

## Aplicación de las transformadas de Hilbert a la dinámica de una pala de aerogenerador

J. Blázquez

División de Fisión Nuclear, CIEMAT. Avda. Complutense, 22; 28040 Madrid, España Afiliación

A. García-Berrocal, M. Balbás, C. Montalvo

Amerpren, ETSI de Minas, Universidad Politécnica de Madrid (UPM). Ríos Rosas, 21, 28003 Madrid, España  
crisrina.montalvo@upm.es

### Resumen

Las oscilaciones de las palas de un aerogenerador son semejantes a las de las vigas empotradas con un extremo fijo. Las palas suelen estar fabricadas con fibra de vidrio y su geometría no es constante. Además son huecas por dentro, de manera que los coeficientes de la ecuación diferencial de la oscilación no son constantes. En este trabajo se miden las frecuencias de vibración del extremo libre de una pala; los resultados se usan para validar los cálculos teóricos. En el análisis de la señal interesa también una estimación del rozamiento amortiguamiento asociado a cada modo de vibración. El rozamiento se puede obtener de la anchura de cada resonancia, ajustándola a una forma funcional de tipo Breit-Wigner. También es posible resolver un problema inverso: a partir de las medidas registradas de oscilación, estimar los coeficientes de una ecuación diferencial que reproduce las oscilaciones. La herramienta para este caso es la transformada de Hilbert. Además, si se aplica la descomposición de modos empíricos de Hilbert Huang a las medidas, se obtienen dos modos empíricos, encontrándose en este trabajo que la duración del modo de mayor frecuencia es indicativa del rozamiento.

### INTRODUCCIÓN

Las palas de los aerogeneradores son huecas y están fabricadas de materiales tales como la fibra de vidrio. Son sometidas a un control de calidad en su fabricación consistente en medir la respuesta al impulso de las mismas cuando están empotradas en un soporte vertical (véase Fig.1)). De esta manera, y por medio del análisis de Fourier de la respuesta al impulso se obtienen las frecuencias de vibración de la pala.

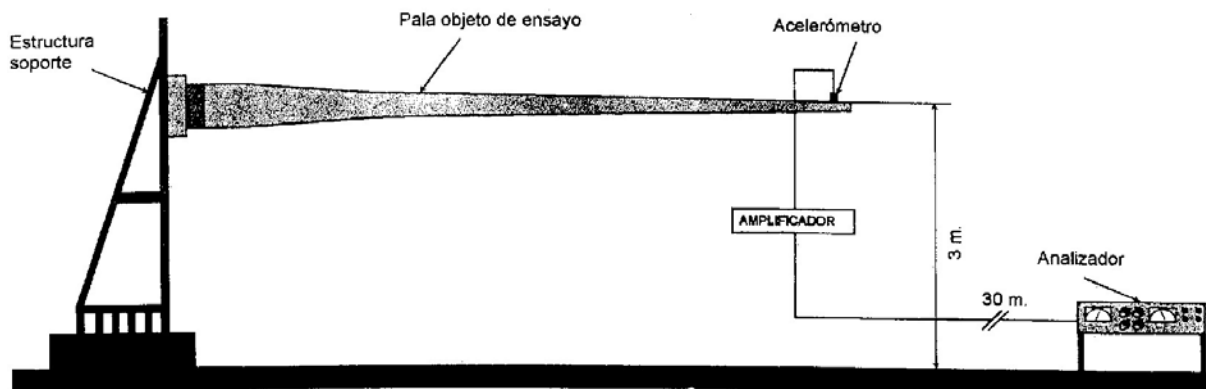


Fig.1. Esquema del ensayo de respuesta al impulso en una pala de aerogenerador de 20 metros.

Uno de los parámetros a medir y que no se conoce previamente, dada la falta de isotropía de la pala, es su rozamiento o coeficientes de amortiguamiento. A través del espectro de frecuencia, puede medirse por medio de la anchura de cada pico resonante o incluso a través de un ajuste no lineal de Breit-Wigner [147 Garcia-Berrocal, A. 2009]. No obstante, los parámetros obtenidos por medio de la inspección visual del espectro son aproximados, a lo que se añade el carácter global del análisis de Fourier que no permite un estudio localizado de las vibraciones de las palas.

Por tanto, con el objetivo de conocer mejor los modos de vibración de la pala y el rozamiento asociado a los mismos, para llevar a cabo un control de calidad exhaustivo, se realiza un análisis por medio de la transformada de Hilbert-Huang [2]. Este análisis permite la descomposición de la señal en una serie de modos empíricos [2,3] y por medio de su transformada de Hilbert, se obtienen las amplitudes y frecuencias instantáneas así como el rozamiento asociado a ellos [4]. Además, el análisis con esta metodología es local, de manera que se puede determinar con mayor precisión los modos de vibración de las palas y su escala de tiempos.

En este trabajo se analiza una señal procedente de la respuesta al impulso de una pala de aerogenerador y se obtienen sus modos empíricos de vibración con la transformada de Hilbert-Huang. De cada modo y con un análisis armónico basado en la transformada de Hilbert se obtienen la amplitud instantánea y la frecuencia instantánea frente al tiempo. A continuación se obtiene el rozamiento o coeficiente de amortiguamiento de cada modo a través del decrecimiento logarítmico y de las frecuencias instantáneas.

## ANÁLISIS DE FOURIER

Las palas de los aerogeneradores son huecas. Están fabricadas con fibra de vidrio y tienen una geometría compleja. Por medio de un código de elementos finitos podría obtenerse toda la información necesaria referente a su comportamiento mecánico, pero también se necesitarían introducir ciertos parámetros de los materiales tales como su rozamiento, que en principio es desconocido.

El análisis de Fourier tiene otra problemática asociada y es que, debido a su carácter global, no puede establecer los tiempos característicos en los que se producen cambios de las vibraciones de las palas.

En la Fig. 2) se muestra la señal procedente de un ensayo de respuesta al impulso de una pala de 20 m de longitud y en la Fig. 3) el espectro de Fourier de la misma.

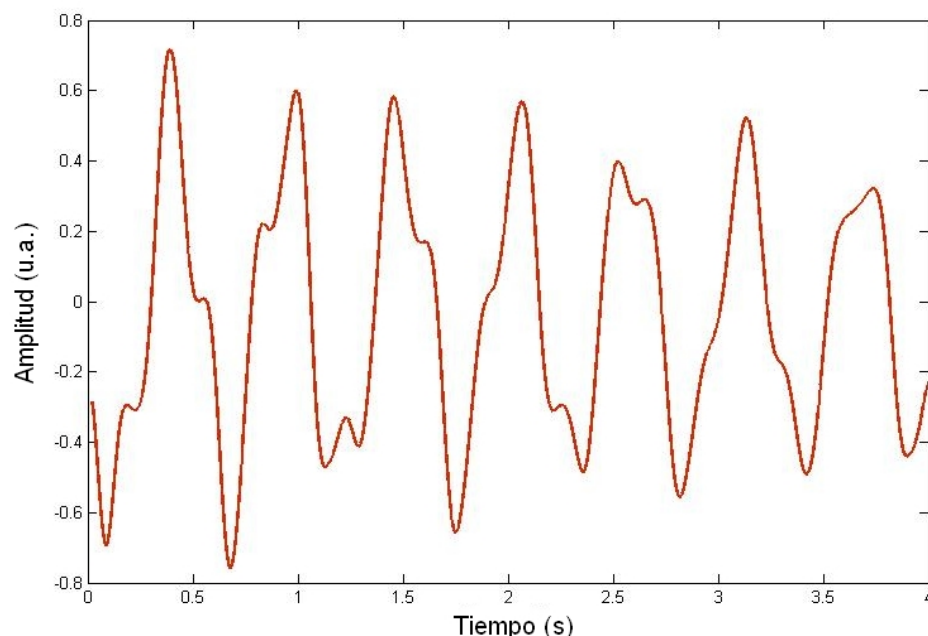


Fig. 2. Respuesta al impulso de la pala de un aerogenerador de 20 metros.

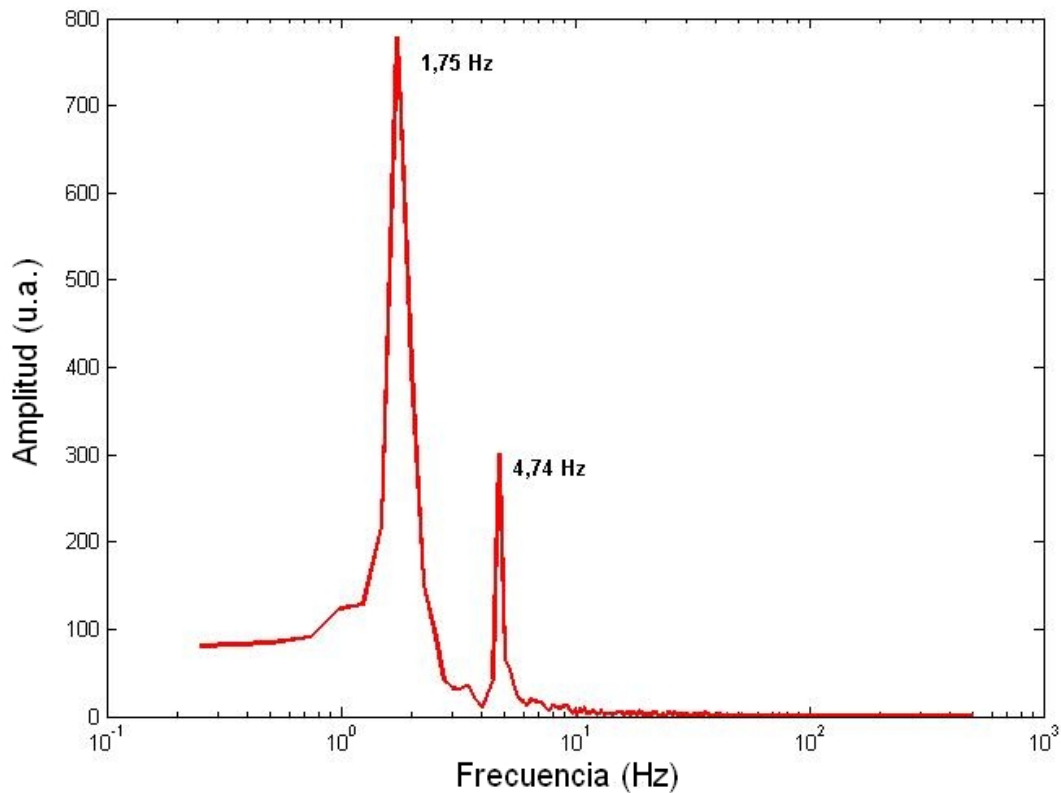


Fig. 3. Espectro de Fourier de la respuesta al impulso de una pala de aerogenerador

La simple inspección visual de la señal nos indica que existen al menos dos frecuencias involucradas en la vibración de la pala que se muestran claramente en el espectro de Fourier. Además, a través de la fórmula de Breit-Wigner[1] se podrían obtener los parámetros característicos de cada resonancia, entre ellos el rozamiento. No obstante, esto requiere un ajuste no lineal que requiere experiencia y conocimiento de unos valores aproximados para utilizarlos como parámetros iniciales en el proceso iterativo.

## LA TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG

La transformada de Hilbert-Huang es una herramienta para analizar señales no lineales y no estacionarias. Se ha validado empíricamente y ha demostrado ser muy efectiva para una gran variedad de señales de disciplinas muy distintas[3]. El método para obtener esta transformada se compone de dos partes: la descomposición en modos empíricos de la señal (Empirical Mode Decomposition, EMD) y el análisis de cada uno de los modos a través de la transformada de Hilbert (Hilbert Spectral Analysis, HSA).

Cada uno de los modos empíricos debe contener un número de máximos y mínimos locales, así como de intersecciones con el cero, que no difieran en más de uno. Además la media de las envolventes de los máximos y mínimos locales debe ser muy próxima a cero.

Por tanto, siendo  $x(t)$  una señal, y  $m_i(t)$  la envolvente de sus máximos y mínimos locales, se obtiene  $h_i(t)$  como:

$$h_i(t) = x(t) - m_i(t) \quad (1)$$

Para saber si  $h_i(t)$  es el primer modo empírico de la señal  $x(t)$ , es necesario que  $h_i(t)$  cumpla las propiedades enunciadas anteriormente. Si no las cumple, es necesario seguir llevando a cabo el proceso con  $h_i(t)$  de obtención de envolventes y medias, lo que se denomina *sifting process*, hasta obtener el modo empírico buscado.

Finalmente, la señal  $x(t)$  se compondrá de un cierto número de modos empíricos  $c_j(t)$  y de un residuo  $r_n(t)$ :

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j + r_n(t) \quad (2)$$

Cada uno de los modos empíricos define un modo físico de vibración del sistema a estudiar, que, en consecuencia, puede analizarse independientemente a través de la transformada de Hilbert. Si  $c(t)$  es un modo empírico, su transformada de Hilbert  $\hat{c}(t)$  que se define como:

$$\hat{c}(t_0) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(t)}{t-t_0} dt \quad (3)$$

donde  $P$  denota el valor principal de Cauchy[5,6].

La transformada de Hilbert es muy importante en el contexto del análisis de las señales ya que permite el cálculo de la señal analítica que se define como:

$$c_a(t) = c(t) + j\hat{c}(t) \quad (4)$$

siendo  $\hat{c}(t)$  la transformada de Hilbert de la señal  $c(t)$  y  $c_a(t)$  la señal analítica correspondiente y  $j$  la unidad imaginaria. El módulo de la señal analítica es la amplitud instantánea  $A(t)$  y su fase  $\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{\hat{c}(t)}{c(t)} \right]$  permite obtener la frecuencia instantánea:

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (5)$$

Uno de los problemas del análisis de Hilbert es la aparición de frecuencias negativas en los análisis. Gracias a la descomposición en modos empíricos propuesta por Huang se reduce esta problemática.

## ESTIMACIÓN DEL ROZAMIENTO DE LOS MODOS EMPÍRICOS

Según Feldman [103 Feldman, M. 1994] es posible obtener el rozamiento o coeficiente de amortiguamiento de una vibración en función al tiempo por medio de las amplitudes y frecuencias instantáneas. Sea  $y(t)$  la solución de una ecuación diferencial del tipo:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h_0(A) \frac{dy}{dt} + \omega_0^2(A) y = 0 \quad (6)$$

siendo  $A$  la amplitud instantánea de  $y(t)$ ,  $h_0$  el rozamiento del sistema y  $\omega_0$  la frecuencia natural. Si se expresa la Ec.(6) en función de la señal analítica de  $y(t)$ :

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + 2h_0(A) \frac{dY}{dt} + \omega_0^2(A) Y = 0 \quad (7)$$

Siendo  $Y$  la señal analítica de  $y(t)$ . A continuación, se pueden escribir las derivadas primera y segunda de  $Y$  en función de la amplitud y frecuencia instantáneas como[4]:

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= Y(t) \left[ \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + j\omega(t) \right] \\ \ddot{Y} &= Y(t) \left[ \frac{\ddot{A}(t)}{A(t)} - \omega^2(t) + 2j\dot{A}(t) \frac{\omega(t)}{A(t)} + j\dot{\omega}(t) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Resolviendo la Ec.(8) para las partes real e imaginaria, se obtiene el término de rozamiento[4]:

$$h_0(t) = -\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{\omega}}{2\omega} \quad (9)$$

Por tanto, mediante la descomposición en modos empíricos de Huang y aplicando la transformada de Hilbert a cada uno de ellos, se calculan las frecuencias y amplitudes instantáneas. La Ec.(9) proporciona la manera de calcular el rozamiento para cada modo en función del tiempo y eso será abordado en el siguiente epígrafe donde se recogen los resultados para la señal de la pala de aerogenerador.

**RESULTADOS**

La respuesta al impulso de la pala de aerogenerador ha sido analizada con un código programado en Matlab para obtener la descomposición en modos empíricos de Huang. En la Fig. 4) se representan los modos obtenidos y el residuo correspondiente tal y como se indica en la Ec. (2).

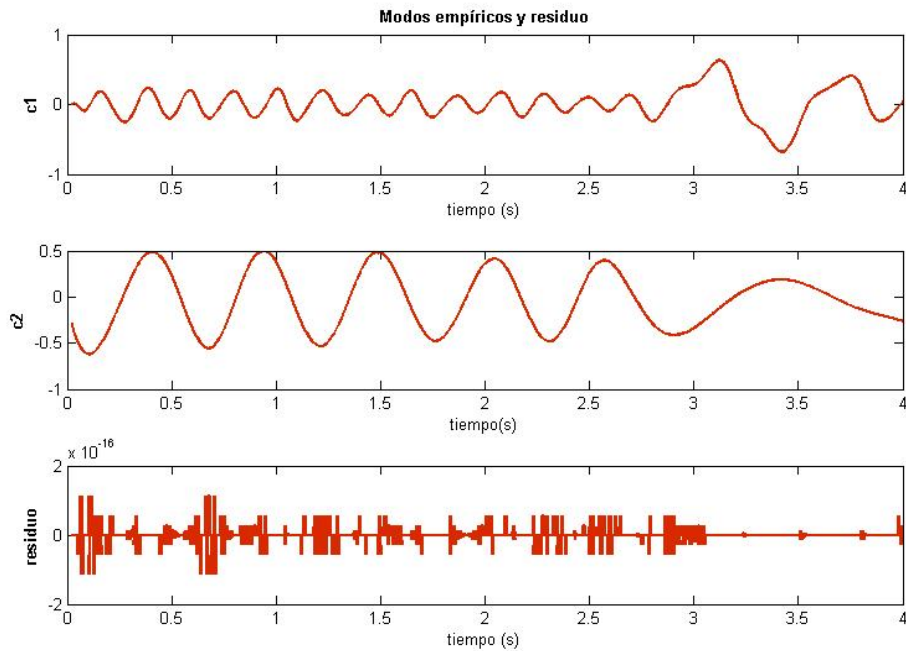


Fig. 4. Modos empíricos  $c_1$  y  $c_2$  de la respuesta al impulso de un aerogenerador y el residuo correspondiente

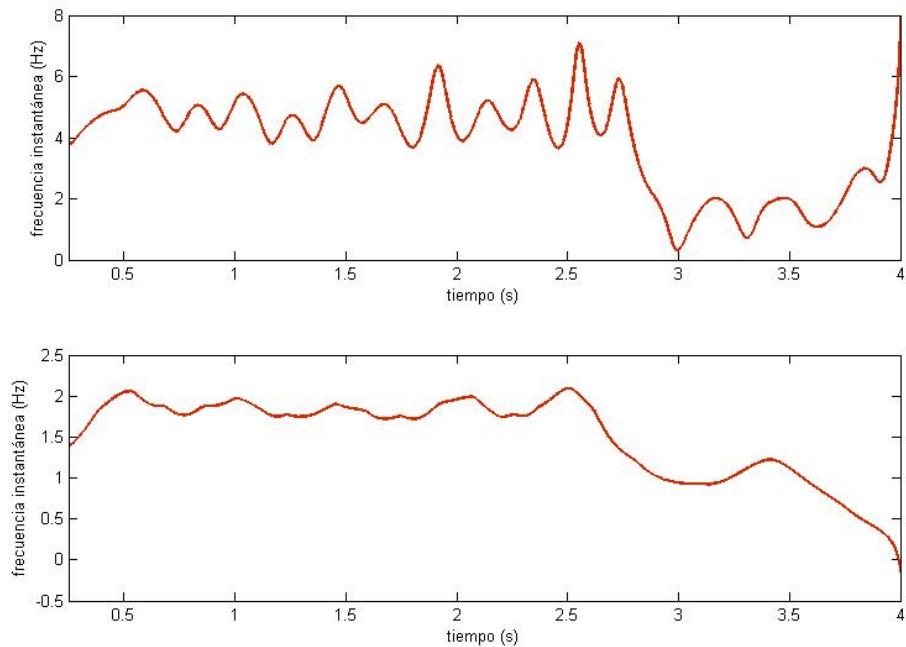


Fig. 5. Frecuencias instantáneas de los modos empíricos representados en la Fig.(4). Arriba, frecuencia instantánea de  $c_1$ , y abajo, del modo  $c_2$ .

Como se puede observar, la descomposición en modos empíricos ha dado lugar a dos modos y a un residuo. El primer modo  $c_1$  tiene una frecuencia mayor que el segundo modo  $c_2$ . Se observa también que el residuo es prácticamente nulo, lo que indica que de la señal era imposible extraer un tercer modo. En torno al tercer segundo de la vibración de la pala se aprecia un cambio considerable en la frecuencia del primer modo. Teniendo en cuenta que la descomposición de Huang da lugar a modos de vibración con una determinada frecuencia característica, el hecho de que exista un cambio implica que dicho modo desaparece en torno a ese instante.

Esta observación es mucho más evidente con una representación de las frecuencias instantáneas de cada modo empírico tal y como se muestra en la Fig. 5).

Como se aprecia, las frecuencia instantánea del primer modo se sitúa en torno a los 5 Hz, tal y como indicaba el espectro de frecuencias de Fourier. El segundo modo tiene una frecuencia de unos 2 Hz. Aproximadamente a partir de los 3 segundos se produce un cambio brusco en la frecuencia del primer modo, pasando a situarse en los 2 Hz; es decir, en la frecuencia del segundo modo. Al desaparecer el primer modo, la descomposición en modos empíricos sólo puede encontrar un único modo de vibración, por eso el primero pasa a tener la frecuencia del segundo y el segundo tiende a una frecuencia nula.

En consecuencia, el primer modo tiene rozamiento y puede calcularse según la metodología explicada en el epígrafe anterior. En la Fig. 6) se muestra el amortiguamiento asociado al primer modo empírico  $c_1$  en función del tiempo.

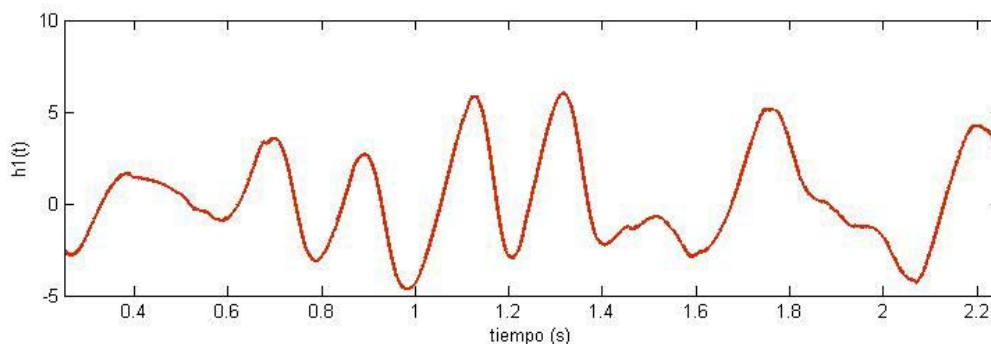


Fig. 6. Rozamiento del primer modo empírico de la respuesta al impulso de la pala de un aerogenerador.

## CONCLUSIONES

Se ha realizado una descomposición en modos empíricos de la respuesta al impulso de la pala de un aerogenerador. Se han obtenido dos modos de vibración, observándose que uno de ellos desaparece al cabo del tiempo.

El análisis armónico por medio de la transformada de Hilbert de cada modo empírico ha confirmado que uno de ellos desaparece ya que su frecuencia instantánea pasa a tomar valores cercanos a la frecuencia del segundo modo.

Obteniendo las frecuencias y amplitudes instantáneas del primer modo antes de que desaparezca, se ha podido estimar el rozamiento o amortiguamiento asociado al mismo.

La metodología que se expone en este trabajo, a diferencia del análisis clásico con la transformada de Fourier, permite un estudio local de las vibraciones y realizar un mejor control más completo de calidad de las palas

## REFERENCIAS

- [1] A Garcia-Berrocal, J Blazquez, C Montalvo, M Balbas. Resolving Mechanical Resonances with Breit-Wigner Formula, J.Vibrat.Control. 15 (2009) 1267-1280.
- [2] NE Huang, Z Shen, SR Long, MC Wu, HH Shih, Q Zheng, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis, Proceedings: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. (1998) 903-995.

- [3] NE Huang, Z Wu. A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies, *Rev.Geophys.* 46 (2008).
- [4] M Feldman. Non-linear system vibration analysis using Hilbert transform--I. Free vibration analysis method'Freevib', *Mechanical Systems and Signal Processing.* 8 (1994) 119-127.
- [5] M Feldman. Non-linear free vibration identification via the Hilbert transform, *J.Sound Vibrat.* 208 (1997) 475-489.
- [6] M Feldman. Time-varying and non-linear dynamical system identification using the Hilbert Transform, *Proceedings of ASME VIB.* 2005 (2005).