

# Caracterización de la Impedancia de Superficie para el Cálculo del Acoplo Mutuo en un Cilindro Circular Conductor Cubierto por una Dieléctrico Multicapa

Andrés García Aguilar<sup>(1)</sup>, Zvonimir Sipus<sup>(2)</sup>, Manuel Sierra Pérez<sup>(1)</sup>.  
andresg@gr.ssr.upm.es, zvonimir.sipus@fer.hr, m.sierra.perez@gr.ssr.upm.es.

<sup>(1)</sup>Departamento de Señales, Sistemas y Radiocomunicaciones; Universidad Politécnica de Madrid.  
Avda. Complutense, 30, 28040 Madrid, España.

<sup>(2)</sup>Faculty of Electrical Engineering and Computing; University of Zagreb.  
Unska 3, 10000 Zagreb, Croacia.

**Abstract**—A novel formulation for the surface impedance characterization is introduced for the canonical problem of surface fields on a perfect electric conductor (PEC) circular cylinder with a dielectric coating due to a electric current source using the Uniform Theory of Diffraction (UTD) with an Impedance Boundary Condition (IBC). The approach is based on a TE/TM assumption of the surface fields from the original problem. Where this surface impedance fails, an optimization is performed to minimize the error in the SD Green's function between the original problem and the equivalent one with the IBC. This new approach requires small changes in the available UTD based solution with IBC to include the geodesic ray angle and length dependence in the surface impedance formulas. This asymptotic method, accurate for large separations between source and observer points, in combination with spectral domain (SD) Green's functions for multilayer dielectric coatings leads to a new hybrid SD-UTD with IBC to calculate mutual coupling among microstrip patches on a multilayer dielectric-coated PEC circular cylinder. Results are compared with the eigenfunction solution in SD, where a very good agreement is met.

## I. INTRODUCCIÓN

Los arrays conformados de antenas se presentan como una alternativa a las antenas planas, ya que pueden ser embebidas sobre una superficie curva facilitando ángulos de observación grandes, una baja carga aerodinámica y ventajas estéticas, lo que los hace atractivos para su uso en satélites, aviones, barcos, vehículos terrestres o estaciones base. Además, las antenas microstrip sobre estructuras dieléctricas multicapa son ampliamente utilizadas debido a su bajo coste de fabricación, reducido peso, facilidad para conformarse sobre superficies curvas, y fácil integrabilidad con dispositivos activos.

Para analizar arrays conformes de tamaño eléctricamente pequeño o mediano es posible utilizar soluciones modales en el dominio espectral (SD) para estructuras canónicas convexas, tales como el cilindro [1]. Sin embargo, según aumenta el tamaño de la antena se necesitan muchos términos en la ecuación integral para que ésta converja. Además, se pueden analizar eficientemente ciertos tipos de antenas que usan dieléctricos multicapa con métodos en el dominio espectral, como mediante el algoritmo G1DMULT [2]. Para estructuras eléctricamente grandes se utilizan métodos basados en la teoría uniforme de la difracción (UTD) para calcular los campos en la superficie en estructuras con conductor eléctrico

perfecto (PEC) canónicas o arbitrariamente convexas. Por otro lado, los métodos basados en UTD no soportan varias capas dieléctricas y requieren que los puntos de excitación y de observación estén separados por una distancia larga.

Recientemente se ha presentado una nueva solución basada en UTD con condiciones de contorno de impedancia (IBC) para determinar los campos superficiales en un cilindro circular [3]. La actual solución consiste en calcular las funciones de Green transformando el problema original, un cilindro conductor cubierto por un dieléctrico, en un problema equivalente, un cilindro con una cierta impedancia de superficie, utilizando las IBC. Esta solución basada en UTD junto con el Método de los Momentos (MoM) permite obtener el acoplo mutuo entre parches. Sin embargo, aunque ciertos estudios se han hecho sobre como calcular eficientemente las funciones de Green [4], se ha prestado muy poca atención a cómo averiguar cuál es la impedancia de superficie para cada caso específico, ya que ésta debe variar en función del ángulo de inclinación de los rayos geodésicos a lo largo de la estructura si se quiere utilizar en problemas reales.

En el presente trabajo, la impedancia de superficie se deriva en el dominio espectral utilizando una descomposición TE/TM de los campos en la superficie. Las funciones de Green basadas en UTD con IBC son ligeramente modificadas para incluir en la impedancia de superficie la dependencia con los parámetros geométricos del cilindro. Además, se propone la hibridación de éste método con una aproximación en el dominio espectral, extendiendo así su validez para estructuras multicapa y aumentando la precisión de los campos superficiales calculados.

## II. MÉTODO DE ANÁLISIS

### A. Método Híbrido SD-UTD con IBC

La geometría del problema consiste en un parche conductor perfecto situado sobre la superficie de un cilindro circular conductor infinito cubierto por un dieléctrico multicapa.

Para formular la ecuación integral del campo eléctrico (EFIE) se parte de las condiciones de contorno sobre la superficie del parche. De esta forma, las corrientes que circulan sobre el parche pueden calcularse mediante MoM. Este método puede acelerarse combinándolo con alguna solución

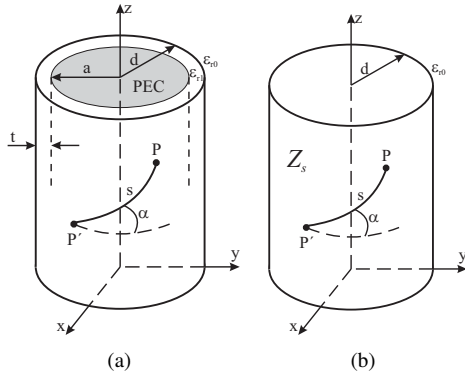


Fig. 1. Geometría del cilindro circular. (a) Problema original. (b) Problema equivalente.

asintótica, como ya se ha propuesto en [5] para arrays de antenas de apertura. El método híbrido consiste en un procedimiento de extracción de la función de Green en los elementos de la matriz de impedancias, tal que

$$Z_{ji} = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{W}_j(-m, -k_z) \cdot (\tilde{G}^{e,J}(m, k_z) - \tilde{G}_{asym}^{e,J}(m, k_z)) \cdot \tilde{J}_i(m, k_z) dk_z + \int_S \int_{S'} \underline{W}_j(\phi, z) \cdot \underline{G}_{asym}^{e,J}(d, \phi - \phi', z - z') \cdot \underline{J}_i(\phi', z') dS dS' \quad (1)$$

donde  $\tilde{G}^{e,J}$  representa la función de Green para el campo eléctrico en el dominio espectral, que puede calcularse mediante el algoritmo numérico G1DMULT [2], y  $\underline{G}_{asym}^{e,J}$  es la función de Green en el dominio espacial basada en UTD.

Con el objetivo de simplificar la computación de la parte asintótica de la ecuación (1), las condiciones de contorno del cilindro conductor recubierto por dieléctrico se aproximan utilizando las siguientes IBC

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_z(\underline{r}) \\ \tilde{H}_z(\underline{r}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{sTM} & 0 \\ 0 & -Z_{sTE}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_\phi(\underline{r}) \\ \tilde{E}_\phi(\underline{r}) \end{bmatrix} \Big|_{\rho=d} \quad (2)$$

Dos impedancias de superficie se utilizan en la ecuación (2), cuyas expresiones se desarrollan en la sección II-B. Así, el problema de calcular las funciones de Green debidas a una corriente puntual eléctrica sobre un cilindro circular conductor cubierto por un dieléctrico, Fig. 1(a), se reduce al problema equivalente de un cilindro circular con una cierta impedancia de superficie  $Z_s$ , Fig. 1(b), donde las funciones de Green se derivan de las IBC y se simplifican utilizando métodos asintóticos basados en UTD.

Las funciones de Green asintóticas para el campo eléctrico debidas a una fuente de corriente eléctrica son las duales de las que aparecen en [3], pero incluyendo la dependencia con la variable  $\tau$  de las integrales de tipo Fock en la impedancia de superficie. Las mencionadas integrales de tipo Fock pueden resolverse eficientemente mediante integración numérica deformando el camino de integración en el plano complejo [4] de la forma que muestra la Fig. 2. Para los ejemplos

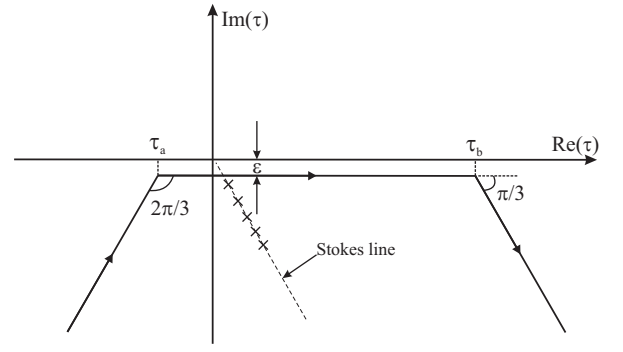


Fig. 2. Deformación del camino de integración y localización de los polos en el plano complejo  $\tau$ .

mostrados en la sección III los parámetros de integración son:  $\varepsilon = 0.001k_0d$ ,  $\tau_a = -1k_0d$  y  $\tau_b = 3k_0d$ .

### B. Caracterización de la Impedancia de Superficie

En problemas de dispersión, donde una onda plana con polarización vertical (TE) u horizontal (TM) incide sobre una placa, la impedancia de superficie puede ser modelada dependiendo de la polarización [6]. En el presente documento se utiliza un procedimiento similar. Este método consiste en asumir que los campos propagándose a lo largo del cilindro pueden descomponerse en un campo TE o TM. Las IBC de la ecuación (2) sugieren que esta aproximación es aceptable y, por ello, una impedancia de superficie diferente se utiliza dependiendo del ratio de campos eléctrico y magnético. La impedancia de superficie TE/TM, partiendo de la solución de autofunciones de la Fig. 1(a), se expresa en términos de funciones de Bessel de primera y segunda especie, tal que

$$Z_{sTE} = -\frac{jk_0Z_{c0}}{k_{\rho 1}} \cdot \frac{J'_m(k_{\rho 1}d)Y'_m(k_{\rho 1}a) - J'_m(k_{\rho 1}a)Y'_m(k_{\rho 1}d)}{J_m(k_{\rho 1}d)Y'_m(k_{\rho 1}a) - J'_m(k_{\rho 1}a)Y_m(k_{\rho 1}d)} \quad (3)$$

$$Z_{sTM} = \frac{jk_{\rho 1}Z_{c0}}{\varepsilon_r k_0} \cdot \frac{J_m(k_{\rho 1}d)Y_m(k_{\rho 1}a) - J_m(k_{\rho 1}a)Y_m(k_{\rho 1}d)}{J'_m(k_{\rho 1}d)Y'_m(k_{\rho 1}a) - J'_m(k_{\rho 1}a)Y'_m(k_{\rho 1}d)} \quad (4)$$

donde  $Z_{c0}$  y  $k_0$  son la impedancia característica y el número de onda de la capa dieléctrica superior, respectivamente;  $k_{\rho 1}$  es la variable espectral en la dirección de  $\rho$  del dieléctrico inferior, definida como  $k_{\rho 1}^2 = k_1^2 - k_z^2$ , con  $k_1$  el número de onda del dieléctrico inferior y con  $m$  la variable espectral en la dirección de  $\phi$ . Se demuestra más adelante que esta impedancia de superficie TE/TM es válida para ángulos  $\alpha$  bajos y sólo para orientaciones de campo y fuente  $zz'$  y  $\phi\phi'$ .

Es posible realizar una optimización de la impedancia de superficie TE/TM para los casos en los que falla, considerando sólo la componente TE como

$$Z_{sTE}^{opt}(m, k_{\rho 1}) = K \cdot Z_{sTE}(m - |m_{ibc} - m_{eigen}|, k_{\rho 1}) \quad (5)$$

El factor de desplazamiento  $|m_{ibc} - m_{eigen}|$  se determina mediante la búsqueda del cero de la función de Green adecuada para el problema original  $m_{eigen}$  [7] (Fig. 1(a)) y para el problema equivalente  $m_{ibc}$  [3] (Fig. 1(b)). Así, la raíz de  $Z_{sTE}$ , donde la función de Green del problema original

tiene un cero, se desplaza convenientemente. El factor de proporcionalidad  $K$  se optimiza mediante el método Simplex, donde la función objetivo trata de minimizar el error relativo medio entre las amplitudes de las funciones de Green del problema original y del equivalente dentro de un cierto rango de valores de  $m$ .

La impedancia de superficie incluye productos de funciones de Bessel donde problemas aparecen numéricos para órdenes altos. Por ello, para evitar inestabilidades numéricas y aumentar la velocidad de computación, se han implementado las fórmulas asintóticas de Debye, y la representación asintótica de Olver donde las primeras fallan [8], [9]. Además, para aumentar la eficiencia en la computación de las fórmulas de la impedancia de superficie al calcular las integrales de tipo Fock, se pueden aproximar dichas ecuaciones utilizando un ratio de dos polinomios de orden  $n$ -ésimo en función de la variable espectral  $k_t = m/d$  [10], de forma que

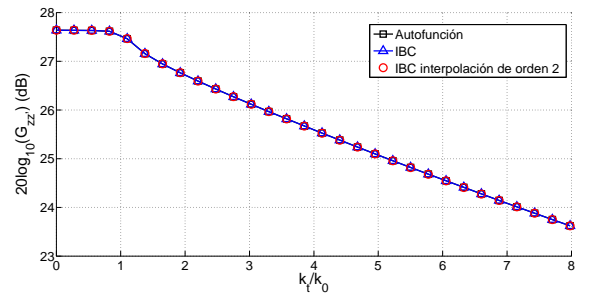
$$Z_{sTE,TM}(\tau) \sim \frac{a_n k_t^n + \dots + a_2 k_t^2 + a_1 k_t + a_0}{b_n k_t^n + \dots + b_2 k_t^2 + b_1 k_t + b_0} \quad (6)$$

La variable  $k_t$  depende de  $\tau$ , por lo que es una variable compleja definida como  $k_t(\tau) = k_0 \cos \alpha + \frac{m_t}{d} \tau$ , donde  $m_t$  es simplemente un parámetro geométrico. En general, se requieren polinomios de entre un orden dos y cuatro para representar la impedancia de superficie con precisión. Es interesante destacar que, un polinomio de orden demasiado elevado puede llevar a un comportamiento oscilatorio indeseado y a problemas numéricos.

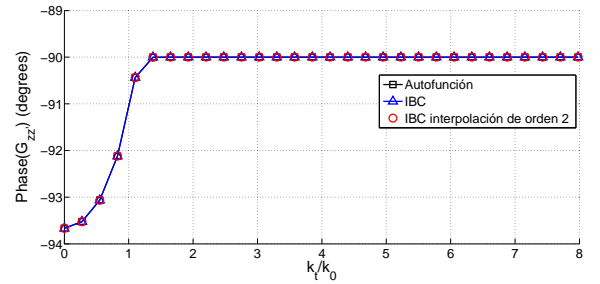
### III. RESULTADOS

Para validar las hipótesis planteadas se han obtenido ciertos resultados. La geometría que se ha considerado es un cilindro grande en términos de la longitud de onda en el vacío, para una frecuencia de  $4GHz$  con  $a = 3\lambda_0$ ,  $\varepsilon_{r1} = 2.2$ ,  $\varepsilon_{r0} = 1$  y  $t = 0.762mm$ . Para estas dimensiones, las Fig. 3-5 muestran una comparación de las funciones de Green en el dominio espectral en amplitud y fase, en función de  $k_t$ , entre la solución de autofunciones y la de IBC, con y sin polinomio interpolador, para diferentes orientaciones de fuente y campo y diferentes ángulos  $\alpha$ . La optimización de la impedancia de superficie es necesaria para ángulos mayores que  $25^\circ$  para casos  $zz'$  y  $\phi\phi'$  y para todos los ángulos  $\alpha$  para la componente  $z\phi'$ . Se comprueba un buen comportamiento en el dominio espectral, incluso para el caso  $z\phi'$  donde la aproximación de impedancia de superficie TE/TM no es válida ya que el acoplo entre modos es mucho más fuerte. Aunque se observan algunas diferencias para el caso  $z\phi'$ , para valores bajos de  $k_t$ , esto no debe afectar al campo en la superficie en el dominio espacial ya que se busca su comportamiento asintótico.

Para comprobar la exactitud de la representación asintótica de los campos en la superficie, se han obtenido varios resultados numéricos de impedancia mutua, es decir, se ha tomado sólo el segundo término de la ecuación (1), entre dos modos de corriente eléctrica tangenciales situados sobre la superficie de un cilindro conductor cubierto de un dieléctrico. En este caso la geometría seleccionada del cilindro es  $\varepsilon_{r1} = 3.25$ ,  $\varepsilon_{r0} = 1$  y  $t = 0.06\lambda_0$ , con pequeños dipolos de anchura  $W = 0.02\lambda_0$  y longitud  $L = 0.05\lambda_0$  en la dirección de la corriente. Los modos de corriente eléctrica se definen como

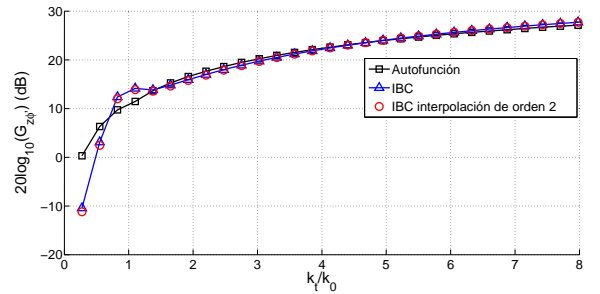


(a) Amplitud.

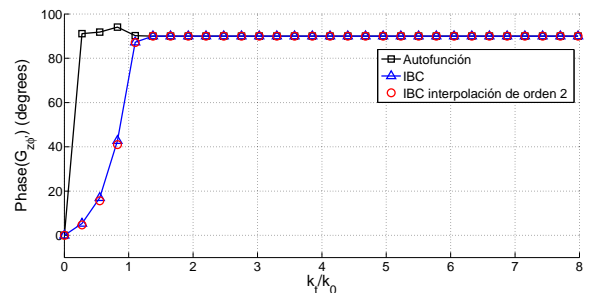


(b) Fase.

Fig. 3. Función de Green en el dominio espectral para la componente  $zz'$ , con  $f = 4GHz$ ,  $a = 3\lambda_0$ ,  $\varepsilon_{r1} = 2.2$ ,  $\varepsilon_{r0} = 1$ ,  $t = 0.762mm$  y  $\alpha = 0^\circ$ .



(a) Amplitud.



(b) Fase.

Fig. 4. Función de Green en el dominio espectral para la componente  $z\phi'$ , con  $f = 4GHz$ ,  $a = 3\lambda_0$ ,  $\varepsilon_{r1} = 2.2$ ,  $\varepsilon_{r0} = 1$ ,  $t = 0.762mm$  y  $\alpha = 60^\circ$ .

sinusoidales a lo largo de la dirección de la corriente y como constantes en la dirección perpendicular a la corriente. En la Fig. 6 se observa la impedancia mutua para el caso  $zz'$ , cuyos valores son comprobables a los resultados de la referencia [11], donde se compara la solución de autofunciones con otra solución asintótica. Para esta geometría, la optimización de la impedancia de superficie no es necesaria, y un polinomio de orden cuatro se utiliza para la interpolación.

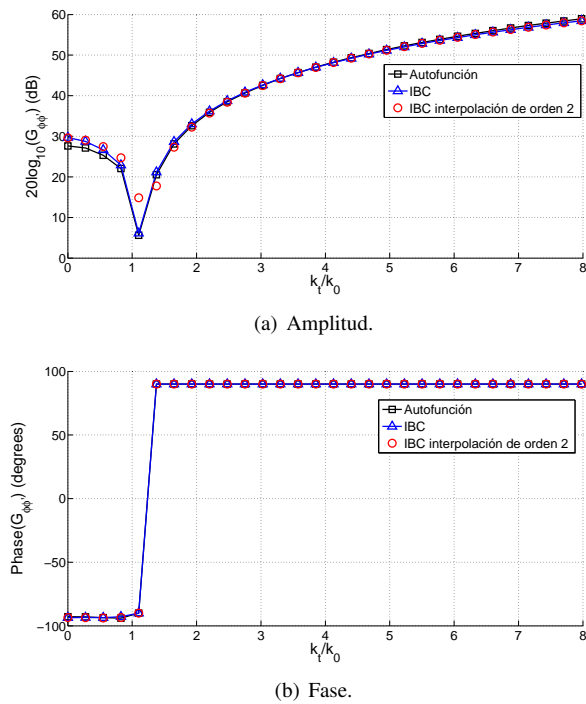


Fig. 5. Función de Green en el dominio espectral para la componente  $\phi\phi'$ , con  $f = 4\text{GHz}$ ,  $a = 3\lambda_0$ ,  $\varepsilon_{r1} = 2.2$ ,  $\varepsilon_{r0} = 1$ ,  $t = 0.762\text{mm}$  y  $\alpha = 40^\circ$ .

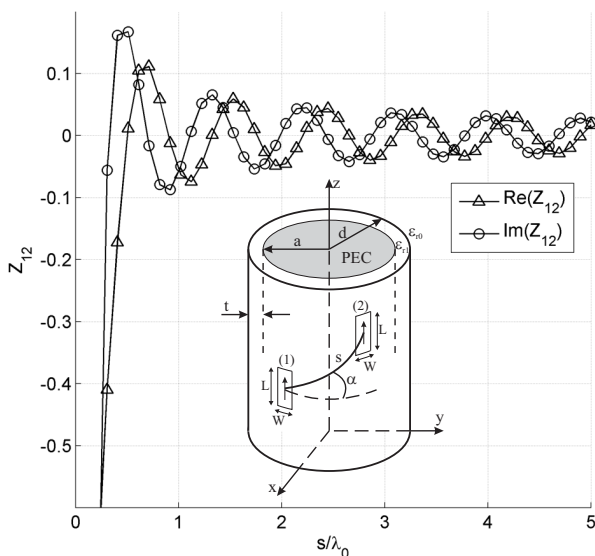


Fig. 6. Impedancia mutua para la componente  $zz'$ , with  $a = 3\lambda_0$ ,  $\varepsilon_{r1} = 3.25$ ,  $\varepsilon_{r0} = 1$ ,  $t = 0.06\lambda_0$ ,  $W = 0.02\lambda_0$ ,  $L = 0.05\lambda_0$  y  $\alpha = 55^\circ$ .

#### IV. CONCLUSIONES

Se presenta un nuevo método para caracterizar la impedancia de superficie en un cilindro circular conductor rodeado de un dieléctrico, basado en la descomposición de los campos superficiales en sus modos TE y TM, para incluir la orientación del rayo geodésico en la solución, basado en UTD con IBC para el cálculo de los campos en la superficie del dieléctrico. Este método combinado con un algoritmo en el dominio espectral para estructuras multicapa, dan como resultado un método eficiente SD-UTD con IBC, donde MoM

puede utilizarse convenientemente para resolver las EFIE.

La impedancia de superficie TE/TM presenta una exactitud aceptable para rayos de ángulo bajo y sólo para orientaciones de fuente y de campo  $zz'$  y  $\phi\phi'$ . Para el resto de casos se optimiza la impedancia de superficie desplazando la posición de la raíz de la impedancia TE y modificando su pendiente para minimizar el error relativo medio entre las funciones de Green de la solución de autofunciones y la de IBC. Para aumentar la velocidad de computación de la impedancia de superficie, se ha utilizado una interpolación polinómica.

Los resultados en el dominio espectral son prometedores y muestran un buen comportamiento entre la solución de autofunciones y el método de impedancia de superficie propuesto. La impedancia de superficie optimizada también presenta un buen comportamiento para los ejemplos mostrados. De esta forma, las funciones de Green en el dominio espectral son muy estables, evitando problemas numéricos al computar las integrales de tipo Fock. Aunque se podrían esperar pequeñas diferencias entre la solución de autofunciones y la basada en UTD con IBC, éstas se compensan en el método híbrido.

Resultados de acoplo mutuo utilizando el método híbrido SD-UTD con IBC serán presentados en la URSI 2012.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo está financiado por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte con referencias TEC2008-06736/TEC y TEC2011-28789-C02-01, y una beca de Formación de Personal Investigador (FPI) del Ministerio de Economía y Competitividad de referencia BES-2009-021462.

#### REFERENCIAS

- [1] S. Raffaelli, Z. Sipus, and P.-S. Kildal, "Analysis and measurements of conformal patch array antennas on multilayer circular cylinder," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 3, pp. 1105–1113, Mar. 2005.
- [2] Z. Sipus, P.-S. Kildal, R. Leijon, and M. Johansson, "An algorithm for calculating Green's function of planar, cylindrical and spherical multilayer substrates," *ACES J.*, vol. 13, no. 3, pp. 243–254, Nov. 1998.
- [3] Ç. Tokgöz and R. J. Marhefka, "A UTD based asymptotic solution for the surface magnetic field on a source excited circular cylinder with an impedance boundary condition," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 6, pp. 1750–1757, Jun. 2006.
- [4] B. Alisan, V. B. Ertürk, and A. Altintas, "Efficient computation of nonparaxial surface fields excited on a electrically large circular cylinder with an impedance boundary conditions," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 9, pp. 2559–2567, Sep. 2006.
- [5] M. Bosiljevac, P. Persson, and Z. Sipus, "Efficient analysis of aperture antennas on generally shaped convex multilayered surfaces using a hybrid SD-UTD method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 57, no. 5, pp. 1420–1431, May 2009.
- [6] T. B. A. Senior and J. L. Volakis, *Approximate boundary conditions in electromagnetics*. The Institution of Electrical Engineers, London, UK, 1995.
- [7] A. Nakataki, N. G. Alexopoulos, N. K. Uzunoglu, and P. L. E. Uslenghi, "Accurate Green's function computation for printed circuit antennas on cylindrical substrates," *Electromagnetics*, vol. 6, no. 3, pp. 243–254, 1986.
- [8] K. Naishadham and L. B. Felsen, "Dispersion of waves guided along a cylindrical substrate-superstrate layered medium," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 41, no. 3, pp. 304–313, May 1993.
- [9] M. Abramovitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York, USA, 1972.
- [10] D. J. Hoppe and Y. Rahmat-Samii, "Scattering by superquadric dielectric-coated cylinders using higher order impedance boundary conditions," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 40, no. 12, pp. 1513–1523, Dec. 1992.
- [11] V. B. Ertürk and R. G. Rojas, "Efficient computation of surface fields excited on a dielectric-coated circular cylinder," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 10, pp. 1507–1516, Oct. 2000.