

---

# LA ELECTRODINÁMICA DE CABLES ESPACIALES

Juan R. Sanmartín,  
Eduardo Ahedo  
E.T.S.I. Aeronáuticos

---

*Se discuten los fundamentos que subyacen en la concepción y en las aplicaciones de un cable espacial, o tether. Si el cable es metálico y orbita en un planeta con ionosfera y campo magnético propio —la Tierra misma, o uno de los grandes planetas exteriores—, su movimiento genera una fuerza electromotriz por el mismo proceso de inducción magnética de un simple generador eléctrico, y el circuito conductor se “cierra” a través del plasma ionosférico. Se analiza el problema técnico central al que se enfrentan los tethers electrodinámicos de potencia: cómo establecer un buen contacto eléctrico entre el cable y la rarificada ionosfera. Se discute una reciente solución al problema.*

---

## Introducción

LA tercera ley de Kepler relaciona el período  $T$  y el semieje mayor,  $r_0$ , de una órbita genérica en torno a un astro esférico dominante, sea éste el Sol, y sus planetas, sea la Tierra, y sus satélites artificiales. En el caso de órbitas circulares, usando la velocidad angular  $\Omega$  en lugar del período, la 3ª Ley toma la forma

$$\Omega = GM/r_0^3; \quad (1)$$

si la Tierra es el astro central, el parámetro gravitatorio tiene el valor  $GM \approx 4.0 \times 10^{14} \text{ N} \times \text{m}^2/\text{kg}$ . En un sistema de referencia que gire con velocidad  $\Omega$ , siguiendo al satélite, éste se halla en reposo, y la ecuación (1) resulta del balance de las fuerzas de gravitación,  $GMm/r_0^2$ , y centrífuga,  $m\Omega^2 r_0$ , siendo  $m$  la masa del satélite.

En su utilización más básica, aunque no única, un tether es un cable *largo, flexible y ligero* que permite a dos estructuras espaciales orbitar con veloci-

dad angular común a distancias geocéntricas diferentes; la tensión del cable invalida la 3ª Ley. Considérese la figura 1: dos masas  $m_1$  y  $m_2$  conectadas por un cable, en órbitas circulares de radios  $r_1$  y  $r_2 = r_1 + L$ , se mantienen en la misma vertical local. La velocidad angular del sistema está determinada por el balance de las sumas de fuerzas gravitatorias y centrífugas. Si la masa del tether es despreciable, se obtiene inmediatamente

$$\frac{\Omega^2}{GM} = \frac{m_1 r_1^{-2} + m_2 r_2^{-2}}{m_1 r_1 + m_2 r_2}, \quad (2)$$

de donde se sigue

$$r_2^3 < \Omega^2/GM < r_1^3. \quad (3)$$

Según (3), la fuerza de gravitación excede a la centrífuga en la posición de  $m_1$ , y lo contrario ocurre con  $m_2$ ; esto mantiene tenso al cable en la disposición vertical, que es un equilibrio estable: cualquier pequeña inclinación genera un par recuperador. De-

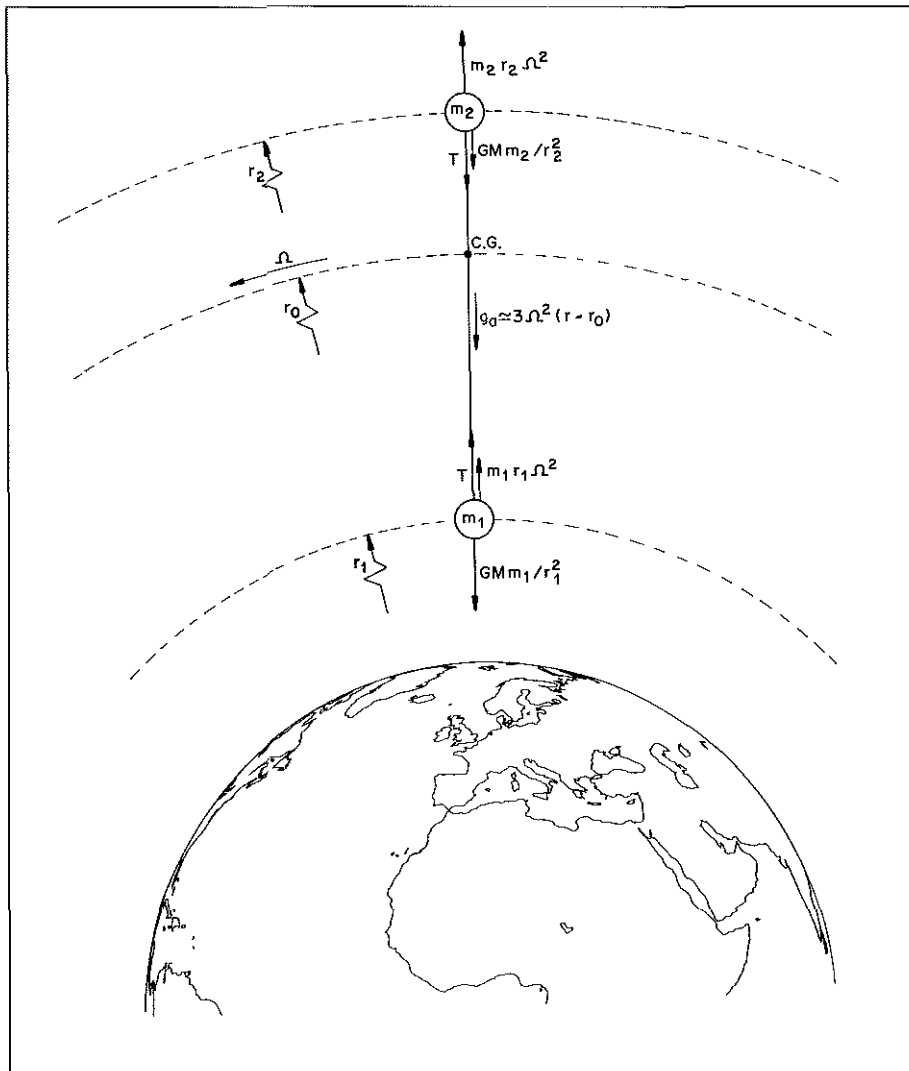


FIGURA 1.

bido a la escala gigante de la órbita ( $r_1$  debe ser mayor que el radio terrestre, unos 6370 km), grandes longitudes de tether, por ejemplo  $L = 100$  km, son compatibles con un cociente  $r_2/r_1$  próximo a la unidad, por lo que la tensión del tether será mucho menor que el peso de  $m_1$  ó  $m_2$ . Esto permite utilizar un cable de sección pequeña y, en consecuencia, ligero y flexible, lo que significa que la energía invertida en llevar el tether a órbita es de importancia secundaria y que tensiones muy bajas pueden tensarlo.

Las primeras propuestas técnicas detalladas para el uso de tethers en el espacio datan del comienzo de los años setenta, cuando el transbordador americano ("Shuttle"), entonces en fase de desarrollo,

prometía múltiples oportunidades para vuelos espaciales. Un Manual de la NASA, en una segunda edición de 1989, recoge hasta 43 variantes de utilización técnica o científica de los tethers. Aparte de las aplicaciones de carácter electrodinámico, de interés central aquí, los cables espaciales permitirían, por ejemplo, realizar:

- i) mediciones sistemáticas, imposibles hasta ahora, a ciertas alturas;
- ii) experiencias en condiciones permanentes de microgravedad controlada y variable;
- iii) transferencias orbitales, económicas, de las masas en sus extremos.

## Aplicaciones mecánicas

Un tether en la configuración de la figura 1 podría, primeramente, corregir una situación anómala de la ciencia espacial. La región atmosférica comprendida entre los 80 y los 130 km de altura presenta un interés especial como medio fluido, porque en ella se produce la transición del flujo continuo al flujo molecular libre. Pero la información directa sobre esas alturas de que disponemos, es también especialmente escasa: la densidad atmosférica es ya demasiado baja para sustentar globos-sonda de volumen razonable, y es aún demasiado alta para tolerar satélites de vida prolongada. Los datos allí obtenidos *in situ* provienen, en consecuencia, de cohetes de sondeo, que cubren espacios limitados en intervalos de tiempo breves.

Un cable de longitud  $L \sim 100$  km, que uniese un pequeño satélite instrumental  $m_1$  a una nave nodriza masiva  $m_2$ , portadora de momento cinético orbital grande frente a la resistencia aerodinámica del movimiento de  $m_1$ , permitiría realizar mediciones directas sobre los componentes atmosféricos neutro e ionizado, a las alturas en cuestión, durante un elevado número de órbitas. El satélite  $m_1$  podría obtener importante información aerotermodinámica (sustentación y resistencia, transporte de calor, interacción gas-superficie) a altos números de Mach y un amplio espectro de números de Knudsen —y Reynolds—, inaccesibles en túneles de viento en tierra. Asimismo, la proximidad de  $m_1$  a la superficie terrestre haría posible la determinación precisa de anomalías gravitatorias y magnéticas, de interés para muchos procesos geológicos y meteorológicos.

En segundo lugar, nótese que las fuerzas centrífuga y gravitatoria, en la figura 1, sólo son iguales en un punto del cable, el centro de gravedad, cuyo radio  $r_0$  viene determinado por las ecuaciones (1) y (2). En cualquier otro punto, la fuerza por unidad de masa, en la dirección radial hacia afuera, es

$$g_a = \Omega^2 r - GM/r^2 = 3\Omega^2 (r - r_0)$$

donde la aproximación final es válida para  $L \ll r_0$ . En el sistema de referencia ligado al tether, cualquier objeto está sometido a una gravedad artificial  $g_a$ , que apunta hacia la Tierra para  $r < r_0$ , y hacia afuera para  $r > r_0$ . Se podría disponer, así, de un laboratorio de gravedad reducida, de valor controlable.

La gravedad artificial  $g_a$  crece con la distancia  $|r - r_0|$ ; en una órbita terrestre baja,  $g_a$  vale  $10^{-6} g_T$  para  $|r - r_0| \sim 2$  m y  $10^{-3} g_T$  para  $|r - r_0| \sim 2$  km, siendo  $g_T$  la gravedad terrestre en superficie. Si el laboratorio coincide con una de las masas extremas,

el valor de  $g_a$  se controlaría variando la longitud del cable. En una disposición más sofisticada, el laboratorio sería un tercer cuerpo con capacidad para desplazarse a lo largo del tether. En uno u otro caso, se podrían determinar los efectos de la microgravedad, y su umbral, sobre una multitud de procesos biológicos (crecimientos vegetal y animal, fisiología humana) y físicos (dinámica de fluidos, reacciones químicas, crecimiento de cristales). En otro orden de magnitud, el despliegue, desde una Estación Espacial, de un tether y un "contrapeso" que produjese a bordo una gravedad  $g_a$  entre 0.01 y 0.1  $g_T$ , facilitaría a los tripulantes el manejo de fluidos, instrumentos y alimentación. Una gravedad artificial comparable a  $g_T$ , con un contrapeso y una longitud de tether razonables, podría obtenerse mediante una moderada rotación de éste relativa a la vertical local.

En el transporte espacial, finalmente, las aplicaciones de los tethers son muy notables. Para su mejor comprensión, conviene señalar, primero, cierta *paradoja* en las operaciones usuales de transferencia orbital. Para "subir" un satélite, de una órbita a otra de mayor energía mecánica, es naturalmente necesario consumir alguna forma de energía, normalmente almacenada a bordo como combustible de cohete. Pero desafortunadamente, para "bajar" el satélite a otra órbita de menor energía, por ejemplo, para iniciar la reentrada, también se requiere un gasto energético, en una acción de frenado. Un tether permitiría realizar estos dos tipos de acciones, simultáneamente, con nulo o menor gasto.

En efecto, si se corta o desengancha el cable de la figura 1, las masas  $m_1$  y  $m_2$  se mueven siguiendo órbitas elípticas. Pero, según (3), la velocidad inicial de  $m_2$ , tras el corte, es mayor que la correspondiente a órbita circular de radio  $r_2$ ,  $\Omega r_2 > (GM/r_2)^{1/2}$ . El perigeo de  $m_2$  es por tanto el punto de separación y en toda la órbita se tiene  $r > r_2$ ; el semieje mayor, que, como se sabe, es una medida de la energía orbital, excede a  $r_2$  en una cantidad que resulta ser  $3(r_2 - r_0)$ . Similarmente,  $m_1$  está en su apogeo en la separación, y su semieje mayor es inferior a  $r_1$  en la cantidad  $3(r_0 - r_1)$ . Nótese, por otra parte, que, para obtener efectos orbitales apreciables, se precisa un tether de decenas de kilómetros, esto es,  $10^3$ - $10^4$  veces mayor que la distancia típica entre partes del Shuttle, o de una Estación Espacial.

El anterior procedimiento puede aplicarse a una gran variedad de situaciones. Por ejemplo,  $m_2$  puede ser el Shuttle y  $m_1$  su tanque externo, ya vacío, ó  $m_2$  puede ser una Estación Espacial y  $m_1$  el Shuttle. Esta segunda acción, sin embargo, debiera tener carácter repetitivo, lo que exigiría devolver la Estación, previamente, a su altura inicial. Se ha sugerido, co-

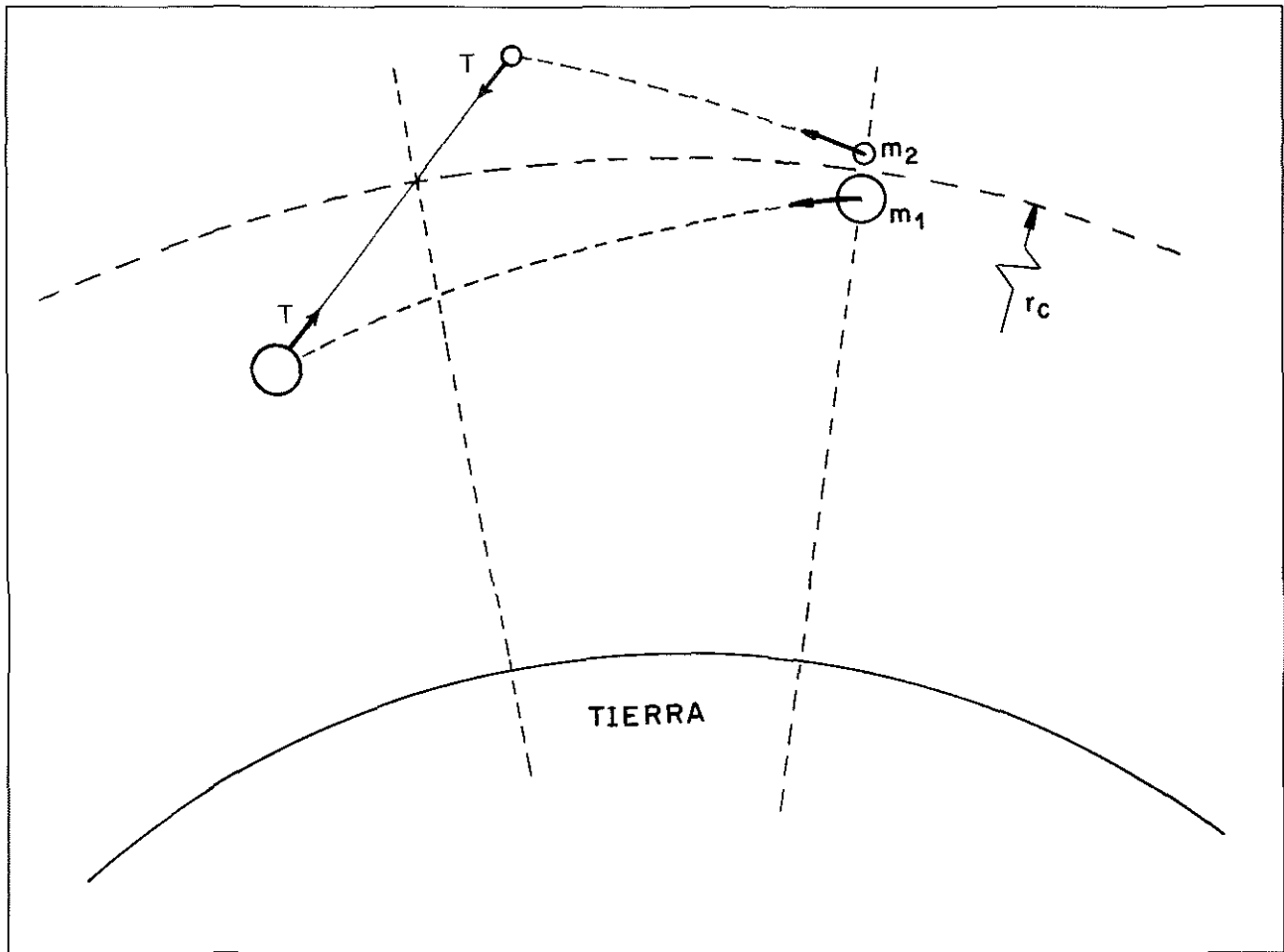


FIGURA 2.

mo solución, conjugar esa acción con otra en la que  $m_2$  fuese un satélite y  $m_1$  la Estación Espacial, en una secuencia alterna. Existe, además, otra posibilidad más espectacular, también discutida en la literatura: Como se verá en la sección próxima, se podría frenar magnéticamente a la Estación, sin consumo energético, ¡y, por el contrario, con generación simultánea de energía eléctrica!

El proceso esencial en las aplicaciones de transporte es el despliegue del tether, con las masas  $m_1$  y  $m_2$  en los extremos, hasta alcanzar la configuración de la figura 1. En ese proceso se conserva, naturalmente, el momento cinético del sistema; si inicialmente las masas se mueven en una órbita circular de radio  $r_c$  se tiene

$$m_1 \Omega r_1^2 + m_2 \Omega r_2^2 = (m_1 + m_2) \Omega_c r_c^2 \quad (4)$$

donde  $\Omega_c$  satisface la 3ª Ley ( $\Omega_c^2 = GM/r_c^3$ ), y  $\Omega(r_1, r_2)$  viene dada por la ecuación (2). Si se fija el cociente  $r_2/r_1$ , ó  $L/r_1 \approx r_2/r_1 - 1$ , la ecuación 4 determina los radios finales  $r_1$  y  $r_2$ , y se puede calcular la variación energética durante el despliegue. Si  $L/r_1$  es pequeño, esa variación resulta ser negativa: la configuración final (Fig. 1) es accesible sin esencial aporte de energía, y el exceso disponible, en forma de oscilaciones pendulares del tether respecto de la vertical local, puede reducirse regulando la tensión en el mecanismo de despliegue, alojado, digamos, en  $m_1$ . Tras el impulso que establece la separación inicial en el despliegue, que requiere un pequeño gasto energético, las masas intercambian momento cinético. En general,  $m_1$  adelanta angularmente a  $m_2$ ,\* de modo que la tensión incrementa el momento cinéti-

\* De la ecuación (1), para el caso más simple de órbitas circulares, se sigue que la órbita inferior tiene mayor velocidad angular. Nótese que, aunque órbitas de energías próximas son ellas mismas próximas, la distancia entre partículas que las recorran puede crecer extraordinariamente, desde un mínimo, la diferencia de radios, a un máximo, el diámetro.

co y la energía de esta segunda masa, y tiene efecto opuesto sobre la primera (Fig. 2). Para ciertas condiciones, el incremento del momento cinético de la masa exterior, puede hacer crecer su distancia geocéntrica a pesar de la componente radial (negativa) de la tensión que actúa sobre ella. Es posible mostrar que el máximo valor posible de  $r_2/r_c$ , para  $m_2 = m_1$ , es 1.047 y crece con  $m_1/m_2$ ; para masas iguales, tomando  $r_c > 3670$  km, se tiene  $(r_2 - r_c)_{\max} > 300$  km.

## El tether electrodinámico

Los tethers, por otra parte, permiten aplicaciones de muy diferente carácter en aquellos planetas que tienen tanto ionosfera como campo magnético, lo que excluye a Mercurio, que carece de ionosfera, a Venus, y a Marte, que no están magnetizados (y a la Luna por una y otra razón). Esas aplicaciones tienen el mismo fundamento del más simple generador de potencia eléctrica, un circuito conductor en presencia de un campo magnético dado  $\vec{B}_0$ : si se traslada con una velocidad  $\vec{U}$ , un segmento móvil  $\vec{L}$  del circuito (que se mantiene cerrado mediante contactos deslizantes, o escobillas), se induce en él una fuerza electromotriz  $\vec{U} \wedge \vec{B}_0 \cdot \vec{L}$ , y circula una corriente  $I$ . En nuestro caso, el elemento móvil es un tether metálico de longitud  $L \ll r_1$ , en órbita circular de velocidad  $U_s = \Omega r_1 \approx \Omega r_2$  (Fig. 1);  $\vec{B}_0$  es el campo planetario; y el (medio) conductor en reposo es la ionosfera, que completa el circuito. El tether standard iría recubierto de aislante y llevaría elementos (contactores) en las masas extremas para establecer y controlar el contacto eléctrico con el plasma ionosférico.

Un tether electrodinámico permite así generar potencia útil en alguna carga interpuesta. La energía obtenida proviene, naturalmente, de la energía mecánica orbital y el mecanismo de frenado mecánico es la fuerza  $I\vec{L} \wedge \vec{B}_0$  usual, que se opone a  $\vec{U}_s$ . Como ya se ha indicado, ese efecto de frenado, anejo a la generación eléctrica, puede él mismo ser útil. Además, aún usando combustible de cohete para compensar el frenado magnético si así conviene, se recupera en forma eléctrica más del doble de la energía química del combustible, y ello debido a la utilización de su energía orbital. Por otra parte, el funcionamiento del tether es reversible; si se dispone de una fuente de continua con voltaje superior a  $U_s B_0 L$ , puede forzarse corriente en sentido inverso, y producir un empuje propulsor. Un tether electrodinámico ofrece, en otro orden de cosas, notables

posibilidades como instrumento de exploración y modificación *in situ* de la ionosfera a escala gigante.

La potencia generada por un tether es proporcional a la f.e.m. y a la corriente  $I$ , y existen limitaciones a ambas. La presencia de cargas libres en el plasma ionosférico es naturalmente esencial para el transporte de la corriente. De hecho, como se verá más adelante, el principal obstáculo al uso de tethers electrodinámicos de potencia en la ionosfera terrestre es la baja densidad de electrones. Su número por unidad de volumen  $n_e$ , y el de iones positivos  $n_i$ , presenta un máximo, como función de la altura  $z$ , en la capa ionosférica  $F$ , a unos 300 km, que es, por tanto, una zona de actuación óptima. Para una órbita de tan escasa altura, y de baja inclinación respecto al ecuador, el campo geomagnético es aproximadamente perpendicular a  $\vec{U}_s$  y  $\vec{L}$ , y de valor 0.3-0.4 gauss; se tiene además  $\Omega^2 \approx g_T/r_T$  y  $U_s \approx \Omega r_T \approx 8$  km/s, donde  $r_T$  es el radio de la Tierra. Resulta así una f.e.m. de 200-250 voltios/km. La variación del perfil  $n_e(z)$  en un espesor de unos 100 km en torno al máximo no alcanza al 10%; un tether de esa longitud induciría voltajes de hasta 25 KV. Posibles dificultades en el manejo de voltajes tan altos han sugerido considerar inicialmente tethers más cortos en un orden de magnitud.

Para el caso de una ionosfera planetaria genérica, obsérvese que ésta es el resultado de la acción ionizante de la radiación solar sobre un gas atmosférico neutro. En la hipótesis más simple —equilibrio hidrostático e isoterma de una atmósfera de átomos de masa  $m$ , en las cercanías de la superficie— la densidad atómica  $n$  sigue la conocida ley exponencial  $n(z) \propto \exp(-z/H)$ ;  $H$  es aquí la longitud  $kT/mg$ ,  $T$  es la temperatura, y  $k$  la constante de Boltzmann (cociente entre la constante universal de los gases y el número de Avogadro). Las reacciones fotoquímicas entre átomos y fotones solares incidentes desde lo alto de la atmósfera, produce un número  $q$  de pares ion/electrón, por unidad de volumen y tiempo, proporcional a  $n$  y a la intensidad  $I$  de la radiación solar ionizante,  $q \propto nI$ . Contrariamente a  $n$ ,  $I$  se reduce al decrecer la altura como consecuencia de la absorción progresiva de fotones, y el producto  $nI$  exhibe un máximo en un cierto  $z$ ; la función  $q(z)$  no es, por tanto, exponencial, pero contiene tan sólo la longitud característica  $H$ . Por otra parte, en condiciones estacionarias, las densidades  $n_e$  y  $n_i$ , iguales, son el resultado del balance entre la producción  $q$  y la velocidad de recombinación en colisiones ion-electrón, que es proporcional al producto  $n_e n_i$ ; se tiene así  $n_e \propto q^{1/2}$ . En consecuencia,  $H$  es también la longitud característica del perfil  $n_e(z)$ , que no difiere de su máximo en más de un 10% en un espesor  $2H$ . Con un tether de esa longi-

tud, en un planeta de radio  $r_p$ , gravedad en superficie  $g_p$  y campo  $B_0$ , y una atmósfera de masa atómica  $m$  y temperatura  $T$ , se puede generar una f.e.m. del orden de  $2B_0 \sqrt{r_p/g_p} kT/m$ .

En general, no obstante, incluso en la zona del máximo, la densidad electrónica es baja, lo que hace difícil el contacto eléctrico entre tether e ionosfera y limita la corriente  $I$ . Recuérdese un resultado clásico de la teoría cinética de gases: el número de partículas que chocan en la unidad de tiempo con una superficie de área unidad introducida en un gas, es proporcional a densidad y a su velocidad térmica ( $\sim$  velocidad del sonido),

$$J_i = \frac{1}{4} n (8kT/\pi m)^{1/2}.$$

En el plasma ionosférico terrestre, la temperatura de los electrones es  $T_e \geq 10^3$  K, y su densidad máxima es  $n_e \approx 0.05 - 1 \times 10^6$  cm<sup>-3</sup>, de modo que la densidad de corriente electrónica,  $eJ_{ie}$ , incidente sobre una superficie en ausencia de campos eléctricos, esto es, por el simple movimiento térmico, es del orden de 0.4-8 miliamperios/m<sup>2</sup>. Una corriente de 10 A podría así requerir un área efectiva, definida como  $A_{ef} = I/eJ_{ie}$ , superior a  $10^4$  m<sup>2</sup>.

Ciertamente, la superficie colectora de electrones en el extremo  $m_2$  de la figura 1 no habría de tener tal área. En una órbita usual de oeste a este, ese extremo tiene carácter anódico, esto es, está polarizado positivamente con respecto al plasma no perturbado circundante y en consecuencia atrae electrones, lo que incrementa la densidad de corriente electrónica hacia la superficie. Es posible mostrar, sin embargo, que un elemento contactor *pasivo*\*, una simple esfera metálica de radio  $R$  situada en  $m_2$ , no podría captar corriente apreciable sin un tamaño o un voltaje de polarización  $V_A$  (y en consecuencia, una impedancia de contacto) desmesurados. Esta escasa efectividad del voltaje en un simple contactor anódico polarizado, se debe, como ahora se mostrará, a que dos longitudes características del plasma ionosférico, su longitud de Debye  $\lambda_D$ , y el girorradio del movimiento térmico de los electrones,  $l_e$ , son muy pequeños.

## El problema de la corriente anódica

En un gas, el camino libre medio se define como la longitud de un cilindro que encierra 1 partícula y cuya base es una cierta sección frontal de colisión  $\sigma$ ,

$$\lambda \sigma \times n = 1; \quad (5)$$

$\lambda$  es así la distancia que recorre una partícula, en media, entre dos colisiones. Para un gas de átomos neutros,  $\sigma$  está claramente relacionado con el "tamaño" del átomo. Naturalmente, éste no es el caso de los electrones en un plasma. El "tamaño" que determina aquí la sección  $\sigma$  es la distancia  $b$  a la que la energía de interacción coulombiana entre dos electrones es comparable a la energía cinética térmica,

$$e^2/4\pi\epsilon_0 b \sim kT_e; \quad (6)$$

si dos electrones se aproximan a tales distancias, sus trayectorias se ven modificadas de manera apreciable, como en una colisión entre átomos neutros. Poniendo  $\sigma \sim b^2$ , y  $n_e$  en lugar de  $n$ , se obtiene en (5) el *camino libre medio de Coulomb*,  $\lambda$ . Nótese que, si los iones tienen número de carga unidad, la distancia  $b$  que determina  $\sigma$  en una colisión entre ellos o entre ion y electrón viene, también, dada por (6).

Se puede definir un plasma como un gas de iones y electrones en el que se cumple la condición  $\lambda \gg b$ , que unida a  $\sigma \sim b^2$  y a la ecuación (5) conduce a  $n_e b^3 \ll 1$ ; en la ionosfera se tiene  $b \sim 10^{-6}$  cm, y  $n_e b^3$  es en verdad extremadamente pequeño. De (6) se sigue entonces la condición

$$n_e b^3 \times e^2/4\pi\epsilon_0 b \ll kT_e.$$

Existe, por tanto, una distancia mucho mayor que  $b$ , la *longitud de Debye*,  $\lambda_D$ , que satisface

$$n_e \lambda_D^3 \times e^2/4\pi\epsilon_0 \lambda_D \sim kT_e. \quad (7)$$

$\lambda_D$  representa una distancia de apantallamiento eléctrico en un plasma, donde cada carga, en su movimiento de agitación térmica, repele a las cargas de su signo y atrae a las opuestas; según (7), la energía de interacción eléctrica entre una partícula y un volumen  $\lambda_D^3$  vaciado de partículas de igual carga, sería comparable a la energía térmica de que dispone

\* En física de plasmas se llama sonda de Langmuir a un contactor pasivo utilizado para mediciones *in situ*, determinando experimentalmente la relación entre la corriente captada por la sonda y su voltaje de polarización. No es propósito de una sonda de Langmuir, sin embargo, maximizar la corriente.

aquella. En un plasma, la separación de cargas de signo opuesto en distancias superiores a  $\lambda_D$  exige una gran inversión energética, por lo que en muchos procesos, en los que varían las densidades, el plasma se mantiene cuasineutro,  $n_e/n_i \approx 1$ .\*

En presencia de un campo magnético, existe en un plasma otra longitud básica. La fuerza de Lorentz que ejerce el campo  $\vec{B}_0$  sobre un electrón de velocidad  $\vec{v}$  es  $-e\vec{v} \wedge \vec{B}_0$ . La aceleración de origen magnético toma así la forma  $(eB_0/m_e) \wedge \vec{v}$ , que representa la aceleración (perpendicular a  $\vec{B}_0$ ) de un movimiento helicoidal de velocidad angular  $\omega_e \approx eB_0/m_e$ , en torno a un eje paralelo al campo. Si  $v$  es una velocidad térmica, característica, el radio de giro,  $v/\omega_e$ , se llama radio de Larmor o *girorradio térmico*,  $l_e$ . Para los iones se puede introducir una longitud semejante,  $l_i \gg l_e$ .

La corriente electrónica captada por una esfera de radio  $R$  y potencial  $V_A$ , en el extremo superior del tether de la figura 1, se puede ahora escribir como

$$I = I_e \approx eJ_{ie}A_{ef} \approx eJ_{ie} 4\pi R^2 G_E, \quad (8)$$

donde la ganancia en área,  $G_E$ , es una cantidad adimensional que solamente puede depender de parámetros adimensionales. Si se ignoran, por el momento, los efectos magnéticos (esto es, se hace  $B_0 \rightarrow 0$ ,  $l_i, l_e \rightarrow \infty$ ), es fácil ver que  $G_E$  es sólo función de dos parámetros. En primer lugar, el problema, en ejes ligados al tether, es estacionario (y el plasma a grandes distancias se mueve con la velocidad  $-\vec{U}_s$ ). Por otra parte,  $U_s$  es pequeña frente a la velocidad térmica electrónica  $[(kT_e/m_e)^{1/2} > 10^2 \text{ km/s}]$ , y se puede poner  $m_e U_s^2/kT_e \approx 0$ . En la capa  $F$ ,  $\lambda$  es del orden de centenares de metros, de modo que, para cualquier  $R$  razonable, también se tiene  $R/\lambda \approx 0$ . Finalmente, las energías iónicas características son asimismo pequeñas frente a  $eV_A$ ; mientras que  $V_A$  será una fracción de la f.e.m., que es del orden de kilovoltios, se tiene  $kT_i/e \sim kT_e/e \sim 0.1 \text{ V}$ , y  $m_i U_s^2/e < 10 \text{ V}$ , para iones  $O^+$ . Es claro, además, que se puede ignorar la corriente iónica que alcanza la esfera.

La ganancia ha de tomar así la forma

$$\frac{A_{ef}}{4\pi R^2} = G_E \left( \frac{eV_A}{kT_e}, \frac{R}{\lambda_D} \right), \quad (9)$$

y la función  $G_E$  debe obtenerse de la teoría cinética de plasmas sin efectos colisionales. En la capa  $F$ , se tiene  $\lambda_D \sim 5 \text{ mm}$ ; si tanto  $R/\lambda_D$  como  $eV_A/kT_e$  son

grandes,  $G_E$  sólo depende de la combinación  $(\lambda_D/R)^{4/3} \times eV_A/kT_e$ , y si la ganancia misma es grande, como se desea, resulta\*\*

$$G_E \approx 1.5 \times [(\lambda_D/R)^{4/3} eV_A/kT_e]^{6/7}. \quad (10)$$

Para  $R = 3 \text{ m}$  ó  $4\pi R^2 \approx 10^2 \text{ m}^2$ , por ejemplo, un área efectiva  $A_{ef} = 5.000 \text{ m}^2$  requiere un valor  $G_E \approx 50$ ; de (10) se obtiene entonces  $eV_A/kT_e \approx 3 \times 10^5$ , esto es,  $V_A \approx 30.000 \text{ voltios}$ , que es una polarización a todas luces inaceptable. La dificultad para conseguir un cociente  $A_{ef}/4\pi R^2$  alto radica en que la carga positiva en la superficie de la esfera es apantallada por la carga espacial de los mismos electrones atraídos a ella. Los iones son excluidos de una capa (de Debye) en torno a la esfera, cuyo espesor, relativo al radio  $R$ , es función creciente de  $(eV_A/kT_e)^{3/4} \lambda_D/R$ , y el radio exterior de la capa determina  $A_{ef}$ . El bajo valor de  $\lambda_D/R$  hace al apantallamiento muy eficaz.

Para compensar el efecto de la carga especial negativa, se puede utilizar un ánodo *activo*, que emite una corriente de iones  $I_i$ . La ganancia  $G_E$  es ahora función de un nuevo parámetro, el grado de compensación de carga, que depende de algún valor característico del cociente  $n_i/n_e$ . Como los iones son acelerados hacia fuera por la misma diferencia de potencial que atrae a los electrones ionosféricos, las velocidades típicas de unos y otros, en la capa de Debye, se encuentran en razón de la raíz cuadrada de las masas,  $(m_e/m_i)^{1/2}$ . Se tiene así  $I_i/I_e \sim (n_i/n_e) \times (m_e/m_i)^{1/2}$ , y en consecuencia

$$\begin{aligned} \frac{I_e}{eJ_{ie}4\pi R^2} &= \\ &= G_E \left[ \frac{eV_A}{kT_e}, \frac{R}{\lambda_D}, \frac{I_i}{I_e} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \right], \quad (11) \end{aligned}$$

ecuación que determina implícitamente  $I_e$ , y  $G_E$ ; para  $I_i = 0$  se recupera (8)-(9). Como iones y electrones se aceleran en sentidos opuestos, no hay valor de la corriente iónica que produzca compensación punto a punto en la capa de Debye,  $n_i \approx n_e$  (cuasineutralidad). Por el contrario, al crecer aquella, con otros parámetros fijados, se alcanza un valor  $I_{iM}$  para el cual el campo eléctrico en la superficie del ánodo (y la carga total de la capa) se anula. No hay solución para  $I_i > I_{iM}$ , y no es posible emitir una corriente  $I_i > I_{iM}$ : si  $I_i < I_{iM}$ , aquel campo acelera los iones hacia afuera; si tuviésemos  $I_i > I_{iM}$ , ocurriría lo con-

\* Un análisis detallado de los procesos de colisión entre cargas, incluyendo efectos de apantallamiento, muestra que el camino libre medio de Coulomb contiene un factor logarítmico grande;  $\lambda \propto 1/n_e b^2 \ln(\lambda_D/b)$ .

\*\* El análisis asintótico para  $kT_i/eV_A \rightarrow 0$  es singular, y  $G_E$  depende, de hecho, débilmente del cociente  $T_i/T_e$ ; el factor 1.5 corresponde al valor  $T_i/T_e = 1$ .

trario, y se tendría  $I_i = 0$ , un resultado contradictorio. Se dice que la emisión de corriente está limitada por la propia carga espacial.

Para  $(\lambda_D/R)^{4/3} eV_A/kT_e$  grande, y el valor  $I_i = I_{iM}$  correspondiente, se encuentra que  $G_E$  es una cierta función  $G_{EM}$  de  $(\lambda_D/R)^{4/3} eV_A/kT_e$ , y asimismo

$$(m_i/m_e)^{1/2} I_{iM}/I_{eM} = \alpha (G_{EM}). \quad (12)$$

El cociente entre las funciones  $G_{EM}$  y (10) depende suavemente de su argumento: el paso de  $I_i = 0$  a  $I_i = I_{iM}$  produce así un incremento, sólo moderado, de la corriente  $I_e$ . Por otra parte,  $\alpha$  es también función muy suave (logarítmica) de su argumento, de modo que, aun siendo  $G_{EM}$  grande, se tiene  $\alpha \ll (m_i/m_e)^{1/2} \approx 170$ , y la corriente total es  $I_{eM} + I_{iM} \approx I_{eM}$ . La consecuencia de todo ello es que un ánodo emisor de iones no es suficientemente efectivo. Hay, sin embargo, una segunda consecuencia de lo anterior, en relación con el cátodo del tether, que hasta ahora habíamos ignorado. Para un cátodo del mismo radio  $R$  y polarización  $-V_A$ , en un plasma de iguales temperaturas ( $T_i = T_e$ ), se puede escribir inmediatamente, por razones de simetría,

$$\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} \frac{\tilde{I}_i}{eJ_{ie}4\pi R^2} = G_E \left[ \frac{eV_A}{kT_e}, \frac{R}{\lambda_D}, \frac{\tilde{I}_e}{\tilde{I}_i} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \right], \quad (13)$$

donde  $\tilde{I}_i$  e  $\tilde{I}_e$  son ahora las corrientes de iones (captada) y electrones (emitida),  $G_E$  es la misma función de la ecuación (11), y se ha usado la relación  $J_{ie} = J_{ei} (m_e/m_i)^{1/2}$ . Para contactores pasivos ( $I_i = \tilde{I}_e = 0$ ), es claro que la corriente en el cátodo es, a todos los efectos, despreciable, ya que de (11) y (13) se tiene  $\tilde{I}_i/\tilde{I}_e = (m_e/m_i)^{1/2}$ , una cantidad mucho menor que la unidad. Por el contrario, para emisión máxima de corriente, la situación da un vuelco completo. De  $\tilde{I}_{iM}/I_{eM} = (m_e/m_i)^{1/2}$ , y la ecuación equivalente a (12),

$$(m_e/m_i)^{1/2} \tilde{I}_{eM}/\tilde{I}_{iM} = \alpha (G_{EM}),$$

resulta  $\tilde{I}_{iM} + \tilde{I}_{eM} \approx \tilde{I}_{eM}$ , e  $\tilde{I}_{eM}/I_{eM} = \alpha (G_{EM})$ , ¡un valor moderadamente grande! La emisión de electrones en el cátodo aparece así tremendamente efectiva; dicho brevemente, es difícil captar electrones (en el ánodo) pero es muy fácil emitirlos (en el cátodo).

Los contactores en consideración desde hace años, en particular para ánodos, son muy complejos. De una superficie de rejilla emerge, no una corriente de iones, sino una nube de plasma: iones y

electrones. Debido, sin embargo, al potencial altamente positivo del ánodo, hay una corriente electrónica de retorno a la rejilla, y sólo los iones emitidos alcanzan la ionosfera ambiente. La densidad de electrones de emisión introduce, no obstante, un grado de libertad y, en condiciones estacionarias, tiende a autorregularse, por razones energéticas, para satisfacer punto a punto la condición  $n_i \approx n_e$ . Existe así, en este tipo de contactores, una región cuasineutra, anular, entre el ánodo y la capa de Debye.

La situación es, de hecho, más problemática, porque, hasta el momento, se ha supuesto  $B_0 = 0$ , pero los efectos magnéticos en la capa  $F$  son, por el contrario, muy apreciables, y  $G_E$  depende entonces de un nuevo parámetro,  $R/l_e$ . Como el girorradio térmico es pequeño ( $l_e \approx 3$  cm), los electrones, en ausencia de colisiones, se mueven siguiendo aproximadamente líneas del campo magnético, lo que hace difícil la convergencia de geometría esférica que posibilita la ganancia en área. Aunque está confirmada la reducción de  $G_E$  al pasar de grandes a pequeños valores de  $l_e$ , la forma funcional de  $G_E$  es muy compleja y sólo en parte conocida. Por ejemplo, en el caso de un ánodo pasivo, en las condiciones  $eV_A/kT_e$  del orden de la unidad y  $R/\lambda_D$ ,  $R/l_e$  grandes,  $G_E$  no depende de  $R/\lambda_D$ ; además, aunque el cociente  $R/\lambda$ , supuesto pequeño, no afecta a  $G_E$ , los procesos de colisión son determinantes en su cálculo: si  $l_e$  es pequeño, no es posible, en el análisis, ignorar las colisiones en el plasma.

El esquema conceptual de un ánodo activo incluye también una solución al problema del guiado magnético de los electrones. En una mezcla de gases en equilibrio termodinámico local, las diversas especies deben tener temperaturas y velocidades macroscópicas iguales. No debe, así, sorprender que el plasma del ánodo —que contiene iones emitidos y electrones atraídos, en fuerte movimiento relativo—, sea inestable, y resulte en turbulencia. Aunque difiere básicamente de la turbulencia convectiva usual en líquidos o gases neutros a alto número de Reynolds, la turbulencia en un plasma sin colisiones significa, también, fluctuaciones, aquí en las densidades y en el campo eléctrico. Las fluctuaciones en la densidad iónica representan el movimiento coherente de paquetes de gran número de iones. En una descripción simple, cada paquete tendría  $N$  iones, y habría, naturalmente,  $n_i/N$ , ó  $n_e/N$ , paquetes por unidad de volumen; si  $N$  es muy grande, las “colisiones” de un electrón con tales paquetes son frecuentes y destruyen el guiado magnético\*

\* Compárese al caso de un plasma con iones de carga múltiple. Para las colisiones de un electrón con iones de carga  $+Ze$  (en lugar de  $+e$ ) la ecuación (6) se reescribe  $Ze \times e/4\pi\epsilon_0 b \sim kT_e$ , la sección  $\sigma \sim b^2$  aumenta así en un factor  $Z^2$ . La densidad iónica se reduce, por el contrario, en un factor  $1/Z$ :  $n_i = n_e/Z$ . En consecuencia,  $\lambda$ , en (5), se reduce en el mismo factor



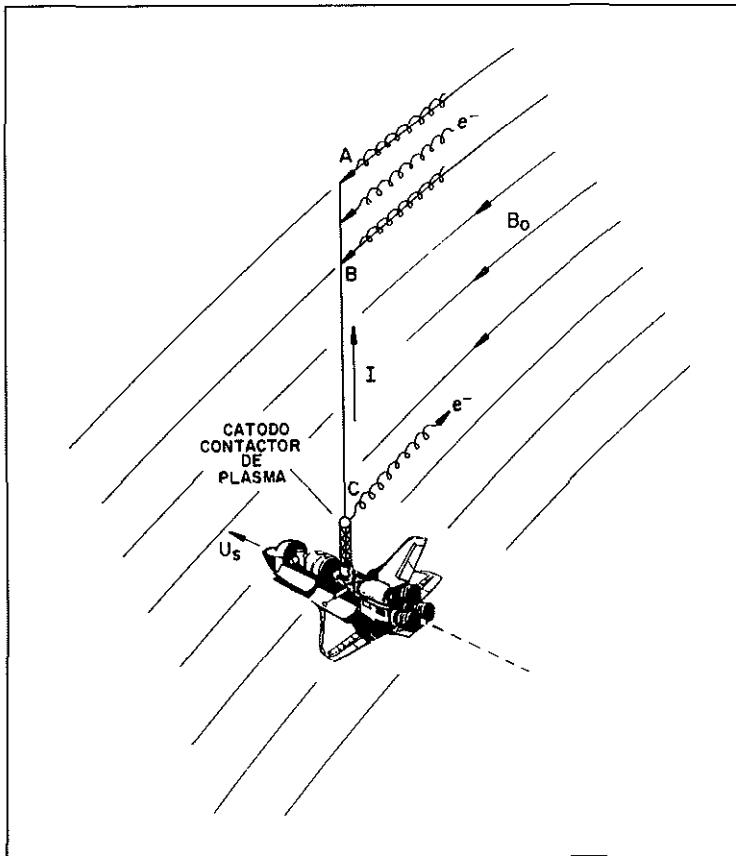


FIGURA 3.

## Un tether sin ánodo

Aunque se trabaja en EE.UU. e Italia, desde hace 10 años, en el desarrollo, empírico en alto grado, de un ánodo emisor de plasma eficaz, persisten todavía dificultades substanciales. A este respecto, baste observar que el TSS1 italoamericano, el primer tether electrodinámico, al que, tras muchos retrasos, se pretende volar en 1992, llevará un ánodo pasivo, una esfera de radio  $R \sim 1$  m que captará una pequeña fracción de amperio, con una alta impedancia de contacto. Recientemente, sin embargo, se ha sugerido una solución alternativa y simple para los efectos de apantallamiento y guiado magnético, una solución que elimina el recubrimiento aislante y prescinde enteramente del ánodo (Fig. 3).

La idea básica es que, en las condiciones ionosféricas, la mejor forma de un ánodo pasivo en nada se parece a una esfera, una forma geométrica

que presenta una sola longitud característica, el radio  $R$ . Es esencial que, por el contrario, el ánodo esté caracterizado por dos longitudes de valor muy dispar. El caso más simple es el de un cilindro muy alargado, de diámetro  $d$  y longitud  $L_B$ , siendo  $d/L_B \ll 1$ . Es claro entonces que la cinética (o la fluidodinámica) de la captura de electrones quedaría gobernada por los gradientes más intensos, que están asociados a la longitud más corta,  $d$ . El proceso de captura sería así bidimensional y se tendría una ganancia

$$\frac{A_{ef}}{\pi d L_B} = G_C \left( \frac{eV_A}{kT_e}, \frac{d}{\lambda_D}, \frac{d}{l_e} \right).$$

Si  $L_B$  es suficientemente grande, la superficie del cilindro puede igualar la de cualquier esfera,  $\pi d L_B = 4\pi R^2$ , al tiempo que se tiene  $d/\lambda_D = 0$ ,  $d/l_e = 0$ . En este límite doble no hay, naturalmente, fenómenos de apantallamiento o guiado magnético; se habla de régimen OML ("orbital motion limited"). Para  $eV_A/kT_e \gg 1$  la ganancia resulta tener una forma muy simple,

$$G_C(eV_A/kT_e, 0, 0) = (4eV_A/\pi kT_e)^{1/2}. \quad (14)$$

Un valor  $G_C = 50$  corresponde a  $eV_A/kT_e \approx 2000$ , ó  $V_A = 200$  voltios, que es una polarización muy razonable.

Se puede alcanzar una superficie de ánodo de  $10^2$  m<sup>2</sup> con una longitud inferior a los 10 km si el radio excede a los 2 mm. En tales condiciones, sin embargo, el cociente  $d/\lambda_D$ , ó  $d/2\lambda_D$ , no es, ciertamente, una cantidad muy pequeña. Afortunadamente la teoría clásica de sonda de Langmuir muestra que, en geometría bidimensional, y en ausencia de efectos magnéticos, el régimen OML cubre todo el rango, de cero a valores moderadamente grandes, para el cociente  $d/2\lambda_D$ ; en el caso tridimensional, por el contrario, el régimen OML se alcanza sólo en el límite  $R/\lambda_D \rightarrow 0$ . Para explicar esta diferencia, señalemos que el campo eléctrico lejos de un conductor que toma corriente de un plasma decrece como el inverso del cuadrado de la distancia en geometría cilíndrica, y como el inverso del cubo en geometría esférica; el campo tiene así, en el segundo caso, un "alcance" menor\*. Este efecto presenta iguales consecuencias que el fenómeno de apantallamiento del

\* Aunque esos comportamientos difieren de los correspondientes en ausencia de plasma (inverso de la distancia e inverso de su cuadrado, respectivamente), el menor "alcance" comparativo tiene en ambas situaciones un origen común: la mayor divergencia de un flujo en condiciones esféricas.

campo, e impide a la corriente esférica alcanzar el valor correspondiente al límite OML.

Afortunadamente para el presente argumento, existe una diferencia semejante acerca de la importancia de los efectos magnéticos en geometrías bi- y tridimensional. Como ya se ha dicho, no hay resultados completos sobre la corriente a una sonda (o sobre la ganancia, en nuestro análisis), en presencia de un campo magnético. Existe, no obstante un resultado muy simple, en forma de una cota superior (llamada "canónica" en la literatura) para esa corriente. En geometría esférica, aun siendo el cociente  $R/l_e$  pequeño, la corriente OML termina excediendo a la cota adiabática cuando  $eV_A/kT_e$  se hace suficientemente grande —el caso de interés práctico para el tether—. Lo contrario ocurre en geometría bidimensional. Para el ánodo cilíndrico aquí considerado, se tendría  $d/2l_e \sim 0.1$  y resultaría válido desprestigiar las fuerzas magnéticas frente a las eléctricas.

Naturalmente, no habría necesidad de conectar al extremo del tether un ánodo tan peculiar como el expuesto. Una parte de aquél, el segmento  $AB$  en la figura 3, podría servir de ánodo cilíndrico si se prescinde del aislante. Nótese que el potencial varía desde un máximo valor positivo en el extremo anódico  $A$ , a un valor nulo en  $B$  (y se hace negativo en el segmento  $BC$ ). Si  $L_B$  es la longitud de  $AB$ , y se quiere una ganancia  $G_E = 50$  en (14), el potencial  $V = 200$  voltios correspondería a algún punto intermedio entre  $A$  y  $B$ .

Según un concepto, extraordinariamente atractivo, se podría prescindir del aislamiento en toda la longitud del cable. En estas condiciones, el segmento  $BC$  captaría iones. Como ya se ha dicho, se cumple la condición  $m_i U_i^2/e < 10$  V, de modo que también se puede ignorar el movimiento orbital del ánodo en el cálculo de la corriente iónica, que estaría igualmente en el régimen OML. Se tiene entonces, aproximadamente,  $|V_C|/V_A \sim (L - L_B)/L_B$ , de donde se sigue asimismo la estimación

$$\frac{I_i(\text{en } BC)}{I_e(\text{en } AB)} \sim \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \left(\frac{L - L_B}{L_B}\right)^{3/2}$$

Es claro ahora que, en un generador eficiente, el cociente  $L_B/L$  debe ser moderadamente pequeño:

si no es pequeño, la caída de tensión anódica sería comparable al voltaje disponible en la carga útil, en  $C$ ; pero si ese cociente es demasiado bajo, un exceso de corriente iónica (que incluye emisión secundaria de electrones) reduciría la corriente que alcanza  $C$ . En un diseño óptimo,  $L_B$  se escala, por tanto, con  $L$ .

Obsérvese ahora que, como la f.e.m. es proporcional a  $L$ , y la corriente al producto  $L_B dV_A^{1/2}$ , la potencia útil en el generador se escala en la forma  $W_L \propto L^{5/2}d$ . El peso del tether, por otra parte, es proporcional al producto  $Ld^2$ . El trade-off usual entre la eficiencia y la relación potencia/peso, en el diseño del generador, determinaría además un cierto valor de esa relación, de modo que se tiene asimismo  $W_L \propto Ld^2$ . Resulta así,  $d \propto L^{3/2}$  y, en consecuencia,  $L \propto W_L^{1/4}$ . Nótese, por tanto, que un incremento de la potencia en un factor de 100 exige tan sólo un incremento de longitud del tether en un factor de 3 (típicamente, de 7 a 22 km para  $W_L$  variando de 1 a 100 KW).

## Referencias

- P. M. CHUNG, L. TALBOT y K. J. TOURYAN: *Electric Probes in Stationary and Flowing Plasmas*. Springer-Verlag, New York, 1975.
- J. RUBINSTEIN y J. G. LAFRAMBOISE: "Upper Bound Current to a Cylindrical Probe in a Collisionless Magnetoplasma", *The Physics of Fluids* **21**, 1655 (1978); "Theory of a Spherical Probe in a Collisionless Magnetoplasma", *The Physics of Fluids* **25**, 1174 (1982).
- M. MARTÍNEZ-SÁNCHEZ y D. E. HASTINGS: "A Systems Study of a 100 KW Electrodynamic Tether", *Journal of Astronautical Sciences* **35**, 75 (1987).
- P. A. PENZO y P. W. AMMANN, eds.— *Tethers in Space Handbook* (2<sup>nd</sup> Ed.). NASA, Washington, 1989.
- P. M. BANKS: "Review of Electrodynamic Tethers for Space Plasma Science", *AIAA Journal of Spacecraft* **26**, 234 (1989).
- J. R. SANMARTÍN, E. AHEDO y M. MARTÍNEZ-SÁNCHEZ: "An Anodeless Tether Generator", en *Physics of Charged Bodies in Spaces*. Italian Physical Society, Varenna, 1992 (a aparecer).