

**INFLUENCIA DEL COMPUTADOR  
EN LA APARICION DE NUEVOS MODELOS  
EN LA INGENIERIA**

**Avelino Samartin Quiroga**  
*Catedrático de Cálculo de Estructuras  
de la Escuela Técnica Superior de  
Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
de la Universidad de Santander.  
Vicerrector de Investigación de la  
Universidad de Santander.*



La aparición del computador corresponde a un hecho relativamente reciente en la historia de la ciencia y de la técnica. Menos de cuarenta años. Su evolución ha sido fantástica. El problema actual aparece con la extraordinariamente rápida innovación que continuamente esta experimentando en sus dos aspectos —logical o software e instrumental o hardware— que exige a los usuarios encontrarse en una situación de educación permanente. Por otra parte la relación potencia de cálculo y almacenaje de datos/precio y volumen aumenta en progresión geométrica, con un factor aproximadamente de 2 cada pareja de años. Como se sabe la situación actual se dirige en dos direcciones aparentemente opuestas: a) una informática centralizada con una gran instalación de computación a la que se acude mediante terminales conectadas (telemática). b) Una informática distribuida en la cual relativamente modestos computadores unipersonales existen para cada usuario. Evidentemente aparece la posibilidad de situaciones intermedias, con terminales inteligentes que son autónomas hasta un nivel de cálculo y precisan del teleproceso para la solución de importantes problemas. En estos casos, la transmisión de la información, que en general es cara (existen importantes desarrollos para aliviar esta situación mediante cable óptico) se realiza de un modo compactado, que puede ser generado e interpretado por el terminal inteligente.

Actualmente existen computadores —denominados supercomputadores CRAY-1, CYBER-205 etc.) que permiten realizar 200 millones de operaciones en un segundo con longitudes de palabra de 64 bits. La memoria central se mide en un orden de millones de palabras. El número de estos supercomputadores es, por ahora, escaso, unas pocas decenas concentradas fundamentalmente en los Estados Unidos (1). Su coste es elevado, excede la decena de millones de dólares. El polo opuesto al anterior corresponde a los microordenadores, que estan inundando el mercado, con una potencia de cálculo elevada (memoria central de 64 kb a 256 kb) y costes asequibles para un nivel de rentas individuales medio. Se ha previsto que a mediados de esta década existirá un microcomputador de estas características en la mayoría de los hogares de modo análogo a otros electrodomésticos. Esta situación se verá reforzada con el plan informático de enseñanzas en las escuelas primarias del manejo y programación de estos computadores que existe en varios países desarrollados.

Ambos, los super y los microcomputadores ha influido e influyen en el quehacer profesional y de investigación de la ingeniería. A esta influencia se dirigen los comentarios que siguen, pero antes es conveniente situar históricamente la ingeniería y en particular el cálculo de estructuras —objeto de mi enseñanza y estudio— cuando aparece el computador en la década de los cuarenta.

El cálculo de estructuras, como se sabe esta ligado entrañablemente a la construcción y de forma laxa se puede decir que tiene como objeto el conocimiento de los esfuerzos o tensiones a que se encuentran sometidos los elementos de una construcción (edificio, maquinaria, etc.) y la determinación de sus dimensiones de forma que su estabilidad se encuentre asegurada.

Históricamente, la construcción como expresión del hacer, verbo profundamente humano, esta enraizada en las costumbres del hombre desde sus primeros comienzos. Sin embargo los constructores de la Antigüedad no tenían más

que soluciones empíricas o intuitivas para sus construcciones. Son precisamente las innovaciones en los procesos y materiales constructivos los que plantean y generan esa experiencia o intuición exigiendo cada vez más perentoriamente un cálculo o al menos una previsión del comportamiento de la construcción.

Paralelamente las Matemáticas, y en particular la Geometría o la Física —ambas ciencias tienden a confundirse en la actualidad— en su intento de aplicación al mundo exterior han elaborado la Mecánica. De esta forma surgen los nombres de Pitágoras, Aristóteles y Arquímedes que son continuados tras largo paréntesis con Galileo que inicia la Ciencia experimental. Durante el siglo XVII aparece la pléthora de mentes geniales como Newton, Leibnitz, Descartes, Pascal, etc. que dan paso a su vez a los rigurosos e intuitivos investigadores del siglo siguiente, tales como Euler, D'Alambert, Lagrange, Laplace, Coulomb, etc. La Mecánica estaba ya madura para la creación de una nueva ciencia. La Mecánica aplicada a la Construcción. Con este nombre se designa de forma global la ciencia que comprende la Elasticidad, la Resistencia de Materiales y el Cálculo de Estructura con su división de estructuras discretas y continuas. El inicio de esta nueva ciencia probablemente comienza con Robert Hooke (1635-1703) con su famosa ley formulada en forma criptográfica "ceninossttuv", es decir, "ut tensio sic vis".

Posteriormente con el avance de las técnicas experimentales de laboratorio y la aplicación de la mecánica y de la matemática, un número inmenso de estudiosos e investigadores fructifican esta ciencia y la llevan a un grado de extensión y complejidad realmente admirables. Nombres como Navier, Saint-Venant, Levy, Boussinesq y Resal en Francia; Clebsch, Kirchoff, Engesser, Müller-Breslav, Mohr, Karman, Stodola, Marcus en Alemania; Menabrea y Castigliano en Italia; Love, Bryan, Kelvin y Mitchell en Inglaterra; y los españoles Zafra, Rivera, Boeuf y Torroja en España con Dufour, Castiñeiras y Butty en la Argentina han sido entre otros los protagonistas de este avance espectacular de la Mecánica aplicada a la Construcción.

Sin embargo sus estudios se concentran fundamentalmente en el cálculo de estructuras, en su sentido estricto y no es hasta que surge la poderosa herramienta de cálculo denominada computador, cuando los problemas inversos de identificación, diseño estructural y optimización son abordados teórica y prácticamente. Con objeto de delimitar adecuadamente la anterior afirmación es conveniente definir algunos términos.

En el proceso de análisis de una estructura se hace preciso distinguir tres fases bien diferenciadas: (1) idealización de la realidad en un modelo estructura, (2) cálculo del modelo o cálculo de estructuras y (3) interpretación de los resultados del cálculo anterior y su aplicación a la realidad.

Los modelos estructurales pueden ser teóricos o matemáticos y experimentales. En un modelo cabe distinguir tres partes o componentes: la excitación, el sistema y la respuesta.

Los modelos pueden clasificarse de acuerdo con diferentes criterios. Uno importante está relacionado con la proporcionalidad entre la excitación y la respuesta en el modelo o linealidad del sistema. Las estructuras lineales permiten explicar el principio de superposición y son las que Hooke incluyó dentro

de su famosa ley. Normalmente los modelos lineales intentan simular el comportamiento en fase de servicio de las construcciones de la Ingeniería. Pues bien, el ingente trabajo de investigación y desarrollo llevado a cabo desde el inicio de la Mecánica aplicada a la construcción hasta la época de la aparición del computador se restringe casi exclusivamente al cálculo de estructuras lineales, es decir, estudio de la relación excitación-respuesta en modelos lineales. Los tímidos intentos para ampliar el ámbito de la investigación apenas alcanzaron relevancia y fueron olvidados.

Los métodos clásicos del análisis de estructuras desarrollados en el pasado siglo diecinueve presentaban no obstante a su restricción de tratamiento de cálculo lineal, cualidades de gran generalidad, simplicidad lógica y elegancia matemática. Desgraciadamente estos métodos conducían a menudo a cálculos tediosos cuando se intentaban canalizar a estructuras prácticas reales. Esto constituía un importante inconveniente. Conviene recordar que en esta época la existencia de una máquina de calcular de despacho representaba una situación insólita. Así pues, las sucesivas generaciones de ingenieros dedicaron gran parte de sus esfuerzos en intentos de reducir el volumen de cálculo preciso. Aparecieron entonces muchas técnicas ingeniosas de gran valor práctico, si bien la mayoría eran únicamente aplicables a determinados y específicos tipos de estructuras. Así con la aparición de las construcciones metálicas en forma de celosías, se introdujeron modelos de estructuras con nudos articulados y los métodos gráficos de Cremona, Momentos, Henneberg o cambio de barras, Müller-Breslau, etc. Más tarde al introducir la realidad de nudos rígidos en los edificios y particularmente tras la construcción de estructuras de hormigón armado a inicios de este siglo se hizo preciso la consideración de métodos específicos de cálculo. Los métodos de la analogía de la columna, puntos fijos, de relajación de Southwell y principalmente los de Hardy Cross, Kani y de los grados de empotramiento de Torroja han representado los esfuerzos de sucesivas generaciones de ingenieros e investigadores en la búsqueda de métodos prácticos de cálculo adecuados con el nivel de computación existente en su época. Inevitablemente el número creciente de métodos superficialmente diferentes tendía a obscurecer la simplicidad de las ideas fundamentales de las que todos ellos procedían. Por otra parte, estos esfuerzos para obtener métodos prácticos de cálculo de estructuras lineales han distraído a muchos investigadores del estudio de los conceptos fundamentales del análisis de las estructuras: su fundamentación, comprensión del comportamiento estructural en forma de una extensión de las leyes constitutivas, no linealidad geométrica y estática, cuyas aplicaciones prácticas son numerosas, por ejemplo, los casos de plasticidad, viscoelasticidad y viscoplasticidad, así como inestabilidad entre otros.

Se deduce de los anteriores comentarios que la principal objeción que se planteó a los métodos originales del análisis de estructuras, desarrollados en el siglo pasado, era que conducían a sistemas lineales de gran número de ecuaciones e incógnitas. Por ello, la aparición de los computadores trajo consigo la desaparición de este inconveniente, conservando no obstante todas las ventajas de generalidad y simplicidad conceptual. En efecto, los computadores como es bien sabido, permiten llevar a cabo, mediante rutinas de librería,

operaciones típicas del cálculo numérico incluidas las de álgebra lineal como la resolución de ecuaciones. Por ello, los métodos matriciales de cálculo de estructuras, que son consecuencia directa de la aparición del computador al adoptar una metodología adecuada para la programación, están basados, no en las técnicas preciosistas de este siglo, artificiales y específicas para grupos muy reducidos de estructuras sino en los métodos universales desarrollados por los pioneros del cálculo de estructuras. En este sentido el primer impacto del computador ha conducido a una revitalización de los fundamentos de la mecánica aplicada a la construcción, a una vuelta a sus bellos orígenes, es decir, el computador trajo originalidad al cálculo de estructuras.

La aparición de publicaciones específicas basadas en los métodos matriciales para el cálculo de estructuras surge en la década de los cincuenta. Si bien no existe un nombre universalmente reconocido como primero, como Hardy Cross o Southwell en el caso de las técnicas tradicionales de relajación, los trabajos clásicos de Kron (2) (1944) y Synge (3) (1951), la excelente bibliografía y reseña histórica de Argyris (4) (1958) y el libro de texto, todavía actual de Livesley (5) (1964) son reconocidos como los impulsores de la nueva y pujante dirección del análisis de estructuras.

La influencia del computador en el cálculo de estructuras ha sido evidente. No sólo, en la velocidad de resolución y cálculo, sino en el grado de generalidad del planteamiento del análisis. Ello ha exigido indudablemente una revisión profunda de los conceptos convencionales así como la introducción de una nueva metodología. En esta la eficiencia es un resultado de la conjunción de la simplicidad y la posibilidad de automatización del cálculo.

Los comentarios anteriores hacen referencia a un tipo, muy común de estructuras, compuestas de barras y nudos, es decir, entramados "skeleton structures" planos y espaciales, emparrillados y celosía. Una situación paralela acaeció con los otros tipos lineales de estructuras, continuas, bidimensionales (2-D) constituidos por placas, lajas y láminas. En efecto, y sin ánimo de revisar ni siquiera someramente el impresionante trabajo de desarrollo y análisis de estructuras continuas llevado a cabo durante el siglo pasado y la primera mitad del actual, los nombres de Navier, Levy, Kirchoff en el planteamiento y resolución de los problemas de placas, los de Love, Vlasov, Dischinger, Novoshilov y Goldenwizer en el campo de las estructuras laminares exigen ser citados. En general, el planteamiento se llevó a cabo en todos estos casos dentro de la teoría elástica y lineal, es decir con pequeños movimientos y deformaciones. A pesar de ello, se hizo preciso la introducción de simplificaciones importantes. Recuérdese las hipótesis de Kirchoff de conservación de normales en placas delgadas y su extensión a la teoría de láminas. Las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento de estas estructuras continuas eran en general complicadas y de resolución muy laboriosa y sólo en casos de homogeneidad, geometría simple y condiciones de borde muy especiales. Timoshenko resume en sus numerosas aplicaciones algunos de los resultados alcanzados en el cálculo de las estructuras, láminas y placas. La sistematización de las técnicas de solución es muy difícil de conseguir.

El computador ha supuesto un importante cambio de planteamiento de

todas las teorías de estructuras continuas con la introducción del método de los elementos finitos, que permite unificar y ampliar el tratamiento dado a las estructuras discretas (compuestas por barras) con los procedimientos de cálculo de placas y láminas. Pero antes de comentar esta importante revolución del ordenador conviene exponer algunas innovaciones anteriores producidas en su aplicación al análisis de estructuras continuas. En efecto Jenkins (6) (1947) aplica las técnicas matriciales al análisis de cadena de láminas cilíndricas, arbitrariamente conectadas. Sus trabajos son extendidos por Bouma (7) (1958) al caso de láminas de doble curvatura con las simplificaciones de rebajamiento y placa curvada. Samartín (8) (1968) en España desarrolla paralelamente la teoría de Bouma de un modo compacto muy adecuado para su programación en el computador. Estas técnicas matriciales, que implican un desarrollo en serie de Fourier, en una dirección y los métodos de análisis de barras en la otra, han sido aplicados al caso de láminas compuestas de placas (láminas plegadas) por Scordelis (9) (1960) considerando en especial la situación de tableros de puentes que pueden ser idealizados mediante este modelo estructural. De esta forma, las técnicas manuales de Yitzhaki (10) (1947) elaboradas en época pre-computador para el análisis de láminas plegadas prismáticas fueron rápidamente relegadas en el olvido. Sin embargo años más tarde (1967) Johnson y Tita-Lee (11) revitalizan el análisis mediante el computador, si bien extendiéndolo ya a estructuras no prismáticas. Sin embargo, la metodología utilizada, orientada al cálculo manual según el planteamiento de Yitzhaki, no resulta la más adecuada para una programación por ordenador, que exige una generalidad y un desarrollo simple. Láminas con secciones cerradas o condiciones de apoyo generales no podían ser incluidas en este cálculo. González de Cangas (12) (1980) obvia este problema mediante utilización de técnicas matriciales de computación más universales.

Los métodos de cálculo de láminas plegadas desarrollados por Scordelis (1960) (9), son extendidos por su grupo de la Universidad de California (Berkeley) a los casos de tableros continuos de puentes, puentes curvos, etc. En España, la extensión de considerar simultáneamente láminas y vigas en el tablero, situación práctica frecuente, ha sido realizada por Samartín (1968) (13).

Análogos desarrollos han sido llevados a cabo por Krauss (14) (1967), Kalnis (15) (1967), Gould (16) (1969) en relación con las láminas de revolución. Como en el caso de las láminas plegadas sólo material elástico y estructuras lineales han sido considerados.

La situación anterior se modificó de un modo dramático con la aparición del método de los elementos finitos probablemente el máximo impacto del computador en la resolución de problemas físico-matemáticos, puesto que el método de los elementos finitos, si bien originariamente surge como una técnica estructural, se transforma en un procedimiento universal de discretización y resolución de problemas matemáticos de campos. La historia merece ser contada.

El marco científico en la que se desenvuelve corresponde al inicio de los años 50. Los métodos matriciales de cálculo de estructuras de barras estaban bien establecidos, particularmente en la versión en desplazamientos o rigidez. El computador había sido aplicado al análisis de estos tipos de estructuras. Por último el análisis numérico había alcanzado un grado de desarrollo notable. Así pues todos los ingredientes precisos para generar la metodología del método de los Elementos Finitos estaban ahí, latentes. Las ideas precursoras habían surgido a principios de siglo con Rayleigh y Ritz, al plantear la técnica de solución directa de funcionales mediante las bien conocidas series minimizantes. Sin embargo las funciones que se utilizaban eran sencillas —polinomios, trigonométricas— con un carácter global (extendidas a todo el dominio de la funcional), ya que debían de ser manejadas con procedimientos de cálculo “precomputador”. Sin embargo matemáticamente la teoría de los espacios de Sobolev y la equivalencia de soluciones débiles entre un problema de campo y un problema extremal había sido comprendida entonces. Courant (17) (1943) insinúa la solución de un problema de torsión, mediante la idea fundamental del método de los elementos finitos de funciones locales (definidas en un soporte compacto). Sin embargo, el cálculo laborioso exigía la resolución de un sistema con un número elevado de incógnitas y el intento se frustró, al aparecer en una época en la que el computador no constituía un elemento usual de cálculo.

La resolución de un problema técnico estructural fue el detonante del nacimiento del método de los elementos finitos. El análisis de la estructura del ala de un avión, cuando ésta es alargada puede aproximarse como un elemento monodimensional (viga). Sin embargo al experimentar nuevos tipos de alas cuya relación ancho-cuerda es grande (alas tipo delta) el modelo viga constituye una aproximación muy poco adecuada de la realidad. La idea del equipo que trabajaba en el cálculo —Turner, Martín, Topp y Clough— consistió en intentar la aplicación de los métodos matriciales a la estructura del ala compuesta no por vigas o elementos con dos nudos sino por elementos rectangulares y triangulares, es decir, con más de dos nudos. Desde el punto de vista formal del análisis, las técnicas matriciales permitían resolver el problema suponiendo que las matrices de rigidez elemental del triángulo y rectángulo eran conocidas. Sin embargo la determinación exacta de las rigideces elementales correspondía a un problema muy complejo, por lo que se consideró suficiente una obtención aproximada de las matrices de rigidez de los distintos elementos componentes del ala. Una primera idea correspondió a deducir mediante procedimientos experimentales estas matrices. El principal inconveniente de esta posibilidad reside en que exige para el análisis de cada estructura llevar a cabo una serie de experimentos, caros y en general no universales. Por ello, se consideró más adecuado el cálculo aproximado de las rigideces elementales mediante la aplicación de un teorema energético, en particular del principio de los trabajos virtuales. Así nació el método de los elementos finitos. En efecto, Clough (18) (1960) bautiza de esta forma el procedimiento de cálculo que acababan de elaborar y comenta en una conocida publicación las posibilidades inmensas que se abre al método (aplicación a presas de gravedad, elasticidad biy tridimensional, placas, láminas, etc.). A partir de entonces, el entusiasmo



de investigadores e ingenieros es creciente por el método, se suceden en forma de progresión geométrica el número de publicaciones cada año (Norries, (19) 1976), y sucesivos resultados se alcanzan (elementos de flexión conformes, integración y transformación isoparamétrica, condiciones de convergencia, etc.). Los nombres de Zienkiewicz, Argyris, Irons, Frajeis de Vevbeke, etc. se encuentran asociados a las contribuciones más importantes a esta técnica de cálculo. Sin embargo, el descubrimiento decisivo que transforma el MEF de un procedimiento "provinciano" restringido al ámbito del cálculo de las estructuras en otro universal, de discretización general de problemas físicos de campos y por lo tanto de aplicación general, se produce cuando se identifica el MEF con la técnica de Rayleigh-Ritz. La única característica del MEF corresponde al hecho de manejar funciones locales en contraposición con los globales que se consideran en la versión clásica del análisis de Rayleigh-Ritz. Las aplicaciones a la Hidráulica, transmisión de calor, difusión, circulación, etc. son numerosas. Por otra parte el interés de los matemáticos aplicados por el MEF crece extraordinariamente y como consecuencia una completa sistematización del mismo se alcanza, indicándose los aspectos que exigen mayor estudio (bordes curvos, integración numérica, conformidad, etc.). Los nombres de Babuska, Piarlet, Fix, Strang aparecen en cualquier relación de matemáticos que han mostrado y contribuido al desarrollo del MEF.

En el estado actual se puede considerar el MEF totalmente bien establecido, si bien recientes contribuciones como la integración reducida y selectiva, eficientes elementos lámina obtenidos de una especialización del problema tridimensional  $C^0$  en la lámina, etc. expresan el carácter todavía activo de la investigación relacionada con él.

Las ideas contenidas en el núcleo del MEF han sido extendidas a otros tipos de resolución de problemas de campo (métodos de los residuos pesantes, Galerkin, Kantarovich, colocación, regiones, potenciales, Trefft, etc.) tanto en el contorno como en el dominio del problema. De este modo una pléyade de procedimientos variantes del originario MEF han surgido. Probablemente el método del elemento de contorno constituye una de las variantes más conocida y cuyas ventajas de cálculo han sido apuntadas en numerosas situaciones, particularmente en aquellos casos para los que la solución singular o de Green es conocida.

Volviendo al campo del cálculo de estructuras, el método de los elementos finitos permite unificar el análisis lineal y elástico de las estructuras de un modo total. Surgen de este modo programas universales de cálculo por computador STRESS y su ampliación con elementos finitos STRUDL desarrollado en el MIT, SAP elaborado por Wilson y colaboradores de la Universidad de California, NASTRAN complejo programa diseñado por la NASA para sus proyectos especiales, DINA, STARDYNE, MARCAL, ASKA, etc. que constituyen una pequeña muestra de la intensa actividad en el campo del desarrollo lógico de computador. Se puede afirmar que la "industria" de los elementos finitos representa un movimiento de dinero que excede los mil millones de dólares anuales (Irons).

Por otra parte, desde un punto de vista de cálculo por computador es posible resolver un problema no lineal como una serie sucesiva de análisis lineales (técnicas de Newton-Raphson, pendiente constante o variable, iteraciones sucesivas, etc.). Por lo tanto, el análisis de las estructuras en régimen no lineal no representa computacionalmente dificultad adicional, una vez el cálculo lineal se encuentra programado. Sin embargo los costes de computación evidentemente se elevan de un modo importante (en general en un orden de magnitud) dado el número de casos lineales que sucesivamente deben de ser calculados.

Análogamente la consideración implícita de las fuerzas de inercia que se generan en la estructura pueden ser consideradas simplemente en un cálculo dinámico, ya mediante una técnica en diferencias en el tiempo (procedimiento muy potente pero costoso de análisis) o utilizando la superposición modal (cuando es posible corresponde a un cálculo no excesivamente costoso). La complicación procede únicamente en los excesivos tiempos de cálculo que pueden conducir a un estudio dinámico pero conceptualmente no supone aparentemente ninguna novedad.

Sin embargo la visión que se acaba de reflejar en el párrafo anterior puede parecer distorsionada. En efecto, una vez conseguida la posibilidad de analizar mediante computador —y con programas universales— cualquier tipo de estructura bajo acciones estáticas o dinámicas, y suponiendo un comportamiento no lineal y no elástico, surge el problema importante de caracterizar la estructura. Conceptualmente lineal y elástico son atributos bien definidos, pero sus opuestos no lineal y no elástico corresponden a una inmensa gama de materiales y modelos estructurales, que exigen ser ordenados y clasificados. Esta es la tarea actual, que se enfrenta el analista de estructuras, como consecuencia a la extraordinaria capacidad de cálculo surgida del computador. En efecto, numerosas formulaciones estructurales previas a la discretización por elementos finitos son o incorrectas o lógicamente inconsistentes o con un grado de aproximación indefinido. Así, incluso dentro del análisis lineal de láminas numerosas simplificaciones y teorías existen como lámina delgada y gruesa, rebajadas o no, placa curvada, teoría de Love, Reissner, etc. Goldenweizer (20), (21) (1947) en su tesis doctoral expuso el criterio de la analogía estático-cinemática como medida de la consistencia lógica de una aproximación. Sin embargo en la situación de no linealidad no es suficiente y se hace preciso formular con rigor las diferentes ecuaciones que rigen los distintos tipos estructurales.

La no linealidad estructural se clasifica de acuerdo con el origen de dicho apartamiento del carácter lineal. Existe no linealidad de material, grandes deformaciones y grandes movimientos.

El planteamiento riguroso de las ecuaciones de la elasticidad finita exige la reintroducción de conceptos de tensión y deformación de acuerdo con el tipo de formulación (euleriana o lagrangiana) que se adopte. La tensión de Cauchy en el primer caso y las tensiones primera y segunda de Piola-Kirchoff en el segundo, así como las nuevas definiciones de tensor de deformación de Green-Saint Venant corresponden a unas descripciones más elaboradas y susceptibles de

considerar movimientos y deformaciones finitas de la estructura, que las elementales dadas en la teoría de la elasticidad lineal.

Otro aspecto importante corresponde a la clasificación de las ecuaciones constitutivas de los materiales. El modelo matemático que describa el comportamiento del material se sabe actualmente que debe de satisfacer estas condiciones relacionadas con la preservación de la desigualdad de producción de entropía. Estos requisitos son conocidos (Eringen, (22) 1974) como axioma de la casualidad, del determinismo, de la equipresencia, del entorno, de la memoria inmediata, objetividad y de la invarianza del material.

Modelos hiperelásticos, viscoelásticos, viscoelastoplásticos, plásticos, etc. corresponden algunos ejemplos de materiales que deben de un modo coherente y completo ser formulados y estudiados dentro de una teoría termoelástica.

Pero esta renovación teórica del cálculo de estructuras, buscando unas raíces profundas y sistemáticas a sus fundamentos no constituye la única influencia del computador en el momento presente. En efecto, al comprobarse que el cálculo constituía computacionalmente un problema resuelto-cálculo en el sentido de obtención de la respuesta de un sistema o estructura a partir del conocimiento de la excitación o acciones-surgen de un modo natural los problemas inversos y complementarios de proyecto, optimización estructural e identificación. En un caso, se conocen la excitación y los niveles de respuesta y se desea obtener los parámetros (modelo constitutivo) que define el sistema. Este problema se denomina identificación y presenta una importancia relevante en la experimentación estructural. Frecuentemente el problema de diseño se plantea como optimización estructural es decir, conocida la excitación y conjunto de excitaciones a la estructura y los niveles de comportamiento (o niveles de admisibilidad) se intenta definir (diseñar) esta de modo que se minimice una cierta función objetivo.

Estos nuevos problemas han surgido y se intentan resolver teórica y prácticamente por y mediante el computador.

Las aplicaciones de los anteriores estudios son numerosos. El Cálculo de Estructuras puede representar de este modo una ciencia auxiliar valiosa en el campo de la Fisiología (materiales no lineales, grandes deformaciones e identificación de condiciones constitutivas). Anatomía (colisión. problemas de impacto, etc.). La exigencia de equipos multidisciplinarios de estudiosos e investigadores con el lenguaje común del computador corresponderá a la situación de trabajo en un futuro que se está transformando ya en presente.

Así pues el computador ha supuesto en la Ingeniería las siguientes reacciones:

- (1) Una mayor aplicación del cálculo.
- (2) Una intensificación de la experimentación automatizada. (Generación de la excitación de acuerdo con leyes determinantes o de probabilidad especificada, reducción de la respuesta con eliminación automática de errores de acuerdo con criterios estadísticos, etc.).
- (3) Unificación del análisis.
- (4) Creación de modelos adecuados o más simples o más reales de acuerdo con la necesidad e importancia de la construcción.

- (5) Profundización en la fundamentación teórica.
- (6) Simulación. Aplicación de las técnicas de Montecarlo.
- (7) Modelización de fenómenos complejos. Impacto.

La mayoría de estas conclusiones han sido comentadas, las restantes evidentemente podrían ser tratadas en extenso, sin embargo creemos que su simple enumeración expresa ya la dificultad en encontrar unos límites en la magnitud del impacto del computador en la Ingeniería y en general en nuestra Sociedad. Sin embargo cualquiera que sea su intensidad, mi más profunda convicción es que las ideas, los sentimientos y el espíritu que se reflejan en nuestros proyectos no podrán jamás ser usurpados por el computador.

## Referencias

- (1) Levine R.D. "Supercomputers", Scientific American. Volumen 246. Número 1 Enero (1982).
- (2) Kron, G. J. Franklin Inst. 238, 6, 400 (1944).
- (3) Syngc, J.L. Quart. Appl. Math. 9, 113 (1951).
- (4) Argyris J. H. Appl. Mech. Rev. 11, 7.331 (1958).
- (5) Livesley "Matrix Methods of Structural Analysis" Pergamon Press (1964).
- (6) Jenkins, R.S. "Theory and Design of Cylindrical Shell Structures" Ove Arup and Partners. Londres (1947).
- (7) Bouma, A.L. "Some Applications of the Bending Theory Regarding Doubly Curved Shell" — Proceedings Symposium on the Theory of Thin Elastic Shells. Delft, (1959).
- (8) Samartín, A. y Munro, J. "Cubiertas laminares de traslación". Revista de Obras Públicas (1968).
- (9) Scordelis, A.C. "A Matrix Formulation of the Folded Plate Equations" Journ. of the Amer. Soc. of Civ. Eng. ASCE. Vol. 86 ST10 Octubre (1960).
- (10) Yitzhaki D. "The Design of Prismatic and Cylindrical Shell Roofs". North Holland Publishing Co. Amsterdam (1959).
- (11) Johnson C.D. y Tita Lee "Long Non-Prismatic Folded Plate Structures" Journ. of the Struct. Div. ASCE nº ST6 Junio (1968).
- (12) González de Cangas, J.R. y Samartín A. "Cálculo matricial de láminas plegadas continuas no prismáticas de sección Transversal arbitraria". Publicación AE-80. 7 Departamento de Análisis de las Estructuras. ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Santander (1980).
- (13) Samartín A. "Una aplicación de los métodos matriciales al cálculo de puentes". Laboratorio Central de Ensayos de Materiales de Construcción nº 197. Madrid (1968).
- (14) Kraus, H. "Thin Elastic Shells" John Wiley. New York (1967).
- (15) Kalnins, A. "On the derivation of a general theory of elastic shells". Indian J. Math. 9 (1967).
- (16) Gould P.L. y Lee, S.L. "Hyperboloids of Revolution Supported on Columns". Journ. of the Engineering Mechanics Division ASCE 95 Nº EM5. Octubre (1969).
- (17) Courant, R. "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations". Bull. Am. Math. Soc. 49 (1943).

- (18) Clough, R.W. "The finite element in plane stress analysis". Proc. 2nd ASCE Conf. on Electronic Computation. Pittsburgh, Pa. Septiembre (1960).
- (19) Norrie D. y de Vries, G. "Finite Element Bibliography".IFI/Plenum Data Company New York (1976).
- (20) Goldenveizer, A.L. "Uravnemiya Teorii obolochek "(Las ecuaciones de la teoría de láminas). Prikladnaya Matematika i Mekhanika Vol. IV. Núm. 2 (1940).
- (21) Goldenveizer, A.L.: "Theory of Elastic Thin Shells". Pergamon Press. New York (1961).
- (22) Eringen, A.C. "Continuum Physics". Vols. I y II. Academic Press. New York (1974).