\partial \delta_T}{\partial \alpha_L} \Delta \alpha_L + \frac{\partial \delta_T}{\partial \Phi} \Delta \Phi + \frac{\partial \delta_T}{\partial A'_L} \Delta A'_L.$$

El éxito de la misión lunar exige que los incrementos $\Delta \alpha$, $\Delta \Phi$ y $\Delta A'_L$ sean tales que:

$$\Delta \alpha_T = \Delta \delta_T = 0,$$

de forma que tenemos las dos ecuaciones:

$$\frac{\partial \alpha_T}{\partial A'_L} \frac{\Delta A'_L}{\Delta \alpha_L} + \frac{\partial \alpha_T}{\partial \Phi} \frac{\Delta \Phi}{\Delta \alpha_L} = - \frac{\partial \alpha_T}{\partial \alpha_L};$$

$$\frac{\partial \delta_T}{\partial A'_L} \frac{\Delta A'_L}{\Delta \alpha_L} + \frac{\partial \delta_T}{\partial \Phi} \frac{\Delta \Phi}{\Delta \alpha_L} = - \frac{\partial \delta_T}{\partial \alpha_L},$$

para determinar la corrección que experimenta Φ y la que es preciso dar a A'_L para conseguir el éxito en la misión a pesar de que α_L haya experimentado una variación $\Delta \alpha_L$.

Las expresiones de las derivadas parciales se resumen a continuación:

$$\frac{\partial \alpha_T}{\partial \alpha_L} = 1 \quad \frac{\partial \delta_T}{\partial \alpha_L} = 0;$$

$$\frac{\partial \alpha_T}{\partial A'_L} = \frac{\text{sen } \delta_T \cos \Phi - \text{sen } \delta_L}{\cos \delta_T}$$

$$\frac{\partial \delta_T}{\partial A'_L} = - \frac{\text{sen } A'_L \cos \delta_L \text{ sen } \Phi}{\cos \delta_T}$$

$$\frac{\partial \alpha_T}{\partial \Phi} = \frac{\text{sen } A'_L \cos \delta_L}{\cos \delta_T}$$

$$\frac{\partial \delta_T}{\partial \Phi} = \frac{\text{sen } \delta_T \cos \Phi - \text{sen } \delta_L}{\cos \delta_T \text{ sen } \Phi},$$

las correcciones de Φ y A'_L valen:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta \alpha_L} = - \text{sen } A'_L \frac{\cos \delta_L}{\cos \delta_T};$$

$$\frac{\Delta A'_L}{\Delta \alpha_L} = \frac{\text{sen } \delta_L}{\cos \delta_T} - \frac{\cos \delta_L}{\cos \delta_T} F(A'_L).$$

Siendo $F(A'_L) = \text{ctg } \Phi \cos A'_L$ función sólo de A'_L , fijados δ_T y δ_L .

En las figuras 16 y 17 están representadas las

WOOMERA

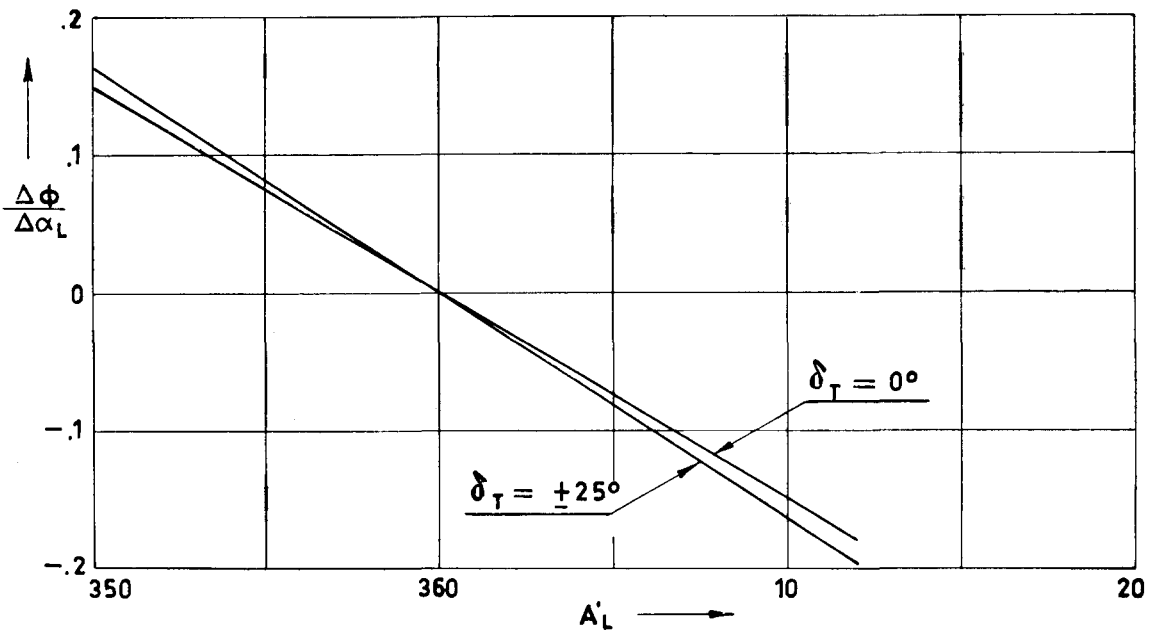


Figura 16.

ATLANTIC MISSILE RANGE (CABO KENNEDY)

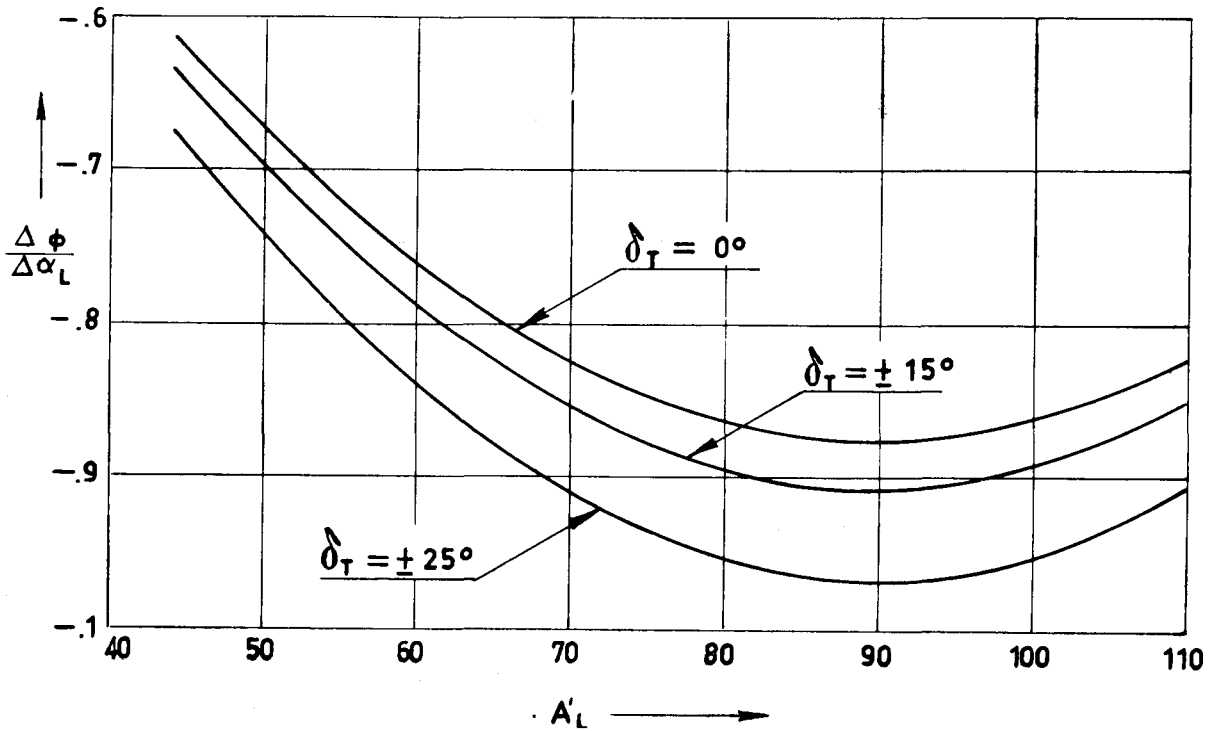
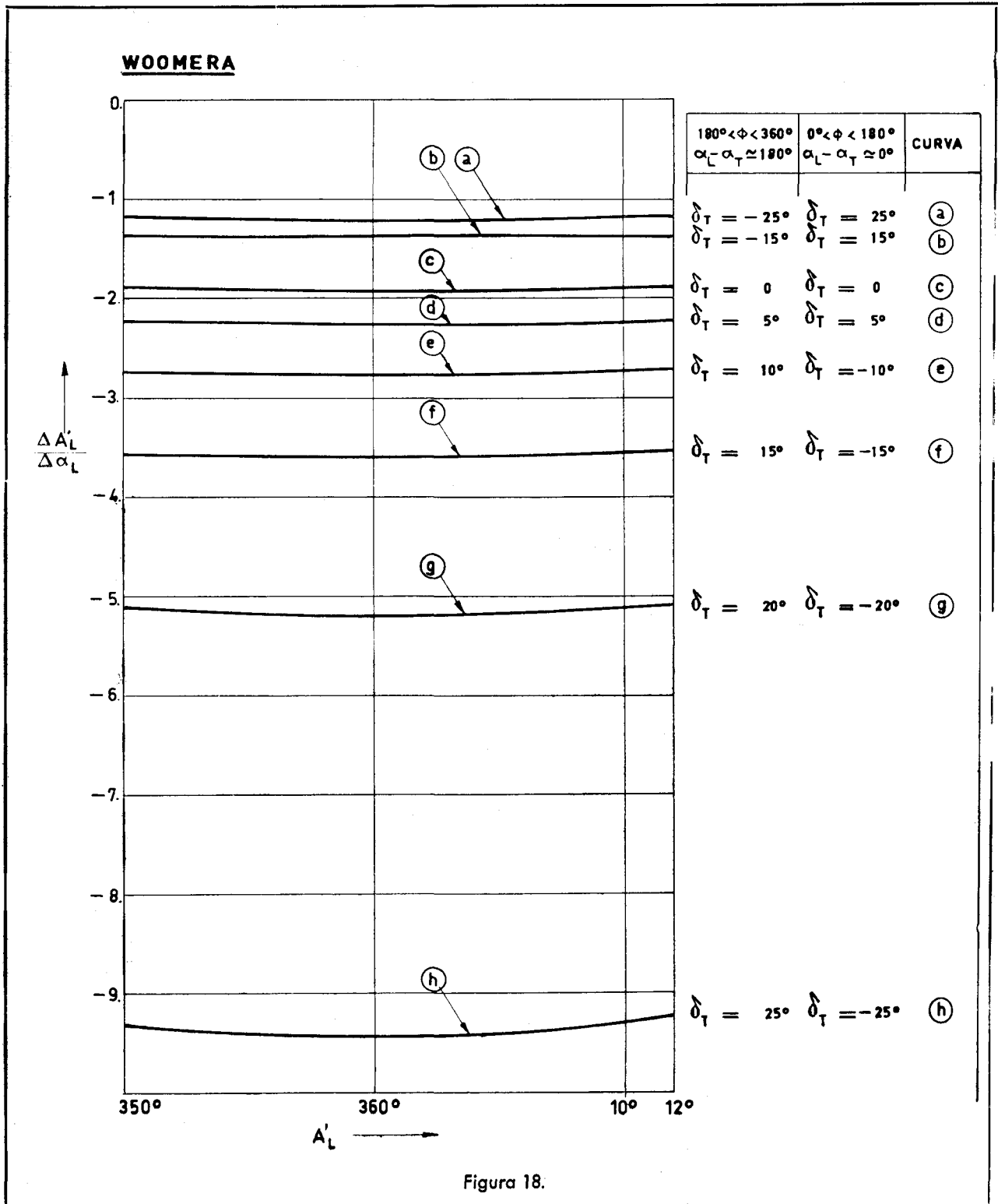


Figura 17.

funciones $\Delta \Phi / \Delta \alpha_L$ en los casos de Woomera y Atlantic Missile Range para valores de A'_L comprendidos entre los límites de seguridad, y diferentes valores de δ_T . Los valores de $\Delta \Phi / \Delta \alpha_L$ son me-

nores en el primer caso que en el segundo, pero en ambos casos son pequeños.

En las figuras 18 y 19 se representan los valores correspondientes de $\Delta A'_L / \Delta \alpha_L$. La corrección



ATLANTIC MISSILE RANGE (CABO KENNEDY)

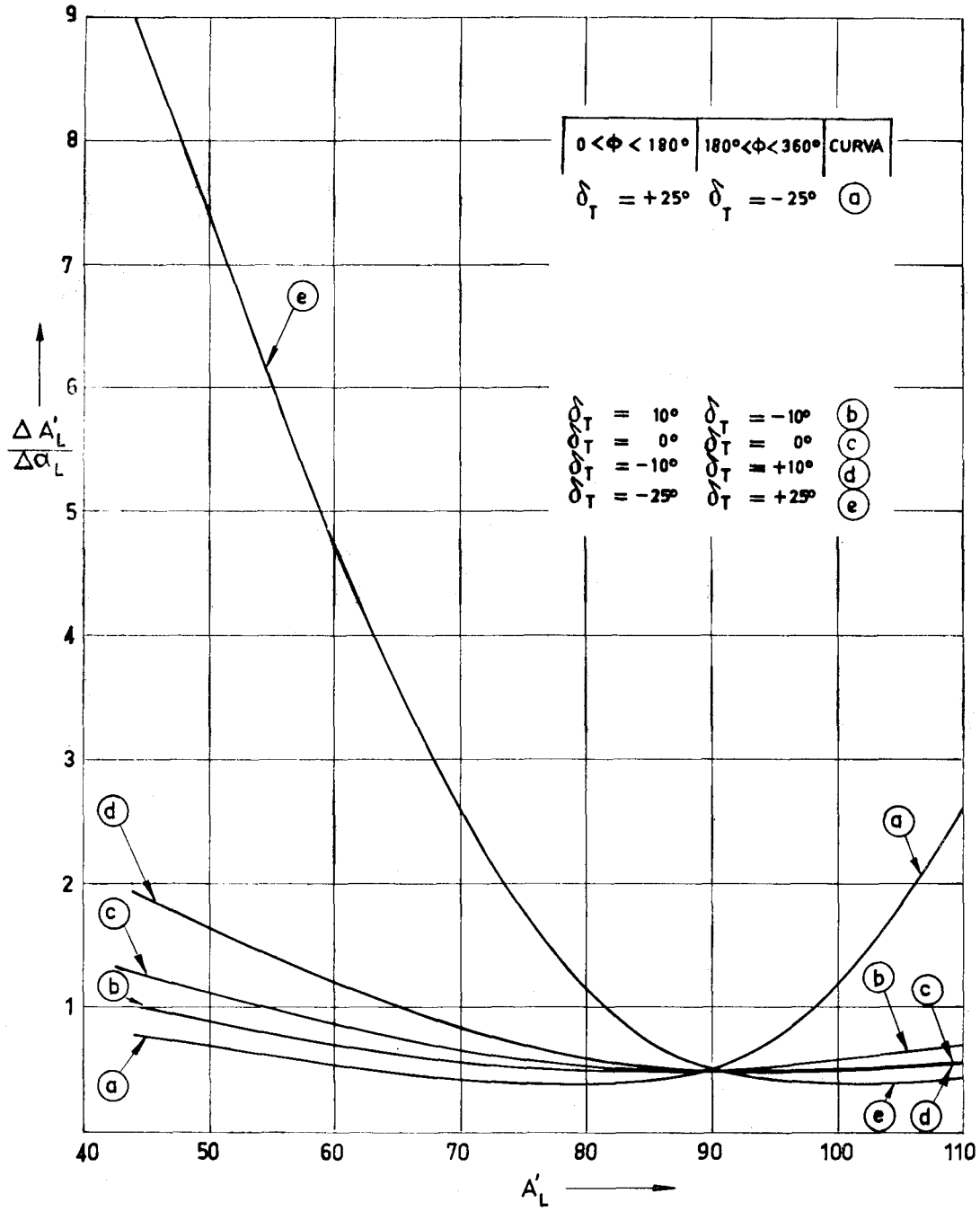


Figura 19.

de acimut es muy importante en el caso de Woomera debido a que es preciso lanzar en dirección aproximadamente Norte (o Sur). Se observa que para lanzamientos hacia el Norte, $\Delta A'_L / \Delta \alpha_L$ aumenta en valor absoluto cuando aumenta δ_T , si la diferencia de ascenso recta, $\alpha_L - \alpha_T$, es de 180° y cuando disminuye δ_T si dicha diferencia es próxima a 0° . Este resultado es aplicable a todas las estaciones de lanzamiento situadas al sur del Ecuador. Para estaciones cuya latitud es positiva se invierten los términos.

En el caso de A. M. R. las variaciones de acimut son, en general, menores, alcanzando su valor mínimo para A'_L próximo a 90° . Este mínimo corresponde a $A'_L = 90^\circ$, únicamente en el caso de que sea $\delta_T = 0^\circ$.

3. Variaciones en los parámetros dinámicos.

Queda, por último, el estudiar qué variaciones deben experimentar la velocidad V_1 , altura de inyección r_1 y el ángulo de elevación en la inyección γ , para proporcionar el incremento necesario de Φ .

Mediante la consideración de las características dinámicas de la órbita, encontramos una relación entre el ángulo central balístico Φ_b y las variables V_1 , r_1 y γ de forma que podemos escribir:

$$\Delta \Phi_b = \frac{\partial \Phi_b}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \Phi_b}{\partial r_1} \Delta r_1 + \frac{\partial \Phi_b}{\partial \gamma} \Delta \gamma.$$

En el caso de que no se utilice órbita de espera se tiene $\Phi_b = \Phi - \Phi_1$, siendo Φ_1 , el arco propulsado, prácticamente invariable.

Podemos poner en este caso particular:

$$\Delta \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial r_1} \Delta r_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \Delta \gamma.$$

Los incrementos de V_1 , r_1 y γ no son independientes, sino que están relacionados por la condición de que el consumo de energía en la fase de ascenso más la energía de inyección sea invariable.

No es posible seguir adelante la discusión sin un conocimiento de las características empuje-tiempo del vehículo portador. Conocidas dichas características se obtiene una relación entre V_1 , r_1 y γ con lo que se puede escribir el incremento de Φ en función de los de dos de las variables.

Si existe órbita de espera es $\Phi_b = \Phi - \Phi_1 - \Phi_p - \Phi_2$, siendo Φ_1 y Φ_2 prácticamente invariable. Podemos escribir:

$$\Delta \Phi = \Delta \Phi_p + \frac{\partial \Phi}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial r_1} \Delta r_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \Delta \gamma.$$

Es teóricamente posible, modificando convenientemente el recorrido de espera, inyectar el vehículo en órbita en las mismas condiciones, V_1 , r_1 y γ , escogidas en principio para la realización de la misión.

Conviene indicar que, aun en el caso de que sea $\Delta \Phi = \Delta \Phi_p$, la posición respecto a tierra del punto de inyección en órbita varía a causa del retraso de lanzamiento por dos razones:

- a) La variación del acimut de lanzamiento A'_L .
- b) El giro de la Tierra en virtud del cual, aunque la posición del punto de inyección permaneciera invariable en el plano de la primitiva órbita, su proyección sobre la esfera terrestre variaría.

De las razones expuestas se deduce que existe la posibilidad de que un retraso en el lanzamiento puede convertir en inservible la estación terrestre destinada a gobernar la inyección en la órbita.

Si la fijación del instante del impacto es muy estricta, lo que no parece ocurrir en el caso de misiones lunares, la órbita de espera es absolutamente necesaria si se quiere hacer frente a la eventualidad de un retraso en el lanzamiento debido a su capacidad de independizar el tiempo de lanzamiento del de impacto.

E) CONCLUSIONES

1. Misión lunar desde Woomera.

a) Elegida una misión lunar es siempre posible sin órbita de espera si las restricciones en cuanto al momento de lanzamiento no son muy estrictas.

De la figura 5 (de la que es válida únicamente la parte no rayada), deducimos que el instante del día más apropiado para el lanzamiento se presenta cuando la diferencia de ascensiones rectas es próxima a 180° , ya que en tales instantes los valores de Φ son del orden de 200° a 240° y los valores de Φ_b varían entre 170° y 210° (suponiendo $\Phi_1 \approx 30^\circ$).

De la figura 14 deducimos que los valores de γ correspondientes son pequeños si δ_T es positivo ($\Phi_b \approx 170^\circ$), pero pueden alcanzar valores de hasta -15° si δ_T es negativo.

b) Debido a las limitaciones de seguridad, el plano de la órbita presenta una inclinación muy grande, tanto con respecto al plano del ecuador como con respecto al de la órbita lunar, lo cual da lugar a un conjunto de inconvenientes, como ya hemos señalado. En particular, es prácticamente intolerable un retraso en el momento de lanzamiento, pues lleva consigo variaciones de acimut mayores que el intervalo de seguridad de lanzamiento.

c) Las ventajas que puede presentar la órbita

de espera son muy escasas si el lanzamiento se realiza para $\alpha_L - \alpha_T \simeq 180^\circ$. Son más acusadas cuando $\delta_T < 0^\circ$ que en caso contrario.

Si se trata de utilizar los instantes en que $\alpha_L - \alpha_T \simeq 0^\circ$ la órbita de espera es una necesidad para inyectar en las proximidades del perigeo

También es imprescindible la órbita de espera cuando, de no usarla, sería necesario lanzar en un momento dado ($\alpha_L - \alpha_T$) fijado de antemano.

2. Misión lunar desde Pacific Missile Range.

La conclusión a) del apartado anterior sigue siendo válida.

b) Al ser la gama de acimut de seguridad mucho más amplia es posible lanzar con $A'_L = 90^\circ$, si existe libertad para la elección de la hora de lanzamiento.

c) La ventaja de la utilización de órbita de espera reside en la posibilidad de lanzar a cualquier hora con $A'_L = 90^\circ$ sin que sea inconveniente el hecho de que el ángulo Φ sea pequeño, pues mediante la espera se consigue que el ángulo de elevación en la inyección sea tan pequeño como se quiera.

REFERENCIAS

1. MICHAELS, J. E.: "Design Analysis of Earth-Lunar Trajectories: Launch and Transfer Characteristics". *A. I. A. A. Journal*, vol I, núm. 6, june 1963, pp. 1342-1350.
2. BOSSART, K. J.: "Departure and Return in Interplanetary Flight". *Aerospace Eng.*, vol. XVII, núm. 10, oct. 1958, pp. 44-52.
3. TOLSON, R. H.: "Effects of some Typical Constraints on Lunar Trajectories". NASA TN D-938 Aug. 1961.
4. CLARKE, V. C.: "Design of Lunar and Interplanetary Ascent Trajectories". *A. I. A. A. Journal*, vol. I, núm. 7, july 1963, pp. 1559-1567.
5. KOELLE, H. H. y TOMAE, H. F.: "Mission Velocity Requirements and Vehicle Characteristics". *Handbook of Astronautical Engineering*, pp. 25-14 a 25-35. Koelle ed. Mc Graw-Hill Book Company, 1961.
6. WOOLSTON, D. S.: "Declination, Radial Distance, and Phases of the Moon for the Years 1961 a 1971 to Use in Trajectory Considerations". NASA TN D-911, aug 1961.
7. DA RIVA, I.; FRAGA, E., y LIÑÁN, A.: "Launching Parameters of Space, Lunar, Cometary, or Planetary Probes". INTA, Madrid, apr. 1964.