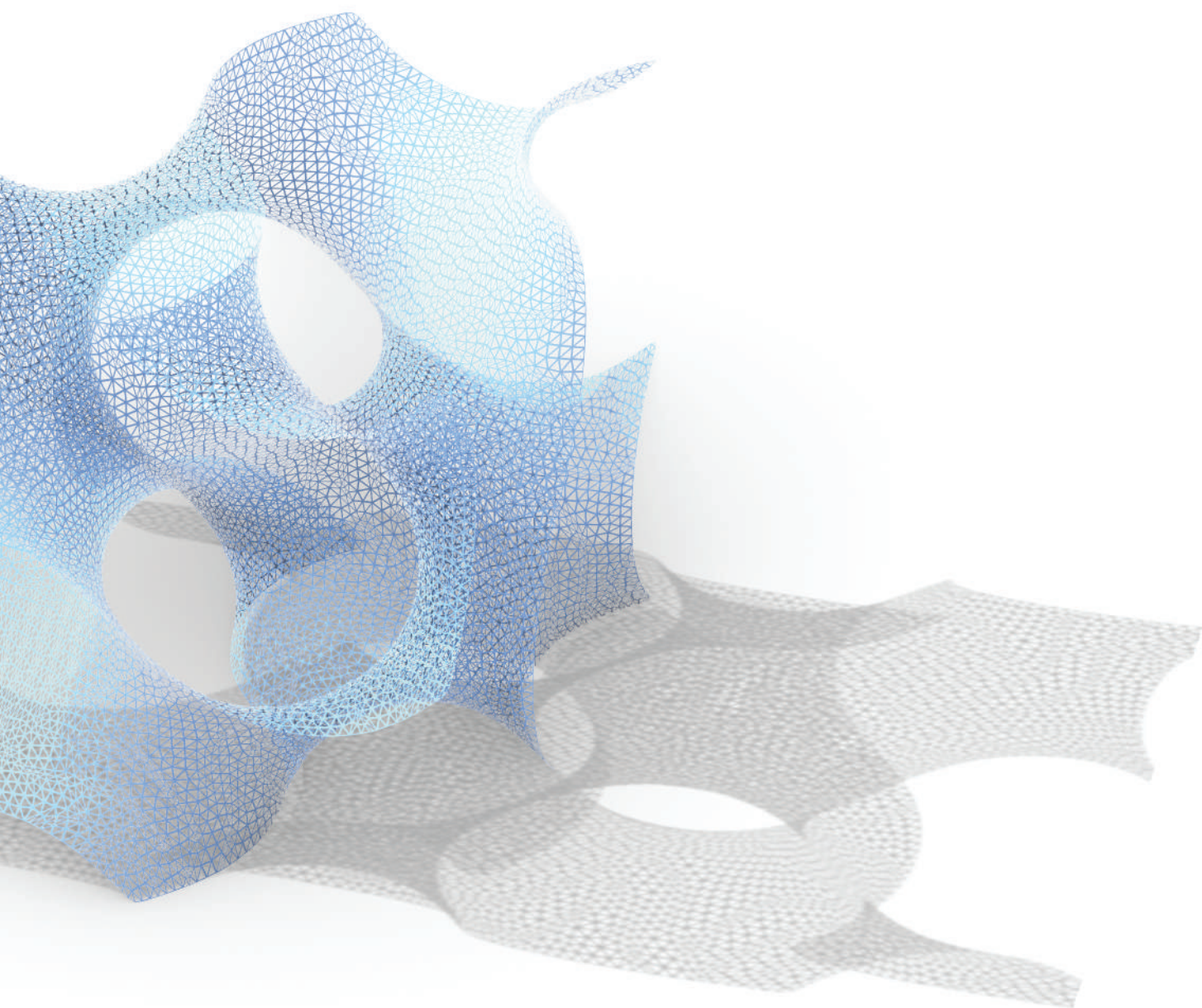


Mónica Zaragoza Tortosa

Optimización topológica a través de materiales celulares



OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA A TRAVÉS DE MATERIALES CELULARES.

Estudiante

Mónica Zaragoza Tortosa

Tutora

Eugenia Rosado María

Departamento de Matemática Aplicada

Aula TFG 5

María Barbero Liñán, *coordinadora*

José Antonio Flores Soto, *adjunto*

Curso académico

Primavera, 2021-2022

Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid

Universidad Politécnica de Madrid

Índice

RESUMEN

MOTIVACIÓN

INTRODUCCIÓN

Objetivos

Metodología

1. ANTECEDENTES

Morfogénesis digital

Diseño paramétrico

Fabricación digital

2. OPTIMIZACIÓN

Optimización topológica

3. MATERIALES CELULARES

Características

Clasificación

4. ESTRUCTURAS DE CELOSÍA TRIDIMENSIONAL

Estructuras de celosía uniforme

Estructuras de celosía no uniforme

5. CASO DE ESTUDIO

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

ANEXO

FUENTES

Bibliografía y recursos digitales

Procedencia de las ilustraciones

Resumen

La naturaleza siempre ha sido fuente de inspiración para el hombre en el desarrollo de nuevas tecnologías. En su afán por buscar máxima eficiencia mejorando los tiempos de producción y reduciendo el gasto material el hombre observa cómo en la naturaleza se cumple el principio de mínima energía. En este trabajo nos centraremos en el estudio de las estructuras topológicamente optimizadas y el empleo de materiales celulares para facilitar la construcción de las anteriores. Esto significa una optimización en dos escalas: a una escala mayor la optimización topológica de una estructura y a una escala menor, la optimización de las celdas que componen los materiales celulares.

Para ello previamente estudiamos los antecedentes y principios matemáticos, empezando por comprender qué es la arquitectura paramétrica y qué posibilidades nos presenta, así como estudiando el proceso de optimización y las diferentes posibilidades de estructuras como celdas base que conforman los materiales celulares. Posteriormente aplicaremos estos conceptos en un caso de estudio, proponiendo una metodología que sirva para diferentes casos. Para ello emplearemos programas informáticos como *Rhino-Grasshopper*, junto con una serie de plugins que permiten la realización de la metodología en un entorno paramétrico.

PALABRAS CLAVE

Arquitectura paramétrica · Optimización topológica · Materiales Celulares · Estructuras de celosía · Superficies mínimas triplemente periódicas · Fabricación aditiva

Agradecimientos

Este trabajo es fruto de inquietudes que han surgido a lo largo de mi experiencia como estudiante, sobre todo en el último año de carrera donde he podido conocer mejor y comprender el trabajo del arquitecto. Este trabajo no hubiera sido posible sin la participación y apoyo de las personas que me rodean, a las cuales quiero darle las gracias.

En primer lugar, a Eugenia Rosado María, no solo por ser mi tutora, sino por su paciencia, trabajo, afecto y comprensión a lo largo de estos meses, así como todas las referencias, conocimientos matemáticos y consejos que han sido imprescindibles para la realización de este TFG.

Agradecer a todos los investigadores, arquitectos y compañeros, que han compartido sus investigaciones y trabajos con todos, los cuales han servido de inspiración y aprendizaje.

A mis amigos que han estado todos estos años, en especial a Kike y a Karla, por sus consejos y opiniones acerca del trabajo que han permitido contemplar el tema de investigación desde diferentes puntos de vista.

Por último, a mi familia, en especial a mis padres y a mi hermana, por su paciencia, por estar siempre que los he necesitado y por todo el cariño y alegría que aportan a mi vida. Son un pilar fundamental en mi vida y sin ellos no hubiera sido posible la realización de este trabajo de Fin de Grado.

A todos, muchas gracias.

Motivación

Como estudiante de Arquitectura, siempre he estado interesada en la capacidad de la naturaleza por adaptarse a su entorno. ¿Cómo podemos los arquitectos aprender de ella? La biomímesis es la ciencia encargada de estudiar los procesos de la naturaleza para poder aplicarlos posteriormente a otros campos, como por ejemplo la arquitectura.

Otro de los motivos que impulsan este trabajo surge de un interés personal por el diseño paramétrico. Este proceso de diseño se caracteriza por la definición de una serie de parámetros y de datos, a partir de los cuales se desarrolla un código basado en algoritmos. La modificación de uno de los parámetros tiene como consecuencia diversas variaciones del diseño. De esta manera conseguimos numerosas soluciones, partiendo de las mismas condiciones. ¿Podemos ayudarnos del diseño paramétrico y programas digitales para diseñar proyectos que se adapten de una manera óptima a una serie de requerimientos determinados por el usuario y las condiciones del entorno? La respuesta a esta pregunta es la arquitectura paramétrica, la cual ha adquirido mayor importancia durante los últimos años.

Observando los mecanismos de la naturaleza y las estructuras presentes en la arquitectura, me llevaron a pensar en la posible utilización de estructuras optimizadas topológicamente con las cuales podemos obtener un ahorro de material, mientras respondemos a las necesidades estructurales del proyecto. Estas estructuras se determinan con la ayuda programas de cálculo. Sin embargo, en numerosas ocasiones, los resultados obtenidos presentan dificultades a la hora de su realización. ¿Cómo podemos facilitar y mejorar la ejecución de estas estructuras de manera que no suponga un aumento del coste del proyecto?

Volviendo a mirar a la naturaleza, a una escala menor que la anterior, llaman la atención las propiedades y características del tejido óseo, cuya disposición espacial y estructura dotan al hueso de la resistencia necesaria para poder soportar las acciones a las que está sometido. De aquí emerge un nuevo concepto: los materiales celulares. Y con ello, una nueva pregunta: ¿Pueden los materiales celulares resolver las dificultades de construcción de las estructuras topológicamente optimizadas?

Este trabajo es una oportunidad para poder indagar y reflexionar acerca de estas inquietudes de manera teórica y técnica.

Introducción

A lo largo de los años, la naturaleza ha ido desarrollando numerosos sistemas y estrategias para poder adaptarse a su entorno empleando mecanismos que reducen el gasto de material a la vez que consiguen la máxima eficiencia. En este trabajo se presenta una mirada en dos escalas de la optimización de una estructura y la distribución del material que la componen en función de las necesidades.

Podemos encontrar en la naturaleza numerosos ejemplos que desarrollan este pensamiento, los cuales han servido de inspiración del trabajo, como son los árboles y los huesos. Entre los cuales se encuentran los árboles y los huesos como inspiración del trabajo. Los árboles son el resultado de una optimización natural, la cual emplea una serie de ramificaciones que permiten aligerar el peso reduciendo el material. Los huesos poseen una forma determinada por las acciones a las que tiene que hacer frente, a la vez que posee un tejido ligero y poroso en su interior, aumentando la densidad en aquellas zonas en las que es necesario.

El trabajo se orienta al estudio de las estructuras optimizadas topológicamente. El objetivo de estas estructuras es la distribución del material de una manera óptima, teniendo en cuenta las acciones a las que tiene que hacer frente la estructura. Para realizar la optimización topológica se determina un dominio en el que se realizara la optimización, se determina y sitúan los soportes, y se sitúan las acciones. Con estos datos los programas de cálculo, como por ejemplo *Millipede*, pueden realizar la optimización. El proceso de cálculo es iterativo, lo que significa que a través de varias repeticiones y reevaluaciones se llega a un resultado cada vez más definido. El método de optimización topológica se utiliza actualmente en diversos campos, entre los que se encuentran el diseño, la fabricación de piezas de ingeniería. En arquitectura un ejemplo a destacar en el que se aplica la optimización topologica es el Centro de Convenciones de Qatar. La desventaja de estas estructuras es que, en muchas ocasiones, los resultados obtenidos por los programas digitales suelen ser arquitecturas complejas, lo que lleva a una fabricación más complicada.

Una propuesta de este trabajo para mejorar la construcción consiste en la utilización de materiales celulares. Estos materiales están formados por un conjunto de celdas sólidas y huecas, existiendo un equilibrio entre peso y resistencia. Cambiando los parámetros de diseño de las celdas que los conforman podemos adaptar los materiales celulares en función de los requisitos deseados. Para conocer mejor los materiales celulares estudiamos sus características y clasificación en espumas, panales y estructuras de celosía tridimensional. Esto nos lleva a un interés en particular por la última

categoría, las estructuras de celosía tridimensionales, ya que proporcionan una mayor libertad en el diseño de materiales celulares. Estas estructuras se pueden dividir a su vez en estructuras basadas en puntales y estructuras basadas en superficies mínimas triplemente periódicas. La disposición de estas estructuras puede ser homogénea, manteniendo el tamaño, morfología y porosidad en todas las celdas igual, o heterogénea, modificando los parámetros de diseño de la celda. Estas modificaciones consisten en la variación del tamaño de las celdas, el empleo de varios tipos de celdas en un mismo material o la variación en la porosidad. Como resultado podemos obtener numerosos diseños de materiales celulares.

La unión de estos dos conceptos principales se contempla gracias a las posibilidades que ofrece la fabricación aditiva o impresión 3D, la cual nos permite obtener modelos físicos complejos de gran definición y calidad.

Objetivos

El presente trabajo pretende realizar un acercamiento a la optimización desde dos escalas. La escala mayor estudia las posibilidades que aportan las estructuras optimizadas topológicamente. La escala menor analiza las celdas base que componen los materiales celulares.

El objetivo principal del trabajo es la integración de los materiales celulares en una estructura optimizada topológicamente. De esta manera se abren dos líneas de trabajo:

La primera línea de trabajo es el estudio de la optimización topológica. De esta manera conocemos los diferentes tipos de variables y métodos de cálculo que intervienen en el desarrollo del proceso de optimización topológica. Estos conocimientos se aplican a un caso práctico de un voladizo empotrado con una carga puntual en su extremo libre.

La segunda línea de trabajo es el análisis de los materiales celulares, partiendo de su definición y características principales, hasta conocer los diferentes tipos de celdas unitarias. Estos materiales pueden sufrir transformaciones, las cuales también serán estudiadas para un mayor conocimiento de las diversas posibilidades que aportan los materiales celulares.

Con ello se pretende alcanzar una metodología que permita una mayor comprensión de la optimización y sus posibilidades y la aplicación de los materiales celulares como solución a los problemas que presenta lo anterior.

Metodología

El trabajo se estructura en dos partes, una teórica y una práctica.

En primer lugar, se presentan los antecedentes y conceptos básicos, y se realiza un estudio teórico de los dos conceptos principales del trabajo: la optimización topológica y los materiales celulares.

A continuación, realizamos el estudio de un caso práctico, el cual trata de un voladizo con una carga puntual en su extremo libre. Para ello determinaremos un dominio de diseño, situaremos las cargas, y determinaremos las fuerzas a las que está sometido. Con estas restricciones o condicio-

nes iniciales, realizamos la optimización topológica del dominio gracias a los programas de cálculo.

De manera paralela, estudiamos una serie de celdas unitarias como son las estructuras en celosía basada en puntales (estructura de Kelvin y estructura de Weaire-Phelan) y las estructuras en celosía basadas en superficies mínimas triplemente periódicas, (superficie de Schwarz-P y el giroide), para poder conocer sus propiedades y conformar diferentes materiales celulares.

A partir de lo anterior, procedemos a la integración de los materiales celulares en la estructura optimizada. El proceso se realiza a través de la variación de la densidad relativa y de la porosidad del conjunto estructural. Esto nos lleva a la obtención de un modelo que nos permite variar las características de la estructura según las necesidades a la vez que se alcanza un rendimiento máximo.

Finalmente, de los resultados alcanzados, obtenemos una serie de conclusiones que podrán servir para futuras líneas de trabajo.

Herramientas empleadas

Todo ello se realiza en un entorno digital y paramétrico, donde la herramienta principal es *Grasshopper*, un plugin de *Rhinoceros*. Se trata de un software de modelización algorítmica para la generación de formas simples y complejas donde se pueden controlar las relaciones entre parámetros. El resto de software empleado son plugins disponibles para ser empleados en el entorno de *Grasshopper*:

- *Millipede*: Permite la optimización tanto en un dominio bidimensional como tridimensional, y extraer y visualizar los resultados de diferentes formas.
- *Monolith*: Permite la creación de modelos detallados partiendo de vóxeles.

1 Antecedentes

«Esta vez, no pretendemos aprender sobre la naturaleza, sino aprender de la naturaleza ...»

Janine Benyus, *Biomimicry*

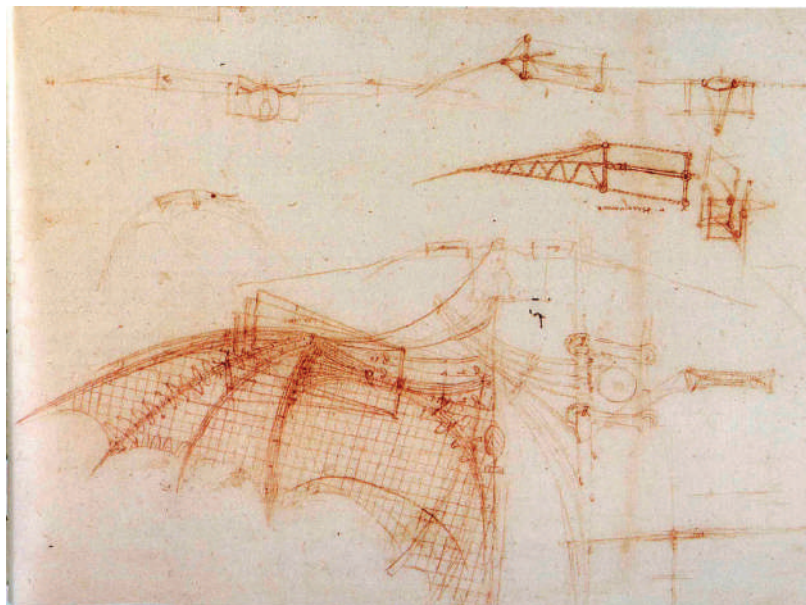
Morfogénesis digital

La naturaleza siempre ha sido objeto de estudio y fuente de inspiración para el hombre, en su afán de crear objetos nuevos cada vez más eficientes, adaptando los procesos de diseño a los fenómenos naturales. Uno de los ejemplos más antiguos de búsqueda de respuestas en la naturaleza son los estudios de Da Vinci sobre máquinas voladoras, para las cuales se inspiró en las alas de los pájaros.

Los procesos naturales se deben a la búsqueda constante de formas óptimas que mejoren el rendimiento, generando seres vivos complejos organizados de manera automática y jerárquica. Entender estos fenómenos naturales supone un avance en la tecnología.

Del estudio de la naturaleza surge el término morfogénesis, un concepto procedente del campo de la biología cuyo significado es el estudio del crecimiento y disposición espacial de las células que componen un sistema. Llevando este concepto a la arquitectura surge la «morfogénesis digital», la cual consiste en un conjunto de herramientas y métodos que permiten generar nuevos diseños y la adaptación de estos al entorno mediante sistemas

1.1. Esquema de máquina voladora realizado por Leonardo Da Vinci.

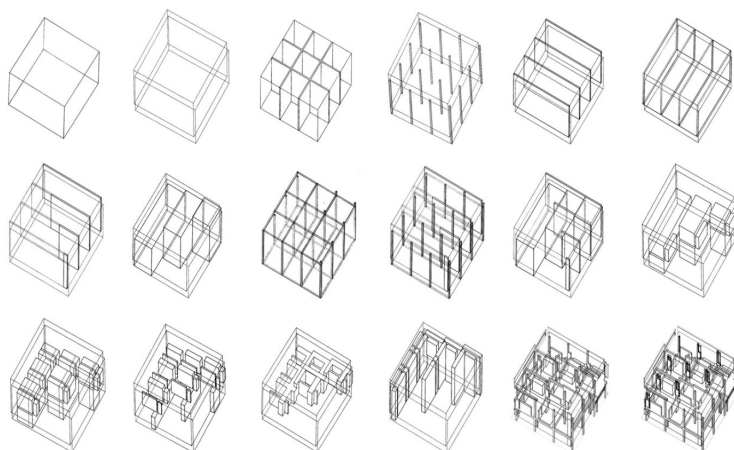


informáticos¹. Esto permite la concepción de una arquitectura que responde a las condiciones de su entorno de una manera eficaz, resultado de un diseño que no busca imitar a la naturaleza sino aprender de los mecanismos empleados por ella. Una arquitectura diseñada como un sistema en el cual se optimizan los recursos atendiendo a una serie de parámetros, dando lugar a propuestas arquitectónicas cada vez más complejas.

El concepto de morfogénesis se ha desarrollado de manera distinta en la arquitectura dando lugar a tres conceptos diferentes: arquitectura bio-diagramática, arquitectura bioalgorítmica y arquitectura biomimética.²

Arquitectura biodiagramática

El fundamento de esta arquitectura es el empleo de diagramas digitales como herramienta de diseño de proyecto capaces de generar múltiples resultados al mismo tiempo. Estos diagramas permiten transmitir información, estableciendo relaciones o representando ideas a través de elementos gráficos. Uno de los arquitectos destacados es Peter Eisenman, quien investigó acerca del empleo de los diagramas como herramienta grafica para la arquitectura³.



1.2. Diagrama. House II (Casa Falk) de Peter Eisenman.

Arquitectura bioalgorítmica

En este caso, se investigan nuevas formas a partir de la definición de un código compuesto por algoritmos, los cuales se rigen por los métodos evolutivos de la naturaleza, donde interaccionan diferentes componentes simples. Este proceso se repite hasta llegar a la forma, la cual surge de forma similar al crecimiento de un organismo.

Destaca el trabajo de Greg Lynn, quien desarrollo el concepto de «Embryological House», donde parte de una forma regular semejante a un huevo. A partir de procesos de mutación y la implementación de información procedentes de distintas variables (programáticas, climáticas, etc....), la for-

1. Fraile M.A. (2014).
2. Fraile M.A. (2019).
3. Miret S. (2016).

ma inicial de huevo sufre consecutivas transformaciones hasta alcanzar una forma evolucionada y compleja.

1.3. Imagen de las consecutivas transformaciones del proyecto «Embryological House» de Greg Lynn,

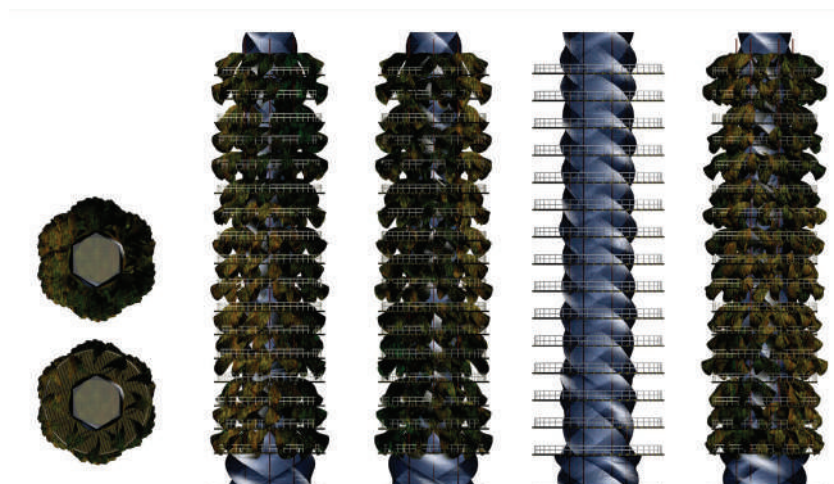


Arquitectura biomimética

La biomímesis nace como una ciencia encargada de estudiar los procesos de la naturaleza para poder aplicarlos posteriormente en otros campos como la tecnología. En el ámbito de la arquitectura surgen numerosas versiones en cuanto a este concepto. Una de las definiciones más importante es la de Janine M. Benyus en su libro «Biomimicry», donde define la biomimesis como una manera de mirar a la naturaleza para aprender los mecanismos y estrategias que emplea, con el fin de resolver problemas humanos. ⁴

Uno de los arquitectos más importantes en este campo es Dennis Dollens, quien plantea nuevas estrategias de diseño partiendo de la naturaleza, sin realizar una copia literal de esta. Como ejemplo de arquitectura biomimética destaca el proyecto «Arizona Tower» que desarrolló en el año 2006, donde establece una relación con la botánica, empleando un programa digital capaz de simular estructuras vegetales. ⁵

1.4. Imagen del proyecto «Arizona Tower» de Dennis Dollens.



4. Benyus J. (1997)
5. Dollens D. (2010).

Diseño paramétrico

Como se define en la RAE, «un parámetro es una variable que, en una familia de elementos, nos sirve para identificar cada uno de ellos mediante su valor numérico».

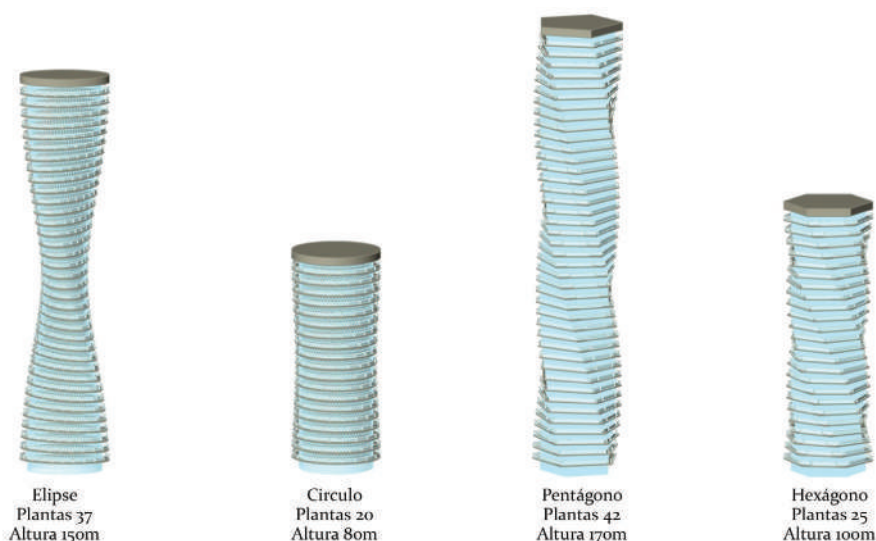
En diseño paramétrico para cada serie de parámetros considerados se obtiene, con un proceso algorítmico, el diseño resultante. De esta manera, a partir de un único proceso, el diseñador obtiene gran variedad de posibles diseños, uno para cada serie de valores asignados a los parámetros considerados. Una vez obtenidos todos los posibles diseños a partir de la serie de parámetros, el diseñador elige aquellos valores de los parámetros que proporcionan el resultado óptimo en función del objetivo que se desee conseguir.

El diseño paramétrico, al estar basado en un proceso algorítmico, se implementa de manera natural con sistemas digitales. El proceso de diseño paramétrico consta de las siguientes fases: establecer las condiciones iniciales, realización del algoritmo y selección de datos obtenidos.⁶

- Condiciones iniciales: Son las características del proyecto de las cuales vamos a partir. Estas condiciones deben de poder definirse en operaciones o con valores numéricos.

- Realización del algoritmo: Se programa el código estableciendo los algoritmos (conjunto de datos y operaciones matemáticas) a partir de una serie de datos y de parámetros, determinando las relaciones entre los diferentes elementos del código y teniendo en cuenta las condiciones iniciales. A continuación, ejecutamos el código modificando las variables para producir diferentes resultados.

- Interpretación y selección de datos: Los resultados obtenidos se analizan para poder determinar la solución final que cumpla con las necesidades del proyecto.



1.5. Parametrización de la «Torre Absolut»

Variación de los parámetros de la forma de la planta y número de pisos.

6. García Alvarado, R., & Lyon, A. (2016).

7. Fraile M.A. (2019).

8. Plataforma arquitectura: Pabellón Endesa / Institute for Advanced Architecture of Catalonia (IAAC).

En resumen, establecemos una relaciones matemáticas y geométricas, generando sistemas que permiten obtener más de un resultado. Estos sistemas pueden responder a cualquier parámetro, consiguiendo resultados que satisfacen las premisas establecidas inicialmente. Al generar un sistema de relaciones, y no una forma preestablecida, podemos modificar el sistema variando los parámetros y comparar los resultados para obtener el resultado más eficiente.⁷

El diseño paramétrico no es un desarrollo cerrado ya que en cualquiera de las fases del proceso podemos modificar los elementos y las relaciones entre ellos, observando los cambios realizados en el sistema e interactuando con el entorno a tiempo real.

En la actualidad existen numerosos ejemplos de arquitectura realizada siguiendo un diseño paramétrico, como por ejemplo el Pabellón Endesa diseñado por los arquitectos Rodrigo Rubio y Miguel Guerrero para el Congreso Internacional «Smart City BCN2». El proyecto busca adaptar los módulos de la fachada en función del recorrido del sol a lo largo del año. Se establece un algoritmo que relaciona la altura y el alero de la ventana y la orientación de los paneles solares de manera que los módulos puedan adaptarse en cada punto. Siendo más permeable en la fachada sur con aleros horizontales, mientras que en la fachada norte el alero se elimina, generando una fachada plana. El proyecto es el resultado de la interacción entre las diferentes variables ambientales y climáticas del entorno.⁸

1.6. Imagen del Pabellón Endesa de Rodrigo Rubio y Miguel Guerrero.

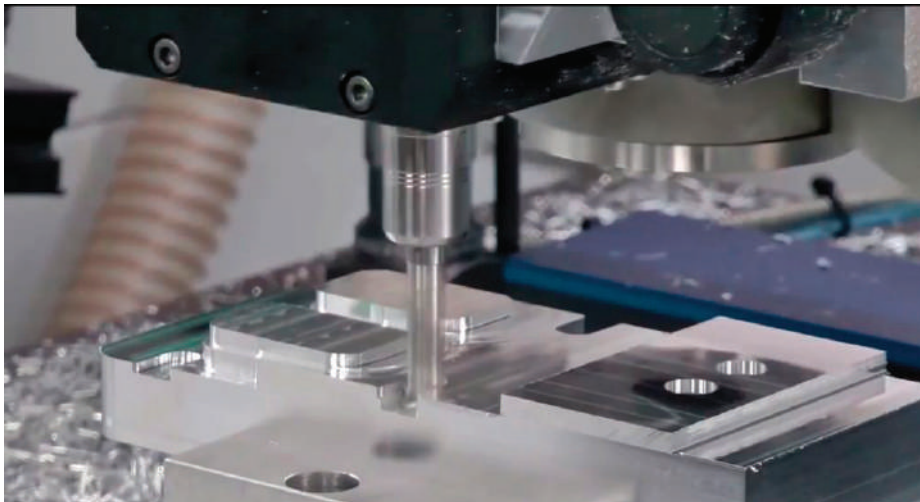


Fabricación digital

La fabricación digital es el conjunto de tecnologías que nos permiten producir objetos físicos a partir de un archivo digital realizado a través de diseño asistido por ordenador (*Computer-Aided Design*, CAD) en 3D. El resultado final dispone de un acabado de mayor precisión, a través de una variedad de materiales y técnicas, como por ejemplo: estereolitografía, deposición de hilo fundido, corte láser, mecanizado con control numérico computacional (CNC), etc. Según el método de fabricación de las piezas la fabricación digital se clasifica en: fabricación digital sustractiva o fabricación digital aditiva.⁹

Fabricación digital sustractiva.

La fabricación digital sustractiva, también denominada máquinas de control numérico computacional (*Computer numerical control*, CNC) emplean procesos de desbaste o corte del material a partir de un archivo CAD. Originalmente estos archivos eran en dos dimensiones, pero actualmente también emplean archivos CAD en tres dimensiones. Algunas de estas técnicas son: tornos CNC, fresadoras, corte laser, etc.



1.7. Imagen de una fresadora CNC.

Fabricación digital aditiva

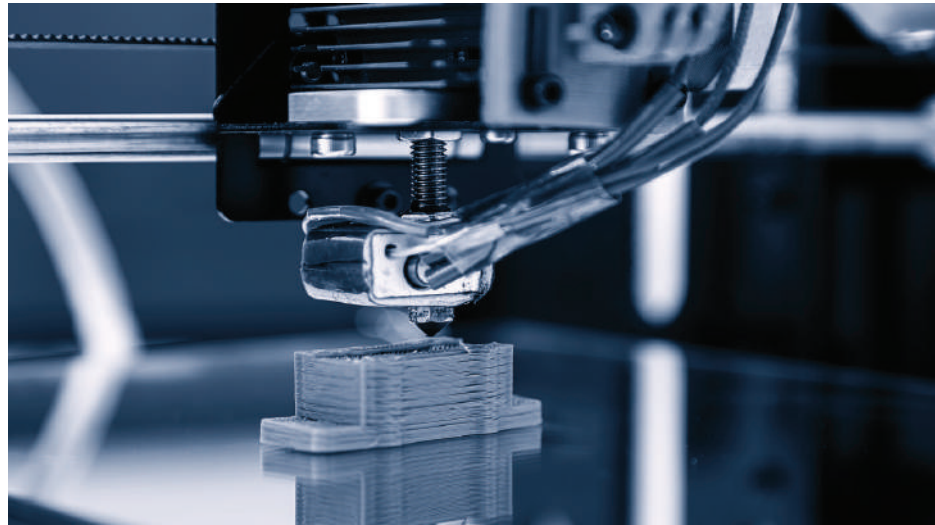
El desarrollo de la fabricación aditiva, (*Additive Manufacturing*, AM), se produjo en la década de los ochenta, tras los avances en las impresoras de inyección de tinta y la aparición de los programas CAD, que facilitaron la realización de los planos de arquitectura.

La fabricación aditiva consiste en agregar el material por capas, donde cada capa es una sección transversal obtenida del modelo CAD. Cada capa posee un determinado espesor, cuanto más delgada sea la capa, mayor semejanza existirá entre el objeto físico final y el modelo digital. Todas las tecnologías de fabricación aditiva se basan en este principio, únicamente se diferencian en los materiales que pueden usar, la colocación de las capas y cómo se unen entre sí. Las tecnologías de fabricación aditiva se clasifican según las características del proceso de fabricación en: fotopolime-

9. Lorenzo Cueva, C. (2017).

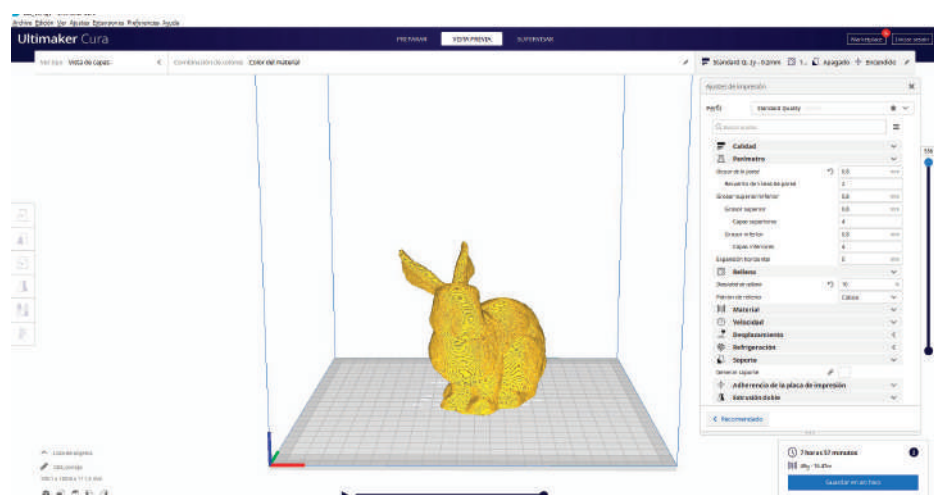
rización, granulado, extrusión, inyección de aglutinante y fabricación de objetos laminados.

1.8. Imagen de una impresora 3D.



El proceso genérico comienza con la elaboración del modelo digital en 3D y su conversión al formato de archivo que emplean las máquinas de fabricación aditiva, en formato *stereolithography* (STL). Transferimos el archivo al programa de control de la máquina, como por ejemplo el programa *Ultimaker Cura*, donde podemos manipular el archivo en cuanto a tamaño, posición y orientación del modelo en relación con la mesa de trabajo de la máquina. A continuación, determinamos los parámetros de construcción, como son las restricciones de material, espesor de las capas, disposición de soportes auxiliares y tiempos y se procede a la construcción del objeto mediante un proceso automatizado. Durante la fabricación es necesario realizar algún seguimiento para garantizar que no se producen errores, como puede ser la falta de material. Una vez ha finalizado la construcción del objeto, debemos retirarlo de la máquina de manera segura y llevar a cabo un posprocesamiento de la pieza, para eliminar posibles errores o soportes que hubieran sido necesarios poner durante el proceso.

1.9. Interfaz del programa Ultimaker Cura.



La fabricación aditiva ha constituido un cambio en la realización de modelos y prototipos, debido a las ventajas que aportan como, la reducción de los tiempos en el proceso de producción, no sólo por la rapidez en la construcción de los objetos, sino también por la facilidad de transferencia de datos desde los modelos CAD a las máquinas de fabricación aditiva. Otras ventajas que han aportado son: la eliminación de etapas en el proceso de construcción, ya que se realiza generalmente en un único paso, mientras que con tecnologías tradicionales se requiere de múltiples e iterativas etapas, además de un alto nivel de precisión, posibilidad de producir piezas complejas e integrar diferentes materiales, entre otros.¹⁰

¹⁰. Torreblanca Díaz D.
(2016).

2 Optimización

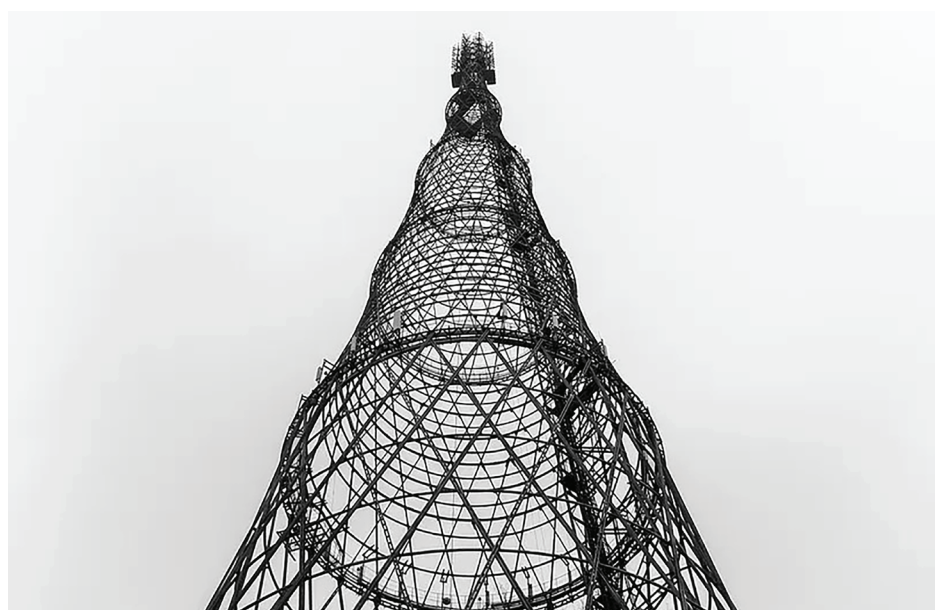
«La Naturaleza nada hace en vano, y más es en vano cuanto a menos sirve; pues la Naturaleza se complace en la simplicidad, y no adopta la pompa de las causas superfluas.»

Isaac Newton, *Principia*

Uno de los objetivos fundamentales de la ingeniería ha sido siempre la búsqueda de estructuras óptimas, que cumplan con los requisitos estructurales de resistencia y rigidez, empleando la menor cantidad de material posible. El incremento del coste de las materias primas, la escasez de materiales, y la exigencia de producir de manera competitiva y ambientalmente sostenible han convertido la optimización en una necesidad. Un ejemplo de ello es el arquitecto ruso Vladimir Shukhov, quien planteó diferentes metodologías para alcanzar el mínimo peso en la construcción de las estructuras, entre las cuales se encuentra la Torre de Radio Shabolovka (1919 - 1922).

La optimización estructural busca la minimización o maximización de una función objetivo, consiguiendo una serie de valores para las variables de diseño, a la vez que se satisfacen una serie de restricciones. Es un proceso iterativo, donde se reevalúan las restricciones y la función objetivo hasta obtener una solución óptima. En función de la naturaleza de las variables de diseño y del problema a optimizar se puede clasificar en: optimización paramétrica o de tamaño, optimización geométrica o de forma y, optimización topológica.¹¹

2.1. Torre de Radio Shabolovka formada a partir de una estructura hiperbólica de 160 metros de altura.



11. Caballero Bustamante, J. (2019).

Optimización paramétrica o de tamaño

La optimización paramétrica busca optimizar las dimensiones de los elementos estructurales mediante la modificación de los parámetros que definen su tamaño. Para ello, necesitamos conocer previamente el diseño y los elementos que lo componen. Es la optimización más común en las estructuras reticulares, donde se determinan las secciones transversales y las longitudes de los elementos.

2.2. Esquema de optimización paramétrica.

*Optimización geométrica o de forma*

La optimización geométrica emplea variables ligadas a la forma (contorno de la estructura, coordenadas de los nodos de un reticulado, etc...), además de las empleadas en la optimización paramétrica. Los contornos externos e internos de la estructura se modifican mediante los parámetros de las curvas *Non Unique Rational B-Splines*, NURBS, que definen dichos contornos, obteniendo como resultado la forma óptima. Esta optimización es una de las más complejas y exige un análisis que se reajuste durante el proceso de optimización, ya que depende de las restricciones establecidas y de las variables que modifican la geometría del diseño.

2.3. Esquema de optimización geométrica.

*Optimización topológica*

La optimización topológica tiene como finalidad obtener la mejor distribución de material en un determinado dominio de diseño, teniendo en cuenta la función objetivo y las restricciones de diseño. Este tipo de optimización no necesita tener una estructura predefinida como es el caso de la optimización paramétrica o geométrica, lo que permite obtener diferentes soluciones a problemas complejos.^{12, 13.}

2.4. Esquema de optimización topológica.



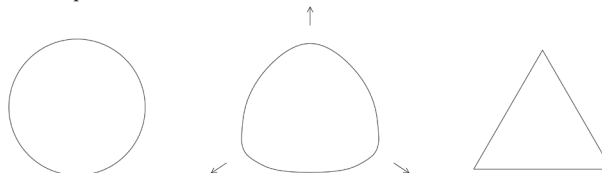
Optimización topológica

La topología es la rama de las matemáticas que estudia las propiedades de las figuras geométricas que permanecen invariantes bajo la acción de transformaciones continuas (deformaciones, estiramientos, etc....). Estas transformaciones no pueden romper ni separar la figura, ni tampoco unir figuras que se encuentran separadas.

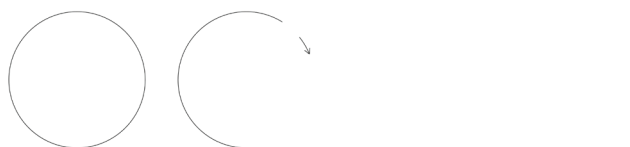
2.5. Diagrama de formas topológicas.

Topológicamente equivalentes (superior) y topológicamente no equivalentes (inferior).

Topológicamente equivalentes



Topológicamente no equivalentes



Por ejemplo, topológicamente un triángulo y una circunferencia son equivalentes, ya que podemos pasar de uno a otro de manera continua y reversible. Sin embargo, una circunferencia no podría transformarse en un segmento ya que esto conllevaría romper la continuidad de la circunferencia.

El concepto de topología junto con el de optimización, permiten definir la optimización topológica como una herramienta matemática que permite obtener la distribución de material optima en un dominio determinado, añadiendo o quitando material en aquellas zonas que estén menos solicitadas según una función objetivo, un determinado estado de carga, y una determinada restricción de volumen. Este proceso se repite una serie de iteraciones, hasta que se alcanza un desempeño óptimo de la estructura.

Actualmente en la optimización topológica intervienen diferentes campos como son las matemáticas, la mecánica y las ciencias computacionales y se aplica tanto en la industria automotriz, aeroespacial, y en obras civiles.¹⁴

«La optimización tiene el potencial de cambiar el mundo».

George B. Dantzig

12. Ramírez Gil, F. (2021)

13. Narváez Tovas, C., Roa, M.A., & Garzón Alvarado, D. (2007).

14. Meza Valencia, C. (2012).

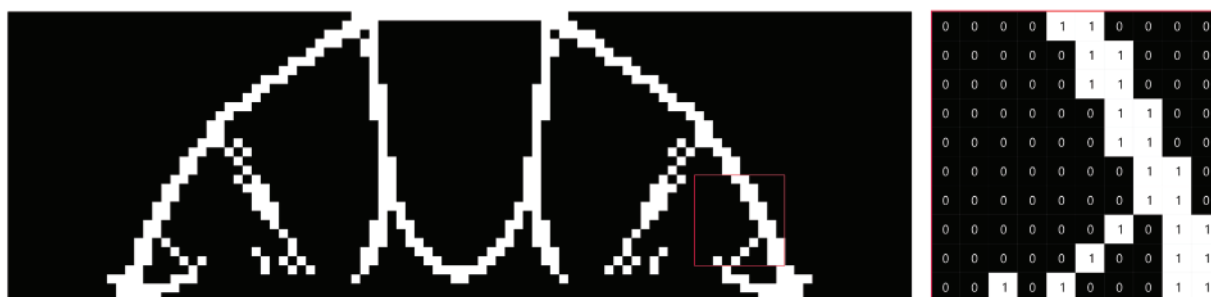
Tipos de variables

En el desarrollo de la optimización topológica influyen una serie de magnitudes que se clasifican en dos categorías: aquellas magnitudes constantes impuestas por el problema, denominadas «parámetros», y aquellas que pueden cambiar o modificarse durante el proceso de diseño denominadas «variables».

Existen cuatro tipos de variables dadas en función de: propiedades de la sección de los elementos de la estructura, geometría de la estructura (altura, longitud, etc...), topología de la estructura (densidad del material, etc...) y propiedades constitutivas (módulo de elasticidad, coeficiente de Poisson, etc...). Estas variables a su vez se pueden formular de manera discreta o continua.

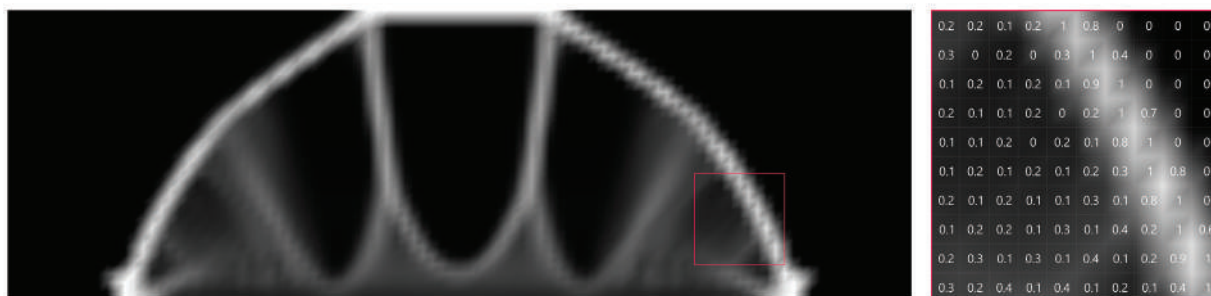
Las formulaciones discretas determinan la existencia o no de material en un dominio establecido, de manera que las variables de diseño únicamente pueden tomar los valores 0 ó 1, manteniendo siempre una distribución eficiente y óptima para el problema. Este tipo de formulaciones posee ventajas importantes, pero requieren de un gran coste computacional, lo que limita su uso.

2.6. Optimización topológica con variables discretas.



Debido a esto, se proponen las formulaciones continuas de las variables. Para ello es necesario definir una ecuación para los valores intermedios de las variables de diseño, es decir, necesitamos obtener modelos con variables de diseño continuas entre 0 y 1. Estas variables continuas se denominan «densidades relativas» y representan la porción de volumen de material sólido frente al volumen total, de manera que el valor nulo indica que no existe material mientras que el valor unitario indica que el material es sólido.¹⁵

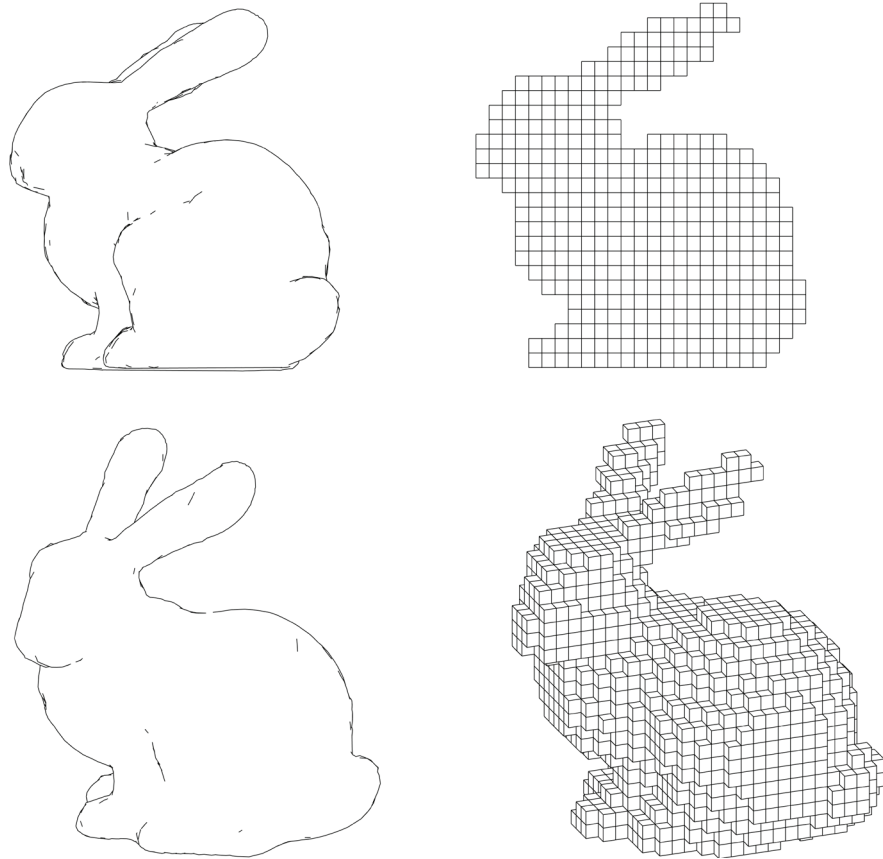
2.7. Optimización topológica con variables continuas.



Métodos de optimización

Para llevar a cabo la optimización topológica se discretiza el dominio empleando el método de los elementos finitos (*Finite Element Method*, FEM); es decir, se subdivide el dominio en pequeños dominios discretos llamados «elementos finitos» a través de ecuaciones diferenciales. Estos subdominios generan una malla cuya definición viene determinada por el tamaño de los elementos finitos considerados. Si el dominio es plano haremos referencia a píxeles, mientras que si el dominio es tridimensional los llamaremos vóxeles. De esta manera analizaremos cada uno de los subdominios durante el proceso de optimización obteniendo un resultado con mayor definición.

2.8. Diagrama de pixel (superior) y de vóxel (inferior).



A continuación, dependiendo de las necesidades y requisitos del problema a optimizar, escogeremos el método de cálculo estructural más adecuado. Podemos diferenciar distintos métodos en función de las variables de optimización descritas anteriormente. Entre los métodos de variable discreta destacan:

Optimización estructural evolutiva (*Evolutionary Structural Optimization*, ESO): Este método consiste en la eliminación de las zonas ineficientes del dominio de manera gradual, siguiendo unos criterios estructurales prefijados. En general, el criterio de eliminación del material se determina tomando como referencia el valor de la tensión de comparación de Von Mises.¹⁶

15. Villarreal Huertas, W. (2014).

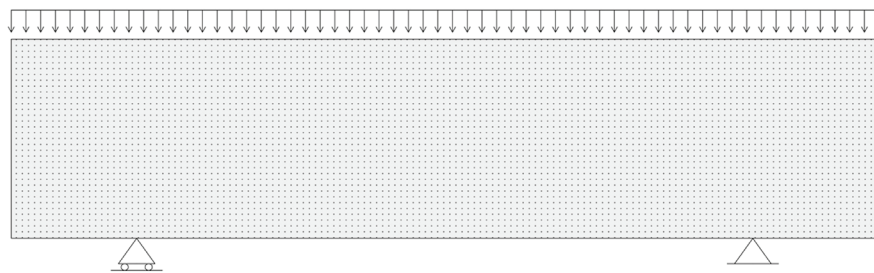
16. Paris López, J. (2007).

Optimización Estructural Evolutiva Aditiva (*Additive Evolutionary Structural Optimization*, AESO): En este método se agrega material en aquellas zonas de la estructura donde resulta necesario de manera inversa al método ESO.

Optimización Estructural Evolutiva Bidireccional (*Bi-directional Evolutionary Structural Optimization*, BESO): El método BESO surge como solución para mejorar la eficacia de los métodos anteriores, en el cual se puede eliminar material (método ESO) o añadirlo (método AESO) en las zonas donde hace falta, reduciendo el tiempo de la optimización.

Entre los métodos de variable continua destaca el método de **Material Sólido Isotrópico con Penalización** (*Solid Isotropic Material with Penalization*, SIMP) el cual se caracteriza por emplear una única variable, la densidad relativa. Este método busca maximizar la rigidez de una estructura definida en un volumen, a través de una variable de diseño que penaliza.¹⁷

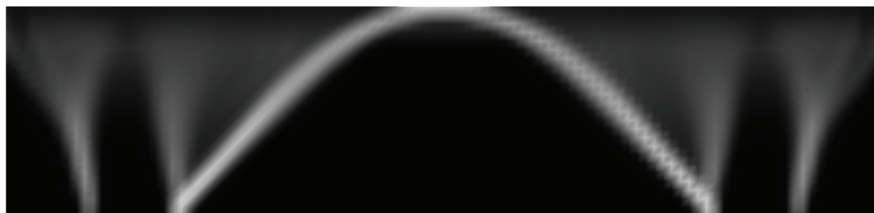
Problema a Optimizar por el método SIMP



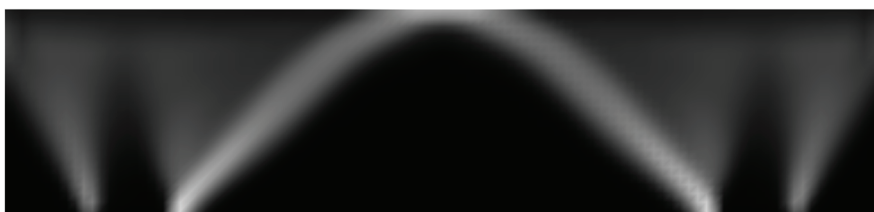
Iteración 10; Restricción de volumen: 10%



Iteración 10; Restricción de volumen: 50%



Iteración 10; Restricción de volumen: 80%



2.9. Optimización topológica según el método SIMP variando la restricción de volumen.

17. Uarac, P., Cendoya, P., & Pablo, J. (2015).

2.10. Iteraciones durante el
proceso de optimización
topológica.

Resolución: 100
Restricción de volumen 60%

Iteración 1



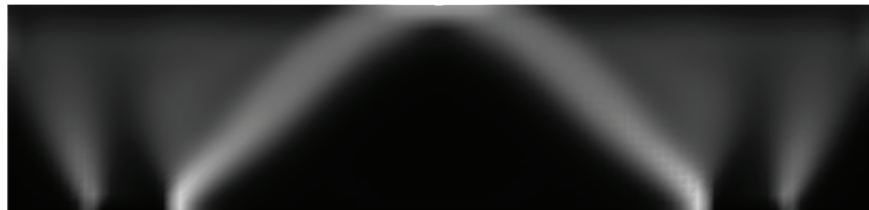
Iteración 3



Iteración 5



Iteración 7



Iteración 9



Iteración 12



Iteración 20



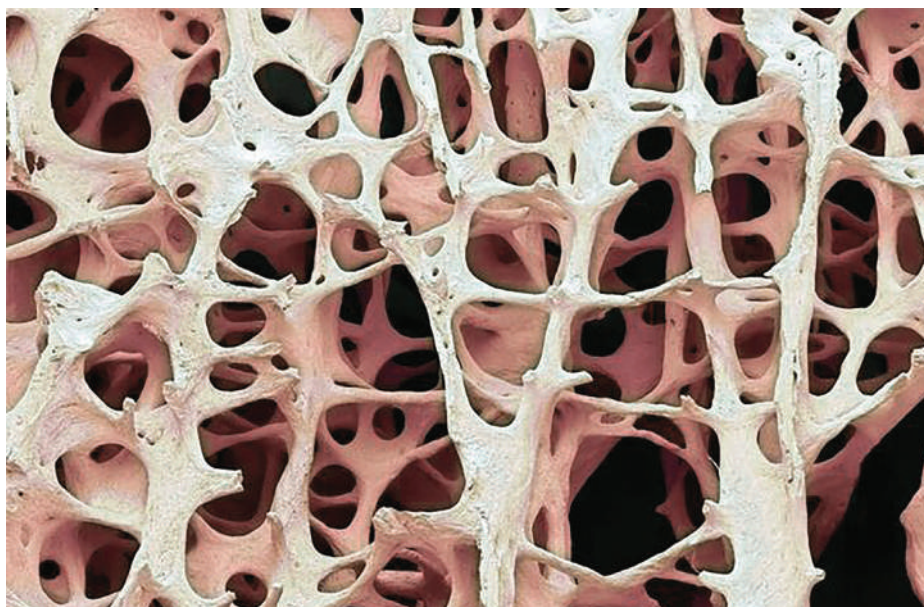
3 Materiales Celulares

«Las formas y la naturaleza son el conocimiento que heredamos de la arquitectura estructural del cosmos.»

Pier Luigi Nervi.

En la naturaleza encontramos numerosos ejemplos como son los huesos, la madera, el corcho y las esponjas marinas, cuya microestructura consiste en intercalar celdas sólidas y celdas huecas, de manera que exista un equilibrio entre peso y resistencia.

3.1. Tejido óseo.

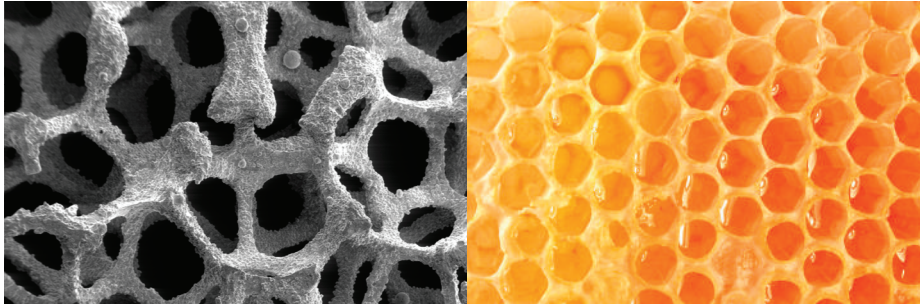


Según Gibson y Ashby ¹⁸, un material celular es aquel que está formado por estructuras interconectadas de red de puntales sólidos o placas que forman los bordes y caras de las celdas. En otras palabras, los materiales celulares son materiales diseñados en base a unas celdas o patrones que pueden ajustar localmente las propiedades y mejorar el rendimiento mientras se mantiene la integridad estructural y se reduce el peso.

Debido a su composición a partir de celdas, los materiales celulares se comportan como estructuras homogéneas a pequeña escala. Controlando la geometría de la celda unitaria, podemos modificar las propiedades del material como la rigidez, resistencia, densidad, etc.

¹⁸. Schwartz, D.S., & Evans, A.G. (1998).

Hasta hace poco el estudio de estos materiales se limitaba al ámbito académico debido a que sus complicadas características geométricas dificultaban su posterior fabricación. Sin embargo, en los últimos años, dichos materiales han adquirido mayor importancia gracias a los avances en la fabricación aditiva, la cual permite obtener modelos de mayor complejidad. Algunos campos en los que se ha comenzado a emplear estos materiales son la industria y la biomedicina.

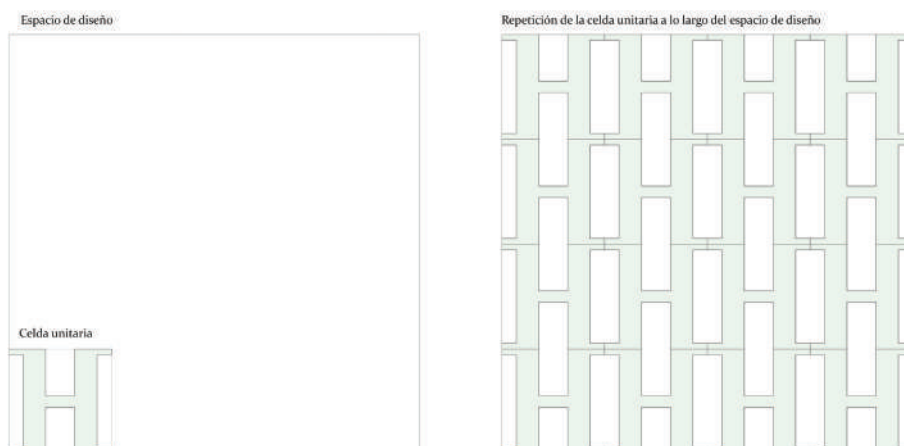


3.2. Ejemplo de materiales celulares según Gibson y Ashby. Espuma estocástica (izquierda) y panal de abejas (derecha).

Características de los materiales celulares

Es importante definir una serie de conceptos relacionados con los materiales celulares. El volumen que contiene al material célula se le denomina «espacio de diseño», y al elemento que se repite en el espacio de diseño se le denomina «celda unitaria» o «elemento de volumen representativo». La celda unitaria se puede modificar de diferentes maneras, por ejemplo, variando su morfología, la fracción del volumen o realizando transformaciones geométricas como escalar o rotar.

Una de las características a destacar de un material celular es la densidad relativa. Esta cualidad define la cantidad de material sólido presente en el volumen total ocupado por el material celular. A medida que aumenta la densidad relativa, las paredes de las células se vuelven más gruesas y el espacio de los poros se contrae. La densidad relativa está estrechamente relacionada con la porosidad, la cual determina la relación entre el volumen de huecos respecto al volumen total del material. Cuanto mayor sea la densidad relativa menor será la porosidad del material y viceversa.¹⁹



3.3. Esquema de espacio de diseño y celda unitaria (izquierda) y esquema de repetición de la celda unitaria a lo largo del espacio de diseño (derecha).

19. Rosso, S., Meneghello, R., & Concheri, G. (2018).

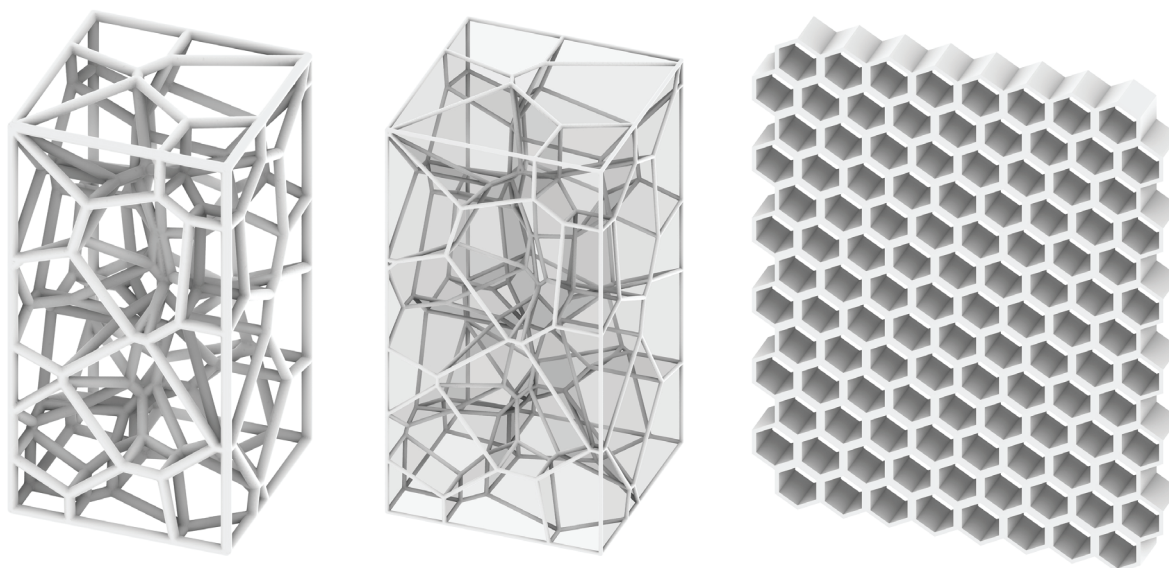
Clasificación de los materiales celulares

Podemos escoger entre un sinfín de celdas base para el diseño de los materiales celulares. Diferentes grupos de investigación en materiales celulares han considerado diferentes criterios para su clasificación. El enfoque general es el establecido por Gibson y Ashby¹⁸, quienes propusieron clasificar los materiales celulares en espumas y panales.

Espumas: Están formadas por bolsas de gas en el interior del sólido. A su vez, se pueden dividir en espumas de celda abierta (donde las bolsas de gas se encuentran conectadas entre sí) y de celda cerrada (las bolsas de gas se encuentran separadas por paredes solidas). Se suelen emplear como materiales para absorber la energía de los impactos y en estructuras ligeras.

Panales: Se emplea la palabra «panal» para describir cualquier conjunto de celdas prismáticas que se juntan para llenar el plano. En otras palabras, son estructuras formadas por celdas bidimensionales con la misma forma y tamaño que han sido extruidas en la tercera dirección para ocupar el espacio tridimensional. Las celdas pueden ser, por ejemplo, de sección triangular, cuadrada o hexagonal. Una de las aplicaciones más común es como material para el núcleo de los paneles sándwich.

3.4. Materiales celulares según clasificación de Gibson y Ashby. Espuma de celda abierta (derecha), espuma de celda cerrada (centro) y panal (derecha).



Esta clasificación se ha empleado durante las últimas décadas, sin em-

bargo, supone una clasificación que no recoge todas las posibilidades de las celdas en el espacio de diseño. Por ello, en los últimos años han surgido numerosos trabajos que intentan dar solución a la clasificación de los materiales celulares. Destacan el método de clasificación en función del grado de orden de las celdas y en función de la geometría de la celda unitaria.

Método de clasificación en función del grado de orden

Este método plantea tres grupos. En primer lugar, encontramos las estructuras celulares desordenadas. Son aquellas en las que las celdas poseen diferentes tamaños y formas, distribuyéndose aleatoriamente en el espacio de diseño, como es el caso de las espumas. Debido a sus características estocásticas necesitamos varias estructuras para poder estudiar sus propiedades físicas.

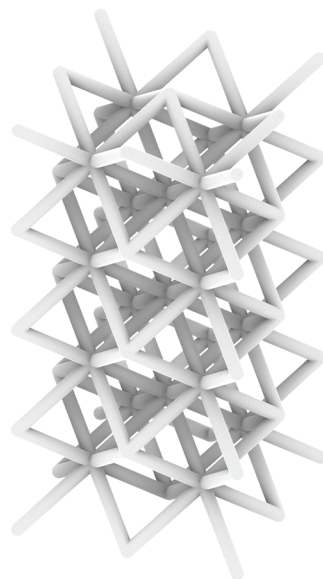
En segundo lugar, encontramos las estructuras celulares periódicas, también denominadas estructura celular uniforme. Este tipo de estructuras están formadas por una celda base con la misma forma, topología y tamaño, que se repite en el plano o en el espacio. A diferencia de las estructuras desordenadas, únicamente necesitamos una pequeña porción del material para poder estudiar sus propiedades físicas. A su vez, las estructuras celulares periódicas se pueden dividir en dos tipos en función de la topología de la celda unitaria. Podemos encontrar estructuras celulares periódicas homogéneas (donde las celdas unitarias poseen la misma geometría) o heterogéneas (las celdas unitarias solo comparten la topología y tamaños, pero poseen diferentes grosores).

Por último, se hallan las estructuras celulares pseudoperiódicas. Este tipo de estructura celular comparten la misma topología de la celda unitaria, pero poseen diferente forma y tamaño.²⁰

Método de clasificación en función de la geometría de la celda unitaria

De los métodos planteados que se basan en la geometría de la celda, nos centraremos en el método planteado por Tao y Leu²¹, los cuales clasificaron las estructuras celulares partiendo de la clasificación de Gibson y Ashby, pero diferenciando tres grupos: espumas, estructuras de celosía bidimensional o paneles y estructuras de celosía tridimensional.

En las estructuras de celosía tridimensional cada celda unitaria puede



3.5. Estructura de celosía tridimensional según la clasificación de Tao y Leu.

determinarse como una variable y optimizarse según unas condiciones de-

²⁰. Tang, Y., & Zhao, Y. (2016).

²¹. Tao, W., & Leu, M.C. (2016).

terminadas. Las propiedades mecánicas de las estructuras de celosía son más tolerantes a ser controladas en comparación con las espumas y los paneles.

En este trabajo nos centraremos en el estudio de las estructuras de celosía tridimensional.

4 Estructuras de celosía tridimensional

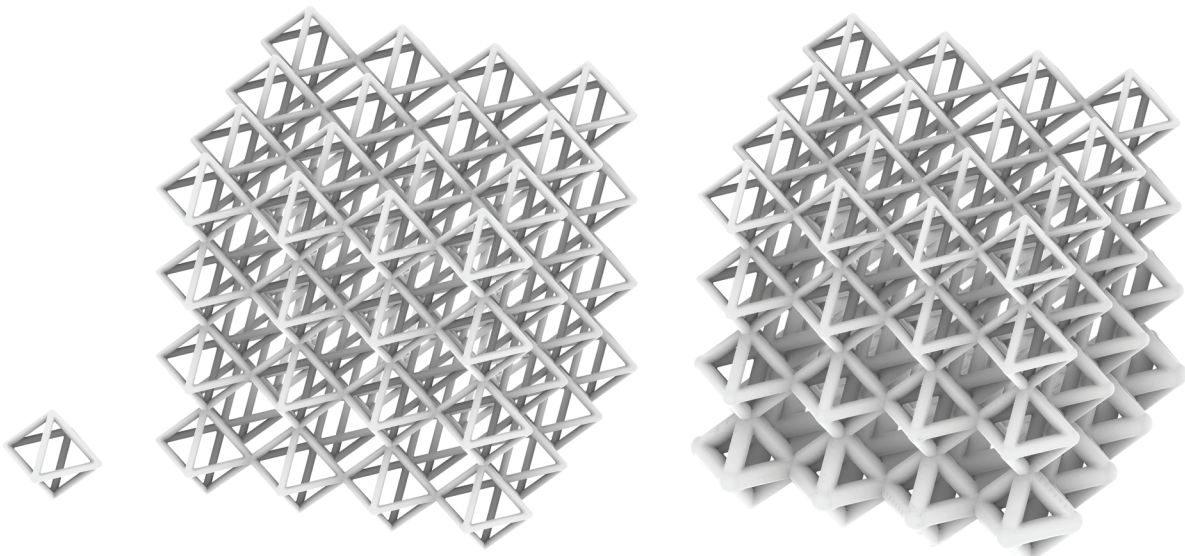
«El libro de la naturaleza está escrito con los caracteres de la geometría.»

Isaac Newton, *Principia*

Las estructuras de celosía, en inglés *lattice structures*, están formadas por una matriz de celdas que se pueden replicar en cualquiera de las tres direcciones del espacio. A veces, en la literatura no se distingue entre materiales celulares y estructuras de celosía debido a que no se tiene en cuenta las diferencias resaltadas por Gibson y Ashby entre espumas, panales y celosías. En concreto la principal diferencia es que, en las estructuras de celosía, la celda unitaria se considera una variable, permitiendo controlar el proceso de diseño y con ello sus propiedades mecánicas.

Como ocurre con la definición, la clasificación de las estructuras de celosía tampoco es única. Existen numerosos artículos en los que se emplean criterios diferentes para su clasificación, donde se dividen generalmente en estructuras de celosía aleatorias o estructuras de celosía periódicas. En este trabajo tomaremos como referencia la clasificación del artículo «Design and optimization of lattice structures» de Chen Pan, Yafeng Han y Jiping Lu (2020) ²² en el cual, después de un análisis de las diferentes definiciones y clasificaciones se concluye con la clasificación de estas estructuras según la uniformidad de la distribución de las celdas unitarias, dando como resul-

4.1. Estructura de celosía uniforme (izquierda).
Estructura de celosía no uniforme (derecha).



tado estructuras de celosía uniformes y estructuras de celosía no uniforme. Se denominan estructuras de celosía uniforme aquellas que están formadas por celdas unitarias que poseen la misma topología y tamaño y se distribuyen repetidamente por el espacio de manera uniforme. Las estructuras de celosía no uniformes son aquellas cuyas celdas unitarias poseen diferentes topologías o tamaños y se distribuyen de manera desigual en el espacio.

Las estructuras de celosía más estudiadas se ilustran en la imagen 4.7 donde se recoge su clasificación y tipos.

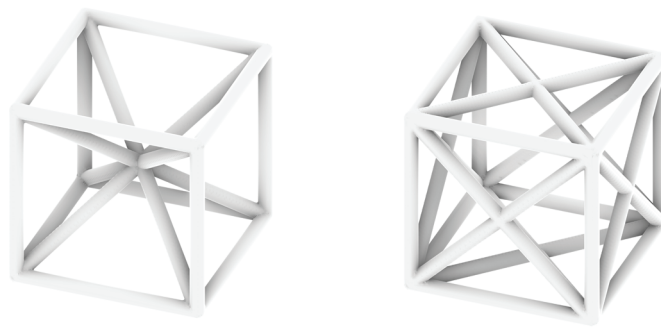
Estructuras de celosía uniforme

Como hemos comentado anteriormente, la celda unitaria se considera una variable del diseño, lo que da como resultado diferentes opciones de diseño para las estructuras de celosía uniforme y las no uniforme.

El diseño de las estructuras de celosía uniforme se puede realizar siguiendo dos procedimientos: diseño de la celda basado en puntales o basado en superficies mínimas triplemente periódicas.

Estructuras de celosía basadas en puntales

Las celosías basadas en puntales están formadas por una serie de nodos conectados a través de elementos lineales denominados puntales. Los nodos se pueden localizar en los vértices, bordes o en el interior de la celda. Las celdas basadas en puntales que más se han estudiado son la cúbica centrada en el cuerpo (*Body-centered cubic*, BCC), la cúbica centrada en las caras (*Face-centered cubic*, FBB) y variaciones de estas. Estas estructuras a me-



4.2. Estructura cúbica centrada en el cuerpo BCC (izquierda). Estructura cúbica centrada en las caras FBB (derecha).

nudo se escogen debido a la simplificación en el diseño y su compatibilidad con la fabricación aditiva.²³

En función del comportamiento mecánico, las celosías basadas en puntales se pueden clasificar en estructuras dominadas por flexión o por estiramiento. Para ello se emplea el criterio de estabilidad de Maxwell (M). Si el coeficiente M es negativo, se trata de una estructura dominada por flexión, y en el caso de que M sea positivo, es una estructura dominada por estiramiento:

$$M = b - n \cdot j + (n - 1) \cdot 3$$

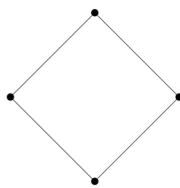
con $n = 2$ (2D) o $n = 3$ (3D), donde b es el número de puntales y j es el número de nodos.

22. Pan, C., Han, Y., & Lu, J. (2020).

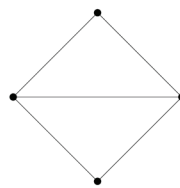
23. Maconachie, T., Leary, M., Lozanovski, B. (2019).

24. Li, C., Lei, H., Zhang, Z. (2020).

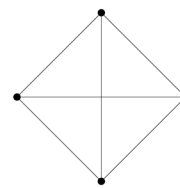
4.3. Coeficiente de Maxwell.

Estructuras en dos
dimensiones (superior).Estructura en tres
dimensiones (inferior).

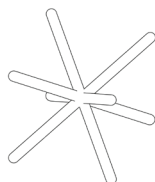
$$\begin{aligned} b &= 4 \\ j &= 4 \\ M &= -1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} b &= 5 \\ j &= 4 \\ M &= 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} b &= 6 \\ j &= 4 \\ M &= 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{BCC} \\ b &= 8 \\ j &= 9 \\ M &= -13 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Octet-truss} \\ b &= 36 \\ j &= 14 \\ M &= 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{FBCCZ con puntales} \\ \text{en X e Y} \\ b &= 44 \\ j &= 15 \\ M &= 5 \end{aligned}$$

Las estructuras dominadas por estiramiento son rígidas y fuertes teniendo en cuenta su masa, mientras que las dominadas por flexión se deforman de manera regular.²⁴

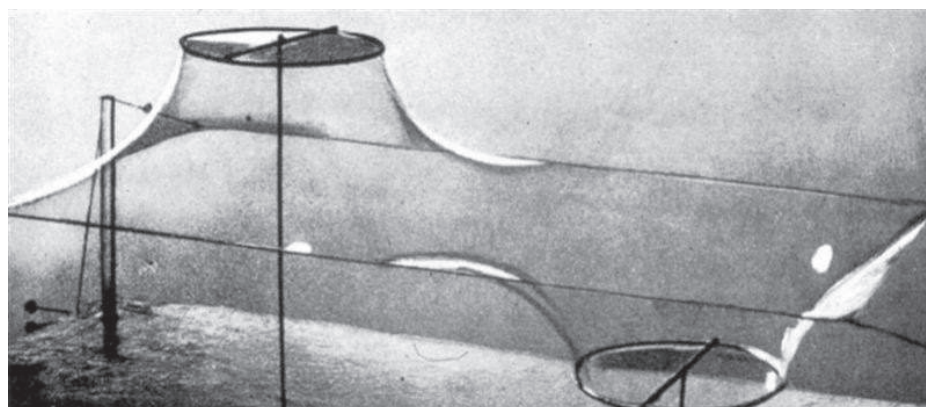
Estructuras de celosía basadas en superficies mínimas triplemente periódicas

Las superficies mínimas han sido objeto de estudio durante años debido al interés que generan los problemas matemáticos que abordan y la variedad de propiedades y aplicaciones que ofrecen a diversas disciplinas.

El estudio de las superficies mínimas comienza con las indagaciones del matemático Joseph-Louis Lagrange, quien planteó la siguiente cuestión: “Partiendo de una curva cerrada en el espacio tridimensional, determinar, cuál de las múltiples superficies que descansa sobre la curva, posee la menor área”.

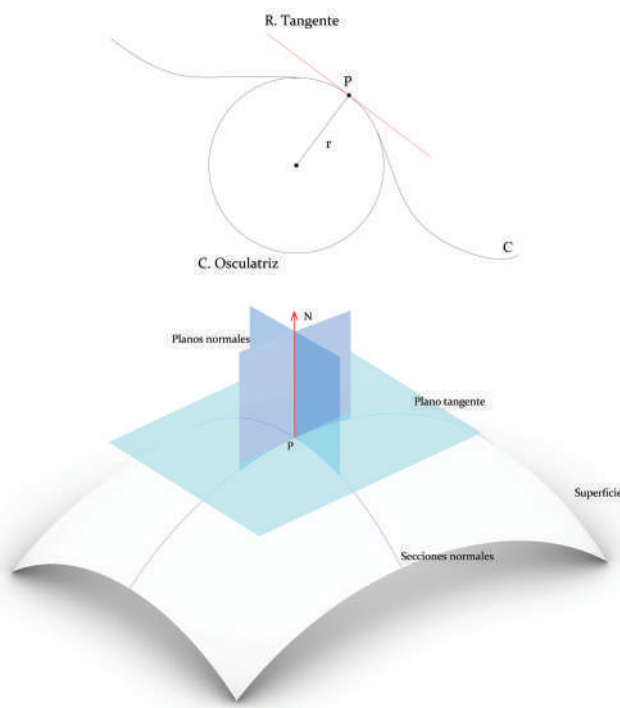
A mediados del siglo XIX, el físico J.A.P. Plateau desarrolló numerosos experimentos con películas de jabón, llegando a la conjetura de que toda curva cerrada, independientemente de su forma, delimita al menos una su-

4.4. Experimento con pompas de jabón de Frei Otto.



perficie de área mínima. Esta conjetura se conoce como el problema de Plateau. La demostración matemática de la conjetura conlleva una gran complejidad por lo que se plantearon otros medios para describir las superficies mínimas. Una de las descripciones es la geométrica para la cual es necesario recordar el concepto de curvatura en una superficie.

La curvatura de una curva es el inverso del radio de la circunferencia oscultriz (circunferencia que mejor aproxima a la curva en el punto de estudio). Para determinar la curvatura en una superficie, analizamos las secciones normales de la superficie en un punto. Estas secciones son el resultado de la intersección de la superficie con el plano que contiene al punto y esta formado por el vector normal a la superficie y un vector tangente. La curvatura de estas secciones se denomina curvatura normal, y aquellas curvaturas que poseen un valor mínimo y máximo se denominan curvaturas principales de la superficie. La curvatura media se define como la media aritmética de las curvaturas principales.



4.5. Curvatura de una curva (superior). Curvatura de una superficie (inferior).

De esta manera podemos describir geométricamente las superficies mínimas, las cuales han de tener curvatura media igual a cero en cualquier punto de la superficie, es decir, las curvaturas principales deben de ser iguales en valor absoluto.

Las primeras superficies mínimas descubiertas fueron: el catenoide por Leonhard Euler en 1744 y el helicoides por Jean Baptiste Meunier en 1776, después de las cuales, se tardó en encontrar nuevos ejemplos de superficies mínimas.

En 1865, H.A.Schwarz resolvió el problema de Plateau para una curva poligonal, lo que permitía unir las superficies en los bordes a través de simetrías y reflexiones. Schwarz planteó dos principios de reflexión por simetría de una superficie mínima: respecto de una recta y respecto a un plano. Esto

25. Hildebrandt, S., & Tromba A. (2013).

26. Tang, Y., & Zhao, Y. (2016).

permite que las superficies se extiendan a lo largo del espacio hasta que no haya un borde libre en el que aplicar las reflexiones. A estas superficies se les denomina “superficies mínimas periódicas” y se clasifican según las direcciones en las que se puede extender: simples (únicamente se pueden extender en una dirección), dobles (aquellas que pueden extenderse en dos direcciones independientes) y triples (aquellas que pueden extenderse en tres direcciones independientes).²⁵

Estructuras de celosía no uniformes

A diferencia de las estructuras de celosía uniformes, las no uniformes permiten mayor libertad en el diseño, ya que se puede optimizar la distribución, forma y tamaño de las celdas unitarias, reduciendo el tiempo de procesamiento y el costo computacional a la vez que se consigue un excelente rendimiento. En el diseño de las estructuras de celosía no uniforme se plantean tres tipos de variaciones: del tamaño, la morfología y la fracción de volumen de la celda unitaria.²⁶

Variación del tamaño de la celda unitaria.

Consiste en la variación de las dimensiones de la celda unitaria que se repite en el espacio de diseño.

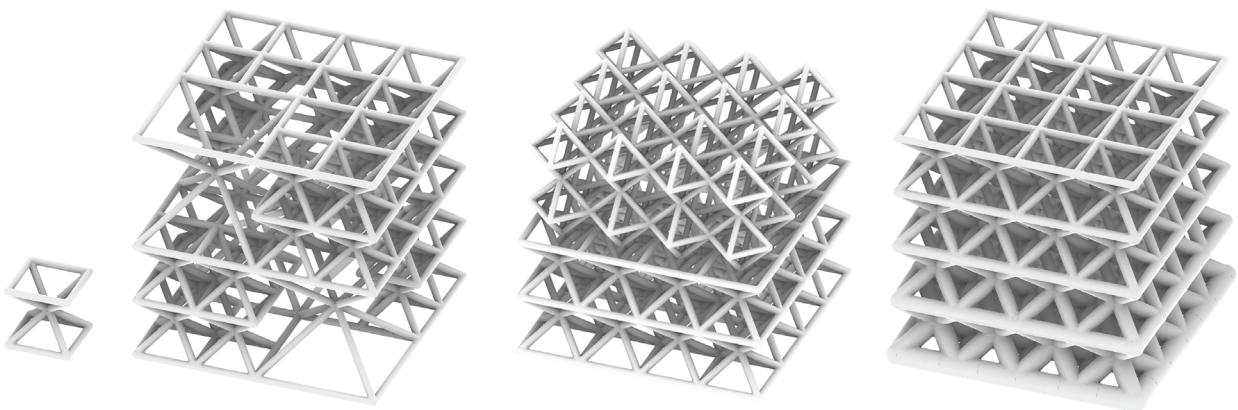
Variación de la morfología de la celda unitaria.

En el espacio de diseño de un material celular puede modificarse la morfología existente, es decir, podemos combinar una variedad de celdas unitarias con diferentes estructuras topológicas.

Variación de la fracción de volumen de la celda unitaria.

Se conserva la topología y tamaño de la celda. Sin embargo, se modifica la fracción de volumen de la celda unitaria, dando como resultado un material graduado. Los materiales graduados poseen propiedades no homogéneas, lo que permite ajustar el diseño localmente.

4.6. Variación de estructura de celosía no uniforme. Variación de: tamaño (izquierda), morfología (centro) y fracción de volumen (derecha).



ESTRUCTURAS DE CELOSÍA BASADAS EN PUNTALES



Centrado
en el cuerpo
BC



Cúbico



Cúbico centrado
en el cuerpo
BCC



Cúbico centrado
en las caras
FCC



Centrado
en el las caras.
FC



Centrado en el cuerpo y
las caras
BCC + FCC
(BFCC)



Octet Truss



Tetraedro cúbico



Octaedro



diamante



Octaedro truncado
(Estructura de Kelvin)



Estructura de Gibson y
Ashby.

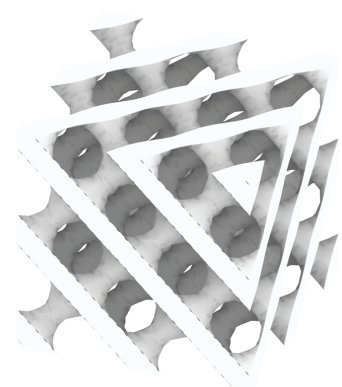
ESTRUCTURAS DE CELOSÍA BASADAS EN
SUPERFICIES TRIPLEMENTE PERIODICAS



Giroide



Superficie Schwarz-P



Superficie Schwarz-D

4.7. *Tabla con la clasificación
y tipos de estructuras de
celosía más estudiadas.*

5 Caso de estudio

«Como la forma del universo entero es sumamente perfecta, y está en efecto concebida por el más sabio creador, nada podrá acontecer en lugar alguno del mundo sin que de una forma u otra brille en ello alguna regla de máximo o mínimo.» Leonhard Euler.

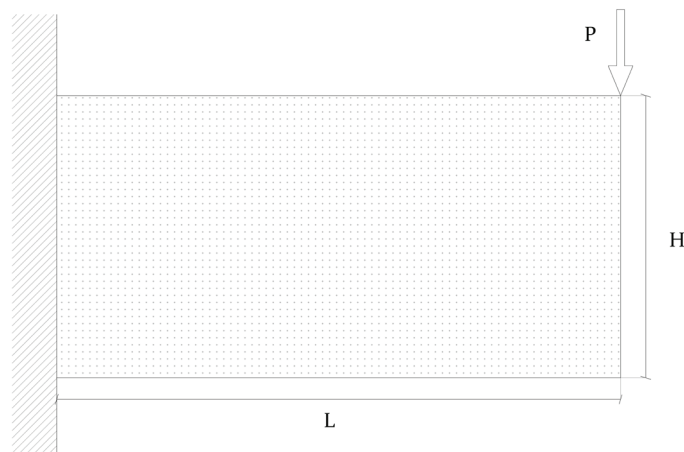
El caso de estudio se plantea como una oportunidad de investigar sobre las posibilidades de empleo de los materiales celulares en las estructuras optimizadas topológicamente gracias a las oportunidades que ofrece la fabricación aditiva. La metodología del trabajo recogerá los diferentes objetivos, dividiéndolo en 5 partes.

Optimización topológica de un dominio.

El primer concepto a desarrollar en el caso de estudio será la optimización topológica de un dominio determinado. Para ello emplearemos *Millipede*, un plugin de *Grasshopper* desarrollado por Sawako Kaijima y Panagiotis Michalatos. Se trata de una herramienta de cálculo de optimización topológica a través del método de los elementos finitos que emplea el método SIMP. Gracias a esta herramienta podemos realizar la optimización topológica tanto en dominios 2D como 3D. En lo que respecta a nuestro caso, nos centraremos en el desarrollo de la optimización topológica en 3D.²⁷

La mayor parte de la literatura consultada acerca de la optimización topológica emplea el voladizo como objeto de estudio. Por ello, el problema a optimizar, consta de un voladizo empotrado con una carga distribuida en su extremo libre. Para el desarrollo de la optimización topológica realizamos los siguientes pasos:

5.1. Definición del problema a optimizar.



²⁷. Martínez Villarroja, D. (2020).

Identificación y definición de las variables de diseño

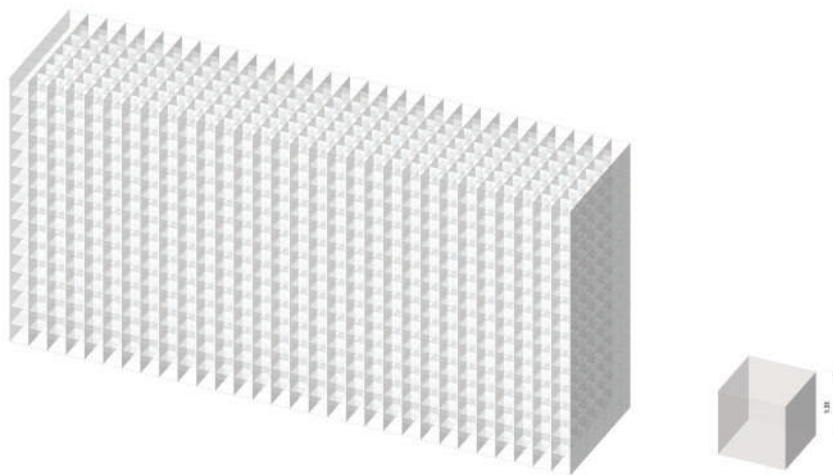
Se establecen los parámetros y variables iniciales que definen el problema a optimizar, como son:

- Dominio en 3D: Se trata de una superficie cerrada que limita el área de trabajo. En este caso se trata de un prisma cuyas dimensiones son X, X, X . El dominio, por lo general, se considera como una región sólida, en la cual podemos establecer zonas en las que no deseemos que haya material, como por ejemplo un espacio para instalaciones en un forjado, o un hueco en una fachada.
- Soportes: Determinamos dónde se sitúan los soportes y de qué tipo son controlando los grados de libertad en x, y, z .
- Cargas: Definimos la carga a través de una superficie cerrada. Las unidades de medida son N/m , por lo que las dimensiones de la superficie que representa la carga serán proporcionales al valor de la carga.

A la hora de situar los soportes y las cargas, es importante que las superficies cerradas que las representan se encuentren dentro del dominio que hemos definido.

Discretización del dominio

A continuación, partiendo de las variables establecidas anteriormente, discretizamos el dominio para poder realizar el método de los elementos finitos FEM, el cual viene integrado en *Millipede*. Para ello establecemos la resolución, en este caso el programa de *Millipede* exige la resolución respecto al eje X . Hay que tener en cuenta que, cuanto mayor sea nuestra resolución, más pequeños serán los vóxeles en los que se dividirá nuestro dominio, obteniendo mayor precisión, pero a su vez, el coste computacional del proceso será mayor. En nuestro caso optamos por una resolución de 30, obteniendo 3150 vóxeles, cuyo lado mide 1.33.



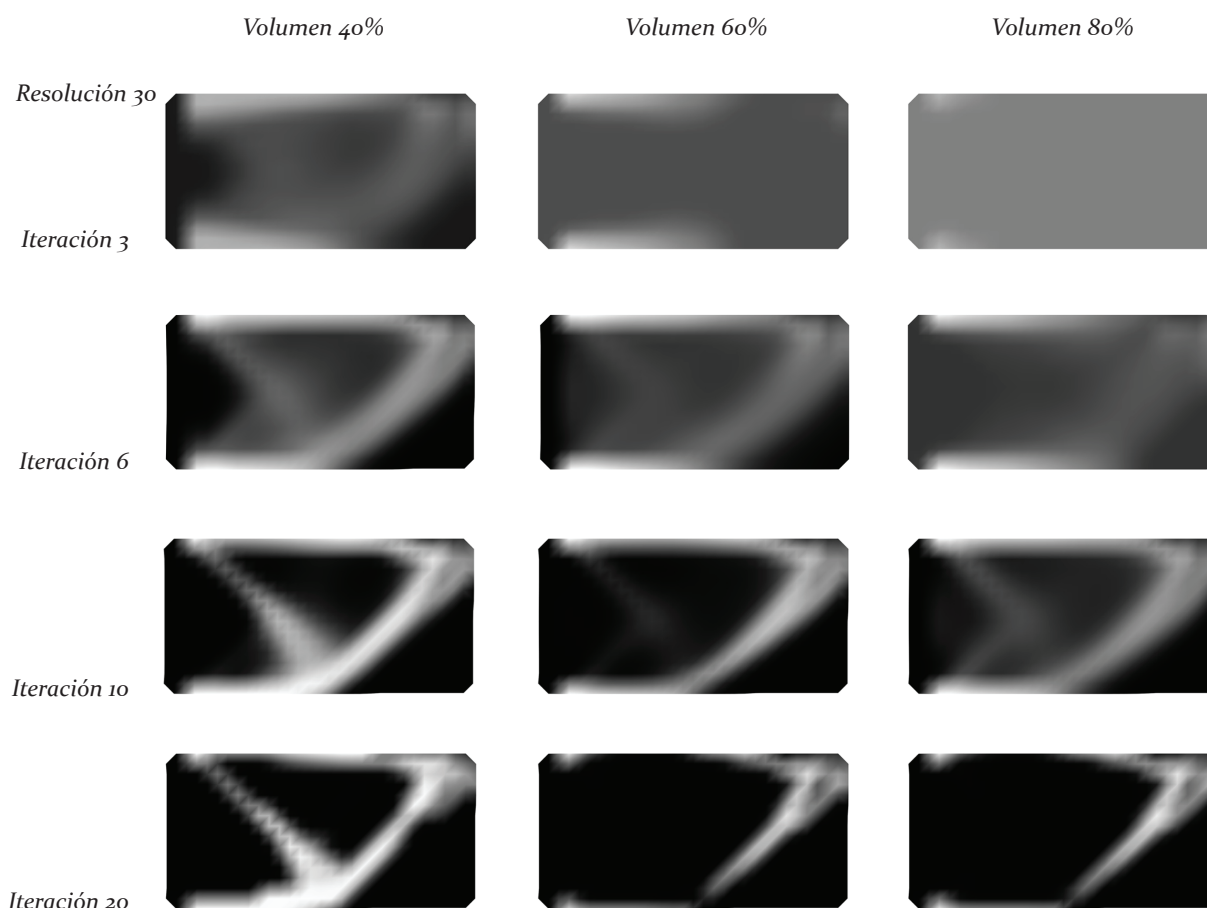
5.2. Discretización del dominio (izquierda). Vóxel que conforma el dominio (derecha).

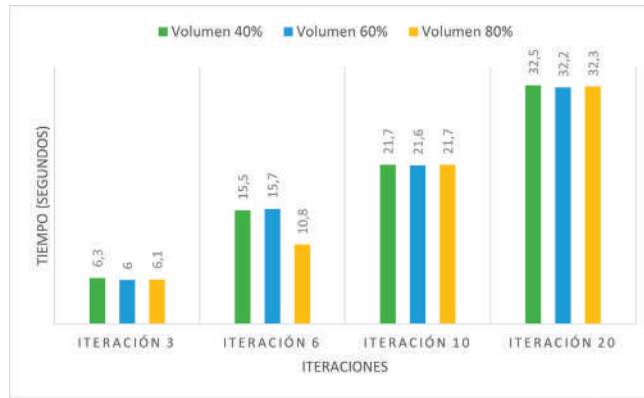
Definición de las funciones de restricción

En esta etapa deben de definirse todas las restricciones que se requieren en la optimización o las relaciones entre las variables de diseño. Algunas de las restricciones que podemos definir son:

- Peso propio de la estructura: en este caso de estudio no se ha tenido en cuenta el peso propio de la estructura.
- Número de iteraciones: Como ya hemos explicado, la optimización topológica es un proceso iterativo, es decir, en cada paso que eliminamos o colocamos material, las condiciones de carga son diferentes, por lo que hay que volver a calcular en un siguiente paso. Cuantas más iteraciones, mayor definición tendrá el resultado final. Variando la resolución y las iteraciones podemos conseguir un resultado con una buena definición sin que el coste computacional sea elevado.
- Densidad estructural final: Esta variable determina el porcentaje de material que deseamos mantener.

5.3. Variación de la optimización topológica en función de la restricción de volumen y de las iteraciones.

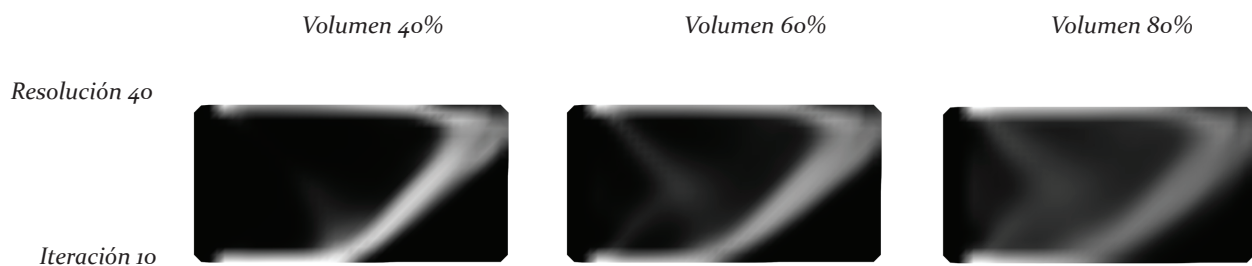
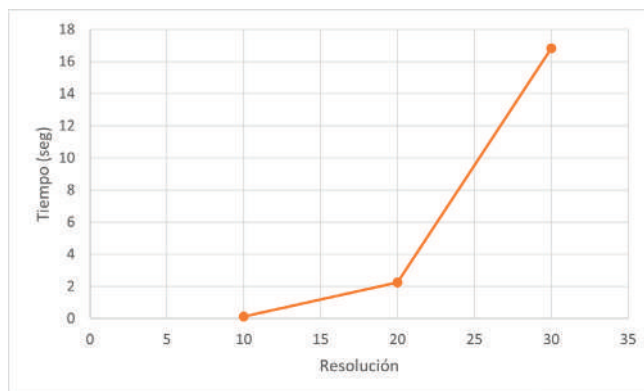
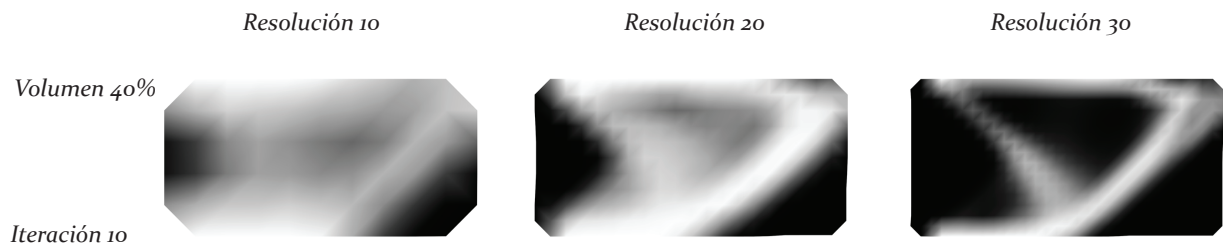




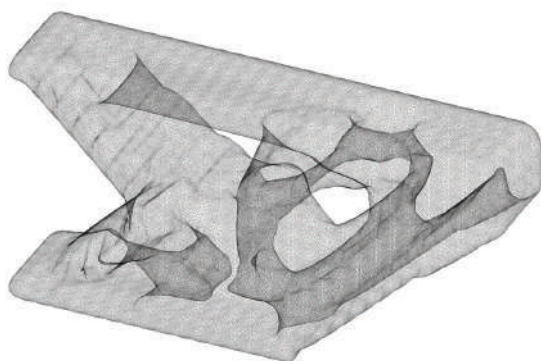
Aplicación de un algoritmo de optimización adecuado

Con las variables y restricciones definidas anteriormente aplicamos el algoritmo de optimización. Por defecto, *Millipede* emplea el método SIMP, cuyo objetivo es la distribución óptima del material, maximizando la rigidez de la estructura a la vez que cumple con una restricción de volumen. Este proceso tarda un periodo de tiempo en función de los datos, resolución e iteraciones establecidas.

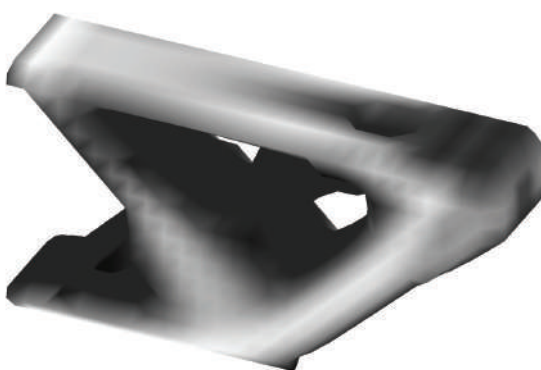
5.4. Variación de la optimización topológica en función de la resolución.



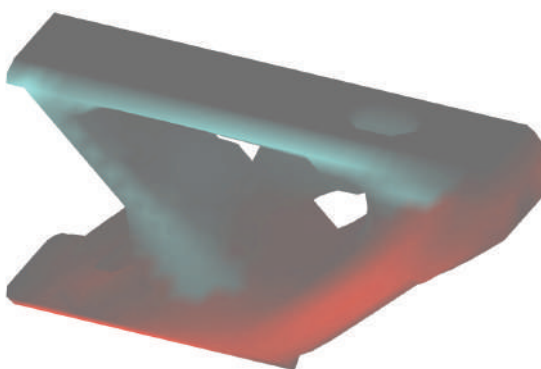
5.6. Visualización de los
resultados del proceso
de optimización.



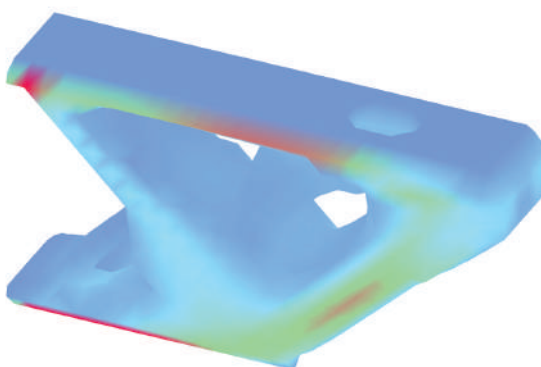
Malla con una iso de 0.15



Densidades relativas



Tensiones principales



Tensión de Von Mises

Estudio de los materiales celulares

El segundo concepto a estudiar son los materiales celulares. En este caso nos centraremos en las estructuras de celosía. Cada tipo de celda unitaria posee características únicas, las cuales influyen en el comportamiento de la estructura de celosía, por ello, el estudio del diseño y variaciones de las celdas unitarias son un elemento clave del trabajo. Como hemos visto en la clasificación de las estructuras de celosía, diferenciaremos entre estructuras de celosía basadas en puntales y en estructuras de celosía basadas en superficies mínimas.

Estudio de las estructuras de celosía basadas en puntales

De las posibles estructuras de celosía basadas en puntales que hemos observado en la tabla XX, nos centraremos en la estructura de Kelvin y en la estructura de Weaire-Phelan.

La cuestión de cómo rellenar un plano con una figura de manera eficiente ha sido un problema de gran interés a lo largo de los años. Para resolver el problema, el área de la figura debía ser menor que la longitud total del perímetro de la figura. Durante años se planteó el hexágono como la solución óptima al problema, hasta que en 1993, L. Fejes Toth, consiguió demostrar la conjetura, obteniendo como resultado hexágonos convexos.²⁸

En 1887, Lord Kelvin se preguntó qué pasaría en caso de que fuera en el espacio tridimensional. ¿Cómo se puede dividir el espacio con estructuras tridimensionales de idéntico volumen a la vez que el área de la superficie total de cada estructura es mínima? Actualmente este problema se conoce como “El problema de Kelvin”. Como respuesta Kelvin propuso un octaedro truncado, compuesto por seis caras cuadradas y ocho caras hexagonales, las cuales estaban ligeramente curvadas para conseguir que el área de las caras fuera mínima siguiendo las leyes de Plateau. Sin embargo, no pudo demostrar científicamente que el octaedro truncado convexo era la solución óptima y se consideró una conjetura durante más de 100 años.

5.7. Estructura de Kelvin (derecha). Estructura de Weaire-Phelan (izquierda).



28. Heijma: Espacio y hexágonos.

29. Spa Sciences World: Nueva estructura 3d muestra la forma óptima de dividir el espacio.

En 1993, el físico Denis Weaire junto con su alumno Robert Phelan presentaron un contraejemplo a la estructura de Kelvin, conocida como la estructura de Weaire-Phelan. Esta estructura, obtenida a partir de simulaciones computacionales, consta de dos poliedros: un dodecaedro irregular con caras pentagonales y un tetradecaedro con dos caras hexagonales y doce pentagonales. Los pentágonos de la estructura también están ligeramente curvados, lo que permite que el área de superficie de la estructura de Weaire-Phelan sea un 0,3% menor que la estructura de Kelvin.

Hoy en día no existe un método que determine cuál es la estructura óptima de división del espacio, por lo que se siguen investigando nuevas estructuras, las cuales, hasta la fecha, no han superado a la estructura de Weaire-Phelan.²⁹

Estudio de las estructuras de celosía basadas en superficies mínimas

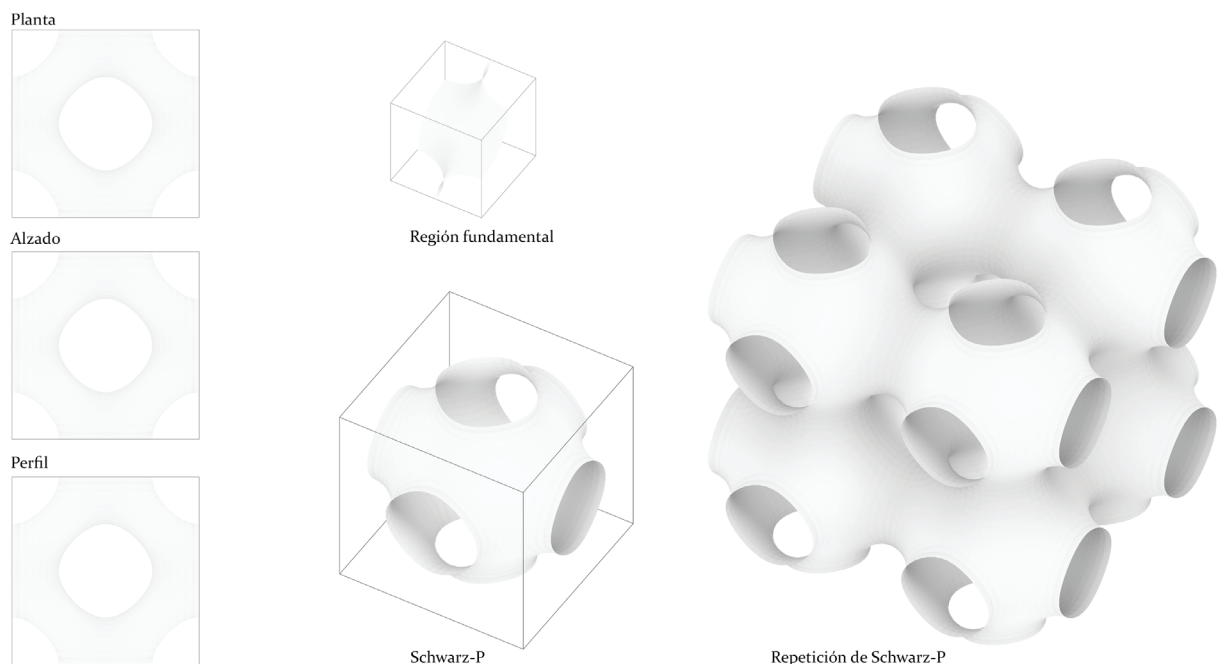
Nos centraremos en las superficies mínimas triplemente periódicas, en especial, el giroide y la Schwarz P. En primer lugar, analizaremos su morfología, construcción y características.

El matemático H.A.Schwarz descubrió diferentes superficies mínimas periódicas partiendo de la resolución del problema de Plateau y los dos principios de reflexión por simetría que hemos mencionado anteriormente en el apartado XX. Una de las superficies mínimas periódicas que descubrió fue la Schwarz-P o “Primitiva”³⁰ cuya ecuación implícita es la siguiente:

$$\cos x + \cos y + \cos z = 0$$

La superficie de Schwarz-P se puede construir partiendo de regiones fundamentales delimitadas por planos de simetría. La región fundamental es un tetraedro, que constituye una 1/48 parte de un cubo.

5.8. Superficie Schwarz-P y región fundamental que la conforma.

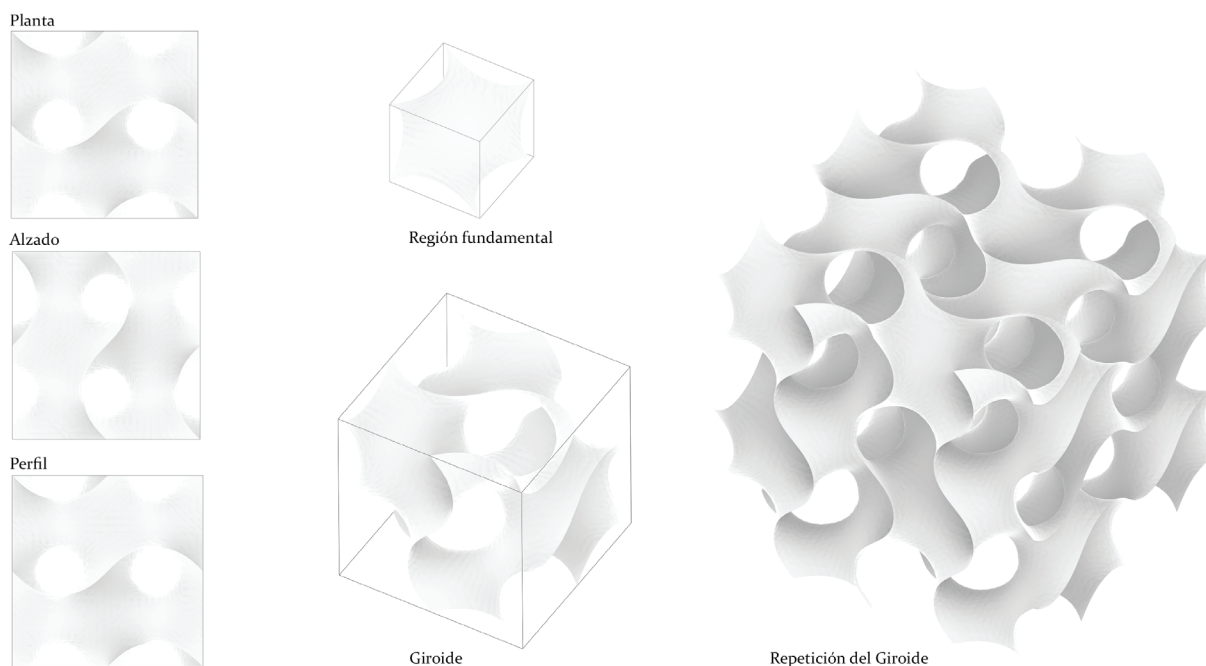


En 1970, el científico de la NASA Alan Schoen descubrió el giroide partiendo de los estudios de Schwarz. El giroide ³¹ es la única superficie mínima periódica que no posee simetrías de reflexión ni rectas. La ecuación implícita del giroide es:

$$\sin x \cos y + \sin y \cos z + \sin z \cos x = 0$$

El giroide, al igual que la superficie de Schwarz-P, se puede construir partiendo de regiones fundamentales. En este caso, la región fundamental se construye en base a las caras de un cubo donde se dibuja un arco de circunferencia en cada una de ellas, obteniendo una curva cerrada.

5.9. Superficie Giroide y región fundamental que la conforma.



5.10. Módulos de material celular uniforme. Variación de la resolución del espacio de diseño (siguiente página).

Resolución 2 (columna izquierda), resolución 3 (columna central) y resolución 5 (columna derecha)

Estructura de Kelvin (A), estructura de Weaire-Phelan (B), superficie de Schwarz-P (C), giroide (D).

Módulos de estudio de materiales celulares

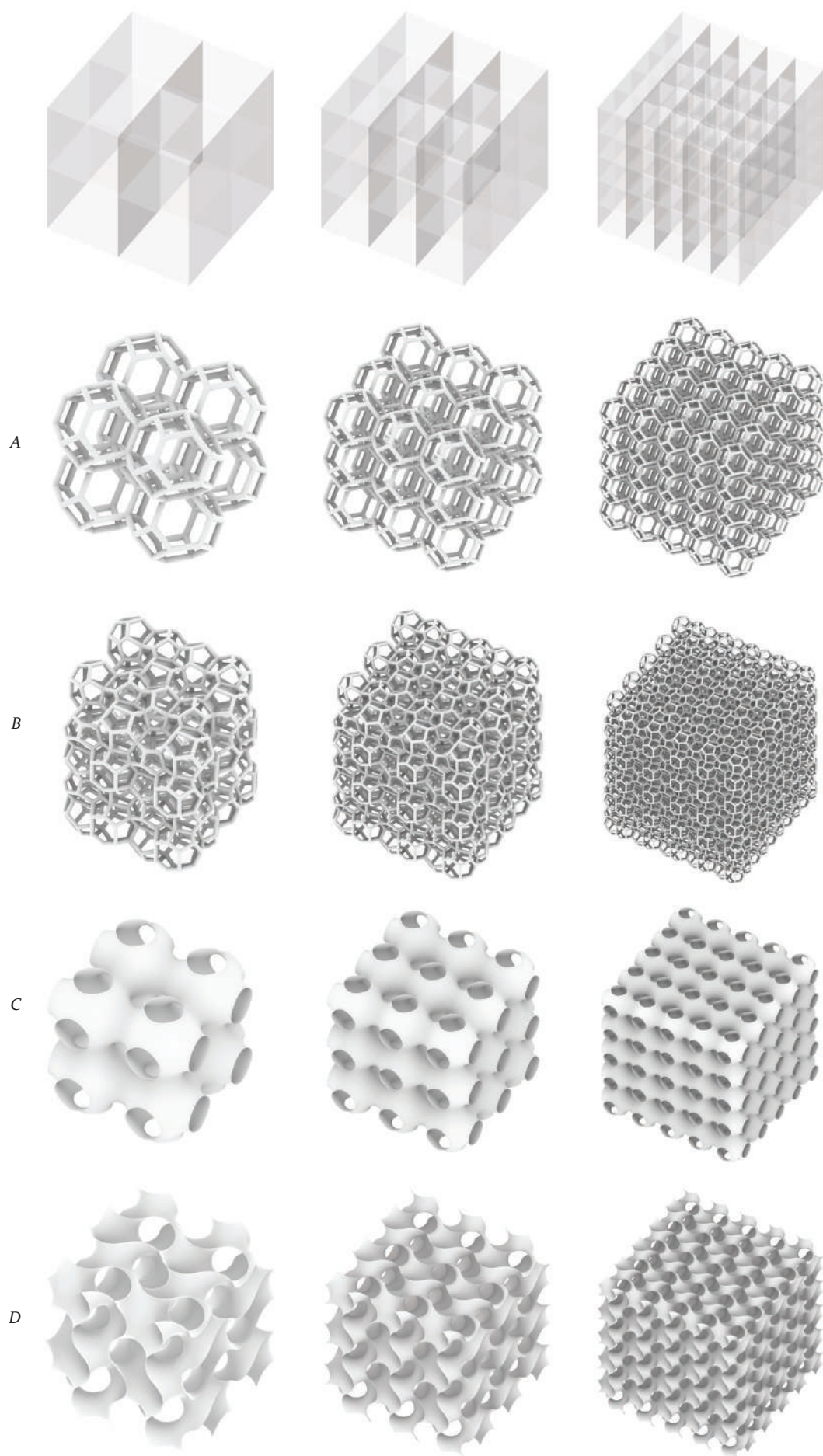
Una vez conocidas las celdas base, desarrollamos los materiales celulares correspondientes. Comenzamos fijando el dominio de estudio, en este caso se trata de un dominio cúbico de dimensiones 10 x 10 x 10. A continuación, subdividimos el dominio en vóxeles, los cuales serán las celdas que conformarán el material celular. Para cada dominio de diseño se ha determinado diferentes resoluciones.

En la imagen 5.10. podemos observar el incremento del número de celdas unitarias a medida que aumentamos la resolución, mientras que el tamaño de las celdas se ve reducido.

Una vez definido el dominio y resolución, introducimos las celdas base estudiadas, obteniendo un módulo por cada tipo de celda. Las celdas que conforman un mismo modulo se han introducido manteniendo la misma morfología, tamaño y fracción de volumen o porosidad, lo que da lugar a un módulo homogéneo en todo el dominio.

30. Abad Sánchez, J.M. (2022).

31. Iaacblog: Forces nature gyroid.



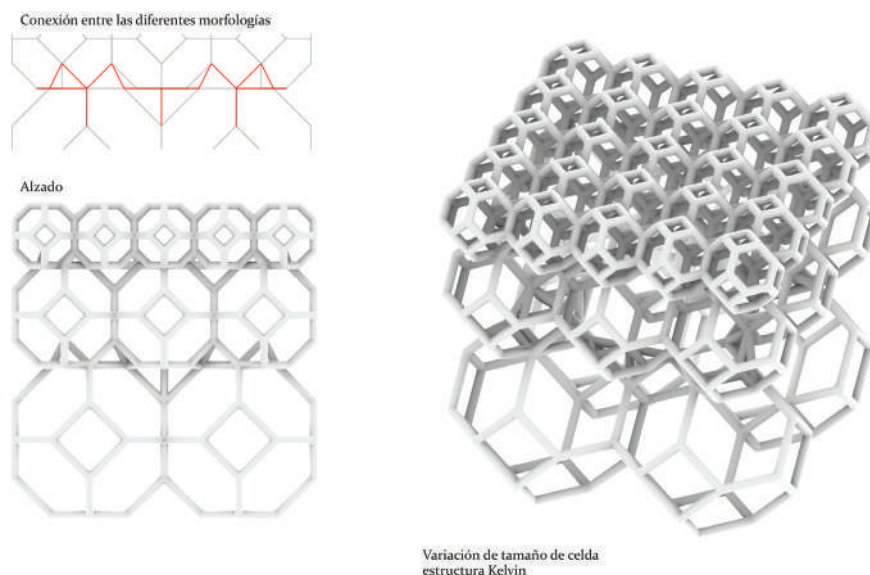
Las celdas unitarias pueden conservar sus características, como hemos visto en el apartado anterior, o pueden sufrir variaciones, ya que se tratan de variables de diseño de los materiales celulares. Las variaciones de las celdas que estudiaremos son:

Variación del tamaño de la celda unitaria.

Consiste en la variación de las dimensiones de los vóxeles en los que se subdivide el dominio de diseño. En este caso se plantea la modificación del tamaño de las celdas en el eje Z, obteniendo un degradado en el material celular.

Partimos de una dimensión de 5 cm de celda hasta llegar a una dimensión de 2 cm. Al tener diferentes dimensiones no se puede mantener la continuidad entre las celdas unitarias, haciendo que el material celular se comporte de manera inestable y que sea necesario realizar estructuras auxiliares que unan las celdas para mantener la integridad del material.

5.11. Módulo de Kelvin modificando el tamaño de las celdas en el eje Z.



Variación de la morfología de la celda unitaria.

En el dominio de diseño de un material celular puede modificarse la morfología existente, es decir, podemos combinar una variedad de celdas unitarias con diferentes estructuras topológicas.

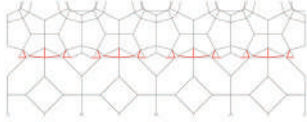
El primer módulo es el resultado de la combinación en un mismo dominio de la estructura de Kelvin y de la estructura Weair-Phelan, mientras que el segundo módulo consiste en la combinación del giroide y de la superficie Schwarz-P.

El inconveniente de este tipo de transformaciones del material es que en ocasiones se pierde la continuidad entre las celdas unitarias, lo que compromete la integridad estructural del material en su conjunto. Podemos observar este inconveniente en el módulo constituido por estructuras basadas en puntales. Para conseguir la continuidad, se ha planteado la realización de puntales que conecten entre sí los nodos más cercanos de una estructu-

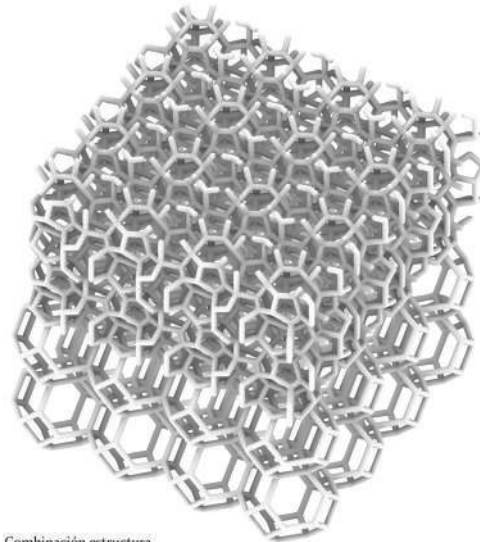
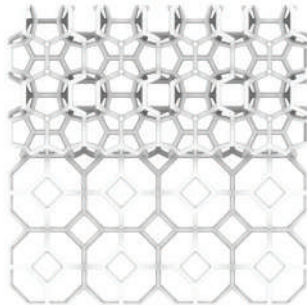
ra y otra. Sin embargo, la unión de ambas morfologías continua siendo una zona frágil dentro del material celular.

Por el contrario, la transición del giroide y de la superficie Schwarz-P se realiza de manera continua, lo que reduce las tensiones.

Conexión entre las diferentes morfologías

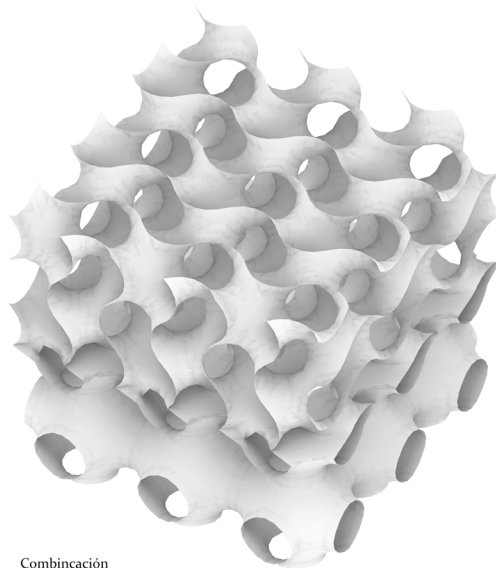
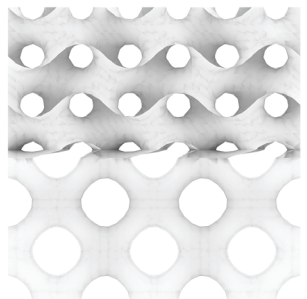


Alzado



Combinación estructura Kelvin y Weaire-Phelan

Alzado



Combinación Giroide y Schwarz P

5.12. Módulos variación de morfología del material celular combinado varias celdas.

Combinación de estructura de Kelvin y Weaire-Phelan (superior).

Combinación de superficie de Schwarz-P y giroide (inferior).

Variación de la fracción de volumen de la celda unitaria.

Se conserva la topología y tamaño de la celda. Sin embargo, se modifica la fracción de volumen de la celda unitaria, dando como resultado un material graduado. Los materiales graduados poseen propiedades no homogéneas, lo que permite ajustar el diseño localmente.

Estudio de la porosidad

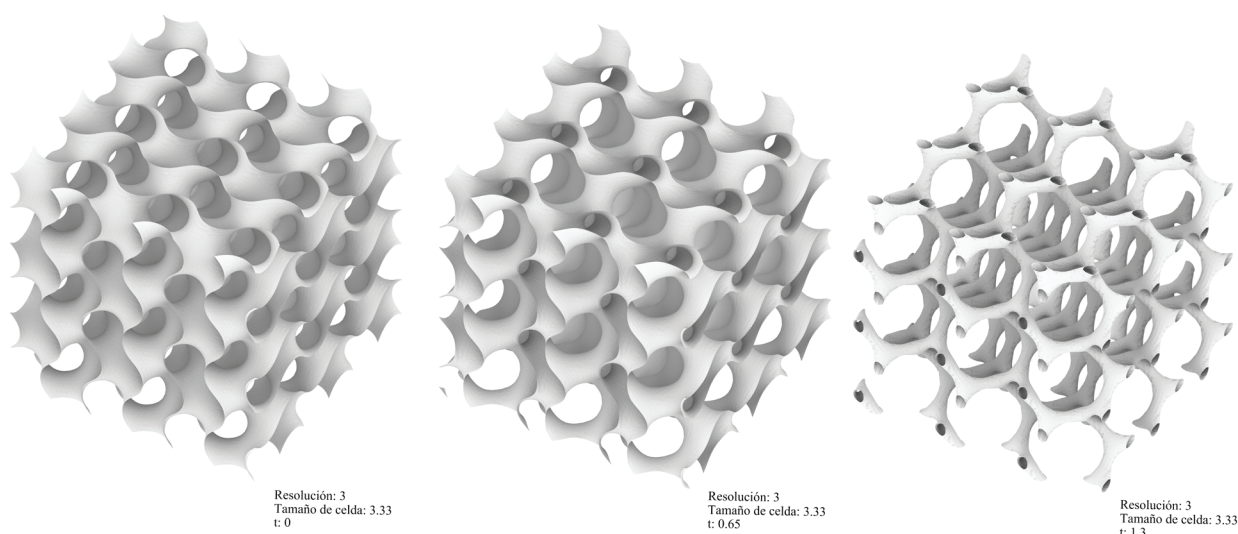
La magnitud seleccionada para realizar la variación del volumen de la celda es la porosidad, ya que establece la proporción entre el volumen de huecos respecto al volumen total del material. Al tratar dos tipos de estructuras diferentes, la porosidad se corresponderá de manera diferente. En las es-

estructuras basadas en puntales, la porosidad se relaciona con el radio de los puntales, de manera que, a mayor radio, menor será la porosidad y viceversa. Mientras que, en las superficies mínimas, la porosidad se representará con la variable t , de manera que la función implícita de la superficie sea:

$$f(x, y, z) = t$$

El parámetro de la porosidad puede mantenerse constante, un único valor para todo el material celular, o puede variar a lo largo del dominio. La variación de la porosidad se puede aplicar de igual manera a estructuras basadas en puntales como a estructuras basadas en superficies mínimas. A continuación, se estudian dos posibilidades de variación: respecto de objetos atractores o respecto de los ejes.

5.13. Módulo de giroide variando fracción de volumen de manera constante.

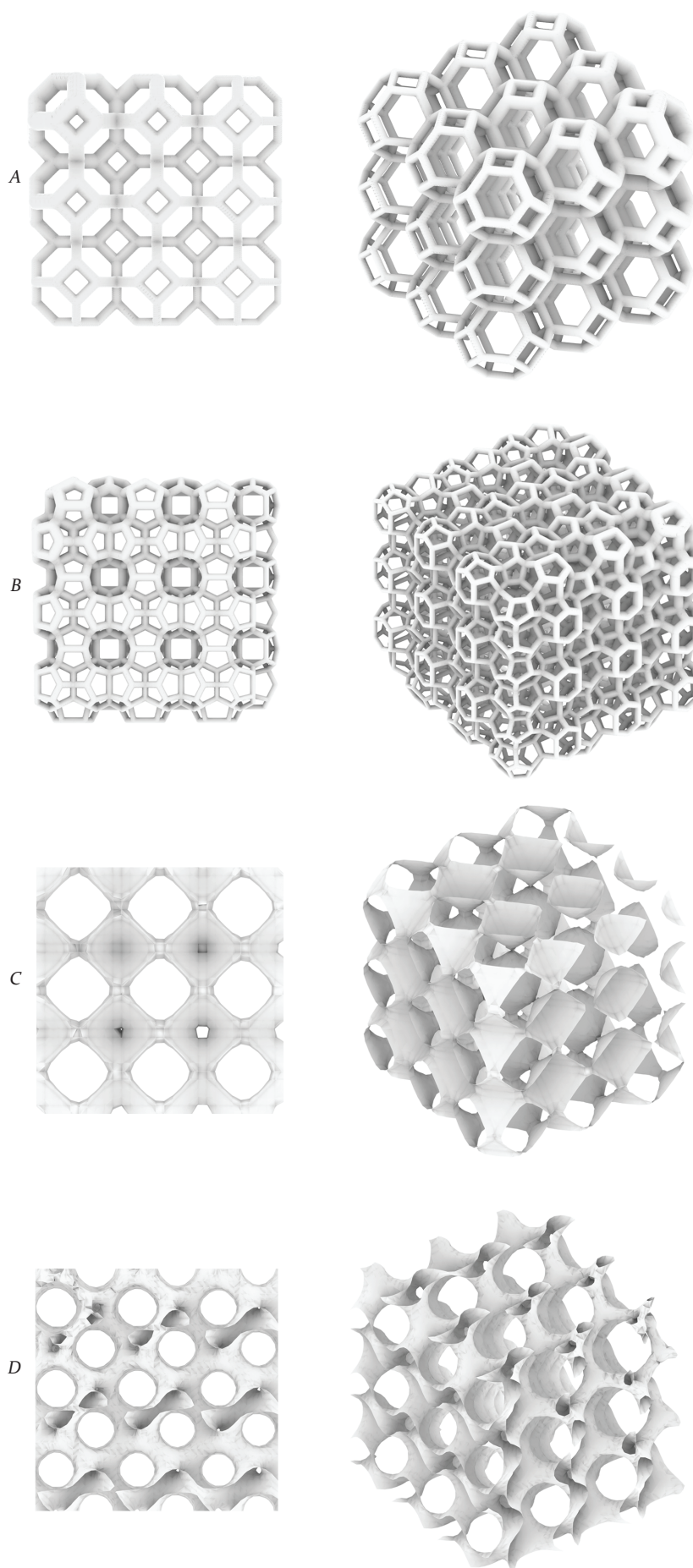


Variación de la porosidad respecto a objetos atractores.

Se plantea como objeto atractor un punto situado en uno de los vértices del dominio de diseño.

En el caso de las estructuras basadas en puntales, calculamos la distancia entre el punto medio de cada puntal y el punto atractor. Mientras que con las superficies mínimas triplemente periódicas determinamos la distancia entre los puntos necesarios para la representación de la superficie con el punto atractor. A medida que la distancia es mayor, la porosidad aumenta y el radio de los puntales y el valor del parámetro t disminuye. Por el contrario, aquellos elementos que se encuentren cerca del punto atractor poseerán una menor porosidad, es decir, el diámetro de los puntales y el valor de t serán mayores.

Para que el resultado sea una estructura continua se plantea un dominio de valores para el diámetro de los puntales y t , estableciendo el valor mínimo para los elementos lejanos y el valor máximo para aquellos que se encuentran cerca del vértice. Podemos ver en la imagen 5.14. el resultado de aplicar esta variación.



5.14. Variación de la porosidad respecto de un punto atractor.

Estructura de Kelvin (A), estructura de Weaire-Phelan (B), superficie de Schwarz-P (C), giroide (D).

Variación de la porosidad respecto de los ejes.

La variación de la porosidad se aplica en el eje Z, aunque puede aplicarse en cualquiera de los otros ejes.

Para las estructuras basadas en puntales se ha planteado el mismo método que en la variación respecto a objetos atractores. En este caso se ha establecido un plano situado a una cota en el eje Z como objeto atractor. Para ello se han proyectado los puntos medios de los puntales en este plano y se ha hallado la distancia entre los puntos medios y su proyección en el plano. Al igual que en la variación anterior se ha determinado un dominio de valores, definiendo los valores máximos y mínimos para el radio de los puntales.

Sin embargo, en el caso de las superficies mínimas triplemente periódicas, la variación en el eje Z se ha realizado modificando la ecuación implícita que las define:

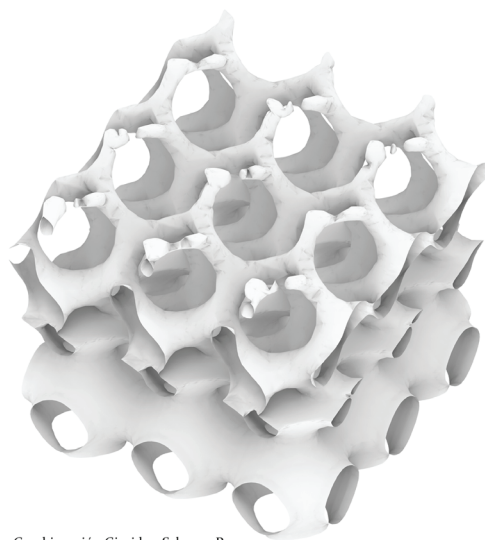
$$f(x, y, z) = t \cdot z$$

Al trabajar de manera paramétrica podemos obtener una multitud de diseños de materiales modificando los parámetros que hemos establecido para cada una de las variaciones. Esto nos permite tratar estas transformaciones de forma combinada, es decir, podemos aplicar la variación de porosidad a la vez que se aplica la variación de morfología, como es el caso de la imagen 5.15. De esta manera podemos controlar las propiedades del material celular en función de los requisitos.

5.15. Aplicación de la variación de la morfología y de la porosidad en un mismo módulo.

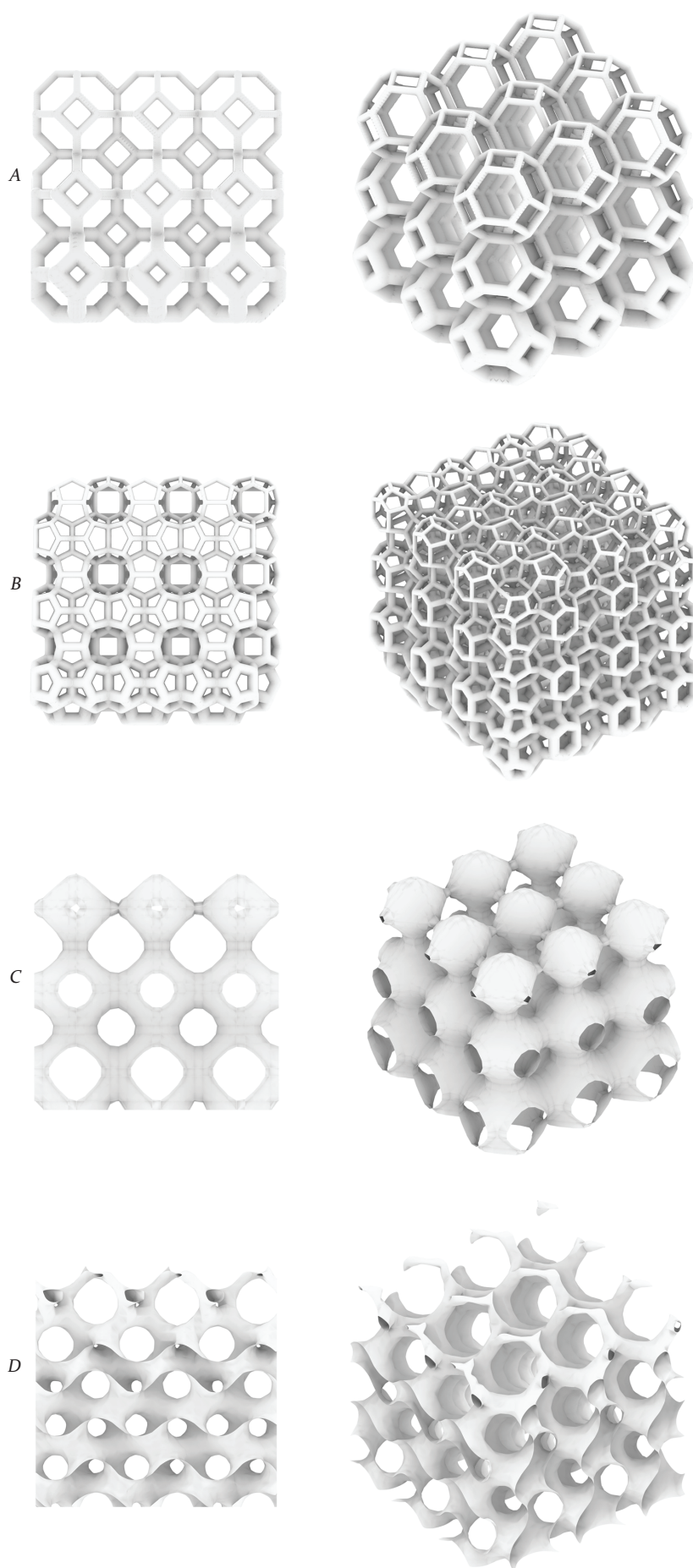
La morfología superior es el giroide y la morfología inferior es la superficies Schwarz-P.

Alzado



Combinación Giroide y Schwarz P con porosidad según eje z

Todas estas variaciones afectan al comportamiento del material en su conjunto, mejorando sus propiedades y reduciendo el coste, pero en ocasiones también pueden perjudicar a la estabilidad del material. Debido a esto es importante determinar con antelación los requisitos del material para poder escoger el diseño óptimo.



5.16. Variación de la porosidad respecto de un punto atractor.

Estructura de Kelvin (A), estructura de Weaire-Phelan (B), superficie de Schwarz-P (C), giroide (D).

De las transformaciones estudiadas, la variación de escala y de morfología ha presentado inconvenientes en relación a las estructuras de celosía basadas en puntales, haciendo necesario la realización de elementos auxiliares que conecten cada uno de los elementos entre sí.

Mientras que la porosidad ha demostrado ser la variación que mejor mantiene la continuidad en todos los módulos estudiados. Por todo ello, en el siguiente apartado del caso de estudio nos centraremos en la aplicación de los materiales celulares en la optimización topológica variando la porosidad de estos.

Los tipos de celdas seleccionados, la estructura de Kelvin y la estructura Weaire-Phelan o la superficie Schwarz-P y el giroide, tampoco se han comportado de igual manera.

A pesar de que la estructura de Weaire-Phelan optimice mejor el espacio tridimensional, a la hora de realizar procesos digitales el coste computacional aumenta (debido a un mayor número de puntales) respecto a la estructura de Kelvin. Debido a las limitaciones computacionales y al comportamiento similar de ambas estructuras en las distintas variaciones analizadas, se ha optado por continuar la investigación aplicando la estructura de Weaire-Phelan.

Respecto a las superficies mínimas triplemente periódicas, hemos comprobado que cuando se lleva al extremo los valores de la porosidad en la superficie Schwarz-P, la superficie no conserva la continuidad. En cambio, en las sucesivas transformaciones analizadas se ha observado que el giroide siempre mantiene la continuidad de la superficie. Por este motivo, en el siguiente apartado del caso de estudio se trabajará con el giroide en vez de con la superficie Schwarz-P.

Integración de los materiales celulares en la optimización topológica.

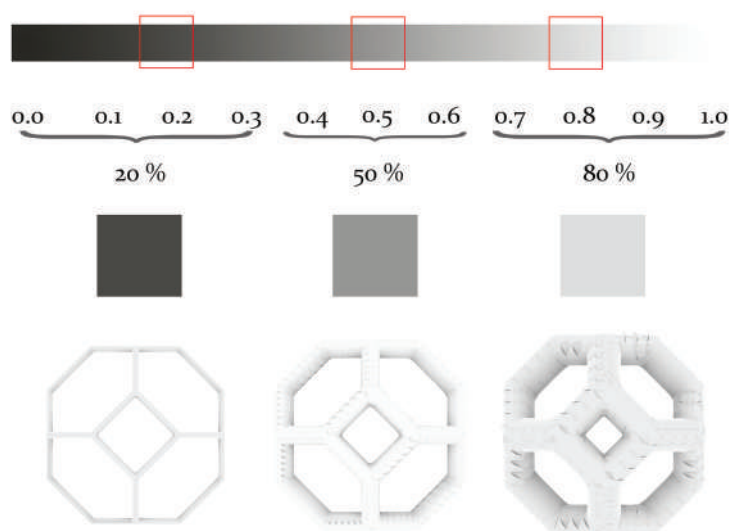
Como explicamos en el capítulo 3, las dos características principales de los materiales celulares es la porosidad y la densidad relativa. A mayor densidad relativa menor porosidad y viceversa. Partiendo de la relación entre estos conceptos, introduciremos los materiales celulares en la optimización de manera que posean menor porosidad en aquellas zonas que han dado como resultado una densidad relativa alta en el proceso de optimización. Igualmente, cuando la densidad relativa sea menor se aplicará una porosidad mayor.

Las celdas unitarias que se emplean para situar los materiales celulares corresponden con los vóxeles en los que hemos discretizado el dominio de la optimización topológica anteriormente.

De todos los vóxeles existentes, seleccionamos aquellos que se encuentran dentro de la malla obtenida en la optimización y sus respectivos valores de densidad relativa para que el resultado de los material se aplique únicamente en el interior de la malla.

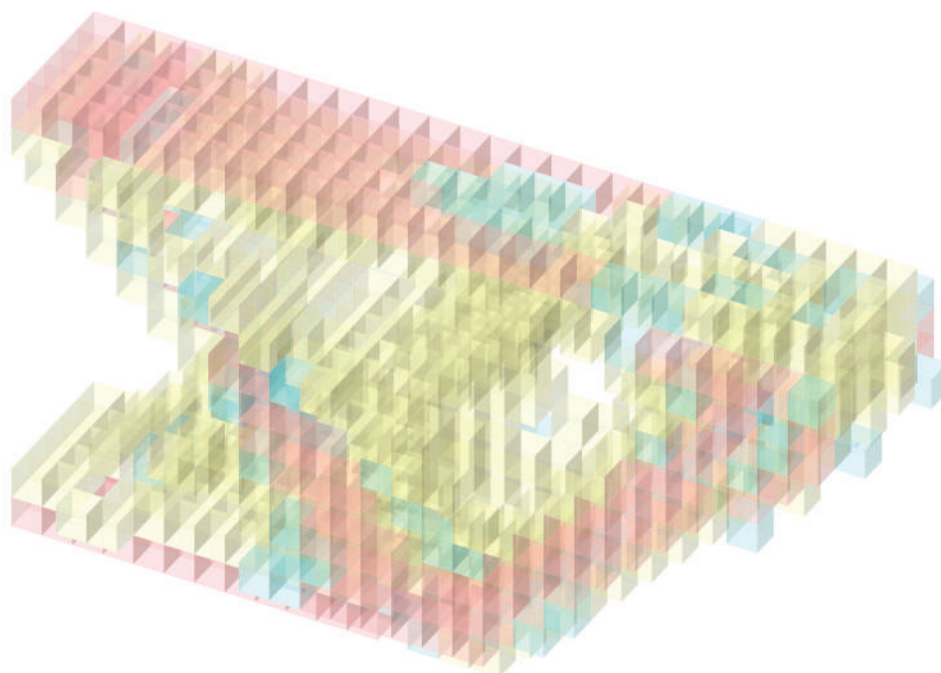
Para la integración de la estructura de Kelvin en la optimización podríamos establecer una relación de proporcionalidad entre los valores de densidad relativa y el diámetro de cada uno de los puntales, pero obtendríamos un valor diferentes para cada celda unitaria, lo que aumenta considerablemente el coste computacional. Llegando incluso a no poder realizarse.

Para desarrollar este concepto, el dominio de valores de la densidad se ha dividido en subdominios a los que se les ha asignado un valor único. En este caso en concreto los valores de densidad se han subdividido en 3 subdominios, dando los valores de 0.2, 0.5, y 0.8 a cada subdominio correspondiente. De esta manera únicamente emplearemos tres valores de densidad con su correspondiente porosidad.



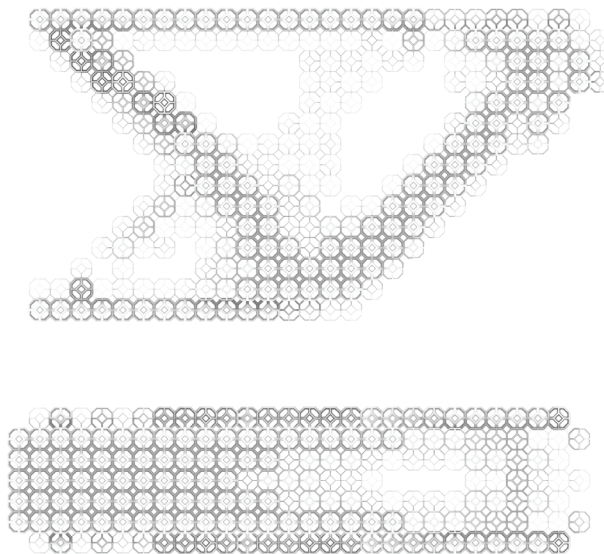
5.17. Esquema de la subdivisión del dominio de valores de la densidad relativa.

5.18. Vóxeles que se encuentran dentro de la malla obtenida en la optimización y con la subdivisión de valores aplicada. Densidad relativa de 20% (color amarillo), densidad relativa de 50% (color azul) y densidad relativa de 80% (color rojo).

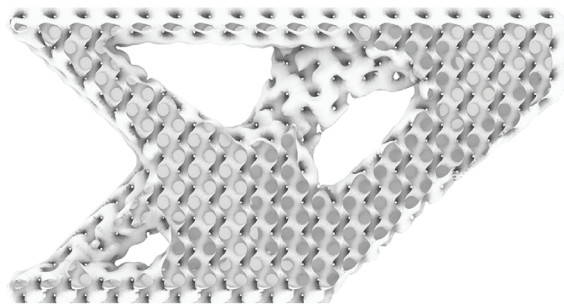


En cambio, la integración del giroide en la optimización no exige la división de los valores de densidad relativa. Esto se debe a que en el tratamiento de la porosidad en las superficies mínimas se hace a través de la ecuación descrita en el apartado «Estudio de la porosidad» de este mismo capítulo, modificando el valor del parámetro t . Esto supone de un menor coste computacional en comparación con el método empleado en la estructura de Kelvin.

5.19. Integración de la estructura de Kelvin en alzado y planta.

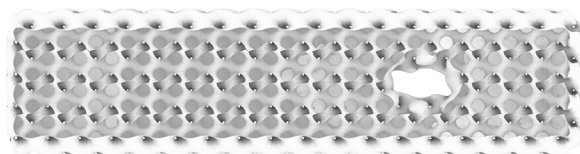


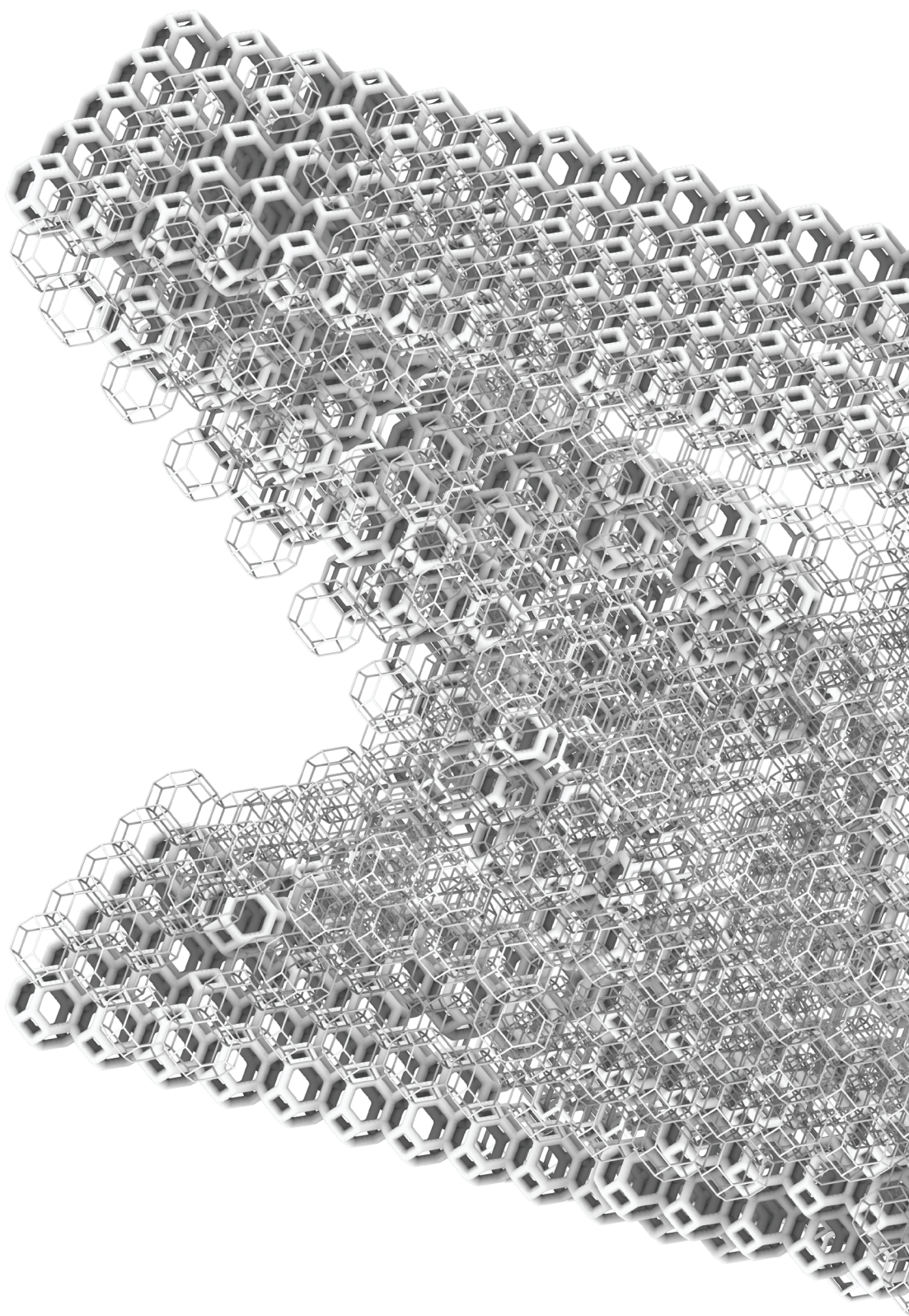
5.20. Integración del giroide en alzado y planta.

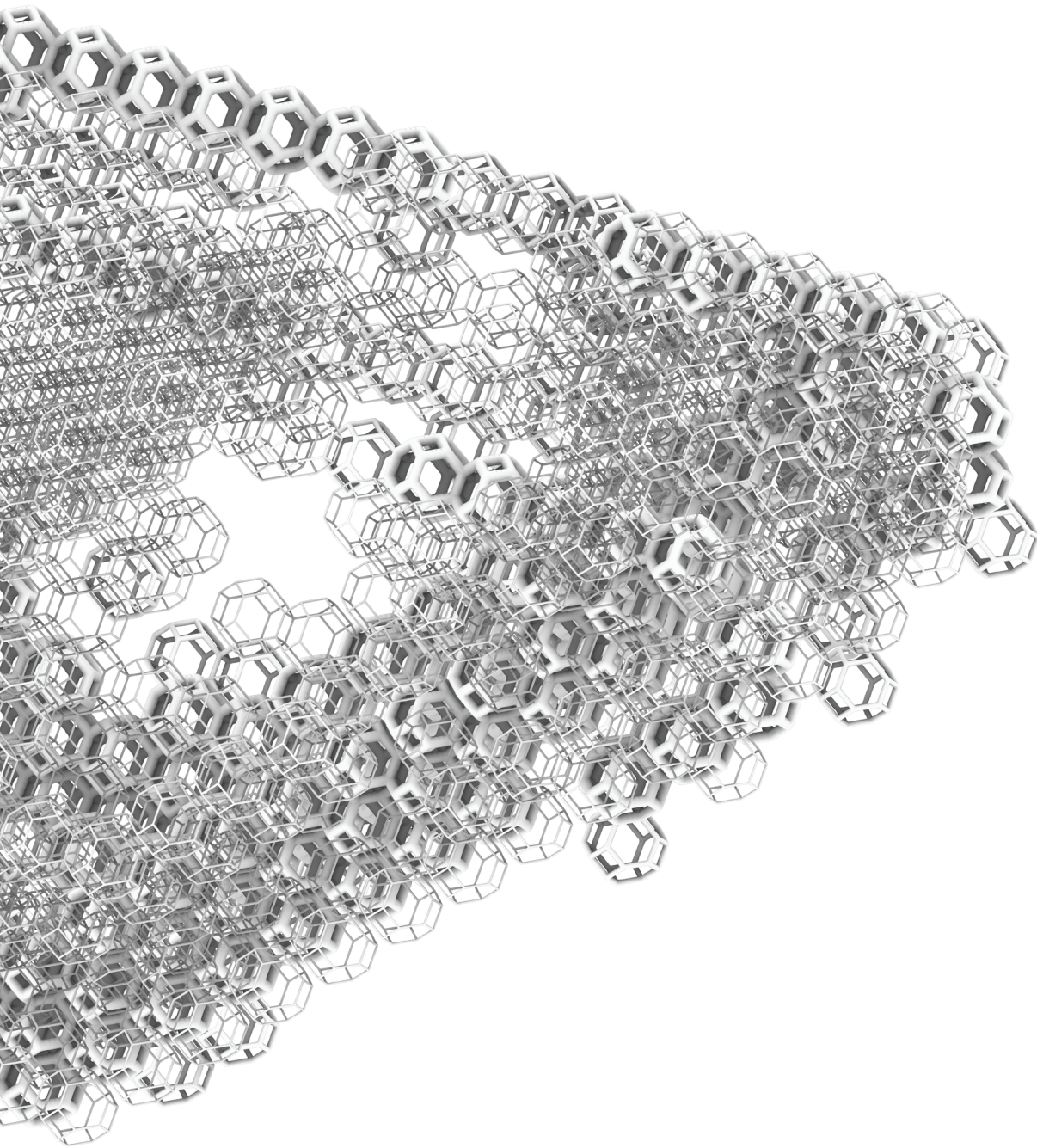


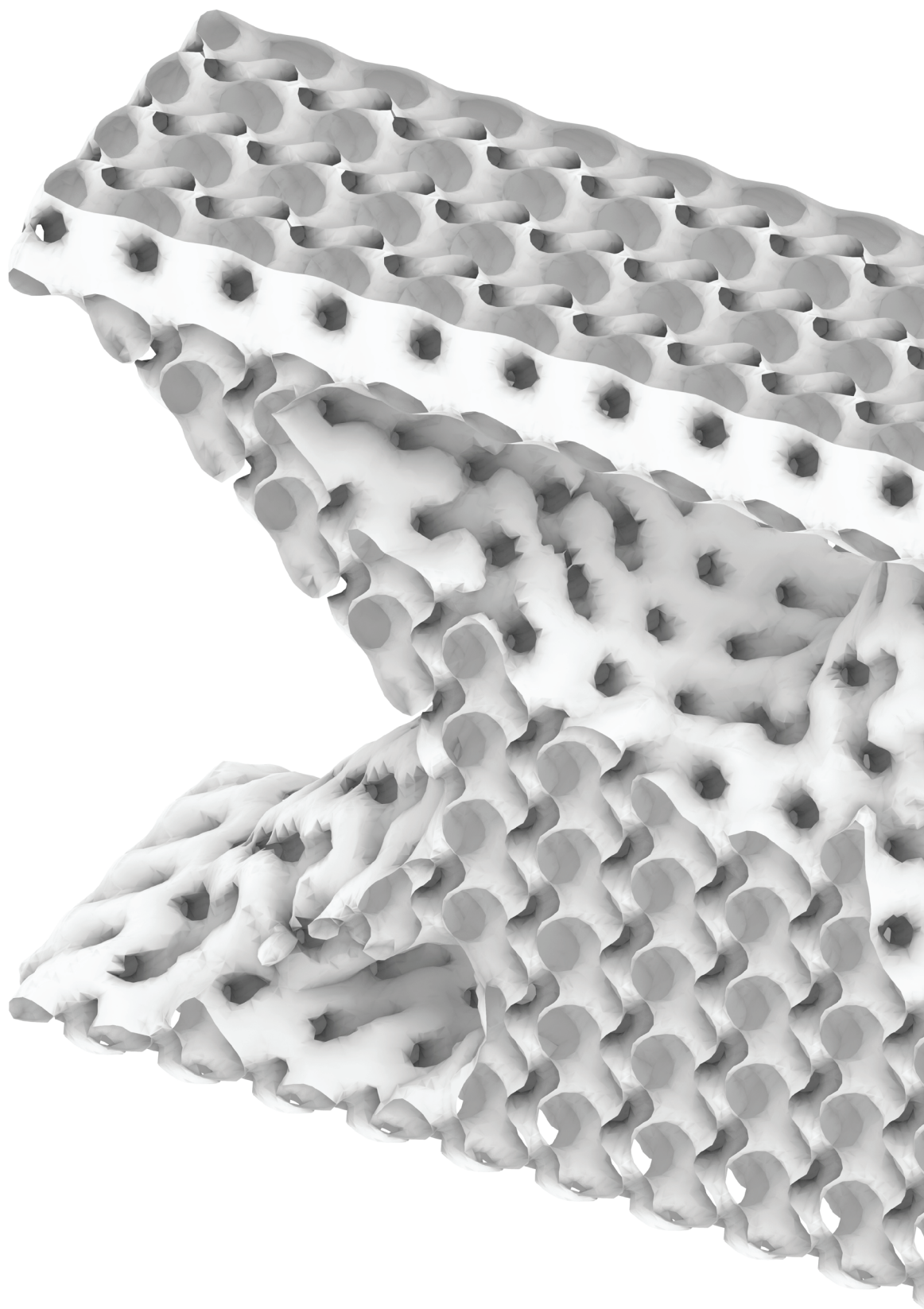
5.21. Axonometría de la integración de la estructura de Kelvin en la estructura optimizada topológicamente (página a continuación).

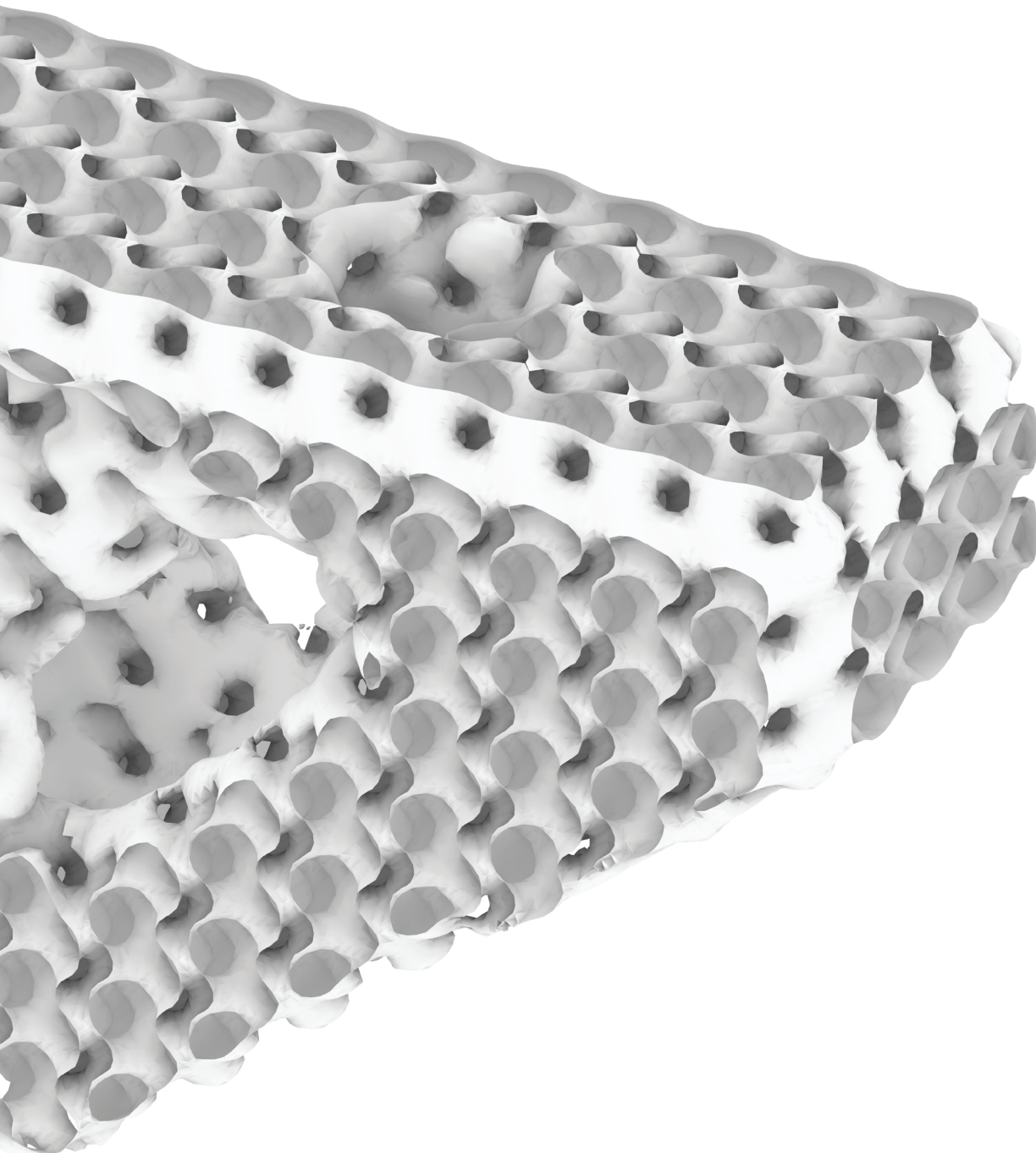
5.22. Axonometría de la integración del giroide en la estructura optimizada topológicamente (página a continuación).











Conclusiones y trabajo futuro

Podemos decir, que los conceptos principales tratados en este trabajo, la optimización topológica y los materiales celulares surgen de un interés por los procesos y estrategias que emplea la naturaleza. Esto demuestra que podemos aprender de la naturaleza y aplicar los fundamentos por los que se rige a la arquitectura, desde la creación de microestructuras, hasta su empleo en el intento por resolver complejos problemas estructurales.

Como sucede en la naturaleza, la búsqueda de la optimización ha sido una constante en el desarrollo del trabajo, siendo el hilo conductor de toda la memoria.

En un primer momento, la definición de optimización y su aplicación a la arquitectura era difícil de comprender. Por ello, el desarrollo del marco teórico ha sido fundamental para poder comprender los requisitos y métodos que emplea la optimización y entender el resultado final.

Con el interés de continuar con la búsqueda de lo óptimo, y sin perder de vista la naturaleza, surgen los materiales celulares. La documentación existente sobre este tema es muy reciente, lo que hace que no haya una clasificación y definición única. Esto ha conducido a un proceso de elección de la literatura consultada y una interiorización de los conceptos básicos para poderlos aplicar posteriormente. De las categorías de materiales celulares que se han planteado destacan por encima del resto las estructuras de celosía tridimensional, debido a las numerosas posibilidades que presentan. Como resultado, continúan surgiendo nuevos planteamientos y desarrollos de estas estructuras, convirtiéndolas en un campo de investigación con múltiples líneas de investigación.

La selección de las estructuras de Kelvin y de Weaire-Phelan como muestras del estudio se debe a que se tratan de los dos poliedros que ocupan el espacio de la manera óptima encontrados hasta la fecha. A su vez, la selección del giroide y de la superficie Schwarz-P se ha debido a su capacidad de extenderse en cualquier dirección del espacio a la vez que mantienen su continuidad.

La parte práctica del trabajo se ha caracterizado por un proceso de prueba y error debido a que la optimización es un proceso iterativo, donde el resultado cambia con cada nueva iteración. Esto requiere del control de numerosas variables, cuya modificación da resultados muy diversos.

Los procesos iterativos requieren de un gran coste de recursos computacionales, llegando incluso a no poder terminar de realizar el proceso. Por tanto una de las conclusiones es la importancia del manejo de las variables y parámetros que intervienen en los procesos computacionales de manera controlada y sabiendo cuáles son las consecuencias de su modificación.

Este trabajo no hubiera sido posible sin los avances tecnológicos, en especial en el desarrollo de programas de diseño basados en algoritmos y de los programas de calculo de optimización. Sin embargo, esto también ha supuesto un reto, ya que tanto *Millipede*, empleado en la optimización topológica, como *Monolith*, en la creación de las superficies mínimas triplemente periódicas, trabajan partiendo de vóxeles, un modo nuevo de trabajo desconocido para mi hasta la fecha.

Cabe destacar el trabajo por llevar a cabo el caso práctico de forma paramétrica. Esto se debe al interés personal de poder aplicar los resultados obtenidos a cualquier modelo que deseemos con el objetivo de lograr una metodología que pueda continuar evolucionando.

Este trabajo que comenzó con una mera curiosidad por la manera que tiene la naturaleza de adaptarse al entorno con los recursos que posee, ha desembocado en un interés mayor por los procesos de obtención de resultados óptimos, sintiendo ganas de poder continuar investigando sobre los temas tratados.

Trabajo futuro

Tanto la optimización topológica como los materiales celulares son dos campos de estudio aún por descubrir, ya que se tratan de conceptos recientes que poseen muchas posibles líneas de trabajo en las que poder focalizarse. Destaco dos relacionadas con este trabajo.

Una línea de investigación interesante a estudiar es el comportamiento mecánico de los materiales celulares para una mejor adaptación a la estructura optimizada, llegando incluso a automatizar el proceso de selección del material en función de las necesidades de la estructura optimizada, sin depender de la toma de decisiones del diseñador.

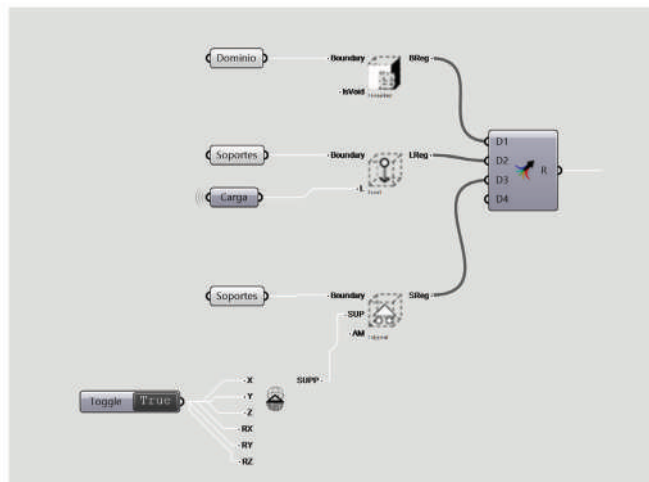
Otra línea de investigación sería el empleo de la fabricación aditiva como método de construcción de estas estructuras. El desarrollo de la fabricación aditiva fue crucial para el avance en los materiales celulares y aún posee numerosas características que aportar en el desarrollo de estas.

Anexo

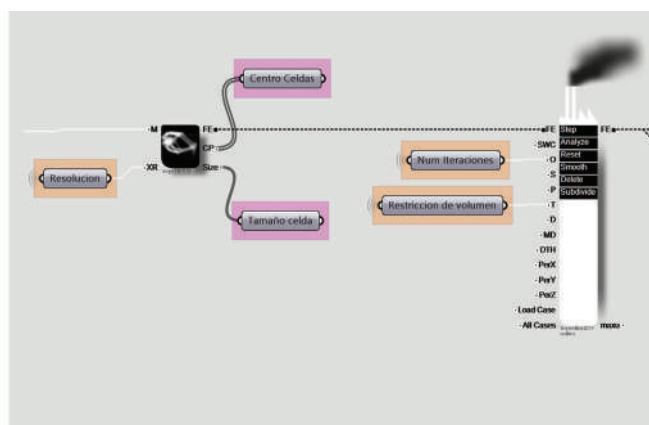
A continuación se desglosan los códigos más revelantes empleados durante el trabajo. Todos se han realizado empleando el plugin *Grasshopper* de *Rhinoceros*.

A. Optimización topológica. *Millipede*

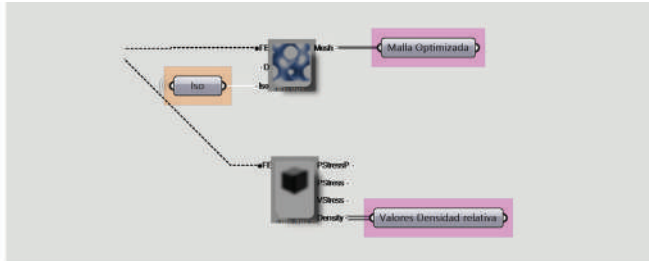
1. Establecemos las condiciones y parámetros del problema.



2. Discretizamos el dominio y empleamos el comando de optimización de *Millipede*, estableciendo las condiciones.

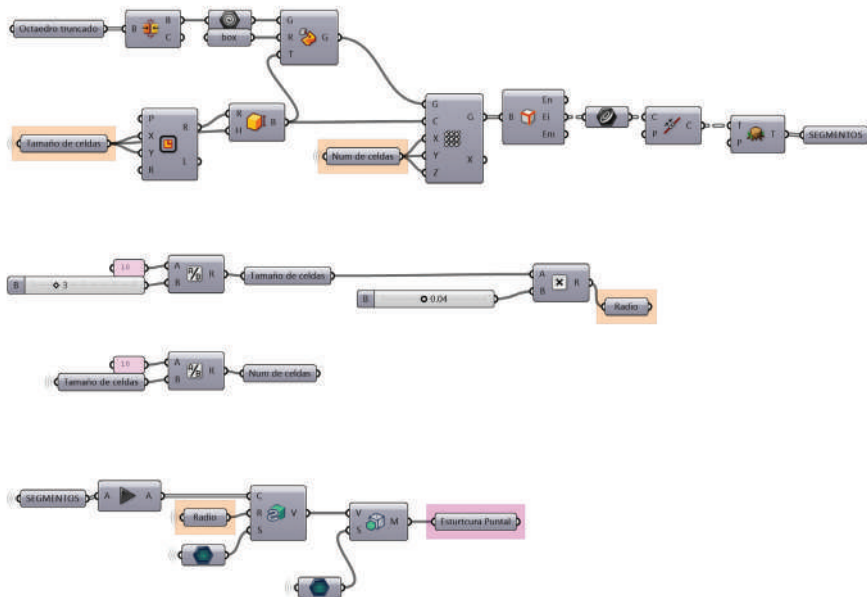


3. Determinamos los datos que queremos previsualizar u obtener, como por ejemplo la malla resultado de la optimización o los datos de densidad relativa de cada vóxel.



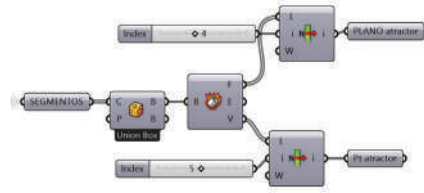
B. Estructuras en celosía basadas en puntales.

1. Establecemos las dimensiones del módulo, la celda unitaria y la resolución. Una vez tenemos las celdas introducimos en cada una de ellas la estructura de puntales como curvas y le damos grosor a la estructura determinando el parámetro del radio. Para conseguir la continuidad entre los puntales se ha empleado el plugin Dendro.

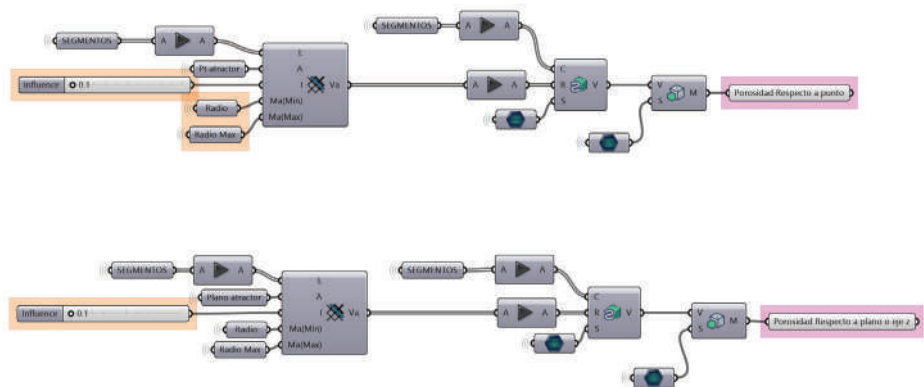


Variación de la porosidad en puntales.

2. Partimos de la estructura determinada anteriormente y establecemos los elementos que actuarán de atractores.

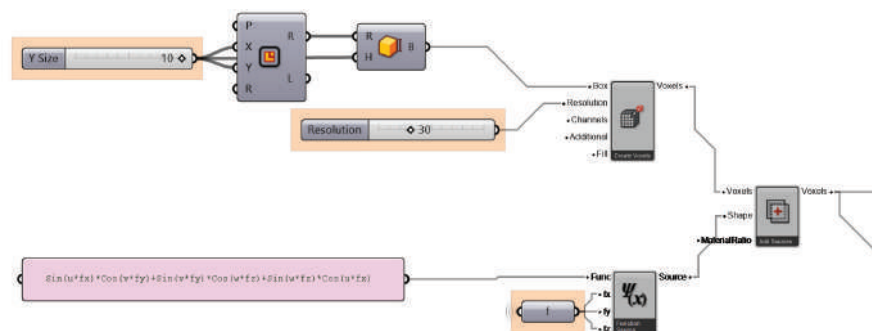


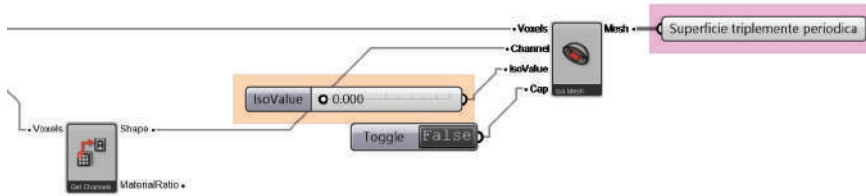
3. En función del objeto atractor, determinamos el radio de los puntales dependiendo de la distancia a la que se encuentren del objeto atractor. Para mayor agilidad del proceso se ha empleado el plugin *Crystallon* a la hora de realizar este paso. Además se establecen los valores máximos y mínimos del radio y, al igual que el apartado anterior, empleamos *Dendro* para dar continuidad a la estructura.



C. Estructuras en celosía basadas en superficies mínimas triplemente periódicas.

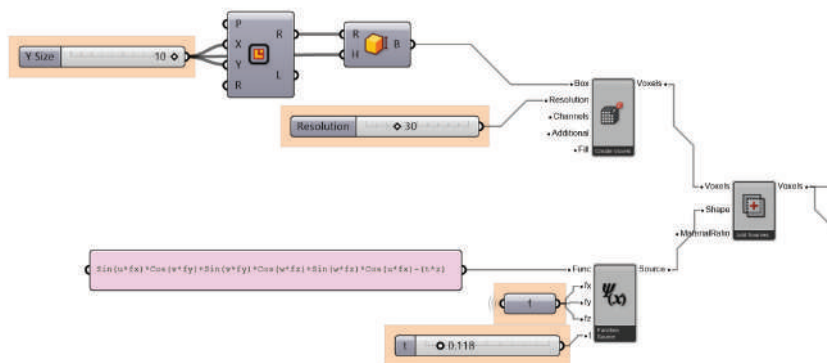
1. Al igual que con las estructuras de puntales, comenzamos establecer las dimensiones del módulo y la resolución. Para este tipo de estructuras emplearemos el plugin *Monolith*, ya que está diseñado específicamente para el tratamiento de vóxeles como espacio de trabajo y la realización de superficies partiendo de sus ecuaciones implícitas.



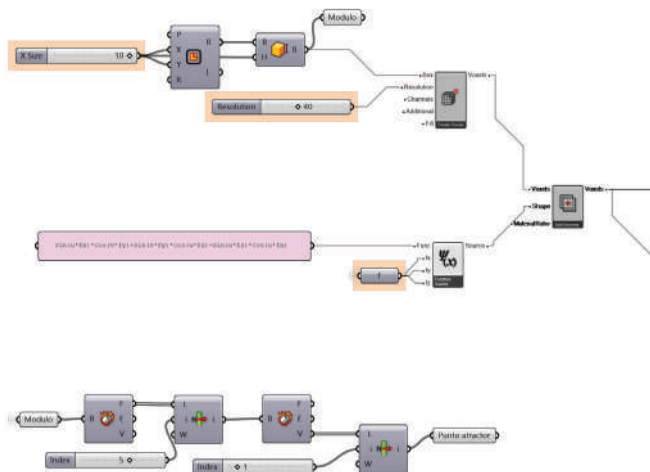


Variación de la porosidad en puntales.

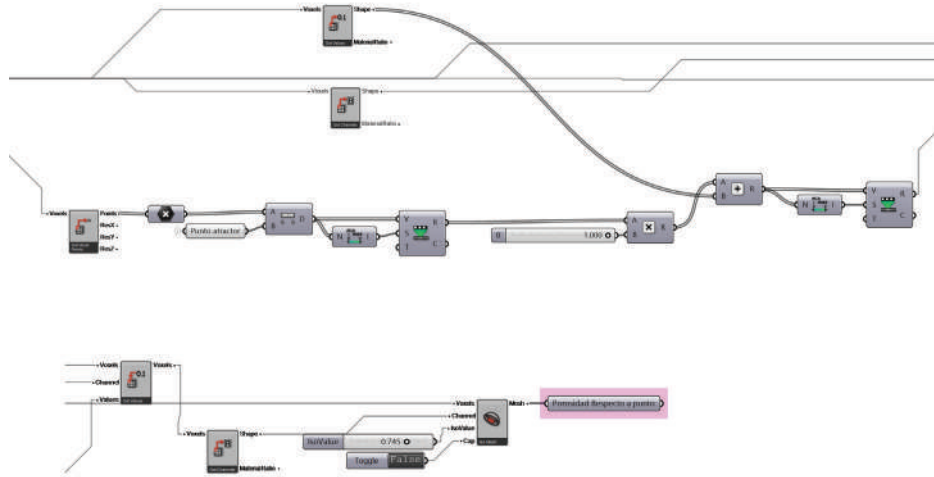
2. Para realizar la variación de la porosidad en función del eje z, únicamente es necesario modificar la ecuación implícita, introduciendo el parámetro t, y relacionándolo con el valor del eje. El resto del código es igual que en paso anterior.



3. En el caso de la variación de la porosidad en respecto de un objeto atractor, empleamos el método de calculo de distancias. En este caso las distancias se calculan entre los puntos calculados para la realización de la superficie y el objeto atractor.

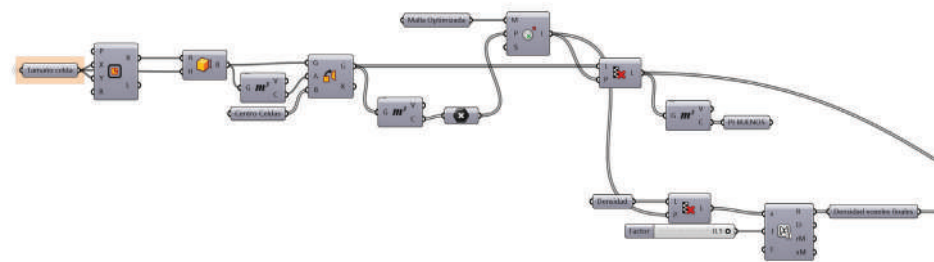


4. A continuación modificamos los valores de la ecuación empírica de la superficie sumando el valor de las distancias remapeados, para finalmente construir la superficie con los nuevos valores.

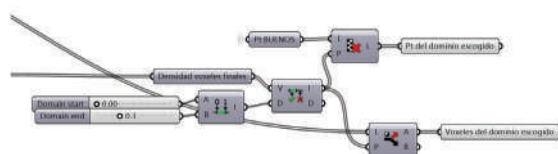


D. Combinación optimización topológica y materiales celulares.

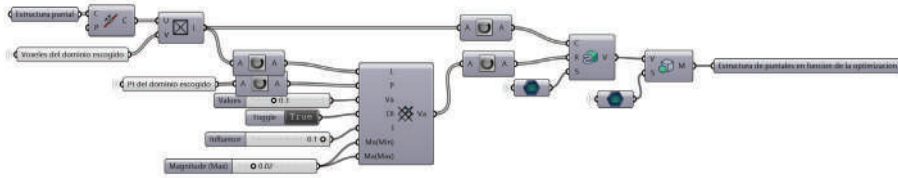
1. Partimos de los datos obtenidos en la optimización, tanto la malla como los valores de la densidad relativa. El primer paso es la selección de aquellos vóxeles que se encuentran dentro de la malla y sus respectivos valores.



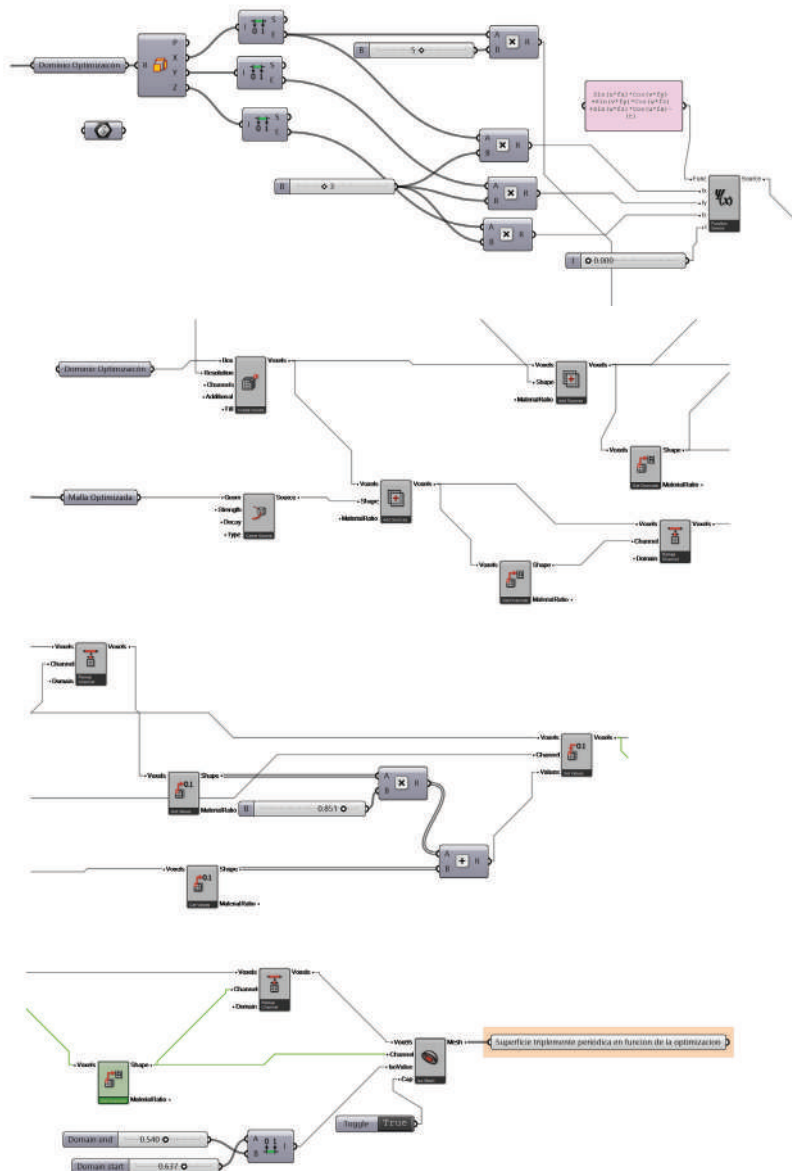
2. En el caso de las estructuras de puntales, es necesario la división de la lista de valores de la densidad en subdominios más pequeños a los cuales se les asigna un valor fijo.



3. Aplicamos los pasos detallados en el apartado B. Variación de la porosidad. La diferencia se encuentra en que la variación del radio depende únicamente de los datos de cada vóxel. Este proceso se desarrolla tantas veces como subdominios hemos determinado.



4. En el caso de las superficies triplemente periódicas, aplicamos los pasos explicados en el apartado C. Variación de la porosidad, en aquellos vóxeles que hemos determinado que se encuentran dentro de la malla.



Bibliografía

- ABAD SÁNCHEZ, J.M. (2022). *Superficies mínimas y su aplicación en ingeniería*, TFG. Cartagena: Universidad Politécnica de Cartagena.
- BENEDETTI, M., DU PLESSIS, A., RITCHIE, R.O., DALLAGO M., RAZAVI, S.M.J., & BERTO F. Architected cellular materials: A review on their mechanical properties towards fatigue-tolerant design and fabrication. *Materials Science and Engineering: R*. Vol 144, páginas 40.
- BENYUS J. (1997) *Pr Biomimicry: Innovation Inspired by Nature*. Nueva York: Ed. Harper Collins.
- DOLLENS D. (2010). Architecture, eTrees, & Nature. *Disegnrecon*. Vol 3, páginas 43-62.
- FRAILE, M.A. (2014). *Morfogénesis digital. La creación de un paradigma sostenible*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires
- *Arquitectura biodigital: Hacia un nuevo paradigma en la arquitectura contemporánea*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Diseño. (2019)
- GARCÍA ALVARADO, R., & LYON, A. (2016). Diseño paramétrico en Arquitectura; método, técnica y aplicaciones. *Arquisur*. Vol 1, páginas 16-27.
- HILDEBRANT, S., & TROMBA, A. (2013). *Matemática y formas óptimas*. Barcelona: Prensa Científica.
- LI, C., LEI, H., ZHANG, Z., ZHANG, X., ZHOU, H., WANG, P., & FANG, D. (2020). Architecture design of periodic truss-lattice cells for additive manufacturing. *Additive Manufacturing*. Vol 34, páginas 15.
- LORENZO CUEVA C. (2017). *La fabricación digital y su aplicación en el ámbito de la educación superior universitaria*. Madrid: Universidad CEU San Pablo.
- MARTÍNEZ VILLARROJA, D. (2020). *Arquitectura fractal: optimización topológica*, TFG. Madrid: ETSAM, Universidad politécnica de Madrid.
- MEZA VALENCIA, C. (2012). *Tesis: Optimización topológica en el diseño de elementos estructurales mecánicos*. Santiago de Cali: Universidad Autónoma de Occidente.
- MIRET S. (2016) *Procesos proyectuales algorítmicos en estrategias de diseño no lineales*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- NARVÁEZ TOVAR, C., ROA, M.A., & GARZÓN ALVARADO, D. (2007). Efecto de la fracción volumétrica, el número de elementos y el exponente de penalización en optimización topológica estructural.
- PAN, C., HAN, Y., & LU, J. (2020). Design and Optimization of Lattice Structures: A Review. *Applied Sciences*. Vol 10, Num 18, páginas 36.
- PARIS LÓPEZ, J. (2007). *Tesis: Restricciones en tensión y minimización del peso: una metodología general para la optimización topológica de estructuras*. A Coruña: Universidad Politécnica de A Coruña.
- RAMÍREZ GIL, F.J. (2021). *Tesis: Diseño de placas funcionalmente gradadas mediante el método de optimización topológica para aplicaciones de impacto a velocidad baja y media*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

- Rosso, S., Meneghelo, R., & Concheri, G. (2018). Geometric Modeling of Cellular Materials for Additive Manufacturing in Biomedical Field: A Review. *Applied Bionics and Biomechanics*. Páginas 14.
- SCHWARTZ, D. S., SHIH, D. S., & EVANS, A.G. (1998). *Porous and cellular materials for structural applications*. SanFrancisco: Materials Research Society.
- TANG, Y., & ZHAO, Y. (2016). A survey of the design methods for additive manufacturing to improve functional performance. *Rapid Prototyping Journal*, Vol. 22, Num. 3, páginas 57.
- TAO, M. & LEU MACONACHIE, T., LEARY, M., LOZANOVSKI, B., ZHANG, X., QUIAN, M., FARUQUE, O., & BRANDT, M. (2019). SLM lattice structures: Properties, performance, applications and challenges. *Materials & Design*. Vol 183, páginas 18.
- TAO, M. & LEU, M.C. (2016). Design of lattice structure for additive manufacturing. *International Symposium on Flexible Automation*. Páginas 325-332.
- TORREBLANCA DÍAZ, D. (2016). Tecnologías de fabricación digital aditiva, ventajas para la construcción de modelos, prototipos y series cortas en el proceso de diseño de productos. *Iconofacto*. Vol 12, Num 18, páginas 118-143
- UARAC, P., CENDOYA, P., & PABLO, J. (2015). Optimización topológica bidireccional con esquema de penalización de material y restricciones de desplazamiento. *Ingeniare*. Vol. 23, páginas 75-84.
- VILLARREAL HUERTAS, W. (2014). *Tesis: Optimización de forma de estructuras reticulares planas*. Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña.
- [En línea] *Plataforma arquitectura*: Pabellón Endesa / Institute for Advanced Architecture of Catalonia (IAAC).
- [En línea] *Heiyima*: Espacio y hexágonos.
<https://heiyima.weebly.com/espacios-y-hexaacutegonos.html>
- [En línea] *Spa Sciences World*: Nueva estructura 3D muestra la forma óptima de dividir el espacio.
<https://spa.sciences-world.com/new-3-d-structure-shows-optimal-way-divide-space-26198>
- [En línea] *Iaacblog*: Forcer nature gyroid.
<https://www.iaacblog.com/programs/forces-nature-gyroid/>

Procedencia de las ilustraciones

Capítulo 1

- 1.1. Tomado de <https://culturizando.com/en-imagenes-la-maquina-voladora-de/>; consultado el 18.05.2022.
- 1.2. Tomado de <https://www.metalocus.es/es/noticias/house-ii-por-peter-eisenman-busca-nuevo-propietario>; consultado el 18.05.2022.
- 1.3. Tomado de <https://www.cca.qc.ca/en/articles/issues/4/origins-of-the-digital/5/embryological-house>; consultado el 18.05.2022.
- 1.4. Tomado de Dollens, D. "Architecture, eTrees, & Nature". *Disegnarecon*, 2016, figura 1.a, página 46.
- 1.5. Elaboración del autor.
- 1.6. Tomado de <https://www.plataformaarquitectura.cl/cl/627994/pabellon-endesa-margen-lab>; consultado el 18.05.2022.
- 1.7. Tomado de <https://bigmakerlab.com/fabricacion-cnc-personalizado/>; consultado el 18.05.2022.
- 1.8. Tomado de <https://edimar.com/fabricacion-aditiva-que-es/>; consultado el 18.05.2022.
- 1.9. Elaboración del autor.

Capítulo 2

- 2.1. Tomado de <https://www.e-architect.com/moscow/shukhov-tower-moscow>; consultado el 18.05.2022.
- 2.2. Elaboración del autor a partir de un original tomado de Carlos A Narváez Tovar. "Efecto de la fracción volumétrica, el número de elementos y el exponente de penalización en optimización topológica estructural". 8º *Congreso Iberoamericano de ingeniería mecánica* (Cusco), 2007, figura 1, página 2.
- 2.3. Elaboración del autor a partir de un original tomado de Carlos A Narváez Tovar. "Efecto de la fracción volumétrica, el número de elementos y el exponente de penalización en optimización topológica estructural". 8º *Congreso Iberoamericano de ingeniería mecánica* (Cusco), 2007, figura 1, página 2.
- 2.4. Elaboración del autor a partir de un original tomado de Carlos A Narváez Tovar. "Efecto de la fracción volumétrica, el número de elementos y el exponente de penalización en optimización topológica estructural". 8º *Congreso Iberoamericano de ingeniería mecánica* (Cusco), 2007, figura 1, página 2.
- 2.5. Elaboración del autor.
- 2.6. Elaboración del autor.
- 2.7. Elaboración del autor.

- 2.8. Elaboración del autor.
- 2.9. Elaboración del autor.
- 2.10. Elaboración del autor.

Capítulo 3

- 3.1. Tomado de <https://c8.alamy.com/zoomses/9/05ff372f5abd460eb44fd4ecbb22deac/prirm9.jpg>; consultado el 18.05.2022.
- 3.2. Tomado de Bhate D, Penick CA, Ferry LA, Lee C. "Classification and Selection of Cellular Materials in Mechanical Design: Engineering and Biomimetic Approaches". *Designs*, volumen 3, número 19, 2019, figura 7,
- 3.3. Elaboración del autor.
- 3.4. Elaboración del autor.
- 3.5. Elaboración del autor.

Capítulo 4

- 4.1. Elaboración del autor.
- 4.2. Elaboración del autor.
- 4.3. Elaboración del autor.
- 4.4. Tomado de <https://www.archdaily.pe/pe/763636/pritzker-2015-frei-otto-y-la-importancia-de-la-experimentacion-en-la-arquitectura>; consultado 18.05.2022.
- 4.5. Elaboración del autor.
- 4.6. Elaboración del autor.
- 4.7. Elaboración del autor.

Capítulo 5

- 5.1. Elaboración del autor.
- 5.2. Elaboración del autor.
- 5.3. Elaboración del autor.
- 5.4. Elaboración del autor.
- 5.5. Elaboración del autor.
- 5.6. Elaboración del autor.
- 5.7. Elaboración del autor.
- 5.8. Elaboración del autor.
- 5.9. Elaboración del autor.
- 5.10. Elaboración del autor.
- 5.11. Elaboración del autor.
- 5.12. Elaboración del autor.
- 5.13. Elaboración del autor.
- 5.14. Elaboración del autor.
- 5.15. Elaboración del autor.

-
- 5.16. Elaboración del autor.
 - 5.17. Elaboración del autor.
 - 5.18. Elaboración del autor.
 - 5.19. Elaboración del autor.
 - 5.20. Elaboración del autor.
 - 5.21. Elaboración del autor.
 - 5.22. Elaboración del autor.

