

LOCALIZACION DE REFLECTORES, MEDIANTE LA UTILIZACION DE LA TEORIA DE RAYOS A NIVEL DINAMICO.

Corz, A. (\*) ; Domínguez, J. (\*\*); Alarcón. E (\*\*\*)

(\*) E.U.I.T.I. Algeciras. (Universidad de Cádiz). Avda. Ramón Puyol, s/n

(\*\*) E.T.S.I.I. Sevilla (Universidad de Sevilla). Avda. Reina Mercedes, s/n

(\*\*\*) E.T.S.I.I. Madrid (Universidad Politécnica de Madrid). J. Gutierrez Abascal, 2.

Resumen

A partir de los años 60, comienza un desarrollo importante de los métodos que utilizan las características de reflexión del medio para la determinación de la estructura del subsuelo. Se han desarrollado técnicas muy precisas en el campo de la detección, fundamentalmente de recursos energéticos, pero aplicadas únicamente a nivel cinemático. Se intenta en este trabajo mostrar la posibilidad de utilizar la teoría de rayos a un segundo nivel, dinámico, para extraer más información del medio en menos tiempo, y, por lo tanto, con menor costo. Se ha utilizado el método de los elementos discretos triangulares.

Abstract.

Since the sixties an important development of the methods which use the characteristics of environment reflexion for the determination of subsoil structure has taken place.

Some very accurate technics have been developed in the detection field, principally energetic resources technics, but they have been only applied to a kinematic level.

In this work we try to show the possibility of using ray theory in a second level: dynamic level, to get more information about the environment in less time, and so with less cost.

The method of triangular discret elements has been used.

1. INTRODUCCION

El concepto de rayo, fue definido inicialmente, a través de los trabajos de investigación realizados en lo que solemos denominar como Optica Geométrica, siendo matemáticamente expresado como la minimización de una formulación variacional.

La conjunción del concepto de rayo, y de los conceptos contenidos en la teoría de la Elasticidad, dieron lugar a algunas aplicaciones interesantes en las postrimerías del siglo XIX, aunque la aplicación de la teoría de rayos en medios elásticos, tal como hoy la conocemos, fué realizada por primera vez por Sir H. Jeffreys | 1 |.

La solución de la Ecuación Elastodinámica mediante series, fué desarrollada por primera vez por Babich y Alekseyev | 2 |, y actualmente hay que destacar como principales impulsores del método a J.D. Achenbach | 3 | y V. Cerve-

ny | 4 | en cuyas realizaciones nos apoyamos para este trabajo.

Hay que hacer notar, que los procedimientos que utilizan las características de reflexión del medio tienen ciertas ventajas con respecto a las de refracción, sobre todo en cuanto a precisión. Estos métodos tienen el denominador común de operar únicamente con la teoría de rayos a nivel cinemático. Parece evidente que si se utilizase la teoría a nivel dinámico, el caudal de información crecería con todas las ventajas que esto acarrea.

Hay que tener en cuenta, por otra parte, que existen multitud de factores que afectan a la amplitud de las ondas elásticas, aspecto este tratado de forma cualitativa por algunos autores | 5 |, con lo cual hemos de tener en cuenta que los resultados tendrán siempre un cierto grado de incertidumbre.

El objetivo de este trabajo será, por lo

tanto, dar un paso más en el camino de aportar soluciones al problema inverso en reflexión, aplicando la teoría de rayos a nivel dinámico.

## 2. FUNDAMENTOS.

Supongamos un medio continuo, con velocidad de propagación de ondas  $V(x_i)$  tal que sea función continua de las coordenadas. Sea un rayo que parte del punto  $M_0$  y arriba al punto  $M_1$ , figura 2.1.

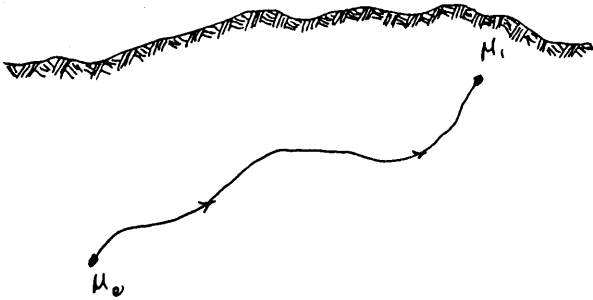


Figura 2.1

El tiempo transcurrido en el recorrido desde  $M_0$  a  $M_1$  será:

$$\tau = \int_{M_0}^{M_1} v^{-1} ds \quad |1|$$

Dado que de  $M_0$  a  $M_1$  existen infinitos caminos, será necesario identificar el verdadero basándonos en los principios variacionales, de tal forma que el rayo será el extremal de la integral |1|.

A partir de este concepto se llega a un sistema de ecuaciones diferenciales |4| |6|, tal que:

$$\frac{dx_i}{ds} = p_{x_i} \cdot v \quad \frac{dp_{x_i}}{ds} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{v} \right) \quad |2|$$

$i = 1, 2, 3$

Este sistema de ecuaciones (Hamilton), será el punto de partida del trazado cinemático.

Pasando el campo de la Elastodinámica, utilizaremos la Ecuación elastodinámica de Cauchy, teniendo en cuenta que se puede admitir la hipótesis de pequeñas deformaciones.

$$\text{div } \underline{T} + \rho \underline{F} = -\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad |3|$$

El término correspondiente a las fuerzas de volumen suele ser eliminado si se considera como campo actuante únicamente el gravitatorio, ya que se puede tomar posición de equilibrio como posición 0.

La solución de la ecuación elastodinámica no es analíticamente posible, para la superficie de separación creada entre la zona ya afectada por la onda y la que permanece aún en reposo, ya que existe en este lugar una dis-

continuidad de las variables de campo, así como de sus derivadas, es el frente de onda.

La ecuación del frente de onda será, por lo tanto:

$$t = \tau(x_i) \quad |4|$$

Para dar solución a la ecuación |3|, con el problema antes mencionado, se recurre a una solución del tipo serie, con infinitos términos de forma que entre ellos, existan algunos que presenten discontinuidad en el frente de onda. La estructura de este tipo de solución será:

$$\vec{u}(x_i, t) = e^{-i\omega(t-\tau(x_i))} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-i\omega)^{-k-\gamma} \vec{u}_k(x_i) \quad |5|$$

Si referimos el vector  $\vec{u}_k$  a sus coordenadas intrínsecas  $\vec{t}$ ,  $\vec{n}$  y  $\vec{b}$ , vectores unitarios tangente, normal y binormal respectivamente, tendremos

$$\vec{u}_k = U_k^{(1)} \vec{t} + U_k^{(2)} \vec{n} + U_k^{(3)} \vec{b}$$

Para el caso en el cual tomemos el primer término de la serie:

$$\begin{aligned} U_0^{(1)} \neq 0 \quad U_0^{(2)} = 0 & \text{ para ondas P} \\ U_0^{(1)} = 0 \quad U_0^{(2)} \neq 0 & \text{ para ondas S} \end{aligned} \quad |6|$$

Si suponemos desacoplados  $U_k^{(2)}$  y  $U_k^{(3)}$ , la ecuación de transporte se expresa como:

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{2} U (v^2 \nabla^2 \tau + \frac{d}{dt} (\ln \rho v^2)) = 0 \quad |7|$$

donde  $v = \alpha$  para ondas P y  $v = \beta$  para ondas S.

La ecuación de transporte, admite simplificaciones si se realiza el oportuno cambio de coordenadas. El nuevo sistema se basa en los denominados parámetros del rayo  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  y  $s$  ó  $\tau$ .

Los parámetros  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son los ángulos de salida desde la fuente,  $\delta_0$  y  $\theta_0$  para el caso de fuente puntual, y para el caso de fuente lineal, el ángulo polar y la longitud de línea  $L_0$  respectivamente.

La transformación entre coordenadas cartesianas y coordenadas del rayo tendrá un Jacobiano tal como:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial \gamma_1} & \frac{\partial y}{\partial \gamma_1} & \frac{\partial z}{\partial \gamma_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial y}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial z}{\partial \gamma_2} \end{vmatrix} \quad |8|$$

Para que el campo sea regular  $J \neq 0$ , en caso contrario estaremos en una zona singular. Consideremos ahora un tubo elemental de rayos, figura 2.2., con límites  $(\gamma_1, \gamma_1 + d\gamma_1)$  y  $(\gamma_2, \gamma_2 + d\gamma_2)$ :

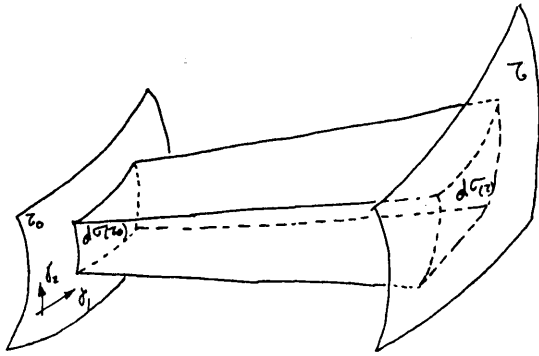


Fig. 2.2

El elemento de superficie interceptado en el frente de onda, por el tubo de rayos es:

$$d\vec{\sigma}_\omega = (\vec{x}_{\gamma_1}, \Lambda \vec{x}_{\gamma_2}) \cdot d\gamma_1 d\gamma_2 \quad |9|$$

$$\vec{x}_{\gamma_i} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \gamma_i} \quad |10|$$

$$d\sigma = d\vec{\sigma}_\omega \cdot \vec{t} = J \cdot d\gamma_1 d\gamma_2 \quad |11|$$

Por lo tanto vemos que la función J, nos dá el área de la sección del tubo en un lugar determinado.

Si ahora evaluamos el volumen  $\Omega$  de un trozo elemental del tubo, de longitud ds, figura 2.3 y consideramos que su superficie tiene un valor S, tendremos:

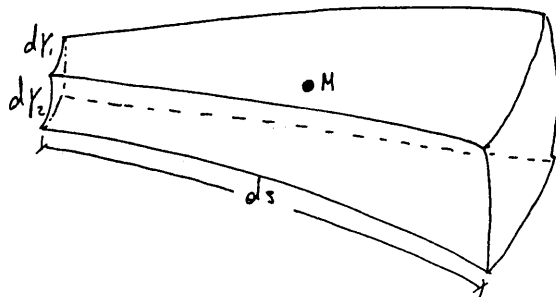


Fig. 2.3

$$\nabla^2 \tau = \lim_{\Omega \rightarrow M} \frac{1}{\Omega} \iint_S \frac{\partial \tau}{\partial n} ds \quad |12|$$

$$\Omega = J \cdot d\gamma_1 \cdot d\gamma_2 \cdot ds \quad |13|$$

Si realizamos la integración obtendremos:

$$v \cdot \nabla^2 \tau \cdot ds = \frac{v}{J} \cdot d \left( \frac{J}{v} \right) \quad |14|$$

Sustituyendo esta última expresión en la ecuación |7|, obtendremos:

$$\frac{du}{d\tau} + \frac{1}{2} u \left( v^2 \frac{1}{J \cdot v} \cdot \frac{d}{d\tau} \left( \frac{J}{v} \right) + \frac{d}{d\tau} (\ln v^2) \right) = 0 \quad |15|$$

después de algunas simplificaciones se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{du}{d\tau} + \frac{1}{2} u \frac{d}{d\tau} \ln (J \cdot \rho \cdot v) = 0 \quad |16|$$

La solución de esta ecuación es del tipo:

$$u(s) = \frac{\Psi(\gamma_1, \gamma_2)}{|J(s) \cdot \rho(s) \cdot v(s)|^{1/2}} \quad |17|$$

donde  $\Psi(\gamma_1, \gamma_2)$  es una función que depende del tipo de fuente considerada. Otra formulación muy apropiada para el cálculo de u en un punto, cuando se conoce el valor en otro es:

$$u(s) = u(s_0) \frac{|J(s_0) \cdot \rho(s_0) \cdot v(s_0)|^{1/2}}{|J(s) \cdot \rho(s) \cdot v(s)|^{1/2}} \quad |18|$$

De acuerdo con lo anteriormente expuesto, será necesario conocer la evolución de J a lo largo del rayo para poder evaluar la variación de u. La deducción del sistema de ecuaciones que utilizaremos es bastante tediosa, por lo que daremos aquí las expresiones finales únicamente pudiendo encontrarse la deducción en |4|, |6|:

$$\frac{dQ}{ds} = v \cdot \tilde{P} \quad \frac{dP}{ds} = -v^{-2} \tilde{v} \cdot \tilde{Q} \quad |19|$$

donde:

$$\tilde{P} \cdot \tilde{Q}^{-1} = \tilde{M} \quad |20|$$

$$M_{ij} = \left| \frac{\partial^2 \tau(s, q_1, q_2)}{\partial q_i \partial q_j} \right|_{q_1 = q_2 = 0} \quad |21|$$

$$v_{ij} = \frac{\partial^2 v}{|\partial q_i \partial q_j|} \quad J(s) = \det(\tilde{Q}) \quad q_i = q_j = 0$$

Vemos que el problema será determinar Q en cada punto, a continuación obtener J(s) y, por último, obtener u(s), por lo tanto la mayor parte del esfuerzo computacional se gesta en este problema.

### 3. MODELIZADO

#### 3.1. El espacio bidimensional

El problema general que ha sido planteado en el apartado anterior, vamos a particularizarlo para el caso bidimensional, con lo cual el primer paso será deducir las expresiones, lógicamente simplificadas, tanto a nivel cinemático como dinámico.

Las ecuaciones cinemáticas |2| quedarán reducidas, suponiendo que se trabaja en un plano x-z, a:

$$\frac{d x_i}{dt} = P_{x_i} v^2 \quad \frac{d P_{x_i}}{dt} = -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial x_i} \quad |24|$$

donde  $x_1 \equiv x$  y  $x_2 \equiv z$   $i = 1, 2$

$$P_x^2 + P_z^2 = \frac{1}{v^2} \quad |25|$$

Estas ecuaciones se pueden expresar en función del ángulo  $\delta$  que forma la tangente a la trayectoria del rayo, con el eje z, figura 3.1.

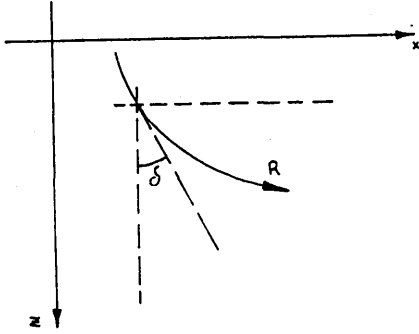


Fig. 3.1

$$P_x = 1/v \text{ sen } \delta \quad P_z = 1/v \text{ cos } \delta \quad |26|$$

$$\frac{dx}{dt} = v \text{ sen } \delta \quad \frac{dz}{dt} = v \text{ cos } \delta \quad |27|$$

$$\frac{d}{dt} = -V_x \text{ cos } \delta + V_z \text{ sen } \delta \quad |28|$$

Nos resta, por lo tanto, definir el tipo de función v, para poder resolver el trazado cinemático. La función tomada es de tipo lineal y ya veremos más adelante que esto no significa ninguna pérdida de generalidad.

$$V = V_0 + K Z \quad |29|$$

De acuerdo con |26|, |27|, |28| y |29|, las ecuaciones para encontrar el recorrido y el tiempo serán:

Espacio:

$$K > 0 \quad \delta_0 > 0 \quad \left| x - \frac{\text{cos } \delta_0}{K P} \right|^2 + \left| z + \frac{V_0}{K} \right|^2 = \frac{1}{K^2 P^2} \quad |29|$$

$$K = 0 \quad x = x_0 + \text{tang } \delta_0 \cdot z \quad |30|$$

$$\delta_0 = 0 \quad \begin{matrix} K=0 \\ K>0 \end{matrix} \quad x = x_0 \quad |31|$$

Tiempo:

$$K > 0 \quad \delta_0 > 0 \quad t = \frac{1}{K} \left| \cosh^{-1} \frac{1}{P V_0} - \cosh^{-1} \frac{1}{P V_z} \right| \quad |32|$$

$$K = 0 \quad t = \frac{1}{V} \left| (\Delta x)^2 + (\Delta z)^2 \right|^{1/2} \quad |33|$$

$$K > 0 \quad \delta_0 = 0 \quad t = \frac{1}{K} \ln \frac{V_0 + K z_2}{V_0 + K z_1} \quad |34|$$

Para abordar el trazado dinámico nos apoyaremos en las ecuaciones |19|, las cuales se simplifican teniendo en cuenta que:

$$\begin{matrix} V_{,ij} = 0 & \text{para } i \neq j \\ M_{ij} = 0 \end{matrix} \quad |35|$$

de esta forma las matrices V y M quedan reducidas a sus diagonales principales, con lo cual la formulación |19| queda como:

$$\frac{dq_i}{ds} = V_{,i} P_i \quad \frac{dP_i}{ds} = -\frac{1}{v^2} V_{,ii} q_i \quad |36|$$

$i = 1, 2$

$$J(s) = q_1 \cdot q_2 \quad |37|$$

$$J(s) = J_1(s) \cdot J_2(s) \quad |38|$$

$$J_1(s) = q_1 ; J_2(s) = q_2 \quad |39|$$

El esfuerzo computacional se invierte prácticamente en el cálculo de  $q_1$ , ya que  $q_2$  es, para este caso, función del tipo de fuente empleada y no presenta problemas.

Particularizando para una distribución de velocidades de tipo lineal, tal como ya se realizó en el caso cinemático tendríamos:

$$V = V_0 + K_1 x + K_2 z \quad |40|$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial q^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \text{ cos } \delta - 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} \text{ sen } \delta \cdot \text{cos } \delta + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \text{ sen } \delta \quad |41|$$

luego:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial q^2} = 0 \quad |42|$$

Por lo tanto:

$$\frac{dq}{ds} = V P \quad \frac{dP}{ds} = 0 \quad |43|$$

$$P(s) = C \quad |44|$$

$$q(s) = \int V \cdot C \cdot ds$$

Vemos, por lo tanto, que el problema del cálculo del valor de q en un espacio bidimensional, con una función de velocidades lineal es bastante simple.

### 3.2. Aplicación de los elementos discretos triangulares

El problema del modelado de una distribución real de velocidades es que no existen funciones válidas para toda la región considerada. Una solución, normalmente utilizada, es dar los valores de velocidad en ciertos puntos del espacio escogidos juiciosamente, para luego obtener los valores intermedios mediante interpolación.

El método elegido, en este caso, ha sido el denominado de los elementos discretos triangulares, en el cual el medio se triangula adecuadamente y se realiza una interpolación lineal dentro de cada elemento, de forma que la función de velocidades es lineal dentro de cada elemento, |7| |8|, figura 3.2 y 3.3.

Con estos elementos podemos cubrir cualquier superficie en unas coordenadas x, z, v, con la aproximación que queramos en función de la irregularidad de la superficie de velocidades y del tamaño de los elementos.

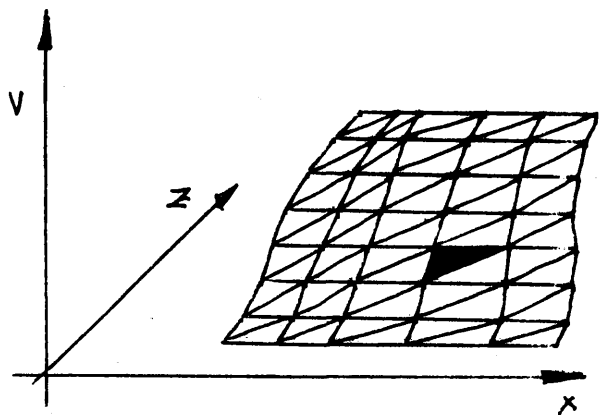


Fig. 3.2

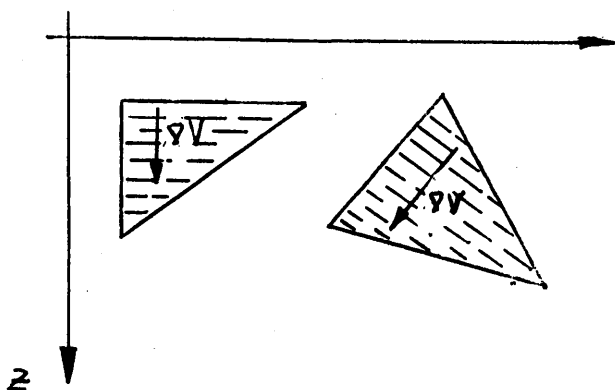


Fig. 3.3

El trazado cinemático no presenta problemas con este tipo de elementos [6], y únicamente es necesario tener algún tipo de precauciones en los bordes, como veremos a continuación.

Se pueden presentar en los bordes de los elementos tres situaciones claramente definidas, figura 3.4:

- a)  $V_A = V_B$  ,  $dV_A = dV_B$
- b)  $V_A \neq V_B$
- c)  $V_A = V_B$  ,  $dV_A \neq dV_B$

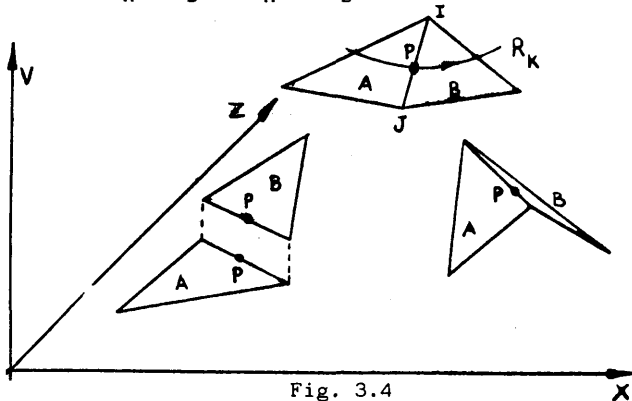


Fig. 3.4

En el primer caso no existe problema ni a nivel cinemático ni dinámico. En el segundo caso es una interfase de primer orden con lo cual a nivel cinemático se opera con las leyes de Snell y a nivel dinámico tendremos las siguientes relaciones [4]:

$$q_B = q_A \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad |45|$$

$$P_B = P_A \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} - \frac{q_A}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} \left| \frac{2R_3 \cos \alpha}{V_A} + \frac{R_4 \cos^2 \alpha}{V_A^2} \right| \quad |46|$$

$$R_3 = \frac{1}{V_A} |K_{1A} \cos \delta - K_{2A} \sin \delta| \sin \alpha - \frac{1}{V_B} |K_{1B} \cos \delta - K_{2B} \sin \delta| \sin \beta \quad |47|$$

$$R_4 = (K_{1A} - K_{1B}) \sin \delta + (K_{2A} - K_{2B}) \cos \delta \quad |48|$$

Para el último caso, a nivel cinemático no hay problema, pero a nivel dinámico hay que considerar la interfase de segunda especie que se produce, estableciéndose las siguientes relaciones [4]:

$$q_B = q_A \quad |49|$$

$$P_B = P_A - \frac{q_A \cot \alpha}{V^2} |2c_1 + c_2 \cot \alpha| \quad |50|$$

$$C_1 = (K_{1A} - K_{1B}) \cos \delta - (K_{2A} - K_{2B}) \sin \delta \quad |51|$$

$$C_2 = R_4 \quad |52|$$

#### 4. LOCALIZACION DE REFLECTORES

La idea fundamental del proceso toma como punto de partida un hecho que es evidente para medios homogéneos, con velocidad de propagación de ondas constante como veremos a continuación.

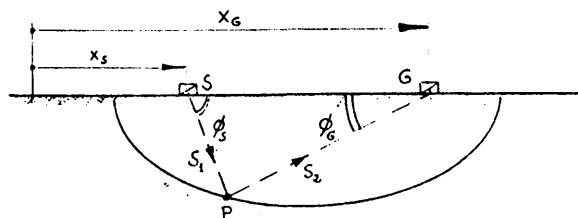


Fig. 4.1

Spongamos un semiespacio, figura 4.1, que a todos los efectos de propagación de ondas, puede ser considerado bidimensional. En la superficie libre de este semiespacio, se han situado un emisor de ondas (S) y un receptor (G) en unas coordenadas  $x_S$  y  $x_G$ , respectivamente.

El tiempo de recorrido de una onda emitida por S, reflejada en un punto tal como el P, y detectada en G será:

$$t = \frac{S}{V} = \frac{S_1 + S_2}{V} \quad |53|$$

El recorrido, por lo tanto, lo conocemos como total, aunque no los parciales  $S_1$  y  $S_2$ .

Todos los posibles puntos P, estarán situados sobre una curva, que será el lugar geomé-

trico de todos los puntos que cumplan que

$$S = S_1 + S_2,$$

este lugar es una semielipse, de focos los puntos S y G, figura 4.1.

El punto P que buscamos, no estará determinado con los datos de posición de S y G, y el tiempo, con lo cual necesitaremos un dato más como puede ser el ángulo de partida  $\phi_S$  o bien el ángulo de arribada  $\phi_G$ . La determinación de  $\phi_G$  se ha realizado hasta la fecha apoyándose en la curva x-t obtenida para una sola fuente y varios detectores de la forma que veremos a continuación:

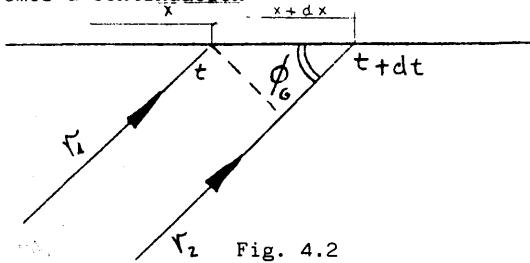


Fig. 4.2

Supongamos dos rayos muy próximos  $r_1$  y  $r_2$ , separados en sus puntos de arribada por un  $dx$  y con un retraso del segundo respecto al primero de  $dt$ . Si suponemos que la velocidad en el entorno de los dos finales de trayectoria es constante, tendremos, de acuerdo con la figura,

$$\cos \phi_G = \frac{V \cdot dt}{dx} \quad |54|$$

Si hemos partido del conocimiento de la función  $t = t(x)$ , tendremos:

$$\phi_G = \arccos (V \cdot t') \quad |55|$$

El procedimiento propuesto en este trabajo, utiliza las amplitudes detectadas en los ejes x y z, como punto de partida para el cálculo del  $\phi_G$  apoyándonos en la formulación y curvas obtenidas en el apartado 3.

Supongamos que el medio por el cual discurre el rayo, pueda ser considerado como de variación lineal de la velocidad para una dirección determinada, aunque se desconocen los parámetros de esa función.

Los datos de partida serían, al igual que en el anterior, las coordenadas  $x_S$  y  $x_G$ , así como los datos cinemáticos ( $t$ ) y dinámicos ( $A_x, A_z$ ), así como la velocidad de propagación de ondas del reflector.

Partiendo de los datos dinámicos, podemos determinar  $\phi$ , y utilizar el receptor G, como un hipotético emisor con un ángulo de partida del rayo  $\phi_G$ .

El problema que se nos plantea a continuación es que al no conocer la función del campo de velocidades desconocemos la trayectoria seguida por el rayo. Supongamos esta indeterminación resuelta y conocidas  $V_0$  y K de una función representativa del campo:

$$V = V_0 + K_z$$

Con esta función podremos determinar la trayectoria seguida por un rayo que parte de G con el ángulo  $\phi_G$ , pero dado que existe una reflexión y no sabemos donde, será necesario realizar un proceso de identificación del punto P tal como se describe a continuación.

Supongamos un  $V_0$  y K de prueba en un semiespacio que ha sido discretizado mediante elementos triangulares, figura 4.3.

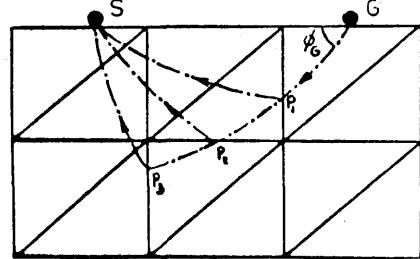


Fig. 4.3

Con el ángulo  $\phi_G$ , trazaremos el rayo en el primer elemento hasta el punto  $P_1$ , que será considerado como perteneciente al hipotético reflector, y, por lo tanto desde el mismo se trazará la trayectoria hasta S. Supongamos que averiguado el tiempo de recorrido resulta ser menor que el detectado, en este caso proseguiremos el trazado hasta el punto  $P_2$  y siguiendo el mismo procedimiento localizaremos un punto tal como el  $P_3$  con el cual el tiempo de recorrido sea mayor que el detectado. Realizando remallados e iteraciones del procedimiento encontraremos el punto P buscado.

Repitiendo el proceso para distintas  $V_0$  y K, obtendremos distintas trayectorias para las cuales  $t = cte$ . aunque cada una de ellas tendrá unas condiciones dinámicas,  $|A|$ , distintas

Si representamos todos los puntos obtenidos, y los interpolamos adecuadamente, obtendremos, utilizando unos ejes K, V, A, una superficie cuyos puntos tendrán la propiedad de tener el mismo tiempo de recorrido y, por lo tanto, la denominaremos superficie Isocrona, figura 4.4.

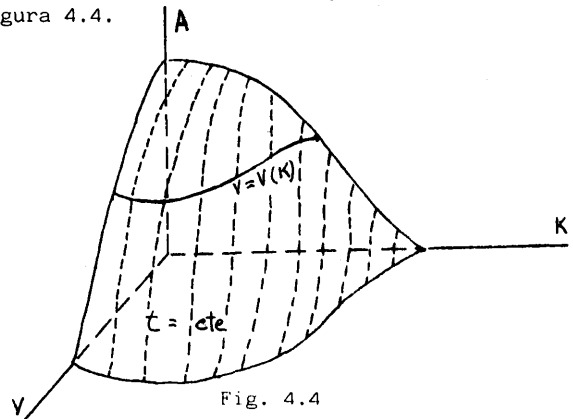


Fig. 4.4

La condición dinámica del rayo se cumplirá solo para un plano paralelo al V-K, que intersectará con la superficie según una curva  $V = V(K)$ , figura 4.5.

Para la curva obtenida serán válidas las dos condiciones del rayo t y A.

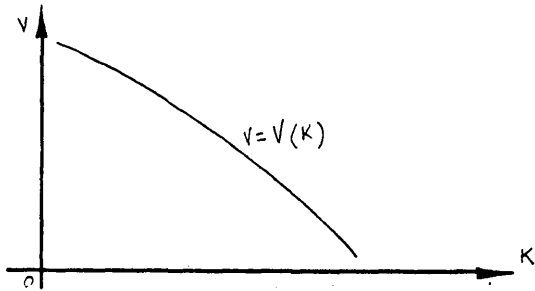


Fig. 4.5

Este proceso no sería suficiente, pues el problema sigue siendo indeterminado, ahora bien, si utilizando un rayo muy próximo al primero, que parta del mismo emisor, y que se supone atraviesa el mismo campo de velocidades realizamos el proceso anterior, obtendremos otra superficie V-K-A, y otra curva  $V = V(K)$ , con lo cual la intersección de ambas dará el punto solución para el campo de velocidades, figura 4.6.

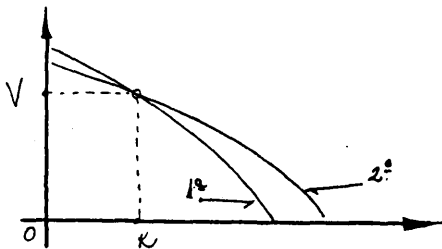


Fig. 4.6

Una vez determinadas las características del campo, la trayectoria queda determinada utilizando únicamente el ángulo  $\theta_G$ , las coordenadas  $x_S$  y  $x_G$ , y la condición cinemática  $t$ , con lo cual el punto de la interfase queda perfectamente determinado.

El esquema anterior se realiza de la misma forma, si consideramos conocida la velocidad  $V_0$  y desconocidos  $V_2$  (velocidad del reflector) y el parámetro  $K$ , con lo cual es posible determinar variaciones de la velocidad del reflector, extremo este sumamente interesante como veremos en el ejemplo de aplicación.

## 5. RESULTADOS

La solución de este tipo de problemas, tiene una importancia fundamental de cara a la localización de inclusiones de distinto material al del resto del reflector. Este tipo de distribución se presenta en las zonas de posible interés para su utilización como yacimiento petrolífero. También en el campo de la Ingeniería Mecánica se presentan casos similares al existir fallos e inclusiones en la zona de unión de dos materiales distintos, como podían ser los casos de utilización de soldaduras tipo "cladding" de algunos reactores.

Los datos de partida para este caso son los correspondientes a las figuras 5.2 y 5.3, información cinemática,  $x-t$ , y dinámica  $x-A$ , respectivamente.

La solución de este problema atiende a tres preguntas:

- a) Situación del reflector.
- b) Características del reflector y de su zona anómala.

La resolución y estudio del problema se plantea en tres etapas:

- a) Determinación del campo de velocidades del primer medio, y obtención de las distintas velocidades que se identifican en el segundo en la zona de contacto.
- b) Determinación de los puntos del reflector.
- c) Estudio de las velocidades del segundo medio para determinar de forma cualitativa de que material podría tratarse.

Los errores de posición, en valores absolutos y relativos, pueden apreciarse en las figuras 5.4 y 5.5, estando acotados por debajo del 6%.

La apreciación de las velocidades correspondientes al segundo medio, vemos que en la zona de alta velocidad, tiene un error relativo inferior al 10%, y en la de baja velocidad inferior al 3%, lo cual ha sido considerado como suficientemente fiable teniendo en cuenta las limitaciones que se presentan al manejar el problema con un microordenador.

Si representamos la distribución de velocidades detectadas para el segundo medio, en función de la distancia  $X$ , obtenemos una gráfica de suma utilidad a la hora de localizar desde la superficie la zona de baja velocidad, figura 5.6.

Comparando la gráfica obtenida, con las distintas velocidades de los materiales posiblemente presentes, puede realizarse una identificación aproximada de modo cualitativo.

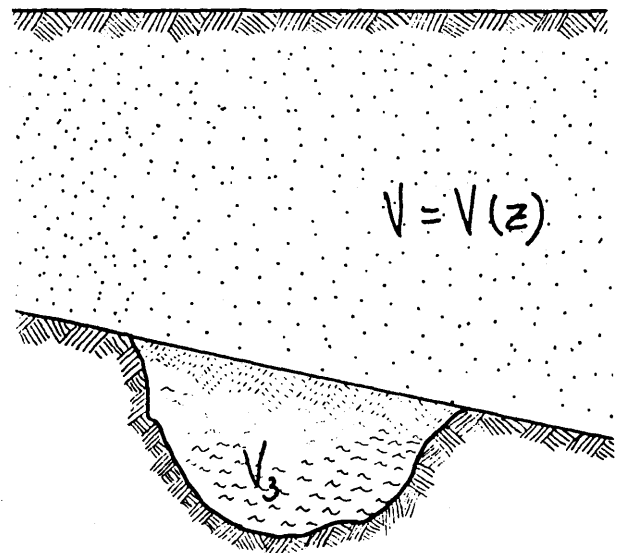


Fig. 5.1

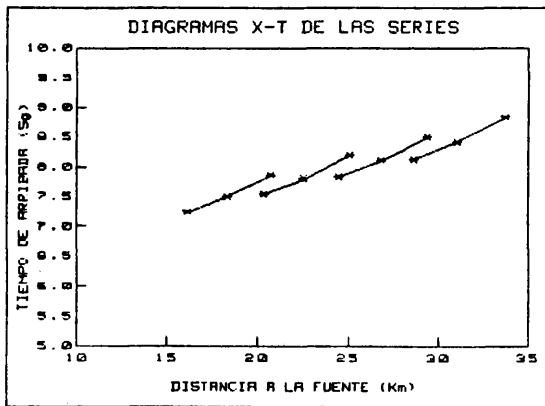


Fig. 5.2

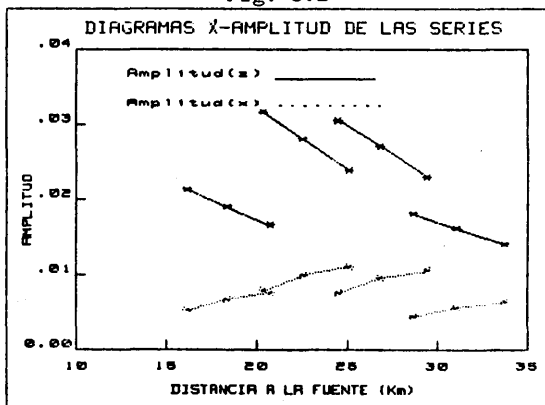


Fig. 5.3

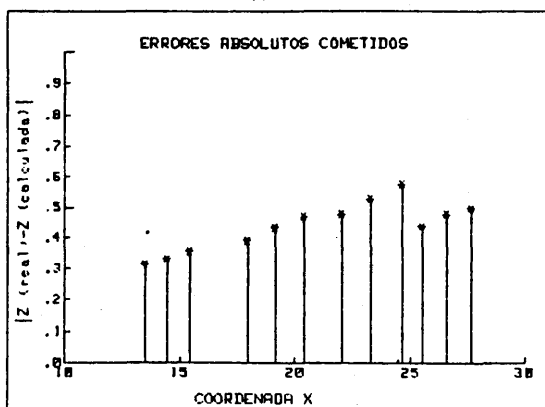


Fig. 5.4

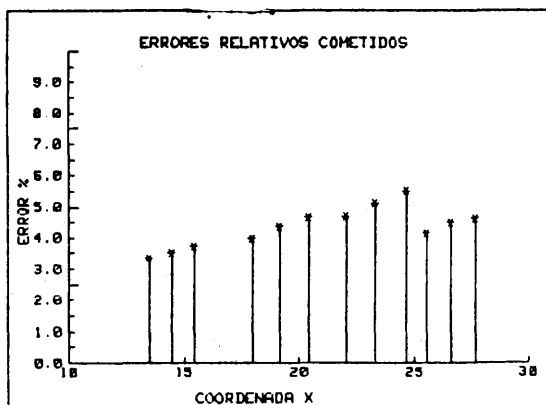


Fig. 5.5

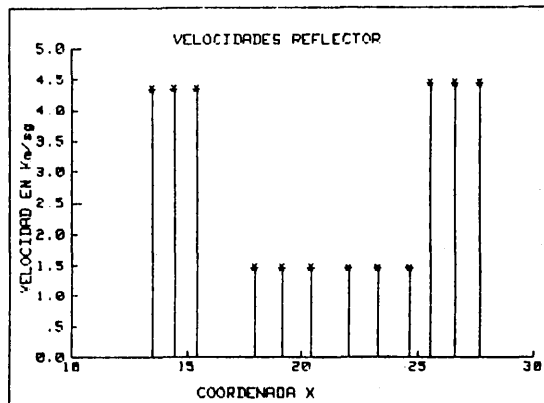


Fig. 5.6

## 6. REFERENCIAS

1. Jeffreys, H. "Seismological tables". British Association for the Advancement of Science, 1940.
2. Babich. "On the ray methods of the computation of the intensity of wave fronts". Izv. Akad. Nauk SSSR, Geophysical Series. n° 1, 1958.
3. Achenbach, J.D., Gautesen, A.K. y McMacken, H. "Ray methods for waves in elastic solids". Pitman, 1982.
4. Cerveny, V. "Ray method in seismology". Univerzita Karlova, 1977.
5. Sheriff, R.E. "Factor affecting seismic amplitudes". Geophysical Prospecting. 23, 1975.
6. Corz Rodríguez, A. "Localización de reflectores y modelos de refracción. Aplicación de la Teoría de Rayos mediante elementos discretos. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla, 1986.
7. Corz Rodríguez, A. "Comparación de la discretización de un modelo geofísico mediante las técnicas de interpolación con "Splines" frente a la técnica de los elementos triangulares". Anales de Ingeniería Mecánica, 1985.
8. Corz Rodríguez, A., Alarcón, E y Domínguez, J. "Utilización de la técnica de los elementos discretos en tomografía sísmica". Anales de Ingeniería Mecánica, 1986.
9. Alarcón, E. "Seismic migration by the ray tracing method". Internal report. I.B.M. Palo Alto Scientific Center, 1982.