

Proyecto de unidades de riego por goteo: Presión óptima y coste de la uniformidad.

Juana, L.¹ (P); Sánchez R.¹; Rodríguez L.¹; Castañón G.¹

¹ Profesores de Hidráulica y Riegos, ETS Ingenieros Agrónomos de Madrid.

Resumen.

Se usa un método continuo de mínimo coste para sacar conclusiones para el proyecto de las unidades de riego por goteo rectangulares en las que se tiene una disponibilidad de caudal conocida y se quiere obtener una uniformidad dada. Se determina el reparto entre las pérdidas de carga en los ramales y en la tubería porta-ramales así como la presión óptima de trabajo de los goteros. Se contempla el caso de alimentación desde una boca con una disponibilidad de energía dada y el caso de alimentación desde una bomba. El método permite relacionar coste e uniformidad. Como índice de uniformidad se ha usado el coeficiente de variación estimado analíticamente. Ejemplos de aplicación ilustran el método y apunta a que los costes pueden aconsejar, en algunos casos, presiones nominales diferentes a las actuales. Como resultado, el método permite incrementar el uso del criterio económico en la toma de decisiones del proyecto de unidades de riego por goteo y la evaluación en términos de coste de cada decisión.

1. Introducción.

El caudal q de un gotero es función de la altura de presión de trabajo h mediante una ecuación característica, definida por los coeficientes k y x :

$$q = k \cdot h^x \quad (1)$$

Diferencias de manufactura y uso pueden ocasionar que goteros que trabajen a la misma altura de presión h desagüen caudales diferentes. Para caracterizar esta variación aleatoria se introduce el coeficiente de manufactura y uso CV_{qm} . De esta forma, la expresión (1) debe multiplicarse por un número aleatorio, que suele considerarse perteneciente a una distribución normal de media la unidad y con desviación típica CV_{qm} . Es decir, suponiendo una variable u perteneciente a la distribución de Gauss, la expresión (1) se transforma en:

$$q = (1 + u \cdot CV_{qm}) \cdot k \cdot h^x \quad (1')$$

Se supondrá que la unidad está en un plano medio, con pendientes l_0 para los ramales e l_{0t} para la tubería porta-ramal, pero, adicionalmente, que los puntos de desagüe están aleatoriamente distribuidos a su alrededor con una desviación típica, σ_z , siguiendo una distribución también normal. De esta forma, la ecuación (1') será sustituida por:

$$q = (1 + u_1 \cdot CV_{qm}) \cdot k \cdot (h + u_2 \cdot \sigma_z)^x \quad (1'')$$

De forma estricta la ecuación (1'') no es correcta, la correcta es la (1'), en (1'') el valor de h no es el real, es el estimado suponiendo que la unidad fuera perfectamente un plano.

El coeficiente de variación de los caudales CV_q^2 suponiendo como variables h , u_1 y u_2 , con medias \bar{h} , 0 y 0, y con varianzas σ_h^2 , 1 y 1, respectivamente, puede aproximarse por:

$$CV_q \cong \sqrt{CV_{qm}^2 + x^2 \cdot (CV_h^2 + \sigma_z^2 / \bar{h}^2)} = \sqrt{CV_{qm}^2 + x^2 \cdot CV_{hz}^2} \quad (2)$$

Obsérvese que para $\sigma_z = 0$, resulta la expresión propuesta por Bralts et al. (1987).

En una unidad rectangular, con las pendientes consideradas y con una tubería porta-ramales no prismática, considerando una expresión general de pérdidas de carga empírica,

$I = c \cdot Q^n/D^n$, el valor de CV_h^2 será estimado de forma analítica por la expresión propuesta por Juana et al. (2004):

$$CV_h^2 = \frac{1}{\bar{h}^2} \cdot \left(\left(\frac{m+1}{m+2} \right)^2 \cdot \frac{hf_r^2 + hf_t^2}{2m+3} + \frac{(I_0 \cdot L)^2 + (I_{0t} \cdot L_t)^2}{12} - \frac{m+1}{m+2} \cdot \frac{hf_r \cdot I_0 \cdot L + hf_t \cdot I_{0t} \cdot L_t}{m+3} \right) = \quad (2')$$

$$= CV_{hr}^2 + CV_{ht}^2 \cong \frac{1}{\bar{h}^2} \cdot \left(\left(\frac{m+1}{m+2} \right)^2 \cdot \frac{(hf_r - I_0 \cdot L)^2 + (hf_t - I_{0t} \cdot L_t)^2}{2m+3} \right)$$

La última parte de la expresión (2') es menos precisa que la primera pero puede ser suficiente en unidades en las que las pendientes tengan poca importancia.

Seleccionado el caudal medio de los goteros \bar{q} la altura de presión media \bar{h} y la altura en la alimentación H_0 a disponer en la unidad, serían respectivamente, Juana et al. (2004):

$$\bar{h} \cong \left(\frac{\bar{q}}{k} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{x-1}{x} \cdot CV_{qh}^2} \right)^{\frac{1}{x}} \cong \left(\frac{\bar{q}}{k} \right)^{\frac{1}{x}} \quad (3)$$

$$H_0 \cong \bar{h} + \frac{m+1}{m+2} \cdot (hf_r + hf_t) - \frac{1}{2} \cdot (I_0 \cdot L + I_{0t} \cdot L_t) \quad (4)$$

Con:

$$hf_r = \frac{c}{m+1} \cdot \left(\frac{\bar{q}}{s} \cdot \frac{L}{s} \right)^m \cdot D^{-n} \cdot L \cdot \left(1 + \frac{le}{s} \right) \quad ,, \quad hf_t = \frac{c}{m+1} \cdot \left(\frac{\bar{q}}{s} \cdot \frac{L}{s} \cdot \frac{L_t}{s_r} \right)^m \cdot D_t^{-n} \cdot L_t \cdot \left(1 + \frac{le_{ar}}{s_r} \right)$$

En las pérdidas de carga se han introducido las pérdidas localizadas, por inserción de goteros en el ramal y por inserción de ramales en la tubería porta-ramales, mediante las longitudes equivalentes le y le_{ar} .

En vez del coeficiente de variación, como índice de uniformidad puede usarse otro cualquiera. No se quiere entrar aquí a valorar cual es preferible ni, por limitaciones de espacio, realizar un estudio comparativo de los resultados que se obtienen con unos y otros, aunque son aspectos que tienen también interés. Así, por representar mejor el rendimiento de aplicación potencial quizás algunos preferirían la uniformidad de distribución del cuarto menor. Sin embargo, su formulación para unidades con pendientes es más compleja ya que es necesario distinguir diferentes casos según el peso relativo de pérdidas de carga y desniveles. Por otra parte, la incorporación de la variabilidad de manufactura y uso, que suele hacerse con un coeficiente de variación, o la variación aquí considerada de desviaciones de las cotas sobre el plano medio de la unidad con una desviación típica, ha pesado sobre la decisión de seleccionar también el coeficiente de variación con objeto de que las expresiones sean más homogéneas y naturales.

2. Material y métodos.

La función de coste a minimizar tendrá en primer lugar el coste de inversión en tubería, función de las longitudes y del coste unitario, $C_{uD} = a \cdot D^e$, del diámetro del ramal y de la tubería porta-ramal a disponer. Los exponentes e , para materiales plásticos suele estar próximo a 2. Para estos materiales, el valor de a variaría, de forma aproximada, proporcionalmente a la presión nominal de la tubería. No obstante, en general, se considerará que siempre que no alcance un valor excesivamente alto, mayor de 25 m, será independiente de aquella. Por otra parte, habrá que considerar un coste de energía anual de la estación de bombeo dependiente, además del coste unitario de energía C_{uE} , del volumen anual elevado V , del rendimiento medio de las bombas η , del peso específico del agua γ y de la altura de elevación necesaria H_B (que será función de H_0 más una cantidad que se supondrá fija, hf_F , que incluirá pérdidas de carga en filtros y en las tuberías de alimentación). Este coste se actualizará con una anualidad a_1 con

objeto de poder compararlo con el coste de inversión. Es decir, la función objetivo propuesta es:

$$Z = C_{Ir} + C_{Ir} + C_{EA} = C_{uDr} \cdot \frac{L_t}{s_r} \cdot L + C_{uDt} \cdot L_t + \frac{1}{a_l} \cdot \frac{\gamma \cdot V \cdot (H_0 + hf_F)}{\eta} \cdot C_{uE} \quad (5)$$

Obsérvese que no es necesario incluir costes fijos dado que desaparecerían al diferenciar la función objetivo para obtener su mínimo. En este sentido, si es constante, puede eliminarse el término hf_F , asimismo cuando en H_0 el valor de \bar{h} sea constante podrá también eliminarse. Obsérvese además que si en vez de tener una unidad se tienen N unidades iguales que trabajasen a la misma altura H_0 (en las unidades que sobra energía se pierde para tener todas las unidades homogéneas) y que consumen el mismo volumen V , la función objetivo se multiplicaría por N . Como consecuencia, aunque se analice una única unidad su representatividad práctica es mayor.

Al obtener el óptimo es necesario tener en cuenta que se están comparando soluciones que no han sido caracterizadas en todo su detalle. Por ello, se deben tomar medidas con objeto de evitar que las comparaciones dejen de ser razonables. Así, cuando se comparen soluciones con distinta presión de trabajo, aparte de la posible influencia en el coste de la tubería, es necesario considerar que si al reducirse aquella se reducen los caudales y, con estos, se reducen las pérdidas de carga y los diámetros. En definitiva, resultarían costes menores, pero como contrapartida se debería dedicar más horas al riego, lo que podría implicar unos inconvenientes y costes que no ha lugar a considerar aquí. Por ello, se va a suponer un caudal medio unitario \bar{q}_u constante. Es decir, una solución con menor presión media que otra no indicaría que el caudal a usar sería menor, pues significaría una selección distinta, por ejemplo, del gotero o de la separación entre goteros. Lógicamente, un mismo caudal con más presión podría significar secciones de paso menores más sensibles al atascamiento, aspecto que no será considerado. Tampoco, en este trabajo, se compararan unidades con diferentes dimensiones y pendientes. Estas dos condiciones, implicarán que las pérdidas de carga dependerán, de forma aproximada, únicamente de los diámetros seleccionados.

2.1. Óptimo con uniformidad y altura de presión conocidas.

De desear unos valores de \bar{h} y de uniformidad CV_q , la condición mínimo coste, permitirá determinar las pérdidas de carga en el ramal y en la tubería porta-ramales, hf_r y hf_t . Con estas últimas quedarán determinadas H_0 y H_B . Resolviendo el problema para distintos valores de \bar{h} y de CV_q pueden obtenerse la influencia de éstas últimas variables en el coste.

En la ecuación (5) pueden diferenciarse los sumandos que se modifican actuando en el ramal, en sus pérdidas de carga, y los que se modifican actuando en la tubería porta-ramal. Agrupando los términos constantes en un sumando Z_0 , cuyo valor no tendrá ningún efecto en las variables a determinar, la ecuación objetivo puede ponerse:

$$Z = Z_r + Z_t + Z_0 = \frac{C_{Irhf}}{hf_r^{e/n}} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_r + \frac{C_{Ithf}}{hf_t^{e/n}} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_t + Z_0 \quad (5-1)$$

con:

$$C_{Irhf} = C_{Ir} \cdot hf_r^{e/n} = \frac{L_t}{s_r} \cdot L \cdot a \cdot D^e \cdot hf_r^{e/n} = \frac{L_t}{s_r} \cdot L \cdot a \cdot \left(\frac{c}{m+1} \cdot \left(\bar{q} \cdot \frac{L}{s} \right)^m \cdot L \cdot \left(1 + \frac{le}{s} \right) \right)^{\frac{e}{n}}$$

$$C_{Ithf} = C_{It} \cdot hf_t^{e/n} = L_t \cdot a \cdot D_t^e \cdot hf_t^{e/n} = L_t \cdot a \cdot \left(\frac{c}{m+1} \cdot \left(\bar{q} \cdot \frac{L}{s} \cdot \frac{L_t}{s_r} \right)^m \cdot L_t \cdot \left(1 + \frac{le_{ar}}{s_r} \right) \right)^{\frac{e}{n}}$$

$$C_{EAu} = \frac{1}{a_l} \cdot \frac{\gamma \cdot V}{\eta} \cdot C_{uE}$$

Conocidos CV_q , CV_{qm} , σ_z y x , la expresión (2) permite conocer CV_h . Como consecuencia, las variables hf_r y hf_t están acotadas y relacionadas por la expresión (2'), por ser datos el resto de variables presentes. Derivando la citada expresión, se obtiene:

$$\frac{dhf_t}{dhf_r} = - \frac{hf_r \cdot \frac{m+2}{m+1} \cdot \frac{2m+3}{2} \cdot \frac{I_0 \cdot L}{m+3}}{hf_t \cdot \frac{m+2}{m+1} \cdot \frac{2m+3}{2} \cdot \frac{I_{0t} \cdot L_t}{m+3}} \quad (6)$$

El menor valor de la expresión (5-1) se produce para un valor de $hf_r > 0$ y $hf_t > 0$. De considerar hf_r como única variable independiente, de no producirse el menor valor de (5-1) para el valor mayor de hf_r compatible con los requisitos de uniformidad, cuestión que en caso de duda habrá que comprobar, la expresión (5-1) tendrá un mínimo que debe cumplir:

$$\frac{dZ}{dhf_r} = -\frac{e}{n} \cdot \frac{C_{Irhf}}{hf_r^{(n+e)/n}} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2} + \left(-\frac{e}{n} \cdot \frac{C_{Ithf}}{hf_t^{(n+e)/n}} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2} \right) \cdot \frac{dhf_t}{dhf_r} = 0$$

Esta ecuación puede reescribirse para compararse por igualdad a (6):

$$\frac{dhf_t}{dhf_r} = \frac{-\frac{e}{n} \cdot \frac{C_{Irhf}}{hf_r^{(n+e)/n}} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2}}{-\frac{e}{n} \cdot \frac{C_{Ithf}}{hf_t^{(n+e)/n}} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2}} = - \frac{hf_r \cdot \frac{m+2}{m+1} \cdot \frac{2m+3}{2} \cdot \frac{I_0 \cdot L}{m+3}}{hf_t \cdot \frac{m+2}{m+1} \cdot \frac{2m+3}{2} \cdot \frac{I_{0t} \cdot L_t}{m+3}}$$

Finalmente, puede obtenerse la siguiente expresión para obtener por sustituciones sucesivas la relación hf_t/hf_r :

$$\frac{hf_t}{hf_r} = \sqrt{\frac{C_{It} \cdot \frac{1 - \frac{m+2}{m+1} \cdot \frac{2m+3}{2m+6} \cdot \frac{I_0 \cdot L}{hf_r}}{1 - \frac{C_{EAu}}{C_{It}} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_t}}{C_{Ir} \cdot \frac{1 - \frac{m+2}{m+1} \cdot \frac{2m+3}{2m+6} \cdot \frac{I_{0t} \cdot L_t}{hf_t}}{1 - \frac{C_{EAu}}{C_{Ir}} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_r}}} \quad (7)$$

O mejor:

$$\frac{hf_t}{hf_r} = \left(\frac{C_{Ithf} \cdot \frac{1 - \frac{m+2}{m+1} \cdot \frac{2m+3}{2m+6} \cdot \frac{I_0 \cdot L}{hf_r}}{1 - \frac{C_{EAu}}{C_{Ir}} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_r}}{C_{Irhf} \cdot \frac{1 - \frac{m+2}{m+1} \cdot \frac{2m+3}{2m+6} \cdot \frac{I_{0t} \cdot L_t}{hf_t}}{1 - \frac{C_{EAu}}{C_{Ir}} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_r}} \right)^{\frac{n}{2n+e}} \quad (8)$$

Que introducida en (2') permite determinar hf_r y, a continuación, el resto de variables:

$$hf_r = \frac{1}{m+3} \cdot \left(I_0 \cdot L + I_{0t} \cdot L_t \cdot \frac{hf_t}{hf_r} \right) \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \frac{(m+3)^2}{2m+3} \cdot \left(1 + \left(\frac{hf_t}{hf_r} \right)^2 \right) \cdot \left(CV_h^2 \cdot \bar{h}^2 - \frac{(I_0 \cdot L)^2 + (I_{0t} \cdot L_t)^2}{12} \right)}{\left(I_0 \cdot L + I_{0t} \cdot L_t \cdot \frac{hf_t}{hf_r} \right)^2}} \right) \quad (9)$$

En principio, el método de sustituciones sucesivas con (8) y (9) debe ser convergente y, como consecuencia, permitir obtener la solución. De lo contrario, sería necesario un procedimiento numérico para garantizar dicha convergencia, aspecto que no debe representar una gran complejidad matemática.

Obsérvese, que a la hora de seleccionar un diámetro D de ramal comercial se fija hf_r y, entonces, hf_t vendría condicionada por (2) para obtener la uniformidad deseada y D_t para obtener el valor de hf_t .

2.2. Óptimo para una uniformidad dada.

De estudiar la solución anterior para distintos valores de \bar{h} puede observarse que el óptimo de la función objetivo Z varía y que, en el caso de existir costes de energía, tiene un mínimo. En este caso, la ecuación (2') relaciona \bar{h} con hf_r y hf_t , ahora, considerando únicamente esta ecuación, hay dos variables independientes. Con cualquier pareja de valores de hf_r y hf_t se determinaría el valor de \bar{h} que obtendría la uniformidad CV_{hz} deseada, si esta puede conseguirse.

$$\begin{aligned}\bar{h} &= \frac{1}{CV_{hz}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m+1}{m+2}\right)^2 \cdot \frac{hf_r^2 + hf_t^2}{2m+3} + \frac{(I_0 \cdot L)^2 + (I_{0t} \cdot L_t)^2}{12} - \frac{m+1}{m+2} \cdot \frac{hf_r \cdot I_0 \cdot L + hf_t \cdot I_{0t} \cdot L_t}{m+3} + \sigma_z^2} \\ &\equiv \frac{1}{CV_{hz}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m+1}{m+2}\right)^2 \cdot \frac{(hf_r - I_0 \cdot L)^2 + (hf_t - I_{0t} \cdot L_t)^2}{2m+3} + \sigma_z^2}\end{aligned}\quad (10)$$

En la función objetivo, ecuación (5), hay que considerar también la parte de H_0 correspondiente a \bar{h} , como consecuencia:

$$\begin{aligned}Z &= Z_r + Z_t + Z_{rt} = C_{I_{rhf}} \cdot hf_r^{-e/n} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_r + C_{I_{thf}} \cdot hf_t^{-e/n} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_t + \\ &+ \frac{C_{EAu}}{CV_{hz}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m+1}{m+2}\right)^2 \cdot \frac{hf_r^2 + hf_t^2}{2m+3} + \frac{(I_0 \cdot L)^2 + (I_{0t} \cdot L_t)^2}{12} - \frac{m+1}{m+2} \cdot \frac{hf_r \cdot I_0 \cdot L + hf_t \cdot I_{0t} \cdot L_t}{m+3} + \sigma_z^2}\end{aligned}\quad (5-2)$$

El óptimo en este caso cumplirá las dos relaciones que siguen:

$$\frac{\partial Z}{\partial hf_r} = 0 = R_r = -\frac{e}{n} \cdot \frac{C_{I_r}}{hf_r} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_{EAu}}{\bar{h} \cdot CV_{hz}^2} \cdot \left(\left(\frac{m+1}{m+2}\right)^2 \cdot \frac{2hf_r}{2m+3} - \frac{m+1}{m+2} \cdot \frac{I_0 \cdot L}{m+3} \right) \quad (11-1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial hf_t} = 0 = R_t = -\frac{e}{n} \cdot \frac{C_{I_t}}{hf_t} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_{EAu}}{\bar{h} \cdot CV_{hz}^2} \cdot \left(\left(\frac{m+1}{m+2}\right)^2 \cdot \frac{2hf_t}{2m+3} - \frac{m+1}{m+2} \cdot \frac{I_{0t} \cdot L_t}{m+3} \right) \quad (11-2)$$

En una solución iterativa aparecerán unos residuos, R_r y R_t , que deberán reducirse progresivamente a cero. Resolviendo (11-1) y (11-2) se obtienen hf_r y hf_t y con ello la solución del problema.

Obsérvese, que a la ahora al seleccionar el diámetro D de ramal comercial se fija hf_r , pero se puede volver a obtener hf_t con (11-2) para que minimice la función objetivo para el valor de hf_r adoptado.

2.3. Coste de la uniformidad.

Las soluciones anteriores pueden estudiarse para distintos CV_q y responder así a la cuestión planteada. Cuando \bar{h} es una constante conocida, el óptimo cumple:

$$G_{CV} = \frac{dZ}{dCV_q} = G_{CV_r} = \frac{\partial Z_r}{\partial hf_r} \cdot \frac{1}{\frac{\partial CV_h^2}{\partial hf_r}} \cdot \frac{dCV_h^2}{dCV_q} \cdot \frac{dCV_q^2}{dCV_q} = G_{CV_t} = \dots$$

$$= \dots = \frac{-\frac{e}{n} \cdot \frac{C_{Ir}}{hf_r} + C_{EAu} \cdot \frac{m+1}{m+2}}{\frac{1}{\bar{h}^2} \cdot \left(\left(\frac{m+1}{m+2} \right)^2 \cdot \frac{2hf_r}{2m+3} - \frac{m+1}{m+2} \cdot \frac{I_0 \cdot L}{m+3} \right)} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot 2CV_q \quad (12)$$

En el segundo caso, con \bar{h} resultado de la optimización, dado que $\partial Z/\partial hf_r$ y $\partial Z/\partial hf_t$ son nulas, se tiene:

$$G_{CV} = \frac{dZ}{dCV_q} = \frac{\partial Z}{\partial CV_{hz}} \cdot \frac{dCV_{hz}}{dCV_q^2} \cdot \frac{dCV_q^2}{dCV_q} = \frac{CV_q}{CV_{hz}} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\partial Z}{\partial CV_{hz}} = -\frac{CV_q}{x^2 \cdot CV_{hz}^2} \cdot C_{EAu} \cdot \bar{h} \quad (13)$$

3. Ejemplos de aplicación. Resultados.

Como datos de referencia, cuando las variables en cuestión no son objeto de análisis, se considerarán los siguientes:

Coeficiente de variación:	$CV_q = 0.07$	Expresión de pérdidas de carga de Blasius:
Idem. de manufactura y uso:	$CV_{qm} = 0.05$	$m = 1.75, n = 4.75, c = 0.0246 \cdot v^{-0.25}$
Caudal medio y nominal:	$\bar{q} = q_n = 3 \text{ L/h}$	$v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Altura de presión media:	$\bar{h} = h_n = 10 \text{ m}$	Precio del metro lineal de tubería ya instalada:
Exponente del gotero:	$x = 0.50$	$C_{uD} (\text{€/m}) = 1000 \cdot D(\text{m})^2$
Separación entre goteros:	$s = 0.50 \text{ m}$	Precio de la energía:
Longitud equivalente de pérdida de carga localizada en los goteros:	$le = 0.50 \text{ m}$	$C_{uE} = 0.10 \text{ €/kW}\cdot\text{h} \equiv 0.10/3600000 \text{ €/J}$
Separación entre ramales:	$s_r = 1 \text{ m}$	Rendimiento medio de la elevación: $\eta = 0.70$
Longitud de ramales:	$L = 50 \text{ m}$	Horas anuales de uso, lámina aplicada por campaña: $T_n = 100 \text{ h} \equiv H_{bc} = 600 \text{ mm/año}$
Longitud de tubería porta-ramal: $L_t = 50 \text{ m}$		Anualidad para comparar costes de inversión y con costes anuales de energía: $a_l = 0.10$.
Longitud equivalente de pérdida de carga localizada en los ramales:	$le_{ar} = 0.20 \text{ m}$	
Pendiente del ramal:	$l_0 = 0$	
Pendiente del porta-ramal:	$l_{0t} = 0$	
Desviación típica de las cotas de los goteros respecto al plano medio:	$\sigma_z = 0.25 \text{ m}$	
Pérdidas de carga en filtros y tubería de alimentación:	$hf_F = 5 \text{ m}$	

3.1. Caso sin costes de energía.

La uniformidad deseada $CV_q = 0.07$, con $CV_{qm} = 0.05$, $x = 0.50$ y $\sigma_z = 0.25$, por la expresión (2) se corresponde con unos coeficientes CV_{hz} y CV_h de:

$$CV_{hz} \cong \frac{1}{x} \sqrt{CV_q^2 - CV_{qm}^2} = 0.098 \quad ,, \quad CV_h \cong \sqrt{CV_{hz}^2 - \left(\frac{\sigma_z}{\bar{h}} \right)^2} = 0.097$$

En este caso la ecuación (8) se simplifica a:

$$\frac{hf_t}{hf_r} = \sqrt{\frac{C_{It}}{C_{Irhf}}} = \left(\frac{C_{Ithf}}{C_{Irhf}} \right)^{\frac{n}{2n+e}} = \left(\frac{L_t}{s_r} \right)^{\frac{m \cdot e - n}{2n+e}} \cdot \left(\frac{L_t}{L} \right)^{\frac{n+e}{2n+e}} \cdot \left(\frac{1+le_{ar}/s_r}{1+le/s} \right)^{\frac{e}{2n+e}} \quad (8-1)$$

Obsérvese que la relación hf_r/hf_t de la ecuación (8-1) tiene como únicas limitaciones que no haya costes de energía ni pendientes. Por no depender de variables que se seleccionan durante la toma de decisiones de proyecto ni de variables como \bar{q} , a y c , será de fácil consideración. Con los valores del ejemplo de referencia resulta:

$$\frac{hf_t}{hf_r} = \left(\frac{50}{1}\right)^{-1.25} \cdot \left(\frac{50}{50}\right)^{6.75} \cdot \left(\frac{1.2}{2}\right)^{\frac{2}{11.5}} = 0.598$$

Asimismo, en este caso de unidades a nivel y sin costes de energía, la ecuación (9), que permite determinar las pérdidas de carga del ramal, se simplifica a:

$$hf_r = \frac{CV_h \cdot \bar{h}}{\frac{m+1}{m+2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2m+3} \cdot \left(1 + \left(\frac{hf_t}{hf_r}\right)^2\right)}} \quad (8-2)$$

Resultando $hf_r = 2.83$, para los datos de referencia. Y, como consecuencia, los datos de la solución son:

$$\begin{aligned} hf_r = 2.83 \text{ m} &\rightarrow D = 11.9 \text{ mm} \rightarrow C_{lr} = 355 \text{ €} \\ hf_t = 1.69 \text{ m} &\rightarrow D_t = 50.4 \text{ mm} \rightarrow C_{lt} = 127 \text{ €} \\ &\rightarrow Z = C_{lr} + C_{lt} = 482 \text{ €} \end{aligned}$$

En la figura 1 se ha representado la solución para otros valores de CV_q y de \bar{h} . En línea gruesa, para $\bar{h} = 10$ m, el valor mínimo CV_q para que $CV_h \geq 0$, es: $CV_q \geq \sqrt{CV_{qm}^2 + x^2 \cdot \sigma_z^2 / \bar{h}^2} = 0.503$. Se observa como aumenta progresivamente la pendiente, G_{CV} , al acercarnos a este valor. Por otra parte, para $CV_q = 0.07$, el valor mínimo de \bar{h} está condicionado para la obtención de esta uniformidad es: $\bar{h} \geq \sqrt{x^2 \cdot \sigma_z^2 / (CV_q^2 - CV_{qm}^2)} = 2.55$ m.

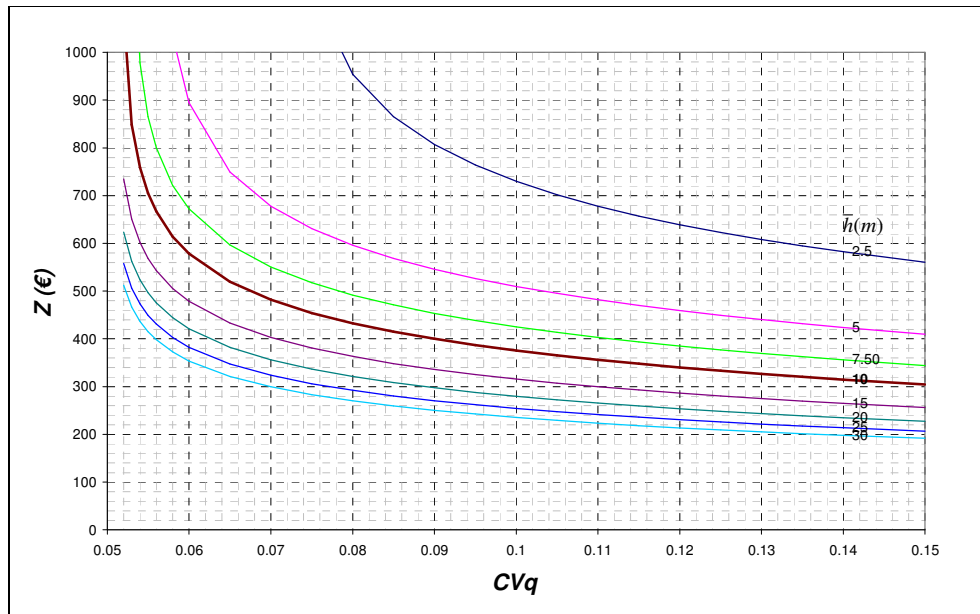


Figura 1. Respuesta del coste con el objetivo de CV_q .

El valor de G_{CV} , pendiente de las curvas representadas en la figura 1, con la expresión (11), para $CV_q = 0.07$ y $\bar{h} = 10$ m, resulta -6332 € lo que indicaría que, en dicho punto, reducir o aumentar una milésima la uniformidad costaría o ahorraría aproximadamente 6.33 €. En la práctica, el dato es de interés aunque haya un pequeño error debido a que la pendiente se va modificando, así los 6.33 € se convierten en 6.53 € de incremento para pasar a $CV_q = 0.069$ a una reducción de 6.15 € para pasar a $CV_q = 0.071$. Se comprueba, al reducir el incremento, que el valor tiende al obtenido por la expresión (12).

3.2. Caso con costes de energía.

La uniformidad deseada $CV_q = 0.07$, con $CV_{qm} = 0.05$, $x = 0.50$ y $\sigma_z = 0.25$, por la expresión (2) se corresponde, al igual que en el apartado 3.1, con unos coeficientes $CV_{hz} = 0.098$ y $CV_h = 0.097$.

El valor C_{EAu} resulta:

$$C_{EAu} = \frac{1}{a_l} \cdot \frac{\gamma \cdot V}{\eta} \cdot C_{uE} = 5.83 \text{ €/m}$$

En este caso la ecuación, (8) no permite expresar de forma explícita hf_t/hf_r :

$$\frac{hf_t}{hf_r} = \sqrt{\frac{C_{EAu} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_t - 1}{C_{Ir} \cdot \frac{C_{EAu} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_r - 1}}} = \left(\frac{C_{lhf} - C_{EAu} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_t^{(e+n)/n}}{C_{lhf} - C_{EAu} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_r^{(e+n)/n}} \right)^{\frac{n}{2n+e}} \quad (8-3)$$

Las relaciones (8-2) y (9) permiten obtener expresiones como las que siguen, que convergen rápidamente por sustituciones sucesivas:

$$hf_r = \frac{CV_h \cdot \bar{h}}{\frac{m+1}{m+2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2m+3} \cdot \left(1 + \frac{C_{Ir}}{C_{Ir}} \cdot \frac{1 - \frac{C_{EAu} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_t}{1 - \frac{C_{EAu} \cdot \frac{n}{e} \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot hf_r}} \right)}}} \quad (8-4)$$

$$hf_t = \sqrt{\left(\frac{m+2}{m+1} \right)^2 \cdot (2m+3) \cdot CV_h^2 \cdot \bar{h}^2 - hf_r^2} \quad (8-5)$$

La solución da una relación $hf_t/hf_r = 0.584$, siendo el resto de la solución:

$$\begin{aligned} hf_r = 2.84 \text{ m} &\rightarrow D = 11.9 \text{ mm} \rightarrow C_{Ir} = 354 \text{ €} \\ hf_t = 1.66 \text{ m} &\rightarrow D_t = 50.6 \text{ mm} \rightarrow C_{It} = 128 \text{ €} \\ &\rightarrow Z = C_{Ir} + C_{It} + C_{EA} = 589 \text{ €} \end{aligned}$$

El valor de G_{CV} , también con la expresión (12), para $CV_q = 0.07$ y $\bar{h} = 10$ m, ahora es -5731 €. Los 5.73 € se convierten en 5.93 € de incremento para pasar a $CV_q = 0.069$ a una reducción de 5.55 € para pasar a $CV_q = 0.071$. Se comprueba, al reducir el incremento, que el valor tiende al obtenido por la expresión (12).

La representación de la solución para otros valores de CV_q es muy similar a la figura 1. En la figura 2 se ha representado en función de la presión media (manteniendo caudales), para distintos objetivos de uniformidad, CV_q , con el mínimo coste.

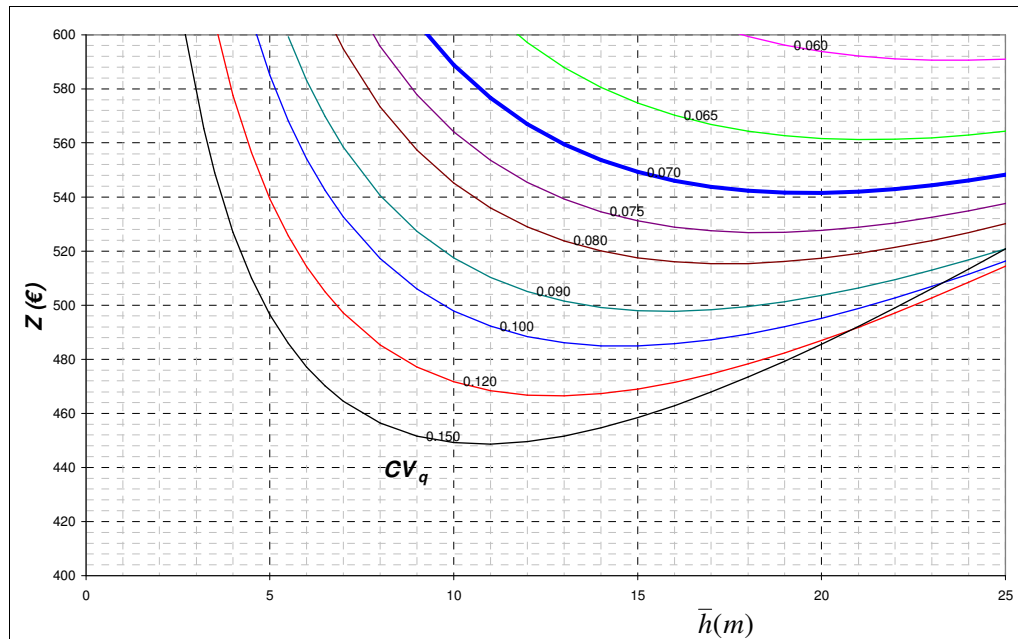


Figura 2. Respuesta del coste con la altura de presión \bar{h} para un objetivo de $CV_q = 0.07$.

Para $CV_q = 0.07$, línea gruesa central, se observa un valor mínimo para una altura de presión de trabajo de 19.6 m. Obsérvese, como al aumentar CV_q disminuye el valor de \bar{h} que da el mínimo de la función objetivo Z.

Para obtener directamente el mínimo, en las expresiones (11-1) y (11-2) se simplifican algunos términos. La solución para el valor de $CV_q = 0.07$, $CV_{hz} = 0.098$, da una relación $hf_i/hf_r = 0.559$ y, además:

$$\begin{aligned}
 hf_r = 5.79 \text{ m} &\rightarrow D = 10.2 \text{ mm} \rightarrow C_{lr} = 263 \text{ €} \\
 hf_i = 3.24 \text{ m} &\rightarrow D_i = 44.0 \text{ mm} \rightarrow C_{li} = 97 \text{ €} \\
 &\rightarrow Z = C_{lr} + C_{li} + C_{EA} = 541 \text{ €}
 \end{aligned}$$

El valor de G_{CV} , ahora con la expresión (13), para $CV_q = 0.07$, es -3341 €. Los 3.34 € se convierten en 3.44 € de incremento para pasar a $CV_q = 0.069$ a una reducción de 3.25 € para pasar a $CV_q = 0.071$. Se comprueba, al reducir el incremento, que el valor tiende al obtenido por la expresión (13).

Algunos datos de soluciones para distintos valores de CV_q se muestran en la tabla 1

CV_q	0.060	0.065	0.070	0.075	0.080	0.090	0.100	0.110	0.120	0.130	0.150
CV_{hz}	0.033	0.042	0.049	0.056	0.062	0.075	0.087	0.098	0.109	0.120	0.141
\bar{h}	23.7	21.2	19.6	18.4	17.4	15.8	14.6	13.6	12.7	12.0	10.8
Z	590.6	561.2	541.5	526.8	515.3	497.8	484.8	474.7	466.5	459.6	448.6

Tabla 1. Presiones óptimas para distintos objetivos de uniformidad.

El figura 3 se ha representado la función objetivo Z en función del CV_q introduciendo en la búsqueda del mínimo al altura de presión \bar{h} , como variable (línea continua) y sin introducirla (líneas discontinuas), para distintos valores de \bar{h} .

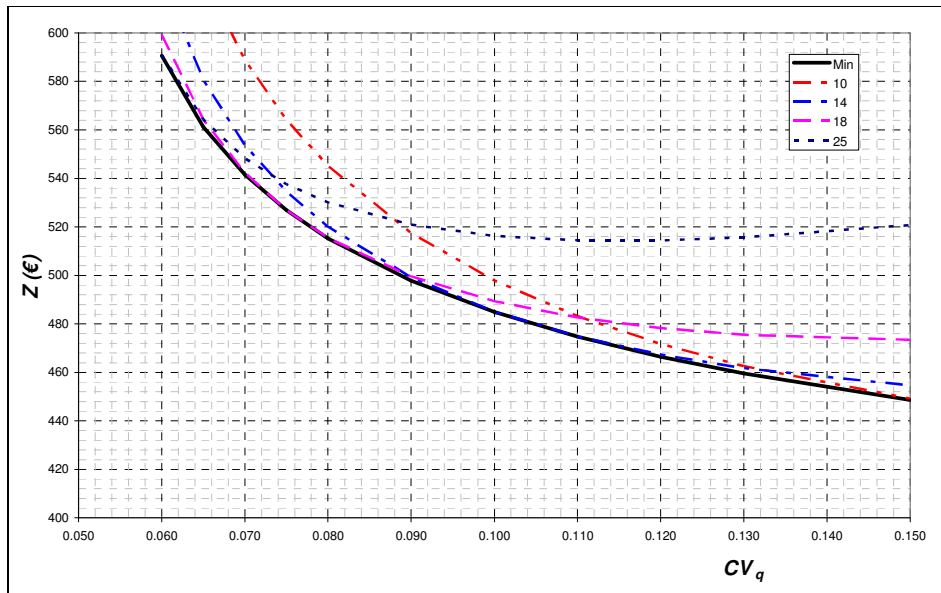


Figura 3. Respuesta del coste con el CV_q para distintas alturas la altura de presión \bar{h} .

Se observa que la curva para un valor dado de \bar{h} es tangente a la curva del mínimo (envolvente) para un CV_q . A la izquierda y a la derecha de este punto la curva se va alejando progresivamente de la óptima, no obstante, existe un intervalo relativamente amplio en el que las diferencias no son importantes. Se observa además el mínimo para un \bar{h} dado puede estar lejano al mínimo suponiendo esta como variable.

4. Conclusiones.

Se propone un procedimiento operativo de aplicación para el proyecto de unidades de riego con criterios económicos. El procedimiento y las expresiones propuestas permiten hacer primeras aproximaciones al proyecto de unidades de riego relacionando cuantitativamente las variables a seleccionar con el coste final. Como consecuencia, pueden ser de ayuda para evitar soluciones poco racionales desde el punto de vista económico.

Símbolos.

A	Coefficiente en la expresión del coste unitario de una tubería
a_I	Anualidad para comparar los costes anuales y los de inversión.
C	Coefficiente en expresión de pérdidas de carga
C_{EA}, C_{Eau}	Coste de la energía actualizado y coste de la energía actualizado por unidad de altura de elevación
C_{Ir}, C_{It}	Coste de inversión de los ramales y de la tubería porta-ramales
C_{uD}, C_{uE}	Coste unitario de tubería y de energía
CV	Coefficiente de variación
E	Exponente en la expresión del coste unitario de una tubería
D	Operador diferencial
D, D_t	Diámetro del ramal y de la tubería porta-ramales
G_{CV}	Gradiente o pendiente de la función objetivo al modificar el coeficiente de variación de los caudales desaguados
H	Altura de presión del gotero
H_0, H_B	Altura en cabeza de la unidad y altura de elevación de la bomba
hf_r, hf_t	Pérdidas de carga en ramal y en la tubería porta-ramales
I	Pendiente motriz
I_0, I_{0t}	Pendiente de los ramales y de la tubería porta-ramales

K	Coeficiente de la ecuación del gotero
L, L_t	Longitud del ramal y de la tubería porta-ramales
Le, le_{ar}	Longitud de pérdidas de carga equivalente por cada gotero y por cada ramal
M	Exponente del caudal en la expresión de pérdidas de carga
N	Exponente del diámetro en la expresión de pérdidas de carga
Q	Caudal del gotero
S, s_r	Separación de goteros y de ramales
R	Residuo, a anular en un proceso iterativo
T	Horas de funcionamiento de la bomba en un año
U	Variable aleatoria estándar o de la distribución de Gauss
V	Volumen bombeado en un año
X	Exponente del gotero en la ecuación de desagüe
Z	Función objetivo a minimizar
∂	Operador derivada parcial
γ	Peso específico del agua
η	Rendimiento
σ	Desviación típica
ν	Viscosidad cinemática del fluido

Subíndices

CV	Para referir al coeficiente de variación de los caudales
F	Para referir a filtros o a elementos entre las bombas y cabeza de la unidad
h	Para referir a la altura de presión
hf	Para referir pérdidas de carga
hz	Para referir a las diferencias de altura de presión originadas por diferencias de cota
m	Para referir a la manufactura o uso
q	Para referir al caudal
r	Para referir al ramal
t	Para referir a la tubería porta-ramales
u	Para indicar valor unitario
z	Para referir a la cota

Otros

-	Para referir valor medio
---	--------------------------

Referencias.

- Bralts V.F., D.M. Edwards y I.P. Wu. 1987. "Drip irrigation design and evaluation based on the statistical uniformity concept" en Hillel D. (Ed.). 1987. In: "Advances in Irrigation". Vol. 4:67-117 Academic Press. New York.
- Juana L., A. Losada, L. Rodríguez-Sinobas y R. Sánchez. 2004. "Analytical relationships for designing rectangular drip irrigation units". J. of Irrig. and Drainage Eng. ASCE 130(1):47-59.

Agradecimientos.

Los autores desean agradecer a la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT) por la ayuda recibida para la realización de este trabajo a través del Proyecto AGL2004-01689.