

MEDIDA DE PROPULSANTE EN DEPOSITOS EN CONDICIONES DE CERO-G(*)

Por J. R. SANMARTIN y E. FRAGA

Introducción.

El problema de la medida de propulsores en depósitos, bajo condiciones de cero-g, no ha sido resuelto todavía de forma satisfactoria. Este problema se presenta en algunos satélites y recientemente en el vehículo "Shuttle" del programa "Post-Apollo".

La dificultad esencial de la medición de propulsante en condiciones de cero-g radica en que, en estas condiciones, se desconoce la configuración del propulsante dentro del tanque. En condiciones estacionarias la tensión superficial es la fuerza que determina la configuración del propulsante, pero en la realidad el depósito estará sometido a un gran número de perturbaciones de aceleración imprevisibles; en el caso del Shuttle, por ejemplo, tales aceleraciones serán debidas a movimiento del equipo y la tripulación, impacto de meteoritos, maniobras de orientación, rozamiento atmosférico, etc. Por todo esto la configuración del propulsante es difícil de predecir y depende de la relativa importancia de la tensión superficial frente a dichas aceleraciones (las fuerzas de viscosidad se desprecian, debido a que los gradientes de velocidad que puedan aparecer en el depósito son pequeños).

En la literatura se han propuesto varios sistemas para la solución de este problema, entre los que pueden citarse:

- Integradores del gasto de propulsores.
- Medidores de capacidad eléctrica en el tanque.
- Técnicas isotópicas.
- Medidores de la respuesta de presión a perturbaciones volumétricas y
- Medidores de la frecuencia resonante del tanque.

Un análisis de estos sistemas [1, 2] conduce a la elección del método de la cavidad resonante como

(*) Este artículo es un resumen del ELDO C17/8/4 "Zero-g gauging systems".

el sistema más prometedor. Este método se basa en deducir la cantidad de propulsante contenido en el tanque a partir de la desviación en la frecuencia de resonancia de éste, del valor correspondiente al depósito vacío; esta desviación se debe al hecho de que la constante dieléctrica del propulsante difiere de la unidad. Diversos estudios teóricos y experimentales [3, 4, 5] han aparecido en la literatura sobre este método, siendo la cuestión esencial debatida en ellos y aún sin resolver, si la variación en frecuencia depende sólo de la cantidad de propulsante o depende también de la configuración. La solución de esta cuestión exige un análisis de las ecuaciones de Maxwell con condiciones de contorno complicadas.

Análisis general.

En la determinación experimental de las propiedades de los plasmas de laboratorio se usa frecuentemente una técnica, "Microwave cavity perturbation method" [6], que se basa en el hecho de que la frecuencia de resonancia de una cavidad resonante de micro-ondas cambia cuando se introduce un plasma dentro de la cavidad; este problema es matemáticamente idéntico al que nos ocupa.

Para obtener la desviación en frecuencia se consideran las ecuaciones de Maxwell, primeramente suponiendo la cavidad vacía y a continuación llena de una sustancia de constante dieléctrica ϵ (en general dependiente del punto considerado). Escribiendo las ecuaciones de Maxwell para ambos casos, se tiene:

$$\nabla_{\wedge} \bar{E}_i = -j \omega_i \mu_0 \bar{H}_i \quad (1)$$

$$\nabla_{\wedge} \bar{H}_i = j \omega_i \epsilon_0 \epsilon_i \bar{E}_i \quad (2)$$

donde $i = 1$ para el primer caso e $i = 2$ para el segundo; $\epsilon_1 = 1$ y $\epsilon_2 = \epsilon$; \bar{E}_i y \bar{H}_i son los campos eléctrico y magnético en el interior de la cavidad, los cuales dependen del tiempo de la forma $e^{j \omega_i t}$. De las ecuaciones (1) y (2) y teniendo en cuenta las condiciones de contorno en la pared de la cavidad, que

son que el campo eléctrico es normal y el magnético tangencial, se obtiene la expresión:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2} = - \frac{\epsilon_0 \int_{V_C} (\epsilon - 1) \bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 d v}{\epsilon_0 \int_{V_C} \bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 d v - \mu_0 \int_{V_C} \bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2 d v} \quad (3)$$

donde las integrales están extendidas a todo el volumen de la cavidad.

En nuestro caso tenemos $\epsilon = \epsilon_L$ (constante) en la región ocupada por el propulsante líquido y $\epsilon = 1$ en el resto de la cavidad, ya que en el vapor ϵ es prácticamente igual a la unidad. Por otra parte puede demostrarse [1] que:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} \epsilon_0 \int_{V_C} \bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 d v = - \mu_0 \int_{V_C} \bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2 d v \quad (4)$$

con lo que la expresión (3) se convierte en:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2} \left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) = - (\epsilon_L - 1) \frac{\int_{V_L} \bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 d v}{\int_{V_C} \bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 d v} \quad (5)$$

donde V_L es el volumen ocupado por el propulsante líquido.

La ecuación (5) muestra que la desviación en frecuencia, depende de la configuración del líquido. La determinación de esta dependencia es muy difícil, ya que la integral que aparece en el numerador es función de la configuración del propulsante no sólo a través de la región de integración V_L , sino también debido a que \bar{E}_2 depende de dicha configuración.

Un caso sencillo para determinar dicha dependencia es el correspondiente a $\epsilon_L \simeq 1$, para el cual la expresión (5) se convierte en:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2} \left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) = - (\epsilon_L - 1) \frac{\int_{V_L} \bar{E}_1^2 d v}{\int_{V_C} \bar{E}_1^2 d v} \quad (6)$$

ya que esta ecuación no contiene a \bar{E}_2 (para cavidades geoméricamente sencillas \bar{E}_1 se puede calcular fácilmente una vez que se haya seleccionado un modo resonante particular).

El caso $\epsilon_L \simeq 1$ presenta la ventaja adicional de que para ciertos modos resonantes, la integral que figura en el numerador de (6) depende muy poco de la configuración del propulsante líquido. Por el contrario, para ϵ_L no muy próximo a la unidad, parece difícil el encontrar un modo resonante que haga la desviación en frecuencia independiente de la configuración, ya que, como se ha dicho, el numerador de (5) depende doblemente de esta confi-

guración. Afortunadamente propulsantes líquidos de interés tales como LH_2 y LOX (utilizados en el Shuttle) satisfacen la condición $\epsilon_L \simeq 1$, con lo que puede utilizarse la ecuación (6) para el cálculo de $\omega_2 - \omega_1$.

Llamando:

$$\Delta = \left(\frac{V_L}{V_C} - \frac{\int_{V_L} \bar{E}_1^2 d v}{\int_{V_C} \bar{E}_2^2 d v} \right) \frac{\epsilon_L - 1}{(\omega_1/\omega_2)^2} \quad (7)$$

se obtiene que:

$$\frac{V_L}{V_C} = \frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 - 1}{\epsilon_L - 1} + \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 \frac{\Delta}{\epsilon_L - 1} \quad (8)$$

Si Δ es suficientemente pequeña como para que sea despreciable, el último sumando de (8) resulta:

$$V_L = V_C \frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 - 1}{\epsilon_L - 1} \quad (9)$$

con lo que bastaría medir la frecuencia de resonancia del modo elegido, en el momento deseado (ω_2), para obtener el valor V_L buscado.

Para casos en los que ϵ_L no es muy próximo a la unidad, en lugar de utilizar la ecuación (6) se puede desarrollar \bar{E}_2 , en la ecuación (5), en potencias de $(\epsilon_L - 1)$ reteniendo términos de orden superior. Para ello se hace la hipótesis de que la transición de la constante dieléctrica ϵ a través de la superficie de separación entre las fases de vapor y líquido del propulsante no es discontinua, sino que varía continuamente a través de una capa delgada desde ϵ_L a 1; posteriormente se hace tender a cero el espesor de dicha capa delgada.

Eliminando el campo magnético de las ecuaciones de Maxwell se tiene:

$$\nabla^2 \bar{E}_2 + \nabla (\bar{E}_2 \cdot \nabla \ln \epsilon) + \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \bar{E}_2 = 0 \quad (10)$$

con las condiciones:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{E}_2 + \bar{E}_2 \cdot \nabla \ln \epsilon &= 0 \\ \bar{n} \wedge \bar{E}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

donde \bar{n} es el vector normal a la pared.

Haciendo $\epsilon \rightarrow 1$ en (10) y (11) se obtienen las ecuaciones correspondientes a tanque vacío ($\omega_2 \rightarrow \omega_1$ y $\bar{E}_2 \rightarrow \bar{E}_1$), en estas condiciones existe un sistema ortogonal y completo de funciones vector campo eléctrico (que corresponden a los modos de resonancia) que es fácilmente calculable para geometrías sencillas. Para calcular ω_2 se puede entonces

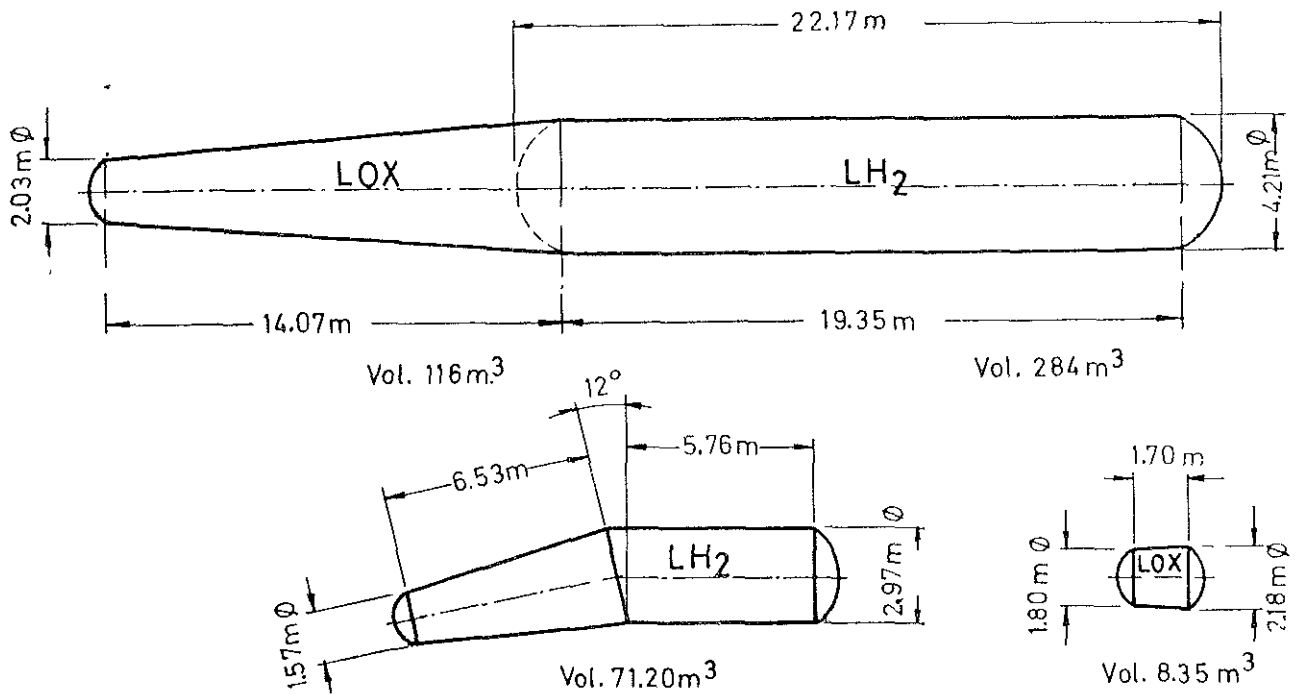


Figura 1.

desarrollar \bar{E}_2 y ω_2 en potencias de $(\epsilon - 1)$ partiendo de los valores \bar{E}_1 y ω_1 correspondientes al modo seleccionado y linealizar las ecuaciones (10) y (11); de esta forma [1] se llega a la ecuación:

$$\frac{\Delta}{(\epsilon_L - 1) (\omega_2 / \omega_1)^2} = \frac{V_L}{V_C} \frac{\int_{V_L} \bar{E}_1^2 d\nu}{\int_{V_C} \bar{E}_1^2 d\nu} - (\epsilon_L - 1) \sum_{P \neq 1} \frac{\left(\int_{V_C} \bar{E}_1 \cdot \bar{E}_P d\nu \right)^2 / \left[(\omega_P / \omega_1)^2 - 1 \right]}{\left(\int_{V_C} \bar{E}_1^2 d\nu \right) \left(\int_{V_C} \bar{E}_P^2 d\nu \right)} - (\epsilon_L - 1) \frac{\int_{V_L} \bar{E}_1 \cdot \nabla \Phi d\nu}{\int_{V_C} \bar{E}_1^2 d\nu} \quad (12)$$

donde:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \int_{V_C} G_D \nabla \cdot \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon_L - 1} \bar{E}_1 \right) d\nu \quad (13)$$

siendo G_D la función de Green para la ecuación de Laplace dentro de la cavidad, con condiciones de Dirichlet.

Aplicación a los depósitos del "Shuttle".

Existen diseños preliminares de los depósitos del "Shuttle" (fig. 1), y para hacer aplicación de la teoría anterior se han considerado el depósito

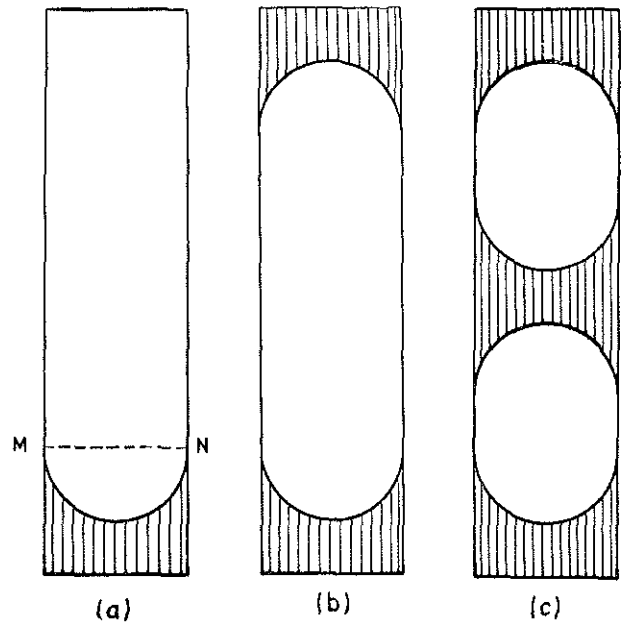


Figura 2.

principal de LH_2 y el secundario de LOX . Teniendo en cuenta que $\epsilon_{LOX} = 1,507$ y $\epsilon_{LH_2} = 1,228$, se han calculado los errores de medida debidos al uso de la ecuación (9) en lugar de (8) para las situaciones límites representadas en las figuras 2 (tensión superficial dominante) y figura 3 (aceleración dominante). Escogiendo el modo fundamental, los

errores obtenidos [1] son del orden del 5 por 100, valor que parece razonable en este tipo de medidas y factible de ser reducido si se elige adecuadamente el modo resonante.

Se han calculado asimismo las frecuencias (ω), tiempos de respuesta (T) y potencias necesarias (P) correspondientes a los modos estudiados, obteniéndose los siguientes resultados:

	ω	T	P
L O X	722 MHz	$1,1 \times 10^{-4}$ seg.	0,3 m W
L H ₂	267 MHz	4×10^{-4} seg.	7 m W

Consideraciones finales.

El método de la cavidad resonante para medir el contenido de propulsante en depósitos bajo con-

diciones de cero-g, se basa en considerar el depósito como una cavidad resonante electromagnética, seleccionar un modo resonante adecuado cuya frecuencia se mide en tierra con el depósito vacío, y compararla con su nuevo valor en el instante deseado en vuelo.

Los elementos esenciales para realizar esta medida son: un oscilador de barrido, una línea coaxial en conexión con una antena dentro del depósito, una antena receptora y un detector que permite realizar la lectura digital de la medida dentro del vehículo.

Este sistema de medida satisface las condiciones normalmente requeridas en este tipo de mediciones, como son: pequeños peso y tamaño de los componentes, mínimas modificaciones en el tanque, bajo requerimiento de potencia, corto tiempo de respuesta y errores razonables.

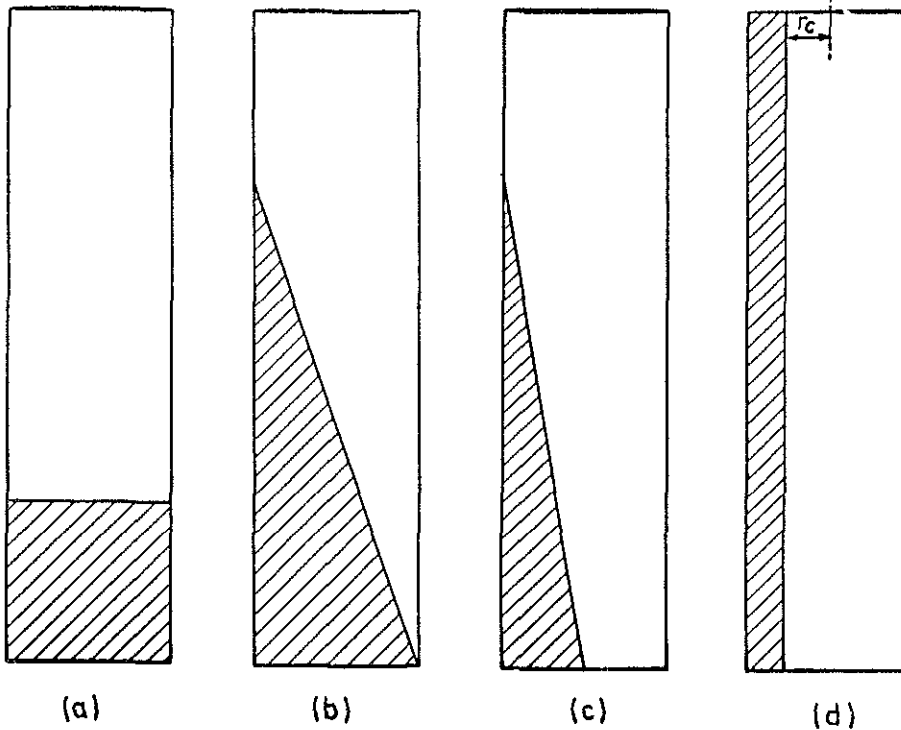


Figura 3.

BIBLIOGRAFIA

1. SANMARTÍN, J. R.; FRAGA, E., y MUÑOZ, A.: "Zero-g gauging Systems". ELDO C 17/8/4, junio 1972.
2. FRAGA, E., y MUÑOZ TORRALBO, A.: "Feasibility Study for the development of a vaporizing liquid-fuel gauge". ESRO CR-19, julio 1970.
3. BURNS, G. A.: "Propellant Gauging Utilizing Radio Frequency Techniques". Air Transport and Space Meeting. New York City, April 1964, Paper No. 870 B.
4. GARRIOT, R., and BURNS, G. A.: "Zero-G Propellant Gauging Utilizing Radio Frequency Techniques in a Spherical Resonator". IEE Transactions in Aerospace, Vol. AS-3, February 1965.
5. "Positive Gauging System Feasibility Study". NASA CR 102062, February 1968.
6. BUCHSBAUM, S. J.; MOWER, L., and BROWN, S. C.: "Interaction between cold plasmas and guided electromagnetic waves". The Physics of Fluids, 3, 806, 1960.