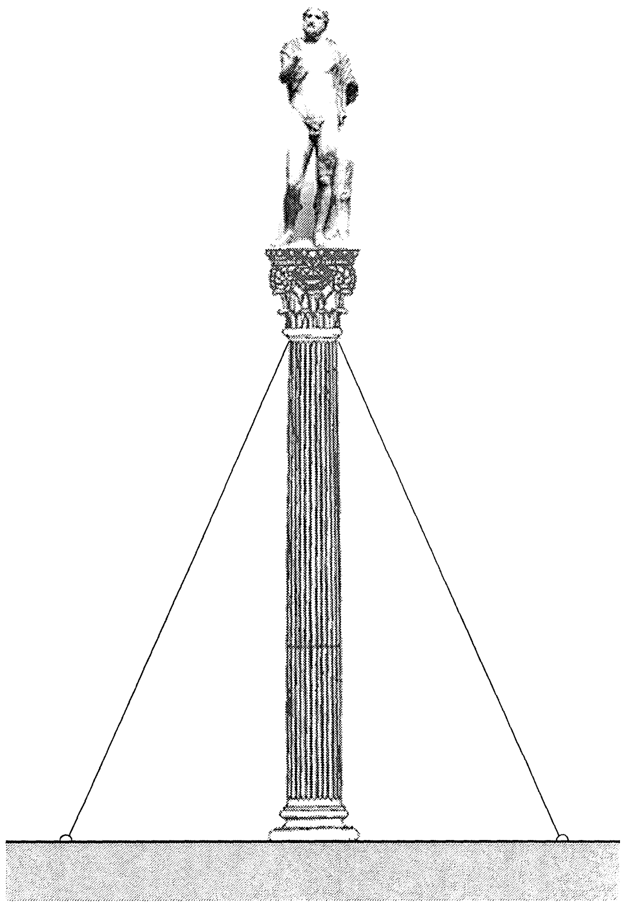
ARRIOSTRAMIENTO

por

RICARDO AROCA HERNÁNDEZ-ROS



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

1-16-10

CUADERNO

91.01

CATÁLOGO Y PEDIDOS EN

cuadernos.ijh@gmail.com
info@mairea-libros.com

ISBN 978-84-95365-66-8

9 788495 365668 >

ARRIOSTRAMIENTO

por

Ricardo Aroca Hernández-Ros

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

1-16-10

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA

0 VARIOS
1 ESTRUCTURAS
2 CONSTRUCCIÓN
3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4 TEORÍA
5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
6 PROYECTOS
7 URBANISMO
8 RESTAURACIÓN

NUEVA NUMERACIÓN

1 Área
16 Autor
10 Ordinal de cuaderno (del autor)

Arriostramiento

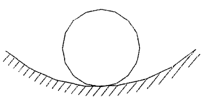
Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
Edición a cargo de: Daniel Álvarez Morcillo
Composición y maquetación: Daniel Álvarez Morcillo.
CUADERNO 91.01 / 1-16-10
ISBN-10: 84-95365-66-9
ISBN-13: 978-84-95365-66-8
Depósito Legal: M-49889-2000

INESTABILIDAD- ARRIOSTRAMIENTO

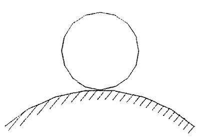
Los objetos reales son imperfectos, las acciones son variables. En este contexto no basta que un objeto y sus partes estén en equilibrio teórico**, es preciso que el equilibrio sea estable** para que una estructura pueda considerarse segura.

La noción de **estabilidad** implica la consideración de un entorno del modelo teórico, tanto el geométrico como el de acciones asociado al equilibrio. Un ejemplo sencillo basta para aclarar el concepto.

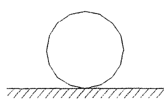
Las tres figuras de la izquierda corresponden al corte de un cilindro en equilibrio sobre una superficie cilíndrica de mayor radio.



A



B



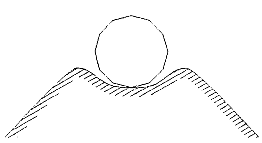
C

La figura A corresponde a un caso **de equilibrio estable**, el cilindro se encuentra en la posición de mínima energía potencial, cualquier desplazamiento genera fuerzas que tienden a restituir la posición inicial.

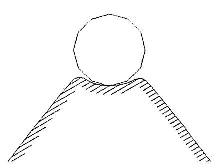
La figura B ejemplifica **el equilibrio inestable**, el más mínimo desplazamiento destruye el equilibrio de forma irremediable.

La figura C corresponde a una situación de **equilibrio indiferente**, un desplazamiento del cilindro no provoca ni fuerzas que tienden a devolverlo a la posición primitiva ni que amplifiquen el movimiento.

No suelen existir mínimos absolutos de energía potencial, por lo que en las estructuras reales se intenta conseguir una situación de estabilidad suficiente, algo parecido a:

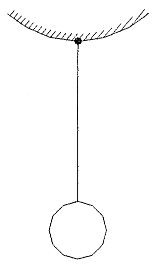


estabilidad suficiente

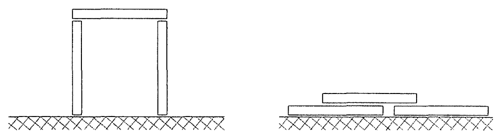


estabilidad insuficiente

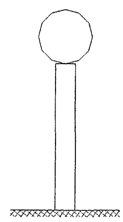
Existen, no obstante, configuraciones estructurales extremadamente estables, como un péndulo, que tiende a recuperar su posición para cualquier movimiento, aunque puede tardar bastante tiempo si el sistema está poco amortiguado, las estructuras de edificación no suelen estar en este caso;



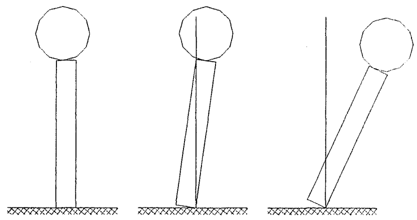
las ruinas de un edificio sobre el suelo tienen casi siempre una energía potencial considerablemente menor que la construcción de pie, por lo que es prudente suponer que todos los edificios son potencialmente inestables y debe siempre comprobarse que el diseño de la estructura los hace razonablemente estables.



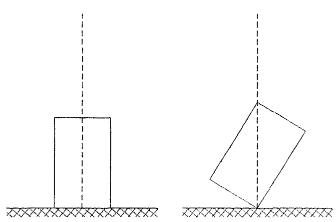
El negativo del péndulo (un peso sobre una columna) es un ejemplo de la inestabilidad inherente a las construcciones: Para un pequeño desplazamiento horizontal, se produce un ligero aumento de energía potencial (pero inmediatamente hay una disminución rápida) que favorece la caída.



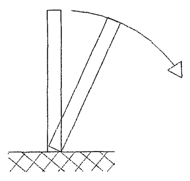
Sólo en el caso de columnas muy poco esbeltas el intervalo de posibles movimientos es suficiente como para confiar en su estabilidad.



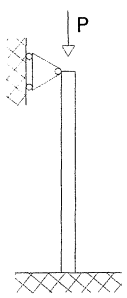
(Podría añadirse que en el caso de que la estructura posea un procesador de equilibrio dinámico y un sistema que permita leves correcciones de posición, puede lograrse el equilibrio. Un ciclista mantiene el equilibrio mientras que la bicicleta sola se cae. El equilibrio dinámico es más fácil de mantener que el estático, mientras que prácticamente cualquiera es capaz de mantenerse en equilibrio sobre una bicicleta en movimiento, hace falta una extraordinaria habilidad para conseguirlo con la bicicleta parada, aunque puede hacerse)



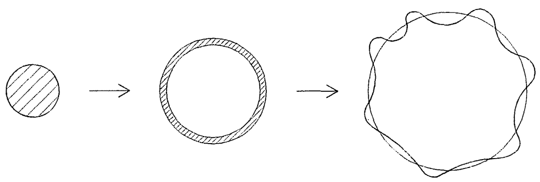
La inestabilidad se manifiesta de varias maneras y debe por tanto ser considerada en todas las fases el diseño de una estructura:



Una columna tiende a caer, aun con un sencillo modelo de sólido indeformable, pero si conseguimos evitarlo, tenderá a doblarse bajo la acción de una carga ya que así almacena menos energía que acortándose, llamamos a este fenómeno **PANDEO**.



Una manera de combatir el pandeo, es utilizar secciones huecas, más rígidas que las macizas de la misma área, si llevamos el diseño más lejos de lo razonable, vuelve a aparecer la inestabilidad, esta muy local, en forma de **abolladura**.



(Para producir un buen ejemplo de abolladura, basta comprimir una lata de aluminio, de cerveza o *coca-cola*)

En la estabilidad de elementos estructurales entra en juego la rigidez del propio elemento que debe ser suficientemente rígido como para generar fuerzas mayores que las que tienden a acentuar la imperfección geométrica.

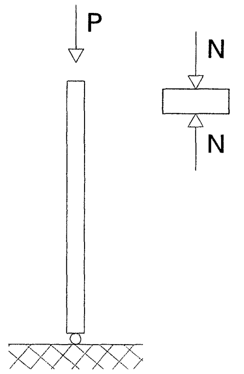
ARRIOSTRAMIENTO

Cuando un modelo de sólido indeformable no es estable, para convertirlo en una estructura **estable** se puede recurrir a elementos específicos llamados ARRIOSTRAMIENTOS, que ante cambios de la configuración teórica de la estructura generan fuerzas que tienden a restituirla.

Una estructura está adecuadamente arriostrada cuando cualquier cambio arbitrario de su configuración implica la deformación de elementos que generan fuerzas suficientes como para restituir la configuración original.

Al existir elementos que no tienen otra finalidad que lograr la estabilidad, la naturaleza del problema aparece de forma más nítida que en el caso del pandeo o la abolladura.

LA ESTABILIDAD DE ESTRUCTURAS TEÓRICAS ARRIOSTRADAS: CARGA CRÍTICA



En lo que sigue se analiza el ejemplo más sencillo posible:

La estabilidad de una columna indeformable, articulada en su base y sometida a una carga vertical P.

Si la columna fuera perfecta y la carga estuviera perfectamente centrada, el sistema estaría en equilibrio y en cualquier rebanada de la columna habría una solicitación de compresión

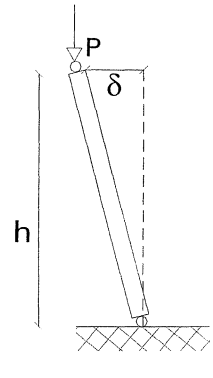
$$N=-P$$

Aunque la solución teórica del problema existe.

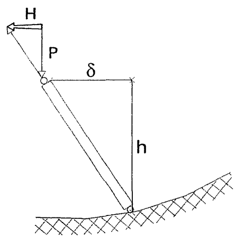
La intuición dice que el equilibrio es "imposible", la expresión correcta es **"INESTABLE"**, ya que la menor imperfección de la columna, la carga o el apoyo resultaría catastrófica.

Para analizar la situación, es sin embargo preciso recurrir al **análisis de segundo orden**, en el que la posición de las acciones se modifica al modificarse la geometría del modelo.

(Para el entendimiento de la mayor parte de los problemas estructurales, basta el **análisis de primer orden** ya que el cambio de posición de las acciones al deformarse la estructura suele ser irrelevante —las deformaciones de la estructura son menores que las tolerancias de ejecución —, pero un análisis de primer orden no puede detectar los problemas de estabilidad.)



Si la columna se inclina de forma que el punto de aplicación de la carga P se desplaza una magnitud arbitraria horizontal δ; como la respuesta de la columna sólo puede tener la dirección de su eje al estar articulada en ambos extremos, aparece una fuerza horizontal H que tiende a aumentar la inclinación:

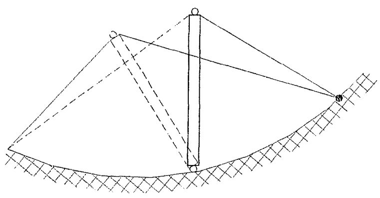


por semejanza de triángulos:

$$\frac{H}{P} = \frac{\delta}{h} \qquad H = P \cdot \frac{\delta}{h}$$

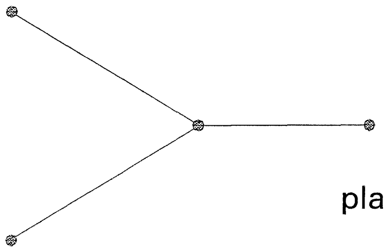
Para arriostrar la columna basta colocar 3 cables

cualquier movimiento horizontal de la cabeza de la columna, estirará al menos uno de los cables (y generalmente dos)



Tomando el caso de un movimiento δ que "hace trabajar" a uno de los cables cuyas características son:

inclinación α
longitud L
sección A
módulo de elasticidad del material E



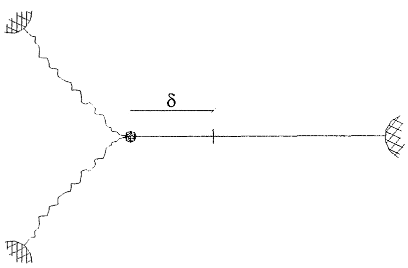
planta

el movimiento δ provocará:

un alargamiento del cable $\Delta = \delta \cdot \cos\alpha$

que a su vez se traduce en una deformación unitaria

$$\varepsilon = \frac{\delta \cdot \cos\alpha}{L}$$



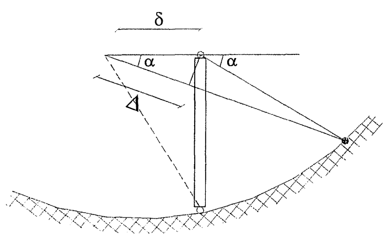
a la que corresponde una tensión $\sigma = \varepsilon \cdot E = \frac{E}{L} \cdot \delta \cdot co\alpha$

y una solicitación

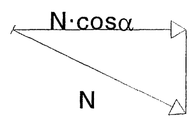
$$N = \sigma \cdot A = \frac{E \cdot A}{L} \cdot \delta \cdot \cos\alpha$$

la solicitación, tiene la inclinación α su componente horizontal es:

$$N \cdot \cos\alpha = \frac{E \cdot A}{L} \cdot \delta \cdot \cos^2\alpha$$

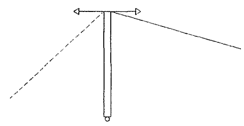


que tiende a restablecer la verticalidad de la columna.

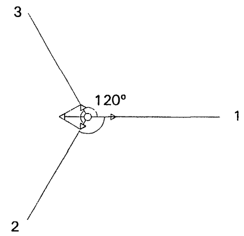


Caben tres posibilidades:

- Si $N \cdot \cos\alpha < H$ la columna se caerá (es inestable)
- Si $N \cdot \cos\alpha > H$ la columna volverá a la verticalidad (es estable)
- La tercera posibilidad $N \cdot \cos\alpha = H$, marca el límite entre las dos anteriores posibilidades (corresponde de hecho al **equilibrio indiferente**) la columna permanecerá inclinada



$$N \cdot \cos\alpha = \frac{E \cdot A}{L} \cdot \delta \cdot \cos^2\alpha = P \cdot \frac{\delta}{h} = H$$

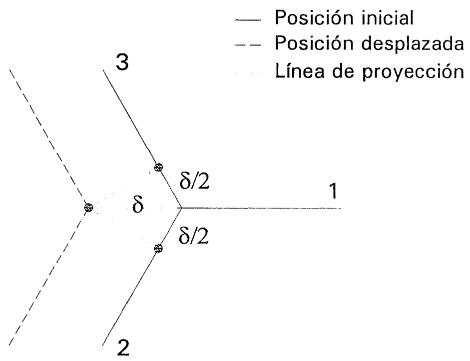


Si se invierten los términos del problema:

Para un arriostramiento dado, existe un valor P_k de la carga P, llamado carga crítica que es el mayor valor de la carga que no provoca una situación de inestabilidad.

El valor de la perturbación arbitraria δ es indiferente:

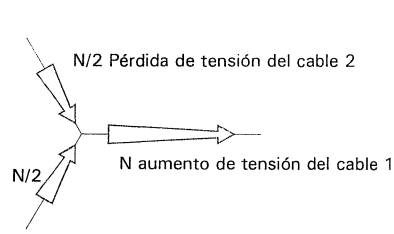
$$\boxed{P_k = \frac{E \cdot A}{L} \cdot h \cdot \cos^2\alpha}$$



–ARRIOSTRAMIENTO MEDIANTE CABLES TENSADOS

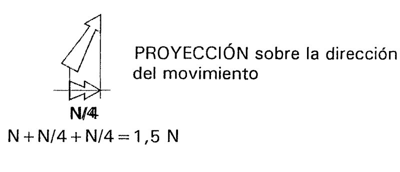
Suponiendo los tres cables de la misma sección, longitud e inclinación situados en planta a 120°; si están originariamente tensados, constituyen un sistema en equilibrio:

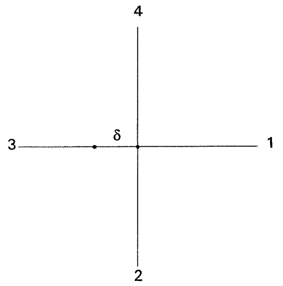
El desplazamiento δ que alarga el cable 1 acorta en menor medida los cables 2 y 3, reduciendo su tensión

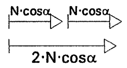


Supuesto que los cables estuvieran suficientemente tensos, la reducción de tensión en cada uno de los cables 2 y 3 sería la mitad de la del aumento de tensión del cable 1 y aun la proyección de la fuerza generada en la dirección del cabe 1, sería la mitad de esta solicitación (ver figura) y el efecto combinado de los tres cables multiplicaría por 1,5 la fuerza horizontal generada, multiplicando por este factor la carga crítica que sería:

$$\boxed{P_k = 1{,}5 \cdot \frac{E \cdot A}{L} \cdot h \cdot \cos^2\alpha}$$







si el arriostramiento consiste en cuatro cables tensados

la pérdida de tensión del cable 3 es igual que el aumento del 2, siendo su efecto combinado una fuerza horizontal $2 \cdot N \cdot \cos\alpha$

lo que conduce a una carga crítica

$$\boxed{P_k = 2 \cdot \frac{E \cdot A}{L} \cdot h \cdot \cos^2 \alpha}$$

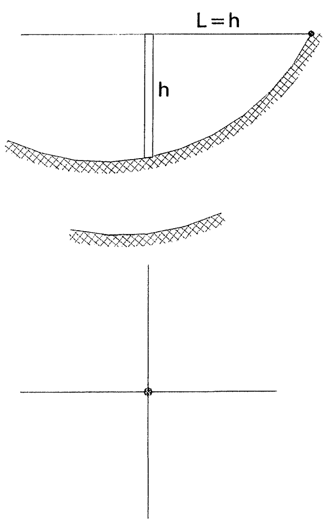
ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE EL ARRIOSTRAMIENTO

- Puede observarse en la fórmula de la carga crítica, que no aparecen tensiones, sino el módulo de elasticidad E del cable, y de forma más precisa el valor $\frac{E \cdot A}{L}$ de su rigidez axial.

  De hecho **en una estructura perfecta si el arriostramiento es suficiente no trabaja y si no lo es, se cae**, no hay término medio.

  En efecto:

  Si el cable es suficientemente rígido, el movimiento no llega ni a iniciarse por lo que no hay tensiones en el cable, y si no lo es, el cable no genera una respuesta suficiente como para restablecer el equilibrio y la estructura se arruina.



- **Los arriostramientos consumen muy poco material:**

Suponiendo l = h y $\alpha = 0$ y que el material de los cables y la columna es el mismo:

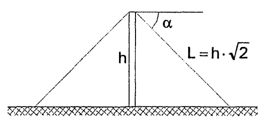
$$P_k = \frac{E \cdot A}{L} \cdot h \cdot l^2 = E \cdot A$$

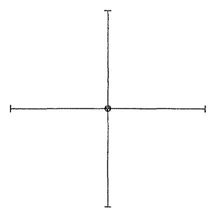
el área estricta necesaria de la columna $\overline{A}$, si f es la tensión de comparación del material, será:

$$\overline{A} = \frac{P_k}{f} = \frac{E \cdot A}{f}$$

La relación de áreas será: $\frac{A}{\overline{A}} = \frac{f}{E} \cong 10^{-3}$

Es decir, la sección del arriostramiento es alrededor de 1/1000 de la de la columna, como hay cuatro cables, en el supuesto geométrico estudiado de l = h el material consumido en el arriostramiento será 4/1000 del material de la columna, y la mitad de este valor si los cables están tensados. Naturalmente, una mayor longitud de los cables incrementa su volumen e igual sucede con la inclinación, por ejemplo:





con cables sin tensar y $\alpha = 45°$

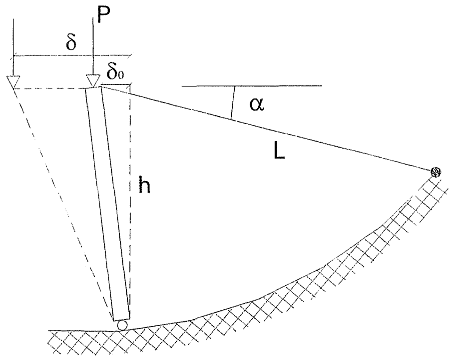
$P_k = \frac{E \cdot A}{h \cdot \sqrt{2}} \cdot h \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot E \cdot A$ lo que multiplica por $2\sqrt{2}$ la sección de cables necesaria en el caso anterior y considerando que los cables son a su vez $\sqrt{2}$ veces más largos, de ello resulta $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4$ veces más material, es decir $\frac{4 \cdot 4}{1000} = 1{,}6\ \%$ del volumen de la columna, que se reduce el 0,8% si los cables están tensados.

En cualquier caso y aun teniendo en cuenta los sobredimensionados que luego se justificarán, la repercusión del arriostramiento en volumen de material es mínima, su coste se deriva mucho más de la mayor complejidad de la estructura que del volumen de material empleado.

ESTRUCTURAS REALES. AMPLIACIÓN DE IMPERFECCIONES

Una estructura real es tan imperfecta como se permita al que la ejecuta y tal vez algo más, o expresado a la inversa:

La perfección de una estructura real está limitada por los medios de control de que se disponga, es decir la capacidad de medir la imperfección y de obligar a que sea corregida. En todo caso es inevitable una imperfección inicial (bien sea un error detectado si la estructura existe, bien la tolerancia de ejecución que se especifique en el proyecto).



Asumir la inevitable imperfección coloca el problema en otro plano, ya no hay que inventar una alteración geométrica teórica δ puesto que existe una real δ_0 (o en su caso un límite admisible que para el caso es lo mismo)

La carga P provoca una ampliación de la imperfección δ_0 que crece hasta un valor $\delta = \beta \cdot \delta_0$, **siendo β el factor de ampliación de la imperfección;** ahora la fuerza H que tiende a amplificar la imperfección depende de δ mientras que el alargamiento del cable es solamente $(\delta - \delta_0) \cdot \cos\alpha$

La situación de equilibrio, se producirá cuando:

$$P \cdot \frac{\beta \cdot \delta_0}{h} = \frac{E \cdot A}{L} \cdot (\beta - 1) \cdot \delta_0 \cdot \cos^2\alpha$$

$$P \cdot \beta = \overbrace{\frac{E \cdot A}{L} \cdot \cos^2\alpha}^{P_k} \cdot (\beta - 1)$$

$$P \cdot \beta = P_k \cdot \beta - P_k$$

$$\beta \cdot (P_k - P) = P_k \qquad\qquad \beta = \frac{\mathbf{P_k}}{\mathbf{P_k - P}}$$

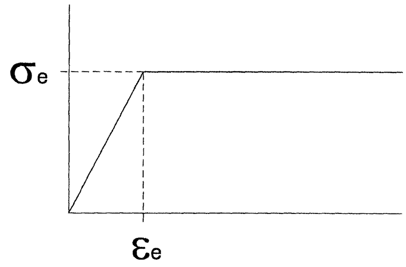
es decir la ampliación de imperfección de una estructura real depende de la relación entre la carga real y la "carga crítica" P_k del modelo ideal.

$$\boxed{\delta = \delta_0 \cdot \frac{P_k}{P_k - P}}$$

De la estructura de la fórmula se deduce que P_k es una carga inalcanzable en una estructura real y que para valores de P mayores de la mitad de la carga crítica P_k, las imperfecciones se multiplican por un factor mayor de 2.

CARGA ÚLTIMA- CARGA DE SERVICIO

En una estructura real hay una imperfección ampliada real δ y por tanto la inestabilidad genera tensiones reales. El cable de arriostramiento se rompe cuando su tensión σ llega al límite elástico del material σ_e. **Llamamos carga última P_u a la menor carga que provoca la rotura del arriostramiento.**



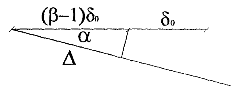
la carga última se produce para una deformación unitaria del cable de valor ε_e

el alargamiento del cable es

$$\Delta = (\beta - 1)\cdot \delta_0 \cdot \cos\alpha$$

$$\beta - 1 = \frac{P_k}{P_k - P} - 1 = \frac{P_k - P_k + P}{P_k - P} = \frac{P}{P_k - P}$$

Para P=P_u



$$\varepsilon_e = \frac{\Delta}{L} = \frac{P_u}{P_k - P_u}\cdot \delta_0 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{1}{L}$$

$$P_k \cdot L \cdot \varepsilon_e - P_u \cdot L \cdot \varepsilon_e = P_u \cdot \delta_0 \cdot \cos\alpha$$

$$\boxed{P_u = P_k \cdot \frac{L \cdot \varepsilon_e}{L \cdot \varepsilon_e + \delta_0 \cdot \cos\alpha}}$$

siendo $\frac{L \cdot \varepsilon_e}{L \cdot \varepsilon_e + \delta_0 \cdot \cos\alpha}$ el factor de reducción que debe aplicarse a la carga crítica para obtener la carga última. Cabe señalar el sentido físico de las magnitudes implicadas:

$L \cdot \varepsilon_e$ es el alargamiento máximo del cable (al llegar al límite elástico)

$\delta_0 \cdot \cos\alpha$ es la proyección de la imperfección inicial sobre la dirección del cable.

Es decir, midiendo la imperfección (proyectada sobre el cable) en términos del total alargamiento posible del cable:

- Si la (proyección de la) imperfección es mucho menor que el alargamiento posible del cable, la carga última será próxima a la crítica.
- Si la (proyección de la) imperfección es del mismo orden que el alargamiento posible del cable, la carga última será del orden de la mitad de la carga crítica.
- Si la (proyección de la) imperfección es bastante mayor que el alargamiento posible del cable la carga última será considerablemente menor que la crítica.

CARGA DE SERVICIO

La carga máxima de una estructura arriostrada debe dividirse por un factor γ (usualmente no menor de 2) para limitar la carga de servicio

$$P_s = \frac{P_u}{\gamma}$$

hay pues una gradación de conceptos:

RESUMEN

- **Carga crítica P_k** de una estructura ideal

  $$P_k = \frac{E \cdot A}{L} \cdot h \cdot \cos^2 \alpha$$

  que es inalcanzable y que realmente sirve como medida de la capacidad de respuesta del modelo estructural.

- **Carga última P_u** de la estructura real, que es la que provoca la rotura del arriostramiento y por tanto de la estructura:

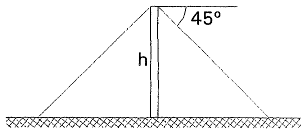
  $$P_u = P_k \cdot \frac{L \cdot \varepsilon_e}{L \cdot \varepsilon_e + \delta_0 \cdot \cos\alpha}$$

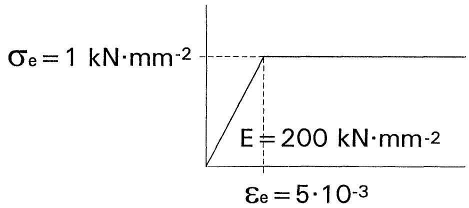
- **Carga de servicio**, que es la máxima que admite la estructura en condiciones razonables de seguridad

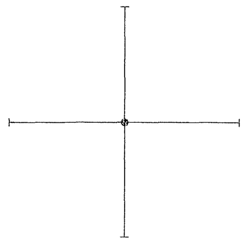
  $$P_s = \frac{P_u}{2}$$

Un ejemplo numérico puede ayudar a aclarar conceptos:

una columna de altura h arriostrada por 4 cables de acero de sección A mm² cada uno de ellos y cuya gráfica tensión-deformación es:







$$P_k = \frac{200 \cdot A}{h \cdot \sqrt{2}} \cdot h \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{200 \cdot A}{2 \cdot \sqrt{2}} = 70 \cdot A \text{ kN}$$

P_k=14000 kN

es decir, para un cable de ∅16 A=200 mm² P_k=14000 kN

el alargamiento máximo de los cables es:

$$L \cdot \varepsilon_e = 5 \cdot 10^{-3} \cdot L = 5\sqrt{5} \cdot 10^{-3} \cdot h$$

una imperfección inicial δ_0 proyectada sobre el cable $\frac{\delta_0}{\sqrt{2}}$

para que la imperfección sea del orden de $L \cdot \varepsilon_e$

$$\frac{\delta_0}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot h = 10^{-2} \cdot h = \frac{h}{100}$$

es decir para una imperfección inicial

$$\delta_0 = \frac{h}{100} \qquad P_u = \frac{P_k}{2} = 7000 \text{ kN}$$

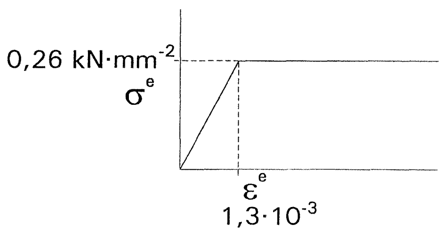
$$\text{y } P_s = \frac{P_u}{2} = 3500 \text{ kN}$$

P_u=7000 kN

P_s=3500 kN

es decir la carga de servicio es la cuarta parte de la crítica.

Si en lugar de cables de acero, el arriostramiento se ejecuta con barras de acero A42 de la misma sección que los cables.



P_k=14000 kN

P_u=2800 kN

P_s=1400 kN

La carga crítica no varía.

El alargamiento máximo de las barras será:

$$L \cdot \varepsilon_e = h \cdot \sqrt{2} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-3}$$

para que $P_u = \frac{P_k}{2}$ la imperfección inicial debe ser del mismo orden

$$\frac{\delta_0}{\sqrt{2}} = h \cdot \sqrt{2} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-3}$$

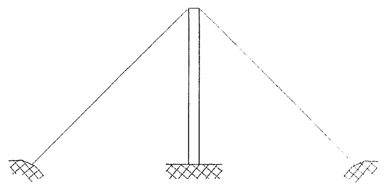
$$\delta_0 = 2{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot h \cong \frac{h}{400}$$

Si solo se puede asegurar una imperfección inicial menor que $\left(\frac{1}{100}\right) \cdot h$ y el arriostramiento se hace con barras de acero A42

$$P_u = P_k \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot h}{\sqrt{2} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot h + \frac{10^{-2} \cdot h}{\sqrt{2}}} = P_k \cdot \frac{1{,}3}{1{,}3+5} \cong \frac{P_k}{5}$$

y $P_s = \frac{P_u}{2} = \frac{P_k}{10}$, es decir en el ejemplo anterior la carga de servicio bajaría a $\boxed{\textbf{1400 kN}}$

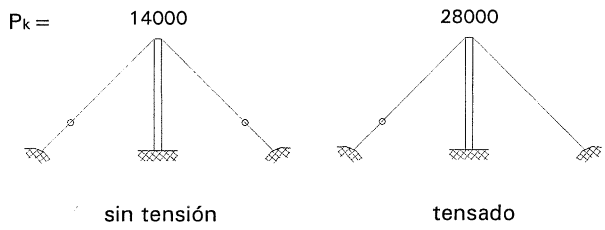
ARRIOSTRAMIENTOS TENSADOS: -CARGA ÚLTIMA



en un arriostramiento tensado, la carga crítica se multiplica por 2 en el caso de 4 cables y por 1,5 en el caso de tres.

El tensado debe hacerse a la mitad de la tensión de servicio de los cables para asegurar que queda un margen suficiente de alargamiento del cable.

Suponiendo un arriostramiento de 4 cables, la carga crítica P_k queda multiplicada por 2, pero al mismo tiempo, el alargamiento del cable hasta el límite elástico queda reducido hasta la mitad.



$$L \cdot \varepsilon_e = 5\sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot h \qquad\qquad 2{,}5 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot h$$

Para soportar una carga última P_u=7000 kN

$$\frac{L \cdot \varepsilon_e}{L \cdot \varepsilon_e + \dfrac{\delta_0}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2} \qquad\qquad \frac{L \cdot \varepsilon_e}{L \cdot \varepsilon_e + \dfrac{\delta_0}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{4}$$

$$L\varepsilon_e = \frac{\delta_0}{\sqrt{2}} = 5 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot h \qquad\qquad L\varepsilon_e = \frac{1}{3} \cdot \frac{\delta_0}{\sqrt{2}} = 2{,}5 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot h$$

Las imperfecciones iniciales máximas serán:

$$\delta_0 = \frac{h}{100} \qquad\qquad \delta_0 = \frac{15}{1000} \cdot h = \frac{h}{67}$$

y para $\delta_0 = \dfrac{h}{100}$, en el caso del arriostramiento tensado

la carga última será mayor de la precisa

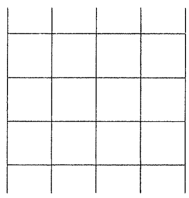
$$P_u = P_k \cdot \frac{2{,}5 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot h}{2{,}5 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot h + \dfrac{10^{-2}}{\sqrt{2}} \cdot h} = \frac{2{,}5 \cdot P_u}{2{,}5 + 5} = \frac{1}{3} \cdot P_k = \frac{28000}{3} = 9333 \text{ kN}$$

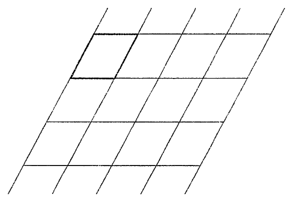
el arriostramiento tensado proporciona pues una ventaja evidente en el caso de los 4 cables que desaparece cuando se efectúa con 3 cables.

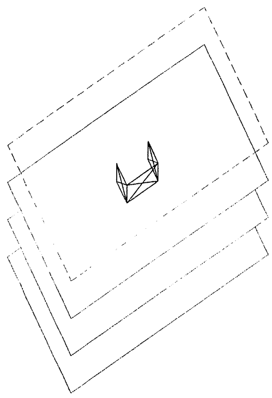
ARRIOSTRAMIENTO DE EDIFICIOS

La estabilidad de un edificio depende de que en el caso de cualquier alteración de la geometría o de las cargas teóricas se generan fuerzas suficientes como para restituir la posición primitiva (en el caso de un edificio teóricamente perfecto o para limitar el crecimiento de la deformación en el caso de un edificio real)

En las estructuras de pisos, si la unión viga-soporte es rígida, en general basta para hacer estable el edificio:

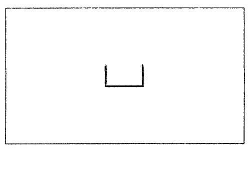


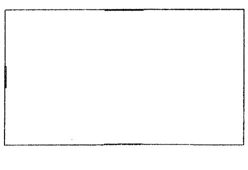


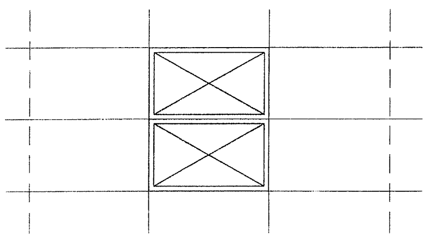


Cuando la rigidez de la unión viga-soporte no está garantizada debe recurrirse al **arriostramiento.**

Cada planta de un edificio es enormemente rígida en su plano, por lo que para arriostrar un edificio, basta evitar los 3 movimientos posibles entre dos plantas: **2 desplazamientos y un giro**, lo que se consigue arriostrando en 3 planos verticales no CONCURRENTES



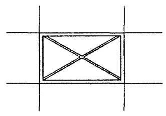




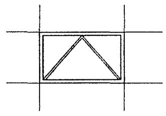
el arriostramiento más simple es la cruz de **San Andrés,** que consiste en 2 tirantes que pueden trabajar alternativamente en tracción aunque hay otras alternativas que precisan barras que puedan trabajar alternativamente a compresión.

también pueden usarse pantallas de hormigón armado o recuadros macizados de ladrillo (que produce bielas comprimidas alternativas)

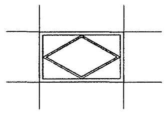
los arriostramientos impiden el paso o lo dificultan (caso de la K) por lo que suelen colocarse en las fachadas o aprovechando las cajas de escalera.

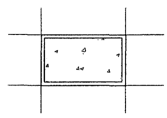


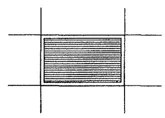
CRUZ DE SAN ANDRÉS



K







DIMENSIONADO DE UNA CRUZ DE SAN ANDRÉS

Sea P el peso del edificio por encima del arriostramiento.

Para un cable dado de sección A mm^2

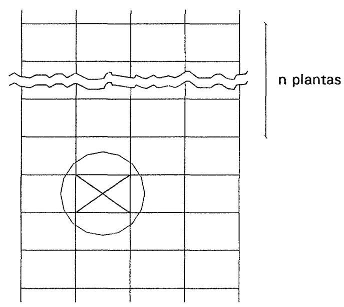
$$P_k = \frac{E \cdot A}{L} \cdot h \cdot \cos^2 \alpha$$

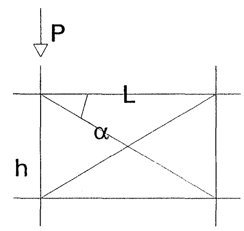
si los cables no están tensados (y el doble si lo están)

$$\text{Como } \frac{h}{L} = \operatorname{sen} \alpha$$

$$P_k = E \cdot A \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

El valor de $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ es bastante constante:





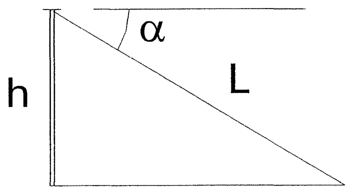
α	$\operatorname{sen}\alpha$	$\cos\alpha$	$\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos^2 \alpha$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{2\sqrt{2}}{8}$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{8}$

es decir para los ángulos más frecuentes $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cong \frac{3}{8}$

Si el arriostramiento es de acero:

$$E = 200\,\text{kN}\cdot\text{mm}^{-2}$$

$$P_k \cong A\cdot 200\cdot\frac{3}{8} = 75\cdot A$$



Para un arriostramiento no tensado de acero A42

$$L\cdot\varepsilon = \frac{h}{\operatorname{sen}\alpha}\cdot 1{,}3\cdot 10^{-3}$$

$$\delta_0\cos\alpha = \frac{h\cdot\cos\alpha}{200}$$

$$P_u = P_k\cdot\frac{\dfrac{1{,}3\cdot 10^{-3}}{\operatorname{sen}\alpha}}{\dfrac{1{,}3\cdot 10^{-3}}{\operatorname{sen}\alpha}+\dfrac{1}{300}} = P_k\cdot\frac{1{,}3\cdot 10^{-3}}{1{,}3\cdot 10^{-3}+3{,}3\cdot\operatorname{sen}\alpha\cdot 10^{-3}} = P_k\cdot\frac{1{,}3}{1{,}3+3{,}3\cdot\operatorname{sen}\alpha} = \begin{cases}\dfrac{P_k}{2{,}75}\\[2ex]\dfrac{P_k}{3{,}15}\end{cases}$$

$$\text{y}\quad P_u = \begin{cases}\dfrac{P_k}{5{,}5}\,(45^\circ)\\[2ex]\dfrac{P_k}{6{,}3}\,(30^\circ)\end{cases}$$

Teniendo en cuenta, por otra parte que la planta de un edificio difícilmente tiene más de 1000m^2 entre juntas de dilatación, y por lo tanto su límite de peso es de unos 75000 kN, la carga útil que debe estabilizar un arriostramiento es de 7500·n kN siendo n el número de plantas por encima del arriostramiento:

$$7500\,\text{kN} \cong \frac{P_k}{6} = 75\cdot A$$

$$A \cong 6\cdot\frac{7500}{75} = 600\cdot n\ \ \text{mm}^2$$

el límite máximo del área de los arriostramientos es de 600 mm^2 por cada planta encima del arriostramiento.