

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**OPTIMIZACIÓN Y CONTROL PREDICTIVO  
BASADO EN MODELOS DE UNA MICRORRED  
CON RECURSOS DE GENERACIÓN RENOVABLE**

PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO  
MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

FERNANDO SORIA ÁLVAREZ

Septiembre 2022

Área de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales  
Universidad Politécnica de Madrid

Tutor ETSII: Sergio Martínez

Tutor EPFL: Mario Paolone





# Abreviaturas

**MPC:** Model Predictive Control

**FC:** Fuel Cell

**OPF:** Optimal Power Flow

**VPP:** Virtual Power Plant

**LP:** Lineal Program



# Resumen

El presente Trabajo Fin de Máster tiene como objetivo principal el desarrollo de métodos de optimización y control de una microrred eléctrica renovable, que serán implementados en el entorno de MatLab.

Para ello, en primer lugar se han estudiado los diversos recursos de generación y otros elementos que pueden estar presentes en una microrred (generación fotovoltaica, baterías, pilas de hidrógeno y electrolizador, ...). Se profundiza en mayor o menor medida en todos ellos, y se obtienen **modelos** de estos elementos, compuestos por ecuaciones matemáticas que explican su comportamiento (eléctrico o térmico).

Este trabajo pone el foco en las **células de combustible**, profundizándose en sus principios físicos de funcionamiento y características. Para este componente, se realiza también un método de estimación de los parámetros presentes en las ecuaciones de su modelo, basado en regresión lineal por mínimos cuadrados.

Una vez que se dispone de los modelos de los elementos presentes en una microrred, se plantean **tres escenarios de simulación** (S1, S2 y S3), diferentes entre sí. Cada uno de los escenarios cuenta con una microrred particular, con algunos de los elementos modelados. Pero sobre todo se diferencian por el objetivo planteado para cada escenario de simulación.

- El primero de los escenarios, S1, busca planificar el **mantenimiento térmico óptimo** de un edificio en el que estaría la microrred instalada (*space heating*), es decir, mantener la temperatura de este espacio entre unos ciertos límites superior e inferior, que pueden variar con el tiempo. Se busca que la operación de la microrred resulte lo más económica posible, y esto se consigue formulando matemáticamente un problema de optimización, con una función objetivo y determinadas restricciones. El resultado de este problema será precisamente la planificación de la operación de la microrred.
  
- En el escenario de simulación S2 se desarrolla un método de **control de la microrred**, basado en la teoría de Control Predictivo basado en Modelos (MPC), capaz de gestionar la red de manera óptima, buscando el beneficio económico máximo resultante de la operación de la microrred. A parte de que no hay ningún objetivo de mantenimiento térmico, este escenario se diferencia del anterior en que se trata de un control con realimentación: el MPC es un esquema de control a tiempo real que recibe medidas del sistema físico (la microrred), y mediante un problema de optimización matemática, se obtiene la acción de control óptima para llevar a la microrred al punto de funcionamiento deseado, que minimiza el coste económico de intercambiar energía con la red.
  
- El último de los escenarios de simulación, S3, y el más breve de los tres, es una extensión del anterior. Se trata también de controlar la microrred de manera óptima, mediante MPC. Sin embargo, no hay ahora un objetivo económico, sino uno técnico: gestionar un **despacho de energía**, esto es, controlar los recursos de la microrred para inyectar a la red eléctrica una curva de potencia planificada de antemano.

Para desarrollar estos escenarios de simulación y poder formular los problemas planteados, se ha profundizado en los fundamentos matemáticos de la **optimización**, repasando la teoría básica de programación lineal y no lineal. Asimismo, se ha debido estudiar con rigor la estrategia del **Control Predictivo basado en Modelos**, con sus características y peculiaridades.

En resumen, este proyecto desarrolla tres escenarios de simulación, así como sus elementos de la microrred y las ecuaciones que los modelan. Se formulan, resuelven y analizan varios problemas de optimización que permiten el control de la microrred. Además, se incluyen breves apartados teóricos que recogen la teoría aprendida sobre optimización matemática y control MPC.

En suma, se considera que han logrado los objetivos planteados para esta Trabajo Fin de Máster. El tiempo de dedicación ha sido aproximadamente de 400 horas.

Todas las etapas del proyecto, a saber, modelado, estimación de parámetros, formulación de los programas de optimización y su resolución, han sido llevadas a cabo en el programa MatLab. Ello ha hecho que el alumno se familiarice completamente con este importante software, adquiriendo gran destreza en su manejo.

Aunque en esta memoria se pretenda mostrar todo el trabajo de una manera “lineal”, el proceso seguido para nada ha sido lineal. Al contrario, ha sido un proceso de aprendizaje lento en el que en numerosas ocasiones se ha tenido que dar marcha atrás para poder seguir adelante, como suele ser el caso en la Ingeniería. Sin embargo, han sido estas etapas de ensayo y error las más enriquecedoras para mi aprendizaje autónomo.

Este proyecto ha sido realizado durante el curso 2021/2022, de intercambio con la universidad EPFL en Lausanne (Suiza), y ha sido propuesto por el profesor Mario Paolone, director del laboratorio de Sistemas Distribuidos de Energía Eléctrica (*Distributed Energy Systems Laboratory*, DESL).

Una de sus líneas actuales de investigación es el control óptimo de microrredes o Smart Grids, y mi proyecto inicia el estudio de aplicar el control de tipo MPC a la microrred que tienen en el laboratorio.

Considero que ha sido un proyecto muy enriquecedor, que cubre áreas de conocimiento muy distintas, como son la ingeniería eléctrica, la optimización matemática, la teoría de control o la química. Además, me ha aportado la posibilidad de profundizar en un tema de gran interés y tan importante como son las energías renovables en el contexto de las microrredes eléctricas.



# Índice general

Abreviaturas	I
Resumen	III
<b>MEMORIA</b>	
<b>Introducción</b>	<b>3</b>
Antecedentes y objetivos . . . . .	3
Estructura de la memoria . . . . .	4
<b>1. Estado del Arte: Microrredes Eléctricas</b>	<b>5</b>
<b>2. Modelos de los elementos que componen la microrred</b>	<b>9</b>
2.1. Células de combustible. . . . .	10
2.2. Electrolizador . . . . .	23
2.3. Almacenamiento de hidrógeno. . . . .	26
2.4. Almacenamiento en baterías. . . . .	28
2.5. Generación fotovoltaica. . . . .	32
2.6. Demanda de consumo eléctrico. . . . .	35
2.7. Modelo térmico de un edificio. . . . .	36
2.8. Resumen del capítulo. . . . .	38
<b>3. S1: Optimización del mantenimiento térmico de un edificio</b>	<b>39</b>
3.1. Algunas notas sobre la teoría de optimización matemática. . . . .	40
3.2. Formulación del problema de optimización de S1 . . . . .	44
3.3. Programación del escenario S1 . . . . .	52
3.4. Resultados de la simulación S1 . . . . .	54
3.5. Evaluación de las aproximaciones . . . . .	60
3.6. Conclusión de la simulación del escenario S1 . . . . .	61
<b>4. S2: Control de la microrred para minimizar el coste económico</b>	<b>63</b>
4.1. Control Predictivo basado en Modelos, MPC. . . . .	64
4.2. Formulación del problema de optimización de S2 . . . . .	67
4.3. Programación del escenario S2 . . . . .	73
4.4. Resultados de la simulación S2 . . . . .	76
4.5. Evaluación de las aproximaciones . . . . .	79
4.6. Simulación de cuatro días del escenario S2. . . . .	80

<b>5. MPC para controlar un despacho de energía</b>	<b>81</b>
<b>6. Conclusiones y líneas futuras</b>	<b>85</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	.85
6.2. Líneas futuras. . . . .	87

## **ORGANIZACIÓN DEL PROYECTO**

<b>Planificación temporal del proyecto. Presupuesto.</b>	<b>91</b>
--	-----------

## **ANEXOS: Códigos de Matlab**

<b>1. Programa de estimación de parámetros del modelo FC</b>	<b>99</b>
<b>2. Modelo completo de la célula de combustible</b>	<b>101</b>
<b>3. Escenario de simulación S1</b>	<b>102</b>
<b>4. Escenario de simulación S2</b>	<b>107</b>
<b>5. Escenario de simulación S3</b>	<b>113</b>

<b>Bibliografía</b>	<b>121</b>
---------------------	------------

**MEMORIA**



# Introducción

## Objetivos

Este proyecto se enmarca en el contexto creciente de las microrredes eléctricas con distintos recursos de generación renovable, también llamadas en ocasiones *Smart Grids*. Como tal, se pretende cubrir y ahondar en diversos aspectos técnicos que conciernen a la operación y control de estas microrredes.

En este contexto, el presente proyecto investigará diferentes técnicas de control y operación de los diferentes recursos englobados en una microrred eléctrica, basadas en el campo de optimización matemática computacional.

Estos son los objetivos concretos que pueden destacarse para este proyecto:

- ⇒ Profundizar en los diferentes recursos que pueden componer una microrred, y proponer de ellos ecuaciones matemáticas que modelicen su comportamiento.
- ⇒ Estudiar los principios matemáticos de la teoría de optimización, así como la estrategia de Control Predictivo basado en Modelos.
- ⇒ Estudiar una serie de casos o escenarios de simulación con la microrred, cada uno con objetivos y elementos diferentes entre sí.
- ⇒ Formular programas de optimización matemática que dirigirán la operación y control de la microrred para cada uno de los escenarios.
- ⇒ Analizar y comparar los resultados de los diferentes escenarios de simulación.
- ⇒ Validar experimentalmente los programas de simulación.

## Estructura de la memoria

Este documento se compone de las siguientes partes:

- **Memoria**
- **Organización del proyecto**
- **Anexos**
- **Bibliografía**

La Memoria es la parte central del documento. Comprende 6 capítulos, que desarrollan el trabajo en el orden cronológico que se ha seguido a lo largo del Proyecto. Entre estos, son cuatro los principales capítulos del trabajo.

El primero trata sobre los modelos de los elementos y recursos de generación que pueden encontrarse en una microrred eléctrica. Se abordan de ellos los principios físicos, características y principales usos en la ingeniería, para pasar a su modelización matemática, cuando proceda.

Los tres siguientes estudian cada uno de ellos un escenario de simulación concreto, que se llamarán S1, S2 y S3, planteando primero los elementos que componen la microrred, el objetivo que se desea abordar, la formulación del problema matemático, y por último, la presentación y análisis de los resultados obtenidos. También se incluyen breves apartados teóricos sobre los principios matemáticos de optimización y control que son conveniente entender.

Un capítulo introductorio abre este Proyecto con una revisión del estado del arte de las microrredes y el hidrógeno verde en la actualidad.

El último capítulo hace referencia a las conclusiones del Proyecto y numera las posibles líneas futuras del mismo.

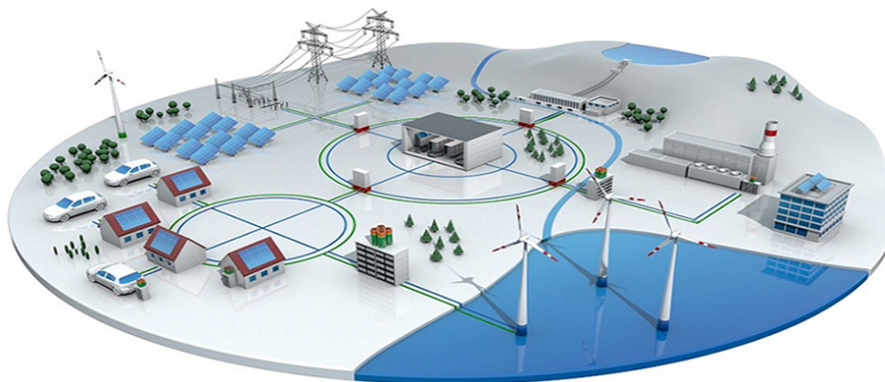
El documento incluye también una sección que describe la organización del proyecto, incluyéndose un diagrama de Gantt con la programación temporal, y el presupuesto del proyecto.

Por último, al final del documento se incluyen los Anexos, que recoge el código empleado en los escenarios de simulación. El documento concluye con las referencias bibliográficas numeradas.

# Capítulo 1

## Estado del Arte: Microrredes eléctricas

Las **microrredes** son una agregación de cargas y microgeneradores operando como un único sistema eléctrico. En ellas existe un sistema de distribución en baja tensión, junto con las fuentes de generación distribuida y dispositivos de almacenamiento. Una característica básica de las microrredes es que pueden ser operadas tanto en modo autónomo como no autónomo, debiendo ser capaces de controlar la calidad de la potencia eléctrica (niveles de tensión, frecuencia, armónicos, intensidades máximas, ...).



*Figura 1.1: Representación esquemática de una microrred eléctrica*

La mayoría de las microrredes cuentan con sistemas de generación renovable como instalaciones fotovoltaicas o aerogeneradores. Como es bien sabido, estos recursos dependen de la **aleatoriedad** de fuente primaria de energía (radiación solar o energía eólica, sol y viento). Por tanto, estos sistemas introducen una estocasticidad en la producción de energía, que deberá ser capaz de controlar hasta cierto punto la microrred.

Además, el **almacenamiento** es un elemento de capital importancia de las microrredes. Proporciona el grado de libertad necesario para gestionar estos sistemas eléctricos, ya que permite almacenar y verter energía cuando convenga (no se puede inyectar a la red, exceso de generación, motivos económicos, ...). Las baterías electroquímicas son el dispositivo clásico de almacenamiento de energía eléctrica. Sin embargo, más recientemente se están añadiendo los sistemas de hidrógeno verde, así como los sistemas de almacenamiento de los vehículos eléctricos.

Recientemente ha surgido el concepto de **gestión de la demanda**, o *demand response*, que consiste en una regulación o control temporal en la demanda de los consumidores electricidad respecto a su patrón normal de consumo, a cambio de cierta compensación económica. Este concepto está cogiendo fuerza a nivel global. De hecho, Europa está creando un nuevo marco regulatorio para los mercados de participación activa en el balance de demanda [1]. Yendo más allá, ya existen empresas que crean lo que se conoce como *Virtual Power Plants (VPP)* [2], que no son otra cosa que el control de la demanda de miles de consumidores y que, agregados, simulan el comportamiento y nivel de potencia de una auténtica planta de generación.

Por supuesto, la gestión de la demanda es un recurso valioso para las microrredes eléctricas, ya que introduce cierto nivel de gestionabilidad al sistema.

Debido a estas tres características de las microrredes, resulta evidente que son necesarios los métodos de control o gestión de estos sistemas eléctricos. En la actualidad, estos métodos utilizan como recurso la **optimización matemática** para planificar y controlar la operación de los elementos de la microrred. Por ejemplo, es común la formulación del *Optimal Power Flow* (Flujo de Potencia Óptimo, OPF), que no es sino un problema de optimización matemático.

Por otra parte, una tecnología de generación emergente que también está siendo implantada en las microrredes es la que rodea al concepto de **hidrógeno verde**. Este término hace referencia a dicho gas que ha sido obtenido sin generar emisiones contaminantes, mediante la electrólisis del agua con energía que proviene de fuentes renovables. Este gas, que funciona como combustible, se postula ya como el vector

energético clave para alcanzar la descarbonización del planeta, y cumplir con los compromisos marcados para 2050 en la lucha contra el cambio climático.

La Unión Europea apuesta por esta tecnología, y tiene como objetivo invertir al menos 470.000 millones de euros en ella, y alcanzar en 2030 una capacidad de producción del gas verde de 80 GW en Europa. Dentro de esta cifra, España será responsable del 52% de la capacidad proyectada.

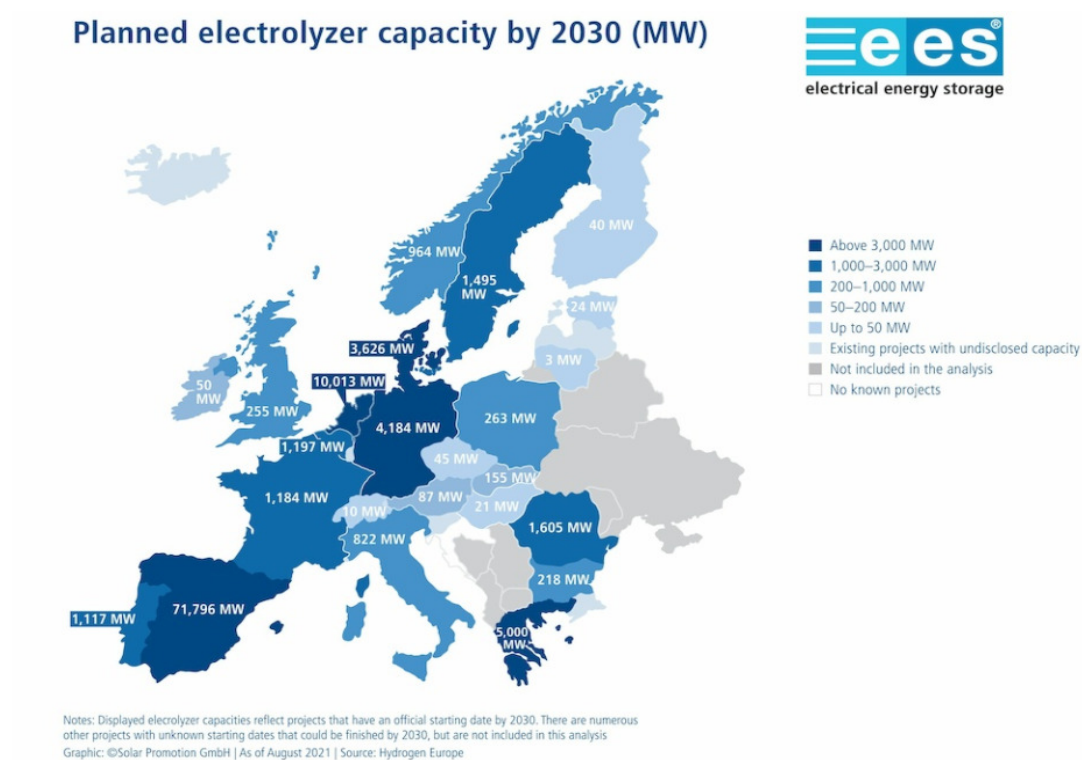


Figura 1.2: Plan de Capacidad de electrolizadores para 2030. [4]

Esta tecnología será explorada en el presente proyecto, y se profundizará en los electrolizadores y células de combustible como elementos generadores y consumidores de hidrógeno.



## Capítulo 2

# Modelos de los elementos que componen la microrred

En esta sección se presentarán, uno a uno, los elementos físicos que componen la microrred considerada para cada optimización. Estos elementos se pueden dividir en tres categorías:

- Recursos de generación y almacenamiento: pilas de combustible, electrolizador, tanque de almacenamiento de hidrógeno, baterías y paneles fotovoltaicos.
- Carga: representa el consumo eléctrico que puede tener la microrred.
- Modelo térmico de un edificio: se obtendrán las ecuaciones que gobiernan la temperatura en un edificio, en función de los flujos entrantes y salientes de calor.

Para cada uno de los elementos, en primer lugar, se dará una breve descripción de sus principios físicos de funcionamiento, y se contextualizarán hablando del papel que juegan en las microrredes eléctricas modernas, u otras aplicaciones. A continuación, pasaremos a detallar las simplificaciones e hipótesis en las que nos hemos basado para llegar finalmente a los modelos propuestos, con los que trabajaremos en las simulaciones para el control de la microrred.

Es importante mencionar que no todos los elementos que se presentan estarán presentes en todas las simulaciones. Esto es así porque cada escenario de simulación es diferente al resto, teniendo una microrred distinta, y un objetivo de optimización distinto. Para esclarecer este punto, se adjuntará al final del capítulo una tabla que relaciona cada componente con cada escenario de simulación.

## 2.1- Células de combustible

### 2.1.1- Características

La célula de combustible, también llamada indistintamente pila o celda de combustible (*fuel cell* en inglés), es un dispositivo de naturaleza electroquímica en la que tienen lugar unas reacciones químicas que transforman los reactivos gaseosos en productos, generando asimismo un desplazamiento de carga o corriente eléctrica en un circuito externo.

Se trata, por tanto, de un componente electroquímico generador de energía eléctrica, similar a una batería, pero se diferencia de esta en varios aspectos. En primer lugar, una célula de combustible no es reversible, al contrario que la batería, ya que no es su función consumir energía eléctrica. Por otra parte, tampoco puede almacenar energía en forma de potencial químico. Además, necesita un suministro de los reactivos consumidos.

Es por esto que la célula de combustible no es útil por sí sola. Necesita de un aporte externo de los agentes reactivos, que pueden llegar por tuberías presurizadas, o bien disponer además de la pila otros dispositivos que generen el combustible y lo almacene, como son los electrolizadores y los tanques de gas. Estos elementos se comentarán más adelante en este capítulo.

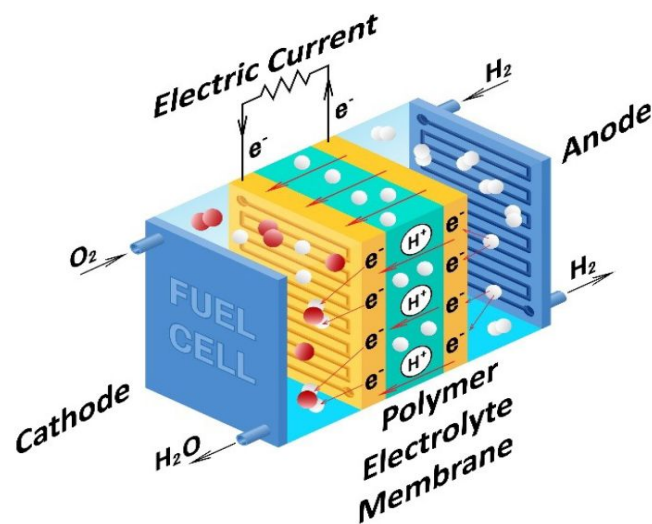


Figura 2.1 - Esquema de una célula de combustible tipo PEM

A continuación, se explicará el **principio físico de funcionamiento**. En la celda de combustible entran de manera continua los reactivos: por la parte del ánodo entra el hidrógeno gas, que es el combustible, y por el cátodo el agente oxidante u oxígeno gas. Cátodo y ánodo constituyen los llamados electrodos, en cuyas superficies tienen lugar las reacciones químicas. Es por esto que suelen tener naturaleza porosa, para permitir la difusión gaseosa y que exista un contacto adecuado entre las fases que participan en las reacciones.

El hidrógeno combustible se oxida en el ánodo, dando lugar a electrones y protones  $H^+$ , mientras que el agente oxidante se reduce en el cátodo, consumiendo electrones y protones, según las reacciones que se muestran a continuación:

- Reacción aniónica:  $2H_2 \rightarrow 4H^+ + 4e^-$
- Reacción catódica:  $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$
- Reacción global:  $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$

Existe otro elemento de capital importancia en el funcionamiento de la celda de combustible: el **electrolito** es el componente que aísla eléctricamente los electrodos y sus reacciones (por lo tanto debe ser un buen aislante), pero permite la conducción de los iones positivos de hidrógeno. Por tanto, los electrones que se liberan en la reacción aniónica se desplazan por el circuito eléctrico externo dando lugar a una circulación de corriente, hasta llegar al cátodo, donde se unen con los cationes que atraviesan la membrana electrolítica, reduciendo el oxígeno y formando agua como producto.

Cabe mencionar que la reacción global es exotérmica y espontánea, aunque muy lenta como para ser operativa, por lo que se requiere de la presencia de un catalizador, que muchas veces suele ser el propio electrodo.

De manera concisa podría decirse que la pila de combustible toma hidrógeno y oxígeno gas, y genera vapor de agua y electricidad. Existen una amplia variedad de tipos de células de combustible, según su morfología de apilamiento (planos o tubulares), el estado de agregación del electrolito (sólido o líquido), la presencia o no de catalizadores adicionales, el combustible elegido, ... pero todas ellas funcionan siguiendo el principio básico explicado anteriormente. A modo de ilustración, la pila de combustible mostrada en la figura 2.1 es de tipo PEM (membrana de intercambio protónico, o *Proton Exchange Membrane* en inglés), que es de las más comunes hoy en día.

Por supuesto, los sistemas basados en células de combustible presentan una agrupación (en serie y/o paralelo) de un conjunto más o menos grande de pilas. La tensión a circuito abierto de una pila ronda los 1,2 voltios, por lo que para tener tensiones suficientemente grandes deben agruparse las celdas en serie.

Para las simulaciones se ha considerado el comportamiento eléctrico y térmico de la célula de combustible basado en los modelos presentados en [5], que se explican a continuación en detalle.

### 2.1.2- Modelo eléctrico de la célula de combustible

Este modelo tratará de explicar el comportamiento de los parámetros eléctricos (tensión, corriente y potencia). En concreto, establece una relación unívocamente determinada entre tensión y corriente de la celda,  $V_{FC} = f(I_{FC})$ , en función de los fenómenos físicos que ocurren en su interior. En concreto, son tres los mencionados fenómenos: el voltaje a circuito abierto, las llamadas pérdidas de activación y las pérdidas óhmicas. La figura 2.2 muestra el circuito equivalente del modelo presentado.

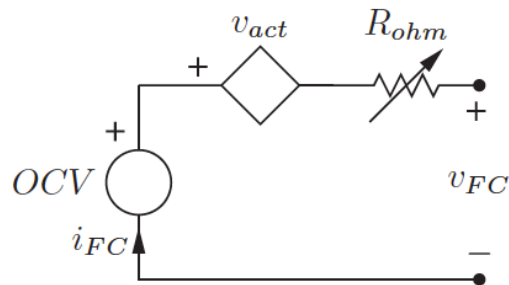


Figura 3.2: Circuito equivalente del modelo eléctrico de una célula de combustible. [5]

Así, teniendo en cuenta la segunda Ley de Kirchoff de la teoría básica de circuitos, obtenemos la siguiente relación, que tiene en cuenta los tres fenómenos mencionados:

$$v_{FC} = OCV - v_{act} - R_{ohm}i$$

- Voltaje a circuito abierto (*Open-circuit voltage*): **OCV**

Este voltaje es el que puede medirse cuando una cantidad despreciable de corriente sale de la célula, y representa la diferencia de potencial o potencial estándar resultante de la reacción química global que tiene lugar en ella. Depende de la temperatura y la concentración de los reactivos.

La ecuación química del potencial de Nernst define el voltaje teórico a circuito abierto de una célula de combustible en función de las presiones parciales de hidrógeno y oxígeno [*atm*], así como de la temperatura [*K*]:

$$E(T_{FC}, p_{H_2}, p_{O_2}) = 1.229 - 0.85 \cdot 10^{-3}(T_{FC} - 298.15) + 4.3085 \cdot 10^{-5} T_{FC} \{ \ln(p_{H_2}) + 0.5 \ln(p_{O_2}) \}$$

Puede demostrarse, obteniendo la derivada parcial de E con respecto a la temperatura, que la dependencia lineal del potencial de Nerst con la temperatura es muy pequeña (en torno a  $6.5 \times 10^{-4} \text{ VK}^{-1}$  para las condiciones operativas de trabajo, de aproximadamente 30 bar de presión de los reactivos gaseosos), así que el modelo con el que trabajaremos asumirá un **valor constante** para el voltaje a circuito abierto, OCV.

- Pérdidas de activación:  $\mathbf{V}_{act}$

El voltaje de activación de la reacción química es una caída de potencial que representa la energía de activación requerida para que la reacción tenga lugar. Se trata, pues, de unas pérdidas energéticas en forma de caída de voltaje, de manera inversamente proporcional a la corriente de la célula. La ecuación de Tafel recoge este fenómeno:

$$v_{act} = a \cdot \ln(i) + b,$$

donde  $a$  y  $b$  son dos coeficientes a determinar empíricamente. En el modelo propuesto, asumimos que el coeficiente  $b$  no depende de la temperatura, así que pasa a ser una constante que se incorporará con la tensión a circuito abierto. Además se sustituye la función logaritmo neperiano por la raíz cuadrada, función de forma similar, para evitar inestabilidades numéricas. La constante  $a$  dependerá de la temperatura de manera lineal, obteniendo así la expresión del voltaje de activación:

$$v_{act}(i, T) = (\alpha T + \beta)\sqrt{i}$$

- Pérdidas óhmicas:  $\mathbf{V}_{ohm}$

Éstas cuantifican todas las pérdidas resistivas asociadas a la circulación de corriente a través de la célula de combustible. Vienen representadas mediante una resistencia de valor dependiente de la temperatura de manera lineal:

$$v_{ohm}(i, T) = (\gamma T + \delta)i$$

Por tanto, el modelo eléctrico de la célula de combustible recoge la relación tensión-corriente de la celda, teniendo también en cuenta la temperatura de la misma, según las ecuaciones precedentes, que pueden agruparse en la siguiente:

$$v_{FC}(T, i) = OCV - (\alpha T + \beta)\sqrt{i} - (\gamma T + \delta)i \tag{M1}$$

Dicho modelo consta de cinco **parámetros**:  $OCV$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$ , que deberán determinarse empíricamente para obtener un modelo concreto.

### 2.1.3- Estimación de los parámetros del modelo eléctrico

Este proyecto se enmarca en un trabajo de investigación del *Labotarorio de Sistemas Distribuídos de Energía Eléctrica* de la EPFL (DESL EPFL). Este laboratorio está interesado actualmente en obtener un modelo completo de su sistema de células de combustible tipo PEM de que disponen. Al no tener aún de dicho modelo (es decir de sus parámetros), para realizar este trabajo se han tomado directamente los valores numéricos de los parámetros de la ecuación (M1) del modelo eléctrico anterior sacados del paper [5], que se muestran a continuación:

Parámetro	Valor	Unidades
$OCV$	144.2	V
$\alpha$	-1.15e-1	$V^{\alpha} C^{-1} A^{-0.5}$
$\beta$	1.01e-1	$V A^{-0.5}$
$\gamma$	9.11e-3	$V^{\alpha} C^{-1} A^{-1}$
$\delta$	-4.89e-1	$V A^{-1}$

Tabla 2.1: Parámetros del modelo eléctrico de la célula de combustible

Estos valores han sido posteriormente ajustados (escalados) para obtener un modelo que se corresponda con un sistema de 5 o 12 kW de potencia nominal, según la simulación que corresponda, como se comentará más adelante.

Sin embargo, como era parte del objetivo inicial, en este proyecto se ha desarrollado un método estadístico de estimación de parámetros para ajustar el modelo representado por la ecuación (M1). En la realidad, esto se haría con medidas reales de tensión, corriente y temperatura obtenidas empíricamente. Sin embargo, como no ha sido posible realizar estos experimentos por problemas técnicos del laboratorio, se han procedido a realizar la estimación de parámetros con señales obtenidas en MatLab.

La idea es la siguiente: se tiene el sistema físico real de células de combustible, de parámetros supuestamente desconocidos, a determinar. Se introduce en él unas consignas de corriente (a diferentes temperaturas), y se obtiene un perfil de tensión.

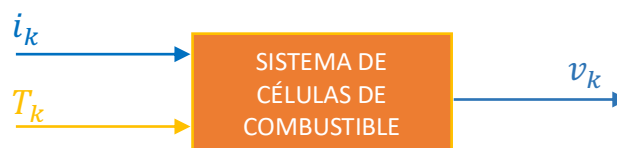


Figura 2.4: Esquema de obtención del perfil de tensión.

Con un ajuste de **regresión por mínimos cuadrados**, se trata de determinar los cinco parámetros de manera que minimicen la suma de los residuos al cuadrado. Llamamos residuo a la diferencia entre el valor de tensión medido en la muestra  $k$ ,  $v_k$ , y el valor de tensión explicado por el modelo,  $f_{\mathbf{w}}(T_k, i_k)$ , siendo  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^5$  el vector de los parámetros,  $\mathbf{w} = (OCV, \alpha, \beta, \gamma, \delta)^T$ . El modelo propuesto es el que se ha explicado anteriormente:

$$f_{\mathbf{w}}(T, i) = OCV - (\alpha T + \beta)\sqrt{i} - (\gamma T + \delta)i$$

Podemos agrupar las  $k$  mediciones de tensión, corriente y temperatura de manera matricial y compacta según  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{w} + \boldsymbol{\varepsilon}$ , donde  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^k$  es el vector que recoge los valores de salida del modelo (tensión),  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{k \times 5}$  es la matriz de datos de entrada al modelo, y  $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^k$  el vector de residuos.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_1\sqrt{i_1} & \sqrt{i_1} & T_1i_1 & i_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & T_k\sqrt{i_k} & \sqrt{i_k} & T_ki_k & i_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} OCV \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

El problema de mínimos cuadrados, *minimizar* $_{\mathbf{w}} \sum_k \|f_{\mathbf{w}}(T_k, i_k) - v_k\|^2$ , es un problema de optimización sin restricciones del que se conoce la solución en forma cerrada:  $\mathbf{w}^* = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$ . El vector de parámetros  $\mathbf{w}^*$  minimizan la función objetivo anterior.

Como no disponemos del sistema físico real de células de combustible, ni podemos inyectar por tanto una corriente y observar su tensión de salida, se ha tomado el modelo representado por la ecuación (M1) con los parámetros de la tabla 2.1, que se suponen desconocidos (son los que queremos estimar).

Este modelo se ha programado en MatLab, y se ha creado una señal de corriente y otra de temperatura, que representarían los perfiles de corriente y nivel de temperatura del experimento. Estas señales se han introducido al modelo en MatLab, y se ha obtenido una salida de tensión, a la que se le ha superpuesto de manera sintética un nivel de ruido para hacer este proceso de estimación más realista.

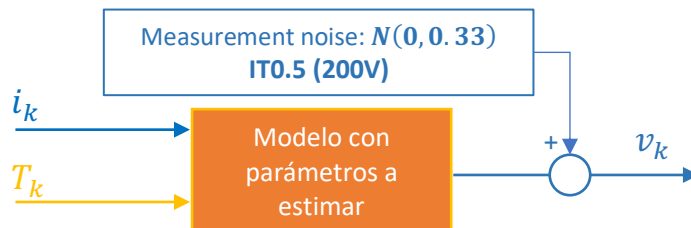


Figura 2.5: Introducción de cierto nivel de ruido uniformemente distribuido en la señal de tensión.

Como suponemos que los aparatos de medida no tienen *offset*, el ruido sigue una distribución aleatoria normal centrada en 0, y con una desviación típica de valor 0.5% del valor nominal de los aparatos de medida (suponemos  $V_N = 200V$ ), correspondiente a un aparato de precisión de clase IT0.5.

Puede verse en la figura 2.5 el perfil de corriente introducido (en azul), y las diferentes temperaturas (en amarillo) a las que se ha realizado el ensayo. También se observa abajo, en naranja, la tensión obtenida, que contiene superpuesto el ruido anteriormente comentado

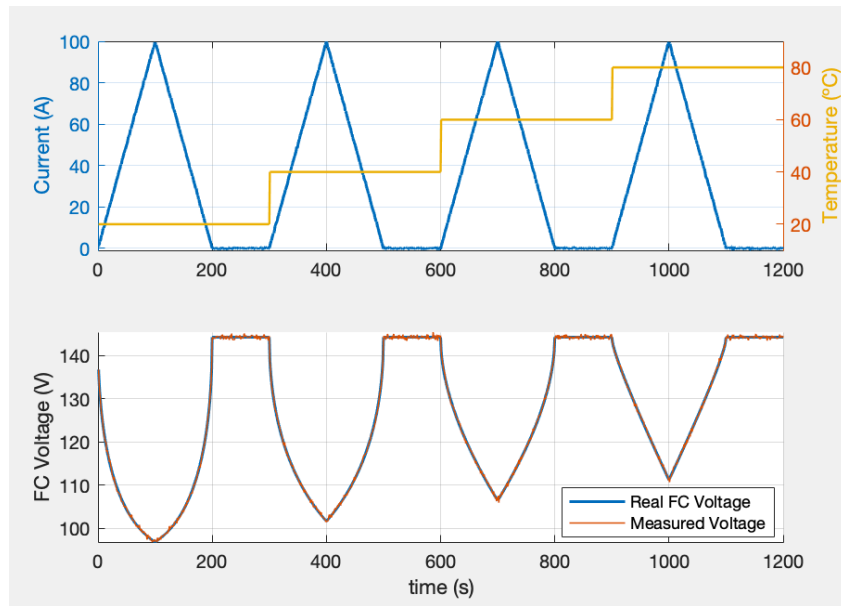


Figura 2.6: Arriba: perfil de corriente y temperaturas introducido al modelo. Abajo: Perfil de voltaje obtenido.

Introduciendo estos valores numéricos obtenidos al ajuste de regresión, obtenemos los parámetros óptimos estimados, que quedan recogidos en la siguiente tabla, al igual que los Intervalos de Confianza (95%).

Parámetro	Valor estimado	I.C. (95%)	Valor real
<b>OCV</b>	<b>144.2</b>	(144.0, 144.3)	144.2
<b><math>\alpha</math></b>	<b>-0.1154</b>	(-0.1162, -0.1146)	-0.115
<b><math>\beta</math></b>	<b>10.12</b>	(10.05, 10.19)	10.1
<b><math>\gamma</math></b>	<b>0.009161</b>	(0.00906, 0.00926)	0.00911
<b><math>\delta</math></b>	<b>-0.4926</b>	(-0.4994, -0.4859)	-0.489

Tabla 2.2: Parámetros estimados mediante mínimos cuadrados del modelo eléctrico, frente a los valores reales.

El valor de  $R^2$  resultante de este ajuste de regresión resulta ser de  $R^2 = 0.9990$ . Por supuesto, no es de extrañar que en este proceso de ajuste realizado en MatLab hayamos obtenido un valor de  $R^2$  tan elevado puesto que, aunque sí se ha intentado simular el error de medición añadiendo un nivel de ruido, este proceso no está teniendo en cuenta los posibles errores de modelado que con seguridad existen en la realidad. Podrían existir en una célula de combustible real otros fenómenos físicos diferentes a los expuestos (activación, pérdidas óhmicas, OCV), que el modelo eléctrico explicado por la ecuación (M1) no recoge. Por ello, en la realidad, el valor de  $R^2$  sería más alto.

En síntesis, se ha desarrollado un proceso de estimación de los parámetros del modelo eléctrico, con el objetivo de, cuando el laboratorio disponga de los medios para realizar ensayos y tomar mediciones, estimar los parámetros reales de su sistema de células de combustible de la manera que se ha presentado en esta sección. El código del programa en MatLab empleado para generar el modelo eléctrico y estimar los parámetros puede encontrarse en el Anexo 1.

### 2.1.4- Modelo térmico de la célula de combustible

Como se ha visto en la sección anterior, los parámetros eléctricos tienen una dependencia fuerte con la temperatura, por lo que resulta necesario desarrollar un modelo térmico que sea capaz de explicar la evolución de la temperatura. Se muestra en la figura el circuito térmico equivalente que recoge el comportamiento de la temperatura, como símil de un circuito eléctrico equivalente.

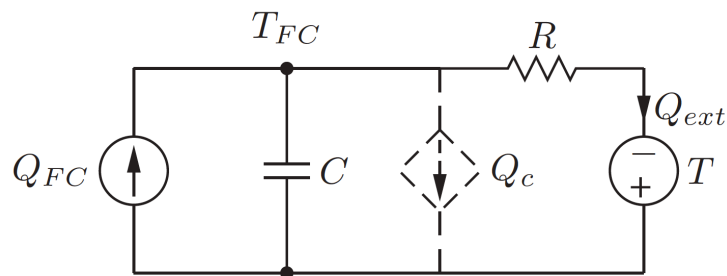


Figura 2.7: Circuito equivalente del modelo térmico de la célula de combustible. [5]

La tensión en el nodo superior representaría la temperatura de la célula de combustible. Las fuentes de corriente representan las fuentes de calor. En concreto,  $Q_{FC}$  es el calor proveniente de las pérdidas de la célula (óhmicas y de activación), y  $Q_{COOL}$  es el sumidero de calor que representa un sistema de refrigeración activa, del que dispone el sistema de

células de combustible. La fuente de tensión establece el nivel de temperatura ambiente exterior,  $T$ . Este modelo tiene dos parámetros:

- Resistencia térmica,  $R$  [ $^{\circ}\text{C W}^{-1}$ ]: explica la pérdida de calor por convección y/o conducción con el ambiente. Así, el calor cedido al ambiente por convección o conducción está representado por la variable  $Q_{ext} = (T_{FC} - T)/R$ .
- Capacidad térmica,  $C$  [ $\text{J } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]: La capacidad térmica trata de representar la acumulación de calor o inercia térmica del sistema de células de combustible.

El modelo que representa este circuito equivalente puede ser descrito mediante su análoga ecuación diferencial de primer orden:

$$\frac{dT_{FC}(t)}{dt} = \left( \frac{Q_{FC}(t) - Q_{cool}(t)}{C} - \frac{T_{FC}(t) - T(t)}{RC} \right), \quad (\text{M2})$$

donde  $Q_{FC} = (v_{act} + v_{ohm})i$ . Esta ecuación expresa que la tasa de aumento de temperatura en el tiempo viene explicada por tres factores: el aumento de calor proveniente de las pérdidas ( $Q_{FC}$ ), por la disminución de calor dada por el sistema de refrigeración ( $Q_{COOL}$ ), y por la diferencia de temperatura de la célula con el ambiente ( $Q_{ext}$ ).

La temperatura ambiente exterior  $T(t)$  no es considerada una variable, sino que será impuesta como una condición de contorno constante ( $20^{\circ}\text{C}$ ).

En la práctica, cuando se programe el modelo térmico en MatLab no se trabajará con la ecuación diferencial, sino con su versión discretizada:

$$T_{FC}(k+1) = T_{FC}(k) \left( 1 - \frac{dt}{RC} \right) + \left( \frac{Q_{FC}(k) - Q_{cool}(k)}{C} \right) dt + \frac{T(k)}{RC} dt$$

Por la misma razón que se consideró para el modelo eléctrico, se van a considerar los valores de  $R$  y  $C$  de [5], y se trabajan con ellos en el resto del proyecto.

Parámetro	Valor	Unidades
$R$	1.09e-1	$^{\circ}\text{C W}^{-1}$
$C$	2.27e4	$\text{J } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
$\tau$	2474	s

Tabla 2.3: Valores de los parámetros del modelo térmico de la célula de combustible

### 2.1.5- Estimación de parámetros del modelo térmico

Al igual que se ha realizado para el modelo eléctrico, se va a desarrollar un método de estimación de parámetros del modelo térmico representado por (M2), basado en regresión por mínimos cuadrados, mediante unas mediciones de corriente y temperatura.



Figura 2.8: Esquema del proceso para obtener valores de temperatura

De manera análoga a la presentada en la sección anterior, se genera un perfil de corriente (que es la responsable de generar el calor de pérdidas), y se mide la temperatura del sistema. Esta vez, creamos cuatro escalones de corriente (en azul en la figura), y obtenemos la evolución de la temperatura (en naranja). De igual manera, añadimos errores de ruido aleatorio de distribución normal de media cero y desviación típica de valor 0.5% de valores nominales ( $I_N=200A$ ,  $T_N = 100^\circ C$ ).

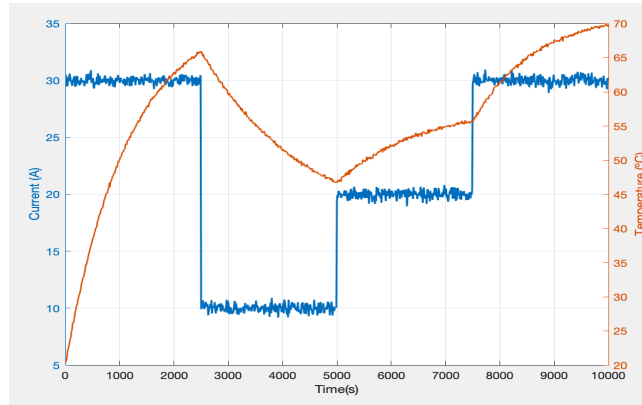


Figura 2.9: Perfiles de corriente y temperatura

Siguiendo la ecuación discretizada del modelo térmico, ordenamos las mediciones obtenidas de manera matricial, según  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{w} + \boldsymbol{\varepsilon}$ :

$$\begin{bmatrix} (T_{FC2} - T_{FC1}) \\ \vdots \\ (T_{FCk} - T_{FCk-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_1 - T_{FC1})dt & Q_{FC1}dt \\ \vdots & \vdots \\ (T_k - T_{FCk})dt & Q_{FCk}dt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/RC \\ 1/C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

Procediendo igual que antes, con la solución en forma cerrada  $\mathbf{w}^* = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$  llegamos a los parámetros que minimizan la suma de residuos al cuadrado. Estos parámetros estimados quedan recogidos en la siguiente tabla, junto a los intervalos de confianza del 95% y los valores reales.

Parámetro	Valor estimado	I.C. (95%)	Valor real
<b>R</b>	<b>0.1083</b>	(0.1027, 0.1165)	0.109
<b>C</b>	<b>2.262e4</b>	(2.002e4, 2.599e4)	2.27e4

Tabla 2.4: Parámetros estimados mediante mínimos cuadrados del modelo térmico,

El valor de  $R^2$  del ajuste es de 0.995, que de nuevo puede explicarse porque el modelo del que se está estimando sus parámetros coincide con el modelo empleado para estimarlos, por lo que no es posible tenerse en cuenta un posible error de modelado. Se encuentra en el Anexo 2 el código empleado en MatLab con el modelo térmico y la estimación de parámetros correspondiente.

## 2.1.6- Conclusiones

En resumen, se han obtenido los modelos térmico y eléctrico del sistema de células de combustible. Además, se ha desarrollado la metodología a seguir para la estimación de parámetros de los modelos, que se empleará en un futuro para ajustar estos modelos al sistema físico real.

Con ánimo de unificar todo este apartado, se aúnan aquí las tres ecuaciones que representan el modelo, así como un diagrama de bloques que clarifica el funcionamiento de los modelos.

$$v_{FC}(T_{FC}, i) = OCV - (\alpha T_{FC} + \beta)\sqrt{i} - (\gamma T_{FC} + \delta)i \quad (M1)$$

$$\frac{dT_{FC}(t)}{dt} = \left( \frac{Q_{FC}(t) - Q_{cool}(t)}{C} - \frac{T_{FC}(t) - T(t)}{RC} \right), \quad (M2.1)$$

$$Q_{FC} = (v_{act} + v_{ohm})i \quad (M2.2)$$

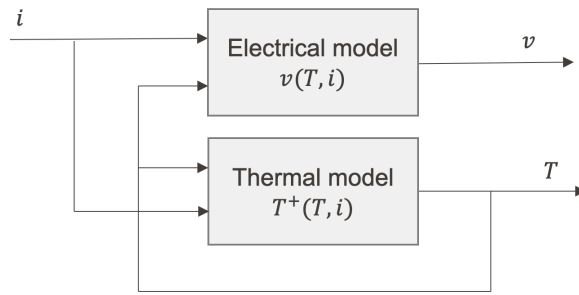


Figura 2.10: Diagrama de bloques de los modelos térmico y eléctrico de células de combustible

Se observa que la variable que gobierna a las demás es la corriente. Con ella, queda definida la evolución de la tensión y temperatura en el stack. Esto hace que, para los diferentes escenarios de simulación que se explicarán más adelante en el proyecto, consideremos a la corriente como la variable de decisión de las optimizaciones correspondientes.

Teniendo ya los modelos térmico y eléctrico del sistema de células de combustible, con sus correspondientes parámetros, se ha programado en MatLab el código que, dado un perfil de corriente como entrada, obtiene la evolución de tensión y temperatura de las células de combustible.

A modo de ejemplo, se visualiza en la figura el comportamiento del sistema ante el perfil de corriente mostrado en la figura superior (datos de la simulación: temperatura ambiente  $T=20^{\circ}\text{C}$ , sistema de refrigeración desactivado).

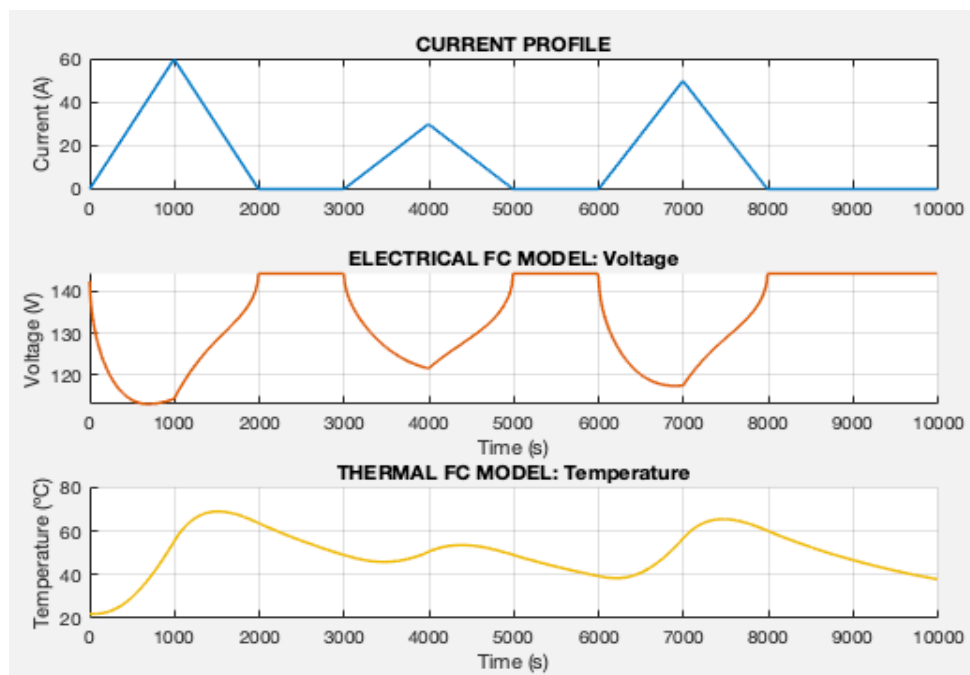


Figura 2.11: Perfiles de tensión y temperatura obtenidos en la pila de combustible al trabajar con el perfil azul de corriente

Aprovechamos esta figura para comentar brevemente el comportamiento de las células de combustible. En primer lugar, la célula de combustible, como elemento generador de energía eléctrica, tiene un comportamiento similar al de cualquier máquina eléctrica generadora: la tensión disminuye cuando las corrientes son elevadas. Esto se observa en la imagen: en los picos de corriente, se alcanzan las menores tensiones.

Por otra parte, y como es lógico, la temperatura aumenta cuando la corriente lo hace, ya que la fuente de calor asociado a las pérdidas depende de la corriente, como muestra la ecuación (M2.2). Por último, a mayor temperatura, menor es la caída de tensión en las celdas, o dicho de otra manera, menores son las pérdidas. Esto también puede observarse con más claridad en la figura 2.5.

## 2.2- Electrolizador

### 2.2.1- Características

El electrolizador es un componente electroquímico con un principio de funcionamiento complementario a la célula de combustible: mediante la electrólisis del agua se separan las moléculas de hidrógeno y oxígeno presentes en ella. Los enlaces entre los dos elementos son muy estables, y resulta necesario un aporte de energía eléctrica para que la electrólisis se lleve a cabo. Por tanto, mediante agua y corriente eléctrica, el electrolizador es capaz de producir hidrógeno y oxígeno gaseosos. El oxígeno generado en paralelo puede ser liberado a la atmósfera o almacenarse para usos médicos o industriales, pero lo interesante de este dispositivo es la generación de hidrógeno, que se almacena como gas comprimido o se licúa para uso industrial o en células de combustible.

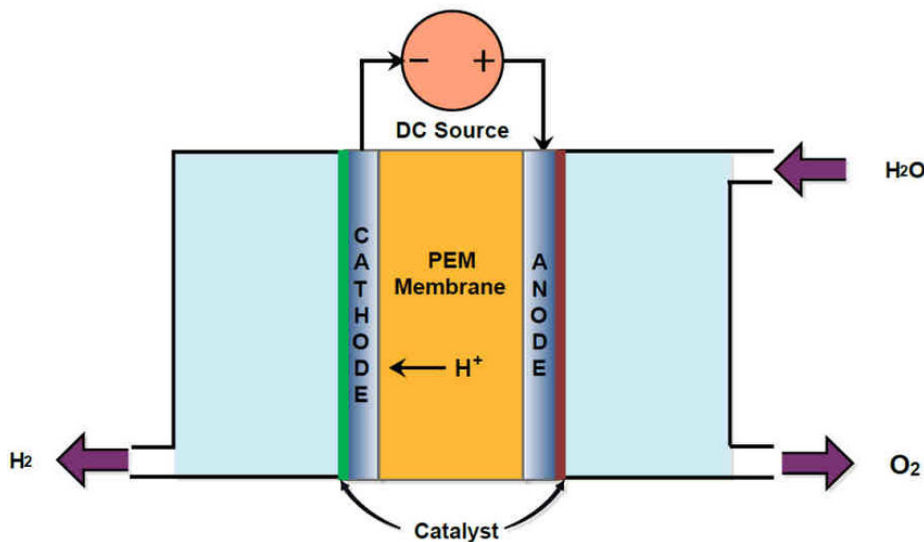


Figura 2.12: Esquema de un electrolizador de tipo PEM

Los electrolizadores de tipo PEM o de membrana de intercambio de protones son los más comunes. Obtienen un hidrógeno de alta pureza y son más compactos, aunque son más caros pues requieren de catalizadores. En ellos, una membrana dispuesta entre ánodo y cátodo permite a los protones de hidrógeno difundirse de ánodo a cátodo por el interior de la membrana, formándose así el  $O_2$  en la zona aniónica, y formándose  $H_2$  al combinarse los protones  $H^+$  con los electrones aportados por la corriente eléctrica externa.

Las reacciones que gobiernan la electrólisis se muestran a continuación:

- Reacción aniónica:  $H_2O \longrightarrow 2H^+ + \frac{1}{2}O_2 + 2e^-$
- Reacción catódica:  $2H^+ + 2e^- \longrightarrow H_2$
- Reacción global:  $H_2O \longrightarrow H_2 + \frac{1}{2}O_2$

La quema de este gas o su uso en células de combustible no emite dióxido de carbono, solo vapor de agua. Por otra parte, la generación de hidrógeno mediante la electrólisis del agua no requiere de la quema directa de combustibles fósiles. Es por ello que, si para su producción mediante este método se emplea electricidad proveniente de fuentes renovables, el hidrógeno, apodado entonces hidrógeno *verde*, es considerado una fuente limpia de energía que puede ayudar a la transición energética tan deseada como necesaria en este momento crítico de la humanidad, conduciendo a una descarbonización progresiva de la sociedad al introducirse en sectores como el transporte, la generación de energía eléctrica a gran escala o el almacenamiento, con el hidrógeno como vector energético.

### 2.2.2- Modelo del electrolizador

El *Laboratorio de Sistemas Distribuidos de Energía Eléctrica* de la EPFL (DESL EPFL) cuenta con un electrolizador comercial. El hidrógeno producido por este electrolizador es conducido a un almacenamiento en forma de tanques para su posterior uso en el sistema de células de combustible, mientras que el oxígeno es proporcionado de manera externa a la universidad. Como parte de un proyecto anterior de dicho laboratorio, se cuenta con un modelo completo del electrolizador.

El modelo del electrolizador en [8] es análogo al ya presentado para la célula de combustible, es decir, representa una relación de tipo  $V_{EL} = f(I_{EL}, T_{EL})$  como se muestra a continuación:

$$v_{EL}(I, T) = a + b \cdot T + (c + d \cdot T) \cdot \sqrt{I} + (e + f \cdot T) \cdot I,$$

donde  $a, b, c, d, e$  y  $f$  son parámetros que ya han sido determinados para el sistema del laboratorio. Se trata, pues, de una relación tensión-corriente-temperatura.

Sin embargo, el electrolizador del laboratorio es de menores dimensiones que el sistema de células de combustible (5kW frente a 12kW), y el sistema de refrigeración del primero es más agresivo en comparación con los elementos de refrigeración pasiva del electrolizador.

Por eso, es posible asumir que el electrolizador puede trabajar a una temperatura constante gracias a la refrigeración activa. Por lo tanto, y para el resto del proyecto, se toma esta hipótesis como cierta, suponiendo que la temperatura de trabajo será constante e igual a 50°C. Esto simplifica la ecuación presentada anteriormente a las siguientes ecuaciones:

$$v_{EL}(I, T = 50^{\circ}C) = 31.862 - 0.0272 \cdot \sqrt{I} + 0.064 \cdot I$$

$$Q_{EL}(I, T = 50^{\circ}C) = 1.5188 \cdot I - 0.0272 \cdot I^{1.5} + 0.0640 \cdot I^2$$

La primera representa el voltaje en bornes del electrolizador, y la segunda calcula las pérdidas de calor generado en el electrolizador, que serán evacuadas por el sistema de refrigeración activa. Se muestran en la figura estas dos ecuaciones de forma gráfica.

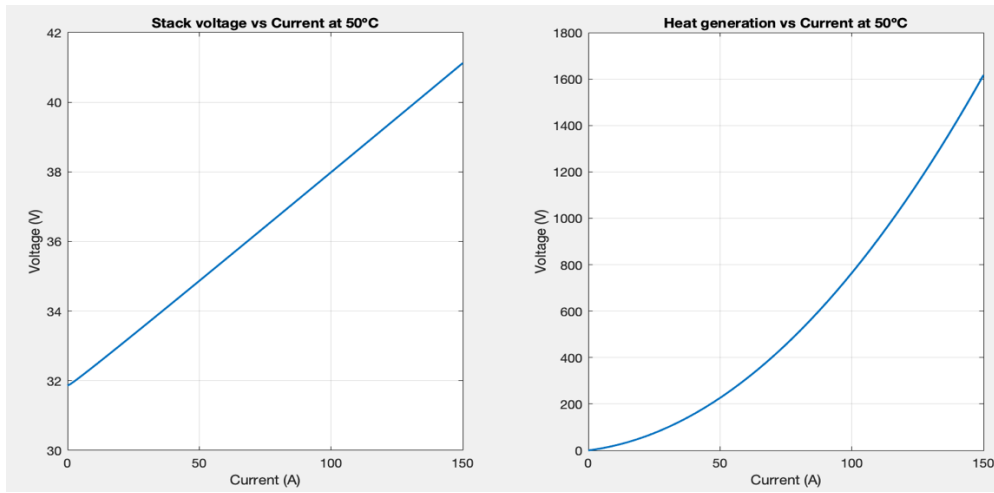


Figura 2.13: Gráficas de las ecuaciones de tensión y pérdidas del electrolizador en función de la corriente (para  $T=50^{\circ}C$ )

De hecho, al haber fijado la temperatura, la relación voltaje-corriente se puede ajustar con gran precisión por una relación lineal, y la relación calor generado-corriente se puede ajustar igualmente con una parábola, sin perder precisión de modelado. Por tanto, las ecuaciones aproximadas del electrolizador con que se trabajará en el resto del proyecto son las siguientes:

$$v_{EL} = 31.767 + 0.06202 \cdot I \tag{M3.1}$$

$$Q_{EL} = 0.0628 \cdot I^2 + 1.36 \cdot I \tag{M3.2}$$

Se puede observar que, al ser el electrolizador un elemento consumidor de energía eléctrica, tiene un comportamiento similar al de un motor eléctrico: a mayor nivel de corriente, mayor es la tensión en bornes del sistema.

## 2.3- Almacenamiento de hidrógeno

Además del electrolizador y sistema de células de combustible, el laboratorio cuenta con un sistema de almacenamiento de hidrógeno gaseoso de 1.6 m<sup>3</sup>. Podría pensarse que es un simple elemento sin importancia, sin embargo, este elemento ha de modelarse igualmente, ya que es el nexo entre producción y consumo de hidrógeno, es decir, entre electrolizador y células de combustible. Además, no es un almacenamiento infinito, sino que cuenta con límites de funcionamiento que no han de sobrepasarse, y que limitan la operación de electrolizador y células de combustible.



*Figura 2.14: Depósitos de almacenamiento de hidrógeno en el laboratorio DESL, EPFL, Lausanne*

Como ya se ha comentado, a diferencia del hidrógeno, el oxígeno no cuenta con un almacenamiento propio, sino que es comprado y suministrado al laboratorio por la universidad, por lo que no resulta necesario almacenarlo y, en lo que concierne a este proyecto, modelarlo.

El modelo planteado parte de un balance molar al sistema termodinámico compuesto por el volumen del tanque:

$$m = \int (\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) dt$$

donde  $m$  indica la cantidad de moles presentes en el tanque, y  $\dot{m}_{in}$  y  $\dot{m}_{out}$  expresan el flujo molar de gas de entrada y salida respectivamente.

Haciendo uso de la constante de Faraday ( $F = 96500 \text{ C mol}^{-1}$ ) que relaciona carga con moles, podemos explicar ambos flujos molares como:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{in} &= n_{EL} \frac{I_{EL}}{F} \\ \dot{m}_{out} &= n_{FC} \frac{I_{FC}}{F}\end{aligned}$$

Siendo  $n_{EL}$  y  $n_{FC}$  la cantidad de células de combustible y del electrolizador, y  $I_{EL}$  e  $I_{FC}$  las corrientes (ambas de signo positivo) del electrolizador y pila de combustible.

Por último, haciendo uso de la ecuación de gases ideales,  $pV = mRT$  (con  $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ), llegamos a la ecuación que modeliza la presión en el interior del tanque, que es nuestro modelo de dicho elemento:

$$p_{H_2} = \frac{RT}{FV} \int (n_{EL} i_{EL} - n_{FC} i_{FC}) dt \quad (M4)$$

La presión es la variable de control del tanque. Ella marca los límites de funcionamiento, puesto que existe un límite máximo y mínimo de presión, que para el sistema del laboratorio, son  $p_{max}=30$  bar y  $p_{min}=15$  bar. Se toma como hipótesis una temperatura del tanque constante e igual a  $30^\circ\text{C}$ .

Para la programación en MatLab se empleará la versión discretizada de la ecuación (M4):

$$p_{H_2}(k+1) = p_{H_2}(k) + \frac{RT}{FV} (n_{EL} i_{EL} - n_{FC} i_{FC}) dt$$

## 2.4- Sistema de almacenamiento en baterías

Se trata de un elemento indispensable en la gran mayoría de microrredes eléctricas, a parte por supuesto de una amplia variedad de aplicaciones extendidas en la industria. Por poner algún ejemplo, las baterías se encuentran en todo tipo de aparatos electrónicos, en instalaciones de autoconsumo domésticas, en la creciente industria del vehículo eléctrico, o incluso, a gran escala, a nivel de soporte de la frecuencia de un sistema eléctrico como el de Australia (150MW, 194MWh).

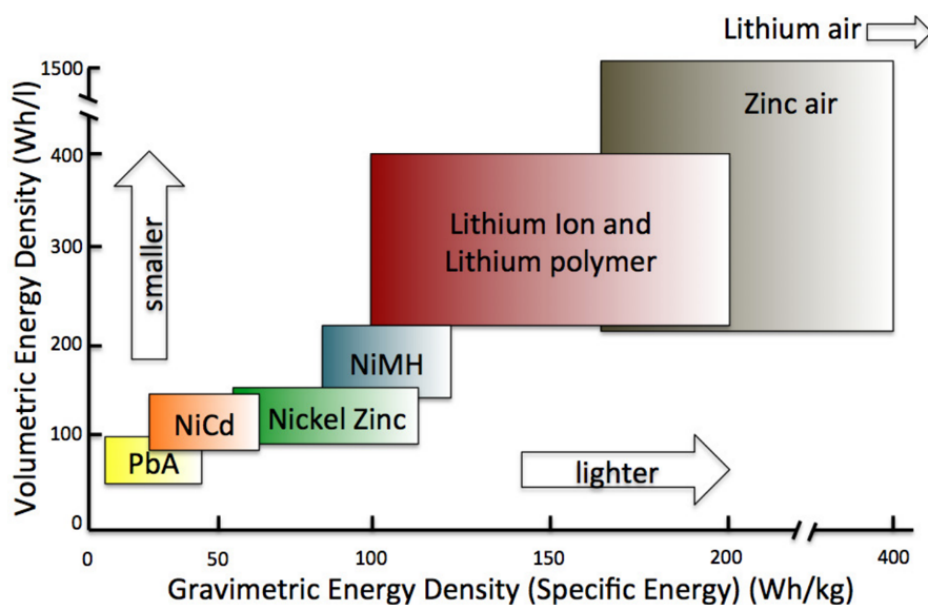


Figura 2.15: Diferentes tecnologías de baterías en función de densidad y energía específica. [14]

La figura 2.14 muestra que existe gran variedad de baterías en función de su tecnología y química de funcionamiento, lo que lleva a un amplio rango de densidades energéticas (Wh/L) y energías específicas (Wh/kg), justificando así su gran versatilidad.

Se puede observar que las baterías de tecnología de Litio tienen mayor densidad y energía específica que las baterías tradicionales (plomo ácido, Níquel-Cadmio, Níquel-Zinc o Níquel-hidruro metálico). Esto explica que sean las baterías más empleadas para almacenar mayores cantidades de energía, como suele ser el caso de almacenamiento para microrredes eléctricas, vehículos eléctricos o autoconsumo doméstico y/o industrial. Por ello, se pasará a dar una breve explicación de su principio de funcionamiento.

Las **baterías de litio** tienen un funcionamiento algo diferente a las tradicionales celdas electroquímicas, basadas en reacciones de tipo redox. El ánodo (electrodo negativo) de las

celdas de litio contienen grafito o titanato de litio (LTO), y óxido de cobalto, trifalina ( $\text{LiFePO}_4$ ) u óxido de manganeso en el cátodo (electrodo positivo). Todos estos materiales confieren a los electrodos dos propiedades fundamentales: estructuras cristalinas abiertas, permitiendo la inserción o extracción de iones de litio en los espacios vacantes, y la habilidad de aceptar electrones.

El litio es entonces almacenado en los electrodos, y sucede un mecanismo de intercalación, que consiste en que los iones de litio  $\text{Li}^+$  son libres de moverse a través del electrolito. Así pues, el  $\text{Li}^+$  entra en un electrodo, volviéndose Li cuando un electrón esté disponible.

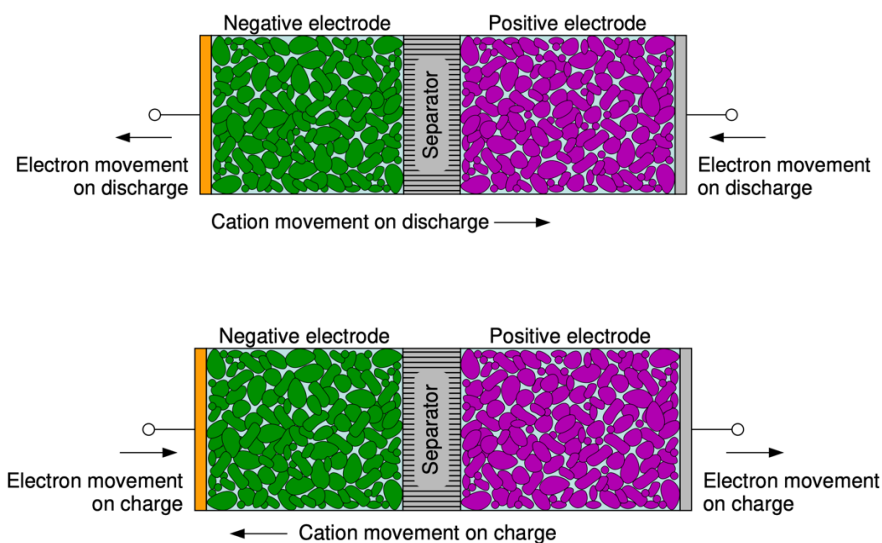


Figura 2.16: Esquema de movimiento de electrones y cationes en los procesos de descarga (arriba) y carga (abajo). [14]

Veámoslo con más detalle:

- Durante la **descarga**, el litio Li sale de la superficie porosa del electrodo negativo, cediendo un electrón y convirtiéndose en ion-Litio  $\text{Li}^+$ . El litio presente en las pequeñas partículas de grafito del ánodo (señaladas en verde en la figura) se difunde desde el interior hasta la superficie de las mismas, con el fin de homogeneizar la concentración de litio en las partículas. Los iones de litio viajan a través del electrolito (en azul en la figura) hacia el cátodo y, a su vez, los electrones cedidos viajan por el circuito externo también hacia el átomo.

Cuando un ion se encuentra con un átomo, se forma Li, que entra en la estructura cristalina de las pequeñas partículas del cátodo (en morado en la figura), difundiéndose en su interior y quedando almacenado de esta manera el litio.

- Durante la **carga**, ocurre el proceso inverso. El circuito eléctrico externo fuerza el movimiento de electrones y iones en sentido cátodo-ánodo.

Algunas ventajas de las células de litio son:

- Tienen una alta densidad energética en comparación con la mayoría de celdas electroquímicas
- Operan a un mayor voltaje que otras celdas recargables (alrededor de 3.7V)
- Bajos niveles de autodescarga
- Tiempo de vida medio largo en comparación con otras tecnologías de celdas

Sin embargo, este tipo de baterías tiene también desventajas:

- Son más caras que las baterías basadas en plomo o níquel.
- Tienen una complejidad de manufactura más elevada
- Requieren de precauciones de seguridad más elevadas debido a su alta densidad energética.

Volviendo al tema de interés del proyecto, las microrredes o *Smart Grids* deben contar con un sistema de almacenamiento de energía que suele consistir en un sistema de baterías, que permite operar a este sistema eléctrico de pequeñas dimensiones de manera aislada por un tiempo mayor o menor en función de la capacidad de las baterías.



Figura 2.17: Sistema de baterías de la microrred del laboratorio DESL en la EPFL, Lausanne

La microrred del laboratorio DESL de la EPFL cuenta con un sistema de baterías de ion litio de **25kW/25kWh**, de química LTO, que le da la flexibilidad de almacenamiento comentada a la operación de su microrred.

La formulación que emplearemos en este proyecto para modelar este elemento almacenador de energía es muy simple. Esto es así puesto que el tiempo de respuesta de una batería es mucho menor que el del sistema de célula de combustible, electrolizador y tanque, de hidrógeno, por lo que no se requiere de gran complejidad de modelo para las baterías.

Simplemente consideraremos que la energía disponible en la batería se obtiene como la integral de la potencia a lo largo del tiempo:

$$E_{BAT}(t) = - \int P_{BAT}(t) dt \quad (M5)$$

donde  $P_{BAT}(t)$  tiene el criterio de signos generador (positivo para la descarga, negativo para la carga).

El estado de carga (SOC, *State of Charge* en inglés), que se define como el cociente entre la energía almacenada en un instante de tiempo y la capacidad total de almacenamiento, en tanto por ciento, se restringirá entre el 5% y el 95% en las simulaciones.

De nuevo, en las simulaciones en MatLab emplearemos la versión discretizada de la versión anterior:

$$E_{BAT}(k + 1) = E_{BAT}(k) - P_{BAT}(k) \cdot dt/3600$$

## 2.5- Generación fotovoltaica

La energía solar fotovoltaica es una fuente de energía que produce electricidad de origen renovable a partir de la radiación solar incidente en un dispositivo electrónico semiconductor llamado célula fotovoltaica. Aunque se trate de una tecnología conocida desde hace bastante tiempo (la primera célula solar moderna fue patentada en 1946), actualmente es una tecnología que emerge con gran fuerza en las redes de distribución a nivel de los sistemas eléctricos nacionales, así como en los sistemas de autoconsumo domésticos e industriales.

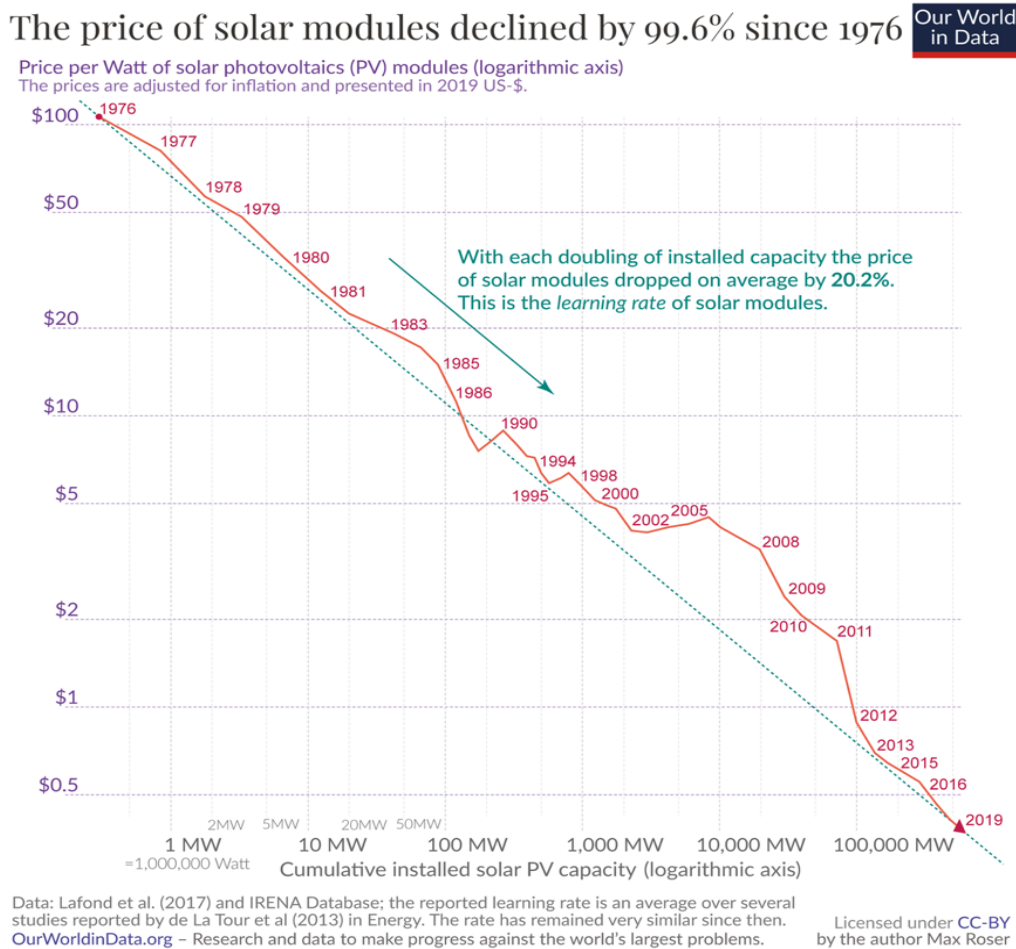


Figura 2.18: Evolución económica y de potencia instalada de la tecnología solar fotovoltaica. [Our World in Data]

El principio de funcionamiento se basa en que, cuando un semiconductor dopado se expone a una radiación electromagnética, un fotón arranca un electrón, creando a la vez un “hueco” en el átomo excitado, que son libres de moverse por la red cristalina del semiconductor.

En una célula fotovoltaica se crea una unión de dos semiconductores, uno dopado positivamente (semiconductor tipo  $p$ ) y otro negativamente (tipo  $n$ ). Esta unión  $pn$  genera un campo eléctrico permanente que, cuando una luz incidente arranca electrones de la estructura, obliga a los electrones y huecos a avanzar hacia el lado opuesto del material, produciéndose así una diferencia de potencial entre los electrodos de la célula.

En la Figura 2.18 se muestra un esquema del campo eléctrico creado en una célula, y la diferencia de potencial o voltaje resultante de este.

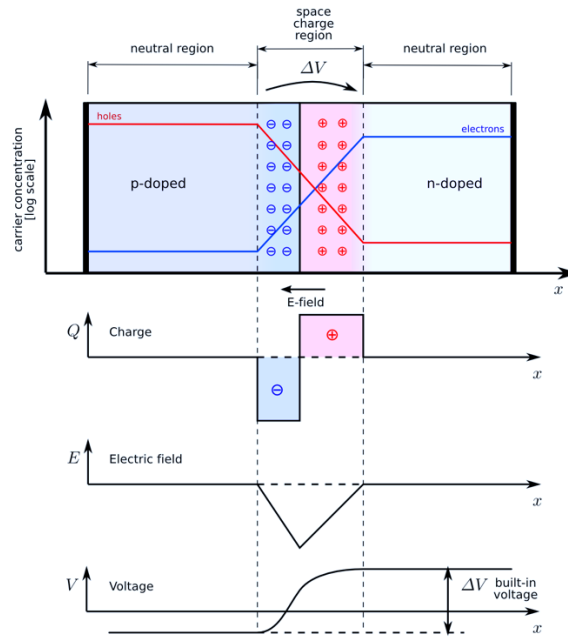


Figura 2.19: Campo eléctrico y diferencia de potencial creada en una célula fotovoltaica

La microrred del laboratorio DESL EPFL cuenta con tres plantas de generación fotovoltaica, dos de ellas instaladas en el tejado de su laboratorio, y otra en la fachada, como muestra la figura 2.19. Las potencias pico máximas de las plantas de generación PV1, PV2 y PV façade son 16, 13 y 7 kWp respectivamente.

Para este proyecto, solo se ha considerado el uso de las dos primeras, luego contamos con un sistema de generación fotovoltaica de 29kWp.

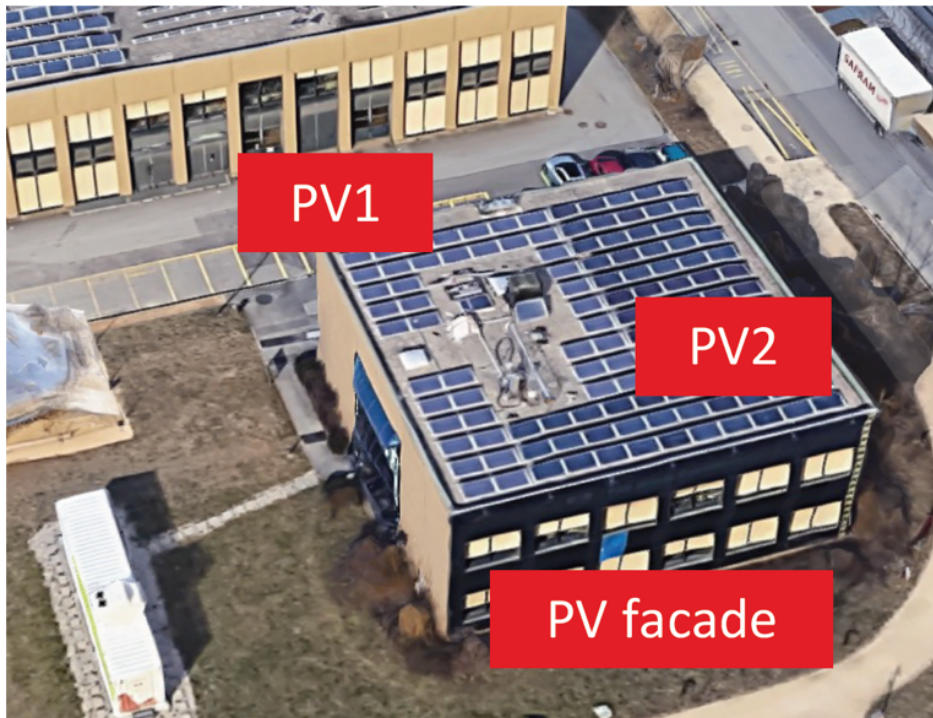


Figura 2.20: Instalación de las tres plantas fotovoltaicas en el edificio del laboratorio DESL, EPFL, Lausanne

El laboratorio ha proporcionado para la realización de este trabajo datos históricos de generación fotovoltaica de las mencionadas plantas, con una resolución temporal de 5 minutos.

La figura 2.20 muestra a modo de ejemplo la serie temporal de producción fotovoltaica de cinco días. Estas curvas se tomados directamente como las curvas de generación para la microrred. Es decir, no contamos con unas ecuaciones que modelen el sistema de generación fotovoltaica, sino que consideramos esta fuente de energía como no gestionable, y dada por las curvas de generación de datos históricos.

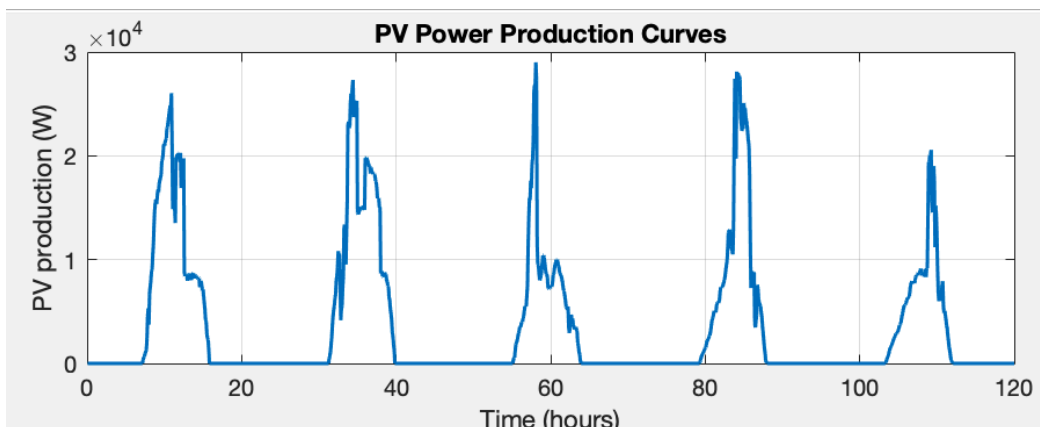


Figura 2.21: Perfil de generación fotovoltaica de las plantas PV1 y PV2

## 2.6- Demanda de consumo eléctrico

Se incluyen en esta categoría todos los consumos eléctricos que puede tener una microrred eléctrica. Por ejemplo, si se tratara de una SmartGrid de tipo doméstica o residencial, se incluirían aquí los consumos habituales de viviendas, como electrodomésticos, estaciones de cargas de vehículos eléctricos, ascensores, refrigeración o iluminación. Si se tratara de una red industrial, se englobaría además el consumo eléctrico de la maquinaria industrial como motores, bombas, ...

La microrred de la EPFL dispone de emuladores de carga de hasta 30kVA. Un emulador de carga (*Load Emulator* en inglés) es un dispositivo electrónico con la habilidad de imitar el comportamiento de otro dispositivo eléctrico. El emulador de carga implica el control del convertidor de electrónica de potencia al que iría conectada la carga imitada.

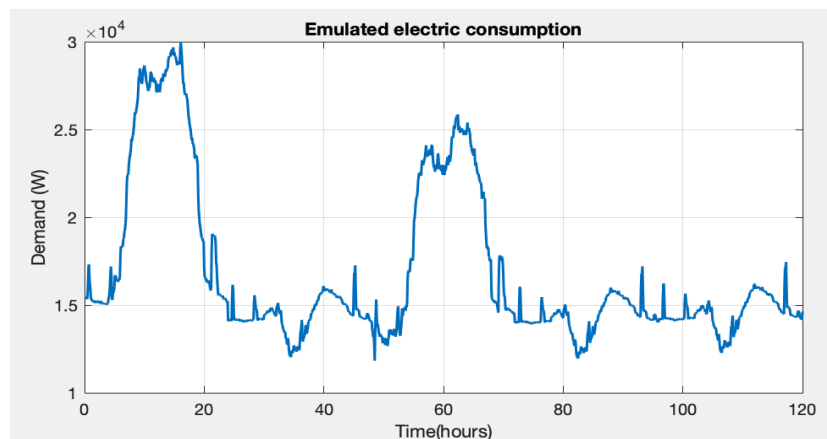


Figura 2.22: (Izquierda): Emuladores de carga del laboratorio DESL. (Derecha): Perfiles reales de consumo eléctrico.

Al igual que con el sistema de producción fotovoltaica, para este trabajo se dispone de curvas históricas de demanda de consumo eléctrico, mostradas en la figura.

## 2.7- Modelo térmico de un edificio

Para el primero de los escenarios de simulación se optimizará la gestión térmica de un edificio, por lo que resulta necesario el modelado de un espacio dotado de intercambio de calor con el ambiente y que cuente con diversas fuentes y sumidero de calor. El modelo y sus parámetros se basa en el presentado en [5].

Se presupone que esta edificación cuenta, para su calefacción en los meses de invierno, con una instalación de radiadores eléctricos, suministrada por la red eléctrica y que genera calor con una eficiencia del 100%, es decir, cada vatio eléctrico se transforma en un vatio en forma de energía térmica o calor.

Además, se dispone del calor generado por un sistema híbrido denominado “Combined Heat and Power” (*CHP*), y que está formado por un electrolizador, un sistema de células de combustible y un almacenamiento de hidrógeno. Este sistema es considerado, desde el punto de vista térmico, como una fuente de calor, ya que las pérdidas considerables con que cuenta son evacuadas al edificio, imaginemos mediante otro sistema de calefacción que aprovecha el calor de pérdidas generado en célula de combustible y electrolizador. Se considerarán aquí tanto las pérdidas por convección del sistema de células de combustible, como el calor evacuado por el sistema de refrigeración activa.

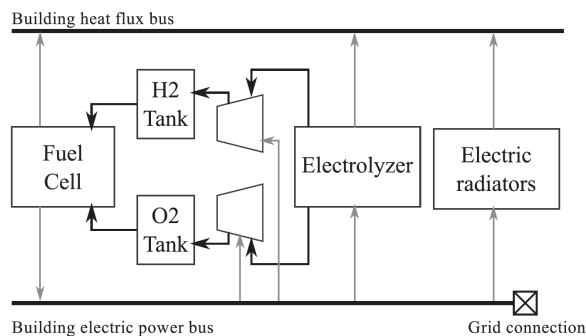


Figura 2.23: Esquema de los elementos que componen este sistema [5]

Otra fuente de calor es la radiación térmica solar que le llega al edificio, computada como los vatios netos, que se obtienen de multiplicar la irradiancia ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) por la superficie equivalente del edificio ( $\text{m}^2$ ).

Se considera como único sumidero de calor las pérdidas por convección del edificio, que son proporcionales a la diferencia de temperatura del mismo,  $T(t)$ , con la temperatura ambiente,  $T_{\text{out}}(t)$ .

Así pues, el modelo predice la evolución temporal de la temperatura del edificio,  $T(t)$ , en función de las fuentes y sumidero de calor, y del valor pasado de temperatura del mismo, siguiendo la ecuación diferencial de primer orden siguiente:

$$C \frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{R} (T_{out}(t) - T(t)) + A\phi_s(t) + \phi_h(t) \quad (M6)$$

donde  $\phi_h(t) = P(t) + Q_c(t) + Q_{EL}(t) + Q_{ext}(t)$ . La tabla resume todas las variables del modelo:

$T(t)$	Temperatura media del edificio		°C
$T_{out}(t)$	Temperatura exterior del edificio		°C
$\phi_s(t)$	Radiación solar		W/m <sup>2</sup>
$\phi_h(t)$	Fuentes de calor del edificio:		W
	$P(t)$	Calor aportado por los radiadores	W
	$Q_c(t)$	Calor del sistema de refrigeración de pila de combustible	W
	$Q_{EL}(t)$	Calor de pérdidas del electrolizador	W
	$Q_{ext}(t)$	Calor de pérdidas de la pila de combustible cedido al exterior	W

Tabla 2.5: Variables que aparecen en el modelo térmico del edificio

Por lo tanto, dicho modelo tiene tres parámetros:

- $R$ : resistencia térmica equivalente del edificio. Determina las pérdidas por convección al exterior.
- $C$ : capacidad térmica equivalente del edificio. Cuantifica la acumulación de calor en el edificio.
- $A$ : superficie equivalente del edificio.

Dichos parámetros se han recogido de [5], y se muestran en la siguiente tabla:

Parámetro	Valor	Unidades
$R$	$1.23 \cdot 10^7$	°C W <sup>-1</sup>
$C$	$4.87 \cdot 10^{-1}$	J °C <sup>-1</sup>
$A$	10.7	m <sup>2</sup>

Tabla 2.6: Parámetros del modelo térmico del edificio

## 2.8- Resumen del capítulo

En este capítulo se han presentado siete componentes que pueden estar presentes en la optimización del control de la microrred, dependiendo del escenario de simulación. Con ánimo de sintetizar, se ha elaborado una tabla resumen con la información principal de los modelos, enumerando los valores nominales de potencia o energía, adjuntando las ecuaciones que los modelan y señalando en cuales de las simulaciones estarán presentes.

Componente	Características	Ecuaciones	S1	S2	S3
Células de combustible	$P_N = 12 \text{ kW}$ o $5 \text{ kW}$ Sistema de refrigeración activa	$v_{FC}(T, i) = OCV - (\alpha T + \beta)\sqrt{i} - (\gamma T + \delta)i$ $\frac{dT_{FC}(t)}{dt} = \left( \frac{Q_{FC}(t) - Q_{cool}(t)}{C} - \frac{T_{FC}(t) - T(t)}{RC} \right)$ $Q_{FC} = (v_{act} + v_{ohm})i$	<input checked="" type="checkbox"/> 5kW	<input checked="" type="checkbox"/> 12kW	<input checked="" type="checkbox"/> 12kW
Electrolizador	$P_N = 5 \text{ kW}$	$v_{EL} = a + b \cdot I$ $Q_{EL} = c \cdot I^2 + d \cdot I$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Tanque de hidrógeno	$V = 1.6 \text{ m}^3$ $P_{max} = 30 \text{ bar}$	$p_{H_2} = \frac{RT}{FV} \int (n_{EL} i_{EL} - n_{FC} i_{FC}) dt$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Baterías	$P_N = 25 \text{ kW}$ $E_N = 25 \text{ kWh}$	$E_{BAT}(t) = - \int P_{BAT}(t) dt$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Generación fotovoltaica	$P_N = 29 \text{ kWp}$ No gestionable	Se dispone de curvas	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Consumo eléctrico	$P_N = 30 \text{ kW}$ Emulador de carga No gestionable	Se dispone de curvas	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Modelo térmico de un edificio	Fuentes de calor: - radiadores eléctricos - pérdidas en FC y <u>Elect</u> - radiación solar	$C \frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{R} (T_{out}(t) - T(t)) + A\phi_s(t) + \phi_h(t)$ $\phi_h(t) = P(t) + Q_c(t) + Q_{EL}(t) + Q_{ext}(t)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Tabla 2.7: Tabla resumen de los elementos y ecuaciones que los modelan, así como su correspondencia con los diferentes escenarios de simulación

## Capítulo 3

# S1: Optimización del mantenimiento térmico de un edificio

El desarrollo de este primer escenario de simulación (S1) ha sido de gran importancia a la hora del aprendizaje y profundización en la materia de optimización matemática. En esta simulación se ha dedicado la mayor parte del tiempo del proyecto, puesto que ha asentado las bases para las siguientes, y se han aprendido conceptos de capital importancia sin los cuales no hubiera sido posible seguir con el proyecto.

Se podría decir que se trata de una simulación “de prueba” ya que, como se verá más adelante, algunos parámetros no han sido ajustados de manera completamente realista, sino con funciones arbitrarias, ya que el objetivo no era el de dar precisión y realidad a la simulación, sino el de aprender la metodología y bases matemáticas, analizar resultados y comprobar coherencia en los mismos.

Como comentario del proceso de aprendizaje, es aquí donde se han cometido la mayor cantidad de errores, y ha sido un proceso tedioso de ensayo y error hasta dar con los problemas de programación. Sin embargo, considero que ha sido la parte del trabajo que mayor valor tiene, ya que ha sido donde más aprendizaje se ha adquirido.

Dicho esto, considero necesario recoger una introducción a las bases de la optimización matemática y programación lineal y convexa, ya que para todas las simulaciones estos conceptos serán aplicados, y ha sido necesario su manejo en profundidad para comprender bien los resultados y detectar errores.

### 3.1- Algunas notas sobre la optimización matemática

Se llama optimización a la selección del mejor elemento de un conjunto de elementos disponibles, con un criterio de selección concreto. En el campo de las matemáticas, un problema o programa de optimización trata de maximizar o minimizar una función real, que se llama *función objetivo*, y que depende de una o más variables (llamadas *variables de decisión* o *de optimización*). La figura 3.1 muestra un ejemplo de una función objetivo dependiente de dos variables de decisión.

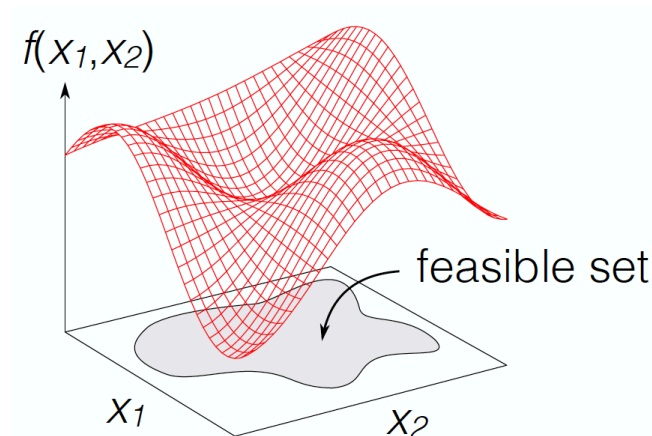


Figura 3.1: Función objetivo de dos variables y región de factibilidad. [12]

En general, pueden existir un conjunto de restricciones sobre las variables de decisión, en forma de igualdades y/o desigualdades, dando lugar a un *espacio de búsqueda*, *conjunto de elección* o *conjunto factible*, como el mostrado en gris en la figura. Los elementos de este conjunto se llaman *soluciones factibles* o *candidatas*. De esta manera, la función queda restringida a ese dominio de definición, y decimos que se trata de un problema de optimización restringida. Veamos la formulación matemática para un programa genérico de optimización en su forma estándar:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeto a} & g_1(\mathbf{x}) \leq b_1 \\ & \vdots \\ & g_m(\mathbf{x}) \leq b_m \end{array}$$

Se denomina *valor óptimo* o *solución* del problema al vector  $\mathbf{x}^*$  que minimiza la función objetivo dentro del conjunto factible, es decir,  $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{z}) \quad \forall \mathbf{z}: g_i(\mathbf{z}) \leq b_i, i = 1, \dots, m$ .

La optimización matemática ha sido un ámbito de interés e investigación desde hace siglos. Personajes como Newton, Fermat, Euler o Lagrange han hecho grandes contribuciones al campo de la optimización no restringida, mientras que en la segunda mitad del siglo XX se ha desarrollado enormemente la optimización restringida, ya que resulta ser de valiosísimo interés para todos los campos de la ingeniería sin duda alguna.

Por mencionar algunos ejemplos, la optimización se puede encontrar en la base de la gestión de los grandes sistemas eléctricos de potencia (el famoso problema de *Óptimal Power Flow*, OPF), en la planificación de programas de producción y manufactura de fábricas o en el planeamiento de transporte de mercancías. También fue clave para el programa de racionamiento de suministros en la Segunda Guerra Mundial y, por poner un ejemplo algo más actual, está presente en la mayoría de los algoritmos de Machine Learning o Inteligencia Artificial.

Los programas de optimización matemática se clasifican en función del tipo de función objetivo y región factible. La optimización más sencilla es la **programación lineal**, en la que tanto la función objetivo  $f(\mathbf{x})$  como las funciones  $g_i(\mathbf{x})$  son lineales en las variables. Podemos entonces escribir un programa de optimización lineal de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && c_1x_1 + \dots + c_nx_n \\
 &\text{sujeto a} && a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\
 & && \vdots \\
 & && a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \\
 & && x_1, \dots, x_n \geq 0
 \end{aligned}$$

La formulación anterior se denomina *forma estándar* de un programa lineal, en la que las posibles inecuaciones se han convertido en ecuaciones a través de la adición de *variables holgura* o ‘*slack variables*’, y se añaden las condiciones de no-negatividad (todas las variables han de ser positivas).

Cualquier formulación de un programa lineal puede llevarse a su forma estándar a través de sencillas transformaciones. Asimismo, un programa de maximización puede ser convertido en uno equivalente de minimización, ya que encontrar el máximo de una función equivale a encontrar el mínimo de su función opuesta:  $\max_{x \in X} f(x) = -\min_{x \in X} (-f(x))$ . A modo de ejemplo, se presenta en la figura 3.2 un sencillo programa de optimización lineal de dos variables.

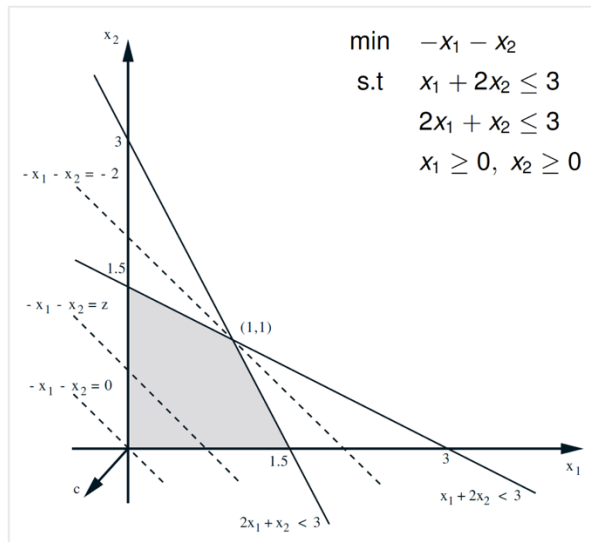


Figura 3.2: Ejemplo de programación lineal de dos variables. El óptimo (mínimo) se alcanza en el punto (1,1). [12]

La programación lineal resulta de gran interés por su innumerable cantidad de aplicaciones en la ingeniería. Por supuesto, estas aplicaciones reales son programas que pueden contar con cientos de miles, o millones de variables, y resolverlos no resulta tan trivial como el ejemplo anterior.

Sin embargo, la optimización lineal resulta tan útil porque existen numerosos algoritmos muy optimizados que permiten llegar a la solución del problema en tiempo polinomial, es decir, algoritmos que garantizan llegar a la solución en un tiempo finito razonable por muy grande que sea el problema. Destacan los algoritmos *Simplex* y *Métodos de punto interior*.

Durante mucho tiempo se puso el foco en la programación lineal, en la que está garantizada la existencia y unicidad de soluciones si se cumplen sencillos requisitos. Sin embargo, más recientemente se ha puesto el foco en una subclase de problemas de optimización no lineal que también garantizan tener solución, que es posible encontrar en tiempo polinomial. Se trata de los problemas de **Optimización Convexa**, en la que la función  $f(\mathbf{x})$  debe ser una función convexa (no se da la definición formal, pero gráficamente implica que una cuerda que une cualesquiera dos puntos de la función queda en la gráfica por encima de la función).

Además, la región de factibilidad  $\mathcal{X}$  debe ser un conjunto convexo, es decir, el segmento que une cualesquier dos puntos del interior del conjunto debe estar incluido en el conjunto. Se muestra en la figura 3.3 un ejemplo de una función de dos variables convexa, y una ilustración de un conjunto convexo frente a otro no convexo.

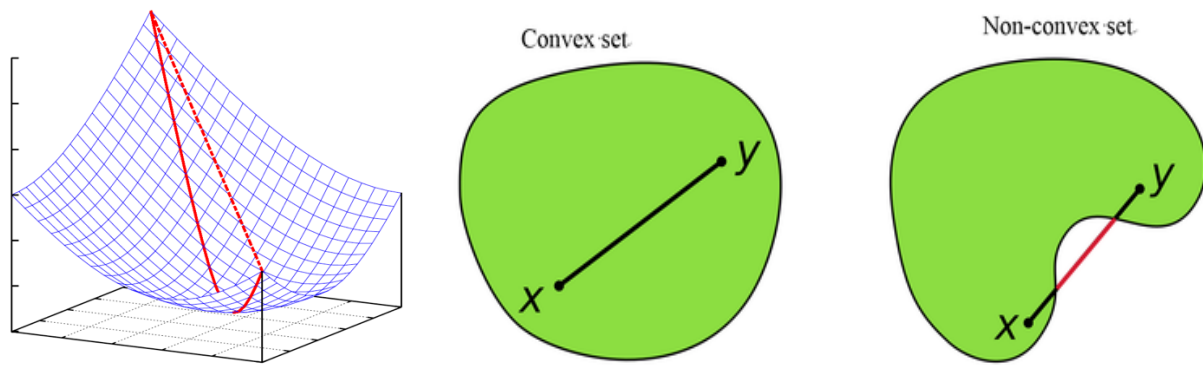


Figura 24.3: Una función convexa (Izquierda), un conjunto convexo (Centro), y un conjunto no convexo (Derecha). [12]

La optimización convexa resulta de gran interés porque puede demostrarse que cualquier óptimo local debe ser, a su vez, óptimo global. Ya que con bien conocidos eficientes algoritmos que buscan óptimos locales, como el método de descenso de gradiente, estos mismos algoritmos encontrarán el óptimo global (la solución) al problema convexo, de ahí que resulten de interés esta subclase de la programación no lineal.

A lo largo de este proyecto se trata con métodos de control que resultan en un problema de optimización. Los modelos de los elementos que componen la microrred eléctrica, presentados en el capítulo anterior, formarán parte de las restricciones de la optimización. Como se vio, las ecuaciones de estos modelos no son siempre funciones lineales, ni tampoco convexas (véanse por ejemplo las ecuaciones M1 o M3.2).

Es por esto que, durante el desarrollo de los tres escenarios de optimización, se buscarán técnicas de linealización de dichos modelos no lineales, para trabajar siempre con programas de optimización lineal. Sin las linealizaciones correspondientes, los programas a optimizar no son lineales, dando lugar a problemas de resolución que se escapan del alcance de este proyecto. Además, como se discutirá y cuantificará más adelante, las linealizaciones correspondientes proporcionan resultados adecuados.

Otro tipo de optimización que es necesario resaltar en esta sección es **la programación entera o binaria**, en la que se introducen en el problema de optimización variables enteras ( $\mathbb{Z}$ ) o binarias ( $\{0,1\}$ ). Estos programas de optimización también tienen una gran cantidad de aplicaciones, ya que modelan sucesos de tipo *SÍ/NO*, o condiciones lógicas como *OR* o *AND*, entre otras.

Para la resolución de problemas de optimización se ha optado por emplear la toolbox de MatLab YALMIP, y emplear el solver GUROBI, por su amplio reconocimiento en el campo de la optimización.

### 3.2- Formulación del problema de optimización de S1

Se trata de optimizar la operación del sistema formado por células de combustible, electrolizador, almacenamiento de gas y radiadores eléctricos, que calentarán un edificio, manteniendo la temperatura de este entre unos límites adecuados para el confort térmico, a la vez que respetando los límites de funcionamiento de todos los elementos que componen el sistema. Asimismo, este control se hará de manera tal que se minimice el coste de la energía eléctrica intercambiada con la red eléctrica. Hará falta traducir todos estos requerimientos a la formulación matemática de un problema de optimización. Se presenta en la siguiente figura un diagrama de bloques de la microrred con la que contamos para este escenario de simulación.

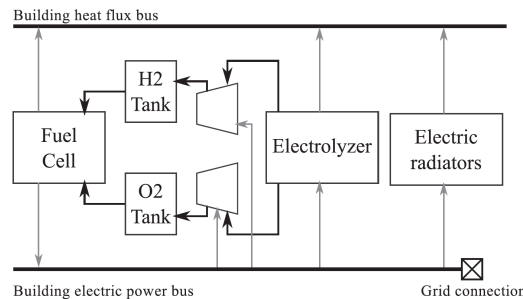


Figura 3.4: Representación esquemática del escenario de simulación [5]

La principal fuente de calor vendrá dada por los radiadores eléctricos, que están limitados a emitir una potencia calorífica máxima de 10 kW. Por otra parte, contamos con el sistema de cogeneración *Combined Heat and Power (CHP)*, donde el electrolizador consume energía (eléctrica), la almacena en forma de hidrógeno, y la consume en la pila de combustible, aprovechando el calor generado en el proceso para calentar el edificio.

Se muestra en la figura 3.5 otro diagrama de bloques con los modelos de los elementos presentes en este escenario de simulación, así como las interacciones entre ellos.

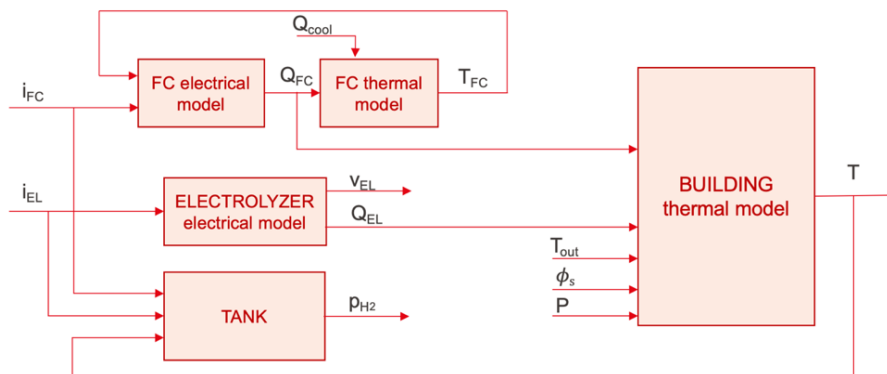


Figura 3.5: Diagrama de bloques que representa las interacciones entre los diferentes elementos

La gran ventaja de introducir el sistema CHP para el calentamiento del edificio es que es gestionable, es decir, se puede almacenar energía para consumirla posteriormente, y jugar con los precios de la electricidad para el beneficio económico del sistema. Por ejemplo, se podría poner en funcionamiento el electrolizador, que consume potencia eléctrica, cuando el precio de la energía esté sea más reducido, y poner a producir electricidad en la pila de combustible cuando el precio sea más elevado.

Esto, que podría pensar en hacerse de manera manual, poniendo en funcionamiento los sistemas cuando se supere cierto umbral de precio, por ejemplo, se programará de manera automática mediante un programa de optimización, que gestione los recursos disponibles para alcanzar el óptimo, manteniendo a la vez todas las variables en su rango de funcionamiento. Se atisba aquí la gran ventaja de introducir la optimización matemática en la gestión y control de sistemas eléctricos gestionables.

Comencemos a formular matemáticamente el problema. Se presenta en la tabla 3.1 todas las variables del mismo.

<b>T</b>	Temperatura interior del edificio	Variable de estado	°C
<b>T<sub>FC</sub></b>	Temperatura de las células de combustible	Variable de estado	°C
<b>P<sub>FC</sub></b>	Generación eléctrica de las células de combustible	Variable de estado	W
<b>v<sub>FC</sub></b>	Voltaje del stack de células de combustible	Variable de estado	V
<b>Q<sub>FC</sub></b>	Pérdidas de calor de la célula de combustible	Variable de estado	W
<b>Q<sub>ext</sub></b>	Pérdidas de la célula que son cedidas al exterior	Variable de estado	W
<b>P<sub>EL</sub></b>	Consumo eléctrico del electrolizador	Variable de estado	W
<b>v<sub>EL</sub></b>	Voltaje del electrolizador	Variable de estado	V
<b>Q<sub>EL</sub></b>	Pérdidas de calor del electrolizador	Variable de estado	W
<b>p<sub>H2</sub></b>	Presión en el tanque de hidrógeno	Variable de estado	Pa
<b>i<sub>FC</sub></b>	Corriente en las células de combustible	<b>Variable de decisión</b>	A
<b>i<sub>EL</sub></b>	Corriente en el electrolizador	<b>Variable de decisión</b>	A
<b>P</b>	Radiadores eléctricos: consumo eléctrico=calor generado	<b>Variable de decisión</b>	W
<b>Q<sub>cool</sub></b>	Calor extraído por la refrigeración en las células	<b>Variable de decisión</b>	W

Tabla 3.1: Variables de simulación de SI

El consumo eléctrico en esta microrred viene dado por el consumo de los radiadores,  $P(t)$ , el del electrolizador,  $P_{EL}(t)$ , y el consumo de las células de combustible,  $-P_{FC}(t)$  (consideramos signo positivo para la producción de energía eléctrica en la célula de combustible). Por lo tanto, el precio instantáneo del sistema vendrá dado por la

multiplicación del precio de la electricidad en cada instante,  $p(t)$ , multiplicado por el consumo de potencia. La función objetivo se obtendrá, pues, sumando el coste de todos los instantes de tiempo:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{k=1}^N \{-P_{FC}(k) + P_{EL}(k) + P(k)\} p(k) \quad (\text{S1.1})$$

Ahora debemos añadir todas las restricciones del problema, que pueden clasificarse en grupos:

- Formulación de los modelos: se introducen en forma de restricciones las ecuaciones de los modelos, ya que interrelacionan las variables comprendidas en el problema. Vayamos uno a uno:

- Células de combustible

$$v_{FC} = OCV - (\alpha T_{FC} + \beta) \sqrt{i_{FC}} - (\gamma T_{FC} + \delta) i_{FC} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (\text{S1.2})$$

$$Q_{FC} = \left( (\alpha T_{FC} + \beta) \sqrt{i_{FC}} + (\gamma T_{FC} + \delta) i_{FC} \right) i_{FC} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (\text{S1.3})$$

$$T_{FC}(k+1) = T_{FC}(k) \left( 1 - \frac{\Delta t}{C} Q_{FC}(k) \right) + \frac{\Delta t}{C} Q_{FC}(k) + \frac{\Delta t}{RC} T_{out}(k) \quad \forall k = 1, \dots, N-1 \quad (\text{S1.4})$$

- Electrolizador

$$v_{EL}(k) = a - b i_{EL}(k) \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (\text{S1.5})$$

$$Q_{EL}(k) = c i_{EL}(k)^2 + d \cdot i_{EL} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (\text{S1.6})$$

- Modelo térmico del edificio

$$T(k+1) = T(k) \left( 1 - \frac{\Delta t}{RC} \right) + \frac{\Delta t}{RC} T_{out}(k) + \frac{\Delta t}{C} (\phi_h(k) + A\phi_s(t)) \quad \forall k = 1, \dots, N-1 \quad (\text{S1.7})$$

$$\phi_h(k) = P(k) + Q_{ext}(k) + Q_{EL}(k) + Q_{cool}(t) \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (\text{S1.8})$$

- Almacenamiento de hidrógeno

$$p_{H_2}(k+1) = p_{H_2}(k) + \frac{RT}{FV} (n_{EL} i_{EL}(k) - n_{FC} i_{FC}(k)) \Delta t \quad \forall k = 1, \dots, N-1 \quad (\text{S1.9})$$

- Inicialización de las variables de estado necesarias (presión y temperatura):

$$T_{FC}(1) = T_{FC,1} \quad (\text{S1.10})$$

$$T(1) = T_1 \quad (\text{S1.11})$$

$$p_{H_2}(1) = p_{H_2,1} \quad (\text{S1.12})$$

$$p_{H_2}(N) = p_{H_2,N} \quad (\text{S1.13})$$

- Límites de operación de las variables (corrientes máximas, límites de temperatura, límites de presión, saltos de corriente consecutivos máximos)

$$0 \leq i_{FC}(k) \leq i_{FC,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.14)$$

$$0 \leq i_{EL}(k) \leq i_{EL,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.15)$$

$$p_{H_2,min} \leq p_{H_2}(k) \leq p_{H_2,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.16)$$

$$T_{FC}(k) \leq T_{FC,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.17)$$

$$i_{FC}(k+1) - i_{FC}(k) \leq \Delta i_{FC,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.18)$$

$$P_{min} \leq P(k) \leq P_{max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.19)$$

$$T_{min} \leq T(k) \leq T_{max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.20)$$

- Algunas definiciones ( $P=V \cdot I$ )

$$P_{FC}(k) = v_{FC}(k) i_{FC}(k) \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.21)$$

$$P_{EL}(k) = v_{EL}(k) i_{EL}(k) \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S1.22)$$

Contamos ya con la formulación completa del problema de optimización que minimizará el coste de operación de calentar el edificio entre unos límites establecidos de temperatura (restricción S1.20), mientras que asegura el correcto funcionamiento de todos los componentes de la microrred.

Se presentan en la tabla 3.2 los límites de funcionamiento de los componentes, y las inicializaciones de las variables de estado.

$i_{FC,max}$	120	A	$p_{H_2,min}$	6	bar
$T_{FC,min}$	20	°C	$p_{H_2,max}$	2	bar
$T_{FC,max}$	75	°C	$P_{min}$	0	kW
$i_{EL,max}$	150	A	$P_{max}$	10	kW
$\Delta i_{FC,max}$	10	A/min	$\Delta i_{EL,max}$	10	A/min
$T_{FC,1}$	30	°C	$p_{H_2,1}$	4	bar
$T_1$	20	°C	$p_{H_2,N}$	4	bar

Tabla 3.2: Límites de operación e inicializaciones

Sin embargo, resulta que la presente formulación presenta un importante inconveniente que debe ser tratado; algunas de las ecuaciones son **no lineales**. En concreto, las ecuaciones (S1.2), (S1.3), (S1.6), (S1.21) y (S1.22) son las que presentan diferentes no linealidades de diferente clase. Debemos tratarlas individualmente para poder formular un programa que el solver de MatLab sea capaz de resolver, ya que tal como está no es posible. Se muestra la linealización o aproximación de estas ecuaciones en orden creciente de dificultad.

**Ecuación (S1.6):**  $Q_{EL}(k) = c \cdot i_{EL}(k)^2 + d \cdot i_{EL}(k)$

La ecuación que modela las pérdidas de calor del electrolizador es una función de una variable no lineal, más concretamente, de tipo cuadrático (se graficó en la figura 2.12 en el capítulo anterior). Para su linealización, primero se pensó en aproximarla por una recta, como se muestra en la figura izquierda. Sin embargo, esta tosca linealización conduce a grandes errores entre el modelo real no lineal y el modelo aproximado. Por eso, se procedió a crear una función lineal definida a trozos que la aproxime mejor. La figura derecha muestra la linealización escogida, en la que se ha hecho un ajuste manual con dos segmentos.

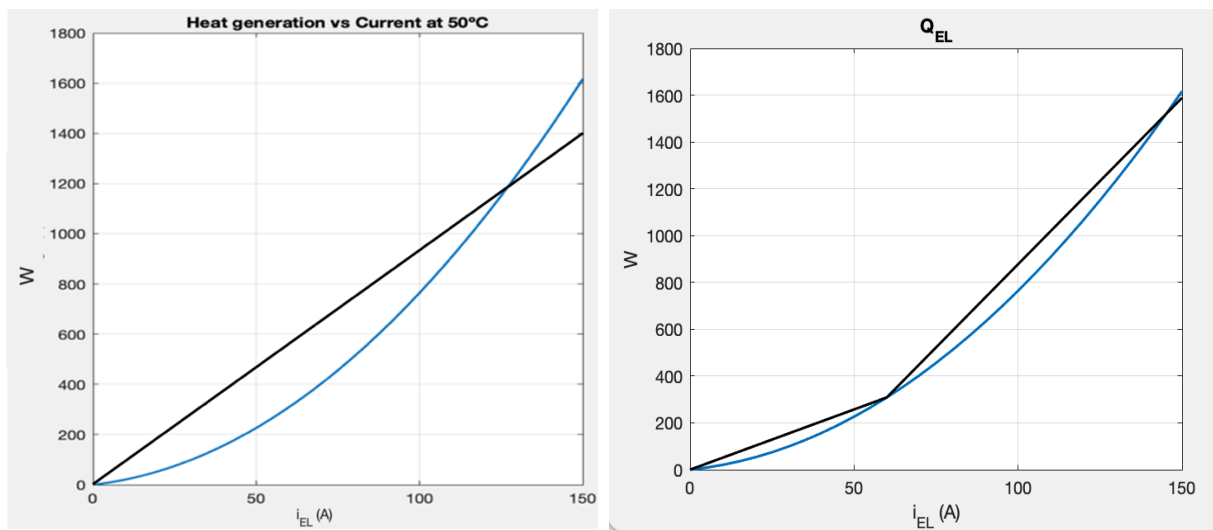


Figura 3.6: Aproximación de la ecuación (S1.6)

Una función definida a trozos se puede escribir como el máximo o mínimo de varias funciones lineales,  $\max/\min\{f_1, f_2, \dots\}$ , donde  $f_k = a_k + b_k i$ . En concreto, la linealización escogida viene dada por:

$$Q_{EL} = \max\{ 5.145i_{EL}, -544.2 + 14.22i_{EL} \} \tag{S1.23}$$

Así, la ecuación (S1.23) será empleada en sustitución a la (S1.6). Si bien no es una función lineal, está compuesta por el máximo de funciones lineales, y esto sí que puede ser tratado por el solver de MatLab.

Habiendo investigado más sobre el tema, resulta que el solver manipula esta ecuación en un paso previo a la resolución, introduciendo variables binarias al problema de optimización. Es precisamente por este motivo por el que no se ha decidido ajustar la función cuadrática con más segmentos en la función definida a trozos, ya que cada uno de ellos introduce una variable binaria al problema, incrementando enormemente el tiempo de resolución.

**Ecuación (S1.2):**  $v_{FC} = OCV - (\alpha T_{FC} + \beta)\sqrt{i_{FC}} - (\gamma T_{FC} + \delta)i_{FC}$

Se trata de una ecuación de tipo no lineal no solo por la raíz cuadrada del segundo sumando sino también por la multiplicación de variables (segundo y tercer sumandos). Representa una función real de dos variables,  $v = f(T, i)$ , que se puede representar en el espacio como una superficie, mostrada en la figura izquierda.

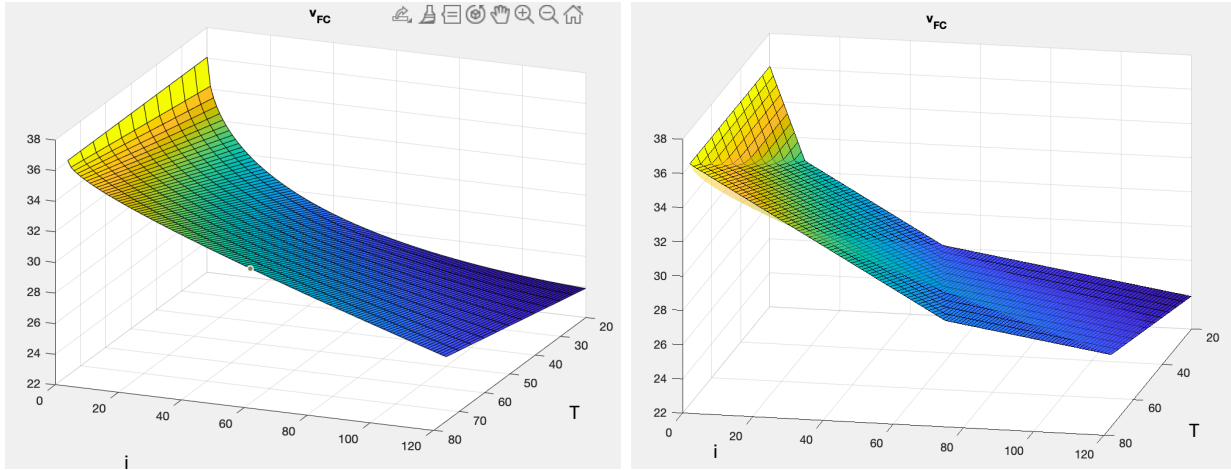


Figura 3.7: Aproximación de la ecuación (S1.2) por tres planos

Al igual que se realizó para la ecuación anterior, se procede a hacer una aproximación de la superficie mediante una función definida a trozos, solo que al ser una dimensión superior, esta vez las funciones lineales de dos variables representarán planos. Este ajuste se realiza de manera manual, tratando de obtener planos que se aproximen suficientemente a la superficie. La resultante aproximación se puede observar en la figura derecha, donde se observan los tres planos superpuestos a la superficie que aproximan. Así pues, la ecuación que aproxima a la superficie es:

$$v_{FC} = \max\{36.05 - 0.54i_{FC}, 30.25 + 0.077T_{FC} - 0.1151i_{FC}, 26.84 + 0.0414T_{FC} - 0.0314i_{FC}\}, \quad (S1.24)$$

donde las unidades de  $T_{FC}$  son  $^{\circ}\text{C}$ .

Para cada una de las tres funciones lineales, el solver introduce una variable binaria al programa de optimización, ralentizando su resolución, pero haciéndola posible, y proporcionando una aproximación muy aceptable para la ecuación no lineal (S1.2).

**Ecuación (S1.3):**  $Q_{FC} = \left( (\alpha T_{FC} + \beta) \sqrt{i_{FC}} + (\gamma T_{FC} + \delta) i_{FC} \right) i_{FC}$

Esta ecuación también es no lineal por los mismos motivos que la ecuación anterior. Se trata también de una función de dos variables,  $Q = f(T, i)$ , y se procede de la misma manera, aproximándola por una función definida a trozos, esta vez bastan solo dos planos, ya que como puede verse en la figura es más lineal que la anterior.

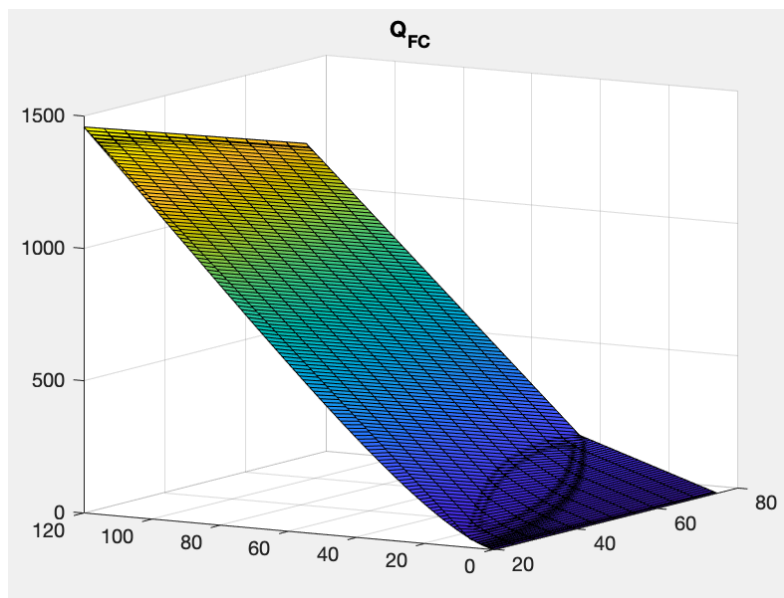


Figura 3.8: Aproximación de la ecuación (S1.3)

La nueva ecuación que sustituye a la no lineal es:

$$Q_{FC} = \max\{4.295i_{FC}, \quad 39.5 - 5T_{FC} + 12.66i_{FC} \} \tag{S1.25}$$

**Ecuaciones (S1.21) y (S1.22):**  $P_{FC} = v_{FC} i_{FC}$   $P_{EL} = v_{EL} i_{EL}$

Este tipo de funciones no lineales del tipo  $z = x \cdot y$  se denominan en matemáticas ecuaciones bilineales, ya que es una función en cada una de las variables consideradas por separado, pero estas se están multiplicando. Se empleará la técnica de relajación de McCormick por envolventes, que se presenta a continuación. Si se tiene un término del tipo  $z = x \cdot y$ , este puede ser aproximado las siguientes cuatro inecuaciones:

$$\begin{aligned} z &\geq \underline{x}y + x\underline{y} - \underline{x}\underline{y} \\ z &\geq \bar{x}y + x\bar{y} - \bar{x}\bar{y} \\ z &\leq \bar{x}y + \underline{x}\bar{y} - \bar{x}\underline{y} \\ z &\leq x\bar{y} + \underline{x}\underline{y} - \underline{x}\bar{y} \end{aligned}$$

donde los parámetros  $\bar{x}$ ,  $\underline{x}$ ,  $\bar{y}$  y  $\underline{y}$  son los límites inferior y superior que pueden tomar ambas variables.

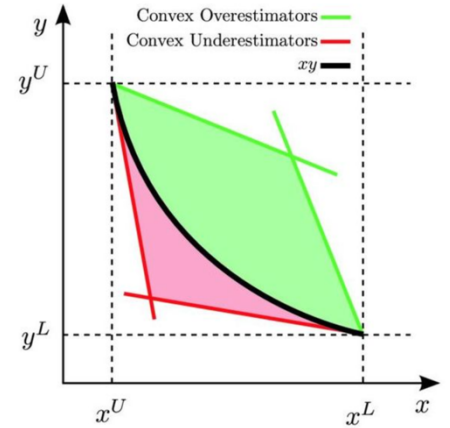


Figura 3.9: Envolventes de McCormick [12]

La figura superior esquematiza bien lo que hace esta aproximación: dada la hipérbola  $x \cdot y$ , representada en negro, cada una de las inecuaciones restringe un espacio alrededor de la hipérbola, creándose una envolvente alrededor de la misma.

Así pues, las ecuaciones bilineales (S1.21) y (S1.22) serán sustituidas por ocho inecuaciones lineales en total, que representan las ecuaciones (S1.26) a la (S1.33). A modo de ejemplo, la primera de ellas resulta:

$$P_{FC} \geq \underline{v}_{FC} i_{FC} + v_{FC} \underline{i}_{FC} - \underline{v}_{FC} \underline{i}_{FC} \tag{S1.26}$$

Los límites de operación de las variables son los siguientes:

Pila de combustible (FC)		Electrolizador (EL)	
$\underline{v}_{FC}$	24.7 V	$\underline{v}_{EL}$	31.6 V
$\overline{v}_{FC}$	33.7 V	$\overline{v}_{EL}$	42.0 V
$\underline{i}_{FC}$	0 A	$\underline{i}_{EL}$	0 A
$\overline{i}_{FC}$	120 A	$\overline{i}_{EL}$	150 A

Tabla 3.3: Límites superior e inferior de corriente y tensión en FC y Electrolizador

Las aproximaciones tratadas de cada una de las cinco ecuaciones serán verificadas posteriormente en este capítulo, cuantificando el error cometido al linealizar, y por tanto validando así las aproximaciones cometidas.

### 3.3- Programación del escenario S1

En síntesis de los pasos seguidos hasta el momento, la linealización anterior resulta en la formulación definitiva del programa de optimización para el calentamiento óptimo de un edificio, que cuenta con los sistemas un calentamiento eléctrico mediante radiadores (hasta 10 kW) y el sistema *Combined Heat and Power* con un electrolizador (5kW) y células de combustible (también 5 kW para esta simulación).

La programación lineal está representada por las ecuaciones (S1.1), (S1.4), (S1.5), (S1.7) a (S1.20), más las ecuaciones resultantes de las linealizaciones: (S1.23) a (S1.33).

Además, los parámetros de la simulación son los siguientes:

- Tiempo de la simulación: El programa es flexible para decidir cuánto tiempo del sistema físico desea simularse. En el proyecto, se ha trabajado con simulaciones de cuatro horas de funcionamiento del sistema físico real.
- Resolución temporal: De nuevo, se puede introducir como parámetro la resolución temporal o frecuencia de muestreo de simulación, que influye en la discretización de las ecuaciones diferenciales de los modelos. Teniendo en cuenta las constantes de tiempo de dichas ecuaciones (pueden verse en el capítulo de los modelos), se ha elegido un intervalo de tiempo de 300 segundos (5 minutos).
- Otros inputs al programa:
  - Temperatura exterior  $T_{out}$ : Se considera una temperatura ambiente, exterior al edificio, constante y de 0°C. Suponemos que estamos en época invernal, ya que estamos tratando de calentar el edificio.
  - Señal de precio de la energía eléctrica  $p(t)$ : Siguiendo [5], tomamos una señal de precio sintética, ya que esta simulación, con el corto periodo de simulación, no trata de simular un sistema en un escenario real. Por ello, se crea una señal sinusoidal, como la mostrada en la figura. Las unidades monetarias corresponderían al orden de magnitud del precio en €/kWh.
  - Límites térmicos del edificio  $T_{min}(t)$  y  $T_{max}(t)$ : De nuevo, estos límites son aleatorios, definidos por el usuario. No son estáticos, sino dinámicos, es decir, para diferentes horas puede haber diferentes límites máximo o mínimo de temperatura. Esto hace referencia a que no en todas las horas del día se busca el mismo confort térmico, sobre todo si no se trata de un edificio

doméstico, sino de otro tipo, por ejemplo, unas oficinas no han de estar a la misma temperatura a las 4 de la mañana que a las 2 de la tarde. La figura 3.10 muestra los límites con los que trabajamos para las cuatro horas de la simulación.

- Radiación solar  $\phi_s(t)$ : Se toma una curva de radiación solar sintética, ficticia. Por supuesto, si el tiempo de simulación diera más oportunidad a un escenario más realista, se podría construir una curva real de radiación solar, con su característica forma de campana.

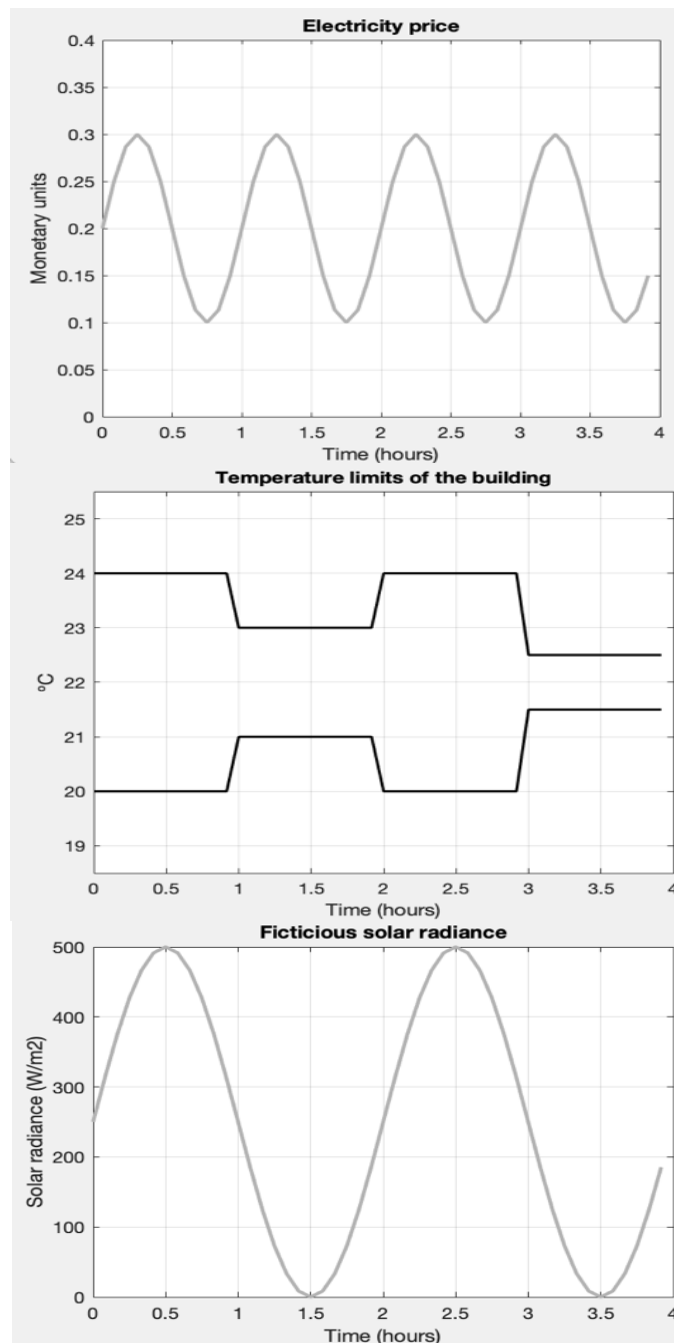


Figura 3.10: (De arriba abajo) Señal de precio de la electricidad. Límites térmicos del edificio. Curva de irradiancia solar.

### 3.4- Resultados de la simulación S1

El problema de optimización junto con los demás parámetros de entrada ha sido programado en MatLab. Se ha hecho uso de la toolbox denominada YALMIP, para formular el problema de optimización, que ha sido resuelta con el solver GUROBI. El código completo se encuentra en el Anexo 3.

Tal como está, el tiempo de resolución de este problema de optimización en MatLab es de aproximadamente cinco minutos, pero se ha observado, en los numerosos intentos hasta llegar a este problema en su forma final, que el tiempo de resolución depende fuertemente de los parámetros de forma no proporcional.

Por poner un ejemplo, si aumentamos la frecuencia de resolución al doble, el tiempo de resolución no se duplica, sino que llega a quintuplicarse. También las constantes de tiempo de los modelos (RC) afectan significativamente, o la señal de precio introducido.

Por otra parte, los límites de operación también afectan a la factibilidad del problema matemático, como es de esperar. Por ello, los límites de las restricciones han sido cuidadosamente estudiados y establecidos para llegar a una formulación que brinde un problema factible y acotado.

El problema matemático, programado en YALMIP, es un **programa lineal entero mixto** (MILP, *Mixed Integer Linear Program*) que cuenta con 864 variables continuas, 336 variables binarias a optimizar, y 2394 restricciones en total.

Se muestran a continuación los principales resultados. Para empezar, mostramos en la figura 3.11 (página derecha) la evolución de la **temperatura** del edificio a lo largo de las cuatro horas de simulación, en naranja. Como puede comprobarse, en todo momento se sitúa dentro de los límites de funcionamiento.

En esta figura (y en otras) se ha superpuesto la señal de precio en gris suave, fuera de escala, con el objetivo didáctico de poder sacar conclusiones. Como norma general, llegamos a la interesante conclusión de que la operación óptima de los diversos elementos de la microrred resulta en que el control aprovecha para calentar el edificio (curva naranja con pendiente positiva) cuando el precio de la electricidad es más bajo (señal de precio en los valles).

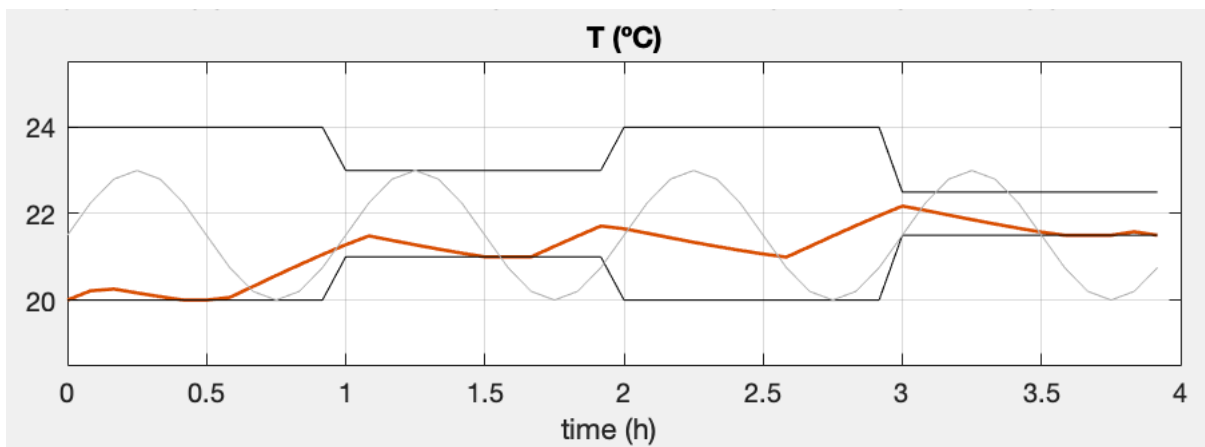


Figura 3.11: Evolución de la temperatura en el edificio, dentro de los límites establecidos.

Veamos de dónde proviene la **energía calorífica** que conduce a esa evolución de temperaturas:

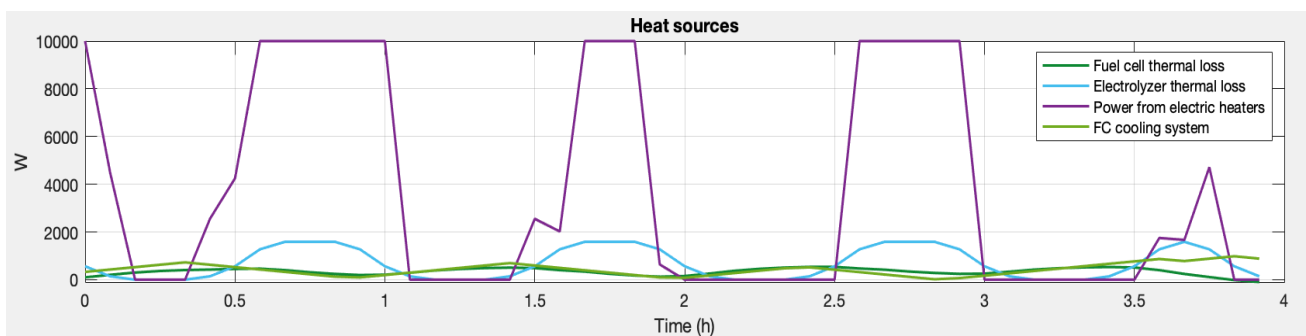


Figura 3.12: Los distintos flujos de aporte de calor al edificio.

Como se puede observar, la mayor parte de calor proviene de los radiadores eléctricos,  $P(t)$  en morado, cuya única finalidad es la de calentar el edificio. El calor residual del electrolizador ( $Q_{EL}$ , en azul) y células de combustible ( $Q_{ext}$ , verde oscuro), más el calor extraído por el sistema de refrigeración ( $Q_{COOL}$ ) hacen alguna aportación al aporte neto de calor al edificio, pero a una escala menor. Estos son los cuatro elementos que constituyen la variable  $\phi_h(t)$ . Además, está el aporte adicional de calor proveniente de la radiación solar,  $\phi_s(t)$  (ver figura 3.10).

Pasemos ahora a observar las variables eléctricas. En primer lugar, se observa en la figura 3.13 la **potencia intercambiada con la red** por los tres componentes de la microrred: radiadores, electrolizador (potencia positiva, extraída de la red) y células de combustible (negativa, inyectada).

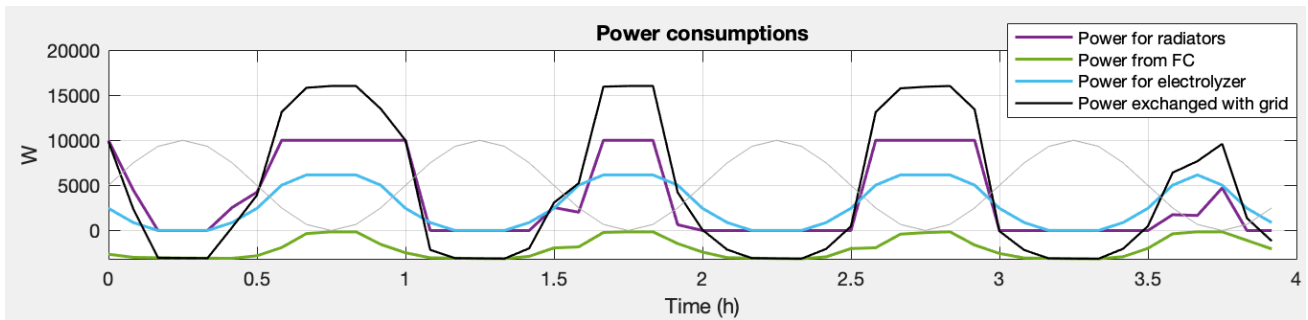


Figura 3.13: Consumos de potencia eléctrica de la microrred

En negro se muestra la suma de las tres curvas, representando la potencia neta absorbida de la red. Se observa de nuevo, comparando con la señal sinusoidal de precios (gris claro), que la optimización maximiza la extracción de potencia de la red en el periodo de tiempo en que la energía está más barata.

Esto puede parecer trivial, pero no lo es. La figura muestra la evolución de las potencias de los tres elementos que componen el sistema que dan lugar a la gestión más económica del sistema, a la vez que respetando todos los límites de trabajo del sistema (corrientes máximas, temperatura del edificio dentro de los límites, temperatura de las células de combustible menos a la máxima permisible, presión en el tanque de hidrógeno adecuada, ...).

Dicho de otra manera, entre los millones de posibilidades (en realidad, infinitas, puesto que las variables son continuas) de operar la microrred, la optimización matemática encuentra la que más beneficio económico da, a la vez que manteniendo al sistema en su región de factibilidad.

No hay otra manera de operar que resulte en más ingresos para el operador del sistema. Y esto es posible gracias al programa de optimización lineal. Vemos ahora la grandísima aportación de la optimización a la gestión de este sistema eléctrico en particular, pero puede el lector extrapolarlo a cualquier ámbito de la ingeniería en general.

Siguiendo con los parámetros eléctricos, veamos por último la evolución de tensión y corriente del stack de células de combustible (en verde) y electrolizador (en azul), así como la temperatura del stack y la presión en el tanque de hidrógeno. Se muestran en la figura 3.12 (página derecha).

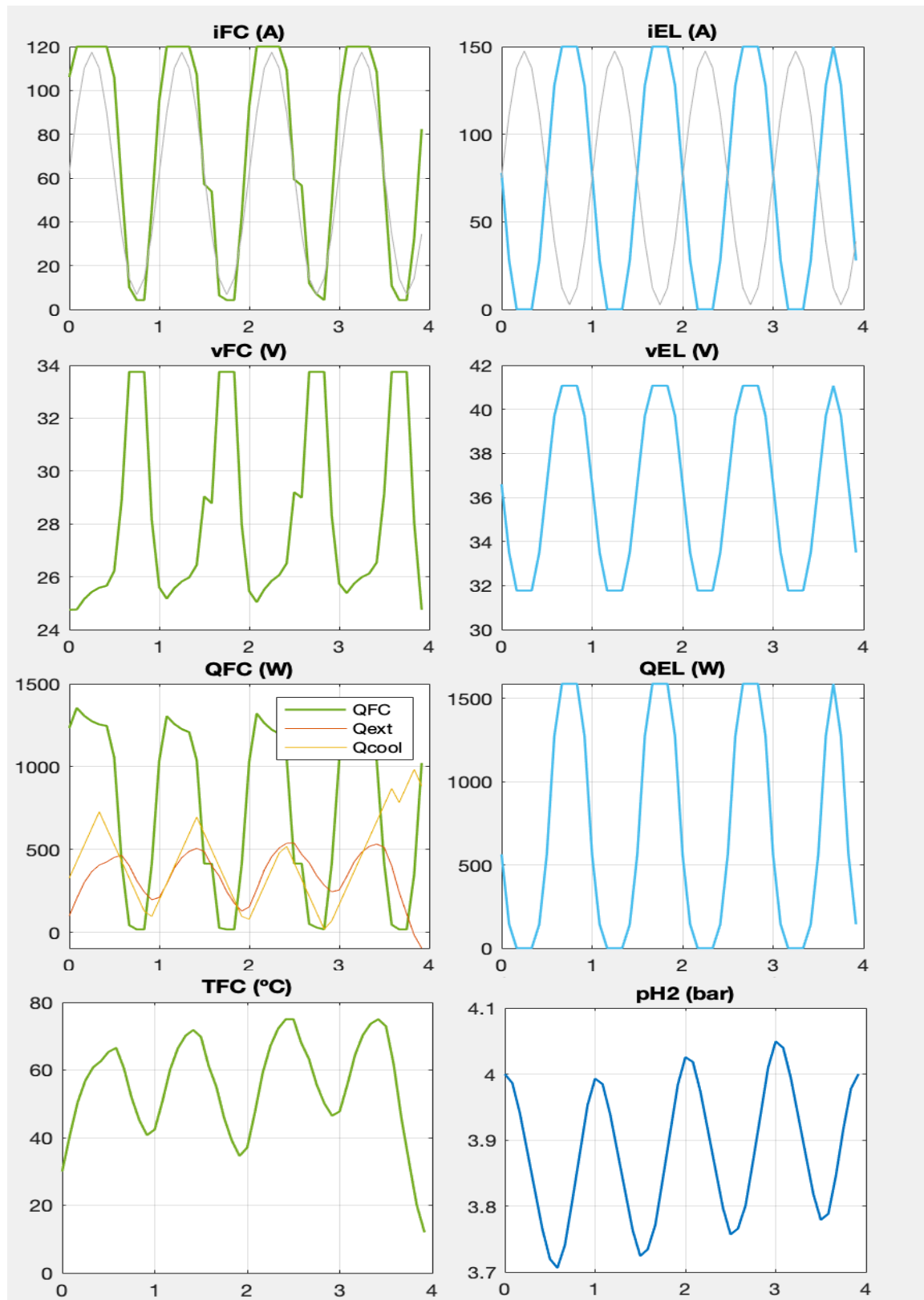


Figura 3.14: Corriente, tensión, pérdidas en FC y Electrolizador. Temperatura de FC. Presión del depósito de hidrógeno.

En la primera fila de figuras, puede observarse la tendencia general de ambos elementos: la pila de combustible, como elemento generador de energía, inyecta más **corriente** a la red cuando el precio es más elevado, y el electrolizador la consume cuando el precio es más bajo.

La segunda fila de figuras muestra la evolución de la **tensión** en ambos elementos, obtenida gracias a las ecuaciones de ambos modelos eléctricos. Como es lógico, el stack de células de combustible disminuye su tensión en bornes al aumentar la corriente. El efecto contrario se observa en el electrolizador.

La siguiente fila de figuras muestra la generación de calor de **pérdidas**,  $Q_{EL}$  y  $Q_{FC}$ , que obviamente son mayores cuanto mayor es la corriente. En cuanto  $Q_{FC}$ , como se estudió en el modelo térmico de la célula de combustible, este calor se divide en el absorbido por el sistema de refrigeración,  $Q_{COOL}$ , y el cedido al ambiente por convección y/o radiación,  $Q_{ext}$ .

Por último, se observa la evolución de la **temperatura** en la pila de combustible, y la **presión** en el interior del tanque de hidrógeno. Puede comprobarse que se cumplen las inicializaciones de estas variables de estado, que fueron presentadas en la tabla 3.2.

No podemos acabar este apartado de resultados de la simulación sin dar el dato más importante: el **resultado de la función objetivo**, esto es, cuánto cuesta al operador de esta microrred el intercambio de energía con la red en estas cuatro horas, y dada la curva de precios ficticia que se mostró en la figura 3.10.

El resultado económico que resulta de la operación óptima del sistema en estas cuatro horas es de **1.7157 €**. Esta cifra es el resultado de la función objetivo (S1.1) en la solución óptima del problema. Saldría de evaluar la integral en el tiempo del producto precio por potencia intercambiada con la red (mostrada en negro en la figura 3.13).

Como esta cifra no es demasiado aclaradora, vamos a compararla con otro escenario de simulación: calentar el edificio, bajo los mismos límites de temperatura anteriores (figura 3.10), pero esta vez sin el sistema *Combined Heat and Power* compuesto por electrolizador, células de combustible y tanque.

Este es un escenario mucho más sencillo, ya que no cuenta con muchas de las restricciones ni variables del escenario anterior. También este sistema se contralará de manera óptima, pero solo contará con los radiadores eléctricos para calentar dicho edificio.

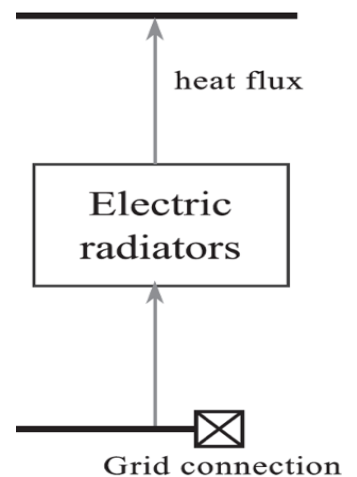


Figura 3.15: Microrred sin CHP

El problema de optimización lineal es muy sencillo, ya que solo contaría con las restricciones propias al modelo térmico del edificio: (S1.7), (S1.8), (S1.11), (S1.19) y (S1.20), mientras que la función objetivo será minimizar  $\sum_{k=1}^N P(k) p(k)$ . Puede verse el código en el Anexo 4.

Los resultados se recogen en la figura 3.16, que de nuevo muestra que los radiadores se encienden cuando el precio de la electricidad es más bajo.

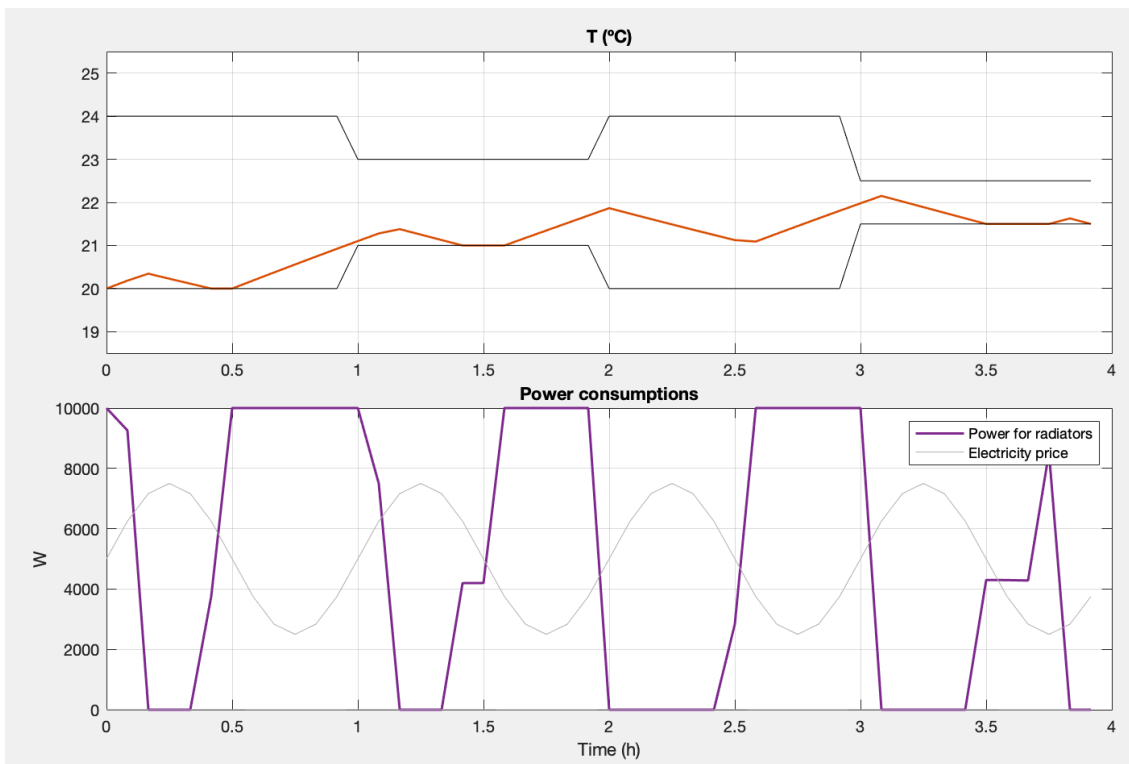


Figura 3.16: Mantenimiento térmico óptimo del edificio sin el sistema CHP, solo con radiadores eléctricos

Si nos fijamos ahora en el coste de calentar el edificio en estas cuatro horas sin la ayuda del sistema *CHP*, ahora resulta ser de **3.1025 €**.

Ahora sí podemos sacar una conclusión interesante: si bien el sistema *CHP* compuesto por electrolizador, pila y tanque no ayuda demasiado al aporte térmico del edificio, como se mostraba en la figura 3.12, sí que beneficia enormemente en el coste económico de calentar el edificio, suponiendo un ahorro del **44.7%** coste total que resulta de la operación del sistema.

### 3.5- Evaluación de las aproximaciones

Todo el análisis que se ha hecho hasta ahora solo será válido si las aproximaciones que realizamos resultan ser precisas, es decir, si las ecuaciones lineales que estamos utilizando en lugar de las originalmente no lineales permiten obtener resultados que se aproximan a los que se obtendrían con los modelos reales, sin linealizar.

Recordamos aquí que las ecuaciones no lineales de las que obtuvimos las aproximaciones fueron las de las células de combustible,  $v_{FC}$  y  $Q_{FC}$ , electrolizador  $Q_{EL}$ , y definiciones bilineales de potencia  $P_{FC}$  y  $P_{EL}$ .

Pues bien, para cada una de ellas, se va a cuantificar el error cometido mediante una métrica de evaluación: el *error cuadrático medio*,  $\varepsilon_{rms} = \frac{1}{N} \sum (x_{real} - x_{aprox})^2$  que da, en las unidades de la magnitud  $x$ , una medida del error cometido al aproximar el valor de  $x_{real}$  por el de  $x_{aprox}$ .

El valor  $x_{aprox}$  es el valor de las cinco magnitudes mencionadas, mientras que el valor  $x_{real}$  se obtiene de sustituir los valores de corriente, voltaje y temperatura correspondiente en las funciones no lineales  $v_{FC}=f(i_{FC}, T_{FC})$ ,  $Q_{FC}=f(i_{FC}, T_{FC})$ ,  $Q_{EL}=f(i_{EL})$ ,  $P_{FC}=V_{FC}I_{FC}$  y  $P_{EL}=V_{EL}I_{EL}$ .

La figura 3.17 grafica los **valores aproximados** (en verde para FC y azul para Electrolizador) y **valores reales** (en negro discontinuo) de estas cinco magnitudes a lo largo de las cuatro horas de simulación. Se puede observar la precisión de las aproximaciones llevadas a cabo ya que, en los cinco casos, las dos curvas resultan estar bastante próximas, lo que nos indica que los valores aproximados son bastante parecidos a los valores reales de las magnitudes en cuestión.

Asimismo, la tabla 3.4 muestra los **errores cuadráticos medios** resultantes de estas aproximaciones, así como el cociente del valor  $\varepsilon_{rms}$  entre el valor máximo temporal de la magnitud a considerar, en tanto por ciento. Se observa claramente que el error cometido es pequeño comparado con los valores de las magnitudes correspondientes.

	$\varepsilon_{rms}$	$\varepsilon\%$
<b>P<sub>FC</sub></b>	117.5 W	<b>5.9%</b>
<b>P<sub>EL</sub></b>	171.3 W	<b>6.2%</b>
<b>v<sub>FC</sub></b>	0.42 V	<b>1.5%</b>
<b>Q<sub>FC</sub></b>	37.1 W	<b>5.0%</b>
<b>Q<sub>EL</sub></b>	52.1 W	<b>7.7%</b>

Tabla 3.4: Erms de las aproximaciones tomadas

En conclusión, se puede afirmar que las linealizaciones y envolventes de McCormick aproximan satisfactoriamente las ecuaciones no lineales de la formulación original, convirtiendo el problema matemático en un no lineal y resoluble por el solver de MatLab.

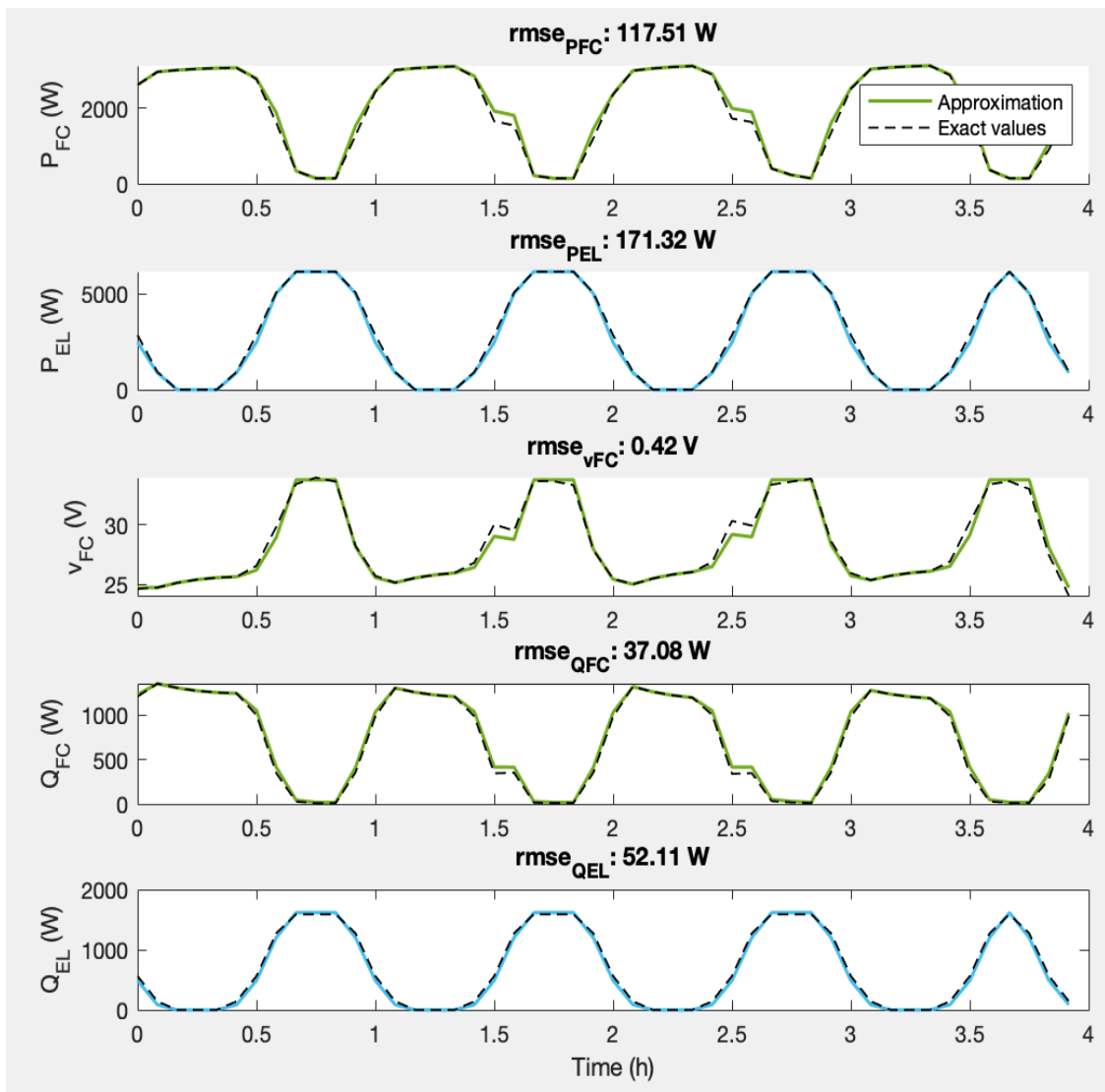


Figura 3.17: Valores reales y aproximados de las cinco variables cuyas ecuaciones han sido aproximadas o linealizadas.

### 3.5- Conclusión de la simulación del escenario S1

Esta primera simulación propone un escenario de control de una microrred con el objetivo del calentamiento térmico de un edificio, mediante un problema de optimización matemática que tiene en cuenta los modelos de los elementos comprendidos en el sistema, así como los límites de funcionamiento de los mismos, a la vez que trata de minimizar los costes de operación. Los objetivos conseguidos al realizar esta primera simulación han sido:

- Estudiar en profundidad la teoría de programación lineal y no lineal en el contexto de optimización matemática, descubriendo los tipos existentes de optimización y las dificultades de tratar con programas no lineales.
- Encontrar en la literatura técnicas de linealización y aproximación a ecuaciones no lineales, y aplicarlos a los modelos de los elementos de la microrred.
- Conocer el entorno de YALMIP MatLab, y resolver en él un programa complejo de optimización, con cientos de variables y restricciones.
- Analizar cualitativamente los resultados, comparando gráficas y sacando conclusiones lógicas.
- Evaluar cuantitativamente el error cometido por emplear aproximaciones y linealizaciones.

Todos estos logros han permitido adquirir las destrezas y asentar las bases necesarias para los siguientes escenarios de simulación, más complejos, y que sin lugar a duda sin ellas no hubiera podido llevar a término.

## Capítulo 4

# S2: Control MPC de la microrred para minimizar el coste económico

Este nuevo escenario de simulación se diferencia del anterior en varios aspectos. En primer lugar, mientras que anteriormente teníamos el objetivo técnico de calentar óptimamente un edificio controlando los recursos disponibles para ello, ahora no hay tal necesidad. Simplemente se pretende operar una microrred eléctrica de manera óptima. Además, dicha microrred incorpora nuevos recursos de generación y consumo (fotovoltaica, baterías, carga de consumo).

Por otra parte, el método de control es distinto. Para la simulación anterior se generó un programa de optimización que simulaba el periodo deseado directamente, de una sola vez. Mientras que, de manera general, esto es sencillo y brinda resultados que se pueden usar para estimar o dimensionar ciertos sistemas, no resulta el método adecuado de control óptimo en tiempo real de sistemas. Para ello, existen otros métodos de control, entre los que se enmarca el *Control Predictivo*.

Más concretamente, en este proyecto se trabaja con el Control Predictivo basado en Modelos, o *Model Predictive Control (MPC)*. Este es un método de control basado también en programas de optimización matemática, pero tiene importantes diferencias con el método simple de control de la simulación S1. Se dedicará un apartado a introducir sus principales características y aplicaciones.

## 4.1- Control Predictivo basado en Modelos, MPC

El Control Predictivo basado en Modelos (*Model Predictive Control*, MPC) es un método avanzado de control de procesos que fue desarrollado en la década de 1980 para su implementación en grandes refinerías químicas. Es un método de control que, como veremos, requiere de un gran coste computacional, por eso fue ideal para controlar inicialmente los lentos procesos en plantas químicas (constantes de tiempos de minutos).

Sin embargo, con la evolución de los ordenadores, hoy en día su uso se ha extendido ampliamente a muchos otros ámbitos de la ingeniería, como control de tracción mecánica en robots (constantes de tiempo de milisegundos), control de grandes sistemas de potencia (escala de microsegundos) o hasta control de computador (nanosegundos).

Podríamos decir que el esquema de control en diagrama de bloques se parece mucho al de un esquema típico del clásico control PID (proporcional, integral, derivativo), el cual cuenta con un regulador o controlador que envía unas señales o acción de control a los actuadores de un sistema, y del cual toma medidas que son realimentadas a tiempo real para crear la nueva acción de control que lleva al sistema al punto de funcionamiento deseado.

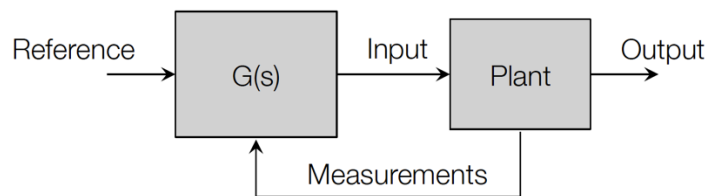


Figura 4.1: Esquema de control clásico [15]

De manera similar, el algoritmo de control de tipo MPC se programa en el procesador del controlador y crea unas señales de control que son introducidas al sistema, el cual actúa siguiendo estos inputs. También, el sistema de control lee ciertas medidas del sistema, que son realimentadas al controlador para crear la nueva acción de control.

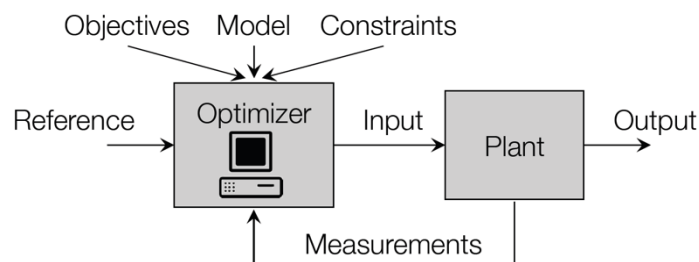


Figura 4.2: Esquema de control de tipo MPC [15]

En ambos métodos de control existe una realimentación a tiempo real. Sin embargo, la manera en que se crea la acción de control es radicalmente diferente. Mientras que un controlador PID compara la señal medida con una referencia, y el error entre ambas lo integra, deriva o escala para generar la señal de entrada al sistema, el MPC no hace nada de esto.

El controlador MPC trata de minimizar (o maximizar) una función objetivo, teniendo en cuenta una serie de restricciones físicas sobre el sistema, y las medidas a tiempo real del sistema, que sirven para inicializar las variables del problema. Además, el controlador dispone de los modelos dinámicos del sistema físico real, que serán considerados también como restricciones matemáticas, al igual que hicimos en la optimización de la primera simulación.

Con todos estos elementos, el controlador MPC formula en cada instante de tiempo discreto un programa de optimización, cuyo resultado resulta ser la acción de control. Esta optimización contempla un **horizonte de tiempo concreto**,  $T$ , y optimiza la operación del sistema para ese horizonte.

Sin embargo, la proeza del MPC es que, mientras que la salida del optimizador es una señal temporal para todo el horizonte  $[t, t+T]$ , únicamente se envía al sistema como input la **primera acción de control**, es decir, la del instante de tiempo inmediatamente posterior.

Así pues, en el siguiente instante de tiempo el sistema actuará en base al input recibido, y será muestreado nuevamente para generar nuevas señales de realimentación que son introducidas al control MPC, y que optimizará sobre un **nuevo horizonte**  $[t+1, t+T+1]$ . De nuevo, solo será enviado al sistema la primera acción de toda la estrategia de control, y así sucesivamente. La figura 4.3 intenta hacer este proceso de funcionamiento más comprensible, mediante dos esquemas.

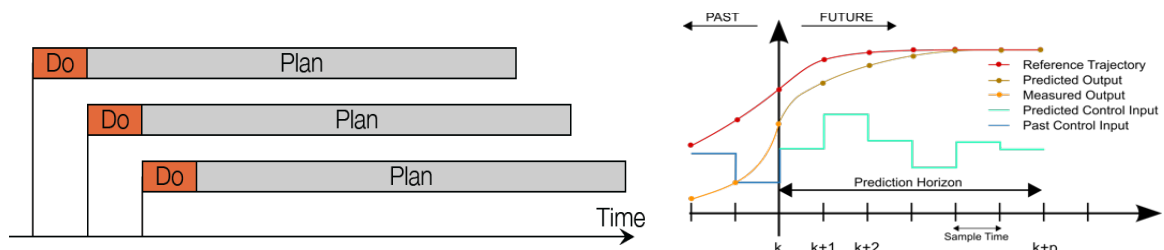


Figura 4.3: Esquema de funcionamiento del control MPC [15]

Está claro ahora el porqué del coste computacional de este tipo de control: se computa el potencial control óptimo para todo un horizonte de tiempo, y sin embargo solo se lleva a

término la primera acción de control de todo este horizonte. Así, se el control MPC deberá resolver un problema de optimización para cada instante de tiempo discreto. Por ejemplo, si la frecuencia del control es 1 Hz, cada segundo el MPC debe introducir una acción de control al sistema, resultado de una optimización. De ahí la necesidad de una alta capacidad de computación.

La ventaja que proporciona este método de control, sin embargo, es sin duda merecedora de tanto esfuerzo computacional. Mediante esta técnica, el control puede hacer frente a imperfecciones en los modelos, que pueden contar con errores de modelado o no representar todos los fenómenos presentes en el sistema real.

De ahí que este control sea considerado como predictivo: predice la trayectoria óptima del sistema hacia su punto óptimo de funcionamiento, y si el sistema se desvía de esta, ya sea por imperfecciones de modelo, o por perturbaciones externas, el MPC corrige en cada instante de tiempo las acciones de control.

Frente a un control clásico de sistemas, el control predictivo establece puntos de funcionamiento más próximos a los límites técnicos del sistema, pero siempre contemplando que no sean sobrepasados en un horizonte temporal establecido. En cambio, un control clásico (como el PID) no tiene información alguna sobre los límites de funcionamiento, solo corrige el comportamiento si estos se sobrepasan. Es por ello que el control mediante métodos clásicos es un control subóptimo. Pero el Control Predictivo Basado en Modelos es resultado de un programa de optimización matemática, y conduce a una operación lo más eficiente posible del sistema a controlar.

Podemos considerar unas directrices como guía para saber cuándo el MPC puede resultar adecuado:

- Las **restricciones** son los principales elementos que marcan la operación de un sistema.
- El sistema tiene una **dinámica fuertemente no lineal**, difícil de controlar con un método clásico
- Existen **objetivos complejos**, más allá de seguir una simple señal de referencia.
- Se dispone de conocimiento futuro, como **predicciones** financieras o meteorológicas, por ejemplo.

Como se verá, las dos siguientes simulaciones (S2 y S3) cumplen con estos criterios. Además, recientemente este método de control se viene empleando en el control de microrredes o Smart Grids eléctricas en tiempo real, conduciendo a la operación óptima ya sea a nivel económico o técnico.

## 4.2- Formulación del problema de optimización de S2

En esta ocasión no se busca realizar una tarea técnica como es calentar un edificio, sino simplemente se trata de operar los recursos de generación gestionables de la microrred de manera óptima, vertiendo energía a la red o consumiéndola, siguiendo un **objetivo económico**, esto es, que resulte en el menor coste económico posible, dada una señal de precios del mercado eléctrico. La figura muestra la microrred con la que trabajaremos en las siguientes simulaciones.

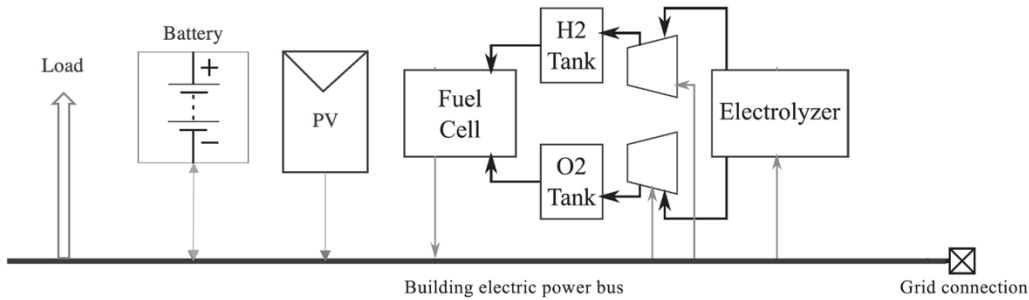


Figura 4.4: Microrred del escenario de simulación S2

En esta ocasión, se dispone de un sistema compuesto por electrolizador (5kW), células de combustible (12kW) y tanque de hidrógeno, modelado con las ecuaciones M1, M2, M3 y M4, un sistema de almacenamiento en baterías (25kW/25kWh), un sistema de generación fotovoltaica (29 kWp) y un consumo eléctrico (30kW).

Se considera como hipótesis que todos estos elementos están conectados de manera **ideal** a la **red eléctrica**, mediante un bus eléctrico capaz de extraer o inyectar potencia infinita. En la realidad, se considerarían las capacidades máximas de las líneas eléctricas y/o transformadores que puedan existir en cualquier microrred han de tenerse en cuenta en forma de restricciones. Sin embargo, se deja esto como línea futura de trabajo.

Pasemos ahora a la formulación matemática del problema. El objetivo económico que persigue esta microrred es el mismo que la anterior simulación: minimizar el coste de intercambio de energía eléctrica con la red. En este caso, los recursos de que disponemos hacen que la **función objetivo** sea la siguiente (análoga a S1.1):

$$\min \sum_{k=1}^K \{-P_{FC}(k) + P_{EL}(k) - P_{PV}(k) - P_{BAT}(k) + P_{Load}(k)\} p(k) \quad (S2.1)$$

donde aparecen las potencias de todos los elementos conectados a la red, multiplicadas por el precio de la energía,  $p(k)$ . Las **restricciones** del problema de optimización son:

- Formulación de los modelos:

- Células de combustible

$$v_{FC} = OCV - (\alpha T_{FC} + \beta)\sqrt{i_{FC}} - (\gamma T_{FC} + \delta)i_{FC} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.2)$$

$$Q_{FC} = \left( (\alpha T_{FC} + \beta)\sqrt{i_{FC}} + (\gamma T_{FC} + \delta)i_{FC} \right) i_{FC} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.3)$$

$$T_{FC}(k+1) = T_{FC}(k) \left( 1 - \frac{\Delta t}{C} Q_{FC}(k) \right) + \frac{\Delta t}{C} Q_{FC}(k) + \frac{\Delta t}{RC} T_{out}(k) \quad \forall k = 1, \dots, N-1 \quad (S2.4)$$

- Electrolizador

$$v_{EL}(k) = a - b i_{EL}(k) \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.5)$$

- Almacenamiento de hidrógeno

$$p_{H_2}(k+1) = p_{H_2}(k) + \frac{RT}{FV} (n_{EL}i_{EL}(k) - n_{FC}i_{FC}(k))\Delta t \quad \forall k = 1, \dots, N-1 \quad (S2.6)$$

- Baterías

$$E_{BAT}(k+1) = E_{BAT}(k) - P_{BAT}(k) * \Delta t / 3600 \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.7)$$

- Inicialización de las variables de estado necesarias (presión y temperatura):

$$T_{FC}(1) = T_{FC,1} \quad (S2.8)$$

$$p_{H_2}(1) = p_{H_2,1} \quad (S2.9)$$

$$p_{H_2}(N) = p_{H_2,N} \quad (S2.10)$$

$$E_{BAT}(1) = E_{Bat,1} \quad (S2.11)$$

- Límites de operación de las variables (corrientes máximas, límites de temperatura, límites de presión, saltos de corriente consecutivos máximos)

$$0 \leq i_{FC}(k) \leq i_{FC,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.12)$$

$$0 \leq i_{EL}(k) \leq i_{EL,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.13)$$

$$p_{H_2,min} \leq p_{H_2}(k) \leq p_{H_2,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.14)$$

$$T_{FC}(k) \leq T_{FC,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.15)$$

$$P_{BAT,min} \leq P(k) \leq P_{BAT,max} \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.16)$$

$$0.05 \leq SOC(k) \leq 0.95 \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.17)$$

- Algunas definiciones ( $P=V \cdot I$ )

$$P_{FC}(k) = v_{FC}(k)i_{FC}(k) \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.18)$$

$$P_{EL}(k) = v_{EL}(k)i_{EL}(k) \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (S2.19)$$

Frente a las restricciones del primer escenario de optimización, se han añadido las correspondientes al sistema de baterías, y se ha eliminado el modelo térmico del electrolizador (ecuación S1.6).

La tabla muestra los límites de operación e inicialización de los elementos de la microrred.

$i_{FC,max}$	120	A	$p_{H_2,min}$	30	bar
$T_{FC,min}$	20	°C	$p_{H_2,max}$	15	bar
$T_{FC,max}$	75	°C	$P_{BAT,min}$	-25	kW
$i_{EL,max}$	150	A	$P_{BAT,max}$	25	kW
$T_{FC,1}$	30	°C	$p_{H_2,1}$	25	bar
$E_{BAT,1}$	25/2	kWh			

Tabla 4.1: Límites de operación e inicialización de algunas variables

Asimismo, las variables del problema de optimización del escenario S2 se recogen en la tabla 4.2.

$T_{FC}$	Temperatura de las células de combustible	Variable de estado	°C
$i_{FC}$	<b>Corriente en las células de combustible</b>	<b>Variable de decisión</b>	A
$v_{FC}$	Voltaje del stack de células de combustible	Variable de estado	V
$Q_{FC}$	Pérdidas de calor de la célula de combustible	Variable de estado	W
$i_{EL}$	<b>Corriente en el electrolizador</b>	<b>Variable de decisión</b>	A
$v_{EL}$	Voltaje del electrolizador	Variable de estado	V
$p_{H_2}$	Presión en el tanque de hidrógeno	Variable de estado	Pa
$P_{FC}$	Generación eléctrica de las células de combustible	Variable de estado	W
$P_{EL}$	Consumo eléctrico del electrolizador	Variable de estado	W
$P_{Bat}$	<b>Potencia de la batería</b>	<b>Variable de decisión</b>	W
$E_{Bat}$	Estado de energía de la batería	Variable de estado	W
$Q_{cool}$	<b>Calor extraído por la refrigeración en las células</b>	<b>Variable de decisión</b>	W

Tabla 4.2: Variables del problema del escenario S2

Igual que pasaba en la simulación S1, la formulación presentada del problema no es del todo lineal, al no serlo las ecuaciones (S2.2), (S2.3), ni (S2.18), (S2.19). Como ahora queremos llevar a cabo un Control Predictivo basado en Modelos, de mayor esfuerzo computacional, será también necesario linealizar dichas ecuaciones. Se procederá a la linealización o aproximación de todas ellas, de manera diferente a cómo se realizó en la simulación S1.

**Ecuaciones (S2.2) y (S2.3):**

$$v_{FC} = OCV - (\alpha T_{FC} + \beta)\sqrt{i_{FC}} - (\gamma T_{FC} + \delta)i_{FC}$$

$$Q_{FC} = \left( (\alpha T_{FC} + \beta)\sqrt{i_{FC}} + (\gamma T_{FC} + \delta)i_{FC} \right) i_{FC}$$

El inconveniente que presentaba la técnica de aproximar estas ecuaciones por funciones definidas a trozos era que ello implicaba la introducción de tantas variables binarias en el problema como trozos requiriera la linealización. Como se ha dicho, debemos intentar reducir al máximo la complejidad computacional, por lo que se va a proceder mediante un **análisis de sensibilidad**, que no es otra cosa que una linealización en torno al punto de trabajo en que se encuentre el sistema en un momento dado.

Como es bien sabido, se puede aproximar cualquier función de varias variables mediante la expansión en serie de Taylor alrededor de un punto. Si nos quedamos solo con las derivadas primeras, el polinomio resultante es una lineal (recta, plano o hiperplano), habiendo conseguido una linealización. Por ejemplo, para una función de dos variables  $f(x, y)$ , la linealización alrededor del punto  $(\hat{x}, \hat{y})$  es:

$$f(x, y) = f(\hat{x}, \hat{y}) + \frac{\partial f}{\partial x(\hat{x}, \hat{y})} (x - \hat{x}) + \frac{\partial f}{\partial y(\hat{x}, \hat{y})} (y - \hat{y})$$

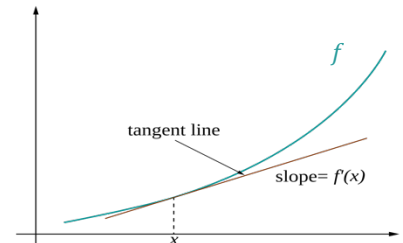


Figura 4.5: Linealización de una función

Las derivadas parciales evaluadas en el punto de trabajo se conocen como coeficientes de sensibilidad. Esta será la forma que tomen las dos nuevas ecuaciones lineales que sustituyen a las dos no lineales:

$$v_{FC}(T, i) = v_{FC}(\hat{T}, \hat{i}) + \frac{\partial v_{FC}}{\partial T(\hat{T}, \hat{i})} (T - \hat{T}) + \frac{\partial v_{FC}}{\partial i(\hat{T}, \hat{i})} (i - \hat{i}) \tag{S2.20}$$

$$Q_{FC}(T, i) = Q_{FC}(\hat{T}, \hat{i}) + \frac{\partial Q_{FC}}{\partial T(\hat{T}, \hat{i})} (T - \hat{T}) + \frac{\partial Q_{FC}}{\partial i(\hat{T}, \hat{i})} (i - \hat{i}) \tag{S2.21}$$

De hecho, este es el procedimiento habitual que se emplea para linealizar una restricción no lineal en un control de tipo MPC: aprovechando que el MPC se actualiza en cada periodo de control, además de recibir la realimentación de las medidas del sistema real, se

calculan los coeficientes de sensibilidad para el punto de trabajo actual del sistema real, y con estos se linealizan las ecuaciones para cada problema de optimización.

Se muestran los coeficientes de sensibilidad de las ecuaciones (S2.2) y (S2.3) a continuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{FC}}{\partial T}_{(\hat{T}, \hat{i})} &= \alpha\sqrt{\hat{i}} - \gamma\hat{i} \\ \frac{\partial v_{FC}}{\partial i}_{(\hat{T}, \hat{i})} &= \frac{\alpha\hat{T} + \beta}{2\sqrt{\hat{i}}} - (\gamma\hat{T} + \delta) \\ \frac{\partial Q_{FC}}{\partial T}_{(\hat{T}, \hat{i})} &= \alpha\hat{i}^{3/2} + \gamma\hat{i}^2 \\ \frac{\partial Q_{FC}}{\partial i}_{(\hat{T}, \hat{i})} &= (\alpha\hat{T} + \beta)\frac{3}{2}\hat{i}^{1/2} + (\gamma\hat{T} + \delta)2\hat{i} \end{aligned}$$

**Ecuaciones (S2.18) y (S2.19):**  $P_{FC} = v_{FC} i_{FC}$   $P_{EL} = v_{EL} i_{EL}$

De nuevo, se emplearán para estas ecuaciones bilineales una técnica de relajación de McCormick. Primeramente, se probó a usar las envolventes tal y como fueron explicadas en la simulación S1 para la linealización de las ecuaciones (S1.21) y (S1.22). Sin embargo, los resultados que ofrecían estas aproximaciones daban un error considerablemente mayor que el mostrado en la tabla 3.4.

Para ello, se hizo una investigación en papers [6,9] sobre métodos para mejorar la resolución de las aproximaciones mediante envolventes. Estos métodos se basan en realizar particiones de las envolventes, de manera que en vez de haber una única envolvente sobre la hipérbola  $z=x \cdot y$ , puede haber  $n$  envolventes. Sin embargo, esto conlleva el coste de introducir variables enteras ( $\mathbb{Q}$ ). Este método fue programado y probado, pero se vio que ralentizaban enormemente la simulación.

Finalmente, se encontró otra técnica que ofrece buenos resultados. Esta técnica se basa en estrechar las envolventes de manera dinámica, moviendo los límites superior e inferior ( $\bar{x}$ ,  $\underline{x}$ ,  $\bar{y}$  y  $\underline{y}$ ) a medida que cambiamos de punto de trabajo. En concreto, nuestra variable de decisión para la función  $P=V \cdot I$  es la corriente, con lo que modificaremos los límites  $\bar{I}$  e  $\underline{I}$ , y los límites de voltaje  $\bar{V}$  y  $\underline{V}$  son calculados en base a los de corriente.

De nuevo, aprovechamos el hecho de que el control MPC se actualiza en cada periodo de control, por lo que los límites superior e inferior se obtienen así:

$$\begin{aligned}\bar{I} &= I^* + \Delta I \\ \underline{I} &= I^* - \Delta I\end{aligned}$$

donde  $I^*$  representa el punto de trabajo actual, y  $\Delta I$  es un parámetro que determina la amplitud de las envolventes.

Así, cada vez que en el MPC se formule el problema de optimización, los límites de la aproximación de McCormick serán calculados en función del **punto de trabajo** anterior del sistema real.

Ahora, queda determinar cuál debe ser el valor más apropiado para el parámetro  $\Delta I$ . Si este es grande, no conseguimos estrechar las envolventes. En cambio, si es demasiado pequeño, quizá estemos distorsionando demasiado las aproximaciones, ya que no permitimos a la corriente evolucionar de manera natural, sino que quedaría restringida por unos límites demasiado estrechos.

La figura derecha muestra un **estudio de sensibilidad** realizado para el parámetro  $\Delta I$ : se observa cómo varían el error cuadrático medio de las aproximaciones de  $P_{FC}$  y  $P_{EL}$ , así como el coste o resultado óptimo de la simulación, en función del valor que toma  $\Delta I$ .

Se puede concluir que el coste apenas varía al cambiar  $\Delta I$ , luego no se modifica demasiado el resultado del problema. Sin embargo, los errores cometidos por las aproximaciones sí se reducen significativamente al elegir un valor de  $\Delta I$  cada vez más estrecho.

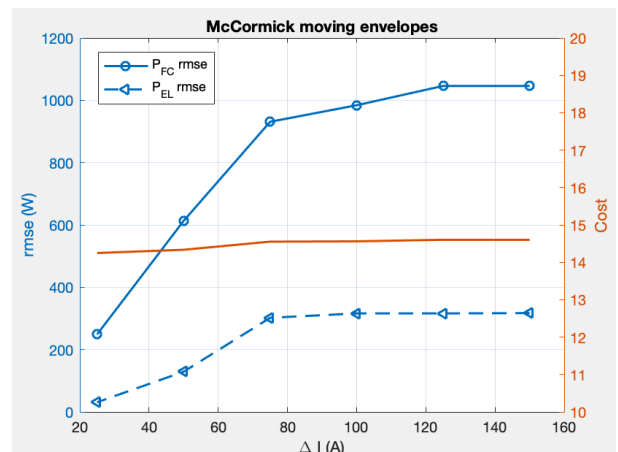


Figura 4.6: Estudio de sensibilidad del parámetro  $\Delta I$

Así pues, nos quedamos con un valor de  $\Delta I=25\text{A}$  para acotar los límites inferior y superior de corriente en las envolventes de McCormick, móviles en cada escalón temporal. Se formularán, entonces, ocho inecuaciones, cuatro para cada ecuación, que representan estas envolventes: (S2.22) a (S2.29).

### 4.3- Programación del escenario S2

La formulación representada por las ecuaciones (S2.1), (S2.4) a (S2.17), y las aproximaciones (S2.20), (S2.21) y (S2.22) a (S2.29), conduce a un programa de optimización lineal. Es importante recordar que ahora no buscamos resolver un simple problema de optimización sobre todo el tiempo del escenario de la simulación, como hicimos en la simulación S1. En ella solo se programaba o planificaba un escenario de operación óptimo de sus componentes.

Sin embargo, no había ningún control de la microrred a tiempo real. En cambio, ahora realizamos un Control Predictivo basado en Modelos, MPC, que implementa una acción de control sobre el sistema físico real, obtenida como solución al programa de optimización comentado en el párrafo anterior. Son dos enfoques completamente distintos. Para tratar de clarificar esta idea, se presenta la figura 4.7.

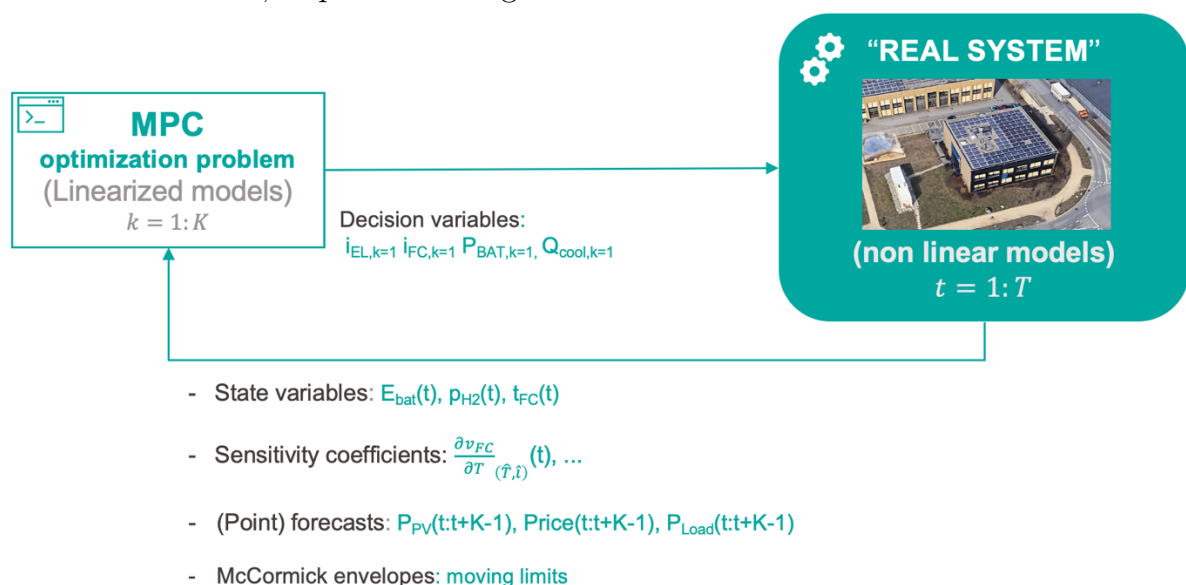


Figura 4.7: Esquema de funcionamiento del control MPC en el escenario S2

Por una parte, existe el sistema de la microrred física, real, existente en un tiempo infinito, de la que se obtendrían mediciones verdaderas de los sistemas que la componen: paneles FV, células de combustible, electrolizador, baterías, ... Sin embargo, no se disponía de la microrred real de la EPFL a la hora de realizar este proyecto, con lo que solo podemos imitar el comportamiento del sistema real programando los modelos más realistas de todos los componentes, eso es, los modelos sin linealizar, cuyas ecuaciones presentamos en el Capítulo de Modelos. Además, suponemos un tiempo máximo de simulación para la microrred,  $t=1:T$ , que según está programado el código, puede ser de **hasta 4 días de simulación**.

Por otra parte, está el ordenador con el programa de control MPC, con las ecuaciones anteriormente mencionadas programadas, y que resolverá el problema de optimización de la operación de la microrred en una ventana u horizonte temporal concreta  $\mathbf{k=1:K}$ , que en nuestro caso se ha elegido de ser **5 horas**, pero puede modificarse en el código.

Es decir, aunque como se ve en el Anexo 5 todo viene en forma de código en MatLab, no debe el lector mezclar conceptos. Una parte del código se encarga de la resolución del problema de optimización que realiza el MPC para un horizonte temporal concreto (5 horas), del que se desprende la acción de control, y otra parte del código simula el comportamiento que tendría el sistema físico real si es proporcionado esa acción de control, del cual se desprenden las señales a realimentar al MPC, a saber:

- El punto de funcionamiento: son las variables de estado para cada instante de tiempo  $t$ , esto es,  $E_{\text{bat}}(t)$ ,  $p_{\text{H2}}(t)$ ,  $T_{\text{FC}}(t)$ .
- Los coeficientes de sensibilidad en dicho punto de funcionamiento.
- Los nuevos límites de las envolventes de McCormick para ese punto de funcionamiento.
- Las predicciones (deterministas) del precio de la energía, producción fotovoltaica y consumo de la carga, para el siguiente horizonte temporal:  $P_{\text{PV}}(t:t+K-1)$ ,  $\text{Price}(t:t+K-1)$ ,  $P_{\text{Load}}(t:t+K-1)$ .

Todos estos datos son realimentados en cada escalón temporal al MPC, con los cuales se linearizan las ecuaciones y formula el programa de optimización, que resuelve la operación óptima del sistema para las siguientes 5 horas. Sin embargo, **solo se implementa la primera acción de control** de entre todo el rango de esas cinco horas, es decir:  $i_{\text{EL},k=1}$ ,  $i_{\text{FC},k=1}$ ,  $P_{\text{BAT},k=1}$ ,  $Q_{\text{cool},k=1}$ .

Como se discutió, esta es la manera de hacer frente a imprecisiones de modelado o perturbaciones en el sistema. También, si se hubiera podido profundizar más en el proyecto, se habría trabajado con predicciones (de producción fotovoltaica, precio y consumo eléctrico) que fueran no deterministas, es decir, estocásticas.

Así es como se trabaja en la realidad si fuéramos el operador de un sistema eléctrico: disponemos de predicciones de las variables, que pueden rondar en un rango predicho, y no conoceríamos la realización verdadera de antemano, como estamos suponiendo nosotros.

Esta es otra potente ventaja del control de tipo MPC: es capaz de hacer frente a predicciones estocásticas de las variables. Sin embargo, no se explora esto en este proyecto, y se deja como línea futura de trabajo.

Así pues, enunciemos las características de programación de este escenario de simulación:

- Parámetros de simulación: Se dispone del modelo de los componentes de una microrred real que puede ser simulada en un **tiempo de simulación** ( $T$ ) de hasta 4 días completos. El **horizonte temporal** ( $K$ ) considerado por el controlador de tipo MPC es de 5 horas. Por otra parte, la **resolución temporal** es de 5 minutos, es decir, cada escalón temporal de 5 minutos se resolvería el problema de optimización y se tomarían las medidas para realimentar.
- Señal de precio de la energía eléctrica,  $p(t)$ : En esta ocasión, como buscamos acercarnos más a la realidad, se ha obtenido la curva de precios del mercado ibérico mayorista de electricidad OMIE [13], en concreto de los días 1 al 5 de enero de 2021, como se ve en la figura 4.8.
- Producción fotovoltaica,  $P_{FV}(t)$ : Se toman las curvas de producción reales proporcionadas por el laboratorio DESL (ver figura 2.20).
- Consumo eléctrico,  $P_{Load}(t)$ : De nuevo, se toman las curvas de consumo proporcionadas por el laboratorio (ver figura 2.21).

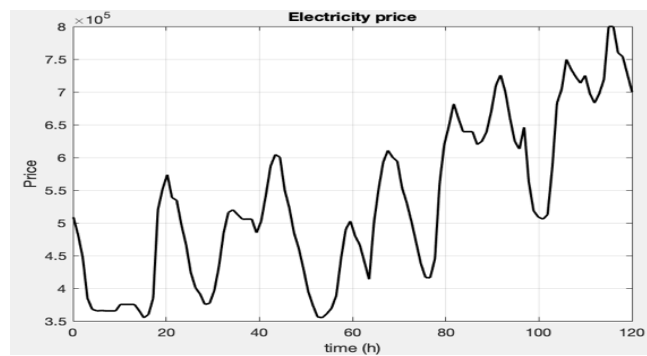


Figura 4.8: Curva de precios de OMIE

De nuevo, se ha empleado el entorno de MatLab y la toolbox YALMIP para la resolución del problema de optimización. Como puede verse en el Anexo, la manera de programar la estrategia de control descrita anteriormente es mediante un bucle de tipo *for*, en el que cada iteración representa la optimización y simulación del sistema en un horizonte temporal de cinco horas. Al iterar, se pasa al siguiente horizonte simulado, correspondiendo con las siguientes cinco horas tras pasar cinco minutos, y así sucesivamente hasta llegar al tiempo de simulación  $T$  deseado.

## 4.4- Resultados de la simulación S2

A continuación, se muestran los principales resultados de la operación de la microrred siguiendo la estrategia de control MPC explicada, para un escenario con un tiempo de simulación  $T$  de 1 día. Esto se hace para poder explicar con claridad las figuras, pero se representará al final una figura que contempla un escenario de simulación de 4 días.

Se observa en la figura 4.9 el precio de la energía para ese día, la potencia neta inyectada a la red, y el desglose de potencias según las diferentes tecnologías. La potencia es positiva si es inyectada a la red, y negativa si es absorbida de la red.

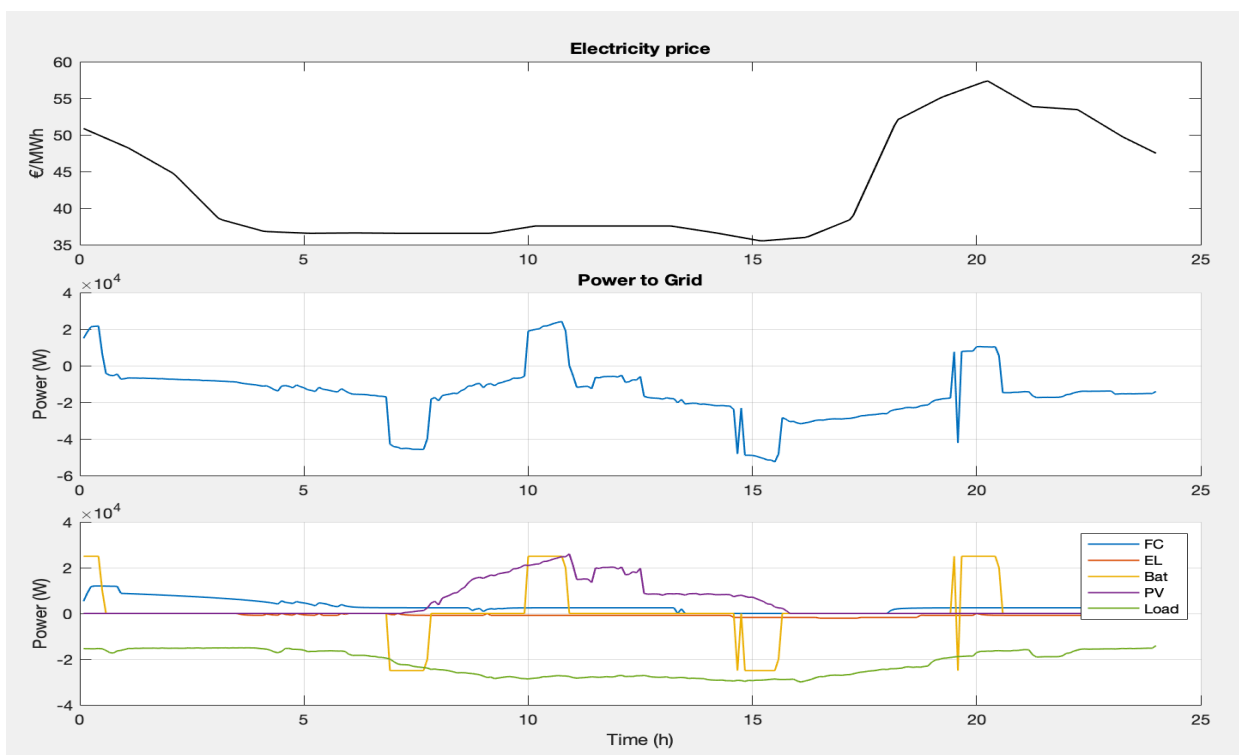


Figura 4.9: Precio, potencia inyectada a la red y desglose de potencias

Sin embargo, más interesante resulta mirar a los recursos por separado (figura 4.10). Observando el comportamiento de la batería, se ve que ésta se carga (potencia negativa, en naranja), aumentando el Estado de Carga (SOC, *State of Charge*, en azul) cuando el control prevé que va a un pico en el precio de la electricidad. Lógicamente, esto ocurre cinco horas antes de que llegue el pico, ya que es la distancia temporal que puede ver hacia adelante el MPC. De igual manera, la batería se descarga cuando el precio llega a ese pico, vertiendo energía a la red cuando es más cara.

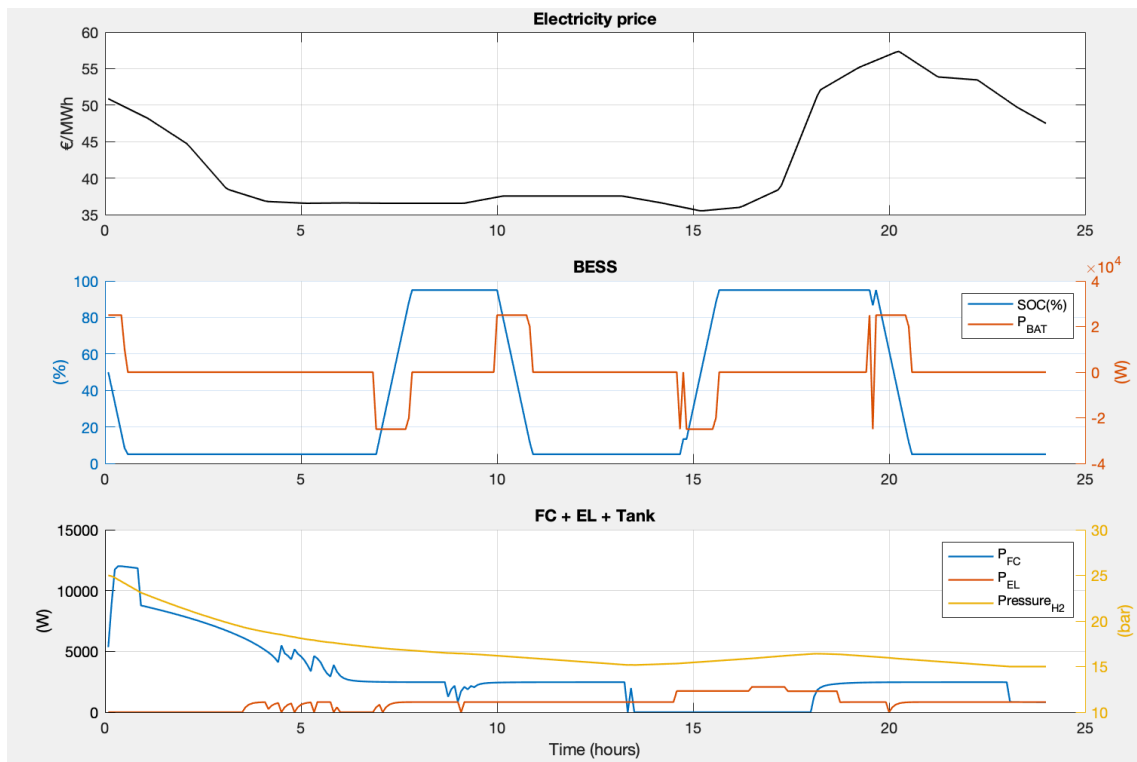


Figura 4.10: Variables de las baterías y del sistema de hidrógeno

Un comportamiento completamente análogo tiene el sistema de células de combustible, electrolizador y tanque almacenador de hidrógeno. Aunque puede verse algo peor, ya que tiene un tiempo de respuesta mucho más lento que el de las baterías, el tanque se carga de gas (curva amarilla creciente) en los valles de la curva de precio, y se descarga en los picos, poniéndose en marcha la pila de combustible.

También podemos comentar el comportamiento transitorio del principio: esta estrategia de control descarga el tanque en las primeras horas de simulación, ya que con ello puede conseguir beneficio económico resultante de la potencia eléctrica generada por la pila de combustible, y sin llegar a violar ninguna restricción, ya que la presión se encuentra lejos de su límite inferior (15 bares).

Se muestran también en la figura 4.11 las tensiones y corrientes que dan lugar a la potencia generada o absorbida por electrolizador y pila de combustible.

Por último, ha de comentarse el **resultado económico** obtenido con la operación de esta microrred durante el día simulado. Como se observa en la figura 4.9, la microrred cuenta con un gran consumo eléctrico, por lo que a lo largo del día se consume de la red más energía eléctrica de la que se produce. Por tanto, el coste de operar la red resulta ser de **14.34 €**. Recordemos que, al ser esta simulación el resultado de un control óptimo, este

es el coste más bajo que puede suponerle al operador de la microrred, bajo la curva de precios dada.

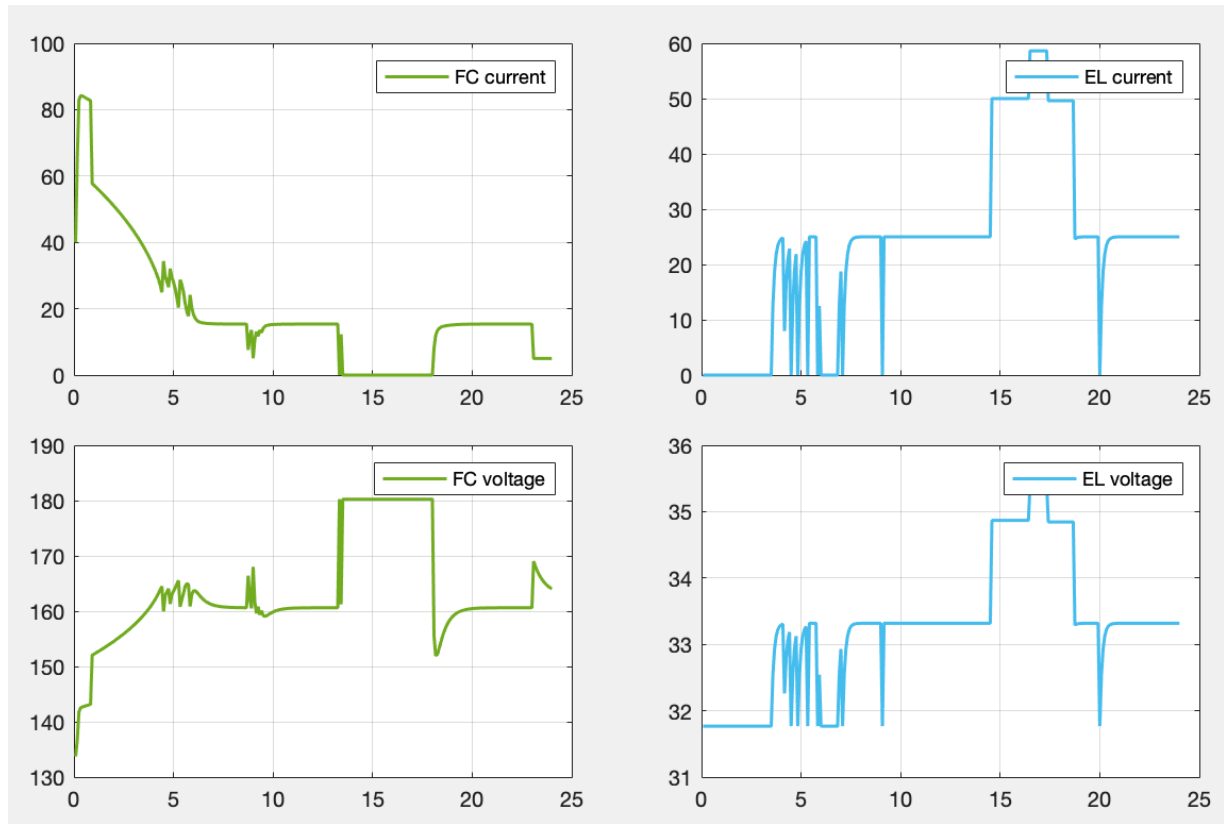


Figura 4.11: Corriente y tensión en células de combustible y electrolizador

Por otra parte, al igual que se hizo en la simulación S1, se va a comparar este coste con la operación del sistema sin los elementos almacenadores de energía. Así, se han realizado dos nuevas simulaciones, una sin baterías, y otra sin baterías ni sistema de electrolizador + FC + tanque de hidrógeno. La siguiente tabla muestra el coste económico de un día de operación de la microrred en estas tres condiciones, con la misma curva de precio y consumo así como el incremento que supone con respecto al caso inicial.

Escenarios	Coste neto	Incremento
Con FC+EL y Baterías	14.34 €	--
Sin FC+EL (solo baterías)	16.80 €	17.2%
Sin FC, EL, Baterías	17.69 €	23.36%

Tabla 4.3: Coste de operación del escenario S2 en los diferentes casos

Se comprueba la notable diferencia que supone el disponer del sistema de hidrógeno, así como el almacenamiento en baterías.

## 4.5- Evaluación de las aproximaciones

Para poder tomar como válidos todos los resultados anteriores deben verificarse las cuatro aproximaciones llevadas a cabo. Se comparan los valores reales y los aproximados (figura 4.12 y tabla 4.4) igual que si hizo con la simulación S1, calculando el error cuadrático medio cometido. Este se ha comparado con el valor medio de la evolución temporal de la variable correspondiente. El nivel de error cometido resulta aceptable para el nivel de detalle exigido en el proyecto.

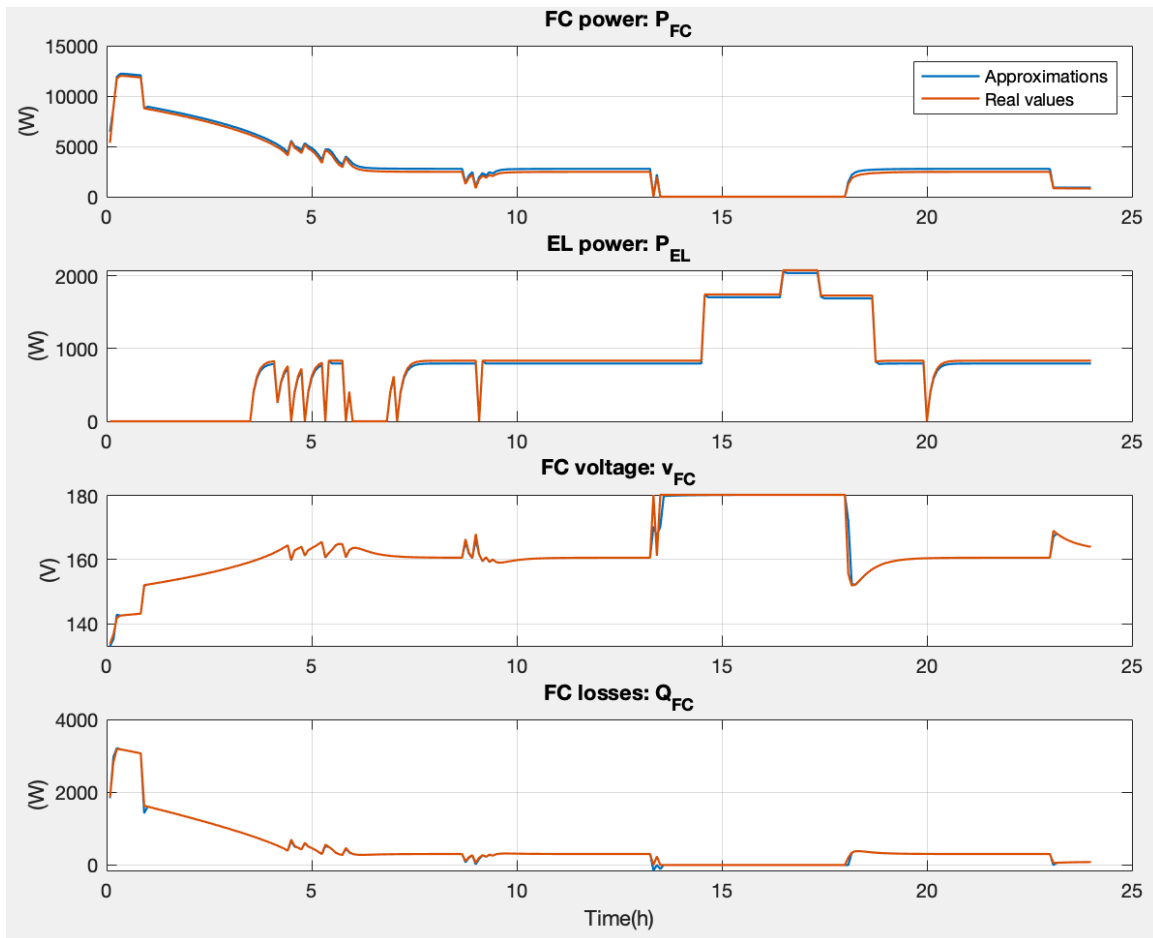


Figura 4.12: Comparación de los valores reales y aproximados de las variables cuyas ecuaciones han sido aproximadas

	$\epsilon_{rms}$	$\epsilon\%$
$P_{FC}$	225.5 W	7.6%
$P_{EL}$	32.7 W	4.1%
$v_{FC}$	1.35 V	0.8%
$Q_{FC}$	26.5 W	5.9%

Tabla 4.4: Erms de las aproximaciones

## 4.6- Simulación de cuatro días del escenario S2

Como se comentó, se presenta también el resultado de un escenario de simulación de cuatro días completos, lo que conlleva un **coste de operación de 58.05€**.

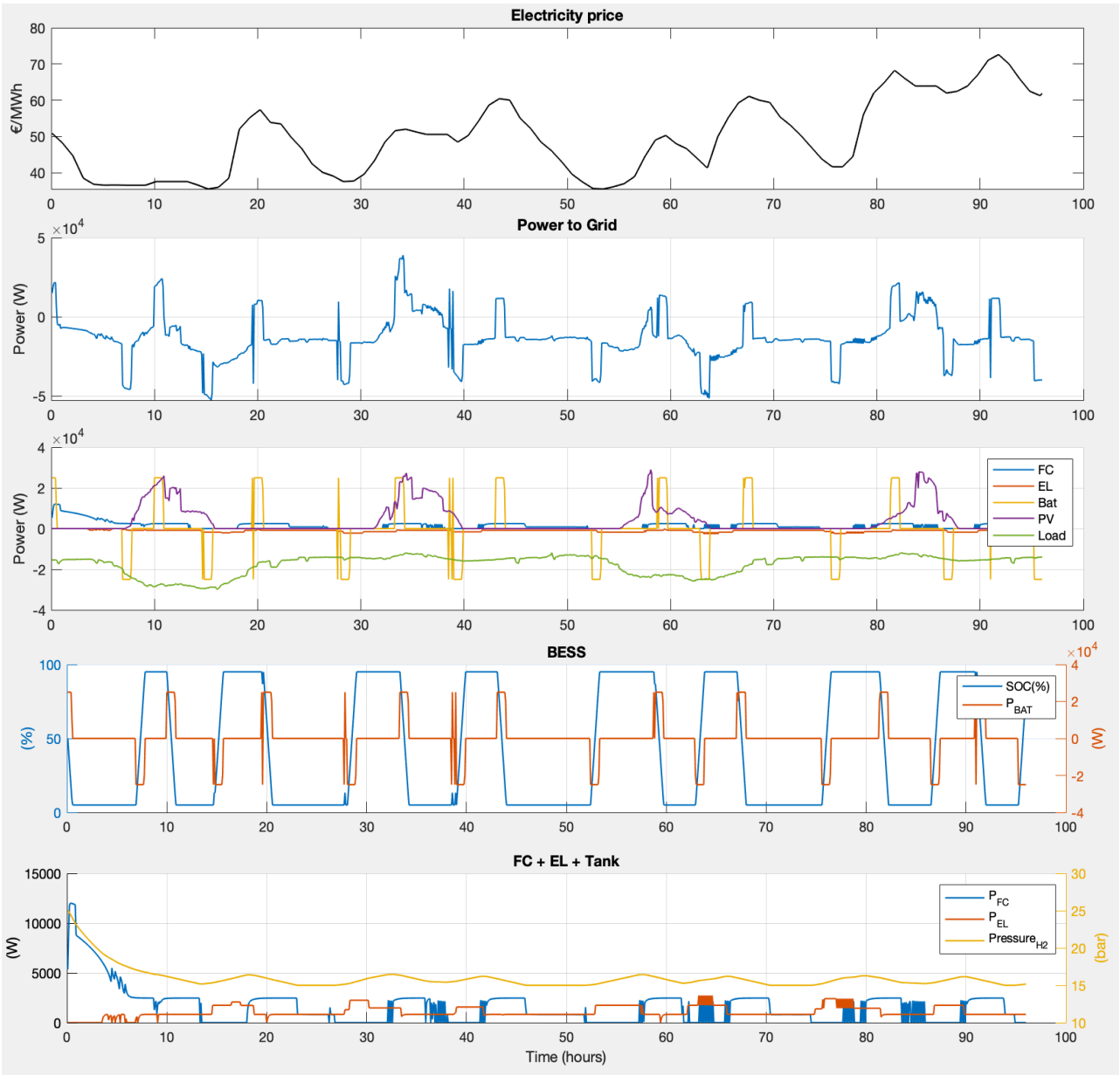


Figura 4.13: Cuatro días de simulación del escenario S2

## Capítulo 5

# S3: MPC para controlar un despacho de energía

Este escenario de simulación es una extensión del anterior. Se trata de la misma microrred, con los mismos elementos (producción fotovoltaica, baterías, electrolizador, células de combustible, consumo). Sin embargo, el objetivo técnico es diferente. Mientras que antes se trataba de operar el sistema libremente de manera que se minimizara el coste de operación del mismo, ahora se trata de realizar el seguimiento a un plan de despacho de energía intercambiada con la red dado.

Es decir, se presupone que el operador de la microrred tiene contratado con la red eléctrica un cierto despacho de energía para el día siguiente, por ejemplo. Es decir, se ha comprometido a consumir cierta potencia a cada hora del día.

Este escenario crea un método de Control Predictivo basado en los Modelos (MPC) de la microrred, para hacer el seguimiento de esta curva de potencia a extraer de la red, que representa el plan de despacho de energía contratado.

Hay pocos cambios en la formulación matemática del problema de optimización en un horizonte temporal concreto. Las restricciones del problema son exactamente las mismas que las de la simulación S2, siendo las linealizaciones y aproximaciones también las mismas. Por tanto, se dispone del conjunto de restricciones (S2.4) a (S2.17), (S2.20), (S2.21) y (S2.22) a (S2.29).

Sin embargo, la función objetivo es diferente. Para hacer el seguimiento de la curva de potencia a despachar,  $\mathbf{P}_{\text{Dispatch}}(\mathbf{t})$ , se formula la siguiente función objetivo:

$$\text{minimizar } \sum_{k=1}^K |P_{EL}(k) - P_{FC}(k) - P_{PV}(k) - P_{BAT}(k) + P_{Load}(k) - P_{Dispatch}(k)|$$

donde los primeros cinco sumandos representan la potencia consumida de la red. La función objetivo trata de minimizar el valor absoluto de la diferencia entre esta potencia consumida y la curva acordada del despacho de energía. Se muestra en la figura la curva  $P_{Dispatch}(t)$  con la que se trabaja en esta simulación.

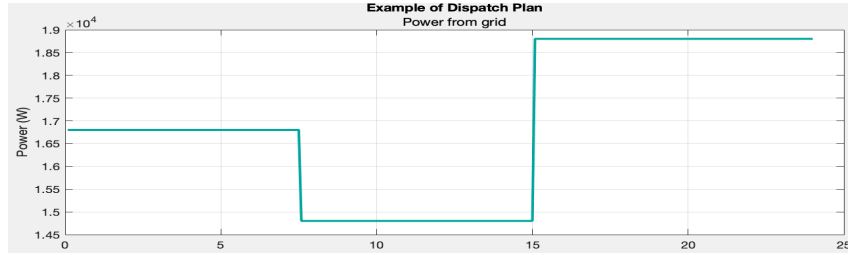


Figura 5.1: Curva del despacho de energía con la que se trabaja en S3

Nótese que, si bien la función objetivo no es una función lineal, al no serlo la función valor absoluto, existe un método directo de eliminar de la función objetivo este valor absoluto, que se explica a continuación.

Sea el siguiente programa de optimización con la siguiente función objetivo:  $\text{minimizar}_{x \in \mathcal{X}} |x|$ , este es completamente equivalente al siguiente programa:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && z \\ &x \in \mathcal{X}, z && \\ &\text{sujeto a} && z \geq x, \\ &&& z \geq -x \end{aligned}$$

Basándonos en este método, somos capaces de formular el programa anterior como un programa de optimización lineal, que es programado en MatLab (Anexo 7). Se ha seguido el proceso teórico explicado en el capítulo anterior para realizar el control de tipo MPC de la microrred.

Este escenario de despacho de energía se simula para tres casos: con el sistema de hidrógeno (electrolizador, pila de combustible y tanque de almacenamiento) y baterías, sólo con baterías y sin ningún sistema gestionable. El plan de despacho de energía intercambiada con la red se muestra en la siguiente figura:

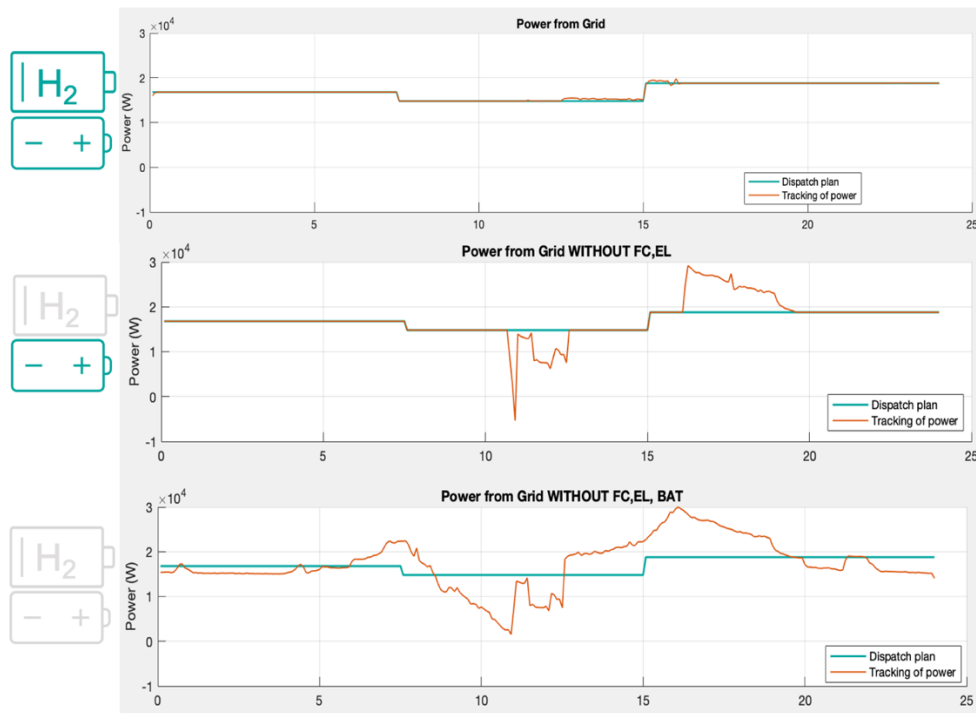


Figura 5.2: Comparación de tres casos del despacho de energía

Se pueden sacar varias conclusiones. Comparando las dos primeras gráficas, se observa que el sistema de hidrógeno ayuda bastante a conseguir que la curva de potencia consumida (en naranja) y la curva de potencia de despacho (en verde) estén próximas entre sí, ayudando a cumplir con el despacho de energía contratado con la red eléctrica. Como es lógico, el tercer caso no cuenta con ningún recurso gestionable ni de almacenamiento. Sólo se vierte a la red toda la producción fotovoltaica y se consume la energía necesaria para cubrir la demanda eléctrica, pero no podremos seguir un despacho de energía sin un control sobre un recurso almacenador de energía, lógicamente.

Además, para los dos primeros casos, comparando la figura anterior con las figura 5.3 y 5.4, se puede comprobar que las desviaciones entre ambas curvas ocurren cuando la batería lleva a su límite inferior (SOC=5%) o superior (SOC=95%) de carga, es decir, cuando se satura.

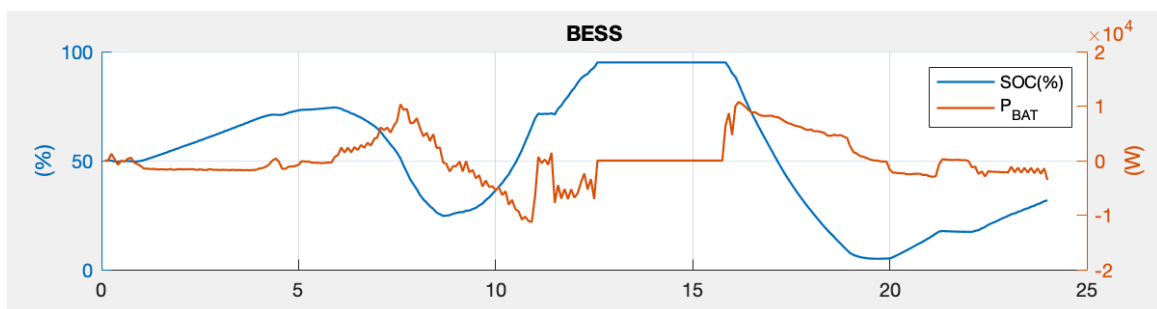


Figura 5.3: Operación de las baterías en el primer caso

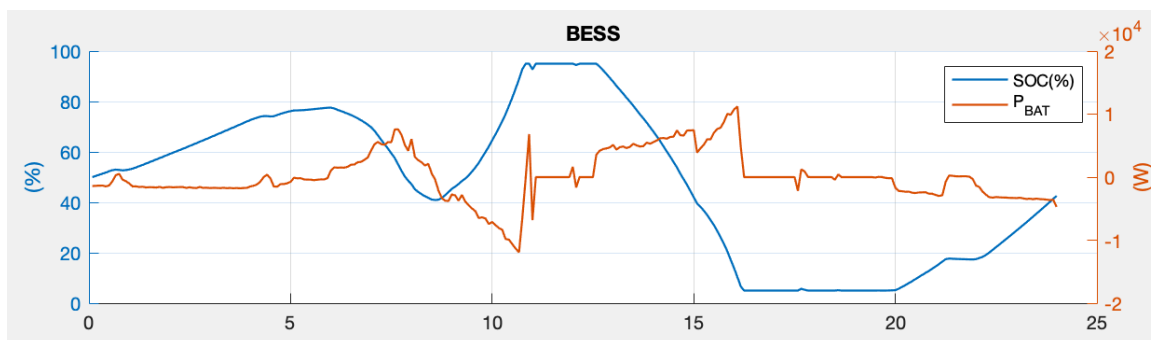


Figura 5.4: Operación de las baterías en el segundo caso

Las baterías juegan un papel importante en absorber las desviaciones de la curva de potencia con respecto a la curva de despacho, sobre todo las desviaciones de altas frecuencias, ya que tienen un tiempo de respuesta muy rápido.

Para finalizar, cuantificaremos estas desviaciones para los tres casos, en la siguiente tabla.

	Error absoluto de energía (kWh)	Desviación máxima de potencias (KW)	RMSE (W)
<b>Con FC,EL</b>	22	1.02	199
<b>Sin FC,EL</b>	366	20.1	3123
<b>SinFC,EL, Bat.</b>	1112	13.3	48504

Tabla 5.1: Diferentes tipos de cuantificación de errores cometidos en el despacho de energía

# Capítulo 6

## Conclusiones y líneas futuras

### 6.1- Conclusiones

Como conclusión y resumen del proyecto, se puede enunciar lo siguiente:

- El proyecto se enmarca en el contexto de las **microrredes eléctricas renovables**. Se ha profundizado en sus características, así como en los elementos que las componen, esto es, los diferentes recursos de generación y sus tecnologías, principios de funcionamiento y aplicaciones.
- Se han desarrollado una serie de **modelos** que nos permiten representar el comportamiento (eléctrico o térmico) mediante ecuaciones matemáticas lineales y no lineales. Estos modelos han sido programados en MatLab.
- Se ha desarrollado una técnica estadística de **identificación de los parámetros** de dichos modelos, basada en un ajuste de regresión lineal.
- Se han empleado técnicas de aproximación y **linealización** sobre las ecuaciones no lineales.
- Se ha revisado y estudiado en profundidad los fundamentos de la **optimización matemática** y la teoría del **Control Predictivo basado en Modelos**, sobre la que se apoyan las simulaciones realizadas.
- Se han planteado tres diferentes **escenarios de simulación**, S1, S2 y S3, cada uno con una microrred con ciertos elementos, que pueden encontrarse en la tabla 2.7, y que persiguen objetivos distintos.

- Para cada uno de los escenarios se ha formulado un **problema de optimización lineal** que se encarga del control o planificación de los diferentes recursos de la microrred en cada caso, atendiendo a una determinada función objetivo y a las restricciones técnicas del sistema.
- Se han obtenido los **resultados** en forma de un gran número de gráficas y tablas que se adjuntan en esta Memoria. De ellas, se analizan con detenimiento los detalles más relevantes y se sacan conclusiones.
- De igual modo, se crean **escenarios auxiliares de simulación** para contrastarlos con los escenarios principales y sacar nuevas conclusiones.

Todo este proceso se ha llevado a cabo en el entorno de **MatLab**, programa indispensable en la ingeniería del cual se ha adquirido gran destreza y soltura durante tantas horas dedicadas a este proyecto.

Por otra parte, ha sido bastante relevante para el alumno también el hecho de que, a comienzos de este proyecto, no conocía prácticamente nada sobre la teoría de programación lineal, técnicas de linealización o la teoría del control MPC. Esto ha servido como oportunidad para llevar a cabo un importante proceso de **autoaprendizaje**, ya que se ha tenido que ir aprendiendo poco a poco sobre todos ellos, de manera autónoma.

## 6.1- Líneas futuras

Como ya se ha comentado, este proyecto es parte de una línea de investigación de un equipo del laboratorio DESL de la universidad EPFL, en Lausanne (Suiza). Este equipo pretende desarrollar e implementar métodos de control sobre la microrred que tienen en el laboratorio. Este proyecto pretende aportar el método de control del MPC, pero para poder implementarlo definitivamente, debe mejorarse e incluir otros aspectos que no han sido contemplados en este trabajo:

- En primer lugar, la conexión con la red eléctrica no se ha modelado en detalle. En concreto, las capacidades de las líneas y el transformador, que conectan los dispositivos entre sí y a la red eléctrica, tienen unas **capacidades** de amperaje y potencia **máximas** que no han de sobrepasarse.

Se muestra a la derecha el diagrama unifilar de la microrred real de la EPFL, inspirada en un modelo de CIGRE. Sobre el diagrama pueden verse las capacidades de las líneas.

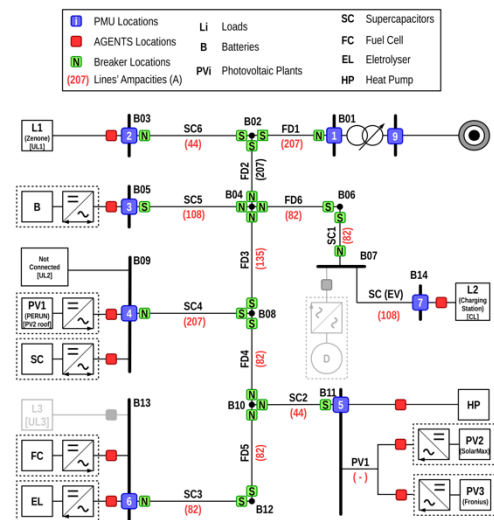


Figura 6.1: Microrred de la EPFL

- Por otra parte, también se desea introducir al programa las predicciones estocásticas y aleatorias de generación renovable y precios de la electricidad. Esto supone añadir nuevas variables y ecuaciones a los problemas de optimización. Resulta necesario hacer esto para operar la red de forma robusta, preparada por ejemplo para escenarios donde haya más o menos sol del esperado. A esto se le conoce como **optimización estocástica**.
- Como se comentó en el capítulo de los modelos, también será necesario obtener los parámetros necesarios del modelo de las células de combustible, representado por (M1) y (M2), del sistema real que tiene el laboratorio.

- Por último, otras posibles mejoras al presente trabajo que se presenta en esta memoria incluyen mejorar el modelo de las baterías, que es algo simplista, o mejorar la técnica de relajación de McCormick, encontrando en la literatura algún método que permita realizar particiones de las envolventes sin un excesivo coste computacional.

Todas estas directrices llevadas a cabo conducirán a un método de control estocástico basado en MPC para una microrred eléctrica con diferentes recursos de generación renovables.

# ORGANIZACIÓN DEL PROYECTO



# Planificación temporal del proyecto. Presupuesto

Para el presente Trabajo Fin de Máster se han definido un total de 18 **paquetes de trabajo**, organizados en dos niveles, que definen la estructura del proyecto llevado a cabo. Estos paquetes de trabajo se numeran a continuación:

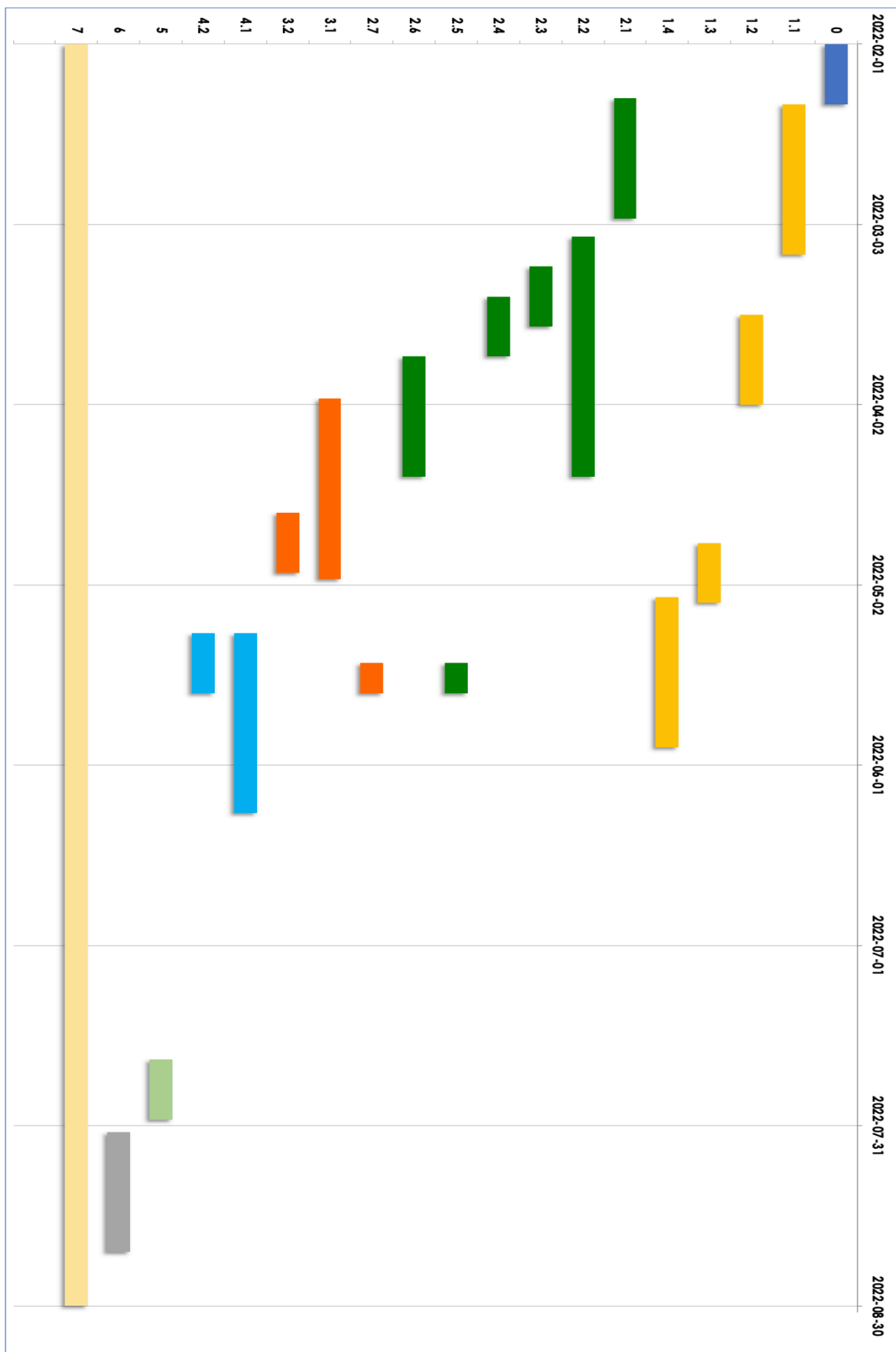
0. Definición del proyecto. Planteamiento de objetivos
1. Estudio de conceptos teóricos relacionados con el proyecto
  - 1.1 Optimización matemática
  - 1.2 Linealizaciones
  - 1.3 Relajación de McCormick
  - 1.4 Teoría de Control tipo MPC
2. Etapa de modelado
  - 2.1 Comprensión y estudio de papers
  - 2.2 Modelo de célula de combustible
  - 2.3 Modelo del electrolizador
  - 2.4 Modelo del almacenamiento de hidrógeno
  - 2.5 Modelo de almacenamiento en baterías
  - 2.6 Modelo térmico de un edificio
  - 2.7 Obtención de curvas de producción FV y consumo
3. Escenario de simulación S1
  - 3.1 Formulación del problema de optimización
  - 3.2 Programación y resultados. Conclusiones. Aproximaciones.
4. Escenario de simulación S2
  - 4.1 Formulación del problema de optimización

- 4.2 Programación y resultados. Conclusiones. Aproximaciones.
5. Escenario de simulación S3
6. Memoria y documentos escritos
7. Seguimiento del proyecto

El desarrollo del trabajo ha tenido lugar durante la segunda mitad del curso 2021/2022, comenzando el 01-02-2022 y finalizándose el 31-08-2022. Se estima que la duración neta de las actividades desarrolladas en él sea de unas 400 horas aproximadamente.

Para visualizar cómodamente la programación temporal del presente Trabajo, se presenta una tabla con los paquetes y su duración, fecha de inicio y finalización, y el correspondiente Diagrama de Gantt:

ACTIVIDAD	INICIO	DURACIÓN (h)	FINALIZACIÓN	DAYS
0	2022-02-01	6	2022-02-11	10
1.1	2022-02-11	25	2022-03-08	25
1.2	2022-03-18	12	2022-04-02	15
1.3	2022-04-25	14	2022-05-05	10
1.4	2022-05-04	14	2022-05-29	25
2.1	2022-02-10	32	2022-03-02	20
2.2	2022-03-05	48	2022-04-14	40
2.3	2022-03-10	12	2022-03-20	10
2.4	2022-03-15	8	2022-03-25	10
2.5	2022-05-15	4	2022-05-20	5
2.6	2022-03-25	38	2022-04-14	20
2.7	2022-05-15	2	2022-05-20	5
3.1	2022-04-01	45	2022-05-01	30
3.2	2022-04-20	15	2022-04-30	10
4.1	2022-05-10	45	2022-06-09	30
4.2	2022-05-10	10	2022-05-20	10
5	2022-07-20	18	2022-07-30	10
6	2022-08-01	45	2022-08-21	20
7	2022-02-01	15	2022-08-30	210
	<b>TOTAL (h):</b>	<b>408</b>		



A continuación, se presenta un desglose detallado del **presupuesto**.

Los costes se dividen en dos grupos:

- Personal
- Material
- Software

Para el personal, se deben incluir las horas-hombre empleadas en las personas participantes en este proyecto. Se han considerado los costes orientativos para el personal de la UPM que aparecen en las propuestas de proyectos europeos *HORIZON 2020*, se puede realizar la siguiente Tabla, donde aparece toda la información relativa al Concepto de *Costes de personal*

Personal	Coste unitario (€/h)	Horas (h)	Total (€)
Profesor Titular 1 <sup>1</sup>	34,35	15	515,25 €
Profesor titular 2 <sup>2</sup>	34,35	25	858,75 €
Profesional <sup>3</sup>	24,35	50	1.217,50 €
			<b>2.591,50 €</b>

Uso de Material	Coste unitario (€/h)	Horas (h)	Total (€)
Ordenador	2	330 h	660 €
			<b>660,00 €</b>

Software	Coste licencia anual (€/h)	Unidades (#)	Total (€)
Office 360	75	1	75,00 €
Matlab	800	1	800,00 €
			<b>875,00 €</b>

<sup>1</sup> Prof. Sergio Martínez, UPM

<sup>2</sup> Prof. Mario Paolone, EPFL

<sup>3</sup> PhD. Rahul Gupta, EPFL

Se recoge en la tabla siguiente el **coste total** del proyecto.

Concepto	Subtotal
Personal	2.591,50 €
Material	660,00 €
Software	875,00 €
<b>Coste del proyecto</b>	<b>4.001,50 €</b>



# ANEXOS



## ANEXO 1: Código del programa de estimación de parámetros del modelo de la célula de combustible

### Modelo eléctrico

```

%% FC voltage estimation
% Output: OCV, alpha, beta, gamma, delta estimated values

clear all, close all, clc;

time = 1200; %(s) (should be divisible by 2 and 5)
t = 1:time;

ocv = 144.2;
alpha = -1.15e-1;
beta = 1.01e1;
gamma = 9.11e-3;
delta = -4.89e-1;

I = NaN(1,time);
T = NaN(1,time);
v_FC = NaN(1,time);

aux = [t([1:time/12]) (t(time/12) - t([1:time/12])) zeros(1,time/12)];
I = [aux, aux, aux, aux];

T = [20*ones(1, time/4) 40*ones(1, time/4) 60*ones(1, time/4) ...
80*ones(1, time/4)];

for i = 1:length(t),
    v_FC(i) = ocv - (alpha*T(i)+beta)*sqrt(I(i)) - (gamma*T(i)+delta)*I(i);
end

%% PARAMETER ESTIMATION

Y = v_FC' + (0.33*randn(1,time))'; %%0.33
I = I + (0.33*randn(1,time));
I_estim = [];
Y_estim = [];
T_estim = [];
for j = 1:length(I)
    if I(j)>= 1
        I_estim = [I_estim I(j)];
        T_estim = [T_estim T(j)];
        Y_estim = [Y_estim Y(j)];
    end
end

Y_estim = Y_estim';

X = [ones(1,length(I_estim)); -T_estim.*sqrt(I_estim); -sqrt(I_estim); ...
-T_estim.*I_estim; -I_estim]';

format long
W = pinv(X)*Y_estim

format short
Erms = sqrt(sum((X*W - Y_estim).^2)/length(Y_estim))

Voltage = @(OCV, ALPHA, BETA, GAMMA, DELTA, x, y) OCV - ...
(ALPHA.*x+BETA).*sqrt(abs(y)) - (GAMMA.*x+DELTA).*y;
[F0,G] = fit([T_estim', I_estim'], Y_estim, Voltage)

%% FIGURES

close all

figure(2)

subplot(2,1,1)
yyaxis left
plot(t,I, 'linewidth', 1.5)
ylabel('Current (A)')
yyaxis right
plot(t,T,'linewidth', 1.2, 'color', [0.9290 0.6940 0.1250])
ylabel('Temperature (°C)', 'color', [0.9290 0.6940 0.1250])

```

```

ylim([10 90])
grid
subplot(2,1,2)
hold on;
plot(t,v_FC, 'linewidth', 1.5)
plot(t, Y, 'linewidth', 0.75)
grid
ylabel('FC Voltage (V)')
legend('Real FC Voltage', 'Measured Voltage')
xlabel('time (s)')

figure(1)
plot3(T,Y, I, 'o', 'color', [0.8500 0.3250 0.0980])
grid
xlabel('FC Voltage (V)')
ylabel('Temperature (T)')
zlabel('Current (A)')

```

## Modelo térmico

```

%% RC Parameter estimation

% Input: Current profile, FC thermal model
% Output: R, C estimated values

clear all, close all, clc;

time = 10000; %(s)
dt=10;
t = 1:dt:time;
K=time/dt;

ocv = 144.2;
alpha = -1.15e-1;
beta = 1.01e1;
gamma = 9.11e-3;
delta = -4.89e-1;
R = 1.09e-1;
C = 2.27e4;

I = NaN (1,K);
T = NaN (1,K+1);
Q_FC = NaN (1,K);
I = [30*ones(250,1); 10*ones(250,1); 20*ones(250,1); 30*ones(250,1)];
I = I+(0.33*randn(1000,1));

T(1) = 20;

for i = 1:length(t),
    Q_FC(i) = ((alpha*T(i)+beta)*sqrt(I(i)) + (gamma*T(i)+delta)*I(i))*I(i);
    T(i+1) = T(i)*(1-dt/(R*C)) + dt/C*Q_FC(i) + dt/(R*C)*(22);
end

T = T+(0.167*randn(1,1001));

Y = [T(2:end)-T(1:end-1)]';
X = [(22-T(1:end-1))*dt; Q_FC*dt]';
format long
w = pinv(X)*Y
format short

A = (22*ones(1000,1)-T(1:end-1))*dt;
B = Q_FC*dt;
Temp = @(A, B, x, y) A*x + B*y;
[F0,G] = fit([A, B], Y, Temp)

yyaxis left
plot(t,I, 'linewidth', 1.5)
ylabel('Current (A)')
yyaxis right
plot(t,T(1:end-1),'linewidth', 1.2)
ylabel('Temperature (°C)')
grid
xlabel('Time(s)')

```

## ANEXO 2: Código del modelo completo (eléctrico + térmico) de la célula de combustible

```

%% FUEL CELL ELECTRICAL + THERMAL MODEL

% Input: Current profile (line 24) and Qcool (cooling system heat) (l.27)
% Output: Voltage and temperature profiles

clear all, close all, clc;

time = 10000; %(s)
dt=10;
t = 1:dt:time;
K=time/dt;

ocv = 144.2;
alpha = -1.15e-1;
beta = 1.01e1;
gamma = 9.11e-3;
delta = -4.89e-1;
R = 1.09e-1;
C = 2.27e4;

% Current and Qcool profiles
aux = [t([1:K/10]) (t(K/10) - t([1:K/10])) zeros(1,K/10)]*5/100;
aux1 = [t([1:K/10]) (t(K/10) - t([1:K/10])) zeros(1,K/10)]*3/100;
aux2 = [t([1:K/10]) (t(K/10) - t([1:K/10])) zeros(1,K/10)]*6/100;
I = [aux2, aux1, aux, zeros(1,100)]';
% Q_cool = [500*ones(length(aux1),1); zeros(length(aux1),1); ... 100*ones(length(aux1),1); zeros(100,1)];
Q_cool = zeros(length(I),1);

% Real temp + voltage
T_real = NaN (1,K+1);
QFC_real = NaN (1,K);
vFC_real = NaN(1,K);

T_real(1) = 22;
for i = 1:length(t)
    vFC_real(i) = ocv - (alpha*T_real(i)+beta)*sqrt(I(i)) - ... (gamma*T_real(i)+delta)*I(i);
    QFC_real(i) = ((alpha*T_real(i)+beta)*sqrt(I(i)) + ... (gamma*T_real(i)+delta)*I(i))*I(i);
    T_real(i+1) = T_real(i)*(1-dt/(R*C)) + dt/C*(QFC_real(i)-Q_cool(i)) + ... dt/(R*C)*(20);
end

% Displays
figure(1)
title('FC Operation')

subplot(3,1,1)
plot(t,I, 'linewidth', 1.5)
title('CURRENT PROFILE')
ylabel('Current (A)')
grid

subplot(3,1,2)
hold on
plot(t, vFC_real(1:K), 'linewidth', 1.5, 'Color',[0.8500 0.3250 0.0980])
title('ELECTRICAL FC MODEL: Voltage')
ylabel('Voltage (V)')
grid
xlabel('Time (s)')

subplot(3,1,3)
hold on
plot(t, T_real(1:K), 'linewidth', 1.5, 'Color', [0.9290 0.6940 0.1250])
title('THERMAL FC MODEL: Temperature')
ylabel('Temperature (°C)')
grid
xlabel('Time (s)')

```

## ANEXO 3: Código del escenario de simulación S1

```

%% OPTIMIZATION v9
% v8: Plane linearization of FC voltage
% v9: Plane linearization of FC heat losses

clc
clear
close all

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% PARAMETERS %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
aux = 5; % minutes per timestep
dt = 60*aux; % time step: 60s*aux
N = 240/aux;
time = N*dt; % time span: 4 hours
t = 0:dt:(N-1)*dt;

% Thermal model of the building
Tout = (0+273.15) * ones(N,1); % Exterior temperature (K)
phiS = 0.5*(500+500*sin(t.*pi/3600)); % Solar radiance
R_B = 5e-3;
C_B = 1e7;
A = 0.5;

% Thermal model of FC
Rs = 1e-1;
Cs = 2.3e4;

% Electrical model of FC
alpha = -1.15e-1;
beta = 1.01e1;
gamma = 9.11e-3;
delta = -4.89e-1;
nFC = 20; % Fuel Cells in series

% Electrolyzer electrical model
a_EL = 31.767;
b_EL = -0.06202;
c_EL = -43e-3;
nEL = 20; % Electrolyzer cells

% Tank model
R = 8.314; % [J mol-1 K-1]
Ttank = 30+273.15; % [K]
F = 96500; % [C/mol]
V = 1.6; % [m^3]

% Price signal
p = 0.2 + 0.1*sin(t.*2*pi/3600)';

% Operational limits
Pmin = 0 * ones(N,1);
Pmax = 10000 * ones(N,1);
iELmax = 150 * ones(N,1);
iFCmax = 120 * ones(N,1);
TFCmax = (75 * ones(N,1)) + 273.15;
TFCmin = (20 * ones(N,1)) + 273.15;
pH2min = 2.1*1e5 * ones(N,1);
pH2max = 6 * 1e5 * ones(N,1);
Tmin = [20 * ones(N/4,1); 21*ones(N/4,1); 20*ones(N/4,1); 21.5*ones(N/4,1)] + 273.15 - 0;
Tmax = [24 * ones(N/4,1); 23*ones(N/4,1); 24*ones(N/4,1); 22.5*ones(N/4,1)] + 273.15 + 0;
diFC = 10*aux; % Max increment = 10A/min
diEL = 10*aux; % Max increment = 10A/min
dQcool = 100;
Qcoolmax = 1000;

iFCMIN_MC = 0.1;
iFCMAX_MC = 120;
vFCMIN_MC = 99*20/80;
vFCMAX_MC = 135*20/80;
iELMIN_MC = 0.1;
iELMAX_MC = 150;
vELMIN_MC = 31.6;
vELMAX_MC = 42;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% VARIABLES %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

% Decision variables
PFC = sdpvar(N,1);
PEL = sdpvar(N,1);
P = sdpvar(N,1);
Qcool = sdpvar(N,1);

% Variables
vFC = sdpvar(N,1);
vEL = sdpvar(N,1);
T = sdpvar(N,1);
TFC = sdpvar(N,1);
iFC = sdpvar(N,1);
iEL = sdpvar(N,1);
pH2 = sdpvar(N,1);
QFC = sdpvar(N,1);
QEL = sdpvar(N,1);
phiH = sdpvar(N,1);
Qext = sdpvar(N,1);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% OBJECTIVE FUNCTION %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

objective = p*(- PFC + PEL + P + 0.1*Qcool)*1e-3*dt/3600;% + 0.1*Qcool norm

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% CONSTRAINTS %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Non-negativity constraints
constraints = [T>=0, TFC>=273.15, iFC>=0, iEL>=0, pH2>=0, P>=0, Qcool>=0,...
vFC>=0, vEL>=0, PFC>=0, PEL>=0, QFC>=0, QEL>=0, phiH>=0];

% Initialization
constraints = [constraints,
TFC(1) == 30+273.15, T(1) == 20+273.15, pH2(1)==4*1e5, pH2(end)==4*1e5];%, pH2(end)==4*1e5
%
for k = 1:(N-1)
constraints = [constraints,
% Operational limits
Tmin(k)<=T(k), T(k)<=Tmax(k),
Pmin(k)<=P(k), P(k)<=Pmax(k), iFC(k)<=iFCmax(k),
iEL(k)<=iELmax(k), TFC(k)<=TFCmax(k), TFC(k)>=TFCmin(k),
pH2min(k)<=pH2(k), pH2(k)<=pH2max(k),
Qcool(k)<=Qcoolmax,
PEL(k)<=100000, PFC(k)<=100000,
iFC(k) - iFC(k+1) <= diFC, iFC(k+1) - iFC(k) <= diFC,
iEL(k) - iEL(k+1) <= diEL, iEL(k+1) - iEL(k) <= diEL,
Qcool(k) - Qcool(k+1) <= dQcool, Qcool(k+1) - Qcool(k) <= dQcool,

% PFC(k) == vFC(k)*iFC(k),
PFC(k) >= vFCMIN_MC*iFC(k) + vFC(k)*iFCMIN_MC - vFCMIN_MC*iFCMIN_MC;
PFC(k) >= vFCMAX_MC*iFC(k) + vFC(k)*iFCMAX_MC - vFCMAX_MC*iFCMAX_MC;
PFC(k) <= vFCMAX_MC*iFC(k) + vFC(k)*iFCMIN_MC - vFCMAX_MC*iFCMIN_MC;
PFC(k) <= vFC(k)*iFCMAX_MC + vFCMIN_MC*iFC(k) - vFCMIN_MC*iFCMAX_MC;

% PEL(k) == vEL(k)*iEL(k),
PEL(k) >= vELMIN_MC*iEL(k) + vEL(k)*iELMIN_MC - vELMIN_MC*iELMIN_MC;
PEL(k) >= vELMAX_MC*iEL(k) + vEL(k)*iELMAX_MC - vELMAX_MC*iELMAX_MC;
PEL(k) <= vELMAX_MC*iEL(k) + vEL(k)*iELMIN_MC - vELMAX_MC*iELMIN_MC;
PEL(k) <= vEL(k)*iELMAX_MC + vELMIN_MC*iEL(k) - vELMIN_MC*iELMAX_MC;

% FC electrical model
vFC(k) == max([ 36.05-0.54*iFC(k), 30.25+0.077*(TFC(k)-273.15)-0.115*iFC(k),
26.84+0.0414*(TFC(k)-273.15)-0.0314*iFC(k)]'),

% FC thermal model
QFC(k) == max(4.295*iFC(k), 39.5-5*(TFC(k)-273.15)+12.66.*iFC(k)),
TFC(k+1) == TFC(k)*(1-dt/(Rs*Cs)) + dt/Cs*(QFC(k)-Qcool(k)) + dt/(Rs*Cs)*(22+273.15),

% Electrolyzer model
vEL(k) == a_EL - b_EL*iEL(k),
QEL(k) == max([5.145.*iEL(k), -544.2+14.22.*iEL(k)]'),

% Building thermal model
Qext(k) == (TFC(k) - T(k))/Rs;
phiH(k) == P(k) + Qcool(k) + QEL(k) + Qext(k),
T(k+1) == (1-dt/(R_B*C_B))*T(k) + dt/(R_B*C_B)*Tout(k) + dt*A/C_B*phiS(k) + dt/C_B*phiH(k),

% Tank model
pH2(k+1) == pH2(k) + R*Ttank/(2*F*V)*(nEL*iEL(k) - nFC*iFC(k))*dt,

```

```

];
end

k = N;

constraints = [constraints,
    Tmin(k)<=T(k), T(k)<=Tmax(k),
    Pmin(k)<=P(k), P(k)<=Pmax(k), iFC(k)<=iFCmax(k),
    iEL(k)<=iELmax(k), TFC(k)<=TFCmax(k), pH2min(k)<=pH2(k), pH2(k)<=pH2max(k),
    Qcool(k)<=Qcoolmax,
    PEL(k)<=100000, PFC(k)<=100000,

    %PFC(k) == vFC(k)*iFC(k),
    PFC(k) >= vFCMIN_MC*iFC(k) + vFC(k)*iFCMIN_MC - vFCMIN_MC*iFCMIN_MC;
    PFC(k) >= vFCMAX_MC*iFC(k) + vFC(k)*iFCMAX_MC - vFCMAX_MC*iFCMAX_MC;
    PFC(k) <= vFCMAX_MC*iFC(k) + vFC(k)*iFCMIN_MC - vFCMAX_MC*iFCMIN_MC;
    PFC(k) <= vFC(k)*iFCMAX_MC + vFCMIN_MC*iFC(k) - vFCMIN_MC*iFCMAX_MC;

    %PEL(k) == vEL(k)*iEL(k),
    PEL(k) >= vELMIN_MC*iEL(k) + vEL(k)*iELMIN_MC - vELMIN_MC*iELMIN_MC;
    PEL(k) >= vELMAX_MC*iEL(k) + vEL(k)*iELMAX_MC - vELMAX_MC*iELMAX_MC;
    PEL(k) <= vELMAX_MC*iEL(k) + vEL(k)*iELMIN_MC - vELMAX_MC*iELMIN_MC;
    PEL(k) <= vEL(k)*iELMAX_MC + vELMIN_MC*iEL(k) - vELMIN_MC*iELMAX_MC;

    vFC(k) == max([ 36.05-0.54*iFC(k), 30.25+0.077*(TFC(k)-273.15)-0.115*iFC(k),
    26.84+0.0414*(TFC(k)-273.15)-0.0314*iFC(k)]'),
    QFC(k) == max(4.295*iFC(k), 39.5-5*(TFC(k)-273.15)+12.66.*iFC(k)),

    vEL(k) == a_EL - b_EL*iEL(k),
    QEL(k) == max([5.145.*iEL(k), -544.2+14.22.*iEL(k)]'),

    Qext(k) == (TFC(k) - T(k))/Rs,

    phiH(k) == P(k) + Qcool(k) + QEL(k) + Qext(k),];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% SOLVER %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

opts = sdpsettings('solver', 'gurobi', 'verbose', 2);
diagnosis = optimize(constraints, objective, opts)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% DISPLAY %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

close all;

display('Objective:')
display(value(objective))

grayColor = [.7 .7 .7];
FCColor = [0.4660 0.6740 0.1880];
ELColor = [0.3010 0.7450 0.9330];
RadiatorsColor = [0.4940 0.1840 0.5560];

tiledlayout(3,4,'TileSpacing','tight');
f1 = figure(1);
f1.Position(3:4) = [800 500];

nexttile;
plot(t/60/60,p,'color', grayColor,'Linewidth', 1.2)
title('Price (m.u.)')
grid
ylim([0 0.4])

nexttile;
plot(t/60/60,value(P),'Linewidth', 1.2,'color', RadiatorsColor)
title('P (W)')
grid
% ylim([-10 10])

nexttile;
p_ref = (value(p)-0.2)*(max(iFC)-min(iFC)-5)/0.2 + (max(iFC)+min(iFC))/2;
plot(t/60/60,value(iFC),'Linewidth', 1.2, 'color', FCColor)
title('iFC (A)')
hold on;
plot(t/60/60, value(p_ref), 'linewidth', 0.5, 'color', grayColor)
grid

```

```

nexttile;
p_ref = (value(p)-0.2)*(max(iEL)-min(iEL)-5)/0.2 + (max(iEL)+min(iEL))/2;
plot(t/60/60,value(iEL),'Linewidth', 1.2, 'color', ELCColor)
hold on;
plot(t/60/60, value(p_ref), 'linewidth', 0.5, 'color', grayColor)
title('iEL (A)')
grid

nexttile
plot(t/60/60,value(T-273.15),'Linewidth', 1.3, 'color',[0.8500 0.3250 0.0980])
hold on;
plot(t/60/60, Tmin-273.15, 'k',t/60/60, Tmax-273.15, 'k')
title('T (°C)')
grid
ylim([18.5 25.5])
p_ref = (value(p)-0.2)*(25-18-4)/0.2 + (25+18)/2;
plot(t/60/60, value(p_ref), 'linewidth', 0.5, 'color', grayColor)

nexttile;
plot(t/60/60,value(TFC)-273.15,'Linewidth', 1.2, 'color', FCCColor)
title('TFC (°C)')
grid

nexttile;
plot(t/60/60,value(vFC),'Linewidth', 1.2, 'color', FCCColor)
title('vFC (V)')
grid

nexttile;
plot(t/60/60,value(vEL),'Linewidth', 1.2, 'color', ELCColor)
title('vEL (V)')
grid

nexttile;
plot(t/60/60,value(pH2)*1e-5,'Linewidth', 1.2)
title('pH2 (bar)')
grid
xlabel('time (h)')

nexttile;
plot(t/60/60,value(A*phiS))
title('Solar radiance (W)')
grid
xlabel('time (h)')

nexttile;
plot(t/60/60,value(QFC),'Linewidth', 1.2, 'color', FCCColor)
hold on;
plot(t/60/60, value(Qext))
plot(t/60/60, value(Qcool))
legend('QFC', 'Qext', 'Qcool')
title('QFC (W)')
grid
xlabel('time (h)')

nexttile;
plot(t/60/60,value(QEL),'Linewidth', 1.2, 'color', ELCColor)
title('QEL (W)')
grid
xlabel('time (h)')

figure (2)
subplot(3,1,1)
p_ref = (value(p)-0.2)*(max(P)-min(P)-5)/0.2 + (max(P)+min(P))/2;
plot(t/60/60, value(P),'Linewidth', 1.5, 'color', [0.4940 0.1840 0.5560])
hold on;
plot( t/60/60, -value(PFC),'Linewidth', 1.5, 'color', FCCColor)
plot(t/60/60, value(PEL),'Linewidth', 1.5,'color', ELCColor)
plot(t/60/60, value(- PFC + PEL + P),'k', 'Linewidth', 1.1);
plot(t/60/60, value(p_ref), 'linewidth', 0.5, 'color', grayColor)
legend('Power for radiators','Power from FC','Power for electrolyzer', 'Power exchanged with grid')
xlabel('Time (h)')
ylabel('W')
title('Power consumptions')
grid

subplot(3,1,2)
Qout = (value(T)-Tout)/R_B;
Qin = value(phiH);

```

```

plot(t/60/60, value(Qext),'Linewidth', 1.5, 'color', [0.1010 0.5450 0.2330])
hold on;
plot(t/60/60, value(QEL),'Linewidth', 1.5, 'color', ELColor)
plot(t/60/60, value(P),'Linewidth', 1.5,'color', [0.4940 0.1840 0.5560])
plot(t/60/60, value(Qcool),'Linewidth', 1.5, 'color', FCColor)

legend('Fuel cell thermal loss','Electrolyzer thermal loss', 'Power from electric heaters', 'FC cooling
system')
xlabel('Time (h)')
ylabel('W')
title('Heat sources')
grid

subplot(3,1,3)
Qout = (value(T)-Tout)/R_B;
Qin = value(phiH);
plot(t/60/60, Qin, t/60/60, Qout, 'Linewidth', 1.5)
legend('Heat influx', 'Heat outflux')
ylabel('W')
grid
title('Building Heat influx/outflux')

%%
f3 = figure(3);
% f3.Position(3:4) = [800 500];
tiledlayout(5,1,'TileSpacing','tight');
figure(3)
% title('Blue: Approximated values. Orange: Exact values')

nexttile
hold on;
plot(t/60/60, value(PFC), 'Linewidth', 1.5, 'color', FCColor)
plot(t/60/60, value(vFC).*value(iFC),'k', 'LineStyle','--', 'linewidth', 0.9)
ylabel('P_{FC} (W)')
% legend('McCormick envelopes approximation','vFC*iFC')
legend('Approximation', 'Exact values')
rmse_PFC = sqrt(1/N*sum((value(PFC)-value(vFC).*value(iFC)).^2));
title(['rmse_{PFC}: ', num2str(rmse_PFC, '%.2f'), ' W'])

nexttile
hold on;
plot(t/60/60, value(PEL), 'Linewidth', 1.5, 'color', ELColor)
plot(t/60/60, value(vEL).*value(iEL),'k', 'LineStyle','--', 'linewidth', 0.9)
% legend('McCormick envelopes approximation','vEL*iEL')
ylabel('P_{EL} (W)')
rmse_PEL = sqrt(1/N*sum((value(PEL)-value(vEL).*value(iEL)).^2));
title(['rmse_{PEL}: ', num2str(rmse_PEL, '%.2f'), ' W'])

nexttile
vFC_real = (144.2 - (-1.15e-1.*(value(TFC-273.15)+1.01e1).*sqrt(value(iFC)) - (9.11e-3.*(value(TFC-273.15))-
4.89e-1).*value(iFC))*20/80;

hold on;
plot(t/60/60, value(vFC),'Linewidth', 1.5,'color', FCColor)
plot(t/60/60, value(vFC_real),'k', 'LineStyle','--', 'linewidth', 0.9)
ylabel('v_{FC} (V)')
rmse_vFC = sqrt(1/N*sum((value(vFC_real)-value(vFC)).^2));
title(['rmse_{vFC}: ', num2str(rmse_vFC, '%.2f'), ' V'])

nexttile
QFC_real = 20/80*((( -1.15e-1.*(value(TFC-273.15)+1.01e1).*sqrt(value(iFC)) + (9.11e-3.*(value(TFC-273.15))-
4.89e-1).*value(iFC)).*value(iFC));
plot(t/60/60, value(QFC),'Linewidth', 1.5, 'color', FCColor)
hold on;
plot(t/60/60, value(QFC_real),'k', 'LineStyle','--', 'linewidth', 0.9)
ylabel('Q_{FC} (W)')
rmse_QFC = sqrt(1/N*sum((value(QFC_real)-value(QFC)).^2));
title(['rmse_{QFC}: ', num2str(rmse_QFC, '%.2f'), ' W'])

nexttile
QEL_real = 20*(-0.001361*sqrt(value(iEL)) + 0.003198.*value(iEL) + 0.07594).*value(iEL);
plot(t/60/60, value(QEL_real),'Linewidth', 1.5,'color', ELColor)
hold on;
plot(t/60/60, value(QEL),'k', 'LineStyle','--', 'linewidth', 0.9)
xlabel('Time (h)')
ylabel('Q_{EL} (W)')

```

```

rmse_QEL = sqrt(1/N*sum((value(QEL_real)-value(QEL)).^2));
title(['rmse_QEL: ', num2str(rmse_QEL, '%.2f'), ' W'])

display('Root Mean Square errors of the approximations: ')
display(['FC power (McCormick envelopes): ', num2str(rmse_PFC, '%.2f'), ' (W)'])
display(['EL power (McCormick envelopes): ', num2str(rmse_PEL, '%.2f'), ' (W)'])
display(['FC voltage (linearization): ', num2str(rmse_vFC, '%.2f'), ' (V)'])
display(['FC heat losses (linearization): ', num2str(rmse_QFC, '%.2f'), ' (W)'])
display(['EL heat losses (linearization): ', num2str(rmse_QEL, '%.2f'), ' (W)'])

```

## ANEXO 4: Código del escenario de simulación S2

```

%% MPC_v15
% v9 Elements: FC, Electrolyzer, grid, PV, Battery, Load
% v9: Rescale of PV, Load, Battery, FC
% v10: Introduce voltage sensitivities
% v12: Tightening of McCormick envelopes by constraining each step
% v13: Tightening of McCormick envelopes by introducing binary variables
% v14: Introduce linearized FC thermal model
% v15: MPC with linearized FC electrical + thermal model
% State: WORKING

clc
clear all

%% 1. MPC PARAMETERS
dt = 60*5; %(Units: s)
K = 5*(60*60)/dt; % MPC window horizon: 5 hours (Units: -)

T = 1*24*(60*60)/dt; % Choose days of simulation (Units: -)
t = 1:T;

%% 2. SYSTEM PARAMETERS
PRICE_RAW = xlsread('OMIE.xlsx', 'D2:D121'); % [€/MWh]
PRICE = NaN(24*5*(60*60)/dt,1); % 5-day price signal (1st-5th Jan 2021 Spain)
% for i=1:length(PRICE_RAW) % Step price signal
% PRICE((3600/dt*i)-(3600/dt-1):(3600/dt*i)) = PRICE_RAW(i,1).*ones(3600/dt,1);
% end
PRICE = interp1(PRICE_RAW, linspace(1, length(PRICE_RAW), length(PRICE)));

% Solar Data
SolarData = load('PV_5days.mat');
SolarData = SolarData.A';
P_PV = SolarData*29000/max(SolarData); % [W]

% Load Data
LoadData = load('Load_5days.mat');
P_Load = LoadData.B*30000/max(LoadData.B); % [W]

PELmax = 6300; % [W]
PFCmax = 18000; % [W]
iELmax = 150; % [A]
iFCmax = 120; % [A]
nFC = 100; % [n cells]
nEL = 20; % [n cells]
Text = 20; % [°C]
R = 1.09e-1;
C = 2.27e4;
TFCmin = 20;
TFCmax = 75;

% Battery
pBatMax = 25000; % [W]
eBatMax = 25000; % [Wh]

% Tank model
R_tank = 8.314; % [J mol-1 K-1]
Ttank = 30+273.15; % [K]

```

```

F      = 96500;      % [C/mol]
V      = 1.6;       % [m^3]
pH2min = 15 *1e5;  % [Pa]
pH2max = 30 *1e5;  % [Pa]

% Vectors dim(T)
PEL = NaN(T,1);
PFC = NaN(T,1);
PEL_approx = NaN(T,1);
PFC_approx = NaN(T,1);
IEL = NaN(T,1);
IFC = NaN(T,1);
VEL = NaN(T,1);
VFC = NaN(T,1);
VFC_approx = NaN(T,1);
QFC = NaN(T,1);
TFC = NaN(T+1,1);
QCOOL = NaN(T,1);
QFC_approx = NaN(T,1);
TFC_approx = NaN(T+1,1);
PRESSURE_H2 = NaN(T+1,1);
PBAT = NaN(T,1);
EBAT = NaN(T+1,1);
A      = NaN(4,1);
B      = NaN(4,1);

% Initialization
PRESSURE_H2(1) = 25*1e5; % [Pa]
EBAT(1) = eBatMax*0.5; % [Wh]
TFC(1) = 20; % [°C]

% IFC_0 = 30
A(1) = 138.1975;
A(2) = 20;
A(3) = 30;
A(4) = 1262;

B(1) = 0.45;
B(2) = -0.51;
B(3) = -13.4;
B(4) = 57.37;

% McCormick envelopes limits initialization
iFCMIN_MC = 0;
iFCMAX_MC = 120;
vFCMIN_MC = 119;
vFCMAX_MC = 180.25;

iELMIN_MC = 0;
iELMAX_MC = 150;
vELMIN_MC = 31.7;
vELMAX_MC = 41.1;

IELlimSUP = NaN(T,1);
IELlimINF = NaN(T,1);
VELlimSUP = NaN(T,1);
VELlimINF = NaN(T,1);

IFClimSUP = NaN(T,1);
IFClimINF = NaN(T,1);
VFClimSUP = NaN(T,1);
VFClimINF = NaN(T,1);

%% 3. MPC
pFC = sdpvar(K,1, 'full');
iFC = sdpvar(K,1, 'full');
vFC = sdpvar(K,1, 'full');
tFC = sdpvar(K+1,1, 'full');
qFC = sdpvar(K,1, 'full');
qCool = sdpvar(K,1, 'full');

pEL = sdpvar(K,1, 'full');
iEL = sdpvar(K,1, 'full');
vEL = sdpvar(K,1, 'full');

pH2 = sdpvar(K+1,1, 'full');

pBat = sdpvar(K,1, 'full');
eBat = sdpvar(K+1,1, 'full');

p      = NaN(K,1);
pPV    = NaN(K,1);

```

```

pLoad = NaN(K,1);

CONSTR_BAT_A = [eBat(2:end)];
CONSTR_BAT_B = [eBat(1:end-1)];

CONSTR_pH2_A = [pH2(2:end)];
CONSTR_pH2_B = [pH2(1:end-1)];

CONSTR_tFC_A = [tFC(2:end)];
CONSTR_tFC_B = [tFC(1:end-1)];

CONSTR_iFC_A = [iFC(2:end)];
CONSTR_iFC_B = [iFC(1:end-1)];

CONSTR_qCool_A = [qCool(2:end)];
CONSTR_qCool_B = [qCool(1:end-1)];

for i = 1:T
    if mod(i,5)==0, disp(i), end

    p = PRICE(i:i+K-1);
    pPV = P_PV(i:i+K-1);
    pLoad = P_Load(i:i+K-1);

    objective = (p*1e-6)'*(pEL-pFC-pPV-pBat+pLoad)*dt/3600;

    constraints = [ iEL >= 0,      iFC >= 0,
                   pEL >= 0,      pFC >= 0,
                   pEL <= PELmax, pFC <= PFCmax,
                   qCool >= 0, qCool <= 10000,
                   TFCmin <= tFC, tFC <= TFCmax,
                   iEL <= iELmax, iFC <= iFCmax,
                   pH2min <= pH2, pH2 <= pH2max,
                   -pBatMax <= pBat, pBat <= pBatMax,
                   0.05*eBatMax <= eBat, eBat <= (1-0.05)*eBatMax,

                   % Initializations
                   pH2(1) == PRESSURE_H2(i),
                   eBat(1) == EBAT(i),
                   tFC(1) == TFC(i),

                   % PFC(k) == vFC(k)*iFC(k),
                   pFC >= vFCMIN_MC*iFC + vFC*iFCMIN_MC - vFCMIN_MC*iFCMIN_MC;
                   pFC >= vFCMAX_MC*iFC + vFC*iFCMAX_MC - vFCMAX_MC*iFCMAX_MC;
                   pFC <= vFCMAX_MC*iFC + vFC*iFCMIN_MC - vFCMAX_MC*iFCMIN_MC;
                   pFC <= vFC*iFCMAX_MC + vFCMIN_MC*iFC - vFCMIN_MC*iFCMAX_MC;

                   % PEL(k) == vEL(k)*iEL(k),
                   pEL >= vELMIN_MC*iEL + vEL*iELMIN_MC - vELMIN_MC*iELMIN_MC;
                   pEL >= vELMAX_MC*iEL + vEL*iELMAX_MC - vELMAX_MC*iELMAX_MC;
                   pEL <= vELMAX_MC*iEL + vEL*iELMIN_MC - vELMAX_MC*iELMIN_MC;
                   pEL <= vEL*iELMAX_MC + vELMIN_MC*iEL - vELMIN_MC*iELMAX_MC;

                   % FC model
                   vFC == A(1) + B(1)*(CONSTR_tFC_B-A(2)) + B(2)*(iFC-A(3)),
                   qFC == A(4) + B(3)*(CONSTR_tFC_B-A(2)) + B(4)*(iFC-A(3)),
                   CONSTR_tFC_A == CONSTR_tFC_B*(1-dt/(R*C)) + (qFC-qCool)*dt/C + Text*dt/(R*C),

                   % EL model
                   vEL == 31.767 + 0.06202*iEL,

                   % Battery model
                   CONSTR_BAT_A == CONSTR_BAT_B - pBat*dt/3600,

                   % Tank model
                   CONSTR_pH2_A == CONSTR_pH2_B + R_tank*Ttank/(2*F*V)*(nEL*iEL - nFC*iFC)*dt
                   ];

    if i==1, constraints = [constraints, iFC(1)==40]; end

    % Solve optimization over Horizon 'i'
    opts = sdpsettings('solver', 'linprog', 'verbose', 0);
    diagnosis = optimize(constraints, objective, opts);
    aux = 0; % Infeasibility counter

    % Output of the MPC
    IFC(i) = iFC(1);
    IEL(i) = iEL(1);
    PBAT(i) = pBat(1);

```

```

QC00L(i) = qCool(1);

PFC_approx(i) = pFC(1);
PEL_approx(i) = pEL(1);
VFC_approx(i) = vFC(1);
QFC_approx(i) = qFC(1);
TFC_approx(i) = tFC(2);

% Simulate 'real' system
VFC(i) = 180.25 - (-0.144*TFC(i)+12.65)*sqrt(IFC(i)) - (0.0114*TFC(i)-0.61)*IFC(i);
QFC(i) = (-0.144*TFC(i)+12.65)*IFC(i)^(3/2) + (0.0114*TFC(i)-0.61)*IFC(i)^2;
TFC(i+1) = TFC(i)*(1-dt/(R*C)) + (QFC(i)-QC00L(i))*dt/C + Text*dt/(R*C);
VEL(i) = 31.767 + 0.06202*IEL(i);
PFC(i) = VFC(i)*IFC(i);
PEL(i) = VEL(i)*IEL(i);
EBAT(i+1) = EBAT(i) - PBAT(i)*dt/3600;
PRESSURE_H2(i+1) = PRESSURE_H2(i) + R_tank*Ttank/(2*F*V)*(nEL*IEL(i) - nFC*IFC(i))*dt;

% Hysteresis
if TFC(i+1)<=TFCmin TFC(i+1)=TFCmin; end
if TFC(i+1)>=TFCmax TFC(i+1)=TFCmax; end

if EBAT(i+1)<=0.05*eBatMax EBAT(i+1)=0.05*eBatMax; end
if EBAT(i+1)>=0.95*eBatMax EBAT(i+1)=0.95*eBatMax; end

if PRESSURE_H2(i+1)<=pH2min PRESSURE_H2(i+1)=pH2min; end
if PRESSURE_H2(i+1)>=pH2max PRESSURE_H2(i+1)=pH2max; end

if diagnosis.problem~=0, aux=1; display('Infeasible iteration: '), display(value(i)), break
end

% Update of Sensitivity Coefficients of VFC, QFC
A(1) = VFC(i);
A(2) = TFC(i);
A(3) = IFC(i);
A(4) = QFC(i);

B(1) = 0.144*sqrt(IFC(i)) - 0.0114*IFC(i); % dV/dT
B(2) = (0.072*TFC(i)-6.325)/sqrt(IFC(i)) - (0.0114*TFC(i)-0.61); % dV/di
B(3) = -0.144*IFC(i)^(3/2) + 0.0114*IFC(i)^2; % dQ/dT
B(4) = (-0.216*TFC(i)+18.98)*sqrt(IFC(i)) + (0.0228*TFC(i)-1.22)*IFC(i); % dQ/di

if B(1) == 0 B(1)=0.1; end
if B(2) <= -1 B(2)=-1; end
if B(3) == 0 B(3)=0; end
if B(4) == 0 B(4)=0; end

% Change in McCormick limits
deltaI = 25;

iFCMIN_MC = IFC(i) - deltaI;
iFCMAX_MC = IFC(i) + deltaI;
if iFCMIN_MC <= 0, iFCMIN_MC = 0; end
if iFCMAX_MC >= 120, iFCMAX_MC = 120; end
vFCMIN_MC = 180.25 - (-0.144*TFC(i)+12.65)*sqrt(iFCMAX_MC) - (0.0114*TFC(i)-0.61)*iFCMAX_MC;
vFCMAX_MC = 180.25 - (-0.144*TFC(i)+12.65)*sqrt(iFCMIN_MC) - (0.0114*TFC(i)-0.61)*iFCMIN_MC;

iELMIN_MC = IEL(i) - deltaI;
iELMAX_MC = IEL(i) + deltaI;
if iELMIN_MC <= 0, iELMIN_MC = 0; end
if iELMAX_MC >= 150, iELMAX_MC = 150; end
vELMIN_MC = 31.767 + 0.06202*iELMIN_MC;
vELMAX_MC = 31.767 + 0.06202*iELMAX_MC;

IELlimSUP(i) = iELMAX_MC;
IELlimINF(i) = iELMIN_MC;
VELlimSUP(i) = vELMAX_MC;
VELlimINF(i) = vELMIN_MC;

IFClimSUP(i) = iFCMAX_MC;
IFClimINF(i) = iFCMIN_MC;
VFClimSUP(i) = vFCMAX_MC;
VFClimINF(i) = vFCMIN_MC;

end

if aux==0, disp('MPC iterations Successfully solved!!'); end
disp(newline)

%% 4. DISPLAYS

```

```

close all

display('Cost:');
display((PRICE(1:length(PEL))*1e-6)*(PEL - PFC - P_PV(1:T) - PBAT + P_Load(1:T))*dt/3600);

grayColor = [.4 .4 .4];
FCColor = [0.4660 0.6740 0.1880];
ELColor = [0.3010 0.7450 0.9330];

figure(5)
tiledlayout(3,1,'TileSpacing','tight');
nexttile
grid
plot(t*dt/60/60, PRICE(1:T),'-', 'color', 'k', 'Linewidth', 1)
title('Electricity price')
ylabel('€/MWh')

nexttile
hold on;
grid
plot(t*dt/60/60, -(PFC+PEL-PBAT-P_PV(1:T)+P_Load(1:T)), 'Linewidth', 1)
% plot(t*dt/60/60, PRICE(1:T)*10000-500000,'-', 'color', 'k')
title('Power to Grid');
ylabel('Power (W)')

nexttile
hold on;
grid
plot(t*dt/60/60, PFC, 'Linewidth', 1)
plot(t*dt/60/60, -PEL, 'Linewidth', 1)
plot(t*dt/60/60, PBAT, 'Linewidth', 1)
plot(t*dt/60/60, P_PV(1:T), 'Linewidth', 1)
plot(t*dt/60/60, -P_Load(1:T), 'Linewidth', 1)
% plot(t*dt/60/60, PRICE(1:T)*1000-2000,'-', 'color', 'k')
legend('FC', 'EL', 'Bat', 'PV', 'Load', 'PRICE');
xlabel('Time (h)')
ylabel('Power (W)')

f1 = figure(1);
tiledlayout(3,4,'TileSpacing','tight');

nexttile
plot(t*dt/60/60, PFC, 'color', FCColor)
hold on;
plot(t*dt/60/60, PEL, 'color', ELColor)
plot(t*dt/60/60, P_PV(1:T))
plot(t*dt/60/60, P_Load(1:T))
grid
legend('FC production', 'Electrolyzer consumption', 'PV production', 'Load consumption')
ylabel('(W)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, IFC, 'Linewidth', 1.5, 'color', FCColor)
legend('FC current')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, IEL, 'Linewidth', 1.5, 'color', ELColor)
legend('EL current')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, PBAT, 'Linewidth', 1.5)
legend('Power Battery')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, PRESSURE_H2(1:T)*1e-5, 'Linewidth', 1.5)
grid
ylabel('(bar)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, VFC, 'Linewidth', 1.5, 'color', FCColor)
legend('FC voltage')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, VEL, 'Linewidth', 1.5, 'color', ELColor)
legend('EL voltage')
grid

```

```

nexttile
plot(t*dt/60/60, EBAT(1:T))
legend('SOE Battery')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, 2000/0.2*PRICE(1:T), 'color', 'k')
ylabel('Price')
grid
xlabel('time (h)')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, TFC(1:T))
legend('T_{FC}')
grid
xlabel('time (h)')

nexttile
hold on
yyaxis left
plot(t*dt/60/60, TFC(1:T), 'Linewidth',0.5);
yyaxis right
plot(t*dt/60/60, QFC, t*dt/60/60, QC00L, 'Linewidth',1)
grid
legend('T_{FC}', 'Q_{FC}', 'Q{COOL}')
xlabel('time (h)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, 2000/0.2*PRICE(1:T), 'color', 'k')
ylabel('Price')
grid
xlabel('time (h)')

figure()
tiledlayout(4,1,'TileSpacing','tight');

nexttile
plot(t*dt/60/60, PFC_approx, t*dt/60/60, PFC, 'Linewidth', 1.1)
grid
title('FC power: P_{FC}')
ylabel('(W)')
legend('Approximations', 'Real values')

nexttile
plot(t*dt/60/60, PEL_approx, t*dt/60/60, PEL, 'Linewidth', 1.1)
grid
title('EL power: P_{EL}')
ylabel('(W)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, VFC_approx, t*dt/60/60, VFC, 'Linewidth', 1.1)
grid
title('FC voltage: v_{FC}')
ylabel('(V)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, QFC_approx, t*dt/60/60, QFC, 'Linewidth', 1.1)
grid
title('FC losses: Q_{FC}')
ylabel('(W)')
xlabel('Time(h)')

PFC_Erms = sqrt(sum((PFC_approx-PFC).^2)./length(PFC))
PEL_Erms = sqrt(sum((PEL_approx-PEL).^2)./length(PEL))
VOLTAGE_Erms = sqrt(sum((VFC_approx-VFC).^2)./length(VFC))
QFC_Erms = sqrt(sum((QFC_approx-QFC).^2)./length(QFC))

%
figure()
tiledlayout(3,1)

nexttile
plot(t*dt/60/60, PRICE(1:T),'-', 'color', 'k', 'Linewidth', 1)
title('Electricity price')
ylabel('€/MWh')
grid

```

```

nexttile
hold on;
grid
title('BESS')
yyaxis right
plot(t*dt/60/60, PBAT, 'Linewidth', 1.1)
ylabel('(w)')
yyaxis left
plot(t*dt/60/60, EBAT(1:T)/eBatMax*100, 'Linewidth', 1.1)
legend('SOC(%)','P_{BAT}');
ylabel('(%)')

nexttile
hold on;
grid
title('FC + EL + Tank')
plot(t*dt/60/60, PFC, 'linewidth', 1.1)
plot(t*dt/60/60, PEL, 'linewidth', 1.1)
ylabel('(w)')
% plot(t*dt/60/60, (PRICE(1:T)-50)*1000 + 5000, '-', 'color', 'k')
yyaxis right
plot(t*dt/60/60, PRESSURE_H2(1:T)/1e5, 'linewidth', 1.1)
ylabel('(bar)')
ylim([10 30])
xlabel('Time (hours)')

legend('P_{FC}', 'P_{EL}', 'Pressure_{H2}', 'PRICE');

```

## ANEXO 5: Código del escenario de simulación S3

```

%% MPC_v16
% v9 Elements: FC, Electrolyzer, grid, PV, Battery, Load
% v9: Rescale of PV, Load, Battery, FC
% v10: Introduce voltage sensitivities
% v12: Tightening of McCormick envelopes by constraining each step
% v15: MPC with linearized FC electrical + thermal model
% v16: MPC for DISPATCH PLANIprNG
% State: WORKING

clc
clear all
close all

%% 1. MPC PARAMETERS
dt = 60*5; %(Units: s)
K = 5*(60*60)/dt; % MPC window horizon: 5 hours (Units: - )

T = 1*24*(60*60)/dt; % days of simulation (Units: - )
t = 1:T;

%% 2. SYSTEM PARAMETERS
PRICE_RAW = xlsread('OMIE.xlsx', 'D2:D121'); % [€/MWh]
PRICE = NaN(24*5*(60*60)/dt,1); % 5-day price signal (1st-5th Jan 2021 Spain)
for i=1:length(PRICE_RAW)
    PRICE((3600/dt*i)-(3600/dt-1):(3600/dt*i)) = PRICE_RAW(i,1).*ones(3600/dt,1);
end

% Solar Data
SolarData = load('PV_5days.mat');
SolarData = SolarData.A';
P_PV = SolarData*29000/max(SolarData); % [W]

% Load Data
LoadData = load("Load_5days.mat");
P_Load = LoadData.B*30000/max(LoadData.B); % [W]

% Dispatch Plan
P_DISPATCH = 16801*ones(length(PRICE),1); % Maybe the value needs to be changed for days 2,3,4 and 5
P_DISPATCH = [16801*ones(length(PRICE)/16,1); 14801*ones(length(PRICE)/16,1); 18801*ones(length(PRICE)/8,1);
16801*ones(length(PRICE)*3/4,1) ];

PELmax = 18000; % [W]
PFCmax = 18000; % [W]
iELmax = 150; % [A]
iFCmax = 120; % [A]
nFC = 100; % [n cells]
nEL = 20; % [n cells]
Text = 20; % [°C]
R = 1.09e-1;

```

```

C      = 2.27e4;
TFCmin = 20;
TFCmax = 75;

% Battery
pBatMax = 25000; % [W]
eBatMax = 25000; % [Wh]

% Tank model
R_tank = 8.314;      % [J mol-1 K-1]
Ttank  = 30+273.15; % [K]
F      = 96500;     % [C/mol]
V      = 1.6;       % [m3]
pH2min = 15 *1e5;  % [Pa]
pH2max = 30 *1e5;  % [Pa]

% Vectors dim(T)
PEL = NaN(T,1);
PFC = NaN(T,1);
PEL_approx = NaN(T,1);
PFC_approx = NaN(T,1);
IEL = NaN(T,1);
IFC = NaN(T,1);
VEL = NaN(T,1);
VFC = NaN(T,1);
VFC_approx = NaN(T,1);
QFC = NaN(T,1);
TFC = NaN(T+1,1);
QCOOL = NaN(T,1);
QFC_approx = NaN(T,1);
TFC_approx = NaN(T+1,1);
PRESSURE_H2 = NaN(T+1,1);
PBAT = NaN(T,1);
EBAT = NaN(T+1,1);
A = NaN(4,1);
B = NaN(4,1);

% Initialization
PRESSURE_H2(1) = 25*1e5; % [Pa]
EBAT(1) = eBatMax*0.5; % [Wh]
TFC(1) = 20; % [°C]

% IFC_0 = 30
A(1) = 138.1975;
A(2) = 20;
A(3) = 30;
A(4) = 1262;

B(1) = 0.45;
B(2) = -0.51;
B(3) = -13.4;
B(4) = 57.37;

% McCormick envelopes limits initialization
iFCMIN_MC = 0;
iFCMAX_MC = 120;
vFCMIN_MC = 119;
vFCMAX_MC = 180.25;

iELMIN_MC = 0;
iELMAX_MC = 150;
vELMIN_MC = 31.7;
vELMAX_MC = 41.1;

IELlimSUP = NaN(T,1);
IELlimINF = NaN(T,1);
VELlimSUP = NaN(T,1);
VELlimINF = NaN(T,1);

IFClimSUP = NaN(T,1);
IFClimINF = NaN(T,1);
VFClimSUP = NaN(T,1);
VFClimINF = NaN(T,1);

%% 3. MPC
pFC = sdpvar(K,1, 'full');
iFC = sdpvar(K,1, 'full');
vFC = sdpvar(K,1, 'full');
tFC = sdpvar(K+1,1, 'full');
qFC = sdpvar(K,1, 'full');

```

```

qCool = sdpvar(K,1, 'full');

pEL = sdpvar(K,1, 'full');
iEL = sdpvar(K,1, 'full');
vEL = sdpvar(K,1, 'full');

pH2 = sdpvar(K+1,1, 'full');

pBat = sdpvar(K,1, 'full');
eBat = sdpvar(K+1,1, 'full');

pGrid = sdpvar(K,1, 'full');
z = sdpvar(K,1, 'full');

p = NaN(K,1);
pPV = NaN(K,1);
pLoad = NaN(K,1);
pDisp = NaN(K,1);

CONSTR_BAT_A = [eBat(2:end)];
CONSTR_BAT_B = [eBat(1:end-1)];

CONSTR_pH2_A = [pH2(2:end)];
CONSTR_pH2_B = [pH2(1:end-1)];

CONSTR_tFC_A = [tFC(2:end)];
CONSTR_tFC_B = [tFC(1:end-1)];

CONSTR_iFC_A = [iFC(2:end)];
CONSTR_iFC_B = [iFC(1:end-1)];

CONSTR_qCool_A = [qCool(2:end)];
CONSTR_qCool_B = [qCool(1:end-1)];

for i = 1:T

    if mod(i,5)==0, disp(i), end

    p = PRICE(i:i+K-1);
    pPV = P_PV(i:i+K-1);
    pLoad = P_Load(i:i+K-1);
    pDisp = P_DISPATCH(i:i+K-1);

%    objective = sum(abs(z));
%    objective = (((2*K):-1:(K+1))/2/K)*z;
objective = ones(K,1)'*z;

    constraints = [
%        z == pDisp-pGrid,
            z >= pDisp-pGrid,
            z >= -pDisp+pGrid,
            pGrid == pEL-pFC-pPV-pBat+pLoad,
            iEL >= 0, iFC >= 0,
            pEL >= 0, pFC >= 0,
            pEL <= PFCmax, pFC <= PELmax,
            iEL <= iELmax, iFC <= iFCmax,
            pH2min <= pH2, pH2 <= pH2max,
            -pBatMax <= pBat, pBat <= pBatMax,
            0.05*eBatMax <= eBat, eBat <= (1-0.05)*eBatMax,

%    Initializations
            pH2(1) == PRESSURE_H2(i),
            eBat(1) == EBAT(i),
%            tFC(1) == TFC(i),

%    PFC(k) == vFC(k)*iFC(k),
            pFC >= vFCMIN_MC*iFC + vFC*iFCMIN_MC - vFCMIN_MC*iFCMIN_MC;
            pFC >= vFCMAX_MC*iFC + vFC*iFCMAX_MC - vFCMAX_MC*iFCMAX_MC;
            pFC <= vFCMAX_MC*iFC + vFC*iFCMIN_MC - vFCMAX_MC*iFCMIN_MC;
            pFC <= vFC*iFCMAX_MC + vFCMIN_MC*iFC - vFCMIN_MC*iFCMAX_MC;

%    PEL(k) == vEL(k)*iEL(k),
            pEL >= vELMIN_MC*iEL + vEL*iELMIN_MC - vELMIN_MC*iELMIN_MC;
            pEL >= vELMAX_MC*iEL + vEL*iELMAX_MC - vELMAX_MC*iELMAX_MC;
            pEL <= vELMAX_MC*iEL + vEL*iELMIN_MC - vELMAX_MC*iELMIN_MC;
            pEL <= vEL*iELMAX_MC + vELMIN_MC*iEL - vELMIN_MC*iELMAX_MC;

%    FC model
            vFC == A(1) + B(1)*(CONSTR_tFC_B-A(2)) + B(2)*(iFC-A(3)),

%    EL model
            vEL == 31.767 + 0.06202*iEL,

```

```

% Battery model
CONSTR_BAT_A == CONSTR_BAT_B - pBat*dt/3600,

% Tank model
CONSTR_pH2_A == CONSTR_pH2_B + R_tank*Ttank/(2*F*V)*(nEL*iEL - nFC*iFC)*dt
];

if i==1, constraints = [constraints, iFC(1)==30]; end

% Solve optimization over Horizon 'i'
opts = sdpsettings('solver', 'linprog', 'verbose', 0);
diagnosis = optimize(constraints, objective, opts);
aux = 0; % Infeasibility counter

% Output of the MPC
IFC(i) = iFC(1);
IEL(i) = iEL(1);
PBAT(i) = pBat(1);
QC00L(i) = qCool(1);

PFC_approx(i) = pFC(1);
PEL_approx(i) = pEL(1);
VFC_approx(i) = vFC(1);
QFC_approx(i) = qFC(1);
TFC_approx(i) = tFC(2);

% Simulate 'real' system
VFC(i) = 180.25 - (-0.144*TFC(i)+12.65)*sqrt(IFC(i)) - (0.0114*TFC(i)-0.61)*IFC(i);
QFC(i) = (-0.144*TFC(i)+12.65)*IFC(i)^(3/2) + (0.0114*TFC(i)-0.61)*IFC(i)^2;
TFC(i+1) = TFC(i)*(1-dt/(R*C)) + (QFC(i)-QC00L(i))*dt/C + Text*dt/(R*C);
VEL(i) = 31.767 + 0.06202*IEL(i);
PFC(i) = VFC(i)*IFC(i);
PEL(i) = VEL(i)*IEL(i);
EBAT(i+1) = EBAT(i) - PBAT(i)*dt/3600;
PRESSURE_H2(i+1) = PRESSURE_H2(i) + R_tank*Ttank/(2*F*V)*(nEL*IEL(i) - nFC*IFC(i))*dt;
TFC(i+1) = 50;
% Hysteresis
if TFC(i+1)<=TFCmin, TFC(i+1)=TFCmin; end
if TFC(i+1)>=TFCmax, TFC(i+1)=TFCmax; end

if EBAT(i+1)<=0.05*eBatMax, EBAT(i+1)=0.05*eBatMax; end
if EBAT(i+1)>=0.95*eBatMax, EBAT(i+1)=0.95*eBatMax; end

if PRESSURE_H2(i+1)<=pH2min, PRESSURE_H2(i+1)=pH2min; end
if PRESSURE_H2(i+1)>=pH2max, PRESSURE_H2(i+1)=pH2max; end

if diagnosis.problem~=0, aux=1; display('Infeasible iteration: '), display(value(i)), break
end

% Update of Sensitivity Coefficients of VFC, QFC
A(1) = VFC(i);
A(2) = TFC(i);
A(3) = IFC(i);
A(4) = QFC(i);

B(1) = 0.144*sqrt(IFC(i)) - 0.0114*IFC(i); % dV/dT
B(2) = (0.072*TFC(i)-6.325)/sqrt(IFC(i)) - (0.0114*TFC(i)-0.61); % dV/di
B(3) = -0.144*IFC(i)^(3/2) + 0.0114*IFC(i)^2; % dQ/dT
B(4) = (-0.216*TFC(i)+18.98)*sqrt(IFC(i)) + (0.0228*TFC(i)-1.22)*IFC(i); % dQ/di

if B(1) == 0 B(1)=0.1; end % 0.3
if B(2) <= -1 B(2)=-1; end
if B(3) == 0 B(3)=0; end % -3
if B(4) == 0 B(4)=0; end % 30

% Change in McCormick limits
deltaI = 25;
iFCMIN_MC = IFC(i) - deltaI;
iFCMAX_MC = IFC(i) + deltaI;
if iFCMIN_MC <= 0, iFCMIN_MC = 0; end
if iFCMAX_MC >= 120, iFCMAX_MC = 120; end
vFCMIN_MC = 180.25 - (-0.144*TFC(i)+12.65)*sqrt(iFCMAX_MC) - (0.0114*TFC(i)-0.61)*iFCMAX_MC - 0.2;
vFCMAX_MC = 180.25 - (-0.144*TFC(i)+12.65)*sqrt(iFCMIN_MC) - (0.0114*TFC(i)-0.61)*iFCMIN_MC + 0.2;

iELMIN_MC = IEL(i) - deltaI;
iELMAX_MC = IEL(i) + deltaI;
if iELMIN_MC <= 0, iELMIN_MC = 0; end
if iELMAX_MC >= 150, iELMAX_MC = 150; end
vELMIN_MC = 31.767 + 0.06202*iELMIN_MC - 0.2;
vELMAX_MC = 31.767 + 0.06202*iELMAX_MC + 0.2;

```

```

IELlimSUP(i) = iELMAX_MC;
IELlimINF(i) = iELMIN_MC;
VELlimSUP(i) = vELMAX_MC;
VELlimINF(i) = vELMIN_MC;

IFClimSUP(i) = iFCMAX_MC;
IFClimINF(i) = iFCMIN_MC;
VFClimSUP(i) = vFCMAX_MC;
VFClimINF(i) = vFCMIN_MC;
end

if aux==0, disp('MPC iterations Succesfully solved!!'); end
disp(newline)

%% 4. DISPLAYS

display('Cost:')
display(sum(abs(PEL - PFC - P_PV(1:T) - PBAT + P_Load(1:T)-P_DISPATCH(1:T))))

close all
grayColor = [.7 .7 .7];
FCColor = [0.4660 0.6740 0.1880];
ELColor = [0.3010 0.7450 0.9330];

tiledlayout(3,4,'TileSpacing','tight');
f1 = figure(1);

nexttile
plot(t*dt/60/60, PFC, 'color', FCColor)
hold on;
plot(t*dt/60/60, PEL, 'color', ELColor)
plot(t*dt/60/60, P_PV(1:T))
plot(t*dt/60/60, P_Load(1:T))
% plot(t*dt/60/60, PEL - PFC - P_PV(1:T) - PBAT, 'Linewidth', 1.5)
grid
legend('FC production', 'Electrolyzer consumption', 'PV production', 'Load consumption')%v
ylabel('(W)')
% yyaxis right
% plot(t*dt/60/60, 2000/0.2*PRICE(1:T), 'color', grayColor)
% ylabel('Price')

nexttile
plot(t*dt/60/60, IFC, 'Linewidth', 1.5, 'color', FCColor)
legend('FC current')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, IEL, 'Linewidth', 1.5, 'color', ELColor)
legend('EL current')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, PBAT, 'Linewidth', 1.5)
legend('Power Battery')
grid
nexttile
plot(t*dt/60/60, PRESSURE_H2(1:T)*1e-5, 'Linewidth', 1.5)
grid
ylabel('(bar)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, VFC, 'Linewidth', 1.5, 'color', FCColor)
legend('FC voltage')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, VEL, 'Linewidth', 1.5, 'color', ELColor)
legend('EL voltage')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, EBAT(1:T))
legend('SOE Battery')
grid

nexttile
plot(t*dt/60/60, 2000/0.2*PRICE(1:T), 'color', 'k')
ylabel('Price')
grid

nexttile

```

```

plot(t*dt/60/60, TFC(1:T))
legend('T_{FC}')
grid

nexttile
hold on
yyaxis left
plot(t*dt/60/60, TFC(1:T), 'Linewidth',0.5);
yyaxis right
plot(t*dt/60/60, QFC, t*dt/60/60, QC00L, 'Linewidth',1)
grid
legend('T_{FC}', 'Q_{FC}', 'Q{COOL}')

nexttile
plot(t*dt/60/60, 2000/0.2*PRICE(1:T), 'color', 'k')
ylabel('Price')
grid

%
figure()
title('Approximations')
tiledlayout(5,1,'TileSpacing','tight');

nexttile
plot(t*dt/60/60, PFC_approx, t*dt/60/60, PFC)
grid
title('FC power: P_{FC} (W)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, PEL_approx, t*dt/60/60, PEL)
grid
title('EL power: P_{EL} (W)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, VFC_approx, t*dt/60/60, VFC)
grid
title('FC voltage: v_{FC} (V)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, QFC_approx, t*dt/60/60, QFC)
grid
title('FC losses: Q_{FC} (W)')

nexttile
plot(t*dt/60/60, TFC_approx(1:T), t*dt/60/60, TFC(2:T+1))
grid
title('FC temp: T_{FC} (W)')

PFC_Erms = sqrt(sum((PFC_approx-PFC).^2)./length(PFC))
PEL_Erms = sqrt(sum((PEL_approx-PEL).^2)./length(PEL))
VOLTAGE_Erms = sqrt(sum((VFC_approx-VFC).^2)./length(VFC))
QFC_Erms = sqrt(sum((QFC_approx-QFC).^2)./length(QFC))

%
figure()
tiledlayout(2,1)

nexttile
hold on;
grid
plot(t*dt/60/60, P_DISPATCH(1:T), 'Linewidth', 1.5,'color', '#00a79f')
plot(t*dt/60/60, (-PFC+PEL-PBAT-P_PV(1:T)+P_Load(1:T)), 'Linewidth', 1)
% plot(t*dt/60/60, PRICE(1:T)*10000-500000,'-', 'color', 'k')
title('Power from Grid');
ylabel('Power (W)')
legend('Dispatch plan', 'Tracking of power')
ylim([-1e4 3e4])

nexttile
hold on;
grid
plot(t*dt/60/60, PFC, 'Linewidth', 1)
plot(t*dt/60/60, -PEL, 'Linewidth', 1)
plot(t*dt/60/60, PBAT, 'Linewidth', 1)
plot(t*dt/60/60, P_PV(1:T), 'Linewidth', 1)
plot(t*dt/60/60, -P_Load(1:T), 'Linewidth', 1)
% plot(t*dt/60/60, PRICE(1:T)*1000-2000,'-', 'color', 'k')
legend('FC', 'EL', 'Bat', 'PV', 'Load', 'PRICE');
xlabel('Time (h)')
ylabel('Power (W)')

```

```

figure()
tiledlayout(4,1)
nexttile
hold on
title('IEL')
plot(t*dt/60/60, IEL, 'color', 'r')
plot(t*dt/60/60, IELlimSUP, 'color', 'k')
plot(t*dt/60/60, IELlimINF, 'color', 'k')
nexttile
hold on
title('VEL')
plot(t*dt/60/60, VEL, 'color', 'r')
plot(t*dt/60/60, VELlimSUP, 'color', 'k')
plot(t*dt/60/60, VELlimINF, 'color', 'k')
nexttile
hold on
title('IFV')
plot(t*dt/60/60, IFV, 'color', 'r')
plot(t*dt/60/60, IFVlimSUP, 'color', 'k')
plot(t*dt/60/60, IFVlimINF, 'color', 'k')
nexttile
hold on
title('VFC')
plot(t*dt/60/60, VFC, 'color', 'r')
plot(t*dt/60/60, VFClimSUP, 'color', 'k')
plot(t*dt/60/60, VFClimINF, 'color', 'k')

figure()
tiledlayout(3,1)

nexttile
grid
plot(t*dt/60/60, PRICE(1:T), '-', 'color', 'k', 'Linewidth', 1)
title('Electricity price')
ylabel('€/MWh')
grid

nexttile
hold on;
grid
title('BESS')
yyaxis right
plot(t*dt/60/60, PBAT, 'Linewidth', 1.1)
ylabel('(W)')
yyaxis left
plot(t*dt/60/60, EBAT(1:T)/eBatMax*100, 'Linewidth', 1.1)
legend('SOC(%)', 'P_{BAT}');
ylabel('(%)')

nexttile
hold on;
grid
title('FC + EL + Tank')
plot(t*dt/60/60, PFC, 'linewidth', 1.1)
plot(t*dt/60/60, PEL, 'linewidth', 1.1)
ylabel('(W)')
% plot(t*dt/60/60, (PRICE(1:T)-50)*1000 + 5000, '-', 'color', 'k')
yyaxis right
plot(t*dt/60/60, PRESSURE_H2(1:T)/1e5, 'linewidth', 1.1)
ylabel('(bar)')
ylim([10 30])
legend('P_{FC}', 'P_{EL}', 'Pressure_{H2}', 'PRICE');

% Input: Current profile

```



# Bibliografía

- [1]: Demand Response. URL: <https://e3p.jrc.ec.europa.eu/publications/demand-response-status-eu-member-states>
- [2]: Virtual Power Plant. URL: <https://tiko.energy/>
- [3]: Microrredes. URL: <https://www.eolasmagazine.ie/smart-grid-evolution/>
- [4]: Hidrógeno verde. URL: <https://elperiodicodelaenergia.com/espana-la-reina-del-hidrogeno-verde-en-europa-alberga-mas-de-la-mitad-de-la-capacidad-planificada-de-electrolizadores-para-2030-con-72-000-mw/>
- [5]: Sossan, Fabrizio & Bindner, Henrik & Madsen, Henrik & Torregrossa, Dimitri & Reyes, Lorenzo & Paolone, Mario. (2014). *A model predictive control strategy for the space heating of a smart building including cogeneration of a fuel cell-electrolyzer system.*
- [6]: Ming-Hua Lin, John Gunnar Carlsson, Dongdong Ge, Jianming Shi, and Jung-Fa Tsai (2013). *A Review of Piecewise Linearization Methods.*
- [7]: Rahul Gupta, Fabrizio Sossan, Mario Paolone (2020). *Grid-aware Distributed Model Predictive Control of Heterogeneous Resources in a Distribution Network: Theory and Experimental Validation*
- [8]: Cem Keske, Rahul Gupta, Mario Paolone (2021). *Modelling of a PEM Electrolyzer for Model Predictive Control*

[9]: A. Schrijver. *Theory of linear and integer programming*.

[10]: J.A. Cardona Isaza (2022). *Ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores distribuídos en redes DC*.

[11]: Apuntes de la asignatura *Smart Grid Technologies*, Mario Paolone, EPFL, 2022

[12]: Apuntes de la asignatura *Optimal Decision Making*, Daniel Khun, EPFL, 2022

[13]: Precios del Operador del Mercado Ibérico. URL: <https://www.omie.es/es/market-results/daily/daily-market/daily-hourly-price>

[14]: Dr. Gregory L.Plett. *Introduction to Battery Management System*. University of Colorado, Colorado Springs

[15]: Apuntes de la asignatura *Model Predictive Control*, Colin Jones, EPFL, 2022