



CAMPUS  
DE EXCELENCIA  
INTERNACIONAL



**POLITÉCNICA**

"Ingeniamos el futuro"

# **Graduado en Ingeniería Informática**

Universidad Politécnica de Madrid

Escuela Técnica Superior de  
Ingenieros Informáticos

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

Modelo de precios de habitaciones de hoteles  
dinámico

Autor: Alvaro Ruiz Canser

Director: Alfonso Mateos Caballero

MADRID, JULIO 2019

## Tabla de contenido

RESUMEN .....	3
ABSTRACT .....	4
1.INTRODUCCIÓN.....	5
1.1 Definición del problema .....	6
1.2 Factores del problema .....	8
2. ESTADO DEL ARTE .....	15
2.1 Modelos de estimación de la demanda .....	16
2.2 Modelos de establecimiento de precios .....	19
2.3 Clasificación de los modelos.....	26
3. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA .....	27
3.1 Modelización del problema.....	27
3.2 Metaheurísticas.....	28
3.3 Algoritmo de resolución escogido.....	30
3.4 Implementación .....	33
4. CASO DE ESTUDIO .....	35
5. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS .....	40
6. BIBLIOGRAFÍA.....	41

## RESUMEN

Hoy en día con la creciente importancia del comercio electrónico se hace cada vez más imprescindible la fijación de precios que puedan ser competitivos y resultar más atractivos que los del resto del sector.

El sector hotelero debe adaptarse a esta situación y ser capaz de tener herramientas que permitan adaptar los precios variándolos en función de la coyuntura y la estrategia de negocio que se quiera tener.

Este trabajo estudiará los modelos actuales mediante los cuales se puede realizar una fijación de precios que sea capaz de cambiar con facilidad dichos precios y los clasificará según sus características.

Además, se llevará a cabo un experimento en el que se realizará a cabo una implementación de un método para la resolución de un problema de estas características, analizando los resultados obtenidos.

## ABSTRACT

*Nowadays with the growing importance of the electronic commerce it has become more essential to set competitive prices and result more attractive than the rest of the companies from the sector.*

*Hotel sector must adapt to this situation and should be able to have tools that let adapt prices to the circumstances and the business strategy needed.*

*This paper will study the current models through which you can make a price setting that is able to easily change these prices and classify them according to their characteristics.*

*A model of the studied ones will be chosen and an implementation of this one will be made explaining the way to solve it. Once implemented, the results will be applied and studied.*

# 1.INTRODUCCIÓN

En este trabajo se abordará un problema tradicional en el sector hotelero como es el de fijar el precio de sus habitaciones. Este problema surge de la necesidad de los miembros del sector de optimizar sus precios de forma que alcancen el precio más alto posible sin que afecte demasiado a la ocupación, es decir, de maximizar el beneficio obtenido.

Tradicionalmente el precio era definido por unos precios base a los que se les aplicaba un sobrecoste adicional en función de la temporada. En la actualidad se hace uso de modelos matemáticos para la optimización de dichos precios. Estos modelos ofrecen precios dinámicos que varían en función del estado del mercado, prestando especial atención a la demanda prevista para la fecha de la reserva.

El objetivo de este proyecto es el de analizar el estado del arte de los actuales modelos matemáticos y a partir de este estudio realizar una clasificación de éstos mismos. Más adelante se implementará un modelo de precios dinámico y se hará un análisis de los resultados obtenidos.

Los objetivos del trabajo, por tanto, son los siguientes:

- Analizar el estado del arte del problema de asignación de los precios de las habitaciones de los hoteles, teniendo en cuenta las diferentes estrategias para modelizarlo.
- Realizar una clasificación de los diferentes métodos que se utilizan para la resolución del problema.
- Realizar una formulación del problema.
- Seleccionar un algoritmo que permita la resolución del problema.
- Implementar el algoritmo escogido y resolver un ejemplo que ilustre la metodología.
- Analizar los resultados obtenidos comparándolos con los obtenidos en un modelo que no ofrezca precios dinámicos.

## 1.1 Definición del problema

El problema descrito en este trabajo de fin de grado es el de encontrar una política de precios que pueda cambiar de forma dinámica dependiendo de la situación del hotel en cada día, adaptándose a situaciones en las que si hubiera falta de demanda baje los precios y subiéndolos en caso de que haya mucha demanda.

Existen numerosas formas de abordar el problema, dependiendo del objetivo que se quiera buscar, por ejemplo, buscando un mayor crecimiento, o una mejora de la calidad o imagen de marca. En este caso, se plantea el problema buscando una política de precios que consiga el beneficio económico máximo mediante el llamado *revenue management* o gestión de ingresos.

La gestión de ingresos consiste en las técnicas, decisiones, métodos, procesos y tecnologías involucradas en la gestión de la demanda con el objetivo de maximizar los ingresos (1). Mediante las técnicas del *revenue management* se diseñarán métodos que tengan en cuenta los cambios en el mercado para adaptarse de manera adecuada a la situación y reaccionar para mantener un nivel bueno de ingresos. Esta estrategia de fijación de precios recibe el nombre de precios dinámicos, que son aquellos precios que varían en función de la demanda.

Para el problema se planteará una situación en la que se tendrá un hotel con una cantidad limitada de habitaciones. A la cantidad total disponible de habitaciones se la conocerá como capacidad máxima o capacidad.

Por otra parte, la cantidad de habitaciones que ya se encuentran en estado de reserva se conocerán como ocupación, que en cualquier caso no podrá ser nunca superior a la capacidad.

Los clientes podrán reservar habitaciones con anterioridad a la fecha de entrada en el hotel (*Reservation Interval* en la Figura 1) y sus reservas podrán durar más de una noche (durante el *Service Interval*), por lo que para poder realizar una reserva no sólo se ha de tener en cuenta la ocupación de la noche en la que comienza la reserva, sino que se deberá de tener en cuenta la duración total de la estancia.

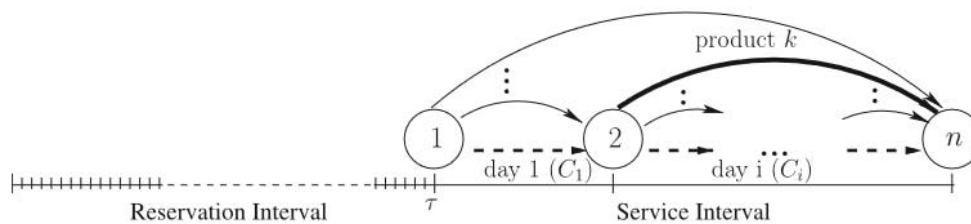


Figura 1: Diagrama de reserva de habitación. (2)

Un factor a tener en cuenta es la *demanda* (que será explicada más adelante) que indicará la cantidad de habitaciones que se estima que serán reservadas para una fecha concreta. En este problema en concreto la demanda no será calculada, sino que vendrá dada como un parámetro del problema, sin embargo, en la sección del estado del arte se explican métodos mediante los cuales se puede realizar un cálculo estimado de la demanda.

Otro factor es la *elasticidad demanda-precio* del sector (de nuevo, esta será explicada más adelante en este trabajo), más concretamente, la elasticidad de las habitaciones del hotel. Al no haber datos históricos en este problema determinado la elasticidad vendrá dada como un parámetro y no será calculada mediante la fórmula expuesta en la sección que explica la elasticidad.

Por último, se deberá tener en cuenta el *precio nominal*, que en economía se define como el precio que se le asigna a un bien o servicio sin tener en cuenta la inflación del mercado. Habitualmente este precio es el precio medio de un bien o servicio determinado (3). En este caso será el precio base que cuesta una habitación del hotel y sobre el que se trabajará para encontrar el precio del que resulten los máximos ingresos.

## 1.2 Factores del problema

### 1.2.1 Precios dinámicos

Los precios dinámicos, también denominados por su terminología en inglés, “*dynamic pricing*” son un tipo de estrategia de establecimiento de precios a productos o servicios, de tal forma que el precio resulta altamente flexible y variable, por lo que el precio de un producto o servicio puede cambiar cada día o cada hora dependiendo de la naturaleza de éste, como se observa en la Figura 2. Estos cambios en los precios ofrecen una manera de mantener la competitividad en sectores como el del transporte, el hotelero o el de venta a domicilio (4).



Figura 2: Cambios de precios como resultado de la estrategia de precios dinámicos en AMAZON.COM <https://crealytics.com/blog/dynamic-pricing-important/>

Los cambios en los precios se deben a que se tiene en cuenta en tiempo real el valor de la oferta y de la demanda. Conjuntamente al valor de la oferta y la demanda para este tipo de estrategia de precios se pueden tener en cuenta otros factores como la hora del día, los recursos o la localización, además de factores específicos del tipo de mercado, en el caso de los hoteles, por ejemplo, la temporada puede ser un factor a tener en cuenta.



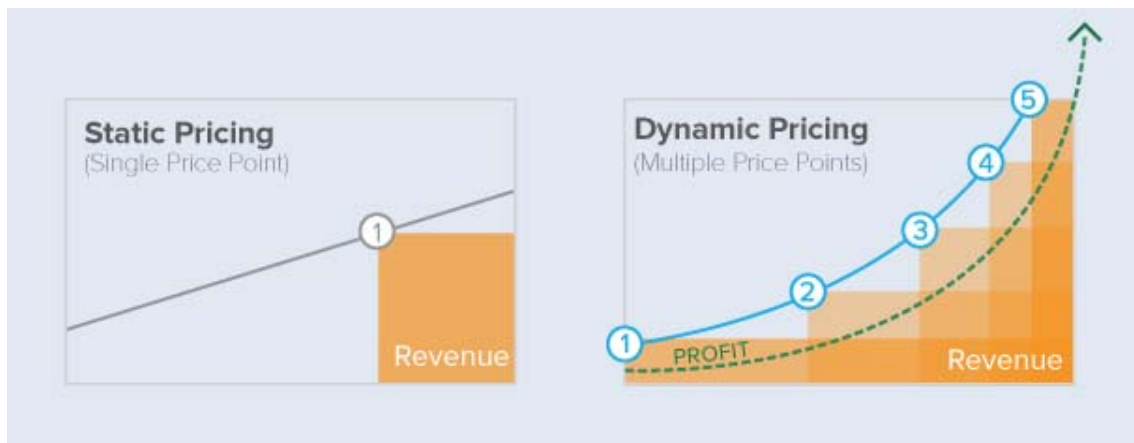


Figura 3: Beneficio utilizando precios estáticos y precios dinámicos  
<https://crealytics.com/blog/dynamic-pricing-important>

Este tipo de estrategia de precios puede dar lugar a un incremento de los beneficios, como se muestra en la Figura 3. Cada vez es más utilizado en comercios electrónicos, debido a que este cambio de precios se puede automatizar mediante programas informáticos y a que el cliente puede realizar una investigación y comparación de precios exhaustiva de forma muy rápida. Ejemplos de empresas que utilizan esta política de precios, se muestran en la Figura 4.



Figura 4: Compañías de comercio electrónico que utilizan precios dinámicos

Este modelo de precios además del mayor beneficio económico reporta otras ganancias como pueden ser un mayor control del inventario al poder ajustar los precios en función de la cantidad de stock disponible (subiendo el precio si no hay suficiente stock o bajándolo para deshacerse del sobrante) o información sobre su mercado objetivo, de forma que la empresa conozca el límite de precio en el que su cliente no adquiera su producto (5).

### 1.2.1 Demanda

Para poder trabajar con un modelo de precios dinámicos es necesario disponer de una demanda estimada. Que será un factor determinante a la hora de elegir si un precio debe subir o debe de bajar (6).

La demanda se define como la cantidad de bienes y servicios que son adquiridos por consumidores a diferentes precios en una determinada unidad de tiempo. Esta demanda cuando se asocia al precio cumple una relación inversa mediante la cual si el precio de un bien aumenta disminuye la cantidad demandada y viceversa. A la relación explicada anteriormente se la conoce como *ley de la demanda* (7). La forma de representar gráficamente la ley de la demanda es mediante la curva de la demanda (Figura 5), en la que se observa que a medida que se reduce el precio de un bien o servicio aumenta la cantidad demandada.

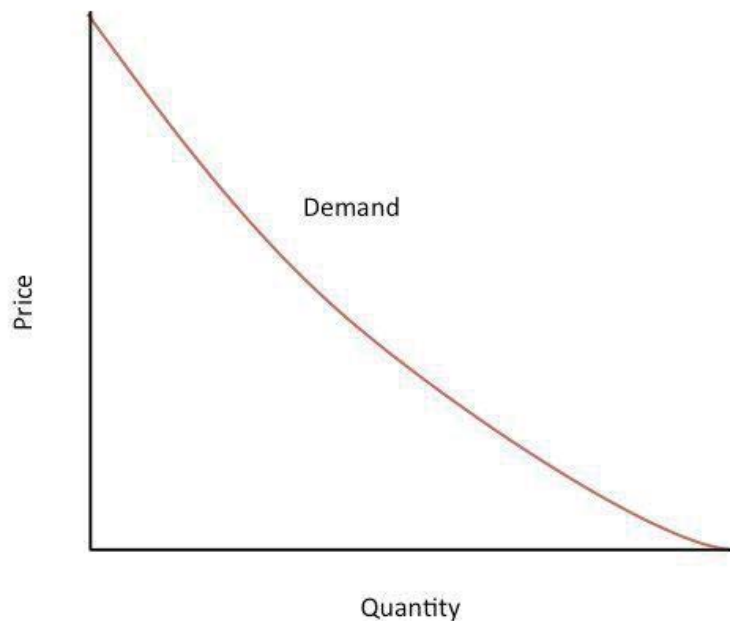


Figura 5: Curva de demanda.  
<https://www.investopedia.com/terms/d/demand-curve.asp>

Por otra parte, la función de la demanda se puede expresar en su forma más simple de la forma:

$$Q_A = D(P_A, Y, P_B, G),$$

siendo:

$Q_A$ : La cantidad demandada del bien  $A$  durante un periodo de tiempo,

$P_A$ : El precio del bien  $A$  durante el mismo periodo de tiempo,

$Y$ : Representa el ingreso de los consumidores,

$P_B$ : Precio del resto de los bienes del sector en el mismo periodo de tiempo,

$G$ : Gusto de los consumidores.

La demanda de un producto se puede ver influida por factores variados además del precio que se otorgue al bien a consumir, la oferta de ese producto, así como la existencia de productos similares en el mercado, la capacidad de pago del demandante y los deseos o necesidades del demandante. Adicionalmente, dependiendo del sector del mercado, se pueden incluir otros factores, en el sector hotelero, por ejemplo, se puede incluir el lugar, su valoración en estrellas, o la temporada.

Al tratarse de un mercado con múltiples oferentes, en los modelos matemáticos que se propongan para el problema de los precios dinámicos se ha de tener en cuenta no sólo la demanda que tendrá un hotel, sino que se deberá de tener en cuenta una agregación de las demandas estimadas de todos los miembros similares del sector.

### 1.2.3 Oferta

La oferta se puede definir de manera sencilla como la contraparte de la demanda, siendo la oferta la cantidad de bienes o servicios que se está dispuesto a vender los oferentes a los demandantes (6). Al igual que existe una representación gráfica para el comportamiento de la demanda, véase Figura 5, existe una para el de la oferta conocida como la curva de la oferta, véase Figura 6. También existe una relación entre el comportamiento de los precios y la cantidad de bienes ofertados mediante la relación conocida como *ley de la oferta*, mediante la cual si los precios bajan la oferta de bienes disminuye progresivamente hasta el punto en el que los ingresos no cubren el coste de producción. Igualmente, si los precios aumentan la producción será mayor buscando obtener mayores beneficios (7).

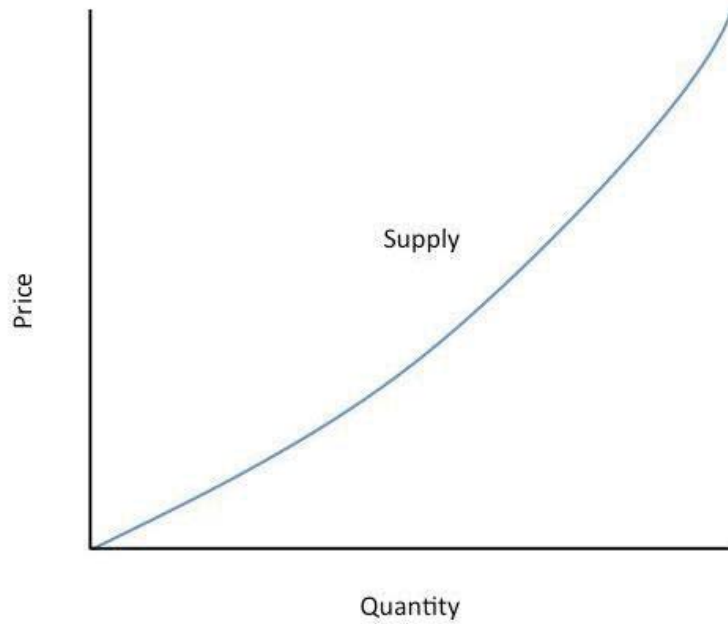


Figura 6: Curva de oferta.  
<https://www.investopedia.com/terms/s/supply-curve.asp>

Una vez más, como en el caso de la demanda, se puede expresar la oferta mediante una función matemática conocida como función de la oferta:

$$Q_X = O(P_X, P_Z, r, K),$$

siendo:

$Q_X$ : La cantidad ofertada del bien  $X$  durante un periodo de tiempo,

$P_X$ : El precio del bien  $X$  durante el mismo periodo de tiempo,

$P_Z$ : Precio del resto de los bienes del sector en el mismo periodo de tiempo,

$r$ : Precios de los factores de producción,

$K$ : Estado de la tecnología.

En el caso del sector hotelero, el que nos atañe en este trabajo, la oferta se ve limitada por la cantidad de habitaciones de las que disponga el hotel en cuestión, así como de las que quiera ocupar, que, salvo anomalía, será el total de éstas. Al encontrarse esta limitación de no poder superar el máximo de habitaciones de las que disponga el hotel la única forma en la que puede aparecer la oferta en el problema es en forma de restricción que limite el número de habitaciones ofertadas igualándolas al número de habitaciones totales de que disponga el hotel.

### 1.2.4 Elasticidad

La ley de demanda, como ya se ha explicado anteriormente, señala que, si el precio de un bien aumenta, se reduce la demanda de dicho bien, sin embargo, no disminuye en igual medida para todos los bienes, véase Figura 7. Según la naturaleza del bien o servicio la cantidad en la que disminuirá será diferente, por ejemplo, en bienes de primera necesidad como la comida un aumento de los precios no supone un decremento de la demanda tan grande como el que supone un aumento en el precio de servicios de ocio (8).

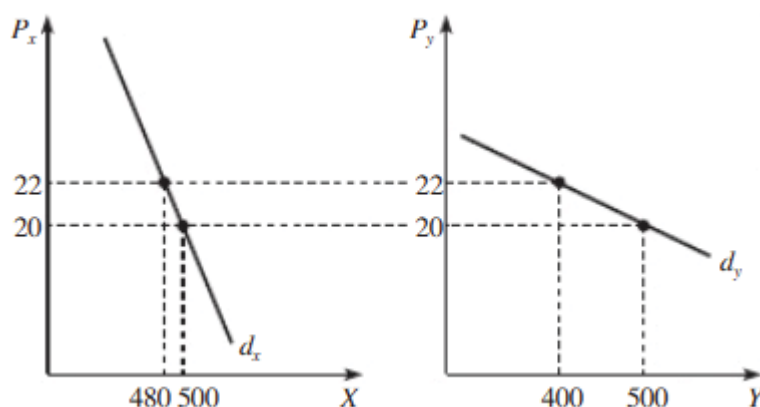


Figura 7: Curva de demanda de dos productos aplicándoles el mismo cambio de precio. (8)

Para determinar cómo responde a los cambios una variable respecto de otra se tiene el término elasticidad. La elasticidad, en el ámbito económico, se define como la sensibilidad de variación de una variable con respecto a los cambios producidos en otra con la que existe una relación de dependencia.

Con esta definición la formulación matemática para calcularla es la siguiente:

$$\text{Elasticidad } (E) = \frac{\% \text{Variación de } X}{\% \text{Variación de } Y}$$

Siendo X e Y las variables de las que se estudia su dependencia. (9)

En función del resultado de esta fórmula se puede entender la relación de elasticidad que poseen dos variables. Si el valor absoluto de E es mayor que 1 se conoce como relación elástica, cuando es igual que 1 se dice que es una relación proporcional y cuando resulta menor que 1 es una relación inelástica.

Una de las relaciones de elasticidad más utilizadas en economía es la elasticidad demanda-precio. Esta elasticidad demanda-precio mide la relación por tanto entre las variaciones en los precios y su repercusión en la demanda.

Para la realización de un modelo de precios dinámicos basado en la optimización de ingresos como es el de este trabajo, esta elasticidad será necesaria puesto que es necesario conocer de qué manera afecta una subida de precios al interés del cliente en ese hotel. De manera que la fórmula de elasticidad sería la siguiente:

$$E = \frac{\% \text{Variación de la demanda}}{\% \text{Variación en el precio}}$$

Como es natural, en el problema que se plantea en este trabajo solo se tendrán en cuenta relaciones elásticas, al resultar obvio que si los precios de una habitación suben la demanda de esa habitación tenderá, en la mayoría de los casos a sufrir una bajada mayor que el incremento del precio.

## 2. ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se expondrán las técnicas actuales para el planteamiento y la resolución del problema de fijación de precios en el sector hotelero. Además, se añadirán métodos para el establecimiento de precios que puedan varían de forma dinámica que no hayan sido diseñados específicamente para el sector hotelero pero que sin embargo se puedan aplicar mediante la adaptación del problema como, por ejemplo, métodos que hayan sido diseñados para la reserva de plazas de aparcamiento o métodos generales para productos perecederos.

El problema de la fijación de precios de manera dinámica y adaptándose a la situación de la demanda surge en los años 80 en el sector de las aerolíneas americanas, desde ese momento se han diseñado modelos desde diferentes puntos de vista para obtener una solución buena.

Gallego y van Ryzin (10) proponen un modelo en el que se busca la maximización de los ingresos mediante una optimización no lineal. De este modelo derivan modelos como el de Xu y Hopp (11) o el de Sato (12). Este tipo de modelos tienen por norma general, en cuenta factores como la elasticidad, la demanda o la capacidad de oferta.

Otros modelos como el de Falk y Hagsten (13) o el de Soler et al. (14) se basan en acercamientos al problema mediante un sistema de precios hedónicos en el que el valor de una habitación viene determinado por la suma de las características que posee valoradas según una ponderación determinada. Este tipo de modelos no suelen tener en cuenta de manera directa factores como la demanda o la elasticidad al estar relacionadas con otros factores que si se estudian como la temporada o la reputación.

A continuación, se describen algunos de los modelos diseñados para la fijación de precios, así como técnicas necesarias para el cálculo de un parámetro importante en este problema como es la demanda.

## 2.1 Modelos de estimación de la demanda

Para la resolución de problemas como el que se presenta en este trabajo es necesario disponer de un método para estimar la demanda. Tradicionalmente se han utilizado métodos no complejos como estimar la demanda en función de series temporales en las que se tomaba como referencia el mismo día del año anterior.

En la actualidad se hace uso de modelos matemáticos más complejos, en esta sección se describirán algunos de ellos. Los modelos presentados en esta sección son descritos por Nobre (15) y están basados en el método de suavizamiento exponencial utilizando como base el método estándar de Holt-Winters.

### Método de Holt-Winters

El método de Holt-Winters es un método de pronóstico de demanda con triple exponente suavizamiento exponencial. Este método se compone de una ecuación para calcular la previsión, en este caso la demanda, y tres ecuaciones para su suavizamiento (16).

La definición general del método en su forma aditiva es la siguiente:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{t+h|t} &= (l_t + hb_t)s_{t+h-m(k+1)} \\ l_t &= \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1} \\ s_t &= \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}\end{aligned}$$

donde  $l_t$  es la ecuación de suavizamiento para el nivel,  $b_t$  es la ecuación correspondiente a la tendencia, por último, la ecuación  $s_t$  corresponde a la ecuación de suavizamiento de la estacionalidad. Los parámetros de suavizamiento son  $\alpha$ ,  $\beta^*$  y  $\gamma$ . La frecuencia de la estacionalidad se denota mediante  $m$ . Mientras que  $k$  es la parte entera de  $(h-1)/m$ , lo que garantiza que las estimaciones de los índices estacionales utilizados para la previsión provienen del último año de la muestra (17).



## Suavizamiento exponencial para patrones de dos estaciones

Este modelo está diseñado para ciclos de dos estaciones, una corta que se repite numerosas veces dentro de una mayor. Este modelo es una extensión del modelo de Holt-Winters. En él se tiene en cuenta el nivel ( $l_t$ ) y la tendencia ( $b_t$ ) en el periodo  $t$ . Los dos periodos estacionales de este modelo se representan como  $s_t^{(1)}$  para el periodo de ciclo corto y  $s_t^{(2)}$  para el periodo de ciclo largo. La duración de los ciclos se representa mediante  $m_1$  y  $m_2$ . Se utiliza también un coeficiente  $\phi$  para tener una autocorrelación de primer orden.

El modelo puede adecuarse a la mayoría de los escenarios para la estimación de demanda, sin embargo, sufre de un problema de exceso de parámetros y sólo es aplicable a problemas de dos estaciones.

La formulación matemática del problema es la siguiente:

$$\begin{aligned}\hat{y}_t(h) &= l_t + hb_t + s_{t-m_1+h}^{(1)} + s_{t-m_2+h}^{(2)} \\ &\quad + \phi^h [y_t - (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m_1+h}^{(1)} + s_{t-m_2+h}^{(2)})] \\ l_t &= \alpha(y_t - s_{t-m_1}^{(1)} - s_{t-m_2}^{(2)}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \\ s_t^{(1)} &= \gamma(y_t - l_t - s_{t-m_2}^{(2)}) + (1 - \gamma)s_{t-m_1}^{(1)} \\ s_t^{(2)} &= \delta(y_t - l_t - s_{t-m_1}^{(1)}) + (1 - \delta)s_{t-m_2}^{(2)}\end{aligned}$$

## Suavizamiento exponencial para patrones complejos

Este modelo para patrones estacionales no anidados tiene como ventaja que es más aproximado a la realidad del sector hotelero, sin embargo, puede resultar complicado de implementar y de usar si se compara con el modelo anterior.

Este modelo incluye una transformación de Box-Cox para corregir sesgos en la distribución de errores, así como un modelo autorregresivo de media móvil, además de la tendencia y múltiples patrones estacionales.

Los parámetros de este modelo son, además de los heredados del modelo de dos estaciones,  $m_1, \dots, m_T$  para los periodos de los patrones estacionales  $T$ .

$b$ : es la tendencia a largo plazo,

$d_t$ : es un proceso modelo autorregresivo de media móvil con parámetros  $p$  y  $q$ ,

$\varepsilon_t$ : es un ruido blanco gaussiano con media cero y varianza  $\sigma^2$ ,

$\omega$ : Representa el parámetro de la transformación de Box-Cox (15).

Las ecuaciones correspondientes al modelo son las expresadas a continuación:

$$y_t^{(\omega)} = \begin{cases} \frac{y_t^\omega - 1}{\omega}, & \omega \neq 0 \\ \log y_t, & \omega = 0 \end{cases}$$

$$y_t^{(\omega)} = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T s_{t-m_i}^{(i)} + d_t$$

$$l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t$$

$$b_t = (1 - \phi)b + \phi b_{t-1} + \beta d_t$$

$$s_t^{(i)} = s_{t-m_i}^{(i)} + y_i d_t$$

$$d_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i d_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

## 2.2 Modelos de establecimiento de precios

Como se ha comentado a lo largo de este trabajo existen numerosas formas de acercarse al problema del establecimiento de precios para el sector hotelero. Tradicionalmente se utilizaba el de poner un precio base fijado por la calidad, localización geográfica o existencia de competencia entre otros. A ese precio base se le incluía un sobrecoste o una rebaja en función de la temporada. Como es natural, con el paso del tiempo ha sido necesario investigar nuevos modelos de establecimiento de precios para poder ser superior a la competencia a la vez que se maximizaban los beneficios.

En esta sección se hará un compendio de algunos de los modelos publicados en divulgaciones científicas que propongan una solución al problema además de su formulación matemática.

### Modelo clásico de Aziz et al. (2011)

Es el primero de los dos modelos propuestos por Aziz et al. (18).

Este modelo busca la asignación óptima de las habitaciones para los distintos tipos de estancias en el hotel. Para este modelo se utiliza la demanda como si fuera determinística, es decir, que se sabe con certeza cual va a ser la demanda. Aunque esta demanda sea determinística y se vaya a igualar con la demanda esperada en el modelo no quiere decir que la demanda vaya a ser necesariamente constante o invariable.

El objetivo de este modelo es el de optimizar el precio de cada habitación con las restricciones de que la demanda tiene que ser mayor o igual al número de habitaciones asignadas, así como la de que las habitaciones reservadas no excedan la capacidad.

Este modelo busca maximizar los ingresos mediante la optimización de la asignación de las habitaciones. El precio de cada clase viene definido de antemano y no tiene en cuenta la elasticidad de la demanda.

De esta forma el modelo consiste en el sumatorio de la multiplicación del precio de cada tipo de habitación por las noches que durara una estancia en esa habitación multiplicado por la cantidad de habitaciones de ese tipo ocupadas en el hotel durante ese periodo de tiempo.

Este modelo tiene los siguientes parámetros:

$L$ : es la duración en días de la estancia en la habitación,

$P_k$ : es el precio asociado a cada tipo de habitación “ $k$ ”,

$a$ : es el día que comienza la estancia,

$d_{a,L,k}$ : es la demanda esperada para las habitaciones que compartan los parámetros  $a$ ,  $L$  y  $k$ ,

$N_l$ : Conjunto de estancias que hacen uso de la noche  $l$ . Donde  $N_l = \{(a,L,k) : l = a + L - 1\}$ ,

$C_l$ : es la capacidad del hotel en la noche  $l$ ,

$X_{a,L,k}$ : asignación óptima para la estancia con la tupla de parámetros  $a$ ,  $L$ ,  $k$ .

La formulación matemática del modelo es la siguiente:

Maximizar:

$$f = \sum_{a,L,k} P_k * L * X_{a,L,k}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{a,L,k \in N_l} X_{a,L,k} &\leq C_l \quad \forall l \\ X_{a,L,k} &\leq d_{a,L,k} \quad \forall a, L, k \\ X_{a,L,k} &\geq 0 \quad \forall a, L, k \end{aligned}$$

## Modelo de Falk y Hagsten (2014)

En su artículo Falk y Hagsten (13) realizan un estudio sobre el crecimiento del sector hotelero en Suecia, relacionando el crecimiento de un hotel con el precio que aplica sobre sus habitaciones.

Se tratan los precios como una variable endógena asociada al crecimiento, es decir, que dentro del modelo económico que se propone en el artículo, el precio influirá directamente en el crecimiento (19).

Este método se basa en un modelo de precios hedónicos, es decir, en realizar una estimación del valor de un precio mediante la suma ponderada de aquellos factores que lo componen y que podrían tener una influencia en el mismo.

Para este modelo se utiliza el tamaño del hotel como empresa, el tipo de establecimiento hotelero, la densidad de población, la concentración geográfica de competencia y también la localización por ser las variables que definen un hotel y aquellas que los clientes tienen en cuenta a la hora de escoger.

Para el cálculo del precio formulan el siguiente modelo:

$$\log(P_{it}) = \beta_0 + \beta_1 \log S_{it} + \beta_2 \log A_{it} + \beta_3 \sum_{i=1}^n i_{mt} - 1 + \beta_4 \left( \sum_{i=1}^n i_{mt} - 1 \right)^2 + \beta_5 \text{popdensity} + \sum_{r=1} b_{ir} \text{TYPE}_{ir} + \sum_{r=1} c_{ir} \text{REG}_{ir} + v_{it},$$

donde:

*A*: es la antigüedad de la empresa,

*m*: corresponde al municipio,

*P*: es el ingreso anual dividido por el número de noches,

*popdensity*: es una variable de control que representa la densidad de población,

*TYPE*: es el tipo de hotel, pudiendo ser hotel turístico, hostel, albergue, etc....

*REG*: indica la cantidad de competidores del mismo tipo en un determinado municipio,

$\beta$ : Corresponden a variables de control y corrección.

## Modelo de Soler et al. (2018)

El modelo propuesto en su artículo es, una vez más un modelo de precios hedónico en el que el precio final es la composición de los precios asociados a las diferentes variables que pueden resultar de influencia (14).

De esta forma se puede separar cada una de las características y atributos que componen el bien final, en este caso, la habitación de un hotel y establecer el precio que tiene cada una de esas características.

El modelo se define como:

$$P_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i,$$

$P$ : Precio de la habitación,

$\alpha$ : Es una constante que indica el precio base,

$\beta$ : Coeficiente asociado a un determinado atributo o característica,

$X_{ki}$ : Es cada una de las características tenidas en cuenta para el modelo.

Mediante un estudio de mercado y el análisis de los datos de los precios de los hoteles de una región determinada se puede conocer el precio que un cliente está dispuesto a pagar por un determinado servicio.

Se eligen las características a tener en cuenta. En el caso del artículo son más de cincuenta divididas en categorías como variables del establecimiento, como son las estrellas o la distancia, las variables de reputación, como las opiniones o las fotos, variables de localización, como la cercanía al centro de la ciudad o lugares de interés, variables de estilo, como ser romántico o familiar y, por último, características asociadas a los servicios que se ofrecen en el hotel como casino o spa.

Mediante una regresión por mínimos cuadrados se puede estimar el precio que un cliente estaría dispuesto a pagar por cada uno de los servicios o características del hotel en base a los datos obtenidos del mercado.

## Modelo de Tian et al. (2017)

Este modelo está diseñado para solucionar el problema de fijación de precios en aparcamientos y no en hoteles a diferencia de los anteriores. Sin embargo, se puede adaptar al sector hotelero debido a la naturaleza parecida de los productos, ya que ambos son productos perecederos (una habitación debe tratarse como un producto diferente cada día) y su reserva se ve influida por los mismos factores (localización, precio, calidad ...).

En el artículo se propone una solución matemática al problema del establecimiento de precios buscando una solución basada en los máximos ingresos mediante precios dinámicos a la hora de realizar la reserva. Por este motivo se da especial importancia a la sensibilidad al precio y a la estocasticidad o aleatoriedad de la demanda.

El modelo tiene variaciones para su resolución en función del tipo de demanda que se tenga, pero dado un estado  $x^t$  y un tiempo  $t$  se puede resumir de la siguiente forma:

$$\max_{p^t \in P} \{f_t(x^t, p^t)\}$$

Sujeto a:

$$p_i^t \geq 0, i = 1, 2, \dots, N,$$

siendo f:

$$f_t(x^t, p^t) = \sum_{u=1}^N \sum_{v=u}^{\min\{N, u+n\}} \lambda_{[u,v]}^t(x^t, p^t) \left( \sum_{i=u}^v p_i^t - \Delta V_{[u,v]}(x^t, t) \right),$$

donde  $u$  y  $v$  son dos periodos de tiempo.  $V$  representa los ingresos máximos esperado, cuya fórmula cambia en función del modelo de demanda utilizado.

De esta forma, se maximiza la función del precio para un estado y un tiempo determinados, restringiendo que el precio sea mayor que cero.

## Modelo de Gallego y Van Ryzin. (1994)

Gallego y Van Ryzin proponen este modelo de precios dinámicos ante la situación de que un vendedor o marca tenga un stock y un tiempo limitado para deshacerse de ese stock, de tal forma, que se maximice los ingresos obtenidos de la venta. Este método no es específico de ningún mercado, pero se puede aplicar a cualquier producto perecedero como asientos en vuelos de avión o habitaciones de un hotel.

Se parte de un momento inicial en el que se tiene un stock ( $n$ ) y un tiempo hasta el que se puede vender ( $t$ ). La empresa tiene control de la intensidad del proceso de Poisson de la demanda  $\lambda_s = \lambda(p_s)$ . Se representan las ventas en un determinado periodo como  $N_s$ , siendo  $N$  las ventas y  $s$  el periodo de tiempo asignado a las mismas (10).

Se añaden dos restricciones, una con respecto a los valores que puede obtener el precio y otra con respecto a los valores de la tasa de demanda:

$$P = R^*U\{p_\infty\}$$
$$A = \{ \lambda(p) : p \in P \}$$

$p_\infty$  se añade a los valores como valor nulo para que siempre exista al menos un valor que valide el espacio de precios disponibles. Con estas premisas y restricciones para los valores el modelo en su forma básica es el siguiente:

$$U = \int_0^t dN_s \leq n \text{ (a. s)}$$
$$p_s \in P \Leftrightarrow \lambda_s \in A \quad \forall s$$

donde  $U$  es la política de precios que llevará a cabo la empresa, es decir, el precio que se le dará al producto.

Una vez se tiene el conjunto de políticas de precios  $U$ , así como un stock  $n$  y un horizonte de tiempo  $t$ , la fórmula para calcular los ingresos de la empresa es la siguiente:

$$J_u(n, t) \doteq E_u \left[ \int_0^t p_s dN_s \right]$$

Sujeto a:

$$J_u(n, 0) \doteq 0 \quad \forall n$$
$$J_u(0, t) \doteq 0 \quad \forall t$$

De esta forma los ingresos de cualquier stock en un horizonte de tiempo igual a cero tienden a cero para cualquier valor de  $n$ , de la misma forma que si no hubiera stock los ingresos tienden a cero para cualquier valor de  $t$ .



Por tanto, la función objetivo consiste encontrar la  $U$  que maximice los ingresos de un stock a lo largo de un tiempo  $t$ , representada mediante la siguiente formula:

$$J^*(n, t) \doteq \sup_{u \in U} J_u(n, t).$$

## 2.3 Clasificación de los modelos

<b>NOMBRE</b>	<b>AÑO</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>OBJETIVO</b>	<b>COMENTARIOS</b>
<b>Modelo clásico de Aziz et al.</b>	2011	Modelo determinístico.	Optimizar la ocupación del hotel.	No cuenta con el precio al estar ya determinado (18).
<b>Modelo dinámico de Aziz et al.</b>	2011	Optimización mediante programación no lineal.	Maximizar los ingresos mediante el precio y la ocupación.	Tiene en cuenta la elasticidad de la relación demanda-precio (18).
<b>Modelo de Falk y Hagsten</b>	2014	Método de variables instrumentales	Establecer un precio adecuado para las variables establecidas.	Requiere de gran cantidad de variables. No ofrece un precio optimizado (13).
<b>Modelo de Soler et al.</b>	2018	Regresión de mínimos cuadrados para la obtención del precio de cada variable.	Determinar el precio de cada uno de los componentes que conforman una reserva en un hotel.	Se requieren datos del mercado de estaciones anteriores. Estima lo que un cliente pagará por un determinado servicio o característica (14).
<b>Modelo de Tian et al.</b>	2017	Optimización no lineal	Maximizar los ingresos mediante la sensibilidad al precio.	Varía según el tipo de demanda que se utilice en el modelo (20).
<b>Modelo de Gallego y Van Ryzin</b>	1994	Optimización no lineal	Maximizar los ingresos obtenidos con un stock en una cantidad de tiempo.	Modelo versátil aplicable a muchos sectores y en el que se basan otros modelos (11).
<b>Modelo de Sato</b>	2018	Optimización no lineal	Maximizar ingresos teniendo en cuenta el precio de la competencia.	Modelo basado en el trabajo de Gallego y van Ryzin (1994). Tiene en cuenta el precio de la competencia (10).
<b>Modelo de Xu y Hopp</b>	2009	Optimización no lineal	Estudiar qué factores afectan a las intenciones de compra de por parte de los clientes con el fin de maximizar el precio.	Modelo basado en el trabajo de Gallego y van Ryzin (1994) (10).

### 3. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección se explicará el algoritmo de resolución utilizado para la resolución del problema, así como la forma de implementar una herramienta que ofrezca una solución al problema.

#### 3.1 Modelización del problema.

Para el planteamiento matemático del problema se va a utilizar el modelo dinámico que plantean Aziz et al. (18).

Se escoge este modelo puesto que se adecua a las características que se proponen como objetivos de este trabajo, es decir, que sea un modelo que haga uso del *revenue management*, que busque la maximización de ingresos y que proponga una política de precios que sea dinámica y susceptible de cambiar adaptándose a la situación del mercado en todo momento.

Como variables de decisión se tendrá el precio por cada noche, que será el objetivo a maximizar. Como variables auxiliares se utilizarán el número de habitaciones reservadas en una noche con una determinada duración en días, además del número total de habitaciones reservadas para una determinada noche.

Este modelo se basa en una táctica de control de precios en lugar de una táctica de control de ocupación. Por lo que en este caso no se busca unos ingresos mayores mediante la asignación óptima de todas las habitaciones sino mediante la elección del precio más adecuado para cada habitación en cada noche.

En esta formulación, por tanto, es necesario incorporar la elasticidad del precio como un parámetro y se puede eliminar el tipo de habitación de ésta. Incluye además el llamado precio nominal, que consiste en un precio base del que se partirá para ir variándolo en función de la demanda. Este precio nominal es habitualmente el precio medio histórico.

Para hallar esta optimización de precios lo que se trata es de maximizar el sumatorio a través de todas las noches de la estancia por el precio de cada noche de la estancia multiplicado por el número de habitaciones reservadas en cada una de las noches.

Una vez se tiene este precio los autores recomiendan hacer una media aritmética del precio de todas las noches para evitar que el cliente pueda sentir rechazo a que el precio de la habitación varíe cada una de las noches que dura su estancia (18).

Con la descripción anteriormente dada del modelo, la formulación matemática es la siguiente:

Maximizar:

$$\sum_{l=1}^{Max\ l} P_l O_l$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} O_l &\leq C_l \quad \forall l \\ P_l &\geq 0 \quad \forall l \end{aligned}$$

donde las variables auxiliares vienen definidas por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} X_{a,L} &= d_{a,L} \left( \frac{\sum_{l=a}^{a+L-1} P_l}{L * P_{nominal}} \right)^e \\ O_l &= \sum_{a,L \in \square_l} X_{a,L} \end{aligned}$$

$X_{a,L}$ : Corresponde al número de habitaciones asignadas a una estancia con los parámetros  $(a,L)$ ,

$O_l$ : Representa el número de habitaciones reservadas en una noche determinada, los parámetros de entrada para este modelo son:

$P_{nominal}$ : El precio nominal del hotel,

$e$ : elasticidad precio-demanda,

$d_{a,L}$ : demanda para la estancia  $a,L$ ,

$N_l$ : Conjunto de estancias que hacen uso de la noche  $l$ . Donde  $N_l = \{(a,L,k) : l = a : a+L-1\}$ ,

$C_l$ : Número de habitaciones disponibles en el hotel.

El problema resultante es una optimización no lineal. Este tipo de problemas son complejos y carecen de un método específico para su resolución por lo que será necesario el uso de una metaheurística. En los siguientes apartados se describen las metaheurísticas, así como la descripción de la utilizada para la resolución de este problema.

## 3.2 Metaheurísticas

Ciertos problemas de optimización presentan una serie de inconvenientes a la hora de resolverse, como pueden ser, que no exista un método específico para obtener una solución óptima, que el método que lo resuelva sea muy costoso computacionalmente o que no se pueda resolver en un tiempo razonable. Para esta

clase de problemas se utilizan una serie de métodos de resolución llamados metaheurísticas, que son algoritmos que no están diseñados para un problema específico, sino que permiten acomodarse a una gran cantidad de problemas.

Como características generales se pueden destacar que las metaheurísticas habitualmente encuentran su inspiración en procesos de la naturaleza y que hacen uso de componentes aleatorios.

Para que una metaheurística encuentre una solución buena tiene que existir un equilibrio entre los dos conceptos que deben tener, la exploración y la explotación. Se conoce como *exploración* a la capacidad de recorrer grandes espacios dentro de las posibles soluciones. Esta característica provoca que en algunas iteraciones se acepten soluciones peores para poder salir de óptimos locales. La *explotación* por su parte consiste en cubrir de forma exhaustiva las regiones con soluciones buenas para obtener la mejor de ellas.

Boussaïd et al. (21) clasifican las metaheurísticas en dos tipos en función de si están basadas en solución única o si son poblacionales, véase Figura 8. Como norma general las metaheurísticas de solución única suelen estar más centradas en la explotación mientras que las metaheurísticas poblacionales suelen estar más centradas en la exploración.

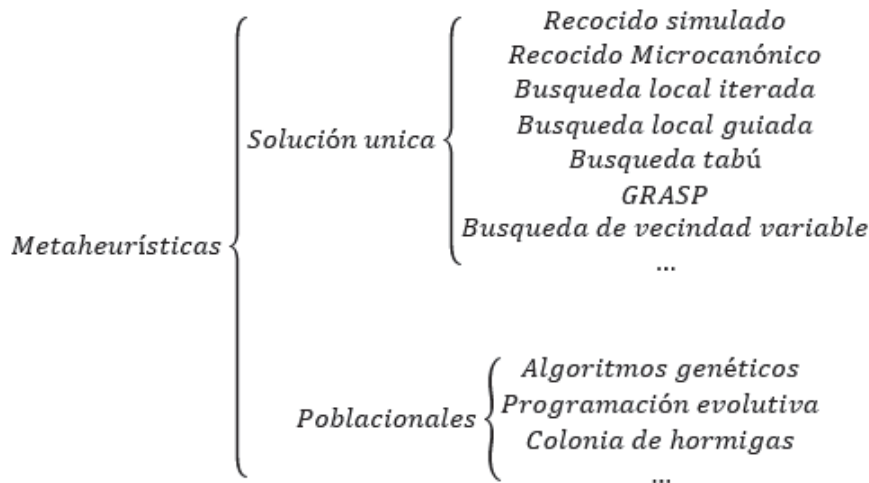


Figura 8: Clasificación de las diferentes metaheurísticas

Para la resolución del problema será necesaria la utilización de una metaheurística al tratarse de un problema de optimización no lineal. En este caso se utilizará la técnica del recocido simulado cuyo funcionamiento se detalla a continuación.

### 3.3 Algoritmo de resolución escogido

El algoritmo escogido para la resolución del problema es el *recocido simulado* (también *simulated annealing*, RS o SA). Se trata de una metaheurística que debe su nombre a la similitud con el ámbito de la metalurgia, véase Figura 9, en el que mediante un recocido lento se consigue un sólido de entropía mínima (22). Para modificar el estado de un material se tiene un parámetro ajustable, la temperatura que estará también presente en el método del recocido simulado. En el caso del sistema físico se debe decrementar lentamente para conducir a un sólido cristalizado, así como en el caso de la metaheurística se debe rebajar gradualmente y de manera controlada para conducir al estado óptimo.



Figura 9: Comparación entre el problema de optimización y el sistema físico del que toma nombre. Transparencia del Departamento de Inteligencia Artificial (DIA)

El algoritmo de forma esquemática en su forma de minimización es el siguiente:

*Escoger una solución inicial  $x_1 \in X$*

*Hacer  $x^* = x_1, f^* = f(x_1), i = 1$*

*Escoger una temperatura inicial  $T_1 > 0$*

*Hasta satisfacer criterio de parada*

*Sea  $x_i$  la solución de la iteración actual*

*Generar aleatoriamente un valor  $y \in E(x_i)$*

*Si  $f(y) < f^*$ , hacer  $x_{i+1} = y = x^*$  y  $f^* = f(y)$*

*En otro caso*

*Generar  $u \sim U(0,1)$  y calcular  $p(i) = \exp\left(\frac{-f(y)-f(x_i)}{T_i}\right)$*

*Si  $p(i) > u$ , hacer  $x_{i+1} = y$*

*En otro caso hacer  $x_{i+1} = x_i$*

*Actualizar la temperatura  $T_i$ .*

En primer lugar, se escoge una solución inicial que pueda satisfacer el problema y se obtiene el valor de esa solución en la función objetivo. A partir de esa solución inicial se comenzará a iterar para obtener la mejor solución posible.

Se escoge una temperatura inicial de manera que la probabilidad de aceptación  $p$  sea aproximadamente de entre 0.8 y 0.95.

Una vez se tiene la solución y la temperatura iniciales se comienza un bucle que terminará según la condición de parada que se le imponga, esta condición de parada puede ser, por ejemplo, un número determinado de ciclos.

Se genera un entorno alrededor de la solución actual, que en la primera iteración corresponde a la solución inicial, de este entorno se escoge un número aleatorio y se genera su valor en la función objetivo.

Si el valor obtenido es menor que el anterior el valor obtenido pasa a ser la nueva solución actual. En caso contrario, se genera un número entre 0 y 1 de manera aleatoria y se compara con la probabilidad de aceptación  $p$ . Si la probabilidad de aceptación fuera mayor que el número la solución evaluada pasa a ser la nueva solución actual. De esta manera se pueden llegar a escoger soluciones peores que permitan salir de mínimos locales.

Por último, se actualiza la temperatura multiplicando la temperatura por una tasa de disminución de temperatura para que cada vez la probabilidad de aceptación de la temperatura sea menor, de forma que los valores con peor resultado sean escogidos menos a menudo.

### **3.3.1 Parámetros**

Existen una serie de parámetros que se deben ajustar para llevar a cabo el experimento. Estos valores son los siguientes:

- *Temperatura:* Se debe escoger un valor al que aplicándole la fórmula  $P(i) = \exp\left(-\frac{f(y)-f(x_i)}{T_i}\right)$  de como resultado valores de entre 0.80 y 0.95 para que el grado de aceptación de peores soluciones sea alto y realice una exploración más exhaustiva. En este caso se escoge una temperatura que provoque que las primeras soluciones tengan probabilidades de aceptación de 0.95.
- *Precio nominal:* Se escoge un valor que sea factible para un hotel. En este caso 120 unidades monetarias.

- *Precio inicial*: El recocido simulado necesita una solución inicial a partir de la cual comienza a buscar mejores soluciones. Para la solución inicial se otorga a cada día de la semana el mismo precio que el *precio nominal*.
- *Entorno*: Es el valor que afecta a la explotación, debe ser lo suficientemente grande para que explore diferentes valores, pero sin saltarse soluciones buenas. Dado que el precio nominal es de 120 unidades monetarias se escoge un valor de entorno de 2 para que la variación inicial sea de aproximadamente el 1.5%.
- Iteraciones dentro del recocido simulado: Se escoge un valor lo suficientemente alto para que se puedan estudiar soluciones suficientes y que la temperatura pueda llegar a valores de aceptación mínimos. En este caso se escoge 1000.
- Iteraciones para el cálculo de precios: Al tratarse de una metaheurística el recocido simulado no ofrece una solución óptima, por lo que hay que disponer de un número variado de soluciones para poder estudiarlas. En este caso se eligen 500 iteraciones (por lo que los precios se calculan 500000 veces).



## 3.4 Implementación

Para la realización del experimento se ha tenido que llevar a cabo la implementación de un programa capaz de resolver el problema. La mayoría del programa se encuentra en lenguaje *MATLAB*, así como la parte de tratamiento de datos se ha realizado con Microsoft Excel.

*MATLAB* es un sistema de cómputo numérico con un entorno de desarrollo integrado y un lenguaje de programación propio (23). Las características por las que se ha elegido esta herramienta para la realización del programa son que se trata de un lenguaje de alto nivel diseñado para cálculos científicos y de ingeniería, como los que se dan en el problema de este trabajo, así como la capacidad de exportar los resultados obtenidos a *xlsx* (extensión utilizada en las hojas de cálculo de *Microsoft Excel*).

La estructura del programa se divide en tres partes, cada una de ellas corresponde a un programa *MATLAB*.

### 3.4.1 Entorno

El programa *entorno.m* consiste en una función que recibe como parámetro de entrada un valor de precio y ofrece como valor de salida un nuevo valor del precio dentro del entorno definido.

La función define un valor para el cálculo del entorno. Este valor viene definido dentro de la función y no como un parámetro de entrada puesto que todos los precios deben tener la misma amplitud de entorno. Con este valor se calcula un entorno que es el conjunto de valores que puede tomar el nuevo precio.

De manera aleatoria se calcula un nuevo valor para el precio y se devuelve como resultado de la función.

### 3.4.2 Reserva

El programa *reserva.m* es una función que recibe como parámetro de entrada un valor de demanda y un número variable de precios. El primer precio será el precio actual de la primera noche de la reserva, el segundo al precio de la segunda noche y así sucesivamente hasta siete noches.

Dentro de la función se define el precio nominal del hotel, así como la elasticidad demanda-precio. Además, se lleva a cabo el cálculo de las reservas que se producirán con el precio y la demanda introducidas.

*Reserva.m* devuelve como valor de salida la ocupación estimada para la demanda y el precio introducidos.

### 3.4.3 Programa principal

Se trata de un script que realiza un bucle para calcular de forma independiente los precios de cada habitación en cada noche. Los resultados de cada iteración se guardan automáticamente en un documento de *Microsoft Excel* para su posterior análisis.

En cada iteración se lleva a cabo una ejecución del algoritmo del recocido simulado en el que la primera solución es una habitación ocupada por cada noche con el precio nominal para todas las noches.

Para calcular nuevos valores del precio se utiliza la función entorno sobre cada noche, así como para calcular la ocupación esperada para ese nuevo precio se utiliza la función reserva.

Es en este programa principal donde se definen las restricciones como la capacidad del hotel y que el precio de cada noche sea mayor que un determinado valor. Además, también es en este script donde viene definido el factor de disminución de temperatura que tendrá el recocido simulado, la temperatura inicial, las iteraciones que se realizarán en el recocido simulado y las iteraciones que se llevarán a cabo para el cálculo de precios.

Como se ha mencionado anteriormente el script devuelve un documento *.xlsx* con una tabla con el número de entradas igual al valor de las iteraciones para el cálculo de precios en donde viene detallado el precio de cada noche en el hotel, así como la ocupación esperada para ese precio y los ingresos que generan el total de las noches.

## 4. CASO DE ESTUDIO

Para el experimento se diseña un hotel con una capacidad de 20 habitaciones. Se tiene una lista con la demanda estimada para cada tipo de reserva a lo largo de una semana. Cada reserva se define como el día que comienza la reserva y la duración total de la misma. Para el ejemplo se define la siguiente tabla de reservas:

Habitaciones demandadas	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
3	■						
3	■	■	■				
3		■	■				
2		■	■	■	■	■	■
1			■				
3			■	■	■		
4				■	■	■	■
7					■	■	■
6					■	■	■
5	■	■	■	■	■	■	■
Ocupación total esperada	11	13	12	14	21	24	24

Tabla 1: Reservas estimadas.

Se espera, por tanto, que se realicen 11 reservas el lunes, tres de ellas sólo para una noche y las otras tres hasta el miércoles. Se esperan 13 reservas el martes y así sucesivamente. El fin de semana, incluyendo el viernes, se espera más demanda de la que el hotel puede cubrir, por lo que se limitará a reservar, como mucho, 20 habitaciones adaptando los precios al exceso de demanda.

En primer lugar, se comprueba que los parámetros del algoritmo del recocido simulado son correctos, para ello se debe de obtener un gráfico de dispersión con los valores de las soluciones obtenidas. La forma del gráfico debe ser muy dispersa en las iteraciones iniciales e ir haciéndose más uniforme a medida que avanzan las iteraciones. Este comportamiento es debido a que al principio se tienen valores de aceptación para soluciones peores muy altos debido a la temperatura, a medida que la temperatura va descendiendo los valores de aceptación van bajando, por lo que es más improbable obtener soluciones diferentes.

El gráfico obtenido es el siguiente:

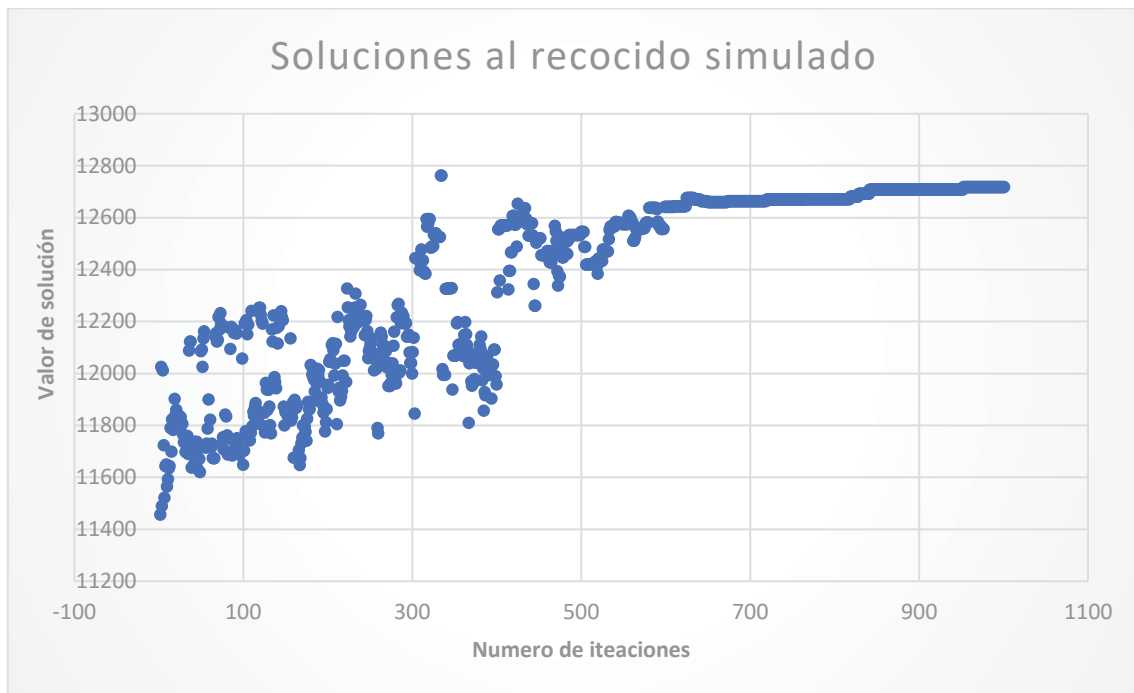


Figura 10: Grafico de dispersión de soluciones.

Se puede comprobar fácilmente que las soluciones iniciales tienen una gran dispersión y que, como era de esperar, a medida que la temperatura va disminuyendo las soluciones se mueven sobre un espacio más reducido.

A continuación, se debe estudiar que la ocupación se comporta de acuerdo con la ley de la demanda, es decir, que cuanto mayor sea el precio menos demanda habrá y viceversa. Es importante comprobar que se cumple esta ley para comprobar que el modelo se comporta como lo haría en un escenario real.

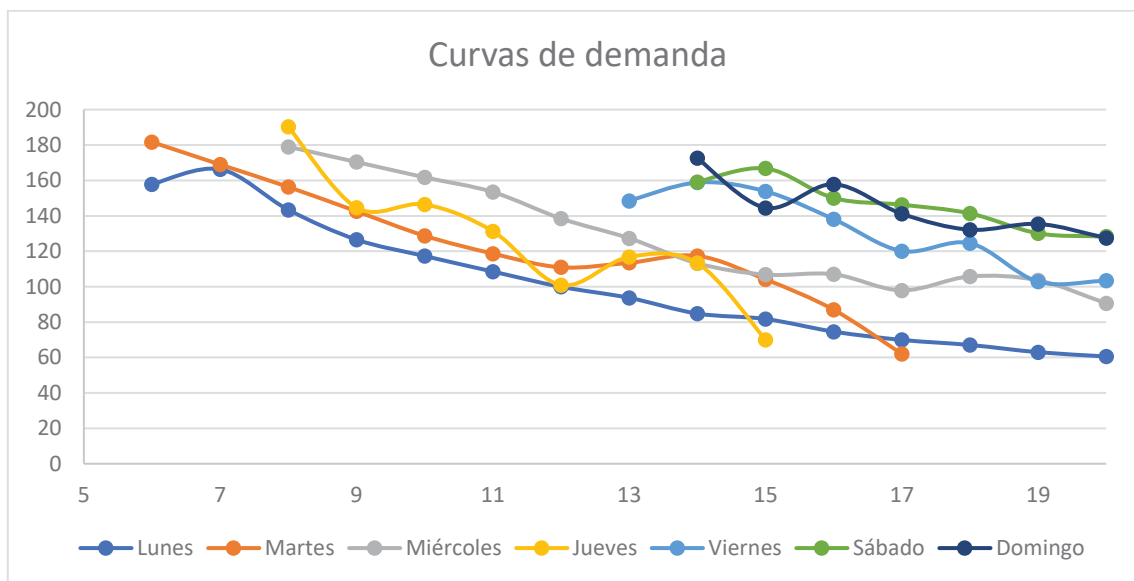


Figura 11: Gráfico de la ocupación media de cada día para las 500 simulaciones.

Se puede observar que la ley de la demanda se cumple en todos los casos, cuanto más altos son los precios las cantidades de ocupación son menores y a medida que

los precios van disminuyendo las cantidades de habitaciones ocupadas suben hasta el máximo (20 en este caso).

Con la Tabla 1 y un precio nominal de 120 unidades monetarias se realiza el cálculo de los precios las 500 veces. Los ingresos obtenidos en la mejor iteración, la peor y en la media, del recocido simulado se reflejan en la Tabla 2.

Ingresos con precios dinámicos	
<b>Media</b>	12825,46
<b>Mínimo</b>	11084,63
<b>Máximo</b>	14810,62

Tabla 2: Ingresos esperados máximos, mínimos y de media en las 500 iteraciones del programa.

No se puede conocer cuál sería la ocupación en caso de que los precios no fueran dinámicos, pero utilizando la ocupación media como referencia obtendríamos unos ingresos esperados de 12098,98 unidades monetarias, siendo estos inferiores a los ingresos obtenidos con precios dinámicos, en los que sí que se conoce con mayor exactitud la ocupación.

En la Tabla 3, se muestra el precio de cada día para la simulación que más ingresos obtuvo, el precio de cada día para el nivel de ingresos medio y los correspondientes a los ingresos más bajos.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
<b>Nivel ingreso media</b>	122,25	126,51	123,63	132,11	130,26	132,87	132,15
<b>Nivel ingreso mínimo</b>	146,16	181,64	179,02	127,99	131,44	113,92	179,43
<b>Nivel ingreso máximo</b>	73,24	103,95	101,56	163,71	94,33	144,05	149,82

Tabla 3: Resultados para los precios obtenidos para el nivel más alto de ingresos, el más bajo y la media de las 500 ejecuciones.

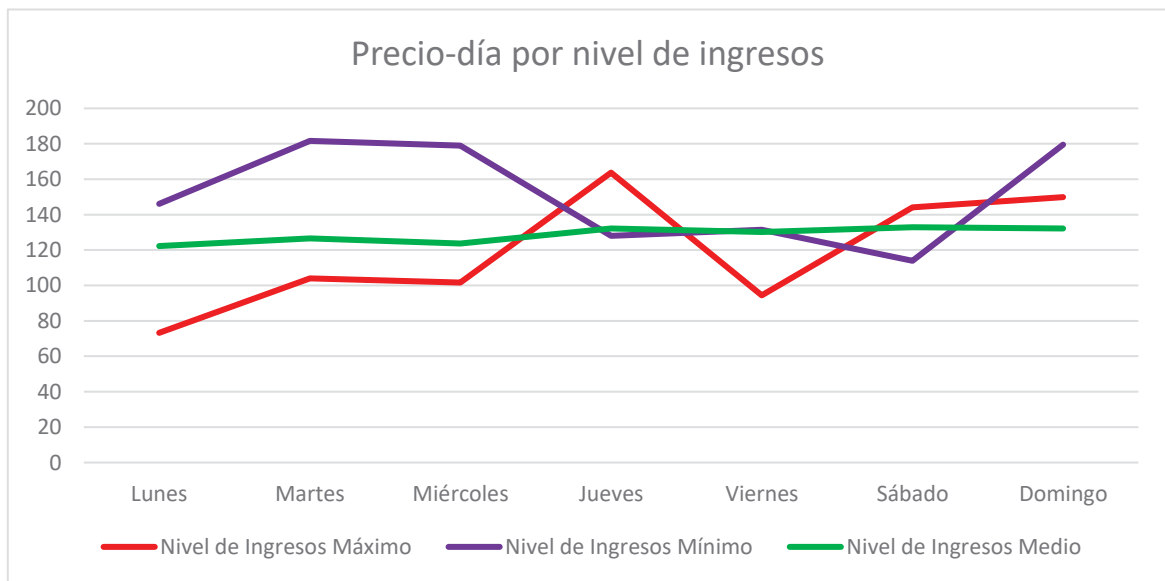


Figura 12: Gráfico para los precios obtenidos para el nivel más alto de ingresos, el más bajo y la media de las 500 ejecuciones.

Se puede observar en la Figura 12, que para el nivel más alto de ingresos, los precios son más bajos. Este resultado puede parecer llamativo, sin embargo, atiende al cumplimiento de la ley de la demanda, pues al establecer precios más bajos se consiguen mayores ocupaciones, este mayor índice de ocupación da como resultado unos ingresos mayores. De forma inversa ocurre con los ingresos mínimos, unos precios demasiado altos provocaran rechazo en el cliente haciendo que el nivel de ingresos sufra una bajada.

Las ocupaciones para el nivel de ingresos máximo, medio y mínimo se muestran en la Tabla 4:

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
<b>Nivel ingreso media</b>	10,04	10,79	14,02	10,99	16,76	19,10	19,10
<b>Nivel ingreso mínimo</b>	6	6	8	9	14	16	16
<b>Nivel ingreso máximo</b>	18	16	20	13	19	20	20

Tabla 4: Resultados para las ocupaciones obtenidos para el nivel más alto de ingresos, el más bajo y la media de las 500 ejecuciones.

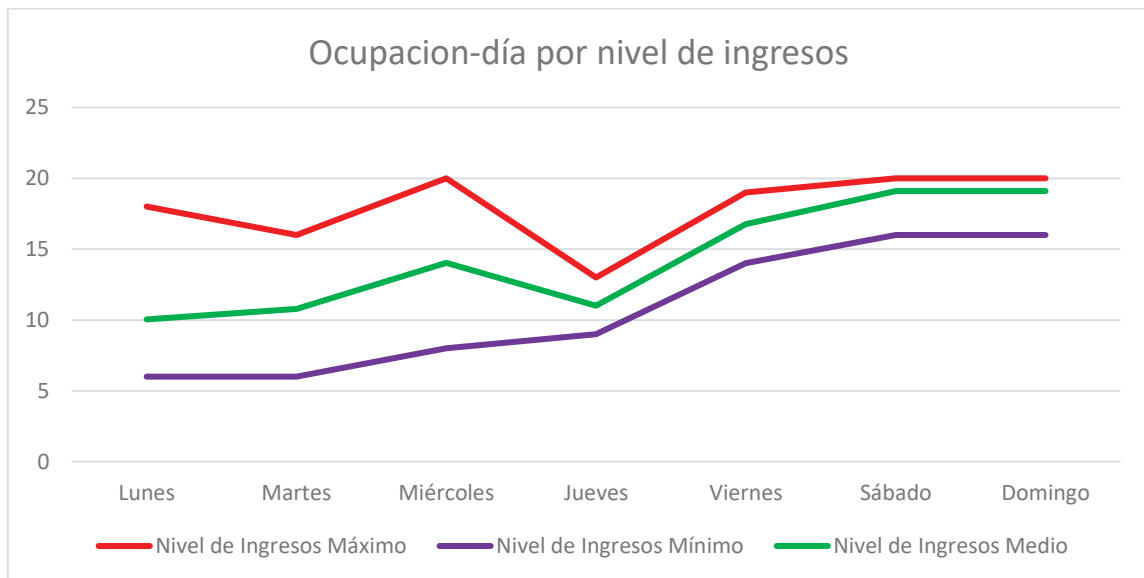


Figura 13: Gráfico para las ocupaciones obtenidos para el nivel más alto de ingresos, el más bajo y la media de las 500 ejecuciones.

Es posible comprobar que en este caso, cómo se ve en la Figura 13, el máximo nivel de ingresos se consigue con las ocupaciones más altas, mientras que el valor de ingresos más bajo se consigue con las ocupaciones más bajas. Una vez más esto es debido a que incluso con un precio bajo, si la ocupación es más alta se consiguen mayores ingresos. Esta conclusión obedece al funcionamiento de la elasticidad. En este caso se escoge un valor de  $-2$  lo que significa que por cada 1% que suba el precio la demanda bajará en un 2%, al tener este valor es más recomendable bajar los precios y subir la ocupación antes que subir los precios y bajar la ocupación.

Con todos estos datos se pueden sacar principalmente dos conclusiones de este caso de estudio, en primer lugar, no es tan importante para el gerente de un hotel buscar la máxima ocupación como establecer una política adecuada de precios. En

segundo lugar, se puede concluir que el establecimiento de precios dinámicos ofrece un sistema mediante el cual se pueden incrementar los ingresos con respecto a precios fijos.

## 5. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

En este trabajo se aborda un problema en el que se estudia el buscar una estrategia de fijación de precios para hoteles que sea capaz de flexibilizar los precios, con el fin de obtener los máximos ingresos en función de la demanda y la elasticidad que tenga el hotel.

Se plantea un problema de optimización no lineal en el que tanto el precio de cada día como la ocupación son las variables. La complejidad del problema hace que deba ser resuelto con la ayuda de metaheurísticas, en este caso, la del recocido simulado.

Gracias a la herramienta implementada para este proyecto se pueden obtener soluciones que permiten obtener un mayor nivel de ingresos de manera sencilla.

En el caso de estudio se pueden observar que los resultados son satisfactorios y que en todos los casos el objetivo de maximizar ingresos se consigue, comportándose, además, como lo haría un hotel en el mercado real, adecuándose a la ley de la demanda.

En este modelo se ha tomado la demanda estimada como un valor ya dado. En el futuro, se podría implementar en la herramienta un método que calculase de manera precisa la demanda en función de alguna de las técnicas explicadas en este documento. De igual manera, la elasticidad se ha tomado como un valor ya establecido, en caso de aplicar el modelo a una situación real se podría hacer un estudio de los datos históricos del hotel para estudiar su mercado y tener un valor más fidedigno de la elasticidad.

Como última línea futura, se debería de adaptar la herramienta para dotarla de una interfaz gráfica que permita a los usuarios potenciales de la misma, gerentes de hotel, utilizarla de manera sencilla, siendo capaz de actualizar los datos de forma rápida.




## 6. BIBLIOGRAFÍA

1. Talluri, K., van Ryzin, G, (2004), *The Theory and Practice of Revenue Management*, pág. 1-4.
2. Aydin, N., Birbil, S.I, (2018), *Decomposition methods for dynamic room allocation in hotel revenue management*, European Journal of Operational Research, Vol. 271, pág. 179-192.
3. Durlauf, S., Blume, L, (2018). *The New Palgrave Dictionary of Economics Online*.
4. Rouse, M., WhatIs.com - TechTarget. [En línea] consultado el 15 de Febrero de 2019. <https://whatis.techtarget.com/definition/dynamic-pricing>.
5. econsultancy.com. [En línea] consultado el 15 de Febrero de 2019. <https://econsultancy.com/why-dynamic-pricing-is-a-must-for-ecommerce-retailers/#i.bme9vl12olcr6s>.
6. Gómez, M. (2006). *Introducción a la microeconomía*, pág 5-29
7. Larroulet, C., Mochón, F., (1995), *Economía*. pág 57-109
8. Blanco, JM., (2014). *Economía, teoría y práctica*. pág 25-59
9. Marshall, A., (1890). *Principios de economía*.
10. Gallego, G., van Ryzin, G., (1994). *Optimal Dynamic Pricing of Inventories with Stochastic Demand over Finite Horizons*. Management Science. Vol. 40, No 8, pág. 999-1020.
11. Xu, X., Hoop, W., (2009). *Price Trends in a Dynamic Pricing Model with Heterogeneous Customers: A Martingale Perspective*. OPERATIONS RESEARCH. Vol. 57, No 5, pág 1298-1302.
12. Sato, K., (2019). *Price Trends and Dynamic Pricing in Perishable Product Market Consisting of Superior and Inferior Firms*. European Journal of Operational Research. Vol. 274, pág 214–226
13. Falk, M., Hagsten, E., (2014). *Modelling growth and revenue for Swedish hotel establishments*. International Journal of Hospitality Management. Vol. 45, pág 59-68.
14. Soler, I., Gemar, G., Correia, M., Serra, F., (2019), *Algarve hotel price determinants: A hedonic pricing model*. Tourism Management. Vol 70, pág 311-321.

15. Nobre, Luis., (2016). *An introduction to helpful forecasting methods for hotel revenue management*. International journal of Hospitality Management. Vol. 58, pág 13-23.
16. Holt, C.,(2004), *Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted averages.*, International Journal of Forecasting, Vol 20, pág 5-10.
17. Hyndman, R., Athanasopoulos, G.,(2018), *Forecasting: Principles and Practice*. pág 34-51.
18. Aziz, H., Saleh, M., Ramsy, M.,(2011), *Dynamic room pricing model for hotel revenue management systems.* , Egyptian Informatics Journal, Vol 12, pág 177-183.
19. Econlink, "*Variable Endógena*".,Consultado el 16 de mayo de 2019, <https://www.econlink.com.ar/definicion/varendog.shtml> .
20. Tian, Q., Yang, L., Wang, C., Huang, H., (2018), *Dynamic pricing for reservation-based parking system: A revenue management method* . Transport Policy, Vol 71, pág 36-44
21. Boussaïd, I., Lepagnot, J., Siarry, P., (2013), *A Survey on optimization metaheuristics.*, Information Sciences, Vol 237, pág 82-117
22. Martín, A., Mateos, A., *Busqueda inteligente basada en metaheurísticas.*
23. Wikipedia, [En línea], Consultado el 26 de Mayo de 2019, <https://es.wikipedia.org/wiki/MATLAB>.

Este documento esta firmado por



<b>Firmante</b>	CN=tfgm.fi.upm.es, OU=CCFI, O=Facultad de Informatica - UPM, C=ES
<b>Fecha/Hora</b>	Mon Jul 01 13:39:53 CEST 2019
<b>Emisor del Certificado</b>	EMAILADDRESS=camanager@fi.upm.es, CN=CA Facultad de Informatica, O=Facultad de Informatica - UPM, C=ES
<b>Numero de Serie</b>	630
<b>Metodo</b>	urn:adobe.com:Adobe.PPKLite:adbe.pkcs7.sha1 (Adobe Signature)