GRUPO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO DE LA R.S.E.F.Q.

3ª Reunión - Vigo, Noviembre 1981

Título: CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS DE TRANSMISION DE UNA FIBRA DE INDICE GRADUAL MEDIANTE EL EMPLEO DE SU MATRIZ ABCD.

Autor(es): J.A.Martín Pereda, M.A.Muriel y F.J.López Hernandez

Centro de trabajo:

Dpto. de Electrónica Cuántica, ETS de Ingenieros de Telecomunicación, Universidad Politecnica de Madrid.

Resumen: Se desarrolla, en el presente trabajo, un nuevo método para el cálculo de la dispersión temporal de la radiación óptica que se propaga a través de una fibra de indice gradual mediante el empleo de la matriz ABCD de dicha fibra. Este método, de una mayor simplicidad que los usados habitualmente, proporciona análogos resultados a los ya presentados en la literatura del tema con la ventaja de su mayor facilidad de cálculo.

I.- INTRODUCCION

Como ya es conocido de la literatura de Electrónica Cuántica y de Optica Electrónica, uno de los métodos mas comunmente empleados para el diseño de sistemas ópticos en general y de resonadores láser, en particular, es el de la matriz ABCD. Este método, aplicado esencialmente para casos paraxiales, presenta la ventaja de que al ser la matriz ABCD de un conjunto de elementos ópticos, el producto matricial de sus matrices individuales, la facilidad de cálculo es grande y pueden ser resueltos casos bastante complejos de una forma relativamente sencilla. Su empleo se ha visto, a partir del clérico artículo de Kogelnik y Li [1], notoria mente incrementado y sirve de base a una gran cantidad de trabajos relacionados con la estabilidad de los resonadores ópticos utilizados en osciladores láser. Recientemente ha sido incluso, publicado un trabajo en el que se da una sistemática para la síntesis de sistemas ópticos a partir de su matriz ABCD.

Por otra parte, casi en paralelo con el desarrollo de esta técnica de trabajo, durante los últimos años, se ha producido un considerable avance en el conocimiento de la propagación de radiaciones ópticas a través de las guías ópticas[2]. Este desarrollo, que ha tenido como justificación el avance experimentado por las comunicaciones ópticas, se ha basado esencialmente en un planteamiento clasico de teoría de campos electromagneticos con análogos métodos de trabajo a los que se habian empleado por ejemplo, en microondas.

En el presente articulo se desarrollará un método que, teniendo como base el concepto de la matriz ABCD, llegue a resultados análogos para una fibraóptica que los obtenidos por métodos convencionales.

II.- MATRIZ ABCD DE UNA FIBRA OPTICA DE INDICE GRADUAL

La matriz ABCD de un sistema óptico que, como ya es sabido, relaciona la posición y pendiente de un rayo a la entrada de dicho sistema con estos parámetros a su salida, tiene, para el caso de propagación a través de un medio de índice gradual, una expresión de la forma[3]

$$\begin{pmatrix} \cos\left(\sqrt{\frac{K_2}{K}}\,\ell\right) & \sqrt{\frac{K}{K_2}}\,\mathrm{sen}\left(\sqrt{\frac{K_2}{K}}\,\ell\right) \\ -\sqrt{\frac{K_2}{K}}\,\mathrm{sen}\left(\sqrt{\frac{K_2}{K}}\,\ell\right) & \cos\left(\sqrt{\frac{K_2}{K}}\,\ell\right) \end{pmatrix} \qquad (1)$$

El medio se ha supuesto con una variación transversal en su índice de refracción de la forma

$$n = n_0\left(1 - \frac{K_2}{2K}\,r^2\right) \qquad (2)$$

y siendo ℓ la longitud de dicho medio.

Una fibra de índice gradual, por otra parte, presenta una variación en su índice de refracción del nucleo, en función de la distancia a su eje, dada por

$$n(r) = n\left(1 - \Delta \left(\frac{r}{a}\right)^M\right) \tag{3}$$

donde Δ es un parámetro de la fibra, en general mucho menor que la unidad; a es el radio del nucleo y M otro parámetro de la fibra. Una primera aproximación dada a M, con objeto de optimizar el ancho de banda de la fibra, es hacer $M = 2$. Con ello se tiene

$$n(r) = n\left(1 - \Delta \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \tag{4}$$

Comparando esta expresión con la (2) puede verse que si se hace

$$n = n_0 \qquad \frac{K_2}{2K} = \frac{\Delta}{a^2} \tag{5}$$

ambas son idénticas. De ello se infiere que la expresión de la matriz ABCD dada en (1) puede extenderse, de forma inmediata, a la de una fibra. Con esto como punto de partida y haciendo intervenir las matrices correspondientes al paso del rayo del medio aire ($n \approx 1$) al de la fibra, nos queda, como expresión general para la matriz correspondiente a un rayo que del aire pasa a una fibra y vuelve a salir, una expresión de la forma

$$\begin{pmatrix} A_F & B_F \\ C_F & D_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left[\sqrt{2\Delta}\,\frac{\ell}{a}\right] & \frac{a}{n\sqrt{2\Delta}}\,\operatorname{sen}\left[\sqrt{2\Delta}\,\frac{\ell}{a}\right] \\ -\frac{n\sqrt{2\Delta}}{a}\,\operatorname{sen}\left[\sqrt{2\Delta}\,\frac{\ell}{a}\right] & \cos\left[\sqrt{2\Delta}\,\frac{\ell}{a}\right] \end{pmatrix} \tag{6}$$

donde A_F, B_F, C_F y D_F corresponden a los terminos de la matriz ABCD de la fibra.

III.- APERTURA NUMERICA DE UNA FIBRA DE INDICE GRADUAL

Como se verá posteriormente, a fin de conocer la dispersión temporal de una fibra de indice gradual es necesario calcular primero una expresión que nos dé la apertura numérica de la misma en función de la posición del rayo de entrada con respecto al eje de la fibra.

De acuerdo con la Fig. 1 y con la expresión (6), se tiene

$$r_a(z) = \cos\left[\frac{\sqrt{2\Delta}}{a}\,z\right] r_i + \frac{a}{\sqrt{2\Delta}}\,\operatorname{sen}\left[\frac{\sqrt{2\Delta}}{a}\,z\right] r_i' \tag{7}$$

$$r_a'(z) = -\frac{\sqrt{2\Delta}}{a}\,\operatorname{sen}\left[\sqrt{2\Delta}\,\frac{z}{a}\right] r_i + \cos\left[\sqrt{2\Delta}\,\frac{z}{a}\right] r_i' \tag{8}$$

como, según la Fig. 1, se ha de tener que para $z = \ell(r_i)$

$$r_0(\ell(r_i)) = a \qquad y \qquad r_0'(\ell(r_i)) = 0 \tag{9}$$

se infiere que se verifica

$$|r_i'|_{max} = \sqrt{2\Delta}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{r_i}{a}\right)^2} \tag{10}$$

y como según la definición de apertura numérica, AN, se cumple que

$$AN(r) = \operatorname{sen}\theta_{max}|_r = n(r)\cdot|r_i'|_{max} \tag{11}$$

se llega a

$$AN(r) = n\left(1-\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)\cdot\sqrt{2\Delta}\cdot\sqrt{1-\left[\frac{r}{a}\right]^2} \tag{12}$$

que para el caso de r = 0 es, simplemente

$$r_i'|_{max} = \sqrt{2\Delta} \tag{13}$$

$$AN(0) = n\sqrt{2\Delta} \tag{14}$$

IV.- DISPERSION TEMPORAL EN UNA FIBRA GRADUAL

Como ya es sabido, la dispersión temporal en un pulso transmitido a través de una fibra se debe, principalmente, a la diferencia entre los tiempos invertidos por un rayo que se propague por el camino óptico mas largo y otro que lo haga por el mas corto.

De acuerdo con lo anterior, el tiempo invertido por un rayo que se propague según una trayectoria como la 2 (Fig. 2) será

$$\Delta t_2 = \int_0^{\ell} \frac{n(r)\, d\ell}{c\cdot\cos\theta} = \frac{n}{c}\int_0^{\ell} \frac{1-\Delta\,\operatorname{sen}^2\xi\ell}{\sqrt{1-2\Delta\,\cos^2\xi\ell}}\, d\ell \tag{15}$$

donde $\xi = \sqrt{2\Delta}/a$. Para $\Delta \ll 1$, como ocurre en todos los casos, se tiene

$$\Delta t_2 = \frac{n}{c}\left[\ell\left(1-\frac{\Delta^2}{8}\right)\right] \tag{16}$$

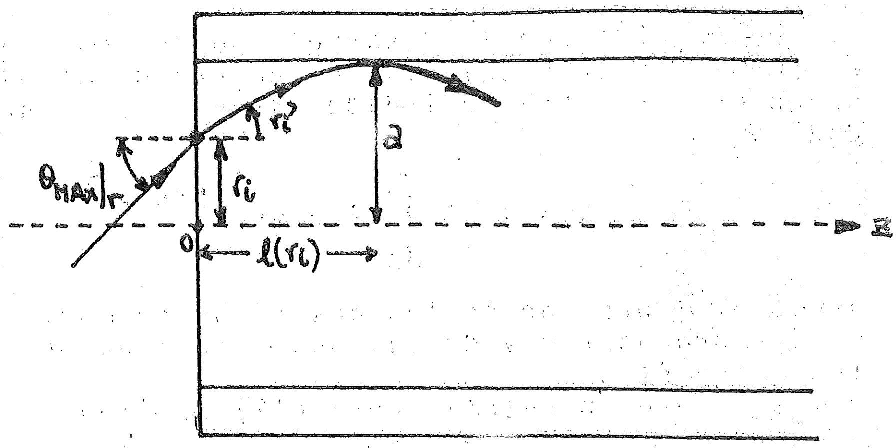
De análoga forma, para la trayectoria 1, se tiene

$$\Delta t_1 = \frac{n\ell}{c} \tag{17}$$

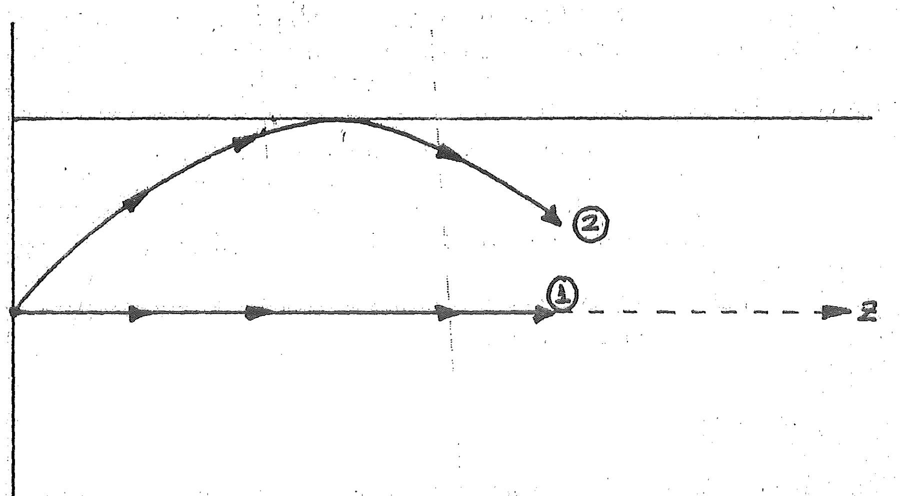
En consecuencia, la dispersión temporal vendrá dada por

$$\Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2 = \frac{n\Delta^2}{8c}\ell \tag{18}$$

Este resultado coincide con el que aparece en la referencia tercera y que había sido allí obtenido por métodos considerablemente mas laboriosos.



- Fig. 1 -



- Fig. 2 -

V.- NUMERO DE MODOS QUE SE PROPAGAN

De acuerdo con lo desarrollado en los apartados anteriores es posible calcular el numero de modos que se propagan en una fibra de indice gradual. Este numero viene dado por

$$N = 4\,\frac{1}{\pi a^2}\int_0^a 2\pi r\,dr\,\frac{\pi[AN(r)]^2}{\pi\theta^2} \tag{19}$$

donde el 4 procede de los dos tipos de modos TE y TM que pueden propagarse y de las dos polarizaciones ortogonales existentes.

Teniendo en cuenta ahora (12) se llega a

$$N = \frac{4}{a^2}\int_0^a 2r\,\frac{n^2\left(1-\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)^2\,2\Delta\,\left(1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)}{\theta^2}\,dr = \frac{2\Delta n^2}{\theta^2} \tag{20}$$

y como se cumple que $\theta = \frac{\lambda}{\pi a}$ para el angulo sólido de un modo, se llega a

$$N = \frac{(Kan)^2\Delta}{2} \tag{21}$$

Este numero es, exactamente, la mitad de los que soporta la fibra multimodo.

VI.- CONCLUSIONES

De lo anterior se infiere el que el metodo aquí presentado es perfectamente válido para calcular las caracteristicas de transmisión de una fibra óptica. Igual que se ha obtenido la dispersión temporal podrían haberse obtenido la mayoria de los resultados encontrados por otros métodos. Y como la metodologia expuesta es, de hecho, mucho mas sencilla que la convencionalmente usada, vemos que su uso puede representar un paso de interes, no solo desde un punto de vista didáctico sino también general.

Los autores agradecen al Sr. Beltran su colaboración del presente articulo.

BIBLIOGRAFIA

1. Kogelnik y Li, "Lasers beams and resonators", Applied Optics, Octubre 1966.
2. Proceedings of the IEEE. Octubre, 1980.
3. A. Yariv, "Introduction to Optical Electronics", Ed. Holt, Rinehart and Winston Inc. New York 1971.