

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos



Modelo analítico tridimensional de deformabilidad de macizos rocosos

TESIS DOCTORAL

Presentada para optar al título de Doctor por:

Noelia Esteban Rivera

Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Madrid, 2024



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de
Caminos, Canales y Puertos

**Doctorado en Ingeniería de Estructuras, Cimentaciones y
Materiales**

**Modelo analítico tridimensional de
deformabilidad de macizos rocosos**

TESIS DOCTORAL

Presentada para optar al título de Doctor por:

Noelia Esteban Rivera

Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Bajo la dirección de:
Dr. Rubén Ángel Galindo Aires

Madrid, 2024

Título: Modelo analítico tridimensional de deformabilidad de macizos rocosos

Autor: Noelia Esteban Rivera

Programa de Doctorado: Doctorado en Ingeniería de Estructuras, Cimentaciones y
Materiales

Dirección de tesis:

Dr. Rubén Ángel Galindo Aires, Profesor Titular de Universidad y Secretario
del Departamento de Ingeniería y Morfología del Terreno, ETS de Ingenieros de
Camino, Canales y Puertos (Director)

Revisores externos:

Tribunal de tesis:

Fecha de defensa:

Agradecimientos

Tengo muchas personas a las que agradecer el haber terminado esta tesis, y en estas circunstancias, siempre siento que las palabras no hacen justicia a lo que quisiera expresar.

Gracias a Rubén Galindo, porque si él no me hubiese dado la oportunidad de entrar becada al laboratorio de geotecnia hace tantos años, no me habría planteado el doctorado. Y porque sin su conocimiento, su apoyo incondicional y su optimismo, jamás habría presentado esta tesis.

Gracias a mis padres, que lo han dado todo para que tuviese todas las oportunidades posibles. A ellos y a mi hermana, porque vivir a mi lado en los momentos de mayor tensión no ha debido ser fácil.

Gracias a María Dolores y a Pablo, por escucharme y apoyarme cuando el peso de la tesis y el trabajo me superaba.

Gracias a todas las personas que han pasado por mi vida y me han convertido en lo que soy.

Abstract

Rock mass deformability is a critical factor in the design of civil infrastructures where the natural ground is under high levels of stress. However, the estimation of the stress – strain parameters of rock masses is a complex matter.

There are three approaches currently used to estimate rock mass deformation moduli: from field and laboratory tests, using empirical formulations and analytical models. Each of these methods has its own advantages and limitations and is suitable for their use in different stages of the design, or in combination with the others.

Many analytical models have been developed over time, but their use in practical applications is limited. This is due to the limitations of the simpler models, and the high complexity of the more advanced ones. Analytical models are a powerful tool for rock mass characterisation, so the aim of this PhD thesis is to develop a model that overcomes the limitations of the simpler formulations and is easy to use. The model allows a three-dimensional assessment of the rock mass, with up to three sets of discontinuities of any orientation, and incorporates all parameters related to the deformability behaviour. The formulation has been programmed in Matlab to facilitate its use.

The theoretical formulation was developed in two stages. First, a method was formulated for the assembly of the materials within the rock mass (rock matrix and joint sets), based on the equilibrium and compatibility equations in the interfaces between them. It combines the compliance matrices of these materials and provides the three-dimensional compliance matrix of the rock mass. The model was completed by adapting the constitutive equations of the materials involved. The rock matrix was considered as a linear elastic solid, while the joint sets were divided into two separate cases: fully filled discontinuities, and those with no filling. The joint fill was simulated as a linear elastic solid, whereas a non-linear elastic Hertz-Mindlin formulation was used for the roughnesses present in the unfilled discontinuities. The constitutive matrices of these materials were integrated into the assembly model to obtain the complete analytical formulation.

The results of the analytical model were evaluated against three different methods. The general performance of the model was tested by comparing its results

with another analytical formulation in simple cases. General discontinuity geometries were analysed using a discrete element model. Finally, the deformation moduli were compared with those obtained from empirical equations widely used in rock mechanics. The assessment was completed with a study on scale effect.

It is concluded, from the results estimated by the model, that the deformability of the rock mass depends on many variables. The orientation of the discontinuities dictates the anisotropy behaviour, and the unit volume of joints within the rock mass is directly related to the reduction in stiffness from the maximum theoretical value, set by the deformation modulus of the intact rock. Secondary factors identified as influencing the deformability behaviour were the fill stiffness (in filled joints) and the opening-to-roughness ratio (in unfilled joints).

The analytical model provided in this thesis has been proven capable of simulating the deformability behaviour of rock masses, including their anisotropy and dependency on multiple parameters. It is an interesting tool for the characterisation of rock masses in the design of civil infrastructures.

Resumen

La deformabilidad de macizos rocosos es un factor fundamental en el diseño de grandes infraestructuras de obra civil en las que el terreno se encuentra sometido a altos niveles de tensiones. Sin embargo, la caracterización deformacional de los macizos es compleja.

Actualmente, existen tres vías para la estimación del módulo de deformabilidad en macizos rocosos: obtención de datos de ensayos (de laboratorio e *in – situ*), uso de fórmulas empíricas y modelos analíticos. Cada uno de estos métodos tiene sus fortalezas y limitaciones, lo cual los hace aptos para su utilización en distintas etapas del diseño, y de forma conjunta.

Existe un vasto número de modelos analíticos, pero su uso en aplicaciones prácticas es muy limitado. Esto se debe a las hipótesis limitantes de las formulaciones sencillas, y a la gran complejidad conceptual y de uso de las más avanzadas. Los modelos analíticos son una herramienta interesante de caracterización, por lo que el objetivo de esta tesis es el desarrollo de una formulación que supere las limitaciones de los modelos sencillos, pero cuyo uso sea asequible. El modelo presentado permite un estudio tridimensional del macizo, con hasta tres familias de juntas de orientación cualquiera e integrando todos los parámetros de influencia para el cálculo de la deformabilidad. Ha sido programado en lenguaje Matlab para facilitar su utilización.

El desarrollo teórico del modelo se realizó en dos fases. En primer lugar, se ha formulado un método de ensamblado, basado en el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad en los contactos entre juntas y roca intacta. Permite integrar las matrices de flexibilidad de los materiales que componen el macizo (roca matriz y las familias de discontinuidades) y calcular su matriz de comportamiento en tres dimensiones. Para completar el modelo, se adaptaron las formulaciones constitutivas de los materiales mencionados. Se han considerado la roca matriz, aproximada como un sólido lineal y elástico, y las familias de discontinuidades. Respecto a estas últimas, se han formulado dos casos: juntas completamente rellenas, y juntas sin relleno. En el primer caso, se ha modelizado el relleno como un sólido elástico y lineal. En juntas sin relleno, se ha empleado la formulación elástica y no lineal de Hertz-Mindlin para aproximar el comportamiento de las

rugosidades de las paredes. Integrando las matrices de comportamiento obtenidas en el aparato de ensamblado, se obtiene el modelo analítico completo.

La validez de los resultados estimados por el modelo ha sido evaluada por tres vías. El comportamiento general se ha analizado por comparación con formulaciones analíticas en casos de geometría sencilla. Para casos con distribuciones de fracturación generales, se ha empleado un modelo numérico de diferencias finitas. Y, en último lugar, se han comparado los resultados con los obtenidos mediante las formulaciones empíricas más ampliamente utilizadas en mecánica de rocas. El análisis se ha completado con un estudio del efecto escala.

Los resultados obtenidos permiten concluir que el comportamiento deformacional del macizo es dependiente de múltiples variables. La orientación de las discontinuidades gobierna la anisotropía, mientras que el volumen relativo que ocupan las juntas está directamente relacionado con la reducción de la rigidez del macizo respecto a su máximo teórico, expresado por el módulo de la roca intacta. Como factores de influencia de segundo orden, se han identificado la rigidez del relleno (en juntas rellenas) y el ratio apertura – rugosidad (en juntas sin relleno).

Se ha demostrado que el modelo analítico presentado es capaz de modelizar el comportamiento deformacional del macizo rocoso, su anisotropía y su dependencia de múltiples parámetros. Por tanto, se trata de una herramienta interesante para la caracterización de macizos en aplicaciones de obra civil.

Tabla de Contenido

Agradecimientos	7
Abstract	9
Resumen	11
Lista de Figuras	17
Lista de Tablas	23
Abreviaturas y Acrónimos	27
1. Introducción	29
1.1. Antecedentes	29
1.2. Objetivos	31
1.3. Organización de la tesis	32
2. Estado del arte	35
2.1. Introducción	35
2.2. Formulaciones empíricas	36
2.2.1. Limitaciones de las relaciones empíricas	36
2.2.2. Relaciones empíricas dependientes de índices de clasificación	38
2.2.3. Relaciones empíricas independientes de índices de clasificación	62
2.3. Modelos analíticos	77
2.3.1. Métodos de sólido continuo equivalente	78
2.3.2. Métodos de análisis discreto de bloques	95
2.4. Conclusiones	97
3. Formulación matemática	99
3.1. Introducción	99
3.1.1. Fundamentos	99
3.2. Coordenadas de referencia	101
3.3. Caso simple: una sola familia de discontinuidades	102
3.3.1. Ecuaciones de equilibrio	102
3.3.2. Ecuaciones de compatibilidad	104
3.3.3. Relación de incrementos de tensión	105
3.3.4. Relación de incrementos de deformación	106
3.3.5. Ecuación constitutiva global	107
3.4. Caso compuesto: varias familias de discontinuidades	108
3.4.1. Cambio de base	108
3.4.2. Método de inclusiones sucesivas	115
3.4.3. Método de superposición	118
3.5. Implementación del método en software de cálculo	121

4. Modelos constitutivos de materiales del macizo	123
4.1. Tensor constitutivo 3D de la roca matriz	123
4.2. Tensor constitutivo 1D de las familias de discontinuidades	124
4.2.1. Tensor 1D de discontinuidades tipo D (juntas rellenas)	126
4.2.2. Tensor 1D de discontinuidades tipo A (juntas sin relleno)	126
4.3. Formulación 3D de tensores de discontinuidades	145
4.3.1. Estudio de comportamiento transversal	146
4.3.2. Limitaciones del modelo de Hertz (Juntas tipo A)	154
4.3.3. Tensores 3D de discontinuidades	168
5. Resultados y validación de la formulación para macizos con juntas rellenas	171
5.1. Validación con casos teóricos simples	171
5.1.1. Caso 1: una familia horizontal	172
5.1.2. Caso 2: dos familias horizontales	174
5.1.3. Caso 3. Dos familias ortogonales	176
5.1.4. Caso 4: tres familias ortogonales	178
5.1.5. Resumen de resultados	179
5.2. Validación con modelos numéricos	179
5.2.1. Caso de análisis	179
5.2.2. Descripción del modelo numérico	180
5.2.3. Resultados de la modelización	182
5.3. Comparativa con relaciones empíricas	184
5.3.1. Formulaciones de contraste	184
5.3.2. Casos de análisis	184
5.3.3. Discusión de resultados	189
6. Resultados y validación de la formulación para macizos con juntas sin relleno	199
6.1. Formulaciones empíricas de contraste	199
6.2. Definición de parámetros de distribución geométrica	200
6.3. Definición de parámetros de deformabilidad de la roca matriz	204
6.4. Definición de parámetros de deformabilidad de juntas	204
6.4.1. Ángulo medio del contacto	204
6.4.2. Radio medio de las rugosidades	205
6.4.3. Densidad de contactos	206
6.4.4. Ángulo de rozamiento básico	207
6.4.5. Propiedades deformacionales de las paredes de la junta	208
6.4.6. Resumen de parámetros de discontinuidad	208
6.5. Resumen de hipótesis de partida	208
6.6. Correlación de los parámetros de Hertz con el índice JRC	209
6.7. Discusión de resultados	211
6.7.1. Deformabilidad en función del volumen relativo de discontinuidades	215
6.7.2. Deformabilidad en función de la rugosidad (JRC)	218
6.7.3. Deformabilidad en función del índice RMR	219
6.7.4. Deformabilidad en función del índice RQD	221

6.8. Conclusiones	223
7. Evaluación de influencia del efecto escala	225
7.1. Efecto de la escala geométrica	226
7.2. Efecto de la escala intrínseca.....	227
8. Conclusiones	231
8.1. Aportaciones de la presente tesis	231
8.2. Conclusiones	232
8.3. Líneas futuras de investigación	234
9. Referencias	237
Anexos	251
Código de programación del modelo analítico para macizos con juntas rellenas (tipo D)	251
Código MATLAB principal del programa	251
Archivo de texto de parámetros de entrada	256
Archivo de texto de salidas del programa	257
Código de programación del modelo analítico para macizos con juntas sin relleno (tipo A)	259
Código MATLAB principal del programa	259
Módulo auxiliar 1: Ajuste de condiciones iniciales de desplazamiento en juntas	266
Módulo auxiliar 2: Evaluación de condición de equilibrio y montaje de la matriz constitutiva de una familia de juntas sin relleno	267
Archivo de texto de parámetros de entrada	268
Archivo de texto de salidas del programa	269
Módulo auxiliar: Código de programación del aparato de ensamblado de matrices	271

Lista de Figuras

Figura 1.1. Imágenes de la presa de Mequinenza (a) y la presa de Zeuzier (b).....	29
Figura 1.2. Mapa de fisuración de la presa del Atazar (Adaptada de Zeballos (1992))	30
Figura 2.1. Relación empírica propuesta y datos de ajuste de Coon y Merritt (1970)	39
Figura 2.2. Datos de ajuste recopilados y formulación de Zhang y Einstein (2004)	41
Figura 2.3. Comparativa de relaciones empíricas con los datos recopilados por Chun et al (2009)	42
Figura 2.4. Formulaciones empíricas dependientes del RQD y el módulo de la roca matriz.	43
Figura 2.5. Formulaciones empíricas dependientes del RQD.....	44
Figura 2.6. Datos de módulos de deformación recopilados y formulaciones de Galera et al (2005)	45
Figura 2.7. Distribución de datos utilizada para el ajuste con redes neuronales (ANN) de Sonmez et al (2006)	46
Figura 2.8. Datos de Bieniawski (1978) completados por Serafim y Pereira (1983).....	49
Figura 2.9. Datos utilizados por Kang et al (2012), junto a varias relaciones empíricas.....	51
Figura 2.10. Datos de ajuste empleados por Bellapu et al (2023)	52
Figura 2.11. Formulaciones empíricas dependientes del RMR y el módulo de la roca matriz	53
Figura 2.12. Formulaciones empíricas dependientes del RMR	53
Figura 2.13. Ajuste multivariable de Hua et al (2021) en función de Q	55
Figura 2.14. Formulaciones empíricas dependientes de Q y del módulo de la roca matriz...	56
Figura 2.15. Formulaciones empíricas dependientes de Q.....	56
Figura 2.16. Datos de China y Taiwán medidos y formulación propuesta en el estudio de Hoek y Diederichs (2006).....	58
Figura 2.17. Datos de módulos de elasticidad dependientes del GSI y la profundidad empleados por Torbica y Lapcevic (2019)	59
Figura 2.18. Formulaciones empíricas dependientes del GSI y del módulo de la roca matriz	60
Figura 2.19. Formulaciones empíricas dependientes del GSI	60
Figura 2.20. Datos y ajuste de la relación entre resistencia a compresión simple, módulo de deformación y ratio $MR=E/\sigma_{ci}$, según Plachik (2011)	64

Figura 2.21. Conjunto de datos y ajuste de correlación dependiente de la resistencia a compresión simple (Pappalardo & Mineo, 2022)	65
Figura 2.22. Datos y ajustes de la relación entre módulos estático y dinámico, (McCann & Entwisle, 1992).....	67
Figura 2.23. Datos y ajuste empírico del módulo de deformación (Aydin & Basu, 2005)	71
Figura 2.24. Datos y ajuste empírico del módulo de deformación (Leite & Ferland, 2001) ...	73
Figura 2.25. Datos y ajuste empírico del módulo de deformación (Yilmaz & Yuksek, 2009) .	74
Figura 2.26. Datos y ajuste empírico del módulo de deformación, Konstantinos y Davood (2023)	74
Figura 2.27. Ajustes empíricos y datos de la publicación de Ramamurthy (2001)	76
Figura 2.28. Ejemplos de modelos a escala reducida para el análisis de las deformaciones producidas por excavaciones con distintas geometrías (Goodman, 1976).....	80
Figura 2.29. Concepto de rigidez aplicada a MEF (Goodman, 1976)	80
Figura 2.30. Modelo de macizo rocoso de tres familias (Kulhawy & Ingraffea, 1978)	81
Figura 2.31. Factor de reducción del módulo (Kulhawy & Ingraffea, 1978)	82
Figura 2.32. Configuración del macizo anisótropo con una sola familia (Fossum, 1985)	84
Figura 2.33. Relación de las propiedades del macizo (G , K) y la roca intacta (G , K). (Fossum, 1985)	84
Figura 2.34. Modelo de dos micro-materiales (Serrano & Soriano, 1986)	85
Figura 2.35. Ejemplo de distribución espacial de la ratio del módulo de deformación de macizo y roca intacta (Li, 2001)	87
Figura 2.36. Modelo conceptual del macizo con tres familias de discontinuidades persistentes, y modelo físico simplificado (Agharazi, Martin, & Tannant, 2012)	88
Figura 2.37. Módulo de deformación definido en función de la dirección de estudio. Ejemplo de aplicación (Liang, Wu, Li, Li, & Li, 2019)	89
Figura 2.38. Resultados de módulos de deformación equivalente en macizos rocosos con discontinuidades secas de rugosidad circular (Budiansky & O'Connell, 1976).....	90
Figura 2.39. Características de los modelos estudiados por Lyakovsky et al (1997)	92
Figura 2.40. Scanning line used for the study of circular crack density in rock masses (Oda, 1982)	93
Figura 2.41. Esquema del modelo de elementos discretos (DEM) del macizo (Tan, Zhao, Zhu, & Jin, 2019)	97
Figura 3.1. Modelo de dos micro-materiales	101
Figura 3.2. Definición de los ejes globales del macizo.....	101

Figura 3.3. Definición de ejes locales.....	102
Figura 3.4. Criterio de signos de los campos de tensión – deformación.....	103
Figura 3.5. Componentes $\sigma - \varepsilon$ en el plano de contacto.....	104
Figura 3.6. Componentes $\sigma - \varepsilon$ fuera del plano de contacto.....	104
Figura 3.7. Rotación de eje Z, vista 3D	109
Figura 3.8. Rotación de eje Z, plano OXY	109
Figura 3.9. Rotación de eje Y, vista 3D	109
Figura 3.10. Rotación de eje Y, plano OXZ.....	109
Figura 3.11. Primera rotación del cambio de base del macizo. Eje Z	111
Figura 3.12. Segunda rotación del cambio de base del macizo. Eje Y	112
Figura 3.13. Esquema del método de inclusiones sucesivas.....	117
Figura 3.14. Esquema del método de superposición	120
Figura 4.1. Tipos de juntas según su apertura y relleno. Fuente: Barton (1973)	125
Figura 4.2. Caracterización geométrica de un contacto	128
Figura 4.3. Geometría de la junta. Corte por el plano medio longitudinal (π)	128
Figura 4.4. Ejemplos de funciones de distribución de variables geométricas	129
Figura 4.5. Representación de contactos en un espacio vectorial de tres dimensiones.....	129
Figura 4.6. Ejes globales del plano de discontinuidad	130
Figura 4.7. Ejes locales de la rugosidad	131
Figura 4.8. Cambio de base global – local (discontinuidad – rugosidad).....	132
Figura 4.9. Rugosidad bajo carga normal	133
Figura 4.10. Rugosidad bajo carga compuesta.....	134
Figura 4.11. Evolución carga cortante - desplazamiento cortante	136
Figura 4.12. Distribución de fuerzas en contactos y descomposición en coordenadas locales y globales	139
Figura 4.13. Criterio de signos de los campos de tensión-deformación en ejes de la junta	146
Figura 4.14. Comportamiento transversal en junta rellena (tipo D).....	147
Figura 4.15. Comportamiento transversal en junta sin relleno (tipo A)	148
Figura 4.16. Tensión cortante compuesta para criterio de Hertz (juntas tipo A)	155
Figura 4.17. Condición de equilibrio del criterio de Hertz según ángulo de rozamiento básico	160

Figura 4.18. Condición de equilibrio del criterio de Hertz según ángulo del contacto.....	160
Figura 4.19. Comportamiento teórico de Hertz – Mindlin con tensión cortante positiva	161
Figura 4.20. Comportamiento teórico de Hertz – Mindlin con tensión cortante negativa.....	162
Figura 4.21. Comportamiento corregido con tensión cortante positiva	163
Figura 4.22. Desplazamiento normal, contribuciones de tensiones normal y tangencial en todo el rango compatible de tensión cortante	164
Figura 4.23. Desplazamiento cortante, contribuciones de tensiones normal y tangencial en todo el rango compatible de tensión cortante	164
Figura 4.24. Desplazamiento normal, contribuciones con signo corregido	166
Figura 4.25. Desplazamiento cortante, contribuciones con signo corregido	167
Figura 4.26. Dominio corregido de tensiones válidas por equilibrio. Criterio de Hertz.....	168
Figura 5.1. Caso 1 de validación. Una familia horizontal	172
Figura 5.2. Caso 2 de validación. Dos familias horizontales.....	174
Figura 5.3. Caso 3 de validación. Dos familias, una horizontal y otra vertical	176
Figura 5.4. Caso 4 de validación. Tres familias ortogonales.....	178
Figura 5.5. Modelo numérico 3DEC a) Vista general; b) Bloques delimitados por la familia 1; c) Bloques delimitados por la familia 2; d) Bloques delimitados por la familia 3	181
Figura 5.6. Prueba de deformabilidad uniaxial en la dirección x: distribución final de desplazamientos	183
Figura 5.7. Prueba de deformabilidad uniaxial en la dirección x: curva tensión - deformación	183
Figura 5.8. Esquema de transformaciones de espaciamientos a la dirección de análisis del sondeo.....	187
Figura 5.9. Comparativa de módulos de deformación equivalente analíticos y de las relaciones empíricas	193
Figura 5.10. Comparativa de módulos de deformación equivalente obtenidos analíticamente y de relaciones empíricas dependientes del RMR. a) Relleno muy blando ($E_D = 1$ MPa); b) Relleno blando ($E_D = 10$ MPa); c) Relleno medio ($E_D = 50$ MPa); d) Relleno duro ($E_D = 100$ MPa).	194
Figura 5.11. Módulos de deformación equivalente obtenidos analíticamente en función del parámetro “d” para los 4 tipos de relleno.	195
Figura 5.12. Comparativa entre el módulo de deformación empírico E_{RMR} y los módulos de deformación equivalente obtenidos analíticamente en función del parámetro “d”	195

Figura 5.13. Comparativa entre el módulo de deformación empírico E_{RQD} y los módulos de deformación obtenidos analíticamente en la dirección de evaluación del RQD para todos los casos de análisis y los 4 tipos de relleno.....	196
Figura 5.14. Comparativa entre el módulo de deformación empírico E_{RQD} y los módulos de deformación obtenidos analíticamente en la dirección perpendicular al de evaluación del RQD para todos los casos de análisis y los 4 tipos de relleno.....	197
Figura 6.1. Definición de parámetros del modelo constitutivo Hertz-Mindlin para juntas tipo A: radio medio y ángulo del contacto	205
Figura 6.2. Relación entre el radio medio de la rugosidad, la apertura de la junta y el ángulo de rugosidad θ	205
Figura 6.3. Área de una rugosidad sobre el plano medio de la junta	207
Figura 6.4. Generación del perfil fractal suavizado que aproxima la geometría de una junta en roca. Fuente: (Serrano, Olalla, & Galindo, 2014)	210
Figura 6.5. Ajuste de la correlación entre la dimensión fractal y el JRC adaptada para el perfil suavizado de juntas en roca. Elaborado a partir de Serrano et al (2014)	211
Figura 6.6. Módulos de deformabilidad volumétrica obtenidos con el modelo analítico de juntas sin relleno en función del volumen unitario de material tipo discontinuidad. Para los 25 casos de cálculo con diferentes radios de rugosidad / JRC.....	216
Figura 6.7. Evolución de los módulos de deformabilidad volumétrica en función del volumen unitario del material tipo discontinuidad. Influencia del radio de la rugosidad: JRC = 2 (a), JRC = 8 (b), JRC = 16 (c) y JRC = 20 (d).	217
Figura 6.8. Evolución de los módulos de deformabilidad en las tres direcciones, en función del volumen unitario del material tipo discontinuidad. Influencia del radio de la rugosidad: JRC = 2 (a), JRC = 8 (b), JRC = 16 (c) y JRC = 20 (d).	217
Figura 6.9. Módulos de deformabilidad volumétrica obtenidos con el modelo analítico de juntas sin relleno en función del volumen unitario de material tipo discontinuidad. Ajuste exponencial en función del radio de rugosidad / JRC	218
Figura 6.10. Módulo de deformabilidad volumétrico obtenido con el modelo analítico de juntas tipo A, en función del grado de rugosidad (variable JRC).	219
Figura 6.11. Módulo de deformabilidad volumétrica en función del índice RMR. Comparativa de los resultados obtenidos con el programa de juntas tipo A frente a los módulos empíricos en función del RMR y el RQD.	220
Figura 6.12. Módulo de deformabilidad volumétrica en función del índice RMR, distinguiendo en función del radio de la rugosidad (variable JRC). Comparativa de resultados del modelo analítico de juntas tipo A frente a módulos empíricos en función del RMR.	221

Figura 6.13. Módulos de deformabilidad obtenidos a partir del programa de juntas tipo A, en función del RQD. Comparativa de resultados frente a módulos empíricos en función del RQD	222
Figura 6.14. Módulo de deformabilidad vertical obtenido a partir del programa de juntas tipo A, en función del RQD. Comparativa de resultados frente a módulos empíricos en función del RQD.....	223
Figura 7.1. Efecto escala en deformabilidad de macizos rocosos (fuente: (Wyllie & Mah, 2004)).	225
Figura 7.2. Efecto de la escala geométrica en deformabilidad de macizos rocosos. Cálculo del módulo de compresibilidad volumétrica empleando el modelo analítico de juntas rellenas al caso resumido en la Tabla 7.1 para distintos valores de rigidez del relleno.....	227
Figura 7.3. Influencia de la escala intrínseca en la deformabilidad del macizo. Módulo de compresibilidad volumétrica del macizo según la Tabla 7.2 y los parámetros de junta de la Tabla 7.3.	229

Lista de Tablas

Tabla 2.1. Valores típicos del módulo de deformación de roca intacta. Fuente: AASHTO (2014)	37
Tabla 2.2. Formulaciones empíricas dependientes del RQD y el módulo E_i (intacto)	38
Tabla 2.3. Estimación de deformabilidad de macizos a partir del RQD (O'Neill & Reese, 1999)	40
Tabla 2.4. Formulaciones empíricas dependientes del RQD	42
Tabla 2.5. Formulaciones empíricas dependientes del RMR y el módulo E_i (intacto)	44
Tabla 2.6. Formulaciones empíricas dependientes del RMR	46
Tabla 2.7. Formulaciones empíricas dependientes de Q y del módulo E_i (intacto)	54
Tabla 2.8. Formulaciones empíricas dependientes de Q	55
Tabla 2.9. Formulaciones empíricas dependientes del GSI y del módulo E_i (intacto)	57
Tabla 2.10. Formulaciones empíricas dependientes del GSI	59
Tabla 2.11. Formulaciones empíricas dependientes del RMI	61
Tabla 2.12. Formulaciones empíricas compuestas	62
Tabla 2.13. Formulaciones dependientes de la resistencia a compresión simple	65
Tabla 2.14. Formulaciones dependientes de parámetros dinámicos	69
Tabla 2.15. Formulaciones dependientes de parámetros de dureza superficial	72
Tabla 2.16. Formulaciones dependientes de parámetros de estado	75
Tabla 2.17. Otras formulaciones empíricas independientes de índices de clasificación	77
Tabla 4.1. Propiedades del caso de análisis de comportamiento transversal	149
Tabla 4.2. Casos de análisis de propiedades transversales	150
Tabla 4.3. Resultados del análisis de evolución de tensiones y deformaciones según rigidez transversal (coordenadas locales de la familia 1)	151
Tabla 4.4. Resumen de la evolución de tensiones y deformaciones según rigidez transversal (coordenadas locales de la familia 1)	152
Tabla 4.5. Recálculo de la evolución de tensiones y deformaciones con según la rigidez transversal para diferentes orientaciones de la familia de juntas	153
Tabla 4.6. Aumentos máximos de la deformabilidad del macizo rocoso registrados para distintas orientaciones en el caso 2 ($ETD = 300$ kPa, $\nu = 0.25$)	154
Tabla 4.7. Aumentos máximos de la deformabilidad del macizo rocoso registrados para distintas orientaciones en el caso 6 ($ETD = 10$ kPa, $\nu = 0$)	154

Tabla 4.8. Parámetros de juntas. Caso 1 de análisis de condición de equilibrio	159
Tabla 4.9. Parámetros de juntas. Caso 2 de análisis de condición de equilibrio	159
Tabla 4.10. Parámetros de caracterización del cálculo de estudio de signos – juntas tipo A.....	163
Tabla 4.11. Criterio de signos de movimientos en formulación de Hertz – Mindlin.....	165
Tabla 5.1. Propiedades de la roca matriz asumidos para realizar la validación del modelo teórico propuesto.....	172
Tabla 5.2. Orientación y propiedades de discontinuidades en el Caso 1 de validación. Una familia horizontal	173
Tabla 5.3. Comparación de resultados del caso de validación 1	174
Tabla 5.4. Orientación y propiedades de discontinuidades en el Caso 2 de validación. Dos familias horizontales.....	175
Tabla 5.5. Comparación de resultados del caso de validación 2	175
Tabla 5.6. Orientación y propiedades de discontinuidades en el Caso 3 de validación. Dos familias, una horizontal y otra vertical	177
Tabla 5.7. Comparación de resultados del caso de validación 3	177
Tabla 5.8. Orientación y propiedades de discontinuidades en el Caso 4 de validación. Tres familias ortogonales	178
Tabla 5.9. Comparación de resultados del caso de validación 4	179
Tabla 5.10. Propiedades de la roca matriz asumidos para la validación mediante modelos numéricos.....	180
Tabla 5.11. Orientación y propiedades de discontinuidades para la validación mediante modelos numéricos	180
Tabla 5.12. Comparación de resultados de deformabilidad del macizo. Validación mediante modelo numérico.....	182
Tabla 5.13. Formulación empíricas utilizadas para la comparación de módulos de deformación con la formulación propuesta	184
Tabla 5.14. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 10.....	185
Tabla 5.15. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 30	185
Tabla 5.16. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 50.....	185

Tabla 5.17. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 70	186
Tabla 5.18. Parámetros de orientación de la estructura de fracturación de los 25 casos de análisis	188
Tabla 5.19. Parámetros de deformabilidad del relleno de juntas para los 25 casos de análisis	188
Tabla 5.20. Resumen de módulos de deformación empíricos de los casos de análisis	189
Tabla 5.21. Resumen de módulos de deformación equivalente en las tres direcciones de estudio. Resultados de la formulación analítica propuesta, aplicada a los 25 casos de análisis y diferentes tipos de rigidez del relleno (E_D).....	191
Tabla 5.22. Resumen de módulos de deformación equivalente (E_{vol}) de la formulación analítica propuesta para los casos de análisis y diferentes tipos de rigidez del relleno (E_D)......	192
Tabla 6.1. Formulaciones empíricas utilizadas para la comparación de módulos de deformación con la formulación propuesta	200
Tabla 6.2. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 30. Validación de programa para macizos con juntas tipo A.....	200
Tabla 6.3. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 50. Validación de programa para macizos con juntas tipo A.....	201
Tabla 6.4. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 70. Validación de programa para macizos con juntas tipo A.....	201
Tabla 6.5. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 90. Validación de programa para macizos con juntas tipo A.....	202
Tabla 6.6. Detalle de la descomposición de la clasificación RMR según los factores definitorios de las juntas del macizo. Fuente: Z.T. Bieniawski (1989).....	202
Tabla 6.7. Parámetros de orientación de la estructura de fracturación de los 25 casos de análisis para la validación del programa de juntas tipo A.	203
Tabla 6.8. Propiedades deformacionales de la roca matriz para los casos empleados en la validación del programa de juntas tipo A.	204
Tabla 6.9. Variaciones del radio de la rugosidad para cada caso de cálculo de validación del programa de juntas tipo A	206

Tabla 6.10. Valores de densidad de contactos para cada caso de cálculo de validación del programa de juntas tipo A	207
Tabla 6.11. Parámetros de caracterización de deformabilidad de juntas sin relleno. Supuestos aplicados a cada uno de los 25 casos de análisis para la validación del programa de juntas tipo A.....	208
Tabla 6.12. Relación del coeficiente JRC con las variaciones del radio de la rugosidad empleadas en la validación del programa de juntas tipo A	211
Tabla 6.13. Resumen de módulos de deformación calculados con relaciones empíricas para los 25 casos de análisis	212
Tabla 6.14. Resumen de módulos de deformación en las tres direcciones principales de la formulación analítica propuesta para los casos de análisis y diferentes valores del radio de la rugosidad.....	214
Tabla 6.15. Resumen de módulos de deformación volumétrica (<i>EVOL</i>) de la formulación analítica propuesta para los 25 casos de análisis y diferentes valores del radio de la rugosidad.....	215
Tabla 7.1. Distribución geométrica del macizo rocoso con juntas rellenas para el estudio de la escala geométrica	226
Tabla 7.2. Distribución geométrica del macizo rocoso con juntas rellenas para el estudio de la escala geométrica	228
Tabla 7.3. Caracterización de la rugosidad de juntas de los casos de estudio mediante parámetros del modelo de Hertz-Mindlin	228

Abreviaturas y Acrónimos

α	Ángulo medio de inclinación del plano de contacto entre rugosidades respecto del plano medio en juntas sin relleno
β	Ángulo formado por las dos componentes de tensiones cortantes en el plano de discontinuidad en juntas sin relleno
β_D	Ángulo de buzamiento de una familia de discontinuidades
γ	Deformación cortante
γ_{dry}	Peso específico seco
γ_{esp}	Peso específico
γ_{sat}	Peso específico saturado
D	Variable escalar. Parámetro de alteración durante trabajos de Hoek
D	Variable matricial. Matriz de flexibilidad del macizo rocoso
d	Parámetro equivalente de volumen unitario de juntas
D_{CRIT}	Parámetro de alteración durante trabajos. Valor al límite de rotura del macizo
D_{Di}	Matriz de flexibilidad de la familia de discontinuidades i
D_i	Matriz de flexibilidad de la roca intacta
e	Apertura de discontinuidad
ε	Deformación normal
E_{Di}	Módulo de deformación del relleno de la familia i de discontinuidades
E_{dyn}	Módulo de deformación en condiciones dinámicas
E_i	Módulo de deformación de la roca matriz
E_P	Módulo de deformabilidad en las paredes de juntas sin relleno
E_{RM}	Módulo de deformación del macizo rocoso
E_{TDi}	Módulo de deformación ficticio equivalente en la dirección transversal al plano de discontinuidad de una familia i
E_{vol}	Módulo de deformabilidad volumétrico
ϕ_B	Ángulo de rozamiento básico de una junta sin relleno
G	Módulo de elasticidad transversal
G_i	Módulo de elasticidad transversal de la roca intacta

G_p	Módulo de elasticidad transversal en las paredes de juntas sin relleno
GSI	<i>Geological Strength Index</i>
θ	Ángulo formado por el plano medio de la junta y la dirección tangente a la base de la rugosidad en juntas sin relleno
JRC	<i>Joint Roughness Coefficient</i>
K	Matriz de rigidez
k_N	Rigidez normal de una discontinuidad
k_T, k_S	Rigidez cortante de una discontinuidad
n	Porosidad
ν	Coefficiente de Poisson
ν_{Di}	Coefficiente de Poisson del relleno de la familia i de discontinuidades
ν_i	Coefficiente de Poisson de la roca matriz
ν_p	Coefficiente de Poisson en las paredes de juntas sin relleno
ρ	Densidad de contactos por unidad de superficie en juntas sin relleno
Q	Índice de clasificación de Barton
R	Radio de rugosidades en juntas sin relleno
RMI	<i>Rock Mass Index</i>
RMR	<i>Rock Mass Rating</i>
RQD	<i>Rock Quality Designation</i>
s	Espaciamiento medio de una familia de discontinuidades
σ	Tensión normal
σ_{ci}	Resistencia a compresión simple de la roca matriz
τ	Tensión cortante
u_N	Desplazamiento en la dirección normal a un plano de discontinuidad sin relleno
u_T	Desplazamiento en la dirección tangencial a un plano de discontinuidad sin relleno
UCS	Resistencia a compresión simple
UPM	Universidad Politécnica de Madrid
v_p	Velocidad de propagación de ondas p (longitudinales)
v_s	Velocidad de propagación de ondas s (transversales)
w	Humedad

1. Introducción

1.1. Antecedentes

El diseño de infraestructuras de obra civil en roca precisa de la caracterización del comportamiento del macizo rocoso, tanto en términos de resistencia como de deformabilidad. Si bien la rigidez de los macizos rocosos hace que sus movimientos no resulten críticos en obras de pequeñas dimensiones, este aspecto cobra importancia en proyectos donde las tensiones a las que se somete son de gran magnitud. Este es el caso, por ejemplo, de túneles, cavernas, taludes de gran altura o cimentaciones de grandes obras. En esta última categoría, el ejemplo paradigmático son las presas de hormigón, en las que se precisa un estricto control de movimientos para garantizar su integridad estructural. En consecuencia, la estimación de asentos durante la etapa de diseño se vuelve de vital importancia.

Existen precedentes históricos de presas en las que el factor crítico de diseño han sido los movimientos del macizo rocoso. La tesis doctoral de Zeballos (1992) realiza una extensa revisión de incidentes en presas debidos a movimientos, entre los cuales se encuentran algunos que son representativos de la problemática presentada aquí. Es el caso de presas como la de Mequinenza o la de Zeuzier, mostradas en la Figura 1.1. La primera es una presa de gravedad de 79m de altura, localizada en Aragón y cimentada sobre calizas estratificadas. Comenzó a mostrar problemas de desplazamientos tras su primer llenado y, si bien los movimientos se estabilizaron con el tiempo (a partir de 10 años después del primer llenado), la magnitud alcanzada en coronación ha sido objeto de varios estudios, como el desarrollado por Buil et al (2008).



(a)



(b)

Figura 1.1. Imágenes de la presa de Mequinenza (a) y la presa de Zeuzier (b)

La presa de Zeuzier, ubicada en Anzère (Suiza), es una bóveda de 170m de altura. Se asienta sobre una cerrada asimétrica de calizas jurásicas. Si bien el cimiento respondió apropiadamente a la construcción de la presa, las deformaciones derivadas de una actuación

posterior (la apertura de una galería profunda a 1.4km del cuerpo de la presa) provocaron asentamientos diferenciales importantes, y la fisuración del paramento.

Otro ejemplo paradigmático es la presa del Atazar, en Madrid (presa bóveda, 134m), asentada sobre una cerrada de pizarras esquistosas. En este caso, el problema principal residía en la orientación del plano de esquistosidad, muy desfavorable en relación con la dirección de transmisión de cargas de la presa. El diseño de una infraestructura de estas características requiere de un estudio pormenorizado de la rigidez del macizo rocoso, diferenciando su comportamiento en todas las direcciones. Sin embargo, el problema no se abordó en la etapa de diseño. Como consecuencia, las grandes deformaciones del cimientó provocaron la rotura del macizo en la zona de apoyo, así como extensos daños en el cuerpo de la presa, ilustrados en la Figura 1.2.

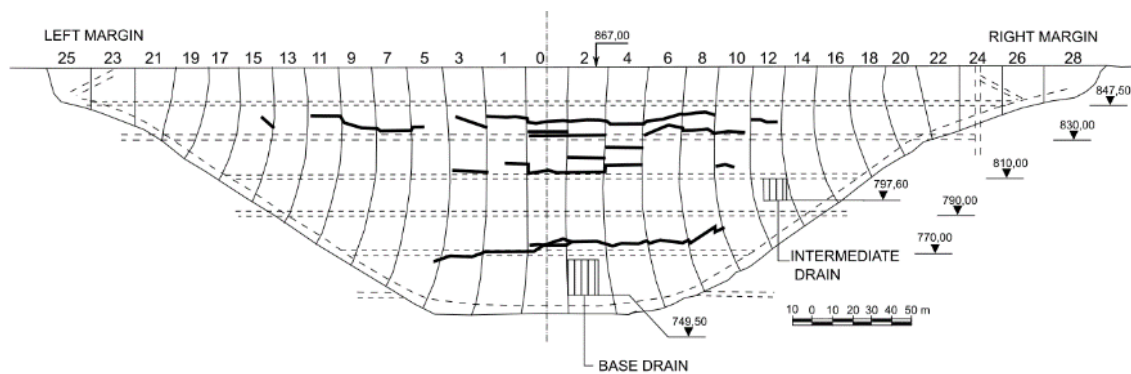


Figura 1.2. Mapa de fisuración de la presa del Atazar (Adaptada de Zeballos (1992))

Realizar una estimación realista de la deformabilidad del macizo rocoso es complejo, como también lo es la elección del método de análisis adecuado. En términos generales, existen tres vías de análisis que pueden combinarse para determinar el módulo de deformación de un macizo rocoso: obtención directa de datos (ensayos de laboratorio, reconocimientos y ensayos de campo), formulaciones empíricas y modelos analíticos. Estos caminos son complementarios, sirven a diferentes fases del diseño y su utilización simultánea y cruce de resultados son beneficiosos. Los ensayos de laboratorio son adecuados para obtener las propiedades de la roca intacta, pero resultan insuficientes por la necesidad de considerar las familias de discontinuidades y el efecto escala. Por otro lado, los reconocimientos in situ son idóneos para conocer el comportamiento global del macizo, si bien debe estudiarse con detalle si la escala del ensayo es representativa del problema de aplicación. Además, en ocasiones su interpretación es muy compleja (Bieniawski, 1978). La obtención directa de datos mediante reconocimientos y ensayos es la vía que proporciona resultados más ajustados al comportamiento real del macizo, pero incrementa significativamente los tiempos y costes del proyecto. A efectos prácticos, esto limita la cantidad de campaña disponible, por lo que debe complementarse con otros métodos. La utilización de fórmulas empíricas requiere del apoyo de parámetros de campo y/o laboratorio y, si bien tienen la ventaja de su facilidad de aplicación, suelen estar limitadas al ámbito local del estudio donde fueron obtenidas (con

dispersiones altas de resultados y omisión de características esenciales en casos particulares de aplicación). Los modelos analíticos, por otra parte, están fuertemente condicionados por sus hipótesis de partida y se han limitado a casos de estudio muy simplificados.

La dificultad de determinar el módulo de deformación de un macizo rocoso reside, fundamentalmente, en su naturaleza discontinua. La influencia de la estructura y propiedades de las discontinuidades es significativa y se superpone a las de la roca matriz, dando lugar a un comportamiento global complejo. Así, la deformabilidad depende de múltiples factores como la orientación, espaciamiento, apertura de discontinuidades y el comportamiento deformacional de éstas y de la roca matriz. La consideración de todos estos factores en un modelo integra el comportamiento de juntas y matriz, y tiene en cuenta la influencia de cada factor. Esto contrasta con el uso tradicional de formulaciones empíricas dependientes de índices globales ponderados (RMR, Q...), que eliminan la posibilidad de considerar cada factor por separado.

En esta tesis, se ofrece un modelo analítico de deformabilidad que permita el estudio tridimensional de las propiedades del macizo, así como la consideración de todas las variables principales que influyen su rigidez. La formulación presentada es aplicable a un amplio abanico de problemáticas, tanto desde un punto de vista de la geometría de fracturación, como de las características de las discontinuidades del macizo, y tiene el potencial de ser modificado para aumentar su aplicabilidad a los casos que no han sido cubiertos en esta investigación.

1.2. Objetivos

El objetivo de esta tesis es el planteamiento, desarrollo, formulación, programación y validación de un modelo analítico tridimensional de estimación de deformabilidad de macizos rocosos. Para ello, se han sentado los siguientes objetivos concretos:

- Objetivo 1: Caracterización general del problema de deformabilidad de macizos rocosos.
- Objetivo 2: Revisión del estado del arte sobre estimación de deformabilidad en macizos rocosos, incluyendo métodos analíticos y empíricos.
- Objetivo 3: Identificación de los factores y parámetros que influyen en la deformación del macizo rocoso, que puedan ser evaluados mediante reconocimientos y ensayos *in-situ* o de laboratorio.
- Objetivo 3: Desarrollo de una formulación matemática que generalice, para un macizo rocoso cualquiera, la caracterización tridimensional de la deformabilidad. Implementación en un lenguaje de programación que agilice y haga más accesible su utilización.

- Objetivo 4: Formulación de ecuaciones constitutivas de la roca matriz y de las familias de discontinuidades, previa evaluación de los modelos de comportamiento tenso-deformacional más adecuados para cada material.
- Objetivo 5: Contraste de los resultados obtenidos mediante el modelo analítico desarrollado con los estimados por las diferentes formulaciones empíricas existentes, de uso convencional.
- Objetivo 6: Evaluación de la influencia del efecto escala en los resultados de deformabilidad obtenidos mediante el uso del modelo analítico.

1.3. Organización de la tesis

Esta tesis doctoral consta de un total de nueve secciones, cuyo contenido y alineación con los objetivos presentados en la sección anterior se detalla a continuación.

- Capítulo 1: Introducción. Esta sección abarca el contexto y antecedentes en que se sitúa la tesis doctoral, sus objetivos y la organización del documento de la memoria.
- Capítulo 2: Estado del arte. En este capítulo se aborda una revisión extensiva de las formulaciones empíricas y modelos analíticos existentes para la estimación de la deformabilidad de macizos rocosos, sus características y limitaciones. Está asociado a los objetivos 1 y 2.
- Capítulo 3: Formulación matemática. Se desarrolla una adaptación de la metodología de ensamblado de matrices de flexibilidad inicialmente presentada por Serrano y Soriano (1986). El modelo matemático resultante permite la inclusión de un número cualquiera de familias de discontinuidades sin limitaciones relativas a su orientación. Asociado a los objetivos 1 y 3.
- Capítulo 4: Modelos constitutivos de materiales del macizo. Se analizan los parámetros que gobiernan el comportamiento tenso-deformacional de cada uno de los materiales intervinientes, a saber: roca matriz, discontinuidades completamente rellenas (tipo D, según la clasificación de Barton (1973)) y sin relleno (tipo A, de acuerdo con la misma clasificación). A partir de éstos, se ofrecen las ecuaciones constitutivas de cada material en un formato matricial adaptado para su uso en el modelo matemático incluido en el capítulo 3. La sección incluye los desarrollos matemáticos realizados, así como el estudio de las limitaciones de las formulaciones propuestas. Este capítulo se asocia a los objetivos 1 y 4.
- Capítulo 5: Resultados y validación de la formulación para macizos con juntas rellenas (tipo D). Se analizan los resultados del programa desarrollado, particularizado para macizos con juntas cuyo comportamiento es gobernado por el relleno, en contraste

con tres métodos de evaluación diferentes. En primer lugar, se emplea el modelo analítico para estudiar cuatro casos sencillos y se comparan los valores obtenidos con los estimados con la ecuación de deformabilidad equivalente de un medio multicapa. En segundo lugar, se incluye un modelo numérico de elementos discretos desarrollados en 3DEC y se comparan sus resultados con los del programa. Por último, se plantean 25 casos base para el contraste del modelo analítico con formulaciones empíricas ampliamente utilizadas. Los casos planteados cubren el rango completo de calidades del macizo de acuerdo con los índices de clasificación empleados, y abarcan una gran variedad de estructuras de fracturación. Además, se amplía el estudio mediante el planteamiento de cuatro variaciones posibles de las propiedades del relleno de juntas para cada uno. Este capítulo está asociado con el objetivo número 5.

- Capítulo 6: Resultados y validación de la formulación para macizos con juntas sin relleno (tipo A). Aborda el análisis de resultados del modelo programado, particularizado para macizos con juntas cuyo comportamiento está gobernado por la rugosidad de sus paredes. Para ello, se adaptan los 25 casos base empleados en el capítulo anterior a las condiciones de juntas tipo A, incluyendo una variación de cuatro escenarios según el parámetro gobernante de la rugosidad de la junta. Se comparan los módulos de deformación estimados mediante la formulación analítica con los obtenidos a partir de ecuaciones empíricas comúnmente empleadas en el estudio de la mecánica de rocas. Asociado al objetivo 5.
- Capítulo 7: Evaluación de influencia del efecto escala. Para completar el análisis de aplicabilidad del modelo analítico desarrollado, se analiza su desempeño en un caso de ejemplo, considerando distintas macroescalas (del macizo completo, según las familias de discontinuidades intervinientes) y microescalas (de la rugosidad de la junta, específico para macizos con discontinuidades tipo sin relleno). Contribuye al objetivo 6.
- Capítulo 8: Conclusiones. Esta sección recapitula las principales conclusiones de la investigación presentada en esta tesis, así como sus contribuciones y las posibles líneas futuras de investigación asociadas.
- Capítulo 9: Referencias. Incluye toda la bibliografía empleada en la investigación.

2. Estado del arte

2.1. Introducción

La caracterización geomecánica de macizos rocosos para aplicaciones de obra civil se basa en la determinación de diferentes parámetros mecánicos referidos, principalmente, a resistencia y deformabilidad.

Para el análisis y diseño de cimentaciones en y sobre roca, en elementos como presas, puentes, edificios altos y excavaciones subterráneas, resulta fundamental poder estimar la deformabilidad del macizo rocoso. Sin embargo, la presencia de familias de discontinuidades con diversas orientaciones, aperturas, espaciamientos y rellenos hacen que el problema de estudio de la deformabilidad sea complejo, y necesariamente debe apoyarse en medidas realizadas en macizos rocosos reales.

Debido al efecto escala existente en los macizos rocosos, los ensayos de laboratorio en nuestras son insuficientes para el estudio de su deformabilidad. Debido a esto, se precisa la realización de ensayos *in situ*. Heuze (1980) concluyó en su estudio que los módulos de deformación estimados mediante ensayos de campo son del orden del 20% al 60% de los módulos de la roca intacta medidos en laboratorio. Esta diferencia se debe al efecto escala producido por la estructura de discontinuidades del macizo.

Por otra parte, debe señalarse que las deformaciones producidas en los medios rocosos dependen en gran medida del estado tensional, así como de la anisotropía del macizo. Así, el efecto del confinamiento afecta en gran medida al comportamiento geomecánico del macizo rocoso, y más concretamente, a la estructura de juntas y discontinuidades. Esto se debe a que mayores tensiones normales sobre el plano de la discontinuidad producen un aumento de su resistencia al corte. Varios investigadores han publicado estudios en esta línea, centrados en el incremento de la rigidez del macizo rocoso con el incremento del confinamiento ((Arora, 1987); (Asef & Najibi, 2013); (Asef & Reddish, 2002); (Gustkiewicz, 1985); (Verman, Singh, Viladkar, & Jethwa, 1997); (Zimmerman, 1991)).

La anisotropía del macizo no sólo es debida a la orientación espacial de los planos de discontinuidad. Puede venir dada también por la existencia de direccionalidad en la estructura de la roca intacta, debido a su proceso de formación. Así, ciertas rocas sedimentarias y metamórficas presentan este fenómeno. Es el caso de areniscas, lutitas, calizas, esquistos y gneises.

En esta revisión se pretende recopilar diferentes criterios y formulaciones publicadas para la estimación de la deformabilidad de macizos rocosos, tanto de naturaleza empírica como analítica. El objetivo es, por un lado, proporcionar al ingeniero geotécnico una base de casos documentados donde poder consultar características similares a su caso de estudio. Por otro

lado, se pretende subrayar los fundamentos teóricos para la adecuada interpretación del comportamiento del macizo y los principales factores que influyen en su deformabilidad. Además, el uso de diversas formulaciones permite comparar las estimaciones realizadas por diferentes métodos. De este modo, se pueden aproximar de manera más fiable los movimientos potenciales de la construcción concreta.

2.2. Formulaciones empíricas

Existe abundante literatura científica sobre deformabilidad de macizos rocosos. En ella se encuentran documentados tanto modelos analíticos como modelos empíricos. Sin embargo, los análisis imperantes son estos últimos.

El motivo de la proliferación de estas relaciones empíricas se encuentra en su ventaja práctica. No resulta posible evaluar el módulo de deformación del macizo a partir de muestras en laboratorio, debido a las limitaciones de tamaño de los equipos (Palmström, 1996), y los ensayos *in situ* no resultan fiables a no ser que se realicen en gran número, de forma que den lugar a un conjunto de datos tratable (Bieniawski, 1973). Realizar una campaña extensa de ensayos *in situ* sería caro y requeriría mucho tiempo. Y aunque son la mejor opción para caracterizar la deformabilidad del macizo, no siempre son viables. Por el contrario, las relaciones empíricas son de aplicación sencilla.

2.2.1. Limitaciones de las relaciones empíricas

Con escasas salvedades, las formulaciones empíricas se obtienen por análisis estadístico de un conjunto de datos procedente de macizos rocosos concretos. Esto hace que sean de aplicación local, no extrapolable a otros macizos rocosos, y constituye una de las mayores limitaciones que presentan los modelos empíricos de estimación de la deformabilidad.

Otra de sus limitaciones es su dependencia directa de la calidad y método de obtención de la base de datos. De acuerdo con Vásárhelyi y Kovács (2017), las discrepancias observables entre las diferentes formulaciones tienen dos motivos principales: la evolución de los métodos de ensayo y los resultados que éstos arrojan, por un lado, y la anisotropía de los macizos por otro. Respecto de la anisotropía, la práctica totalidad de los modelos empíricos suponen macizos isótropos, con un solo módulo elástico. Sin embargo, la mayor parte de los macizos rocosos son anisótropos y no tienen un único módulo de deformación.

Hay que indicar que las formulaciones empíricas, por lo general, dependen de parámetros de la roca matriz (rigidez o resistencia) y sistemas de clasificación (RQD, GSI, RMR, Q u otros), que la relacionan con la calidad del macizo. De esta manera, dichas formulaciones pueden agruparse según la clasificación de la que dependen, y según si son dependientes del módulo de deformación de la roca matriz. Existen formulaciones dependientes de otros parámetros, pero su uso está menos extendido.

La inclusión de la rigidez de la roca intacta como parámetro elimina uno de los problemas que tienen algunas formulaciones que no dependen de ella; para valores altos de los índices de clasificación (roca poco fracturada y alterada), se obtienen módulos de elasticidad muy altos, incluso por encima del de la roca matriz (de los cuales se aportan ejemplos en la Tabla 2.1). Esta sobreestimación puede resolverse introduciendo adecuadamente el módulo de la roca intacta como parámetro (Sonmez, Gokceoglu, & Ulusay, 2004). En algunos casos se cambia este dato de rigidez de la roca matriz por la resistencia a compresión simple.

Tabla 2.1. Valores típicos del módulo de deformación de roca intacta. Fuente: AASHTO (2014)

Tipo de roca	Nº de valores	Módulo de roca matriz E_i [GPa]			
		Máximo	Mínimo	Promedio	Desviación estándar
Granito	26	100	6.41	52.7	24.5
Diorita	3	112	17.1	51.4	42.7
Gabro	3	84.1	67.6	75.8	6.69
Diabasa	7	104	69.0	88.3	12.3
Basalto	12	84.1	29.0	56.1	17.9
Cuarcita	7	88.3	36.5	66.1	16.0
Mármol	14	73.8	4.0	42.6	17.2
Gneis	13	82.1	28.5	61.1	15.9
Pizarra	11	26.1	2.41	9.58	6.62
Esquisto	13	69.0	5.93	34.3	21.9
Filita	3	17.3	8.62	11.8	3.93
Arenisca	27	39.2	0.62	14.7	8.21
Limolita	5	32.8	2.62	16.5	11.4
Lutita	30	38.6	0.007	9.79	10.0
Caliza	30	89.6	4.48	39.3	25.7
Dolomía	17	78.6	5.72	29.1	23.7

Por otra parte, la introducción de un índice de clasificación como parámetro es un intento por correlacionar las propiedades de la roca matriz con la estructura y estado del macizo rocoso, de mayor escala, incluyendo sus discontinuidades. Las juntas (su fracturación y estado de alteración) tienen una influencia decisiva en la deformabilidad del macizo.

La dependencia de un índice de clasificación, sin embargo, tiene también sus limitaciones. La hipótesis subyacente es que todos los parámetros de los que dependa la clasificación tienen una tendencia y correlación idéntica entre ellos y con el módulo de deformabilidad. Esta asunción puede disminuir la precisión estadística de la relación empírica (Chun, Ryo, Sagong, & Do, 2009). Este es el motivo de que aparezcan las aquí denominadas formulaciones compuestas, no dependientes directamente de un índice de clasificación, sino de sus subíndices. Este tipo de correlaciones se hallan por regresión múltiple y polinómica. Otra forma de superar este problema vino con la reciente tendencia de desarrollar modelos dependientes de un índice de daño (e.g., Ván y Vasarhelyi, (2010)) en vez de un índice de clasificación.

2.2.2. Relaciones empíricas dependientes de índices de clasificación

2.2.2.1. Relaciones dependientes del RQD

La utilización de relaciones empíricas dependientes del RQD para la estimación del módulo de deformación requieren de un estudio previo de la orientación en la que se definen los parámetros utilizados. Esto se debe a que el RQD es un parámetro direccional, por lo que su valor cambia significativamente en función de la orientación del sondeo en que se mide.

Las primeras formulaciones empíricas de deformabilidad surgieron a partir del índice RQD (*Rock Quality Designation*) propuesto por Deere (1967). Ha de señalarse que, dado que el RQD es sólo uno de los parámetros de sistemas de clasificación posteriores como el RMR o la Q de Barton, estos últimos índices incorporan más factores de influencia para estimar la deformabilidad del macizo (Zhang & Einstein, 2004). Sin embargo, el RQD se sigue usando y siguen desarrollándose formulaciones en base a él, debido a que en ocasiones es el único parámetro disponible. En la Tabla 2.2 se recogen los principales modelos empíricos de deformación en función del RQD y del módulo de deformación de la roca intacta.

Tabla 2.2. Formulaciones empíricas dependientes del RQD y el módulo E_i (íntacto)

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Coon y Merritt	1970	RQD, E_i	$E_{RM} = Ei(0.0231RQD - 1.32)$ RQD > 60
Bieniawski	1989	RQD, E_i	$E_{RM} = Ei \cdot 0.5(RQD/100)^2$ RMR > 50
Trunk y Floss	1991	RQD, σ_{ci} , E_i	$E_{RM} = 0.069RQD + 0.052Ei + 0.055 \sigma_{ci} - 3.82$
Hönisch	1993	RQD, σ_{ci} , E_i	$E_{RM} = 55Ei + 0.07 \cdot RQD + 0.05\sigma_{ci}$
Gokceoglu et al	2003	RQD, WD (<i>weathering degree</i>), E_i	$E_{RM} = 0.001 \left[\frac{(Ei/\sigma_{ci})(1 + RQD/100)}{WD} \right]^{1.5528}$
Kayabasi et al	2003	RQD, WD (<i>weathering degree</i>), E_i	$E_{RM} = 0.1423 \left[\frac{Ei}{WD} \left(1 + \frac{RQD}{100} \right) \right]^{1.1747}$
Kayabasi et al	2003	RQD, WD (<i>weathering degree</i>), E_i	$E_{RM} = 4.32 - 3.42 \cdot WD + 0.19 \cdot Ei \left(1 + \frac{RQD}{100} \right)$
Zhang y Einstein	2004	RQD, E_i	Límite superior $E_{RM} = Ei \cdot 1.8 \cdot 10^{(0.0186RQD - 1.91)}$ Límite inferior $E_{RM} = Ei \cdot 0.2 \cdot 10^{(0.0186RQD - 1.91)}$ Media $E_{RM} = Ei \cdot 10^{(0.0186RQD - 1.91)}$
Jiang et al	2009	Transmisividad, profundidad, densidad, E_i , Espaciamiento, RQD	$\frac{1}{E_{RM}} = \frac{1}{Ei} + \frac{1}{k_{Ni} \cdot \bar{x}}$
Fattahi y Moradi	2018	Profundidad z (m), RQD, σ_{ci} , Densidad y estado de discontinuidades (Dd, Dc), agua (GW), ajuste de orientación (Do)	Regresión múltiple lineal $E_{RM} = -6.6787 - 0.2758 \cdot RQD + 1.0347 \cdot D_d - 0.2748D_c + 0.0592 \cdot UCS + 0.08938 \cdot z$

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Fattahi y Moradi	2018	Profundidad z (m), RQD, UCS (MPa), Densidad y estado de discontinuidades (D_d , D_c), agua (GW), ajuste de orientación (D_o)	Regresión múltiple no lineal $E_{RM} = \exp[0.7857 + 0.03416 \cdot RQD + 0.053002 \cdot D_d - 0.005746 \cdot D_c + 0.004227 \cdot UCS + 0.003488 \cdot z]$

El primer modelo de deformabilidad surgió del ajuste de datos procedentes de ensayos *in situ* (geofísica y sondeos) y de laboratorio de doce obras diferentes (Coon & Merritt, 1970). Se trata de una formulación dependiente del RQD y el módulo de elasticidad de la roca matriz (Figura 2.1).

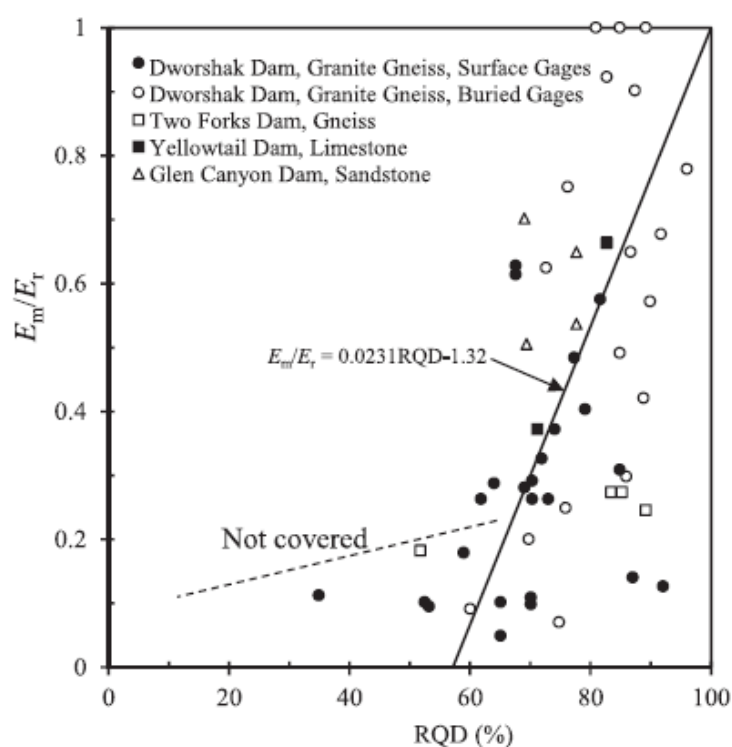


Figura 2.1. Relación empírica propuesta y datos de ajuste de Coon y Merritt (1970)

En la misma línea se sucedieron multitud de modelos; Bieniawski (1989), Trunk y Floss (1991) - obtenido a partir de correlaciones con estudios probabilísticos - y la de Hönisch (1995).

En la normativa americana '*Drilled Shafts: Construction Procedures and LRFD Design Methods*' de la FHWA (2010) se encuentran referencias a los estudios que realizaron O'Neill y Reese (1999). Si bien no ofrecieron una formulación concreta, sí dieron valores tabulados de la relación entre el módulo de deformación del macizo y la roca intacta (Tabla 2.3).

Poco después Gokceoglu et al (2003) publicaron sus estudios, en los que desarrollaban una correlación del mismo tipo, que incorpora al análisis el grado de alteración (*weathering degree*, WD), además del módulo de elasticidad de la roca intacta y el RQD. La fórmula se obtuvo por

regresión estadística en varias etapas, tanteando distintos ajustes, a partir de una base de 115 sets de datos de ensayos in situ (placa de carga y dilatómetros) que involucraban macizos de un amplio rango de resistencias. Los datos pertenecían a dos presas, Deriner (Artvin, Turquía) y Ermenek (Karaman, Turquía), además de la localización de la cámara de aprovechamiento hidroeléctrico de esta última.

Tabla 2.3. Estimación de deformabilidad de macizos a partir del RQD (O'Neill & Reese, 1999)

RQD (%)	Relación de módulos macizo / roca matriz E_{RM}/E_i	
	Juntas cerradas	Juntas abiertas
100	1.00	0.60
70	0.70	0.10
50	0.15	0.10
20	0.05	0.05

Kayabasi et al (2003), a partir de datos de las mismas presas turcas que el caso anterior (datos de placas de cargas y propiedades del macizo rocoso), publicaron dos formulaciones; una desarrollada a partir de regresión estadística por etapas y otra a partir de un sistema de inferencia difusa (*fuzzy inference system*, FIS).

Los siguientes fueron Zhang y Einstein (2004), que emplearon un modelo basado en un ajuste de regresión lineal de datos procedentes de referencias de literatura técnica; (Coon & Merritt, 1970) y (Bieniawski, 1978) principalmente. A estos añadieron una serie de datos recopilados expreso, mostrados en la Figura 2.2.

Jiang et al (2009) publicaron un modelo con mayor desarrollo teórico, dependiente de la conductividad hidráulica del macizo (y su variación con la profundidad, dependiendo del espaciamiento y apertura de juntas), la densidad de la roca y el RQD y módulo de deformabilidad de la roca intacta. Los datos pertenecen a los embalses y cámara de aprovechamiento de la central hidroeléctrica reversible que se construyó en esa época en la provincia oriental de China de Shandong, y se obtuvieron a partir de sondeos y ensayos Lugeon, principalmente. A partir de estos datos se estima la rigidez normal del macizo, y con ello el módulo de deformación a partir de un modelo equivalente.

La formulación más reciente de este tipo fue presentada por Fattahi y Moradi (2018). Con el objetivo de intentar cubrir los aspectos de caracterización que escapan a la definición del RQD, ampliaron la dependencia de parámetros de su formulación a varios factores: RQD, profundidad, estado de las discontinuidades, presencia de agua y un ajuste según orientación relativa de las juntas. La formulación se ajustó mediante contraste con modelos de regresión y 60 sets de datos de obras de carretera y ferrocarriles en Corea, obtenidos de Chun et al (2009).

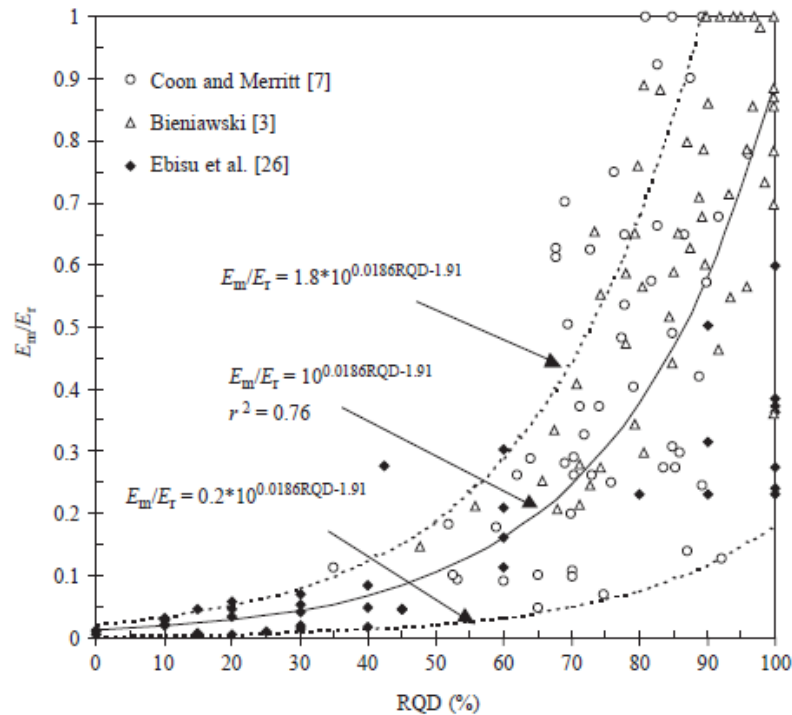


Fig. 5. Recommended relations between RQD and E_m/E_r .

Figura 2.2. Datos de ajuste recopilados y formulación de Zhang y Einstein (2004)

Del mismo modo, existen formulaciones basadas en el RQD e independientes de la rigidez de la roca matriz (Tabla 2.4). Así, casi al mismo tiempo que el primer modelo de Merritt y Coon (1970), Cording (a través de L'A.F.T.E.S., (2003)) presentó una formulación basada exclusivamente en el RQD. Tras esto se sucedieron diferentes modelos, como el de Chun et al (2006), obtenido por tratamiento estadístico de datos de rocas obtenidos en obras realizadas en Corea hasta esa fecha. La novedad introducida por este equipo de investigación radicaba en la diversidad de los datos utilizados (procedentes de rocas metamórficas, ígneas, sedimentarias, etc), pretendiendo hacer más extrapolable el modelo obtenido. Poco más tarde, Chun et al (2009), publicaron otra formulación basada en la regresión múltiple y polinómica de 61 sets de datos de obras de ferrocarril y carretera en Corea (Figura 2.3).

Rezaei et al (2015) publicaron una formulación basada en un número mayor de variables de definición del macizo: RQD, presión de confinamiento, alteración, resistencia a compresión simple, inclinación del plano de estratificación, rugosidad de juntas y presencia de relleno en las mismas. Su ecuación se desarrolló mediante el uso de sistemas difusos de Mamdani (MFS) y un análisis de regresión multivariable (MVRA), tomando como punto de partida los datos de dilatómetros realizados en las calizas marmóreas de la presa de Bakhtiary (Irán), junto con información recogida en explotaciones mineras obtenidos de fuentes bibliográficas.

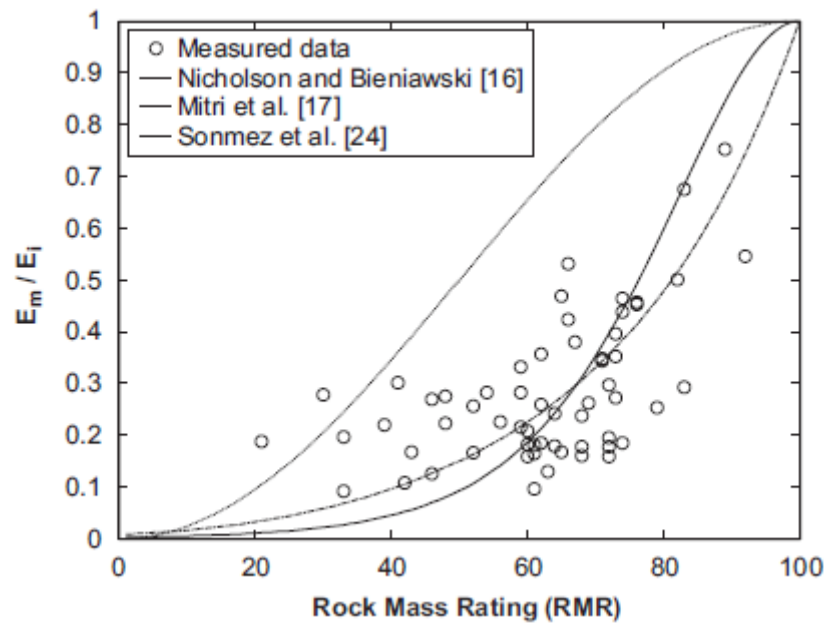


Figura 2.3. Comparativa de relaciones empíricas con los datos recopilados por Chun et al (2009)

Un modelo más reciente fue propuesto por Alemdag et al (2016), dependiente del RQD y la resistencia a compresión simple, y basado en la optimización de algoritmos de redes neuronales (ANN), *neuro fuzzy* (NF) y programación genética (GP), según datos de limolitas al este de Turquía.

Por último, Kuvic et al (2019) presentaron una fórmula desarrollada a partir de datos de campaña para un ferrocarril en el sur de Eslovaquia: 161 dilatómetros y 150 presiómetros. La geología de la zona de estudio está conformada por litologías heterogéneas: zonas de rocas metamórficas de naturaleza cristalina, junto con tramos de dolomías y basaltos.

Tabla 2.4. Formulaciones empíricas dependientes del RQD

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Cording	1969	RQD	$E_{RM} = 1.7(RQD - 60) \quad (RQD > 60)$
Chun et al	2006	RQD	$E_{RM} = 2.707 \cdot \exp(0.021 \cdot RQD)$
Chun et al	2009	Profundidad, σ_{ci} , RQD, Espaciamiento (J_s), parámetro de condición de junta (J_c)	$E_{RM} = 0.124z + 0.488RMR_{\sigma c} + 0.422RMR_{RQD} + 1.072J_s - 0.556J_c$
Chun et al	2009	Profundidad, σ_{ci} , RQD, Espaciamiento (J_s), parámetro de condición de junta (J_c)	$E_{RM} = 10^{1.559z + 44.328RMR_{\sigma} + 18.886RMR_{RQD} + 12.84J_s + 0.448J_c}$
Chun et al	2009	Profundidad, σ_{ci} , RQD, Espaciamiento (J_s), parámetro de condición de junta (J_c)	$E_{RM} = 10^{-4} \cdot [5.992z^2 + 1.833RMR_{\sigma}^4 + 4.851RMR_{RQD}^3 + 0.031J_s^5 + 2399.53J_c]$

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Rezaei et al	2015	RQD, profundidad (z), alteración (W), σ_{ci} , orientación (I), apertura (FT), rugosidad (JCR)	$E_{RM} = -2.156 + 0.006731 \cdot z + 0.006323 \cdot RQD - 0.0691 \cdot W + 0.12506 \cdot \sigma_{ci} + 0.00599 \cdot I - 0.0572 \cdot JCR - 0.2184 \cdot FT$
Alemdag et al	2016	RQD, σ_{ci}	Genetic programming $E_{RM} = 0.00067[RQD^2 + RQD \cdot \sigma_{ci} + (RQD \cdot \sigma_{ci} + \sigma_{ci}^2)/(99.5 + RQD)]$
Kuvic et al	2019	RQD	$E_{RM} = -260.674 + 435.6651429 \cdot RQD - 40.36785714 \cdot RQD^2$ $E_{RM} = 175.73 \cdot \exp[1.023 \cdot RQD]$

A continuación, se incluyen dos figuras que representan algunas de las relaciones empíricas incluidas en las tablas anteriores, con el objetivo de ilustrar la evolución de los módulos resultantes con el RQD. Se han realizado para un caso sencillo con rango de variación del RQD de 10 a 100, considerando un módulo de la roca intacta de 20 GPa y una resistencia a compresión simple de 10 MPa.

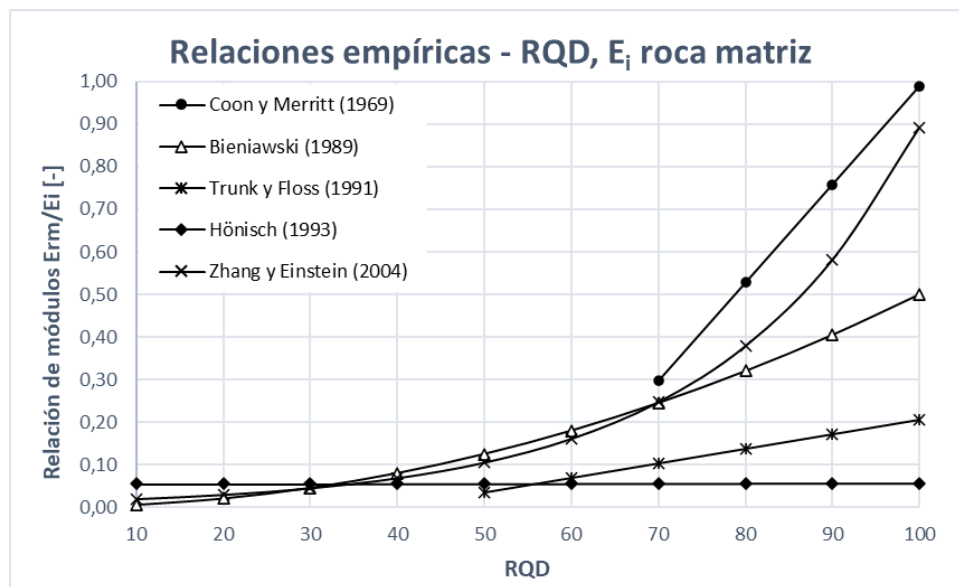


Figura 2.4. Formulaciones empíricas dependientes del RQD y el módulo de la roca matriz

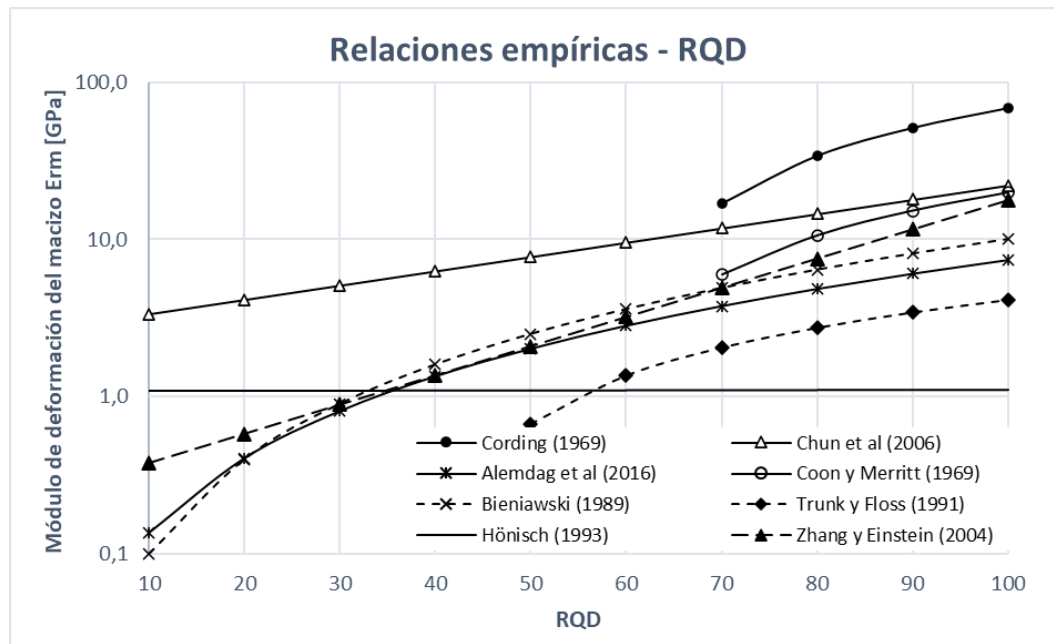


Figura 2.5. Formulaciones empíricas dependientes del RQD

2.2.2.2. Relaciones dependientes del RMR

Un gran número de los modelos propuestos hasta la fecha están basados en el índice RMR (*Rock Mass Rating*) de Bieniawski, más completo que el RQD y de obtención sencilla. Se ha observado en estudios existentes (Palmström & Singh, 2001) que, posiblemente debido a que incluye las propiedades de la roca matriz, da un mejor ajuste que el RQD o la Q de Barton. También en este caso, pueden encontrarse formulaciones dependientes de la rigidez de la roca matriz (Tabla 2.5) y que no dependen de ésta (Tabla 2.6).

Tabla 2.5. Formulaciones empíricas dependientes del RMR y el módulo E_i (intacto)

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Nicholson y Bieniawski	1990	RMR, E_i	$E_{RM} = E_i \left(0.0028 \cdot RMR^2 + 0.9 \exp \left(\frac{RMR}{22.82} \right) \right)$
Mitri et al	1994	RMR, E_i	$E_{RM} = E_i [0.5(1 - \cos(\pi \cdot RMR/100))]$
Aydan y Kawamoto	2000	RMR, E_i , coeficiente β	$E_{RM} = E_i \left[\frac{RMR}{RMR + \beta(100 - RMR)} \right]$
Ramamurthy	2004	RMR, E_i	$E_{RM} = E_i \cdot \exp((RMR - 100)/17.4)$
Galera et al	2005	RMR, E_i	$E_{RM} = E_i \cdot \exp((RMR - 100)/36)$
Sonmez et al	2006	RMR, E_i	$E_{RM} = E_i \cdot 10^{\left[\frac{(RMR-100)(100-RMR)}{4000} \cdot \exp(-RMR/1000) \right]}$
Ván y Vásárhelyi	2010	RMR, E_i	$E_{RM} = E_i \cdot \exp((RMR - 100)/22)$
Shen et al	2012	RMR, E_i	$E_{RM} = 1.14 E_i \cdot \exp \left(-((RMR - 116)/41)^2 \right)$
Alemdag et al	2016	RMR, σ_{ci} , E_i	$E_{RM} = \left(\frac{1}{1 + e^A} - 0.075 \right) \cdot \frac{1}{0.079}$ $A = -0.80h1 + 0.50h2 + 2.02h3 + 1.84h4 - 1.51h5 + 2.62h6 + 0.35$

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
			$h_i = f(RQD, \sigma_{ci}, E_i)$
Fattahi et al	2019	RMR, σ_{ci} , E_i profundidad (z)	$E_{RM} = (160.4 + 0.29RMR^{1.15} + 0.002 \sigma_{ci}^{2.01} - 1.03Z^{1.18}) \cdot (42.7 + 0.27\sigma_{ci}^{0.53} - 1.8E_i^{0.79} + 0.0001Z^{1.9})^{-1}$

Nicholson y Bieniawski (1990) propusieron un modelo basado en el RMR y el módulo elástico de la roca intacta. Fue ajustado en base a deformaciones registradas en casos reales y estimadas mediante modelos de elementos finitos.

Otros autores siguieron la misma línea. Así, Mitri et al (1994) formularon su modelo a partir de estudios numéricos calibrados con datos de excavaciones en minas subterráneas. Poco después, Aydan y Kawamoto (2000) propusieron su modelo, ajustado en función de un parámetro que puede recalibrarse en función de los datos disponibles. Emplearon 130 sets de datos proporcionados por Aydan et al (1997).

Ramamurthy (2004) ajustó su modelo estadísticamente a partir de datos de macizos rocosos publicados por Hoek y Brown (1988) y Bieniawski (1993). Galera et al (2005) propusieron una formulación obtenida por regresión estadística de una amplísima base de datos, consistente en 702 sets de datos de macizos rocosos: rigidez a partir de dilatómetros y presiómetros, RMR y RQD de casos reales de túneles, completados con datos bibliográficos (Bieniawski (1978), Serafim y Pereira (1983), Labrie et al (2004)). El conjunto total de datos se muestra en la Figura 2.6.

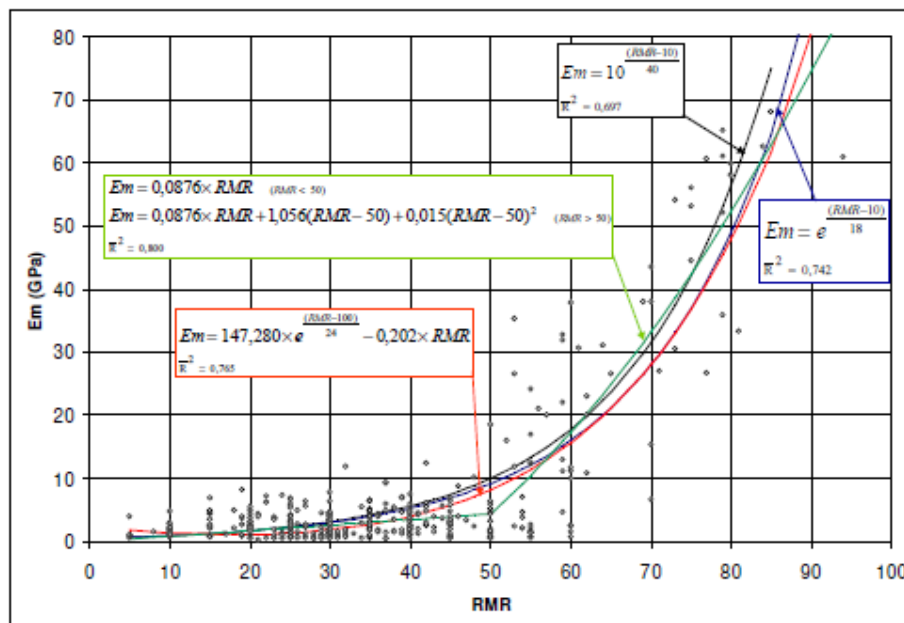


Figura 2.6. Datos de módulos de deformación recopilados y formulaciones de Galera et al (2005)

Poco después, Sonmez et al (2006) presentaron una formulación empírica basada en el algoritmo de redes neuronales (*Artificial Neural Networks* (ANN)), y ajustado a partir de 529

sets de datos obtenidos de una extensa revisión bibliográfica (datos procedentes de Bieniawski (1978), Serafim y Pereira (1983) y Nicholson y Bieniawski (1990), principalmente) y completados con 80 sets más obtenidos a partir de ensayos de laboratorio en grauvacas y conglomerados de muestras de sondeos (Figura 2.7).

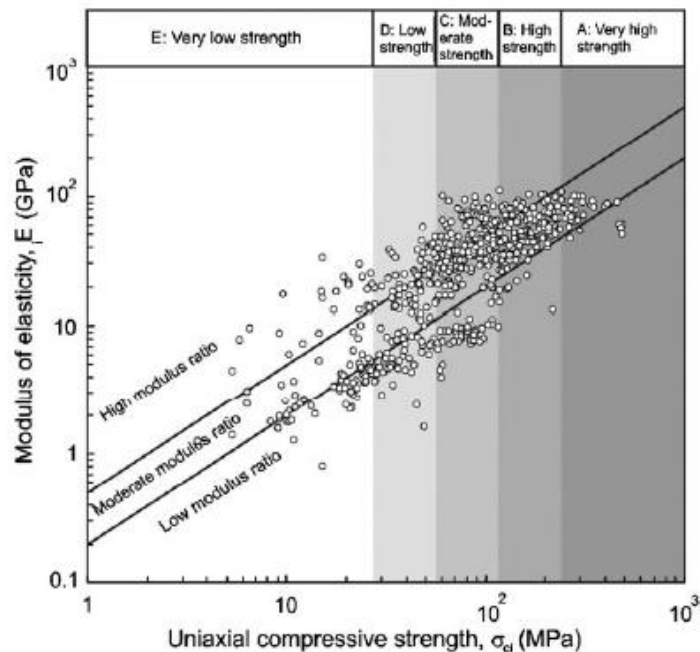


Figura 2.7. Distribución de datos utilizada para el ajuste con redes neuronales (ANN) de Sonmez et al (2006)

Ván y Vásárhelyi (2010), a partir de datos experimentales y del ajuste de relaciones empíricas existentes, realizaron un nuevo desarrollo teórico completo basado en un nuevo parámetro de daño y calibrado con los datos de campo.

La lista prosigue con la formulación de Shen et al (2012), ajustada mediante la función gaussiana en base a datos de literatura técnica (Bieniawski (1978), Serafim y Pereira (1983), Stephen y Banks (1989)). Por último, fórmulas más recientes fueron propuestas por Alemdag et al (2016), con los mismos principios que la formulación de RQD antes mencionada, y por Fattahi et al (2019). Esta última formulación se desarrolló mediante regresión no lineal múltiple (MNLRL) a partir de los 60 data sets publicados por Chun et al (2009).

Son mucho más numerosas, sin embargo, las formulaciones independientes de la rigidez de la roca matriz (Tabla 2.6). A continuación, se describen brevemente.

Tabla 2.6. Formulaciones empíricas dependientes del RMR

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Cording	1971	RMR	$E_{RM} = 2 \cdot (RMR - 50)$ RMR > 50
Bieniawski	1978	RMR	$E_{RM} = 2RMR - 100$ RMR > 50
Serafim y Pereira	1983	RMR	$E_{RM} = 10^{((RMR-10)/40)}$ RMR < 60

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Mehrotra	1992	RMR	$E_{RM} = 10^{\frac{RMR-20}{38}}$
Boyd	1993	RMR	$E_{RM} = 3.5 \cdot 10^{-6} \cdot RMR^{3.75}$ RMR < 35
Kim	1993	RMR	$E_{RM} = 300 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(0.07RMR)$
Jasarevic y Kovacevic	1996	RMR	$E_{RM} = \exp(4.407 + 0.081 \cdot RMR)$
Hoek y Brown	1997	RMR, σ_{ci}	$E_{RM} = \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} \cdot 10^{(RMR-10)/40}$ $\sigma_{ci} < 100$ MPa
Verman et al	1997	Dureza, profundidad, RMR	$E_{RM} = 0.4H^\alpha \cdot 10^{((RMR-20)/38)}$ Prof > 50 m
Aydan et al	1997	RMR	$E_{RM} = 0.0097 \cdot RMR^{3.54}$
Reddish et al	1997	RMR	$E_{RM} = 0.562RMR + 0.183$
Singh et al	1997	Dureza, profundidad, RMR	$E_{RM} = 0.4H^\alpha \cdot 10^{((RMR-20)/38)}$ $\alpha = 0.16$ a 0.35
Diederichs y Kaiser	1999	RMR	$E_{RM} = 7(\pm 3)\sqrt{10^{(RMR-44)/21}}$
Read et al	1999	RMR	$E_{RM} = 0.1(RMR/10)^3$
Asef, Reddish et al	2000	RMR	$E_{RM} = 2RMR - 100$ RMR < 80 $E_{RM} = 10^{((RMR-10)/40)}$ RMR ≥ 80
Hoek et al	2002	D, σ_{ci} , RMR	$E_{RM} = (1 - D/2)\sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} \cdot 10^{(RMR-10)/40}$ ($\sigma_{ci} < 100$ Mpa)
Hoek et al	2002	D, σ_{ci} , RMR	$E_{RM} = (1 - D/2) \cdot 10^{(RMR-10)/40}$ ($\sigma_{ci} > 100$ Mpa)
Gokceoglu et al	2003	RMR	$E_{RM} = 0.0736 \cdot \exp(0.0755 \cdot RMR)$
Galera et al	2005	RMR	$E_{RM} = 0.0876RMR$ (RMR < 50)
Galera et al	2005	RMR	$E_{RM} = 0.0876RMR + 1.056(RMR - 50) + 0.015(RMR - 50)^2$ (RMR > 50)
Chun et al	2006	RMR	$E_{RM} = 0.3228 \cdot \exp(0.0485 \cdot RMR)$
Isik et al	2008	RMR	$E_{RM} = 6.7RMR - 103.06$ RMR > 27
Mohammadi y Rahmannejad	2009	RMR	$E_{RM} = 0.0003RMR^3 - 0.0193RMR^2 + 0.315RMR + 3.4064$ (RMR > 25)
Simon y Deng	2009	RMR, coeficiente ρ_{SD} , E_D	$E_{RM} = \frac{E_D}{(0.5 \cdot (1 - \cos(\pi RMR/100)))^{\rho_{SD}}}$
Ván y Vásárhelyi	2010	Coeficiente MR, RMR, σ_{ci}	$E_{RM} = \sigma_{ci} \cdot MR \cdot \exp(2(RMR - 100)/100)$
Khabbazi et al	2012	RMR	$E_{RM} = 9 \cdot 10^{-7} RMR^{3.868}$
Shen et al	2012	RMR	$E_{RM} = 110 \cdot \exp(-((RMR - 110)/37)^2)$
Kang et al	2013	RMR	$E_{RM} = 10^{0.0185 \cdot RMR - 0.322}$ general
Kang et al	2013	RMR	$E_{RM} = 10^{0.019 \cdot RMR - 0.314}$ gneiss
Kang et al	2013	RMR	$E_{RM} = 10^{0.0189 \cdot RMR - 0.459}$ granito
Kang et al	2013	RMR	$E_{RM} = 10^{\frac{RMR-16}{50}}$
Gholamnejad et al.	2013	RMR, σ_{ci}	$E_{RM} = 0.001473 \cdot RMR^{1.616} \cdot \sigma_{ci}^{0.492}$

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Múñiz et al	2013	RMR	$E_{RM} = \exp\left(\frac{RMR - 35}{18}\right)$
Mohammadi y Ajalloeian	2013	RMR	$E_{RM} = 10^{(RMR-20)/30}$
Sanei et al	2013	RMR	$E_{RM} = 0.0211(RMR)^2 - 2.2003RMR + 61.312$
Alemdag et al	2015	RMR	$E_{RM} = 0.058 \cdot \exp(0.0785 \cdot RMR)$
Alemdag et al	2016	RMR, σ_{ci}	$E_{RM} = 0.119 \left(-\frac{279}{RMR} + 0.0036 \cdot RMR^2 \right) \cdot \log_{10}(RMR \cdot \sigma_{ci})$
Babic	2018	RMR, σ_{ci} , v_p (km/s)	$E_{RM} = e^{\frac{RMR-100}{a}} \cdot b \cdot \sqrt{\frac{v_p}{100}} \cdot \exp\left[\frac{\sigma_{ci}}{c}\right]$ $a = \begin{cases} 2RMR - 80 & RMR \geq 45 \\ 20 & RMR < 45 \end{cases}$ $b = \ln v_p - 0.3$ $c = 210 - \sigma_{ci}$
Bellapu et al	2023	RMR	$E_{RM} = 0.00011RMR^3 - 0.0083RMR^2 + 0.2RMR - 1.3$

Cording (1971, a través de (L'A.F.T.E.S, 2003)) propuso el primer modelo, escaso tiempo después del surgimiento de las primeras propuestas dependientes del RQD. A ellos les siguieron Bieniawski (1978), que ajustó su fórmula en base a datos de deformación recogidos en distintas obras principalmente localizadas en Sudáfrica (presas del proyecto Orange River o las centrales de Drakensberg y Elandsberg).

Una de las formulaciones más utilizadas en esta línea, junto a la de Bieniawski de 1978, es la desarrollada por Serafim y Pereira (1983). Es función exclusivamente del RMR, obtenida por análisis retrospectivo de datos de deformaciones en cimentaciones de presas (Figura 2.8). Sigue plenamente vigente en la actualidad, y es una de las relaciones más utilizadas en estudios de deformabilidad para obras civiles.

Hoek y Brown (1982) basaron su ajuste en los datos de deformación de la mina de Bougainville (Papúa Nueva Guinea) y lo hicieron dependiente del RMR, para después revisarlo (Hoek y Brown (2002)) e incorporar al criterio los parámetros de alteración del macizo durante la construcción (D) y resistencia a compresión simple.

La lista de modelos de este tipo es larga y prosigue con autores como Mehrotra (1992), que corrigió la relación de Serafim y Pereira; Boyd (1993), que se apoyó en los ensayos *in situ* publicados por Bieniawski en 1978; Kim (1993), etc. Jasarevic y Kovacevic (1996) formularon su modelo a partir de datos de una decena de ensayos *in situ* realizados en macizos croatas.



Voussoir que consiste en la asimilación de los estratos de un macizo rocoso laminado con elementos tipo viga sometidos a su peso propio y estables en condiciones de fisuración. Esto implica suponer que transmiten sus cargas lateralmente en vez de al estrato inferior. El estudio que realizaron se apoya en datos de extensómetros instalados en la mina Mount Isa de Australia y en la mina Winston Lake de Ontario, Canadá.

Ese mismo año publicaron su trabajo Read et al (1999), con una formulación dependiente únicamente del RMR y ajustada estadísticamente a partir de datos de macizos grauváquicos de Nueva Zelanda.

La misma línea de investigación fue proseguida por multitud de autores posteriormente. Asef et al (2000), tras varios estudios propusieron como óptima una composición de las fórmulas de Bieniawski (para macizos con $RMR > 80$) y de Serafim y Pereira ($RMR \leq 80$) para el cálculo de la deformabilidad. Este estudio se enmarcó en el desarrollo de un modelo numérico de cálculo de curvas de convergencia en túneles.

Tras la revisión publicada en 2002 por Hoek y Brown, los siguientes en proponer una fórmula basada en el RMR fueron Gokceoglu et al (2003), en un trabajo ya mencionado en el marco de los modelos del RQD. Lo mismo ocurre con la publicación de Galera et al (2005), por incluir dos formulaciones: una dependiente del RMR y el módulo de la roca intacta, y otra sólo del RMR. Y de nuevo, Chun et al (2006), también mencionados al hablar del RQD, sugirieron en ese mismo estudio otra fórmula función exclusivamente del RMR.

Isik et al (2008) estudió una serie de ajustes estadísticos a partir de datos de obras civiles realizadas en el suroeste de Ankara (Turquía), sobre macizos de grauvacas fracturadas.

Mohammadi y Rahmanned (2009) aplicaron dos metodologías para la obtención de modelos empíricos: regresión múltiple con ajuste polinómico y redes neuronales (ANN). Para ello utilizaron datos de campo de la presa Karun IV en Irán (RMR y placas de carga) y datos procedentes de la literatura científica (obtenidos de Bieniawski (1978), Serafim y Pereira (1983), Stephen y Banks (1989) y de Gokceoglu et al (2003)). El segundo estudio fue el de Simon y Deng (2009), que incorporaron al modelo el módulo de elasticidad del macizo (obtenido con dilatómetros) y un parámetro de ajuste, además del RMR. Su estudio pretende obtener una fórmula empírica del módulo del macizo rocoso a partir de la correlación de los datos de ensayos de laboratorio (roca matriz) con los datos de dilatómetros. Los datos utilizados eran procedentes de la mina subterránea de Canmet en el Val-d'Or (Quebec) y de literatura científica.

En 2010 surgió la primera formulación que reaccionaba a las limitaciones del RMR como parámetro fundamental. Ván y Vászrhelyi (2010) publicaron el primer modelo complejo basado en una descomposición del RMR.

Se siguieron realizando, sin embargo, estudios que correlacionaban la deformabilidad directamente con el RMR. Khabbazi et al (2012) publican su formulación, ajustada por

regresión estadística a partir de datos de 82 dilatómetros realizados en dos presas y un túnel en Irán.

También Shen et al (2012) realizaron una propuesta cuyo único parámetro era el RMR, por ajuste con función gaussiana y los mismos fundamentos que ya se mencionaron con anterioridad al hablar de estos autores. Ese mismo año, Kang et al (2013) propusieron su propio ajuste estadístico basado en datos de sondeos y campañas geotécnicas realizadas por toda Corea entre los años 1990 y 2001. El conjunto de datos que emplearon puede apreciarse en la Figura 2.9.

La formulación de Gholamnejad et al (2013), basada en técnicas de regresión no lineal y redes neuronales (ANN) a partir de 224 sets de datos recopilados de la literatura técnica disponible.

También en 2013 publicaron su trabajo Múñiz et al (2013), por correlación estadística de los datos de 34 presiómetros realizados para el proyecto del túnel del Estrecho de Gibraltar; y Mohammadi y Ajalloeian (2014), que ajustaron por regresión estadística los datos de 28 placas de carga realizadas en el cimientado de la presa de fábrica Khersan II (Irán) y su cámara de aprovechamiento hidroeléctrico.

Ese mismo año (2013), Sanei et al desarrollaron mediante regresión tres ecuaciones empíricas (dependientes del RMR, del GSI y del índice Q, respectivamente) para el cálculo del módulo del macizo en base a datos experimentales de 47 placas de carga, 86 dilatómetros y 9 ensayos de gato plano realizados en la presa de Bakhtiary (Irán).

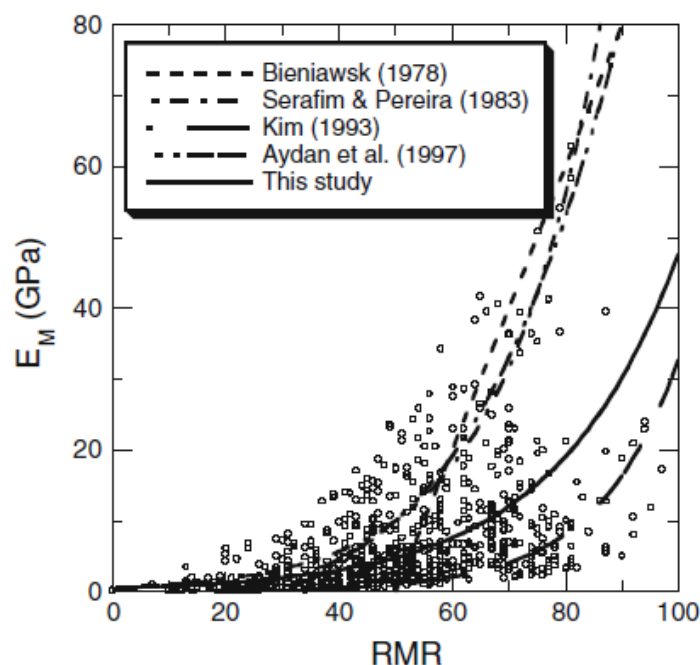


Figura 2.9. Datos utilizados por Kang et al (2012), junto a varias relaciones empíricas

Se suman a esta línea de investigación Alemdag et al (2015), con un ajuste por regresión del módulo de deformación del macizo en función únicamente del RMR. Para ello, utilizaron datos de campo y de laboratorio procedentes de cuatro localizaciones en Turquía: la presa de Boztepe (Malatya), la presa de Kapikaya (Malatya), la presa de Atasu (Trabzon) y varios trabajos al sureste de la ciudad de Elazig.

También más reciente, es el modelo propuesto por los mismos Alemdag et al (2016), en la publicación ya mencionada al tratar las formulaciones dependientes del RQD, que también incluye una propuesta dependiente únicamente del RMR. Los datos utilizados para ajustar la formulación procedían de 12 sondeos, 50 presiómetros y varias estaciones geomecánicas en las cercanías del sureste de Elazig (al este de Turquía). Los modelos más recientes de esta tipología han sido encontrados en los artículos publicados por Babic et al (2018) y por Bellapu et al (2023).

Bellapu et al (2023) desarrollaron una ecuación empírica basada únicamente en el índice RMR, específica para los macizos rocosos localizados en las inmediaciones del Himalaya, en Bután, India y Nepal. Para ello, aplicaron un tratamiento estadístico a un set de datos con información de 35 reconocimientos, ilustrado en la Figura 2.10, y posteriormente validado por medio de modelos numéricos.

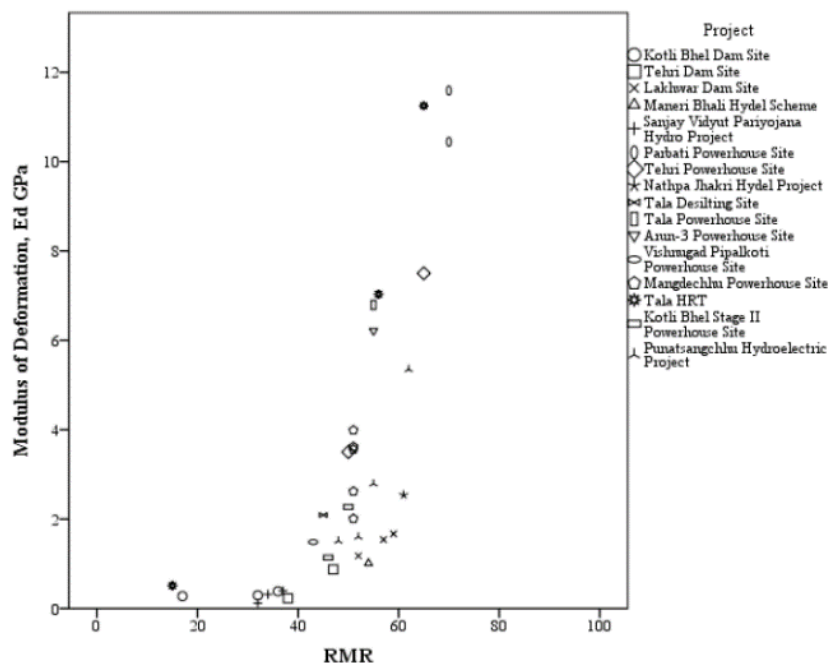


Figura 2.10. Datos de ajuste empleados por Bellapu et al (2023)

La evolución de los módulos de deformación en función del RMR se ilustra, de forma gráfica, en las dos figuras siguientes (Figura 2.11, Figura 2.12). Éstas representan algunas de las relaciones empíricas incluidas en las tablas anteriores, aplicadas a un caso sencillo: rango de variación del RMR de 10 a 100, considerando un módulo de la roca intacta de 20 GPa y una resistencia a compresión simple de 10 MPa.

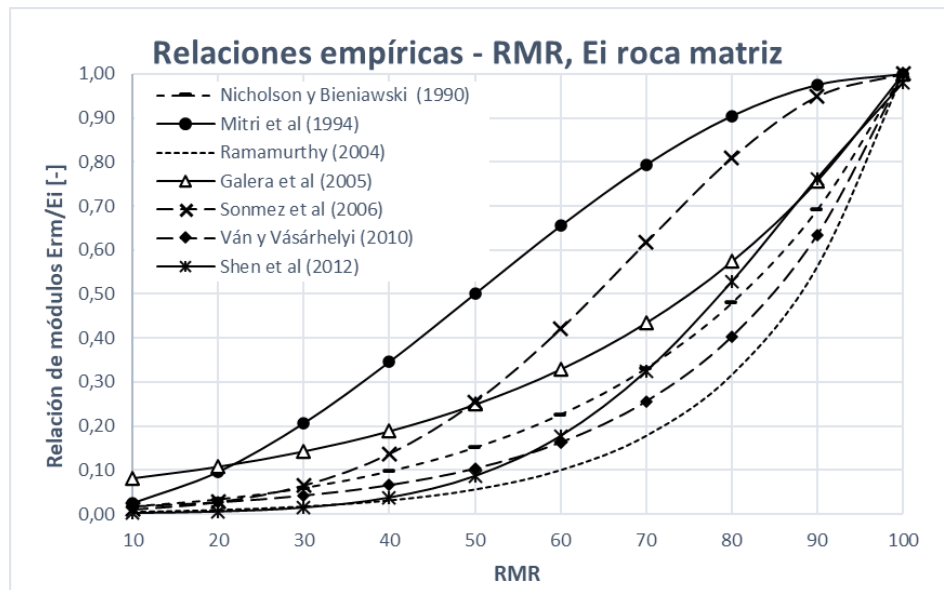


Figura 2.11. Formulaciones empíricas dependientes del RMR y el módulo de la roca matriz

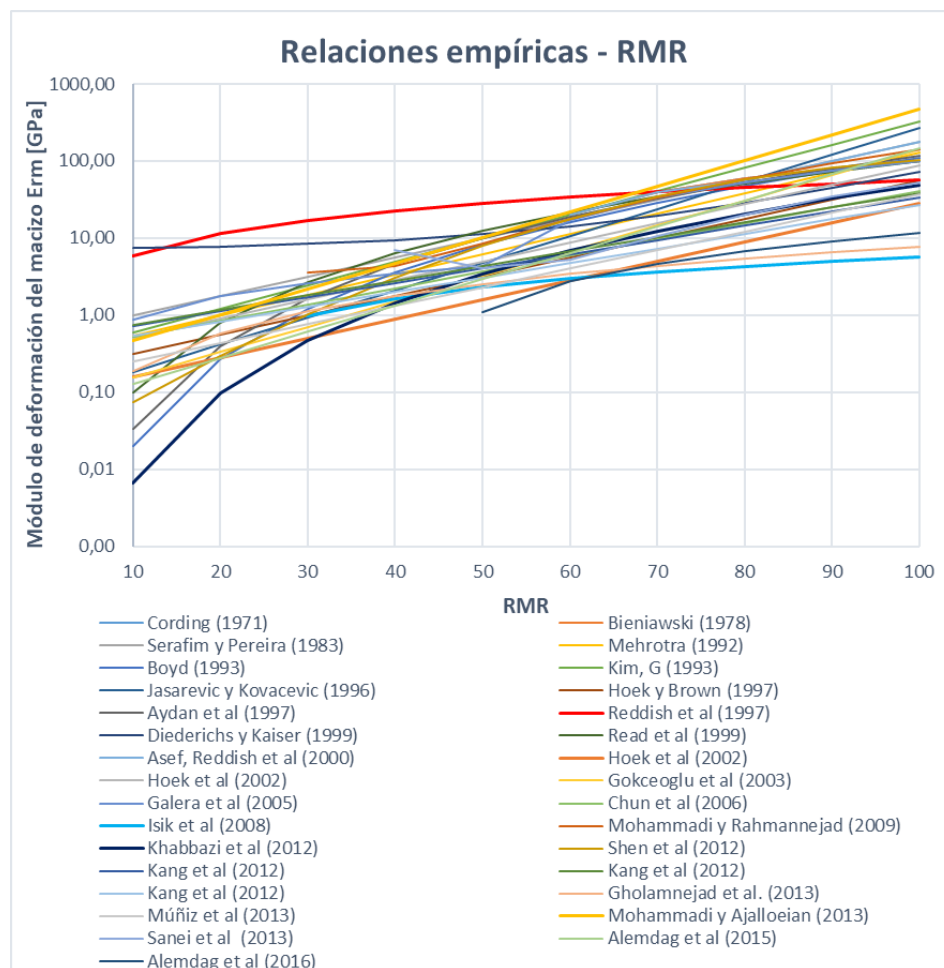


Figura 2.12. Formulaciones empíricas dependientes del RMR

2.2.2.3. Relaciones dependientes de Q

Las formulaciones empíricas basadas en el método de clasificación Q de Barton son menos numerosas, pero se repasarán todas aquellas de las que se ha tenido conocimiento.

Existen formulaciones dependientes de la rigidez de la roca matriz (Tabla 2.7), tales como la propuesta por Singh y Bhasin (1996) o la de Ramamurthy (2004), ajustada mediante bases de datos y correlaciones disponibles en la literatura técnica.

Tabla 2.7. Formulaciones empíricas dependientes de Q y del módulo E_i (intacto)

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Singh y Bhasin	1996	Q, E_i	$E_{RM} = 1.5 \cdot Q^{0.6} \cdot E_i^{0.14}$
Ramamurthy	2004	Q, E_i	$E_{RM} = E_i \cdot \exp(0.8625 \cdot \log_{10} Q - 2.875)$

Relaciones independientes del módulo de la roca intacta fueron desarrolladas por diversos autores (Tabla 2.8); el primero fue Fujita (1977, a través de (L'A.F.T.E.S, 2003)). Barton no publicó su propia relación empírica hasta 1983 (Barton, (1983)), donde además incorporó como parámetro la resistencia a compresión simple.

La lista la completan otros autores como Grimstad y Barton (1993) - que ajustaron su modelo dependiente únicamente de Q mediante datos experimentales (perfiles sísmicos y sondeos) de roca dura en Suecia y Noruega -, Jasarevic y Kovacevic (1996), que emplearon regresión estadística a partir de una decena de ensayos *in situ* realizados en macizos croatas, y los autores de otros estudios ya mencionados como Kang et al (2013) y Mohammadi y Ajalloeian (2014), que propusieron otras formulaciones aparte de la basada en el sistema Q en sus publicaciones.

Ha de mencionarse también el ya citado estudio de Sanei et al (2013) en la presa de Bakhtiary (Irán), a partir de regresión lineal de datos de ensayos *in situ*, que arrojó entre otras una ecuación dependiente del índice Q.

El estudio desarrollado por Hua et al (2021) incluyó el ajuste estadístico de relaciones empíricas dependientes del índice Q y de la velocidad de propagación de ondas de compresión (v_p). El tratamiento estadístico se realizó en base a 84 sets de datos procedentes de los macizos de pizarras y mármoles bajo la estación hidroeléctrica Yalong del río Jinping, en China. Estos datos, junto con el ajuste multivariable, son mostrados en la Figura 2.13.

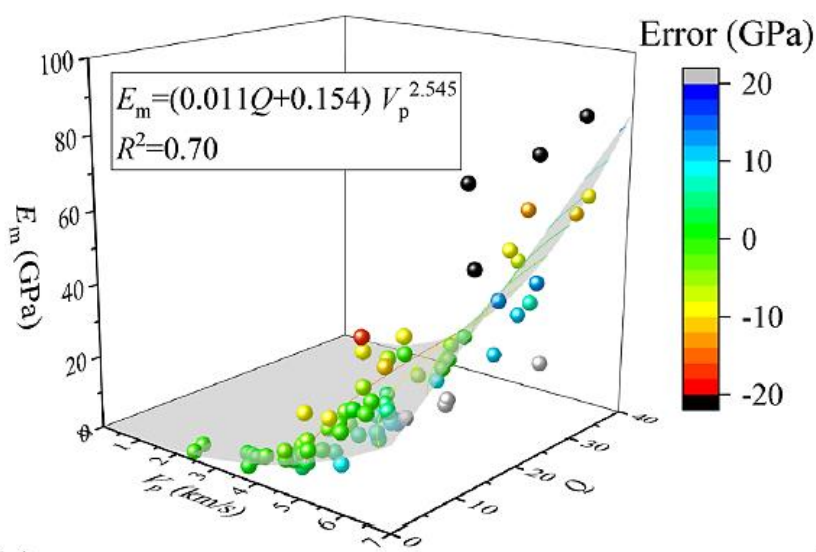


Figura 2.13. Ajuste multivariable de Hua et al (2021) en función de Q

Tabla 2.8. Formulaciones empíricas dependientes de Q

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Fujita	1977	Q	$E_{RM} = 25 \ln Q$ ó $10 \ln Q$
Barton	1983	Q	$E_{RM} = 10 \cdot Q^{1/3}$ $Q > 1$
Grimstad y Barton	1993	Q	$E_{RM} = 25 \log_{10}(Q)$ $Q > 1$
Jasarevic y Kovacevic	1996	Q	$E_{RM} = 0.7971 + 0.729 \ln Q$
Kang et al	2012	Q	$E_{RM} = 10^{(0.32 \log Q + 0.585)}$
Sanei et al	2013	Q	$E_{RM} = 0.0008Q^2 + 0.3036Q + 3.8688$
Mohammadi y Ajalloeian	2013	Q	$E_{RM} = -0.016Q^2 + 1.581Q + 0.961$
Kang et al	2013	Q	$E_{RM} = 10^{0.32 \cdot \log Q + 0.585}$
Hua et al	2021	Q	$E_{RM} = 1.42Q + 3.42$
Hua et al	2021	Q, v_p	$E_{RM} = (0.011 + 0.154 \cdot Q) \cdot v_p^{2.545}$

Como en los casos anteriores, se incluye a continuación una representación de las relaciones empíricas dependientes del índice Q en todo su rango de aplicación (de 0,001 a 1000), en la Figura 2.14 y la Figura 2.15. De nuevo, se considera un módulo de deformación de la roca intacta de 20 GPa en aquellas formulaciones que lo requieren. El análisis de su evolución apunta, en algunos casos como el de Singh y Bashin (1996), aspectos tales como límites en su rango de aplicabilidad. Del mismo modo, y si bien la evolución general de todas las formulaciones en función de Q es similar, se aprecian ciertas tendencias disonantes (Sanei et al (2013), Mohammadi y Ajalloeian (2014)) que pueden apuntar a particularidades en la definición de estas formulaciones o, de nuevo, a rangos óptimos de aplicabilidad en función de la calidad del macizo.

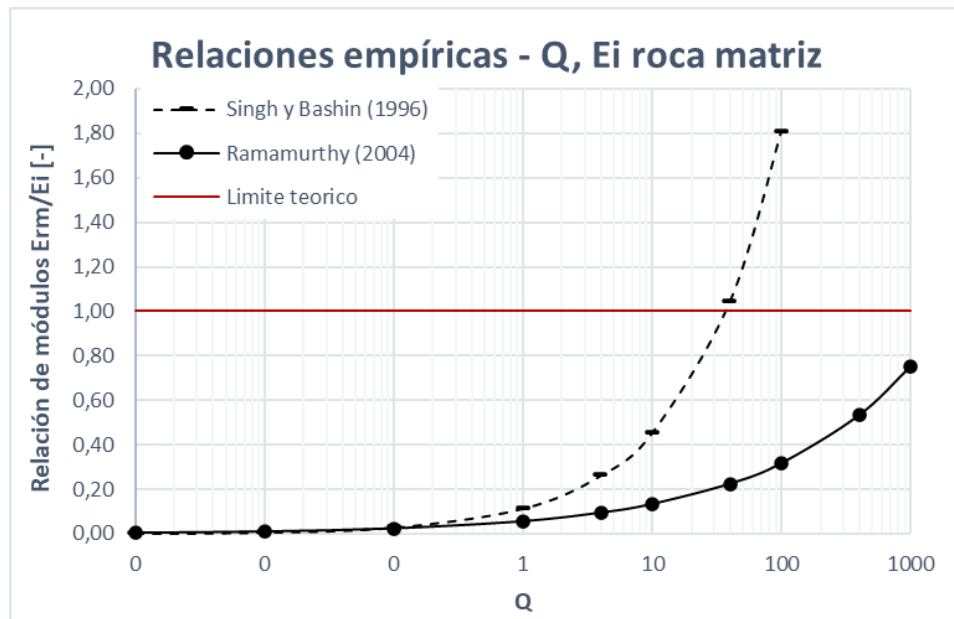


Figura 2.14. Formulaciones empíricas dependientes de Q y del módulo de la roca matriz

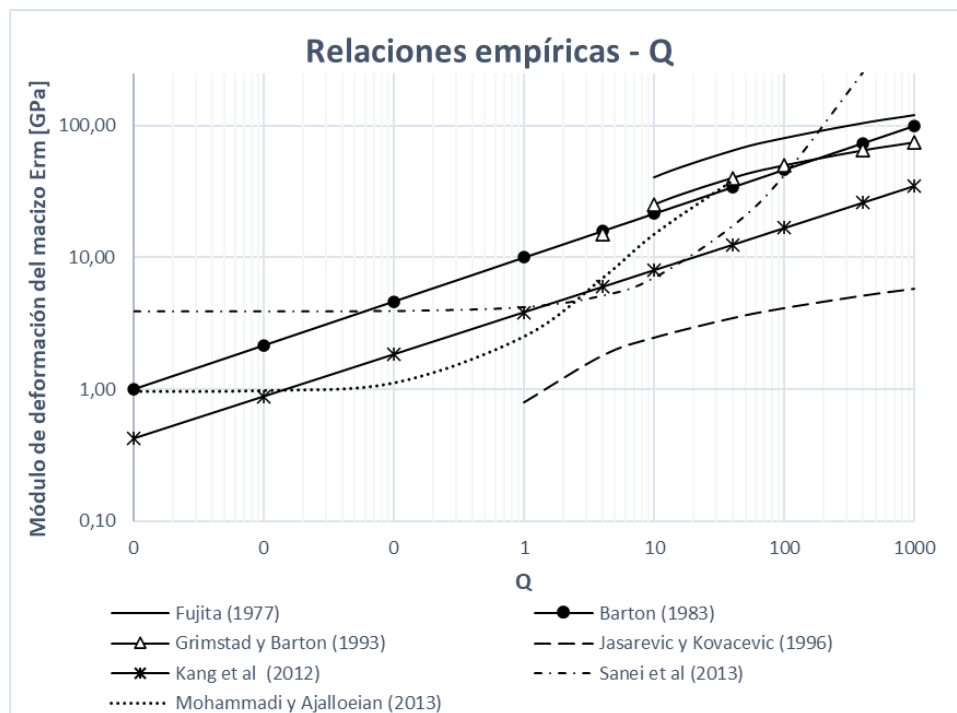


Figura 2.15. Formulaciones empíricas dependientes de Q

2.2.2.4. Relaciones dependientes del GSI

Tras proponer Hoek y Brown el GSI como índice de clasificación alternativo al RMR, comenzaron a surgir modelos basados también en este parámetro, resumidos en la Tabla 2.9 y la Tabla 2.10.

Tabla 2.9. Formulaciones empíricas dependientes del GSI y del módulo E_i (intacto)

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Carvalho	2004	GSI, E_i	$E_{RM} = E_i \cdot (e^{(GSI-100)/9})^{1/4}$
Sonmez et al	2004	GSI, D, E_i	$E_{RM} = E_i \cdot (s^a)^{0.4}$ $s = \exp[(GSI - 100)/(9 - 3D)]$ $a = 0.5 + \frac{1}{6}(\exp(-GSI/15) + \exp(-20/3))$
Hoek y Diederichs	2006	GSI, D, E_i	$E_{RM} = E_i \left[0.02 + \frac{1 - D/2}{1 + e^{\frac{60+15D-GSI}{11}}} \right]$
Yang	2006	GSI, E_i	$E_{rm} = \frac{E_i}{100} \cdot \exp\left(\frac{GSI}{21.7}\right)$
Vásárhelyi y Kovács	2017	GSI, D, E_i	$E_{RM} = E_i \cdot \exp((GSI - 100)/A)$ $A = 23.776 \text{ a } 13.284 \text{ según } D$
Torbica y Lapcevic	2019	GSI, E_i , profundidad z (km)	$E_{RM} = 0.059 \cdot \exp[0.0736(GSI + 27z)] +$ $\frac{E_i \cdot GSI}{600} \cdot (27z)^{0.1}$

El primero fue propuesto por Carvalho (2004), dependiente además de la rigidez de la roca intacta. Le siguieron Sonmez et al (2004), en un estudio basado en el criterio de rotura de Hoek y Brown (2002) y completado con los datos *in situ* disponibles de velocidad de ondas de corte en macizos alterados y no alterados, y datos de campo en obras de excavación de dos obras: la mina en pozo de Deriner (Artvin, Turquía), las galerías de la presa de Ermenek (Konya, Turquía) y su cámara de aprovechamiento hidroeléctrico.

Los siguientes fueron Hoek y Diederichs (2006) basando su formulación en el ajuste con función sigmoide de datos de deformación *in situ* de China y Taiwán, y otros obtenidos de distintos autores (Figura 2.16).

El modelo empírico más reciente de este tipo fue propuesto por Vásárhelyi y Kovács (2017), dependiente además del índice de alteración (D) de Hoek y Brown, y basado en datos de fuentes bibliográficas. También en 2006, Yang (2006) propuso otra formulación empírica dependiente del GSI en base a datos publicados previamente por Bieniawski (1978), Serafim y Pereira (1983) y Versteil y Shumway (2004).

Más recientemente, Torbica y Lapcevic (2019) publicaron una formulación empírica que se basa en modelos analíticos precedentes que muestran la dependencia de la deformabilidad respecto al confinamiento. Para su ajuste, toma datos de fuentes bibliográficas, ilustrados en la Figura 2.17, procedentes de Verman et al (1997) y Cai et al (2004).

En lo referente a modelos basados en el GSI e independientes del módulo de elasticidad de la roca matriz (Tabla 2.10), el primer trabajo referenciado es el de Gokceoglu et al (2003), cuya ecuación se publicó junto con formulaciones dependientes de otros parámetros, según se ha mencionado anteriormente.

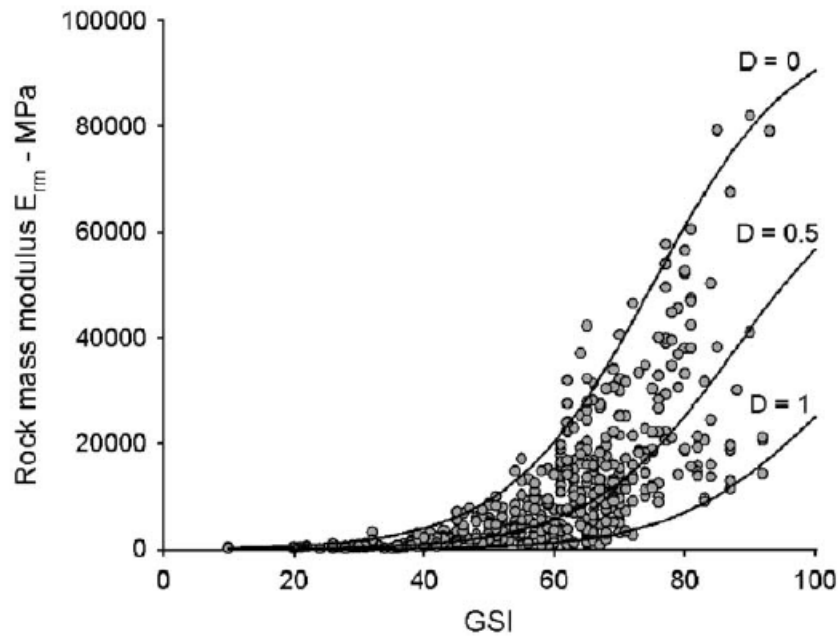


Figura 2.16. Datos de China y Taiwán medidos y formulación propuesta en el estudio de Hoek y Diederichs (2006)

La fórmula empírica más utilizada de entre los modelos de este tipo, sin embargo, es la de Hoek y Diederichs (2006), en el mismo estudio recién mencionado donde también proponían una formulación dependiente del módulo de elasticidad. También en el estudio de Isik et al (2008) el modelo propuesto, dependiente del GSI, aparece junto al caso de estudio dependiente del RMR.

Se sucedieron más estudios después de los mencionados. Ghamgosar et al (2010), con correlación estadística y análisis de sensibilidad sobre 51 muestras de laboratorio y dilatómetros in situ en presas del río Karun en Irán (Karun III, Karun IV y la presa de Azadrood). Ese mismo año se publicó el trabajo de Beiki et al (2010), que mediante programación genética y con posteriores análisis de sensibilidad, buscó los parámetros de mayor influencia en la deformabilidad del macizo (resultando ser el GSI y la resistencia uniaxial) y ajustó una relación en base a 150 sets de datos procedentes las presas de Siah-Bises, Parsian, Bakhtiari y Gotvand, todas ellas en Irán. También en Irán, en 2013, se realizó un estudio en la presa de Bakhtiari que resultaría en la publicación de Sanei et al (2013), ya mencionada, donde se recoge una ecuación dependiente del GSI.

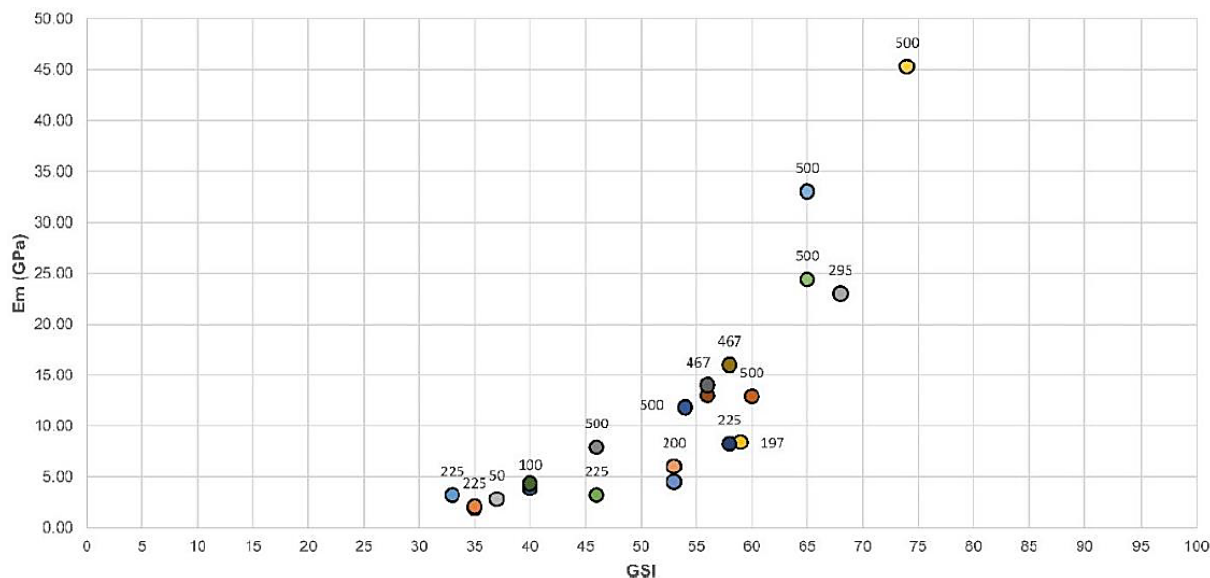


Figura 2.17. Datos de módulos de elasticidad dependientes del GSI y la profundidad empleados por Torbica y Lapcevic (2019)

Vásárhelyi y Kovács (2017), cuyo estudio ya ha sido mencionado también proponen una formulación dependiente únicamente del GSI.

Tabla 2.10. Formulaciones empíricas dependientes del GSI

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Gokceoglu et al	2003	GSI	$E_{RM} = 0.1451 \cdot \exp(0.0652 \cdot GSI)$
Hoek y Diedrichs	2006	GSI, D	$E_{RM} = 100 \left[\frac{1 - D/2}{1 + e^{\frac{75+25D-GSI}{11}}} \right]$
Isik et al	2008	GSI	$E_{RM} = 5.47 \cdot GSI \cdot 10^{-3}$
Ghamgosar et al	2010	GSI	$E_{RM} = 0.0912 \cdot \exp(0.0866 \cdot GSI)$
Beiki et al	2010	GSI, σ_{ci}	$E_{RM} = \tan \left[\sqrt{1.56 + (\ln GSI)^2} \right] \cdot \sigma_{ci}^{1/3}$
Sanei et al	2013	GSI	$E_{RM} = 0.0222 \cdot GSI^2 - 2.1172 \cdot GSI + 54.24$
Vásárhelyi y Kovács	2017	GSI, σ_{ci}	$E_{RM} = \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} \cdot 10^{(GSI-10)/40}$ $\sigma_{ci} (<100 \text{ Mpa})$

En concordancia con los apartados anteriores, las Figura 2.18 y Figura 2.19 muestran la evolución de los módulos de deformación estimados con las relaciones empíricas anteriores en función del GSI en todo su rango (10 a 100).

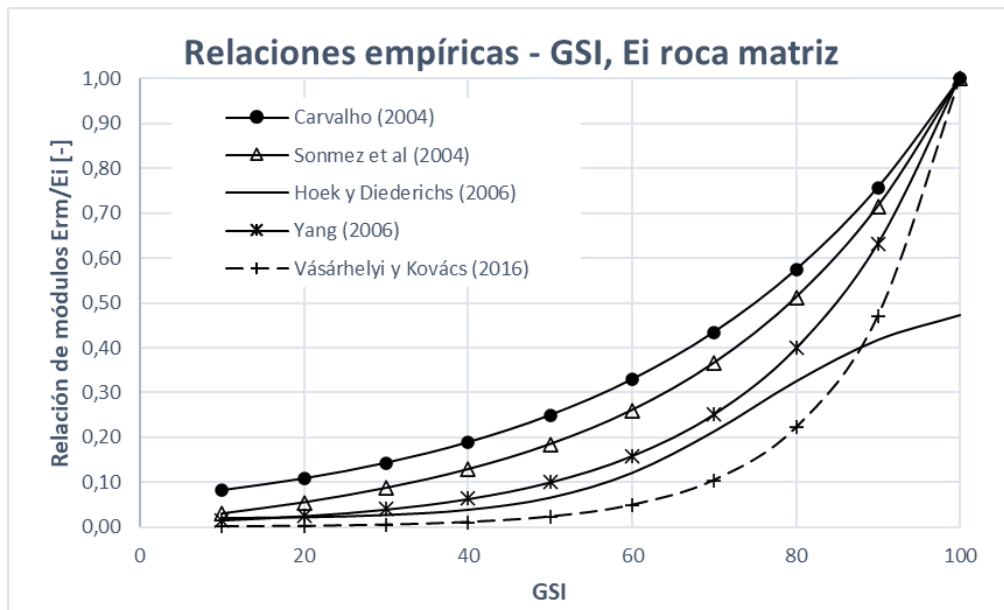


Figura 2.18. Formulaciones empíricas dependientes del GSI y del módulo de la roca matriz

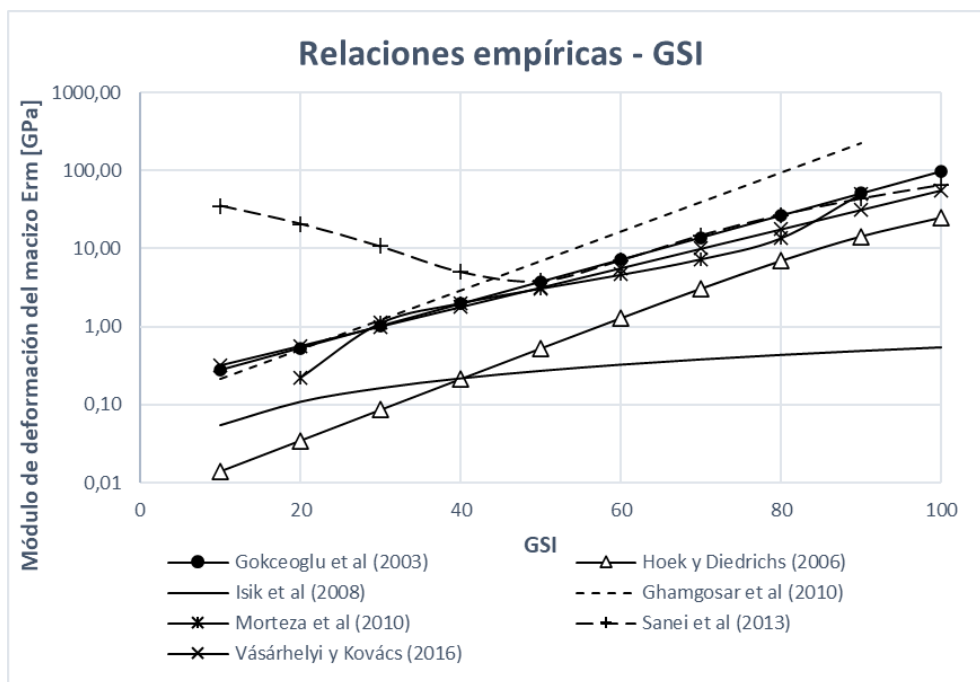


Figura 2.19. Formulaciones empíricas dependientes del GSI

Una vez más, se asume que el macizo tiene una resistencia a compresión simple de 10 MPa y un módulo de deformabilidad de 20 GPa. Estas gráficas ponen de relieve ciertas tendencias de evolución que apuntan a rangos de aplicabilidad (como en los casos de Hoek y Diederichs (2006) para valores elevados del GSI, y en valores bajos para Sanei et al (2013)). Se aprecia que, en general, la evolución de todas las formulaciones es similar, y la diferencia de magnitud se debe, en términos generales, a las diferentes litologías empleadas para el ajuste de cada formulación.

2.2.2.5. Relaciones dependientes de otros índices

Las formulaciones mencionadas hasta ahora cubren los desarrollos apoyados en los sistemas de clasificación más extendidos. Quedan otros índices menos utilizados, como el RMi (*Rock Mass Index*), presentado por Palmström en su tesis y posteriores publicaciones (1996), y para el que ya entonces propuso una relación empírica de deformabilidad. Palmström y Singh (2001) desarrollaron otra formulación empírica únicamente dependiente de este parámetro a partir de datos de ensayos in situ en Nepal, India y Bután (Tabla 2.11).

Tabla 2.11. Formulaciones empíricas dependientes del RMi

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Palmström	1996	RMi	$E_{RM} = 5.6 \cdot RMi^{0.375}$
Palmström y Singh	2001	RMi	$E_{RM} = 5.6 \cdot RMi^{0.375}$ $RMi > 0.1$
Palmström y Singh	2001	RMi	$E_{RM} = 7 \cdot RMi^{0.4}$ $30 > RMi > 1$

2.2.2.6. Relaciones dependientes de índices compuestos

Más recientemente, algunos autores han comenzado a desarrollar formulaciones más complejas, no dependientes directamente de uno solo de los índices de clasificación y que pretenden superar sus limitaciones (Tabla 2.12).

La primera opción a este respecto es crear índices compuestos de los anteriores (índices de daño). Es el caso de Ván y Vásárhelyi (2010), cuya formulación depende del índice compuesto MR y además de la alteración (D) y la rigidez de la roca intacta, y se ajusta a partir de los resultados de otras relaciones empíricas preexistentes.

La otra opción es el desarrollo de formulaciones que no dependen del índice de clasificación completo, sino de cada una de sus componentes. Siguen este camino Nejati et al (2014), con su formulación dependiente de cada una de las puntuaciones parciales del RMR, obtenida por algoritmos de redes neuronales (ANN) y análisis estadístico y probabilístico de los datos de la presa de Gotvand (Irán).

A ellos podemos sumarle el modelo desarrollado por Beiki et al (2011) con métodos sofisticados; se trata de una formulación basada en el agrupamiento difuso (*fuzzy – clustering based model*), obtenida a través de un sistema de inferencia difusa (ANFIS) que modifica un modelo preexistente basado en agrupamientos. La innovación consiste en que el modelo es dependiente de más de un sistema de clasificación (GSI y RQD), superando las limitaciones de cada uno de ellos por separado. Incluye además las propiedades de la roca matriz (no consideradas por ninguno de esos índices) al hacer la formulación dependiente de la resistencia a compresión simple.

Son visibles, por tanto, los esfuerzos que se están realizando en los últimos tiempos por superar las limitaciones inherentes a los modelos empíricos clásicos. Incorporando nuevas

técnicas y parámetros diferentes se puede mejorar la correlación obtenida localmente. La universalización de un modelo de deformabilidad, sin embargo, pasa de forma casi necesaria por desarrollar uno analítico y adaptable.

Tabla 2.12. Formulaciones empíricas compuestas

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Ván y Vásárhelyi a	2010	RMR, D_{CRIT} , Ei	$E_{RM} = Ei \cdot \exp(-4.358 \cdot MR)$ $MR = D_{CRIT} \cdot (1 - RMR/100)$
Ván y Vásárhelyi b	2010	RMR, D_{CRIT} , Ei	$E_{RM} = Ei \cdot \exp(-4.44 \cdot MR)$
Ván y Vásárhelyi c	2010	RMR, D_{CRIT} , Ei	$E_{RM} = Ei \cdot \exp(-2.624 \cdot MR)$
Ván y Vásárhelyi d	2010	RMR, D_{CRIT} , Ei	$E_{RM} = Ei \cdot \exp(-2.778 \cdot MR)$
Beiki et al	2011	σ_{ci} , GSI, RQD	Fuzzy – clustered model. Sin ecuación.
Nejati et al	2014	σ_{ci} , RQD, estado de juntas, agua, espaciamiento, RMR	$E_{RM} = -7.192 + 0.06469 \cdot RMR_{\sigma_{ci}} +$ $0.20481 \cdot RMR_{RQD} + 0.30974 RMR_{JS} +$ $0.3838 \cdot RMR_{JC} + 0.01716 \cdot RMR_{WD}$
Nejati et al	2013	σ_{ci} , RQD, estado de juntas, agua, espaciamiento, RMR	Artificial Neural Network. Sin ecuación.

2.2.3. Relaciones empíricas independientes de índices de clasificación

Existen, en número significativamente menor, formulaciones independientes de los índices de clasificación geomecánica. A continuación, se presenta un resumen exhaustivo de ajustes no dependientes de índices de clasificación, catalogados según los parámetros en los que se basan.

2.2.3.1. Relaciones dependientes de la resistencia a compresión simple

La relación existente entre el módulo de deformación y la resistencia a compresión simple es un tema tratado por diversos autores (Deere y Miller (1967), Galera et al (2007), o Vásárhelyi y Kovács (2017)). Esta relación ha llevado a que numerosos estudios ofrezcan formulaciones empíricas basadas en ambos parámetros.

La primera fue propuesta por Rowe y Armitage (1984), que realizaron un ajuste a partir de un gran número de ensayos de campo, ejecutados en macizos rocosos con discontinuidades cerradas.

Tugrul y Zarif (1999) tomaron muestras de macizos graníticos en varios puntos de Turquía y realizaron ensayos *in situ*, de laboratorio y petrográficos para la determinación de múltiples parámetros. Con esto, estimaron correlaciones mediante análisis de regresión. Entre las fórmulas incluidas en la publicación, se encuentra la que relaciona la resistencia a compresión simple con el módulo de deformación. Un año más tarde, los mismos autores publicaron un

nuevo estudio; Tugrul y Zarif (2000), donde se realizó un análisis de la alteración de macizos de calizas de Turquía. En el marco de esa investigación, se aprovecharon los resultados de los ensayos de campo y laboratorio para desarrollar otra correlación entre la resistencia a compresión simple y el módulo de deformación, incluida en la publicación.

Ese mismo año, Gupta y Rao (2000) publicaron un estudio centrado en el análisis de rocas cristalinas, concretamente granitos, basaltos y cuarcitas de la India. Aportaron una relación empírica ajustada por regresión a partir de datos de ensayos de compresión simple, teniendo en cuenta la influencia de la litología y el nivel de alteración de los macizos, determinado mediante reconocimientos de campo.

El estudio realizado por Lashkaripour (2002) también se basó en una litología concreta, específicamente en macizos de calizas. Los datos se reunieron mediante realización de ensayos y una extensa revisión bibliográfica. Mediante regresión, se ajustó una formulación que después se comparó con otras relaciones empíricas. El estudio incluye la relación del módulo de deformación con la resistencia a compresión simple (Tabla 2.13) y con la porosidad (Tabla 2.16).

En la investigación publicada por Chatterjee y Mukhopadhyay (2002) se realizó un análisis de los macizos ubicados en las cuencas de Cauvery y Krishna – Godavari, en la costa este de la India. Se tomó un total de 22 muestras de roca de litologías variadas, siendo la arenisca la más común. Entre los ensayos de laboratorio realizados figuran un total de 22 ensayos de resistencia a compresión simple y 15 de determinación del módulo estático. Con los datos obtenidos de esta campaña, se ajustó una correlación entre ambos parámetros mediante regresión lineal.

Dincer et al (2004) centraron su estudio en las rocas volcánicas de la península de Bodrum, en Turquía, consistentes en andesitas, basaltos y tobas. Reunieron datos mediante toma de muestras en 24 puntos y ensayos de laboratorio de resistencia a compresión simple y módulo de deformación. Además, se realizaron reconocimientos *in situ* con esclerómetro. Los datos obtenidos se correlacionaron mediante análisis estadístico, dando lugar a relaciones del módulo de deformación con la resistencia a compresión simple (Tabla 2.13) y con los resultados del esclerómetro (Tabla 2.15).

Unos años después, Shalabi et al (2007) publicaron un estudio orientado a correlacionar el módulo y la resistencia a compresión simple con resultados de dureza superficial en dolomías y pizarras (Tabla 2.15). Sin embargo, también ofrece una correlación entre los dos primeros, mostrada en la Tabla 2.13. Los datos utilizados para el ajuste de las correlaciones se obtuvieron a partir de ensayos de laboratorio e *in situ* realizados en dolomías, calizas y esquistos de varios puntos de Norteamérica.

Palchik (2011) utilizó datos de calizas y dolomías tomados en varios puntos de Israel para ajustar otra relación entre módulo de deformación y resistencia a compresión simple mediante

regresión lineal (Figura 2.20). Las muestras se utilizaron para realizar 68 ensayos de resistencia a compresión simple con bandas extensométricas.

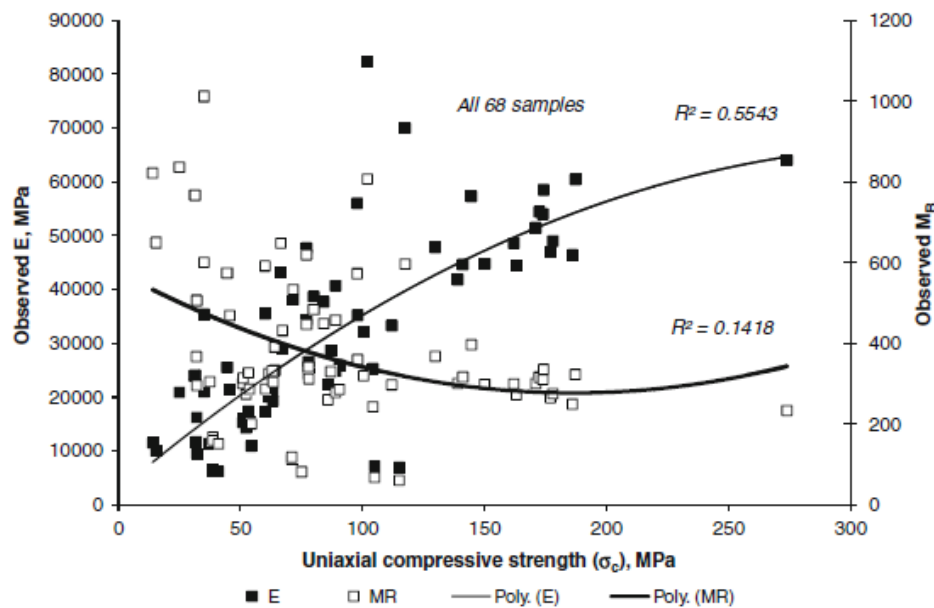


Figura 2.20. Datos y ajuste de la relación entre resistencia a compresión simple, módulo de deformación y ratio $M_R = E/\sigma_{ci}$, según Plachik (2011)

El siguiente estudio que se publicó fue el de Pappalardo (2015). La investigación se centró en las dolomías sicilianas de Castelmola y Taormina, donde se realizaron estaciones geomecánicas, ensayos geofísicos, sondeos y ensayos de laboratorio. El estudio realmente está enfocado a la obtención de correlaciones con las propiedades dinámicas del macizo (presentes en la Tabla 2.14), pero también se incluyó una correlación entre el módulo de deformación y la resistencia a compresión simple, mediante regresión estadística de los datos de ensayos de laboratorio.

Sari (2018) presentó una expresión general para todo tipo de rocas mediante el uso de una base de datos extensa, con 4491 sets de datos obtenidos mediante una revisión bibliográfica completa.

La publicación más reciente de este tipo es la de Pappalardo y Mineo (2022), que ajustaron un conjunto de relaciones empíricas dependientes de varios parámetros, entre ellos, la resistencia a compresión simple. Para ello, se valieron de un conjunto de 36 muestras tomadas del este de Sicilia (Italia) en macizos de calizas, calcarenitas, mármoles y areniscas, y de un ajuste con redes neuronales (ANN) y *machine learning*.

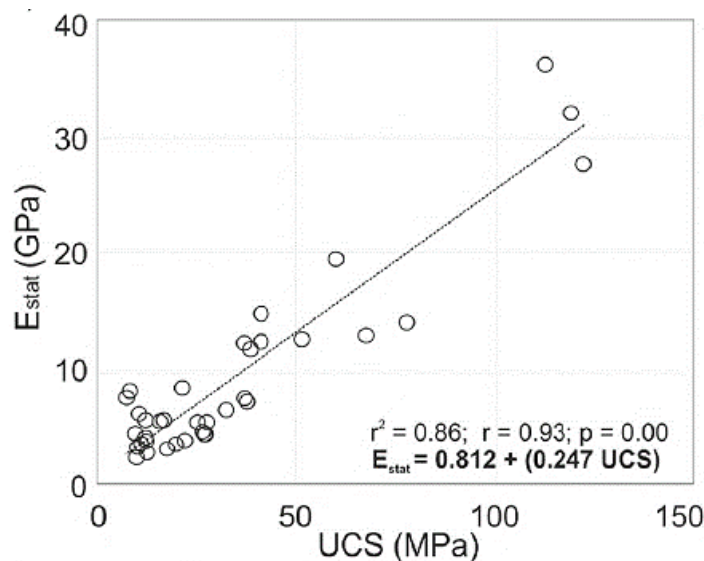


Figura 2.21. Conjunto de datos y ajuste de correlación dependiente de la resistencia a compresión simple (Pappalardo & Mineo, 2022)

Tabla 2.13. Formulaciones dependientes de la resistencia a compresión simple

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Rowe y Armitage	1984	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.215 \cdot \sqrt{\sigma_{ci}}$
Tugrul y Zarif	1999	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.35 \cdot \sigma_{ci} - 12$
Tugrul y Zarif	2000	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.512 \cdot \sigma_{ci} - 20.41$
Gupta y Rao	2000	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.286 \cdot \sigma_{ci}^{0.98}$ Rocas ígneas
Gupta y Rao	2000	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.080 \cdot \sigma_{ci}^{1.91}$ Sedimentarias
Gupta y Rao	2000	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.150 \cdot \sigma_{ci}^{1.11}$ General
Lashkaripour	2002	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.1033 \cdot \sigma_{ci}^{1.086}$
Chatterjee y Mukhopadhyay	2002	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.73 \cdot \sigma_{ci} + 0.17$
Dincer et al	2004	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.17 \cdot \sigma_{ci} + 0.28$
Shalabi et al	2007	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.531 \cdot \sigma_{ci} + 9.567$
Palchik	2011	Densidad ρ , σ_{ci}	$E_{RM} = -88.4 + 52.1 \cdot \rho + 0.042 \cdot \sigma_{ci}$
Palchik	2011	Densidad ρ , σ_{ci}	$E_{RM} = -147.9 + 75.2 \cdot \rho + 0.046 \cdot \sigma_{ci}$
Palchik	2011	Densidad ρ , σ_{ci}	$E_{RM} = -40.6 + 24.3 \cdot \rho + 0.162 \cdot \sigma_{ci}$
Rabbani et al	2012	σ_{ci}	$E_m = 0.243 \cdot \sigma_c - 0.555$
Pappalardo	2015	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.199 \cdot \sigma_{ci} - 3.970$
Pappalardo	2015	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.116 \cdot \sigma_{ci} - 1.301$
Sari	2018	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.280 \cdot \sigma_{ci} + 4.05$
Sari	2018	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.204 \cdot \sigma_{ci}^{1.072}$

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Pappalardo y Mineo	2022	σ_{ci}	$E_{RM} = 0.247\sigma_{ci} + 0.812$
Pappalardo y Mineo	2022	$\sigma_{ci}, \gamma_{esp}$	$E_{RM} = 0.286\sigma_{ci} - 0.0056\gamma_{esp} + 11.87$

2.2.3.2. Relaciones dependientes de parámetros dinámicos

Otra de las principales fuentes de datos para la estimación de los parámetros de macizos rocosos son los ensayos geofísicos. A este efecto, se ofrece a continuación una selección de la amplísima bibliografía de relaciones empíricas basadas en resultados de geofísica sísmica y ultrasónica.

Ya en los años setenta, Belikov et al (1970) propusieron la primera formulación de estimación del módulo de deformación a partir del módulo dinámico estimado mediante ensayos. Poco después, Grujic (1974) propuso otra relación basada, esta vez, en la velocidad de ondas longitudinales obtenida mediante ensayos de impulso ultrasónico y ajustada con datos de 13 ensayos de gato plano. Para la obtención de los datos de ajuste, se realizaron ensayos en las calizas de la presa de Mratinje (Montenegro). Se valió de dos procedimientos de determinación de la velocidad de ondas; mediante gatos hidráulicos aplicados a macizos rocosos y mediante ensayos en paredes de galerías de inspección.

En los años ochenta, King (1983) publicó su estudio, realizado a partir de datos de ensayos realizados en macizos del Escudo Canadiense; se cuenta con 174 resultados de módulos elásticos estáticos, además de ensayos geofísicos de velocidad de ondas, a partir de los cuales se obtienen los módulos dinámicos. En la misma década, Van Heerden (1987) presentó una formulación que pretendía cubrir un amplio rango de macizos, para lo cual se valió de ensayos en diez tipos distintos de roca con valores del módulo de entre 7 y 150 GPa, incluyendo areniscas, cuarcitas, magnetitas y noritas. Por su parte, Eissa y Kazzi (1988) basaron su modelo empírico en 76 sets de datos bibliográficos. Estos datos incluyen ensayos sísmicos realizados en diversos tipos de roca para la obtención del módulo dinámico, concretamente ensayos de columna resonante e impulso ultrasónico.

La investigación publicada por McCann y Entwisle (1992) relaciona los módulos estático y dinámico de macizos rocosos mediante un ajuste de datos de sondeos en el Reino Unido. Los datos de módulos dinámicos se estimaron mediante correlación con la velocidad de ondas de corte, obtenida de sondeos recogidos en el *British Geological Survey* y de tres perforaciones en Caithness (Escocia), en granitos y rocas metasedimentarias. Los datos de módulos de deformación estáticos, por su parte, se obtuvieron a partir de ensayos de laboratorio con galgas extensométricas. Todos esos datos pueden verse en la Figura 2.22.

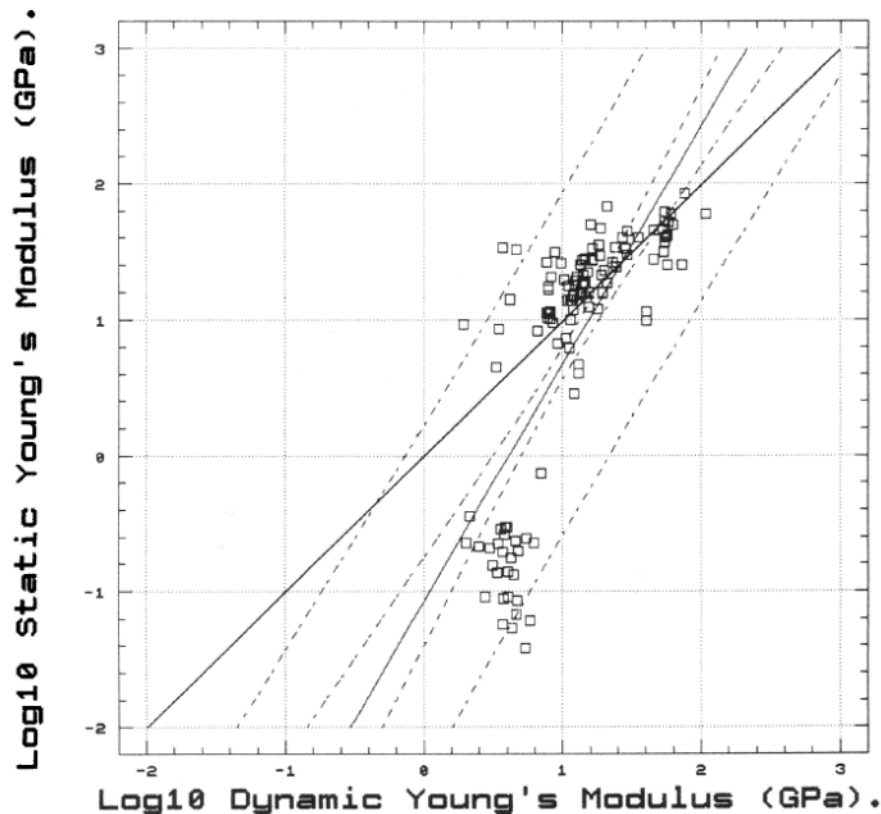


Figura 2.22. Datos y ajustes de la relación entre módulos estático y dinámico, (McCann & Entwisle, 1992)

Poco después, Grasso et al (1993) publicaron un estudio centrado en la aplicabilidad de diversos ensayos a la estimación de parámetros de macizos rocosos. Entre los ensayos analizados se encuentran los de medición de velocidad de ondas longitudinales, para los que se ofrece una relación empírica con el módulo de elasticidad estático, ajustada mediante datos de ensayos en lutitas. Ese mismo año, Clerici (1993), propuso una formulación empírica en función de los módulos de elasticidad estático (*in - situ*) y dinámico (*in - situ* y de la roca intacta).

La formulación empírica de Jasarevic y Kovacevic (1996), dependiente de la velocidad de ondas longitudinales, se ajustó mediante datos disponibles de infraestructuras de la zona costera de Croacia, situadas en formaciones calizas.

También en la velocidad de ondas de compresión se basa el estudio publicado por Starzec (1999), concretamente en la aplicación de métodos ultrasónicos en rocas cristalinas. Para realizar su ajuste, se valió de datos de ensayos ultrasónicos y con galgas extensométricas, realizados en laboratorio en 300 muestras de rocas ígneas y metamórficas del sudoeste de Suecia.

Ohen (2003) centró su estudio en la modelización dinámica aplicada a instalaciones de extracción de petróleo y gas, con datos de esquistos del Golfo de México. En el marco del

análisis de fallos en macizos de este tipo, ajustó una relación entre los módulos estáticos y dinámicos.

Un año después, Yasar y Erdogan (2004) publicaron su investigación, que busca relaciones para obtener propiedades como la densidad, la resistencia a compresión simple o el módulo de deformación a partir de velocidades de ondas de compresión, aplicado a rocas carbonatadas. Para ello, realizaron ensayos de laboratorio en dolomías, mármoles y calizas, cuyas muestras fueron tomadas de varias canteras de Turquía. Con el objetivo de eliminar la influencia de la anisotropía de su estudio, seleccionaron rocas sin planos de estratificación.

Poco después se publica el estudio de Barton (2007), en el marco del cual se ofrecen relaciones del módulo de deformación con la velocidad de ondas de compresión y la resistencia a compresión simple. El ajuste se realizó mediante datos de estaciones de metro en granitos en Sudamérica y perforaciones de túneles en China, Inglaterra y Noruega, entre otras localizaciones.

Yilmaz y Yuksek (2009) ofrecen una relación empírica para yesos, ajustada mediante regresión múltiple, redes neuronales (ANN) y modelos ANFIS (sistemas neurodifusos adaptativos de inferencia). La estimación de parámetros para el ajuste se realizó en base a datos de esclerómetro, ensayos de velocidad de propagación de ondas y ensayos de carga puntual. Todos estos ensayos se realizaron en laboratorio, en el marco del estudio, sobre muestras tomadas en una extensa campaña en los yesos de la cuenca de Sivas, en Turquía.

Martínez-Martínez et al (2012) se centraron en rocas carbonatadas, usando la tecnología de impulso ultrasónico y considerando macizos con condiciones variables de homogeneidad, monolitismo y alteración. Las litologías analizadas en el marco del estudio también son variadas; calizas, travertinos, mármoles y dolomías. En su estudio, introducen un factor de atenuación espacial que corrige la relación entre los módulos estáticos y dinámicos en rocas fracturadas o con oquedades. Ese mismo año, Rabbani et al (2012) emplearon una red neuronal (ANN) para estimar la resistencia a compresión simple y el módulo de deformación en función de parámetros dinámicos. Para ello, se valieron de resultados de varios ensayos geofísicos (unos 5000 datos de pozos petrolíferos al sur de Irán) y de correlaciones existentes.

Posteriormente se publica la investigación de Brotons et al (2014), basada en análisis en calcarenitas mediante ensayos no destructivos. Su ajuste se realizó mediante datos de 24 muestras de rocas de la región de Alicante (España), ensayadas mediante impulso ultrasónico a diferentes temperaturas. Los módulos estáticos se estimaron mediante ensayos de resistencia a compresión simple con bandas extensométricas.

Los estudios más recientes disponibles son los de Pappalardo (2015), Sari (2018) y Pappalardo y Mineo (2022), cuyas características se han desarrollado en el apartado 2.2.3.1. Aparte de las relaciones dependientes de la resistencia a compresión simple, sus estudios incluían formulaciones basadas en la velocidad de propagación de ondas longitudinales.

Además, se incluye el estudio multivariable de Hua et al (2021), mencionado en el apartado 2.2.2.3, por incluir una relación dependiente del índice Q y la velocidad de propagación de ondas de compresión.

Tabla 2.14. Formulaciones dependientes de parámetros dinámicos

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Belikov et al	1970	E_{dyn}	$E_{RM} = 1.137E_{dyn} - 9.685$
Grujic	1974	v_p	$E_{RM} = 15.3 + 6.59 \frac{v_p - 3660}{1000}$
King	1983	E_{dyn}	$E_{RM} = 1.263 \cdot E_{dyn} - 29.5$
Van Heerden	1987	E_{dyn}	$E_{RM} = a \cdot E_{dyn}^b$ <i>a, b stress dependent parameters</i> e.g. $a = 0.075, b = 1.560$
Eissa y Kazi	1988	E_{dyn}	$E_{RM} = 0.64 \cdot E_{dyn} - 0.32$
McCann y Entwisle	1992	E_{dyn}	$E_{RM} = 0.69 \cdot E_{dyn} + 6.40$
McCann y Entwisle	1992	E_{dyn}	$\log_{10} E_{RM} = 1.749 \log_{10} E_{dyn} - 1.075$
Grasso et al	1993	v_p	$E_{RM} = 0.29 \cdot \exp(1.08 \cdot v_p)$
Clerici	1993	E_{dyn} , E estático y dinámico de roca matriz ($E_{st,i}, E_{dyn,i}$)	$E_{RM} = E_{st,i} \cdot \frac{E_{dyn}}{E_{dyn,i}}$
Jasarevic y Kovacevic	1996	v_p (km/s)	$E_{RM} = 4.950 + 0.900 \cdot v_p$
Starzec	1999	E_{dyn}	$E_{RM} = 0.48 \cdot E_{dyn} - 3.26$
Ohen	2003	E_{dyn}	$E_{RM} = 0.0158 \cdot E_{dyn}^{2.74}$
Yasar y Erdogan	2004	v_p (km/s)	$E_{RM} = 10.67 \cdot v_p - 18.71$
Barton	2007	v_p (km/s)	$E_{RM} = 10^{1+(v_p-3.5)/3}$
Barton	2007	σ_{ci}, v_p (km/s)	$E_{RM} = 10^{\frac{1}{3}(v_p-2.5 \ln \sigma_{ci})}$
Yilmaz y Yuksek	2009	v_p (km/s)	$E_{RM} = 6.8545 \cdot e^{0.5561 v_p}$
Martínez-Martínez et al	2012	E_{dyn}, α_s (atenuación espacial ultrasónica)	$E_{RM} = \frac{E_{dyn}}{3.8} \cdot \alpha_s^{0.68}$
Rabbani et al	2012	E_{dyn}	$E_{RM} = 0.4145 \cdot E_{dyn} - 1.059$
Brotons et al	2014	E_{dyn}	$E_{RM} = 0.867 E_{dyn} - 2.085$
Brotons et al	2014	Densidad ρ, E_{dyn}	$E_{RM} = 10^{1.275 \log_{10}(\rho \cdot E_{dyn}) - 4.714}$
Pappalardo	2015	v_p (km/s)	$E_{RM} = 6.623 \cdot v_p - 22.64$ $E_{RM} = 5.076 \cdot v_p - 15.72$
Sari	2018	v_p (km/s)	$E_{RM} = 1.578 \cdot e^{0.623 v_p}$
Sari	2018	v_p (km/s)	$E_{RM} = 1.314 \cdot v_p^{2.073}$
Hua et al	2021	v_p (km/s)	$E_{RM} = 0.0052 \cdot v_p^{4.957}$
Pappalardo y Mineo	2022	E_{dyn}	$E_{RM} = 4.32 - 0.0008 E_{dyn} + 0.0059 E_{dyn}^2$
Pappalardo y Mineo	2022	σ_{ci}, v_p (km/s)	$E_{RM} = 0.19 \sigma_{ci} + 0.0017 v_p - 3.28$
Pappalardo y Mineo	2022	E_{dyn}, v_p (km/s)	$E_{RM} = 0.718 E_{dyn} - 0.004 v_p + 7.45$
Pappalardo y Mineo	2022	γ_{esp}, v_p (km/s)	$E_{RM} = 0.0038 v_p + 0.014 \gamma_{esp} - 35.16$

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Pappalardo y Mineo	2022	E_{dyn}, σ_{ci}	$E_{RM} = 0.1484\sigma_{ci}0.195E_{dyn} - 0.26$
Pappalardo y Mineo	2022	E_{dyn}, γ_{esp}	$E_{RM} = 0.0078\gamma_{esp} + 0.35E_{yn} - 15.93$

2.2.3.3. Relaciones dependientes de parámetros de dureza superficial

Otro de los parámetros de uso más extendido para el reconocimiento de macizos rocosos es, por la rapidez y economía de su obtención, la dureza superficial. Esto hace que existan numerosas correlaciones de este tipo de dureza con valores como la resistencia a compresión simple o el módulo de deformación, estas últimas recogidas en la Tabla 2.15. Existen, principalmente, dos ensayos de dureza superficial en macizos: el esclerómetro (o martillo de Schmidt) y el escleroscopio de Shore. El fundamento de ambos ensayos es el mismo, de modo que la diferencia se encuentra en los equipos. Los valores resultantes de estos ensayos son:

- H Dureza del escleroscopio de Shore
- $R_{n(L)}$ Número tipo L del martillo de Schmidt (esclerómetro)
- $R_{n(N)}$ Número tipo N del martillo de Schmidt (esclerómetro)

A continuación, se procede a realizar un breve repaso de las correlaciones que distintos autores han ofrecido entre estos valores y el módulo de deformación.

Deere y Miller (1966) obtuvieron distintas relaciones empíricas dependientes tanto de la dureza obtenida con escleroscopio y esclerómetro (Tabla 2.15) como de la densidad (Tabla 2.16). Sus formulaciones están basadas en un extenso estudio de diferentes propiedades de varios tipos de rocas, a partir de ensayos en muestras que incluyen basaltos, diabasas, dolomías, gneisses, granitos, calizas, mármoles, cuarcitas, sal gema, areniscas, esquistos, limolitas y tobas.

En el caso de Aufmuth (1973), su formulación forma parte de un programa de investigación más amplio que abarca la definición de criterios generales de comportamiento de macizos. En el marco de la misma, se realizó una campaña de sondeos y ensayos de laboratorio, así como de datos publicados con anterioridad por el autor. Todos estos valores fueron utilizados en el ajuste de su formulación empírica, dependiente de los valores del esclerómetro y la densidad. También se basa en el resultado del martillo de Schmidt la formulación presentada por Dearman e Irfan (1978), calibrada con datos de granitos con distintos grados de alteración (I a IV).

Poco después, Beverly et al (1979) publicaron otra formulación, desarrollada mediante análisis de muestras de 20 unidades litológicas diferentes. Establecieron una relación entre la densidad de la roca, el valor del rebote del esclerómetro y las propiedades índice del macizo con la resistencia a compresión simple y el módulo de deformación.

La correlación de Sachpazis (1990) es aplicable a rocas carbonatadas. Se ajustó con datos de 29 tipos distintos de rocas carbonatadas procedentes de Grecia y 4 de Inglaterra. Estos macizos fueron muestreados y sometidos a ensayos para determinar su módulo y dureza por rebote con martillo Schmidt. Las litologías ensayadas incluyen calizas, mármoles, dolomías y areniscas, con distintos niveles de metamorfismo y alteración.

El mismo año, Xu et al (1990) publicaron otra formulación dependiente de la dureza del esclerómetro, ajustada mediante ensayos en esquistos, gabro, lutitas, serpentinitas y prasinitas. Su análisis añadió al ajuste coeficientes dependientes de la litología.

Katz et al (2000) basaron su estudio en datos de ensayos realizados en siete tipos de roca: arenisca, mármol, sienita, granito y tres tipos de calizas diferentes. La procedencia de estas rocas es variada; Israel, EE. UU. e Italia. Realizaron una campaña extensiva con el martillo Schmidt, y sus módulos de deformación se obtuvieron de distintas fuentes; la sienita y el granito se ensayaron en el estudio, y el resto se obtuvieron de diversas fuentes bibliográficas: Carmichael (1989), Tsesarsky (1999), Azeemuddin (1995), Fredrich et al (1989) y Wawersik et al (1970).

Yilmaz y Sendir (2002) ofrecieron formulaciones que relacionan el rebote del esclerómetro con la resistencia a compresión simple y el módulo de deformación. Sus expresiones se ajustaron con datos de yesos moderadamente tectonizados, muestreados de la cuenca de Sivas (Turquía) mediante martillo Schmidt y ensayos de laboratorio.

El estudio de Aydin y Basu (2005) estuvo centrado en las propiedades de macizos de rocas graníticas con diversos grados de alteración. Para el ajuste de su formulación empírica, se valieron de datos de 40 muestras obtenidas en las proximidades de Hong Kong, sometidas al martillo de Schmidt y ensayadas en laboratorio para obtener su módulo de deformación (Figura 2.23).

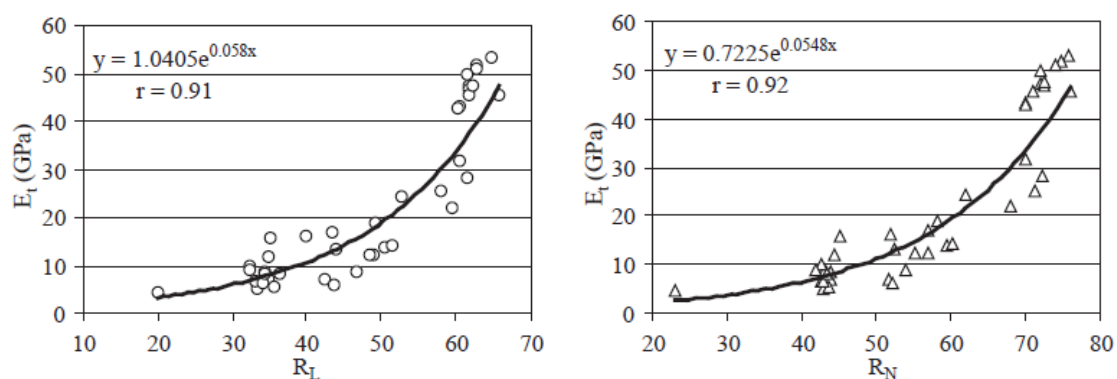


Figura 2.23. Datos y ajuste empírico del módulo de deformación (Aydin & Basu, 2005)

Mediante la toma de muestras en el oeste de Turquía, Yagiz (2009) desarrolló correlaciones del módulo de deformación y la resistencia a compresión simple con los valores del

esclerómetro. Para el ajuste, utilizó muestras de varias litologías, incluyendo cuatro tipos de travertinos, dos tipos de calizas, dolomías y dos tipos de esquistos.

Existen, aparte de todas las mencionadas, otras relaciones empíricas cuyos estudios ya se han comentado en los apartados 2.2.3.1 y 2.2.3.2: las aportadas por Dincer et al (2004), Shalabi et al (2007), Yilmaz y Yuksek (2009) y Sari (2018), que incluyeron en sus estudios ajustes dependientes de los parámetros de dureza superficial.

Tabla 2.15. Formulaciones dependientes de parámetros de dureza superficial

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Deere y Miller	1966	H	$E_{RM} = 0.739 \cdot H + 11.51$
Deere y Miller	1966	Densidad ρ , H	$E_{RM} = 0.268\rho H + 12.62$
Deere y Miller	1966	Densidad ρ , $R_{n(L)}$	$E_{RM} = 1.786\rho R_{n(L)} - 29.58$
Deere y Miller	1966	Densidad ρ , $R_{n(L)}$	$E_{RM} = 0.601\rho R_{n(L)} - 20.27$
Aufmuth	1973	Densidad ρ , $R_{n(L)}$	$E_{RM} = 0.0069 \cdot 10^{[1.061 \cdot \log(\rho \cdot R_{n(L)}) + 1.861]}$
Dearman e Irfan	1978	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = 1.89 \cdot R_{n(L)} - 60.55$
Beverly et al	1979	Densidad ρ , $R_{n(L)}$	$E_{RM} = 0.192 \cdot \rho^2 R_{n(L)} - 12.71$
Sachpazis	1990	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = 1.940 \cdot R_{n(L)} - 33.92$
Xu et al	1990	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = e^{c \cdot R_{n(L)} + d}$ <i>c, d dependen del tipo de roca</i>
Katz et al	2000	$R_{n(N)}$	$E_{RM} = 0.00013 \cdot R_{n(N)}^{3.09074}$
Yilmaz y Sendir	2002	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = e^{0.054 \cdot R_{n(L)} + 1.146}$
Dincer et al	2004	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = 0.47 \cdot R_{n(L)} - 6.25$
Aydin y Basu	2005	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = 1.04 \cdot \exp(0.06 \cdot R_{n(L)})$
Aydin y Basu	2005	$R_{n(N)}$	$E_{RM} = 0.72 \cdot \exp(0.05 \cdot R_{n(N)})$
Shalabi et al	2007	H	$E_{RM} = 0.971H - 26.91$
Yilmaz y Yuksek	2009	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = 6.999 \cdot e^{0.0345 \cdot R_{n(L)}}$
Yagiz	2009	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = 1.233 \cdot R_{n(L)} - 17.8$
Sari	2018	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = 0.68 \cdot e^{0.069 R_{n(L)}}$
Sari	2018	$R_{n(L)}$	$E_{RM} = 0.0012 \cdot R_{n(L)}$

2.2.3.4. Relaciones dependientes de parámetros de estado

Los parámetros de estado, o descriptores básicos, son propiedades básicas de la roca. Éstos, y sus parámetros relacionados, han sido objeto de estudio por parte de distintos autores de cara al desarrollo de relaciones empíricas con el módulo de deformación. Entre ellos figuran la densidad, humedad y porosidad.

La más antigua de estas relaciones se ha encontrado en la publicación de Deere y Miller (1966), que ya fue mencionada en el apartado 2.2.3.3, ya que obtuvieron relaciones dependientes tanto de la dureza superficial (Tabla 2.15) como de la densidad (Tabla 2.16).

La investigación de Leite y Ferland (2001) se centró en materiales rocosos porosos, correlacionando la porosidad con la resistencia a compresión simple y el módulo de deformación. Los datos necesarios para el ajuste se obtuvieron a partir de ensayos de resistencia a compresión simple (34 en total) y de penetración (214), (*indentation tests*) realizados en muestras. Los ensayos se han realizado en laboratorio, sobre materiales artificiales (porosidad 44%-68%), con el objetivo de tener control sobre la porosidad. El conjunto de datos y la apariencia del ajuste pueden verse en la Figura 2.24.

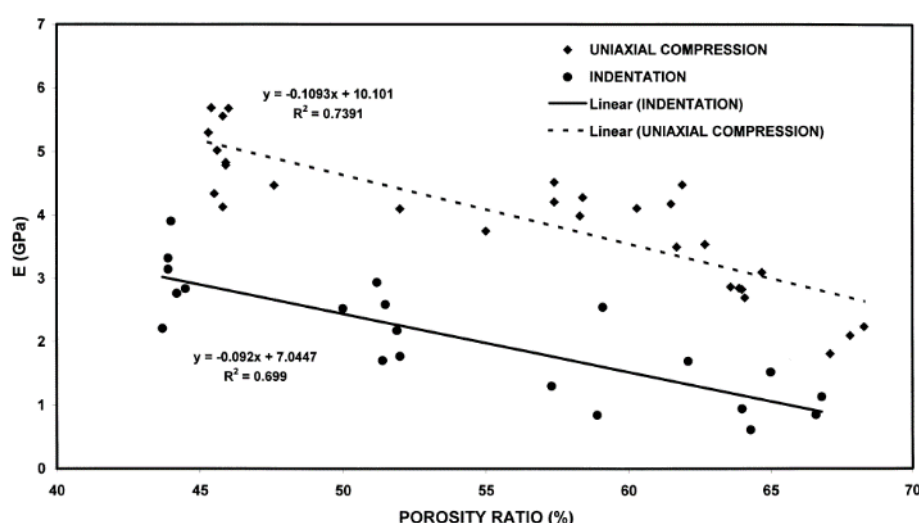


Figura 2.24. Datos y ajuste empírico del módulo de deformación (Leite & Ferland, 2001)

Otros autores cuyos estudios ya han sido mencionados, y que incluyen relaciones basadas en la porosidad y humedad, además de otros parámetros, son Lashkaripour (2002) y Yilmaz y Yuksek (2009). El ajuste realizado por estos últimos puede verse en la Figura 2.25. A esto debe añadirse el exhaustivo estudio llevado a cabo por Sari (2018), que ya se ha citado en varias ocasiones.

Yilmaz (2010) correlacionó la resistencia a compresión simple y el módulo de deformación con la humedad en yesos, en línea con sus estudios anteriores (Yilmaz y Yuksek (2009), Yilmaz y Sendir (2002)). Como en dichas publicaciones, los yesos muestreados pertenecen a la cuenca de Sivas (Turquía). Sobre un total de 30 muestras de porosidad similar y distintos niveles de humedad, se han realizado ensayos de resistencia a compresión simple con galgas extensométricas.

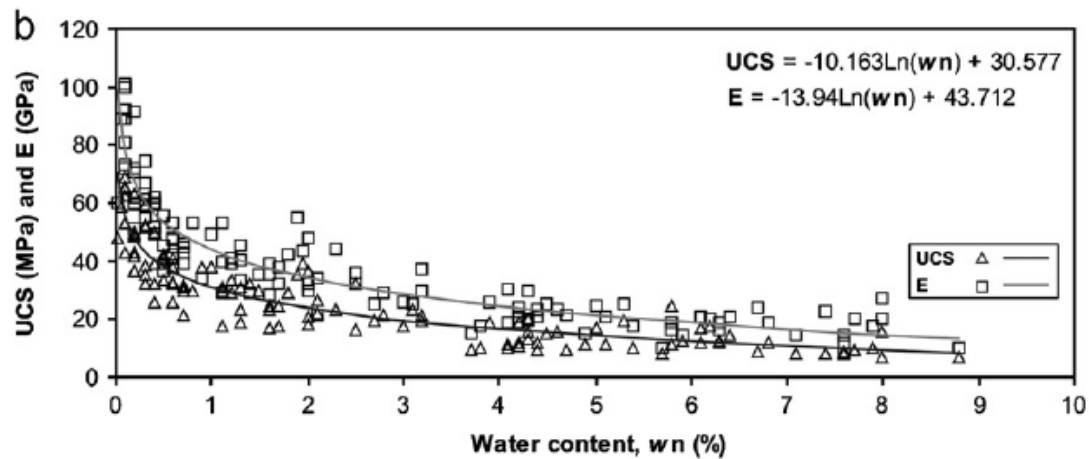


Figura 2.25. Datos y ajuste empírico del módulo de deformación (Yilmaz & Yuksek, 2009)

La investigación publicada por Konstantinos y Davood (2023) incluye la correlación de diversas propiedades del macizo rocoso, entre las que figura el módulo de deformación, con propiedades de estado en condiciones saturadas y secas. Para ello, han empleado datos obtenidos de muestras en macizos de serpentinitas localizados en Grecia central, en las inmediaciones del monte Kallindromo y el monte Othrys. Entre las ecuaciones incluidas en la publicación, figuran correlaciones del módulo de deformación con el peso específico seco y saturado del macizo, y con la humedad en condiciones saturadas. Las dos primeras, junto con el set de datos empleado para su ajuste, pueden observarse en la Figura 2.26.

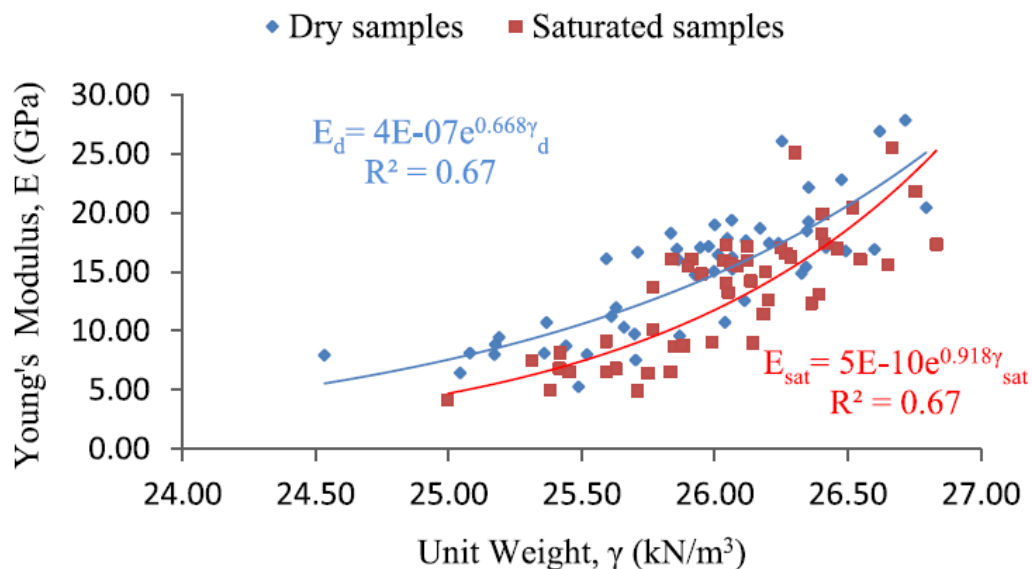


Figura 2.26. Datos y ajuste empírico del módulo de deformación, Konstantinos y Davood (2023)

Tabla 2.16. Formulaciones dependientes de parámetros de estado

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Deere y Miller	1966	Densidad ρ	$E_{RM} = 64.64 \cdot \rho - 115.4$
Leite y Ferland	2001	n	$E_{RM} = 10.10 - 0.109n$
Lashkaripour	2002	n	$E_{RM} = 37.9 \cdot e^{-0.863n}$
Yilmaz y Yuksek	2009	n	$E_{RM} = -39.1 \cdot \ln n + 100.3$
Yilmaz y Yuksek	2009	w (%)	$E_{RM} = -13.94 \cdot \ln(w) + 43.71$
Yilmaz	2010	w (%)	$E_{RM} = 13.23 \cdot e^{-0.4701w} + 9.3$
Yilmaz	2010	w (%)	$E_{RM} = -6.861 \cdot \ln w + 20.901$
Yilmaz	2010	w (%)	$E_{RM} = 20.975 \cdot w^{-0.4595}$
Sari	2018	n	$E_{RM} = 39.751 \cdot e^{-0.079 \cdot n}$
Sari	2018	n	$E_{RM} = 47.41 \cdot n^{-0.616}$
Konstantinos y Davood	2023	$\gamma_{dry} (kN/m^3)$	$E_{RM} = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \exp(0.668 \cdot \gamma_{dry})$
Konstantinos y Davood	2023	$\gamma_{sat} (kN/m^3)$	$E_{RM} = 5 \cdot 10^{-10} \cdot \exp(0.918 \cdot \gamma_{sat})$
Konstantinos y Davood	2023	w (%) saturada	$E_{RM} = 7.075 \cdot w^{-0.54}$

2.2.3.5. Otras relaciones empíricas

Hay un conjunto de relaciones empíricas que no pueden incluirse en ninguno de los grupos anteriores de formulaciones; dependen de parámetros de uso más infrecuente en el campo de estudio de la deformabilidad, pero se considera que deben tenerse en cuenta. Por ello, se realiza un repaso de las mismas a continuación.

El ajuste empírico de Ramamurthy (2001) parte de los valores del módulo de deformación de la roca intacta, el espaciamiento de las fracturas y su resistencia friccional (ángulo ϕ de rozamiento), y su rango de estudio abarca materiales tipo suelo y roca. Los datos utilizados para su ajuste se obtuvieron de la bibliografía, para un total de 41 tipos de suelos gruesos y finos, y más de 100 datos de macizos intactos y fracturados (Figura 2.27). Los datos recopilados por el autor proceden de numerosas fuentes bibliográficas.

Poco tiempo después, Asef y Najibi (2013) publicaron una relación entre los módulos de deformación estático y dinámico, pero que además incluye como parámetro de cálculo la tensión de confinamiento. Realizaron el ajuste partir de datos de ensayos de impulso ultrasónico en tres muestras secas de calizas, obtenidas en un pozo petrolífero del sudoeste de Irán a profundidades de 4600-4700 m. La formulación final depende de coeficientes de ajuste que son función de la litología del macizo. El objetivo principal del estudio era estudiar la influencia del confinamiento en las velocidades de propagación de corte y compresión (v_s, v_p) y en el ratio del módulo de deformación estático del macizo al módulo dinámico

E_{RM}/E_{dyn} , motivo por el que no se ha incluido con las relaciones dependientes de parámetros dinámicos.

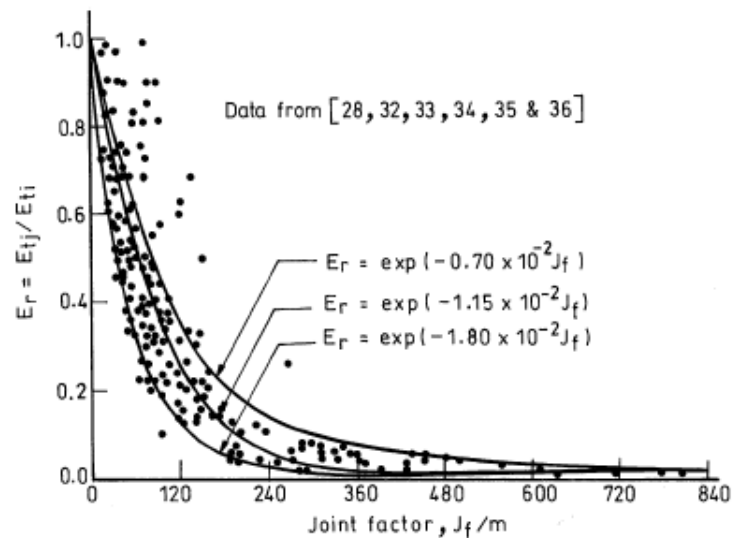


Figura 2.27. Ajustes empíricos y datos de la publicación de Ramamurthy (2001)

Yilmaz y Yuksek (2009), cuyo estudio ya fue mencionado en apartados anteriores por incluir formulaciones basadas en la velocidad de ondas, dureza superficial, porosidad y humedad (Tabla 2.14 a Tabla 2.16), facilitaron también una relación dependiente del índice del ensayo de carga puntual.

La formulación propuesta por Aydan et al (2014) parte del resultado del ensayo de penetración de aguja (NPT), aplicado a rocas blandas. Para su ajuste, partió de datos de bibliografía, donde se tratan muestras de rocas blandas de Japón, Turquía, Indonesia y Egipto. Las litologías consideradas son variadas; lutitas, areniscas, margas, lignitos, tobas, esteatitas, pumitas, calizas blandas y esquistos. Además de la dependencia del parámetro de carga puntual, se dan ecuaciones para considerar la degradación causada en el macizo por efecto del agua, la alteración y los ciclos hielo-deshielo.

También para rocas blandas se propuso la formulación de Kallu et al (2015). La base de datos utilizada para el ajuste se construyó a partir de datos bibliográficos procedentes de ensayos de placa de carga en minas subterráneas de Nevada en brechas, pórfidos y calizas, la presa Bakhtiary en Irán sobre calizas y la presa de Portugues en Puerto Rico sobre lutitas, areniscas y conglomerados (datos facilitados por la USACE). En total, se utilizaron 26 sets de datos con un método de ajuste por regresión multivariable.

La investigación publicada por Shahverdilloo (2021) consiste en un estudio de correlación del módulo de deformación de la roca con los resultados obtenidos de reconocimientos de campo; sondeos y dilatómetros. Los parámetros de entrada de su ecuación son el módulo de deformación del dilatómetro, el RQD y un factor B dependiente del ciclo de carga. Este último adopta un valor de 20, 30 o 35 según si los datos proceden del primer, segundo o tercer ciclo

de carga, respectivamente. Ofrece dos relaciones empíricas según el nivel resistente de las muestras, de bajo a medio (areniscas, areniscas marmóreas y calizas) o medio a alto (calizas, areniscas y conglomerados).

Tabla 2.17. Otras formulaciones empíricas independientes de índices de clasificación

Referencia	Fecha	Parámetros	Formulación
Ramamurthy	2001	E_i , espaciamiento (s), Ángulo de rozamiento de Mohr-Coulomb (ϕ)	$E_{RM} = E_i \cdot \exp\left(-0.0115 \cdot \frac{0.6}{s \cdot \tan \phi}\right)$
Asef y Najibi	2013	E_{dyn} , P (tension de confinamiento), litología.	$E_{RM} = \frac{E_{dyn}}{a} \cdot p^b$ $a = 4.295$ $b = 0.337$ a, b dependientes de litología
Yilmaz y Yuksek	2009	I_p (point load index, MPa)	$E_{RM} = 14.12 \cdot I_{S(50)} - 2.745$
Aydan et al	2014	NPI (<i>needle penetration index</i>)	$E_{RM} = A \cdot NPI$ $A = 0.015 - 0.12$
Kallu et al	2015	Factor de resistencia (SF), Espaciamiento medio en cm (s), Factor de rugosidad (RF), Factor de dureza del relleno (IF)	$E_{RM} = \exp[-0.731 + 0.0846 \cdot SF +$ $0.382 \cdot \ln s + 0.134 \cdot RF + 0.157 \cdot IF]$
Shahverdiloo	2021	Módulo del dilatómetro E_{DIL} , RQD, factor de ciclo B	Resistencia baja a media $E_{RM} = 3698.4 \cdot \frac{E_{DIL}}{RQD \cdot B}$ Resistencia media a alta $E_{RM} = 3560.1 \cdot \frac{E_{DIL}}{RQD \cdot B}$

2.3. Modelos analíticos

Como ya se ha mencionado con anterioridad, los métodos empíricos son la vía más utilizada actualmente para determinar la deformabilidad de macizos rocosos aplicada al diseño de obras civiles, debido principalmente a su sencillez de aplicación. Esto no quiere decir que no existan modelos analíticos; su mayor claridad y la presencia de desarrollo teórico, entre otros aspectos, han hecho que varios autores centrasen en ellos su atención (Yang et al (2016)) y desarrollasen formulaciones analíticas complejas. Su dificultad de aplicación, sin embargo, ha limitado su difusión a las aplicaciones comunes.

Se trata de modelos más completos, que superan algunas de las limitaciones de las formulaciones empíricas. Esto es; su carácter local, su dependencia directa de la calidad y ubicación de la campaña de campo (calidad de las muestras utilizadas, número y tipo de ensayos, idoneidad en la realización, etc.) y su no consideración, en general, de la anisotropía del macizo.

Las formulaciones analíticas parten de un determinado fundamento teórico y, por lo general, no necesitan la información de campo para calibrar los parámetros. Ésta no se convierte, por tanto, en un factor limitante de la aplicabilidad del método (ya sea por el tipo de ensayos o por

las características del macizo analizado). Algunos planteamientos analíticos abren la puerta, además, a una cierta adaptabilidad en los modelos constitutivos que pueden emplearse según el macizo concreto que se esté analizando.

Respecto a la anisotropía, la mayor parte de los modelos analíticos la consideran en mayor o menor medida. Al contrario que las formulaciones empíricas, que en todo momento ofrecen un único módulo de deformación – independientemente de la dirección de las tensiones y deformaciones -, los estudios analíticos parten, generalmente, de una premisa anisótropa. Es cierto, sin embargo, que un número significativo de ellos ofrecen como resultado final un módulo de elasticidad único y promediado.

No es sencillo realizar una clasificación de las formulaciones existentes hasta el momento. Podrían utilizarse diferentes criterios, pero la clasificación aquí utilizada se basa en la naturaleza del método de desarrollo de la formulación. Así, se repasará el estado del arte existente en dos grupos principales: métodos basados en un sólido continuo equivalente y métodos de análisis discreto por bloques.

2.3.1. Métodos de sólido continuo equivalente

El macizo rocoso es un medio atravesado por discontinuidades. En ese aspecto reside buena parte de la complejidad de su análisis, y es por eso por lo que la mayoría de los modelos de deformabilidad analíticos tratan de superarla mediante la consideración de un sólido continuo equivalente. Valiéndose de diferentes métodos, transforman el estudio de la masa discontinua en otra continua. Esto, entre otras ventajas, permite la implementación sencilla de los resultados obtenidos en programas de elementos o diferencias finitas para su aplicación en casos reales. Se trata, por tanto, de herramientas muy potentes.

Se distinguirán varios subgrupos de módulos de sólido continuo equivalente. Por un lado, una mayoría de métodos de carácter más general; por otro, se distinguen tres grupos de modelos basados en enfoques teóricos concretos: variaciones de energía potencial, utilización del tensor de fracturación y consideración de leyes de micromecánica.

2.3.1.1. Modelos generales

Las bases de gran parte de estos métodos fueron sentadas por Duncan y Goodman (1968), que establecieron la equivalencia del macizo con un continuo anisótropo. Concretaron sus estudios para macizos de discontinuidades cerradas (de espesor nulo) modelizadas por medio de su rigidez normal y transversal, sin considerar la dilatación. Todo el desarrollo se apoyó en las formulaciones constitutivas de materiales compuestos. De acuerdo con la teoría de comportamiento tensión-deformación de materiales compuestos, la matriz de flexibilidad del macizo rocoso se obtiene mediante la suma de las matrices de la roca intacta y la correspondiente a la estructura de discontinuidad. Este enfoque fue utilizado por buena parte de los autores posteriores que se mencionan en este epígrafe.

El mismo año, Salamon (1968) publicaba un modelo analítico de deformabilidad específico para roca estratificada. Modelizó ese tipo concreto de macizo como un conjunto de capas homogéneas y transversalmente isótropas con variación aleatoria de espesor y propiedades. Estableció la equivalencia con un medio continuo por igualación de energías de deformación; las tensiones y deformaciones volumétricas del medio continuo serían equivalentes a las del medio multicapa.

El concepto energético fue reutilizado poco después por Singh en dos publicaciones, (Singh (1973a) y Singh (1973b)). Ambas se centran en el caso de un macizo de roca anisótropa afectada por una familia de discontinuidades perpendiculares a la dirección de la matriz orientada. Singh presentó su trabajo en dos partes. En la primera se valió del concepto de densidad de energía de deformación, calculado a partir de las tensiones y deformaciones medias de una zona del macizo, para desarrollar un modelo equivalente, continuo y anisótropo, de deformabilidad. En la segunda parte del estudio, el modelo fue comprobado y su efectividad contrastada mediante su implementación en un programa de elementos finitos para tres casos reales. Además, se contrastaron sus resultados con los de un modelo discreto de movimientos en juntas.

Morland (1976) propone un modelo, esta vez bajo los supuestos de roca intacta y presencia de una familia de discontinuidades regularmente espaciadas. Se trata de una formulación válida sólo para macizos fuertemente fracturados (esto es; la escala de estudio debe ser significativamente mayor que el espaciamiento de las discontinuidades). De nuevo, se considera un medio continuo anisótropo, con la particularidad de que se supone un comportamiento lineal y reversible de las juntas, que no deslizan.

Ese mismo año, Goodman (1976) realizó un análisis pormenorizado del caso de un macizo rocoso atravesado regularmente por una única familia de juntas paralelas y equiespaciadas. En su estudio, presentó formulaciones elaboradas a partir modelos a escala reducida adecuadamente escalados para estudiar el comportamiento deformacional del macizo (i.e. Figura 2.28).

En el mismo estudio, ofreció una adaptación del modelo al método de elementos finitos mediante una analogía de muelles (Figura 2.29). De nuevo, y como en el estudio anteriormente mencionado (Duncan & Goodman, 1968) se desprecia la dilatación de las juntas y se utilizan los conceptos de rigidez normal y cortante de las mismas. Concretó sus estudios para macizos transversalmente anisótropos y ortótropos (tres familias de discontinuidades ortogonales entre sí).

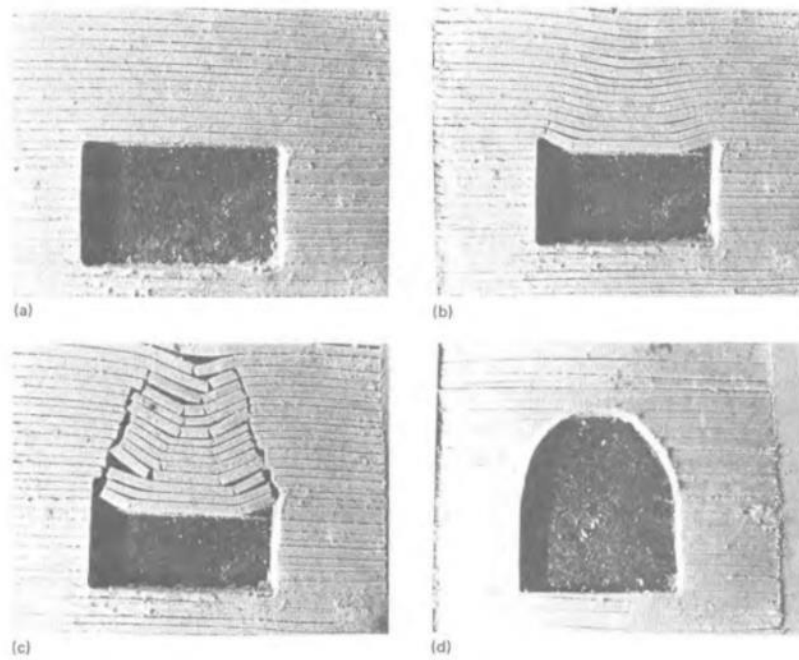


Figura 2.28. Ejemplos de modelos a escala reducida para el análisis de las deformaciones producidas por excavaciones con distintas geometrías (Goodman, 1976)

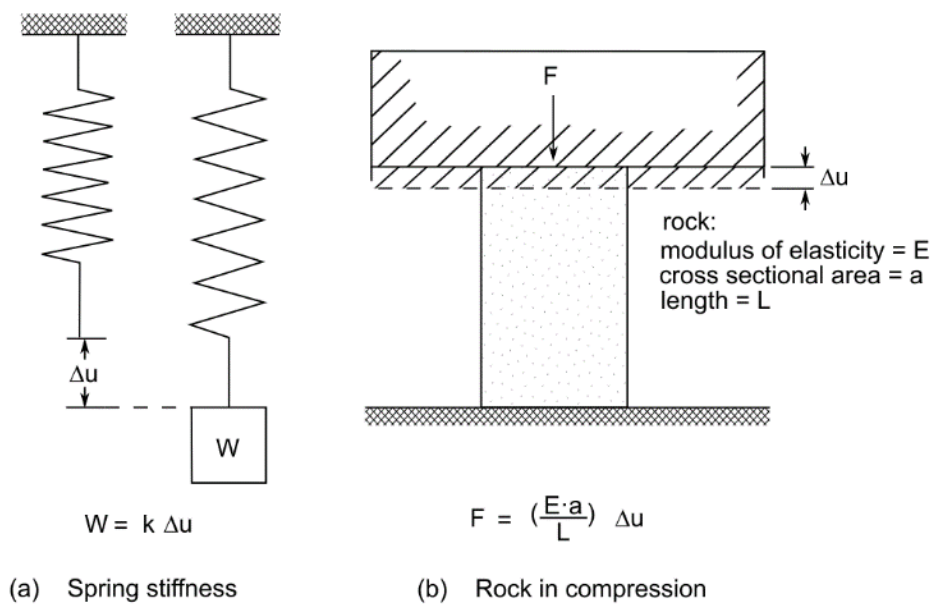


Figura 2.29. Concepto de rigidez aplicada a MEF (Goodman, 1976)

Zienkiewicz y Pande (1977) propusieron poco después su modelo, aplicable a macizos con múltiples planos de debilidad, generalizado para una distribución aleatoria de juntas. El modelo cuenta con una configuración tridimensional, pero aproximación en deformación plana. Se centra en los efectos plásticos y reológicos a largo plazo. Utilizando una relación constitutiva visco-plástica, sugirieron un modelo de deformación que tuviese en cuenta los efectos de la fracturación y fluencia.

Tan sólo un año después, Kulhawy e Ingraffea (1978) publicaron su trabajo. Está basado en las premisas presentadas por Duncan y Goodman (1968) para masas ortótropas, y se trata de un modelo para macizos con tres familias ortogonales de juntas (Figura 2.30).

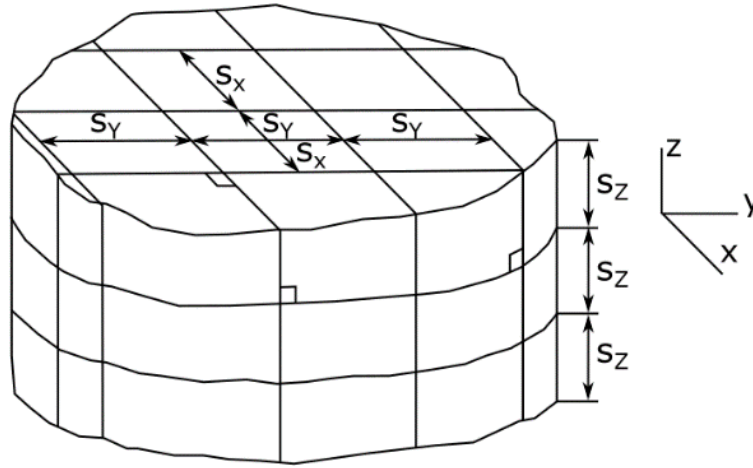


Figura 2.30. Modelo de macizo rocoso de tres familias (Kulhawy & Ingraffea, 1978)

A partir de las propiedades elásticas de la roca matriz y de las discontinuidades (rigidez normal y transversal, con dilatación despreciable) y de la configuración geométrica de la fracturación (espaciamiento medio de cada familia), presentaron un modelo geomecánico continuo equivalente, cuya formulación se incluye a continuación:

$$E_{RM,i} = \left(\frac{1}{E_i} + \frac{1}{S_i \cdot K_{Ni}} \right)^{-1} \quad i = x, y, z$$

$$\nu_{RM,ij} = \nu_i \cdot \frac{E_{RM,i}}{E_i} \quad i = x, y, z$$

$$G_{RM,ij} = \left(\frac{1}{G_i} + \frac{1}{S_i \cdot K_{Si}} + \frac{1}{S_j \cdot K_{Sj}} \right)^{-1} \quad i = x, y, z$$

Donde

$E_{RM,i}, \nu_{RM}$	Módulo de deformación y coeficiente de Poisson del macizo rocoso en la dirección i, j
E_i, ν_i	Módulo de deformación y coeficiente de Poisson de la roca intacta
$G_{RM,ij}$	Módulo de deformación de corte del macizo en las direcciones i, j
G_i	Módulo de deformación cortante de la roca intacta
S_i	Espaciamiento medio de la familia i de discontinuidades
K_{Ni}, K_{Si}	Rigideces normal y tangencial de la familia i de discontinuidades

El modelo analítico de Kulhawy e Ingraffea (1978) es uno de los más conocidos y utilizados. Para simplificar su uso en aplicaciones ingenieriles, definieron un factor de reducción del

módulo de deformación α_E , definido en la ecuación siguiente, y que puede obtenerse de la Figura 2.31.

$$\alpha_E = \frac{E_{RM,i}}{E_i} = \left(1 + \frac{E_i}{S_i \cdot K_{Ni}}\right)^{-1}$$

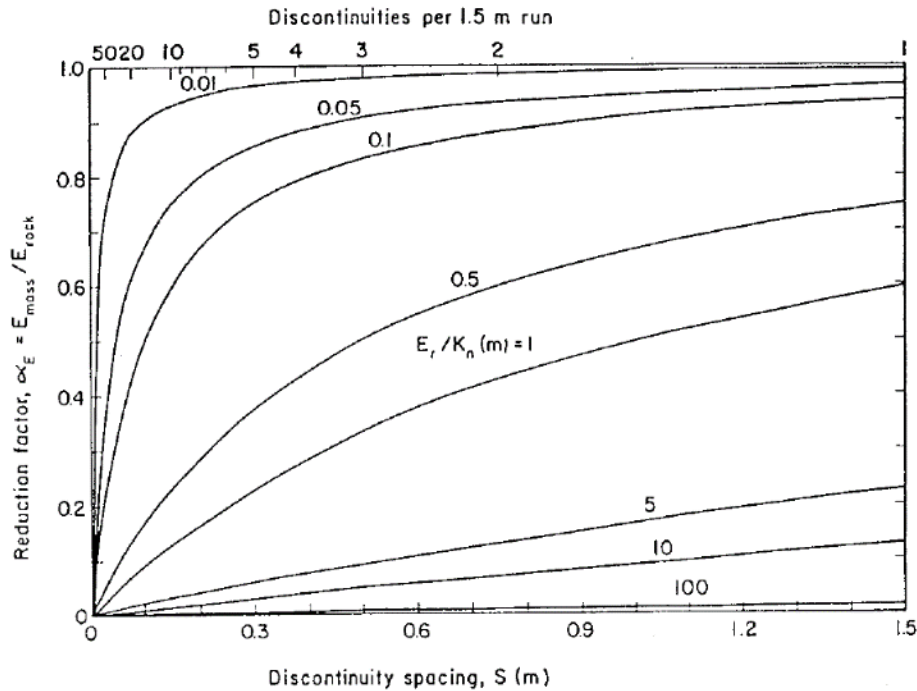


Figura 2.31. Factor de reducción del módulo (Kulhawy & Ingraffea, 1978)

Eimer (1978) publicó su modelo analítico ese mismo año. Se trata de una formulación analítica para un sólido general con una red de fracturación aleatoria, que puede adaptarse al caso de un macizo rocoso. Se consideran juntas sin resistencia cortante y el efecto no lineal de la apertura y cierre de juntas, pero no de los desplazamientos irreversibles que se sufrirían en caso de deslizamiento. Las relaciones constitutivas resultantes son pseudo-lineales, y Eimer presenta los tensores para los casos específicos de sólidos isótropo y ortótropo.

El concepto de suma de deformaciones fue retomado por Amadei y Goodman (1981). En su publicación presentaron un modelo explícito (de resolución independiente del estado tensional) para macizos con discontinuidades persistentes. Se representa de nuevo el comportamiento de las juntas a través de sus rigideces normal y transversal, y sumando las contribuciones de discontinuidades y roca intacta. El tensor resultante para una familia de juntas se refleja a continuación.

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_i} + \frac{1}{s \cdot k_N} & -\frac{\nu_i}{E_i} & -\frac{\nu_i}{E_i} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_i}{E_i} & \frac{1}{E_i} & -\frac{\nu_i}{E_i} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_i}{E_i} & -\frac{\nu_i}{E_i} & \frac{1}{E_i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_i} + \frac{1}{2s \cdot k_T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_i} + \frac{1}{2s \cdot k_T} \end{bmatrix}$$

Donde E_i y ν_i son el módulo de deformación y el coeficiente de Poisson de la roca matriz, s es el espaciamiento y k_N, k_T son las rigideces normal y transversal de la familia de discontinuidades.

Gerrard (1982) publicó simultáneamente tres trabajos de modelos de deformabilidad por sólido continuo equivalente. La primera de sus publicaciones (Gerrard, (1982a)) presenta el concepto de modelo de deformabilidad de capas ortorrómbicas, aplicable a macizos con hasta tres familias de discontinuidades, siempre perpendiculares entre sí. Estableciendo la equivalencia entre el macizo y un sólido elástico, continuo, homogéneo y ortorrómbico, examinó y obtuvo fórmulas para varios casos simplificados.

En el segundo de sus trabajos (Gerrard, (1982b)) concretó su modelo. Partiendo de una formulación de deformabilidad de juntas dependiente de su inclinación y estriado, formuló la matriz de flexibilidad de una familia completa de discontinuidades. Mediante el concepto de adición de contribuciones de roca intacta y fracturas ya mencionado, obtuvo la matriz de flexibilidad del macizo rocoso. Además, añadió el estudio de macizos reforzados con bulones.

Existe una tercera publicación (Gerrard, (1982c)) en la que aborda los macizos estratificados. Presentó una modelización de los planos persistentes de estratificación como planos de propiedades ortótropas, distribuidos de forma sistemática o aleatoria. Este medio puede tratarse con un modelo equivalente, homogéneo, elástico y ortótropo cuyas propiedades se formulan en función de los parámetros elásticos de las capas (de estratificación) del macizo.

De nuevo Amadei (1983) desarrolló un modelo analítico, en esta ocasión para macizos con discontinuidades no ortogonales. Propone dos modelos elásticos (transversalmente isótropo y ortótropo) y procedimientos para calcular las cinco o nueve constantes que caracterizan el comportamiento del macizo en cada caso. Desarrolló su formulación con el pensamiento de que su utilización partiese de datos obtenidos a través de ensayos triaxiales o de compresión multiaxial.

Fossum (1985) publicó poco después otro modelo de deformabilidad para macizos aleatoriamente fracturados con una sola familia. Considera las juntas elementos de

deformación unidimensional y dilatación despreciable, y una configuración tridimensional. Partiendo de una concepción inicial claramente anisótropa (ver Figura 2.32), aplica un método de promediado geométrico de la matriz de flexibilidad que permite transformar el macizo anisótropo en medio continuo equivalente con fracturación aleatoria. El resultado es un valor único del módulo de Young, de aplicación más sencilla.

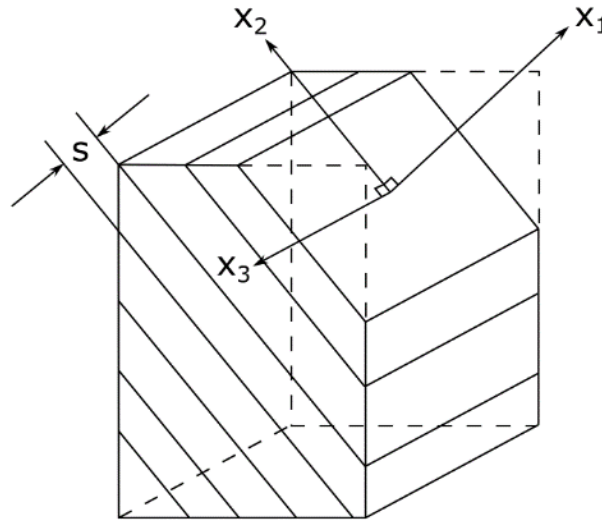


Figura 2.32. Configuración del macizo anisótropo con una sola familia (Fossum, 1985)

Esto conduce a un modelo resultante isótropo, dependiente de las propiedades constitutivas de las juntas (rigidez normal y cortante) y la roca intacta. La relación entre las propiedades del macizo y de la roca intacta, en términos de módulo transversal (G) y módulo volumétrico (K), aparecen representadas en la Figura 2.33.

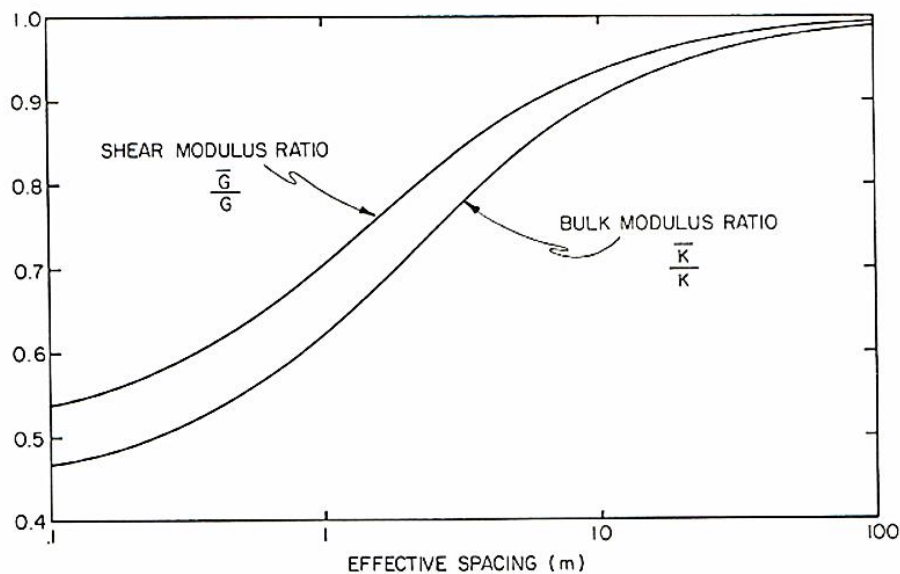


Figura 2.33. Relación de las propiedades del macizo ($\bar{G}$, $\bar{K}$) y la roca intacta (G , K). (Fossum, 1985)

Otro estudio apoyado en la adición de deformaciones causadas por las fracturas y la roca matriz fue publicado por Yoshinaka y Yamabe (1986), para macizos regularmente fracturados. Los autores evaluaron la validez de su modelo implementándolo mediante métodos numéricos y por comparación con los resultados empíricos obtenidos a través de datos de ensayos de carga, de compresión y de corte.

El modelo de Serrano y Soriano (1986) es válido para cualquier tipo de material compuesto, pero se concreta para macizos rocosos. Su propuesta consiste en un algoritmo que ensambla las matrices de flexibilidad de dos micro-materiales (uno matriz y uno discontinuidad), representados en la Figura 2.34, a partir de sus ecuaciones de equilibrio y compatibilidad. Mediante aplicación sucesiva, permite la consideración de un número cualquiera de familias de discontinuidades en distintas orientaciones. No propusieron, sin embargo, matrices constitutivas de los micro-materiales matriz y junta.

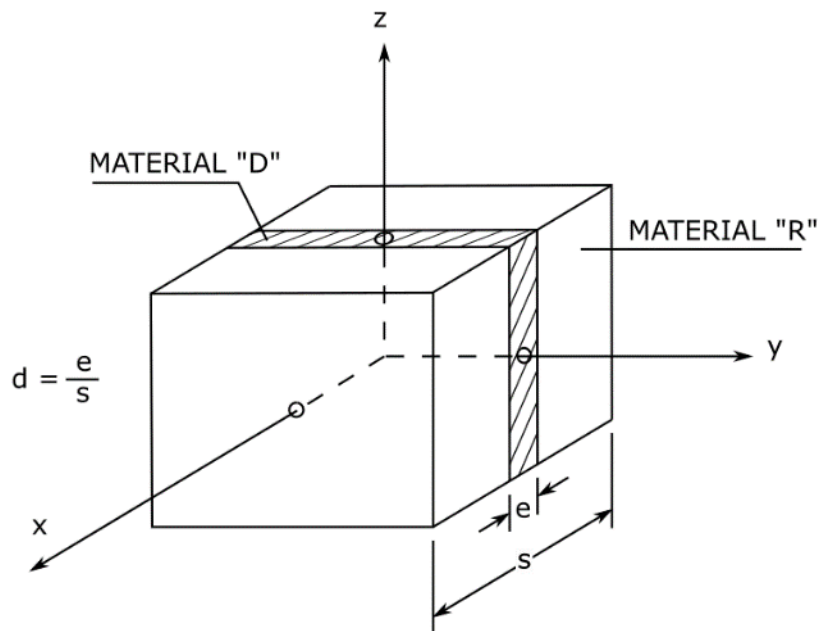


Figura 2.34. Modelo de dos micro-materiales (Serrano & Soriano, 1986)

Poco después fue publicado el modelo analítico de Wu (1988), específico para macizos rocosos con hasta tres familias de discontinuidades no ortogonales entre sí. Se trata de un modelo 3D que sigue la estela del de Amadei y Goodman (1981), ofreciendo como resultado los parámetros de deformabilidad del macizo (módulos de deformación y corte y coeficiente de Poisson).

Chen (1989) publicó un modelo bidimensional basado en el aparato matemático de Duncan y Goodman (1968) para dos familias ortogonales de discontinuidades. El comportamiento de la junta se consideró no lineal, tanto en dirección normal como cortante. El modelo se implementó mediante un esquema de resolución numérica incremental en un código de elementos finitos.

Ese mismo año, Chang y Huang (1989) propusieron un modelo constitutivo de gran versatilidad, aplicable a macizos rocosos afectados por planos de foliación, estratificación y de otros tipos según su origen. El modelo es, en teoría, capaz de simular cualquier número de familias de discontinuidades con orientaciones cualesquiera.

Amadei y Savage (1993) desarrollaron poco después una formulación apoyada de nuevo en los estudios de Duncan y Goodman (1968), pero en esta ocasión aplicados a macizos regularmente fracturados por hasta tres familias. El macizo rocoso se modeliza como un sólido equivalente ortótropo, a partir de la teoría de elasticidad.

Huang et al (1995) desarrollaron poco después una formulación cerrada para macizos fracturados por discontinuidades persistentes; con hasta tres familias de orientación cualquiera. Las juntas se consideran unidimensionales, y deben cumplir ciertas limitaciones de espaciamientos y propiedades constitutivas: deben ser idénticas en las dos familias secundarias. Como en casos anteriores, se suman las contribuciones de discontinuidades y roca matriz a la deformabilidad, sin interacción entre ambas.

Poco después se publicó el modelo propuesto por Adhikary y Dyskin (1997), basado en la teoría del sólido continuo de medios multicapa de Cosserat, perteneciente a la teoría de la elasticidad no simétrica. En este estudio, se asume un comportamiento elástico de las capas, que deben tener espesor y propiedades idénticas. La roca intacta es lineal e isótropa, y las juntas se suponen planas, no lineales y de comportamiento plástico perfecto. A diferencia de otros modelos, tiene en cuenta la posibilidad del deslizamiento de juntas, que resulta en un deslizamiento entre capas o flexión de capas. El modelo propuesto se implementó en un esquema de elementos finitos. Para validarlo, se compararon sus resultados con los de casos teóricos y con los derivados del modelo de Goodman (1976).

Li (2001) propuso un modelo para macizos rocosos con discontinuidades de persistencia infinita, de carácter explícito (resolución independiente del estado tensional). Dividió su estudio en dos partes; una enfocada a bloques que contuviesen discontinuidades aisladas y otra a macizos rocosos con juntas distribuidas en familias. De nuevo, se obtiene la matriz de flexibilidad del macizo suma las matrices de flexibilidad de roca intacta y de las fracturas, suponiendo adición directa de sus contribuciones. Los resultados de su modelo se ofrecen como distribuciones espaciales de la relación de los parámetros deformacionales de macizo y roca intacta, como la presentada en la Figura 2.35.

El modelo de deformabilidad de Min y Jing (2003) evalúa macizos con estructuras aleatorias de fracturación en 2D. Lo presentaron implementado en forma de modelo numérico de diferencias finitas (UDEC). La roca intacta se considera elástica, lineal e isótropa, mientras que las discontinuidades se modelizan con rigidez cortante constante y rigidez normal elástica lineal. Contrastaron los resultados de su modelo con formas analíticas cerradas.

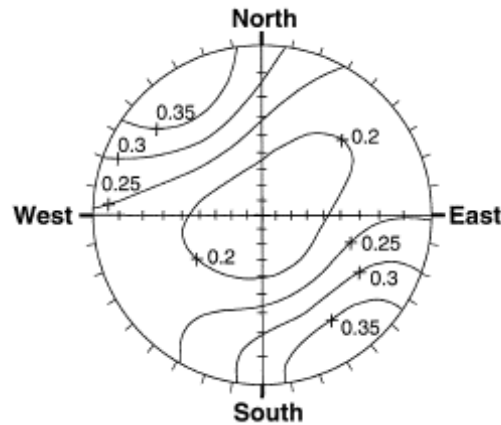


Figura 2.35. Ejemplo de distribución espacial de la ratio del módulo de deformación de macizo y roca intacta (Li, 2001)

Zhang (2010) retoma el hilo de los modelos continuos equivalentes de deformabilidad. Reutilizando una vez más el planteamiento de adición de contribuciones sin interacción de Goodman (1976), obtiene el tensor de flexibilidad del macizo. El desarrollo general sería aplicable a macizos rocosos con discontinuidades cualesquiera. Sin embargo, Zhang concretó la formulación del modelo para macizos fuertemente fracturados, debido a su dificultad de aplicación general. Propuso para ese caso concreto un módulo de Young promediado según las propiedades de un macizo isótropo equivalente, suponiendo además que las propiedades de deformabilidad y espaciamiento de todas las familias son iguales.

$$E_{RM} = \frac{1}{\frac{1}{E_i} + \frac{1}{96 \cdot s} \left[\frac{21}{k_N} + \frac{11}{k_T} \right]}$$

Donde E_i y E_{RM} son los módulos de deformación de la roca intacta y del macizo isótropo equivalente, respectivamente. Las propiedades de las discontinuidades utilizadas son el espaciamiento (s) y las rigideces normal (k_N) y cortante (k_T).

Para evaluar la idoneidad del modelo, comparó sus resultados con los obtenidos de las formulaciones de Kulhawy (1978) y Fossum (1985) a partir de datos procedentes de bibliografía variada: Coon y Merritt (1970), Bieniawski (1978), Ebisu et al (1992), Labrie et al (1997), Vukovic (1998), Yang (2006), Isik et al (2008), Chun et al (2009), Zhang y Einstein (2004) y otros datos añadidos en este estudio.

El año siguiente, Zhang et al (2011) presentaron un modelo específico para rocas muy fracturadas, que engloba el desarrollo de una nueva metodología de testificación *in – situ* con placa de carga y el posterior estudio de una formulación teórica de cálculo aplicada a los resultados obtenidos por estos medios. El modelo se basa en la equivalencia con un medio continuo multicapa, obteniendo el módulo de deformación por integración.

Agharazi et al (2012) publicaron un año después su modelo de deformabilidad 3D, para macizos con hasta tres familias de discontinuidades de orientación cualquiera, con hipótesis de persistencia infinita. Esta formulación emplea un modelo continuo equivalente del tipo muelle – deslizador – amortiguador, donde el muelle modeliza la deformabilidad elástica y los deslizadores, los planos preferentes de fallo (juntas). Este modelo se ilustra en la Figura 2.36. La formulación de deformabilidad no se promedia, sino que se presenta como resultado en forma tensorial, considerando la anisotropía del macizo y su no linealidad. Su validación se realizó por implementación en un modelo numérico (FLAC 3D), comparándolo con otros modelos y programas para evaluar su validez.

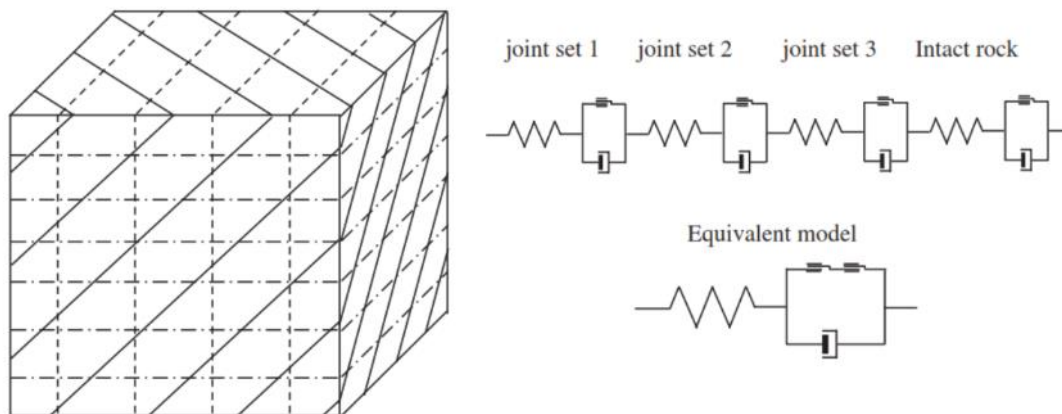


Figura 2.36. Modelo conceptual del macizo con tres familias de discontinuidades persistentes, y modelo físico simplificado (Agharazi, Martin, & Tannant, 2012)

Poco tiempo después, Nassir et al (2013) publicaron su estudio. Partiendo de una nueva relación constitutiva de las juntas, proponen matrices de deformabilidad válidas para macizos regularmente fracturados basadas en los principios del modelo analítico de Singh (Singh (1973a), y Singh (1973b)). Utilizando un algoritmo de promediado, permite la estimación del módulo de deformación equivalente isótropo del macizo.

Zhou et al (2017) proponen un modelo para macizos estratificados, considerados sólidos elásticos con un plano de anisotropía. Se trata de un modelo no lineal, donde los parámetros constitutivos se consideran dependientes del nivel tensional. Los resultados ofrecidos son los módulos de deformación y el coeficiente de Poisson necesarios para la definición de la matriz de flexibilidad de un macizo transversalmente anisótropo, según la teoría de la elasticidad. El modelo fue validado por medio de comparaciones con otros modelos analíticos y de resultados de ensayos de laboratorio.

Posteriormente, se publicó el modelo de Liang et al (2019). Se trata de una formulación bidimensional donde la estructura de fracturación aleatoria se introduce mediante un algoritmo de Monte Carlo. Una de las premisas del modelo es la definición del volumen representativo de estudio no de forma única sino dependiente de la dirección de estudio. El modelo se implementa en algoritmos de cálculo numérico, y su resultado es el módulo de deformación

equivalente del macizo en esa dirección (ver Figura 2.37). Incluyeron un ejemplo de aplicación en un macizo alterado con tres familias de discontinuidades en la central hidroeléctrica de Xiaowan (China).

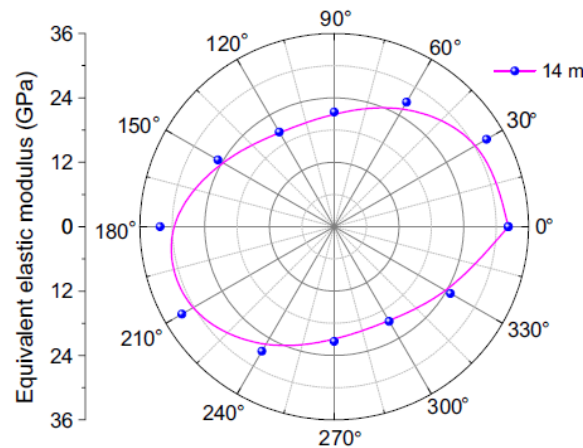


Figura 2.37. Módulo de deformación definido en función de la dirección de estudio. Ejemplo de aplicación (Liang, Wu, Li, Li, & Li, 2019)

Chen et al (2022) proponen un modelo analítico de comportamiento no lineal, centrado en la influencia del confinamiento en macizos con redes de fracturación aleatorias y regulares, por superposición simple de la contribución a la deformación total de la roca matriz y las discontinuidades, en la línea de Zhang et al (2010). El modelo resultante fue validado mediante contraste con modelos numéricos de elementos discretos (desarrollados en el software 3DEC).

Más recientemente, Jiao et al (2023) publicaron un modelo híbrido, basado en la teoría del continuo equivalente, pero incorporando elementos de las redes discretas de fracturación. Para optimizar el esfuerzo computacional, discretizan aleatoriamente la red de fracturación en varias sub-redes, en las que se centran los cálculos numéricos de estimación del módulo de deformación. A partir de los resultados obtenidos y del principio de superposición de deformaciones, presentan un modelo analítico para integrar el módulo equivalente del macizo completo.

Esto cierra el resumen de los modelos analíticos basados en los principios generales del medio continuo equivalente. Son sin duda los más numerosos, pero no deben dejar de señalarse otros modelos fundamentados en el mismo principio, pero con desarrollos específicos que merecen ser mencionados aparte, y que se resumen en los siguientes apartados.

2.3.1.2. Modelos energéticos

Este tipo de formulaciones, basadas en el fundamento del sólido continuo equivalente, parten en su desarrollo del concepto de variación de energía potencial del macizo debida a la

aparición de fenómenos de fisuración. Son válidas únicamente para macizos con discontinuidades no persistentes.

Todas las publicaciones a este respecto se basan en el método auto – consistente de variación de energía potencial desarrollado por Budianski y O’Connell (1976). Es aplicable al caso de un macizo rocoso con fracturación densa y aleatoria, de modo que es razonable suponer un comportamiento homogéneo e isótropo del macizo a escala de trabajo. Incorpora la posibilidad de que las discontinuidades puedan estar rellenas de agua, y supone un comportamiento lineal al no considerar la dilatación ni el efecto de su cierre. Uno de los puntos fuertes del método es que no incorpora rugosidad de juntas circular o en diente de sierra, sino que emplea una fórmula de rugosidad elíptica general de las discontinuidades, lo que abre su abanico de posibilidades de aplicación. Los resultados se ofrecieron en forma de ábacos para el análisis de distintos casos, como el mostrado en la Figura 2.38.

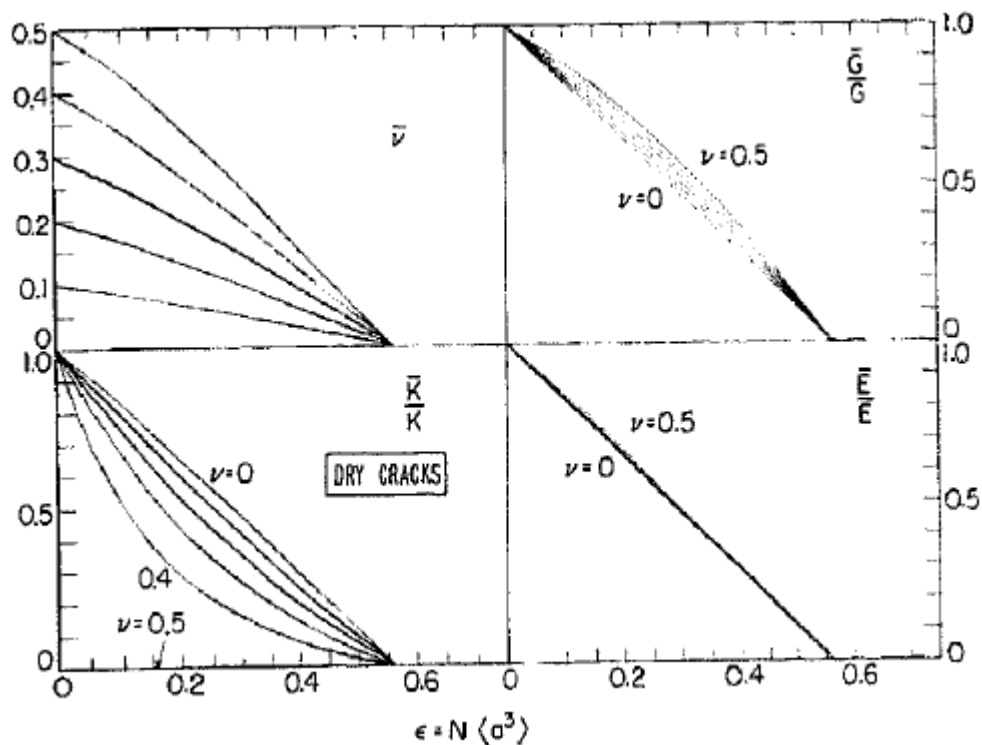


Figura 2.38. Resultados de módulos de deformación equivalente en macizos rocosos con discontinuidades secas de rugosidad circular (Budiansky & O’Connell, 1976)

Kachanov (1982) aplicó el método auto – consistente al caso concreto de desplazamiento impedido en dirección normal a las discontinuidades (rigidez normal infinita). Su modelo considera la inelasticidad de los macizos rocosos debida al deslizamiento de las micro-fisuras existentes y el surgimiento de fracturas nuevas. Hay que detallar que es un modelo de comportamiento microscópico, algo alejado por tanto del enfoque macroscópico general de este estado de arte. Además, y de forma consistente con este enfoque microscópico, parte de hipótesis de isotropía del material y del esquema de fracturación.

Poco después, Kemeny y Cook (1986) aplicaron de nuevo el mismo fundamento a otro modelo. Apoyándose en los principios de la mecánica de fracturación lineal y elástica, calculan el módulo de elasticidad equivalente del macizo. El estudio se centra, específicamente, en la interacción entre las diferentes juntas que atraviesan el macizo y en la evolución de la fisuración del macizo al cargarse y deformarse. Tratan el fenómeno de deformación y fisuración, por tanto, como un proceso progresivo. Su principal aportación respecto al modelo original es la introducción en el modelo de la interacción entre distintas fracturas, por medio de la introducción de un '*external crack model*'.

En el mismo principio se apoyaron Hu y Huang (1993). Desarrollaron su modelo específicamente en el contexto del cálculo de túneles. Se modelizan las discontinuidades como juntas planas con diferentes distribuciones (aleatoria, paralela o en dos familias), teniendo en cuenta su interacción y modelizando el macizo como un material ortótropo.

Lyakhovsky et al (1997) derivaron una relación constitutiva para macizos tridimensionales muy alterados, estudiados como matriz rocosa superpuesta a una cierta distribución de juntas sin interacción. De nuevo apoyándose en el método auto-consistente de Budiansky y O'Connell (1976), se estudian los casos concretos de juntas orientadas perpendicularmente al eje de mayor tensión (tracción o compresión). Se obtiene pues un módulo de deformación que es dependiente de dos posibles casos; estado tensional de tracción o de compresión. El modelo desarrollado tiene en cuenta la no linealidad del macizo debida a la interacción entre discontinuidades y a la apertura y cierre de juntas. Su validación se realizó por contraste de los resultados del modelo con datos experimentales de macizos calizos de Indiana (ensayados a deformación bajo carga puntual).

El modelo más reciente de este tipo es el de Yang et al (2016). Las ecuaciones se desarrollan para macizos en dos dimensiones, con varias familias de fracturas, obteniéndose una extensa formulación analítica. Su aplicabilidad se evaluó por contraste con los resultados de la formulación cerrada de Amadei y Goodman (1981) para macizos persistentemente fracturados, y con los resultados obtenidos de análisis numéricos de elementos finitos.

Type of model	Damage models		
	Linear elastic solid (Hookean model)	Elastic matrix, fixed cracks in random distribution (Budiansky & O'Connell, 1976)	Present model: Elastic matrix, set of cracks that opens (closes) perpendicular to maximum tension (compression)
Model geometry			
Elastic moduli of matrix	λ, μ	λ, μ	λ, μ
Crack density parameter		D	D
Coefficients in elastic energy expression	λ, μ	$\lambda^*(\lambda, \mu, D)$ $\mu^*(\lambda, \mu, D)$	$\lambda^d(\lambda, \mu, D)$ $\mu^d(\lambda, \mu, D)$ $\gamma(\lambda, \mu, D)$
Effective moduli of stress-strain relations	λ, μ	$\lambda^*(\lambda, \mu, D)$ $\mu^*(\lambda, \mu, D)$	$\lambda^e(\lambda^d, \mu^d, \gamma, \text{strain})$ $\mu^e(\lambda^d, \mu^d, \gamma, \text{strain})$

Figure 2. Summary of model properties of the three elastic solids discussed here.

Figura 2.39. Características de los modelos estudiados por Lyakovsky et al (1997)

2.3.1.3. Métodos basados en el tensor de fracturación

En 1982 aparece por primera vez, el concepto de tensor de fracturación para representar la geometría de las discontinuidades, en una publicación de Oda (1982). En ella, se define la red de fracturación a través de: la posición y densidad de las fracturas, su forma y dimensiones, y su orientación. Para ello define una variable de densidad de fracturación y dos funciones de densidad probabilística; una para la distribución de tamaños y otra para la orientación. Partiendo de un desarrollo analítico en un cierto volumen definido por una línea teórica de escaneo (Figura 2.40), integra el tensor de fracturación general del macizo.

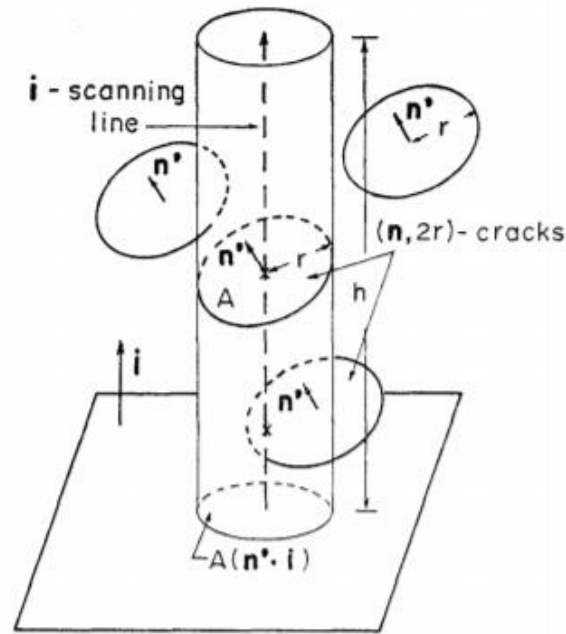


Figura 2.40. Scanning line used for the study of circular crack density in rock masses (Oda, 1982)

Oda et al (1984) utilizaron el tensor de fracturación para introducir la variable espacial de las discontinuidades del macizo en el modelo. El macizo fracturado se modeliza como un sólido equivalente elástico y anisótropo, y su formulación constitutiva se adapta para su implementación en programas de elementos finitos. La comprobación del modelo se realizó a partir de datos de ensayos de compresión simple y ensayos de impulso ultrasónico en yesos.

Poco después, Oda (1988) publicó un modelo de deformabilidad con un enfoque distinto. En esta formulación, las familias de discontinuidades se tratan mediante un modelo equivalente, consistente en dos placas conectadas mediante dos muelles. La geometría del mapa de discontinuidades se introduce, de nuevo, con el tensor de fracturación. La validación del modelo se realizó mediante contraste de sus resultados con los obtenidos de ensayos de resistencia a compresión simple en ocho muestras de milonitas. Mostraron un buen ajuste de los módulos de deformación, y pusieron de relieve la importancia de considerar adecuadamente el comportamiento histerético de los muelles.

Oda (1993) retoma el concepto de tensor de fracturación aplicado a un nuevo modelo de sólido continuo equivalente, en esta ocasión para macizos con discontinuidades no persistentes. El estudio se centra en la determinación del tensor de fracturación mediante datos de campo, utilizando métodos estadísticos y estereográficos. El resultado principal es el tensor completo de flexibilidad del macizo.

También para macizos fracturados por discontinuidades no persistentes es el modelo de Kulatilake et al (1993). Es un modelo tridimensional basado en técnicas de descomposición numérica, alejado de las aproximaciones analíticas apoyadas únicamente en la teoría de la elasticidad. Obtiene así un modelo de cálculo incremental, de comportamiento equivalente

elástico, lineal y ortótropo. Considera la interacción de las juntas y la roca intacta. El estudio incorpora un análisis de sensibilidad de la deformabilidad del macizo dependiendo de la densidad, dimensiones y orientación de las discontinuidades. De este modo, se analiza la relación entre el tensor de flexibilidad y el de fracturación.

El modelo propuesto por Cui et al (2016) es aplicable a macizos con múltiples familias de juntas persistentes. Recuperando el concepto de Oda et al (1984), utiliza un nuevo tensor de fracturación modificado, que refleja ya no solamente la densidad, tamaño y orientación de las discontinuidades, sino también sus propiedades deformacionales. Se asume que la roca matriz es elástica, lineal e isótropa, y que el comportamiento de las juntas es lineal. Además, supone que la ratio de rigidez de todas las familias de juntas es idéntica. Por medio de superposición de deformaciones de la roca intacta y las juntas, obtiene el tensor de flexibilidad del macizo.

Jiang et al (2017) publicaron un modelo basado también en el tensor de fracturación de Oda. Incorpora también un tensor de deformación de juntas, de modo que combinando ambos se tiene en cuenta tanto la distribución espacial de las discontinuidades como su comportamiento. El modelo resultante es elástico y anisótropo, y se implementa en un código de elementos finitos.

Una publicación más reciente con un modelo de este tipo es la de Chen y Jiang (2023). En ella, presentan una metodología de estimación de la matriz de flexibilidad del macizo a partir de datos de ensayos *in-situ*, basada en el concepto del tensor de fracturación. Este modelo incorpora el comportamiento no lineal dependiente de la tensión de confinamiento del macizo, a partir de los datos de las muestras utilizadas.

2.3.1.4. Métodos basados en micromecánica

El primer modelo de sólido continuo equivalente basado en los principios de la micromecánica es el presentado por Cai y Horii (1992). Desarrollaron un modelo constitutivo general para macizos fuertemente fracturados, dependiente del tamaño, densidad, orientación e interconexión de las discontinuidades, y de su comportamiento tenso-deformacional, supuesto elastoplástico. La deformabilidad del macizo se estima mediante un análisis de los promedios de tensiones y deformaciones en un volumen representativo del macizo, utilizando un tensor de concentración de tensiones dependiente de la relación de rigidez de las juntas y de su entorno. Propone además un coeficiente de conexión, para tener en cuenta el efecto de la interacción de las juntas.

Horii y Yoshida (1994) propusieron un modelo basado en el de Cai y Horii (1992), válido también para macizos con varias familias de discontinuidades, e implementado en un programa de elementos finitos. El modelo es dependiente de la densidad y orientación de juntas, teniendo en cuenta el efecto no lineal de su apertura y cierre y de su deslizamiento.

Para su validación, se contrastaron los resultados de su aplicación al estudio de la excavación de una caverna para una central eléctrica.

Para el caso concreto de macizos rocosos sometidos a fracturación hidráulica, Vychytil y Horii (1998) desarrollaron una formulación de deformabilidad. Extendieron el modelo de continuo micro-mecánico general de macizos sometidos a excavación de Horii y Yoshida (1994), incorporando el efecto de la presión del agua en las juntas, y su deslizamiento como fenómeno que gobierna el comportamiento deformacional. Además, el modelo considera la influencia de la progresión de las fracturas y la variación de las presiones de inyección. El modelo fue implementado en un código de elementos finitos.

Poco después, Yoshida y Horii (2004) presentaron otro modelo de comportamiento de macizos rocosos basados en micromecánica, pensado específicamente para cavernas de grandes dimensiones. Como en su modelo anterior, se considera la no linealidad inducida por la apertura y deslizamiento de juntas. Además de presentar la formulación, en el estudio se propone un método de análisis de las cavernas. La validación de ambos se realiza mediante su aplicación a una caverna construida en Shiobara para una central eléctrica, y el contraste de los resultados con las medidas de auscultación.

2.3.2. Métodos de análisis discreto de bloques

La segunda forma de evaluar la deformabilidad de los medios discontinuos que son los macizos rocosos es mediante análisis discreto de sus bloques. En vez de modelizar el macizo como un medio continuo, se analiza como un agregado de bloques de roca. Este enfoque ha gozado de una popularidad mucho menor, debido a su mayor complejidad de implementación. Por la naturaleza misma del método, basado en elementos discretos, se trata de desarrollos numéricos. La primera referencia en cuanto a la utilización de modelos de elementos discretos para el estudio de comportamientos geomecánicos se remonta a Cundall y Strack (1979).

El análisis de macizos rocosos fuertemente fracturados fue abordado por Lorig et al (1986), en un modelo computacional para el estudio tenso-deformacional en excavaciones subterráneas. El esquema de cálculo utilizado es explícito y de diferencias finitas, apto para el estudio de grandes deformaciones y comportamientos complejos de juntas. El modelo resultante se validó mediante el análisis de excavaciones circulares en macizos regularmente fracturados.

Cundall (1988) y Hart et al (1988) desarrollaron un modelo numérico tridimensional y lo implementaron en el programa de diferencias finitas 3DEC. Es aplicable a macizos con discontinuidades persistentes, modelizados como un conjunto de bloques rígidos o deformables. Permite detectar los contactos entre bloques de forma cualquiera y los consideran interfaces entre bloques, permitiendo incorporar sus características geométricas y de comportamiento. El algoritmo de cálculo numérico desarrollado es un esquema explícito de diferencias finitas. El modelo resultante puede realizar cálculos mecánicos de los bloques

como sólidos rígidos, y considera las relaciones de interacción entre bloques para obtener la deformabilidad del macizo completo. Este modelo está basado en los trabajos previos de Lemos et al (1985) y Lorig et al (1986), ambos centrados en el desarrollo de modelos de diferencias finitas para el análisis de macizos rocosos como sistemas de bloques.

El mismo año, Shi (1988) publicó el otro modelo numérico de cálculo discreto de deformabilidad de un sistema de bloques, enfocado en el estudio de grandes desplazamientos y deformaciones y en el análisis del fallo de macizos. El método funciona mediante análisis de equilibrio, y es válido para cálculos estáticos y dinámicos.

Algún tiempo después, se publicó el modelo de Fakhimi y Villegas (2007). Emplearon un método de elementos discretos, modelizando el macizo mediante bloques circulares rígidos o cilíndricos conectados con muelles en las direcciones normal y cortante. El estudio se centra en la realización de un análisis dimensional para la estimación de los parámetros del macizo, necesarios para la calibración del método de elementos discretos. Se calibró mediante modelos numéricos en areniscas azules de Pennsylvania, obteniendo la envolvente de rotura y los parámetros de comportamiento de las juntas: rigideces de los muelles (k_N, k_S), coeficientes de enlace (bonds) (n_b, s_b) y coeficiente de fricción de Coulomb (μ).

Más recientemente, Tan et al (2019) publicaron un modelo de elementos discretos (DEM), basado en el desarrollo para suelos granulares de Cundall y Strack (1979). Éste consiste en la utilización de un método de teselación de Voronoi, utilizado para modelizar los contactos irregulares e imbricados del macizo. Este método utiliza un conjunto de semillas (*set of seeds*) para dividir el espacio en celdas poligonales de Voronoi, posteriormente subdivididas en bloques de tamaño y forma aleatoria. Este algoritmo resulta en una simulación razonable de la subestructura granular de la roca matriz, y permite generar cualquier geometría rápidamente. Una de las implicaciones del uso de este método de teselación es que el modelo debe ser calibrado. Esto se ha hecho mediante análisis numéricos.

La modelización con elementos discretos (DEM) supone un conjunto de bloques conectados mediante muelles en las direcciones normal y cortante (ver Figura 2.41). El método precisa de la definición de las propiedades deformacionales de los bloques (módulo de deformación y coeficiente de Poisson) y de las discontinuidades (coeficientes de rigidez normal y cortante). De este modo, la deformabilidad del macizo es la suma de las contribuciones de los bloques y de los contactos entre ellos.

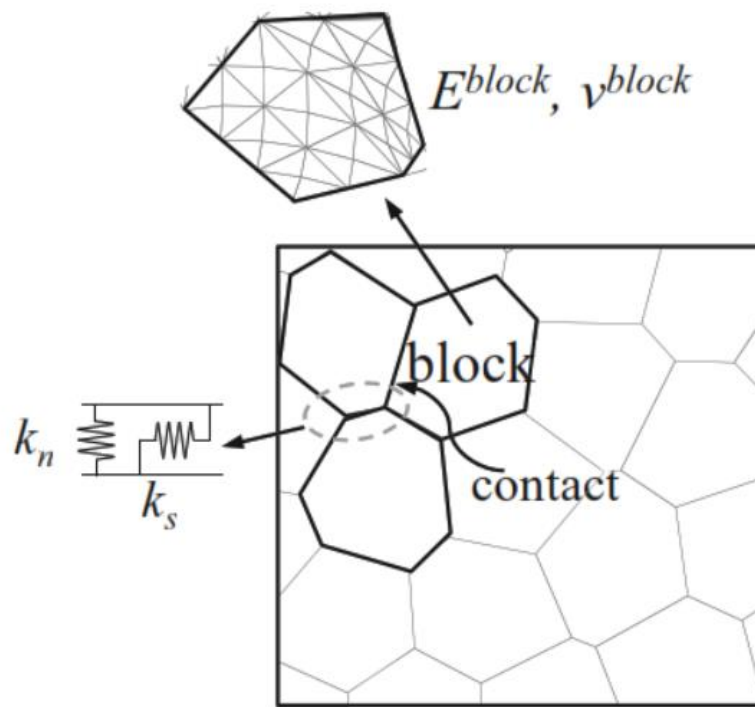


Figura 2.41. Esquema del modelo de elementos discretos (DEM) del macizo (Tan, Zhao, Zhu, & Jin, 2019)

La gran complejidad del cálculo discreto frente al análisis de un medio continuo es significativa. Sin embargo, con el avance tecnológico y de capacidad de cálculo, se usa cada vez más el método de los elementos discretos para representar volúmenes de roca adecuados a las aplicaciones de ingeniería civil.

2.4. Conclusiones

A la vista de la cantidad de referencias encontradas, queda en evidencia que la estimación del módulo de deformabilidad del macizo es un problema de gran relevancia.

Las relaciones empíricas, como ya se ha mencionado, proporcionan ecuaciones independientes de la dirección de estudio, válidas únicamente para la estimación de valores promediados. La excepción a esta situación se encuentra en aquellas formulaciones dependientes de índices asociados a una dirección concreta del macizo, como es el caso del RQD. Por otra parte, la diversidad de parámetros de influencia considerados subraya un aspecto ya mencionado: la deformabilidad del macizo no depende de un único factor, sino que se asocia a diversas variables. Las formulaciones empíricas se encuentran limitadas en este sentido, lo cual hace que sus resultados pierdan precisión. Por último, la mayor parte de fórmulas han sido ajustadas empleando bases de datos de carácter fuertemente local, por lo que su uso se limita a macizos de características similares. Como contrapartida, aquellas cuyo desarrollo se ha realizado con bases de datos más extensas muestran mayores valores de desviación. Por esto, si bien su rango de aplicabilidad es mayor, las estimaciones que facilitan

son meramente orientativas. Como consecuencia de todo lo mencionado, el estudio de detalle del comportamiento tenso-deformacional del macizo requiere del uso de modelos más avanzados.

Es el caso de los modelos analíticos, de los cuales también existe un gran número. Estas formulaciones son más robustas a nivel conceptual y son capaces de integrar un mayor número de parámetros de cálculo, superando así la limitación del estudio multivariable de las ecuaciones empíricas. Además, estudian el macizo de forma tridimensional, permitiendo así considerar su anisotropía. Al respecto de este tipo de modelos, sin embargo, debe realizarse una distinción. Aquellos que presentan formulaciones más sencillas están sometidos a mayores limitaciones geométricas, asociadas a la geometría de fracturación. Así, su aplicación se limita a redes de discontinuidades sencillas (ortogonales o estratificaciones). Por otro lado, los que no se encuentran condicionados geométricamente tienen otro inconveniente asociado; una mayor complejidad conceptual y de utilización, que limita su uso en aplicaciones de ingeniería.

3. Formulación matemática

3.1. Introducción

Lo que a continuación se tratará es el procedimiento matemático de ensamblado de las matrices constitutivas de la roca intacta y las distintas familias de discontinuidades para la obtención de la matriz de flexibilidad global del macizo rocoso. Este método se detalla en la publicación “*Numerical model for jointed media*” de Serrano y Soriano (1986). La ecuación se obtiene utilizando un planteamiento de flexibilidad, que integra el comportamiento del macizo como medio fracturado sometido a un estado tensional homogéneo.

Las relaciones propuestas se basan en las ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad entre los distintos micro-elementos, añadiendo en un proceso progresivo cada familia de discontinuidades a un material que actúa como matriz. Cambia por tanto el concepto más tradicionalmente utilizado, de suma de las contribuciones de la roca matriz y las discontinuidades a la deformabilidad.

Una de las principales características del método es que separa el proceso de ensamblado de cada familia de juntas, pudiendo adaptarse así la formulación constitutiva de la misma a las condiciones de diferentes tipos de discontinuidades. Permite asimismo utilizar modelos implícitos, que mediante un proceso iterativo permitirían ajustar la deformabilidad del macizo en función del campo de tensiones. El resultado del proceso es la matriz de flexibilidad global del macizo rocoso, lo cual tiene dos implicaciones: considera la anisotropía del macizo y permite su implementación en modelos de elementos finitos para su utilización en casos con geometrías, distribuciones de carga y condiciones de contorno complejas.

Antes de entrar en los detalles del método matricial en sí, deberán atenderse varias consideraciones de partida que se explican a continuación.

3.1.1. Fundamentos

Conceptualmente, este método matemático considera el macizo rocoso como un macro-elemento constituido por la unión e interacción de varios micro-elementos de distinta naturaleza: la roca matriz y cada una de las familias en las que pueden agruparse las discontinuidades del macizo.

El planteamiento utilizado parte de las ecuaciones de flexibilidad de los distintos materiales. El resultado obtenido es por tanto la matriz de flexibilidad D del macizo, que relaciona sus campos de deformaciones (ε) y tensiones (σ) mediante la siguiente relación global:

$$\varepsilon = D \cdot \sigma \qquad 3.1$$

Se consideran como datos de partida las relaciones de cada uno de los micro-materiales; más concretamente, sus matrices de flexibilidad.

$$\varepsilon^{Di} = D^{Di} \cdot \sigma^{Di} \quad \text{Para la familia "i" de discontinuidades} \quad 3.2$$

$$\varepsilon^R = D^R \cdot \sigma^R \quad \text{Para el material matriz (inicialmente, roca matriz)} \quad 3.3$$

Debe notarse que los campos de tensiones y deformaciones suelen ser representados matemáticamente por tensores de orden dos. Eso convierte a la aquí llamada matriz D en un tensor de orden cuatro. La imposibilidad de implementar un tensor de orden mayor que dos en un programa de cálculo lleva a la necesidad de enfocar el método de otro modo.

Bajo la hipótesis de simetría de los tensores de tensiones y deformaciones del medio, es posible denotar ambos campos como vectores de seis componentes, de acuerdo con la notación de Voigt.

$$\sigma^T = (\sigma_{xx} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{yz})$$

$$\varepsilon^T = (\varepsilon_{xx} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad \gamma_{yz})$$

Se ha decidido además utilizar la variable ingenieril de deformación cortante (γ_{ij}) en vez de la componente original del tensor. Esta variable se define tal que:

$$\gamma_{ij} = 2 \cdot \varepsilon_{ij} \quad i \neq j$$

Así, la simetría hace que pueda simplificarse el tensor constitutivo de orden cuatro a una matriz de flexibilidad D de 36 componentes, que sí puede utilizarse en un código numérico. Resuelto esto, se pasa a analizar las condiciones y notación del modelo.

Las discontinuidades, consideradas como un micro-material más, se suponen planas y de apertura constante. Esto implica que las superficies de contacto de los distintos materiales serán planas y paralelas, como se muestra en la Figura 3.1.

El material "D", asignado a una de las familias de discontinuidades, ocupa una fracción del volumen del elemento de análisis que se tratará durante todo el proceso mediante una variable adimensional "d" que se define de acuerdo con la ecuación 3.4, a partir de los parámetros de la figura siguiente.

$$d = \frac{V_D}{V_{TOT}} = \frac{e}{s} \quad 3.4$$

Debe notarse que esto sirve para el caso representado en la figura, donde todo el material "D" se acumula en un mismo punto, pero también para el caso donde se reparte en varias discontinuidades de espaciamiento medio "s" y apertura "e".

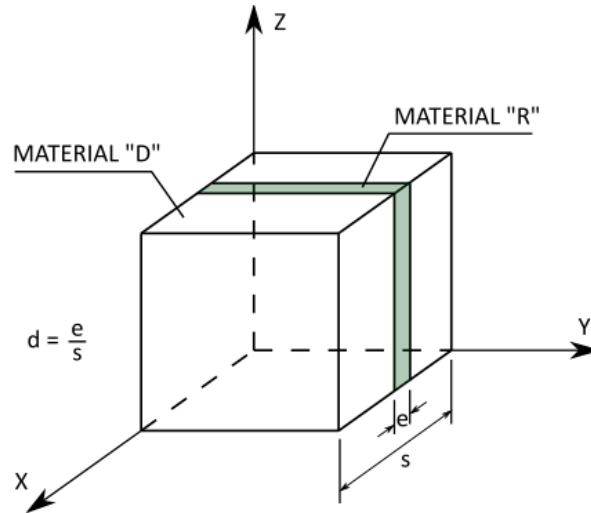


Figura 3.1. Modelo de dos micro-materiales

3.2. Coordenadas de referencia

Es importante diferenciar los dos sistemas de coordenadas que se utilizarán durante todo el desarrollo matemático. El procedimiento de ensamblado deberá producirse en las coordenadas locales asociadas a cada familia de discontinuidades, pero el resultado final se dará en función de unas coordenadas globales que pueden definirse arbitrariamente. En el caso que nos ocupa, se ha escogido un sistema global canónico y dextrógiro, donde el plano OXY contiene la horizontal y el eje Y está dirigido hacia el norte. La notación empleada para definir los ejes globales será:

$$B_G^* = \{\bar{i}^* \quad \bar{j}^* \quad \bar{k}^*\}$$

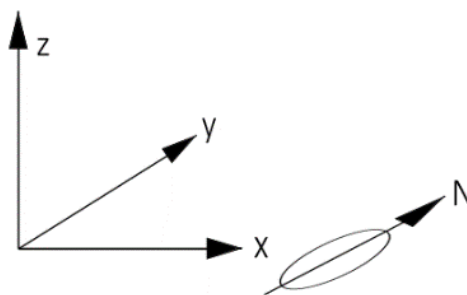


Figura 3.2. Definición de los ejes globales del macizo

Habrà una base de ejes, también canónica y dextrógiro, asociada a cada una de las familias de discontinuidades. Estos ejes son los que pueden verse en la Figura 3.1, y se definen tal que el plano de la discontinuidad esté contenido en el plano OZY y el eje X sea perpendicular al mismo. La designación utilizada será:

$$B_{L,i} = \{\bar{i} \quad \bar{j} \quad \bar{k}\}$$

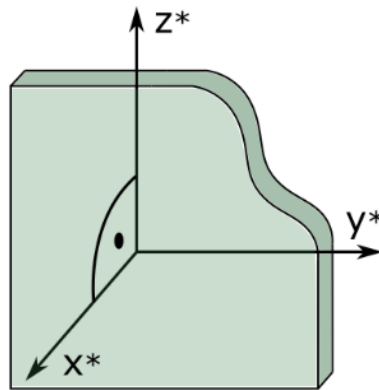


Figura 3.3. Definición de ejes locales

Todo el proceso descrito en el apartado siguiente deberá realizarse, para cada familia de discontinuidades (i), en su base de ejes locales (B_{Li}). Se procede entonces a presentar el desarrollo completo del procedimiento de cálculo para el caso más sencillo: un modelo simple de dos materiales, roca matriz y una familia de discontinuidades. Posteriormente se ampliará para un caso genérico con n familias y se abordará la cuestión de los cambios de base necesarios y la implementación en software de cálculo.

3.3. Caso simple: una sola familia de discontinuidades

3.3.1. Ecuaciones de equilibrio

El procedimiento parte de las ecuaciones de equilibrio de los micro-materiales. Para su formulación, debe realizarse la hipótesis de que el macro-elemento se halla sometido a un estado homogéneo de tensiones y, siendo así, los campos de tensiones de ambos materiales (roca intacta y discontinuidades) son también homogéneos en cualquier punto del elemento de estudio. De este modo, las componentes del tensor pueden definirse de forma única para todo el elemento.

En las coordenadas locales asociadas a la familia de discontinuidades de estudio, y siendo el orden de los ejes $\{x, y, z\}$ numerado como $\{1, 2, 3\}$, se definen las ecuaciones de equilibrio. Se considera el criterio de signos ilustrado en la Figura 3.4, donde las componentes positivas son de compresión.

Componentes de tensión en el plano del contacto (OYZ)

Por equilibrio, el valor de la tensión será necesariamente igual sobre ambos materiales, e igual a su vez al valor global. Esto puede escribirse del siguiente modo:

$$\sigma_{1,i} = \sigma_{1,i}^R = \sigma_{1,i}^D \quad i = 1, 2, 3$$

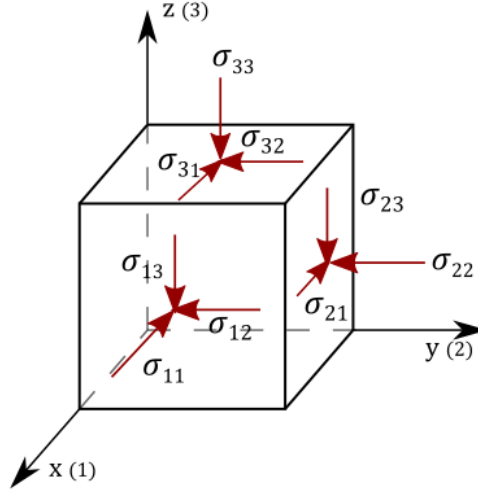


Figura 3.4. Criterio de signos de los campos de tensión – deformación

Componentes de tensión fuera del plano de contacto

El resto de las componentes del campo de tensiones de los micro-materiales y el macro-elemento se relacionan por medio de sus valores resultantes. Tomando un valor de superficie unitario y atendiendo a la definición de la variable adimensional “ d ” del apartado 3.1.1, se tiene:

$$F_{i,j} = A_T \cdot \sigma_{i,j} = A_D \cdot \sigma_{i,j}^D + A_R \cdot \sigma_{i,j}^R \quad \text{con } A_T = A_D + A_R$$

$$\sigma_{i,j} = d \cdot \sigma_{i,j}^D + (1 - d) \cdot \sigma_{i,j}^R \quad i = 2, 3 \quad j = 2, 3$$

Donde se define:

$$A_T = s^2 \quad A_D = s \cdot e \quad A_R = s^2 - s \cdot e$$

Las seis ecuaciones de equilibrio pueden escribirse en forma matricial. Tal y como se encuentran agrupados los vectores de tensiones, sus tres primeras componentes son las incluidas en el plano de contacto entre materiales y las tres últimas, las que están fuera de ese plano.

$$\sigma^T = (\sigma_{11} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{13} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{23})$$

Así, definiendo las siguientes matrices auxiliares a partir de la matriz nula $\{O_3\}$ y la identidad $\{I_3\}$ de tercer orden:

$$E = \begin{bmatrix} I_3 & O_3 \\ O_3 & O_3 \end{bmatrix} \quad E^C = \begin{bmatrix} O_3 & O_3 \\ O_3 & I_3 \end{bmatrix}$$

Pueden escribirse las ecuaciones anteriores como:

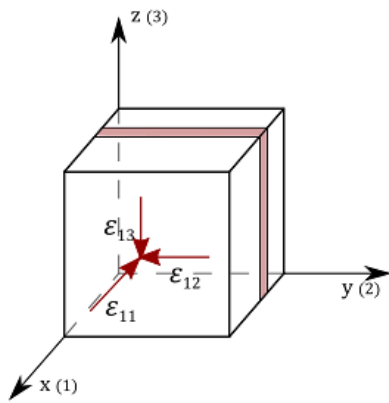
$$E \cdot \sigma = E \cdot \sigma^R = E \cdot \sigma^D \quad \text{En el plano de contacto} \quad 3.5$$

$$E^C \cdot \sigma = d \cdot E^C \cdot \sigma^D + (1 - d) \cdot E^C \cdot \sigma^R \quad \text{Fuera del plano de contacto} \quad 3.6$$

3.3.2. Ecuaciones de compatibilidad

La obtención de las ecuaciones de compatibilidad tiene un fundamento muy similar. Partiendo de las mismas hipótesis que en el caso anterior, y con idéntico criterio de signos, se tiene:

Componentes de deformación en el plano del contacto (OYZ)



En el caso de las deformaciones cuyas componentes quedan contenidas por el plano de contacto, el movimiento total será la suma de las contribuciones del material matriz (R) y de discontinuidad (D).

Tomando un valor de longitud unitario y atendiendo a la definición de la variable adimensional “d” recogida en el apartado 3.1.1, se tiene:

Figura 3.5. Componentes $\sigma - \varepsilon$ en el plano de contacto

$$u_{1,i} = L_T \cdot \varepsilon_{1,i} = L_D \cdot \varepsilon_{1,i}^D + L_R \cdot \varepsilon_{1,i}^R \quad \text{con} \quad L_T = L_D + L_R$$

$$\varepsilon_{1,i} = d \cdot \varepsilon_{1,i}^D + (1 - d) \cdot \varepsilon_{1,i}^R \quad i = 1, 2, 3$$

Donde se define:

$$L_T = s \quad L_D = e \quad L_R = s - e$$

Componentes de deformación fuera del plano de contacto

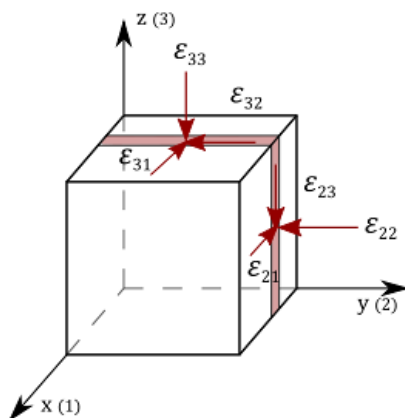


Figura 3.6. Componentes $\sigma - \varepsilon$ fuera del plano de contacto

Por compatibilidad, la deformación representada por el resto de las componentes deberá ser necesariamente igual para ambos micro-materiales y para el macro-elemento global. Esto debe ser así para mantener la integridad del elemento de estudio.

$$\varepsilon_{i,j} = \varepsilon_{i,j}^R = \varepsilon_{i,j}^D \quad i = 2, 3 \quad j = 2, 3$$

De nuevo, a partir de las matrices auxiliares definidas en el apartado anterior, pueden escribirse estas ecuaciones en forma matricial:

Donde:

$$E^C \cdot \varepsilon = E^C \cdot \varepsilon^R = E^C \cdot \varepsilon^D \quad \text{Fuera del plano de contacto} \quad 3.7$$

$$E \cdot \varepsilon = d \cdot E \cdot \varepsilon^D + (1 - d) \cdot E \cdot \varepsilon^R \quad \text{En el plano de contacto} \quad 3.8$$

3.3.3. Relación de incrementos de tensión

Los incrementos de tensión producidos en los micro-materiales y el macro-elemento pueden relacionarse por medio de las ecuaciones escritas hasta ahora. Tomando las ecuaciones (3.2), (3.3), (3.5) y (3.7) con incrementos:

$$\varepsilon^D = D^D \cdot \dot{\sigma}^D$$

$$\varepsilon^R = D^R \cdot \dot{\sigma}^R$$

$$E \cdot \dot{\sigma} = E \cdot \dot{\sigma}^R = E \cdot \dot{\sigma}^D$$

$$E^C \cdot \dot{\varepsilon} = E^C \cdot \dot{\varepsilon}^R = E^C \cdot \dot{\varepsilon}^D$$

Sustituyendo (3.2) y (3.3) en (3.7), se obtiene:

$$E^C \cdot D^R \cdot \dot{\sigma}^R = E^C \cdot D^D \cdot \dot{\sigma}^D$$

Y sumando esta ecuación con (3.5):

$$(E + E^C \cdot D^R) \cdot \dot{\sigma}^R = (E + E^C \cdot D^D) \cdot \dot{\sigma}^D$$

Por lo que, despejando hacia ambos lados de la igualdad, podemos definir las dos matrices auxiliares siguientes: TDR y TRD.

$$\dot{\sigma}^R = TRD \cdot \dot{\sigma}^D \quad TRD = (E + E^C \cdot D^R)^{-1} \cdot (E + E^C \cdot D^D) \quad 3.9$$

$$\dot{\sigma}^D = TDR \cdot \dot{\sigma}^R \quad TDR = (E + E^C \cdot D^D)^{-1} \cdot (E + E^C \cdot D^R) \quad 3.10$$

Y tomando ahora la ecuación de equilibrio (3.6), se puede eliminar de ella la variable $\dot{\sigma}^D$ usando la ecuación (3.9).

$$E^C \cdot \dot{\sigma} = (d \cdot E^C \cdot TDR + (1 - d) \cdot E^C) \cdot \dot{\sigma}^R \quad 3.11$$

Se sabe, por definición de las matrices auxiliares, que $E + E^C = I_6$, esto es, la matriz identidad de orden seis. Teniendo en cuenta esto, y sumando las ecuaciones (3.5) y (3.11):

$$(E + E^C) \cdot \dot{\sigma} = (E + d \cdot E^C \cdot TDR + (1 - d) \cdot E^C) \cdot \dot{\sigma}^R$$

$$\dot{\sigma} = TR \cdot \dot{\sigma}^R = (I_6 + d \cdot E^C \cdot (TDR - I_6)) \cdot \dot{\sigma}^R$$

Se define así la matriz TR que relaciona los campos de tensiones total y del micro-material matriz. Siguiendo un procedimiento análogo de eliminación de la variable $\dot{\sigma}^R$, se utilizaría la ecuación (3.10) en vez de la (3.9) para sustituirla en (3.6). De este modo se llega a un resultado parecido para la relación entre la tensión total y la del micro-material de discontinuidades, a través de la matriz TD:

$$(3.10) \text{ en } (3.6) \quad E^C \cdot \dot{\sigma} = (d \cdot E^C + (1-d) \cdot E^C \cdot TRD) \cdot \dot{\sigma}^D \quad 3.12$$

$$(3.12) + (3.5) \quad (E + E^C) \cdot \dot{\sigma} = (E + d \cdot E^C + (1-d) \cdot E^C \cdot TRD) \cdot \dot{\sigma}^D$$

$$\dot{\sigma} = TD \cdot \sigma^D = (I_6 + (1-d) \cdot E^C \cdot (TRD - I_6)) \cdot \dot{\sigma}^D$$

Resumiendo, las matrices que relacionan los campos de tensiones de los micro-materiales con el del macro-elemento son:

$$\dot{\sigma} - \dot{\sigma}^R \quad TR = I_6 + d \cdot E^C \cdot (TDR - I_6) \quad 3.13$$

$$\dot{\sigma} - \dot{\sigma}^D \quad TD = I_6 + (1-d) \cdot E^C \cdot (TRD - I_6) \quad 3.14$$

3.3.4. Relación de incrementos de deformación

De forma análoga a lo visto en el apartado anterior, pueden hallarse las relaciones entre los campos de deformaciones del macro-elemento y cada uno de los micro-materiales.

A partir de las ecuaciones de equilibrio (3.5) y de compatibilidad (3.7) puede obtenerse:

$$E^C \cdot \dot{\varepsilon} = E^C \cdot \dot{\varepsilon}^R = E^C \cdot \dot{\varepsilon}^D$$

$$(3.2) \text{ y } (3.3) \text{ en } (3.5) \quad E \cdot D^{-R} \cdot \dot{\varepsilon}^R = E \cdot D^{-D} \cdot \dot{\varepsilon}^D \quad 3.15$$

Sumando (3.7) y (3.15) y despejando en ambos sentidos, se obtiene la definición de las matrices auxiliares DDR y DRD:

$$\dot{\varepsilon}^R = DRD \cdot \dot{\varepsilon}^D \quad DRD = (E^C + E \cdot D^{-R})^{-1} \cdot (E^C + E \cdot D^{-D}) \quad 3.16$$

$$\dot{\varepsilon}^D = DDR \cdot \dot{\varepsilon}^R \quad DDR = (E^C + E \cdot D^{-D})^{-1} \cdot (E^C + E \cdot D^{-R}) \quad 3.17$$

Para obtener la relación de los campos de deformación de los micro-materiales con el del macro-elemento se debe partir de la ecuación de compatibilidad (3.8):

$$E \cdot \dot{\varepsilon} = d \cdot E \cdot \dot{\varepsilon}^D + (1-d) \cdot E \cdot \dot{\varepsilon}^R$$

Se pueden eliminar las variables ε^D o ε^R de la ecuación, sustituyendo en (3.8) las matrices definidas en (3.17) y (3.16), respectivamente. Sabiendo que $E + E^C = I_6$, se desarrolla:

$$(3.17) \text{ en } (3.8) \quad E \cdot \dot{\varepsilon} = (d \cdot E \cdot DDR + (1-d) \cdot E) \cdot \dot{\varepsilon}^R \quad 3.18$$

$$(3.18) + (3.7) \quad \dot{\varepsilon} = DR \cdot \dot{\varepsilon}^R = (I_6 + d \cdot E \cdot (DDR - I_6)) \cdot \dot{\varepsilon}^R$$

$$(3.16) \text{ en } (3.8) \quad E \cdot \dot{\varepsilon} = (d \cdot E + (1-d) \cdot E \cdot DRD) \cdot \dot{\varepsilon}^D \quad 3.19$$

$$(3.19) + (3.7) \quad \dot{\varepsilon} = DD \cdot \dot{\varepsilon}^D = (I_6 + (1-d) \cdot E \cdot (DRD - I_6)) \cdot \dot{\varepsilon}^D$$

A partir de estos desarrollos, las matrices que relacionan los campos de deformaciones se definen como:

$$\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^R \quad DR = (I_6 + d \cdot E \cdot (DDR - I_6)) \quad 3.20$$

$$\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^D \quad DD = (I_6 + (1-d) \cdot E \cdot (DRD - I_6)) \quad 3.21$$

3.3.5. Ecuación constitutiva global

La relación constitutiva del macizo puede deducirse a partir de las matrices que vinculan los campos de tensión y de deformación entre micro-materiales y macro-elemento, cuyo desarrollo se encuentra en los apartados anteriores. Esta relación global es:

$$\dot{\varepsilon} = D \cdot \dot{\sigma}$$

Existen dos expresiones posibles para el tensor constitutivo del macizo. Ambas tienen desarrollos completamente análogos. El primero se plantea a partir de la relación entre los campos de deformación del macizo y el material matriz, expresado por la ecuación (3.20).

$$\dot{\varepsilon} = DR \cdot \dot{\varepsilon}^R$$

$$\text{Sustituyendo (3.3)} \quad \dot{\varepsilon} = DR \cdot D^R \cdot \dot{\sigma}^R$$

$$\text{Sustituyendo (3.13)} \quad \dot{\varepsilon} = DR \cdot D^R \cdot TR^{-1} \cdot \dot{\sigma}$$

Por tanto, la primera expresión del tensor de flexibilidad del macizo:

$$D = DR \cdot D^R \cdot TR^{-1} \quad 3.22$$

El segundo desarrollo parte de la relación entre los campos de deformaciones del macizo y el micro - material de discontinuidades, según la ecuación (3.21) incluida a continuación.

$$\dot{\varepsilon} = DD \cdot \dot{\varepsilon}^D$$

$$\text{Sustituyendo (3.2)} \quad \dot{\varepsilon} = DD \cdot D^D \cdot \dot{\sigma}^D$$

$$\text{Sustituyendo (3.14)} \quad \dot{\varepsilon} = DD \cdot D^D \cdot TD^{-1} \cdot \dot{\sigma}$$

La segunda expresión del tensor de flexibilidad del macizo:

$$D = DD \cdot D^D \cdot TD^{-1} \quad 3.23$$

Se conocen, por tanto, las expresiones constitutivas resultantes del ensamblado de un material matriz con una familia de discontinuidades. A partir de este modelo simple de dos materiales puede extenderse la formulación para cubrir un caso genérico, con un número cualquiera de familias. A continuación, se refieren las ampliaciones posibles de este método.

3.4. Caso compuesto: varias familias de discontinuidades

Existen dos maneras de abordar el estudio de un material compuesto con más de dos micro-materiales (es decir, roca matriz y más de una familia de juntas). Se abordarán ambos métodos desde un punto de vista teórico, si bien sólo el primero (apartado 3.4.2) ha sido el elegido para su implementación en el código de cálculo incluido en los anexos de esta tesis.

Se desarrollará en primer lugar el cambio de base entre coordenadas locales y globales, tal y como fueron definidas en el apartado 3.2. La definición de las matrices de cambio de coordenadas será necesaria para la comprensión de los dos métodos de cálculo expuestos posteriormente.

3.4.1. Cambio de base

El cambio de base entre las coordenadas globales del problema y cualquier trinomio de ejes locales se compone de dos rotaciones, una de eje Z y otra de eje Y. Antes de entrar en detalle sobre la composición de rotaciones para este caso particular, se definirá a modo ilustrativo la matriz de cambio de base por rotación para un giro cualquiera sobre estos ejes en un espacio de dimensión tres.

3.4.1.1. Matrices de rotación

Sean dos bases de ejes

$$\text{Global} \quad B = \{\bar{e}_1 \quad \bar{e}_2 \quad \bar{e}_3\}$$

$$\text{Local} \quad B^* = \{\bar{e}_1^* \quad \bar{e}_2^* \quad \bar{e}_3^*\}$$

Se definirán las matrices de giro de ejes globales a locales para dos casos.

- **Giro positivo en eje Z**

De acuerdo con lo ilustrado por la Figura 3.7 y la Figura 3.8:

$$\bar{e}_1^* = \bar{e}_1 \cdot \cos \theta_z + \bar{e}_2 \cdot \sin \theta_z$$

$$\bar{e}_2^* = -\bar{e}_1 \cdot \sin \theta_z + \bar{e}_2 \cdot \cos \theta_z$$

Escrito en forma matricial, y dado que los tensores de rotación son ortogonales:

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_1^* \\ \bar{e}_2^* \\ \bar{e}_3^* \end{bmatrix} = N_z \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \\ \bar{e}_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \\ \bar{e}_3 \end{bmatrix} = N_z^T \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1^* \\ \bar{e}_2^* \\ \bar{e}_3^* \end{bmatrix} \quad N_z = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & \sin \theta_z & 0 \\ -\sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.24$$

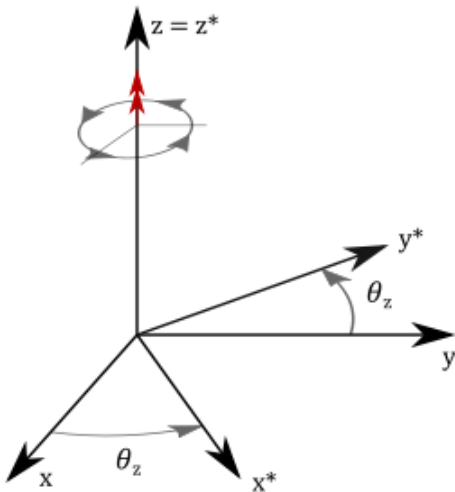


Figura 3.7. Rotación de eje Z, vista 3D

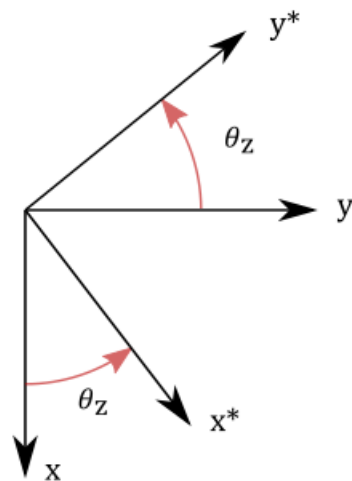


Figura 3.8. Rotación de eje Z, plano OXY

- **Giro positivo en eje Y**

Del mismo modo, se define:

$$\bar{e}_1^* = \bar{e}_1 \cdot \cos \theta_y - \bar{e}_3 \cdot \sin \theta_y$$

$$\bar{e}_3^* = \bar{e}_1 \cdot \sin \theta_y + \bar{e}_3 \cdot \cos \theta_y$$

Tal y como se ve en las figuras siguientes.

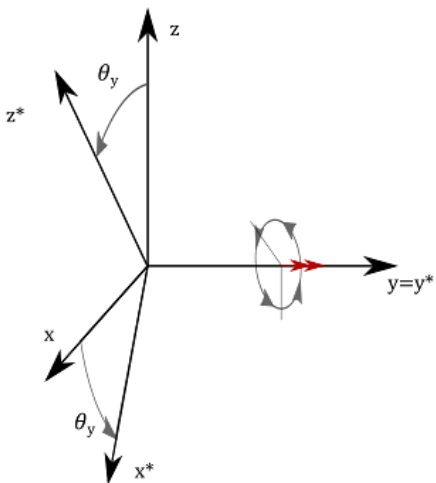


Figura 3.9. Rotación de eje Y, vista 3D

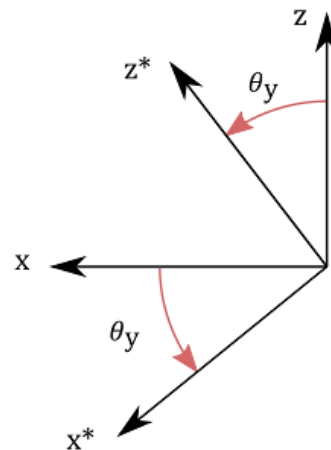


Figura 3.10. Rotación de eje Y, plano OXZ

Y las expresiones del tensor de rotación quedan:

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_1^* \\ \bar{e}_2^* \\ \bar{e}_3^* \end{bmatrix} = N_y \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \\ \bar{e}_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \\ \bar{e}_3 \end{bmatrix} = N_y^T \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1^* \\ \bar{e}_2^* \\ \bar{e}_3^* \end{bmatrix} \quad N_y = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad 3.25$$

3.4.1.2. Expresión tensorial

Una vez definido un cambio de base de vectores a través de un tensor N de rotación como figura en el apartado anterior, la expresión del cambio de base para un tensor $\underline{T}$ cualquiera de orden dos, de una base a otra, se demuestra como sigue:

Se define un tensor $\underline{T}$ por coordenadas, de acuerdo con el convenio de índices de Einstein:

$$\text{Globales} \quad \underline{T} = T_{ij} \cdot \bar{e}_i \otimes \bar{e}_j$$

$$\text{Locales} \quad \underline{T} = T_{kl}^* \cdot \bar{e}_k^* \otimes \bar{e}_l^*$$

Y el cambio de base entre ambas bases como $\bar{e}_k^* = N_{ki} \cdot \bar{e}_i$

$$\underline{T} = T_{kl}^* \cdot \bar{e}_i \otimes \bar{e}_j = T_{kl}^* \cdot N_{ki} \cdot N_{lj} \cdot \bar{e}_k^* \otimes \bar{e}_l^* \rightarrow T_{kl}^* = T_{kl}^* \cdot N_{ki} \cdot N_{lj}$$

Las matrices de coordenadas del tensor, T y T^* , quedan definidas como:

$$T = N^T \cdot T^* \cdot N \quad 3.26$$

$$T^* = N \cdot T \cdot N^T \quad 3.27$$

Dado que los tensores de rotación son ortogonales.

3.4.1.3. Composición de rotaciones. Ángulos de giro

En el caso concreto que nos ocupa, el cambio de coordenadas globales a locales (y viceversa) es una composición de dos rotaciones. La definición de ambas bases de coordenadas era:

- Base global: Plano OXY horizontal, eje Y hacia el Norte, eje Z ascendente.
- Base local: Plano OZY paralelo al plano discontinuidad de la familia concreta, eje X perpendicular a dicho plano y ascendente.

Se seguirá paso por paso el proceso de cambio de base de ejes globales a un trinomio cualquiera de ejes locales, definidos por los ángulos de buzamiento (β) y dirección de buzamiento (D_B) de la familia de discontinuidades asociada.

- **Giro de eje Z**

El primer paso consiste en una rotación desde los ejes globales hasta una base intermedia (B'). Se realiza un giro de eje Z tal que el eje Y' intermedio quede en la dirección del rumbo de la discontinuidad, y el eje X' intermedio paralelo a la dirección de buzamiento de la familia.

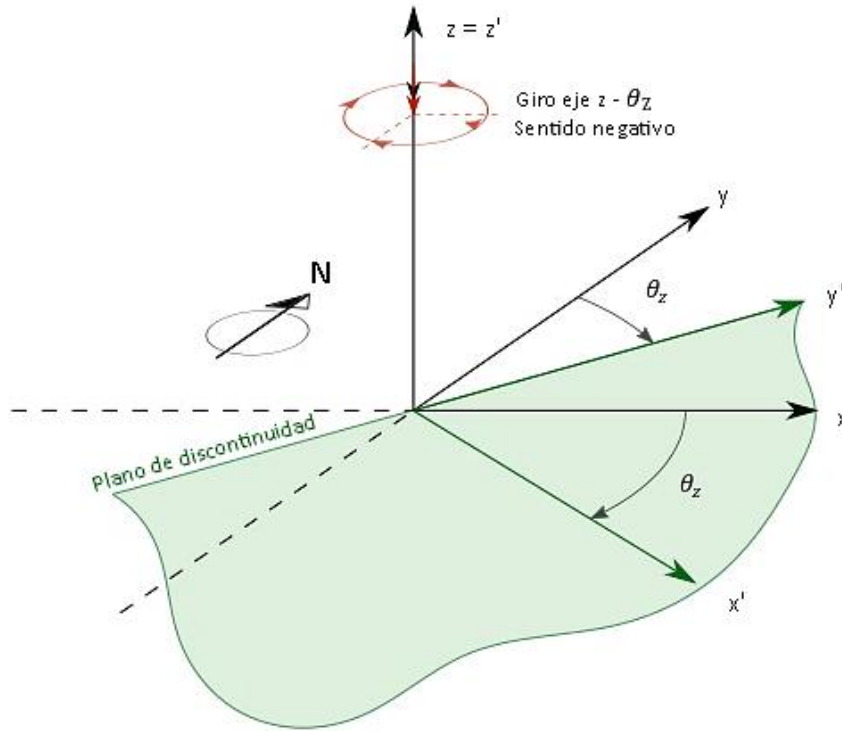


Figura 3.11. Primera rotación del cambio de base del macizo. Eje Z

La matriz de rotación es la definida por la ecuación (3.24), donde el valor del ángulo θ_z dependerá de la dirección de buzamiento (D_B) de la familia de discontinuidades, tal que:

$$\theta_z = -\left(D_B - \frac{\pi}{2}\right) (rad) \quad 3.28$$

El signo de la expresión viene dado por el sentido del giro, ya que éste sólo es de sentido positivo en Z para valores de la dirección de buzamiento inferiores a 90° .

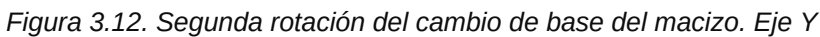
- **Giro de eje Y**

Desde el trinomio de ejes intermedios definido en el paso anterior, se realiza un giro de eje Y' hasta la configuración final de los ejes locales, tal que el eje Z* quede contenido en el plano de discontinuidad y el eje X* perpendicular al mismo y en sentido ascendente.

Para este segundo caso, la matriz de rotación es la definida por la ecuación (3.25). El valor del ángulo θ_y dependerá del ángulo de buzamiento (β) de la familia de discontinuidades, tal que:

$$\theta_y = -\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) (rad) \quad 3.29$$

Una vez más, el signo de la expresión viene dado por el sentido del giro. Como se aprecia en la Figura 3.12, el giro es de sentido negativo en el eje Y'.



- **Composición del cambio de base**

A partir de la expresión de cambio de base de un tensor (ecuación 3.26) demostrada anteriormente:

$$T = N^T \cdot T^* \cdot N$$

Se estudia la ecuación del cambio de base del tensor entre la base global (T) y local (T*), pasando por la intermedia (T'). Cada una de ellas es, en base a lo explicado:

Global - Intermedio $T = N_z^T \cdot T' \cdot N_z$

Intermedio - Local $T' = N_y^T \cdot T^* \cdot N_y$

Por tanto, la expresión completa de cambio de base:

$$T = N_z^T \cdot (N_y^T \cdot T^* \cdot N_y) \cdot N_z \quad 3.30$$

$$T^* = N_y \cdot (N_z \cdot T \cdot N_z^T) \cdot N_y^T \quad 3.31$$

3.4.1.4. Adaptación a notación de Voigt

Todo lo expuesto hasta el momento acerca del cambio de base es válido para tensores de segundo orden en un espacio vectorial de tres dimensiones. Hay que tener en cuenta, sin embargo, que todo el desarrollo de la formulación tenso-deformacional del apartado 3.3 se apoya en un artificio matemático que convierte el tensor constitutivo (D) de orden cuarto en

uno “de orden dos” (matriz de 6x6), y los tensores de orden dos de tensiones y deformaciones en vectores de seis componentes. Esto es lo que se conoce como notación de Voigt.

Las matrices N de cambio de base que se han hallado, por tanto, no valen por sí mismas. Tendrán que ser adaptadas para ser incluidas en las ecuaciones (3.30) y (3.31).

Se detalla a continuación el proceso de adaptación de la matriz de rotación de eje Z, a título ilustrativo. El de la matriz de rotación en Y es absolutamente análogo.

A partir de estas ecuaciones, anteriormente demostradas:

$$T' = N_Z \cdot T \cdot N_Z^T \quad N_Z = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Y definiendo el tensor de tensiones $\underline{\sigma}$ en ambas bases (global e intermedia) como:

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \underline{\sigma}' = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{12} & \sigma_2 & \tau_{23} \\ \tau_{13} & \tau_{23} & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Se puede desarrollar la expresión de cambio de base, y se obtienen las ecuaciones siguientes.

$$\sigma_1 = \sigma_x \cdot (\cos \theta_z)^2 + \sigma_y \cdot (\sin \theta_z)^2 + 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \sin \theta_z \cdot \cos \theta_z$$

$$\sigma_2 = \sigma_x \cdot (\sin \theta_z)^2 + \sigma_y \cdot (\cos \theta_z)^2 - 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \sin \theta_z \cdot \cos \theta_z$$

$$\sigma_z = \sigma_3$$

$$\tau_{12} = (\sigma_y - \sigma_x) \cdot \sin \theta_z \cdot \cos \theta_z + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta_z$$

$$\tau_{13} = \tau_{xz} \cdot \cos \theta_z + \tau_{yz} \cdot \sin \theta_z$$

$$\tau_{yz} = -\tau_{xy} \cdot \sin \theta_z + \tau_{yz} \cdot \cos \theta_z$$

Lo cual puede ser transformado a forma matricial. La matriz de cambio en deformaciones, si bien sigue un proceso análogo, debe ser adaptada por el uso de la deformación γ_{ij} ingenieril en lugar de la componente de deformación de corte.

$$\frac{\gamma_{ij}}{2} = \varepsilon_{ij}$$

Sustituyendo las componentes de tensión por las de deformación en las ecuaciones anteriores y empleando la relación anterior entre γ_{ij} y ε_{ij} , se obtiene la expresión en tensiones.

Se cambia además la denominación de la matriz de cambio de base. La matriz genérica N se denominará T_Z para el cambio de base en tensiones, y D_Z para el cambio en deformaciones. Las expresiones completas, ordenando los vectores como se indicó en apartados anteriores, son:

$$\underline{\sigma}' = T_z \cdot \underline{\sigma} \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = T_z \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} \quad 3.32$$

$$T_z = \begin{bmatrix} (\cos \theta_z)^2 & \sin 2\theta_z & 0 & (\sin \theta_z)^2 & 0 & 0 \\ -0.5 \sin 2\theta_z & \cos 2\theta_z & 0 & 0.5 \sin 2\theta_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_z & 0 & 0 & \sin \theta_z \\ (\sin \theta_z)^2 & -\sin 2\theta_z & 0 & (\cos \theta_z)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \theta_z & 0 & 0 & \cos \theta_z \end{bmatrix} \quad 3.33$$

$$\underline{\varepsilon}' = D_z \cdot \underline{\varepsilon} \rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = D_z \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad 3.34$$

$$D_z = \begin{bmatrix} (\cos \theta_z)^2 & 0.5 \sin 2\theta_z & 0 & (\sin \theta_z)^2 & 0 & 0 \\ -\sin 2\theta_z & \cos 2\theta_z & 0 & \sin 2\theta_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_z & 0 & 0 & \sin \theta_z \\ (\sin \theta_z)^2 & -0.5 \sin 2\theta_z & 0 & (\cos \theta_z)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \theta_z & 0 & 0 & \cos \theta_z \end{bmatrix} \quad 3.35$$

De este modo, se puede obtener la matriz de cambio de base del tensor constitutivo D. En globales, la ecuación (3.1):

$$\varepsilon = D \cdot \sigma$$

Sustituyendo en ella las ecuaciones (3.32) y (3.34)

$$\varepsilon' = (D_z \cdot D \cdot T_z^{-1}) \cdot \sigma' \quad 3.36$$

La adaptación de la matriz giro de eje Y entre las coordenadas intermedias y locales es absolutamente análoga. Con una demostración igual que la anterior, se obtiene:

$$T_y = \begin{bmatrix} (\cos \theta_y)^2 & 0 & -\sin 2\theta_y & 0 & (\sin \theta_y)^2 & 0 \\ 0 & \cos \theta_y & 0 & 0 & 0 & -\sin \theta_y \\ 0.5 \sin 2\theta_y & 0 & \cos 2\theta_y & 0 & -0.5 \sin 2\theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ (\sin \theta_y)^2 & 0 & \sin 2\theta_y & 0 & (\cos \theta_y)^2 & 0 \\ 0 & \sin \theta_y & 0 & 0 & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad 3.37$$

$$D_y = \begin{bmatrix} (\cos \theta_y)^2 & 0 & -0.5 \sin 2\theta_y & 0 & (\sin \theta_y)^2 & 0 \\ 0 & \cos \theta_y & 0 & 0 & 0 & -\sin \theta_y \\ \sin 2\theta_y & 0 & \cos 2\theta_y & 0 & -\sin 2\theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ (\sin \theta_y)^2 & 0 & 0.5 \sin 2\theta_y & 0 & (\cos \theta_y)^2 & 0 \\ 0 & \sin \theta_y & 0 & 0 & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad 3.38$$

Y sustituyendo, el cambio de base con la matriz de flexibilidad en la base de coordenadas intermedia (D') queda:

$$\varepsilon^* = (D_y \cdot D' \cdot T_y^{-1}) \cdot \sigma^* = D^* \cdot \sigma^* \quad 3.39$$

3.4.1.5. Expresiones del cambio de base

De todo lo anteriormente demostrado se desprende que las expresiones de cambio de base del tensor constitutivo (ya sea de cualquiera de los micro-materiales o el tensor global) cumplen lo siguiente:

Globales – Intermedios

$$D' = (D_z \cdot D \cdot T_z^{-1})$$

Ecuación (3.36)

Intermedios – Locales

$$D^* = D_y \cdot D' \cdot T_y^{-1}$$

Ecuación (3.39)

El cambio de base completo, por tanto:

Globales – Locales

$$D^* = D_y \cdot (D_z \cdot D \cdot T_z^{-1}) \cdot T_y^{-1} \quad 3.40$$

Locales – Globales

$$D = D_z^{-1} \cdot (D_y^{-1} \cdot D^* \cdot T_y) \cdot T_z \quad 3.41$$

Donde las matrices de cambio D_y , D_z , T_y y T_z tienen las expresiones recogidas en las ecuaciones (3.33), (3.35), (3.37) y (3.38).

Una vez halladas estas expresiones, puede pasarse a explicar y definir por pasos las dos metodologías de cálculo de deformabilidad de materiales compuestos por más de dos micro-materiales (es decir, la roca matriz y más de una familia de discontinuidades).

3.4.2. Método de inclusiones sucesivas

Este método permite la obtención de la matriz tridimensional de flexibilidad de un macizo compuesto por la roca matriz (material “R”) y un número N cualquiera de familias (materiales “Di”, con $i = 1, \dots, N$). Para ello, al igual que en el caso del modelo simple, partirá de las relaciones constitutivas de todos los micro-materiales y de los volúmenes unitarios ocupados por las familias de discontinuidades (designados como d_i).

El método se amplía en forma de algoritmo repetitivo en el que, en cada iteración, el material matriz se va actualizando para incluir sucesivamente todas las familias de discontinuidades. Así, en la primera iteración el material matriz será la roca intacta y la matriz final incluirá ésta más la primera familia. En la segunda iteración será ése el material matriz: la roca intacta más la primera familia; en la tercera, la roca intacta ensamblada con dos familias, y así sucesivamente. Así, el material matriz “R” se actualiza y, en cada paso, se ensambla con una familia de discontinuidades, hasta que todas hayan sido incorporadas a la matriz de flexibilidad.

En cada paso, el ensamblado del material matriz con la familia de discontinuidades correspondiente se realizará mediante la formulación ya explicada para medios simples de dos materiales. Esto requiere que, en cada iteración, se trabaje en los ejes locales de la familia de discontinuidades que se está ensamblando a la matriz. Se requerirá un cambio de base previo a las coordenadas locales de la familia y, tras la realización del ensamblado, el cambio a ejes globales para la siguiente iteración.

A título aclaratorio, se adjunta un esquema que ilustra el proceso para N familias en la Figura 3.13.

Los materiales de partida son: Material matriz R_i (con matriz de flexibilidad D_i^R) y familia i de discontinuidades D_i (con volumen unitario d_i y matriz de flexibilidad D_i^D). Para una iteración i cualquiera, los pasos a seguir serán los siguientes:

a. Conversión de la matriz de flexibilidad del material R_i a ejes locales

$$D_i^{R,loc} = D_i^R = D_{y,i} \cdot (D_{z,i} \cdot D_i^{R,glb} \cdot T_{z,i}^{-1}) \cdot T_{y,i}^{-1}$$

Esta matriz $D_i^{R,glb}$ es la resultante del último paso de la iteración anterior. Las matrices T y D son las definidas en el epígrafe 3.1. para el cambio de base de globales a locales.

b. Cálculo de las matrices auxiliares del método de ensamblado

De acuerdo con el método para un medio simple con dos materiales:

$$\begin{aligned} TRD_i &= (E + E^c \cdot D_i^R)^{-1} \cdot (E + E_c \cdot D_i^D) \\ TD_i &= I_6 + E^c \cdot (1 - d_i) \cdot (TRD_i - I_6) \\ DRD_i &= (E^c + E \cdot D_i^{-R})^{-1} \cdot (E^c + E \cdot D_i^{-D}) \\ DD_i &= I_6 + E \cdot (1 - d_i) \cdot (DRD_i - I_6) \end{aligned}$$

c. Cálculo de la nueva matriz de flexibilidad: actualización del material matriz

$$D_{i+1} = DD_i \cdot D_i^D \cdot TD_i^{-1} = D_{i+1}^{loc}$$

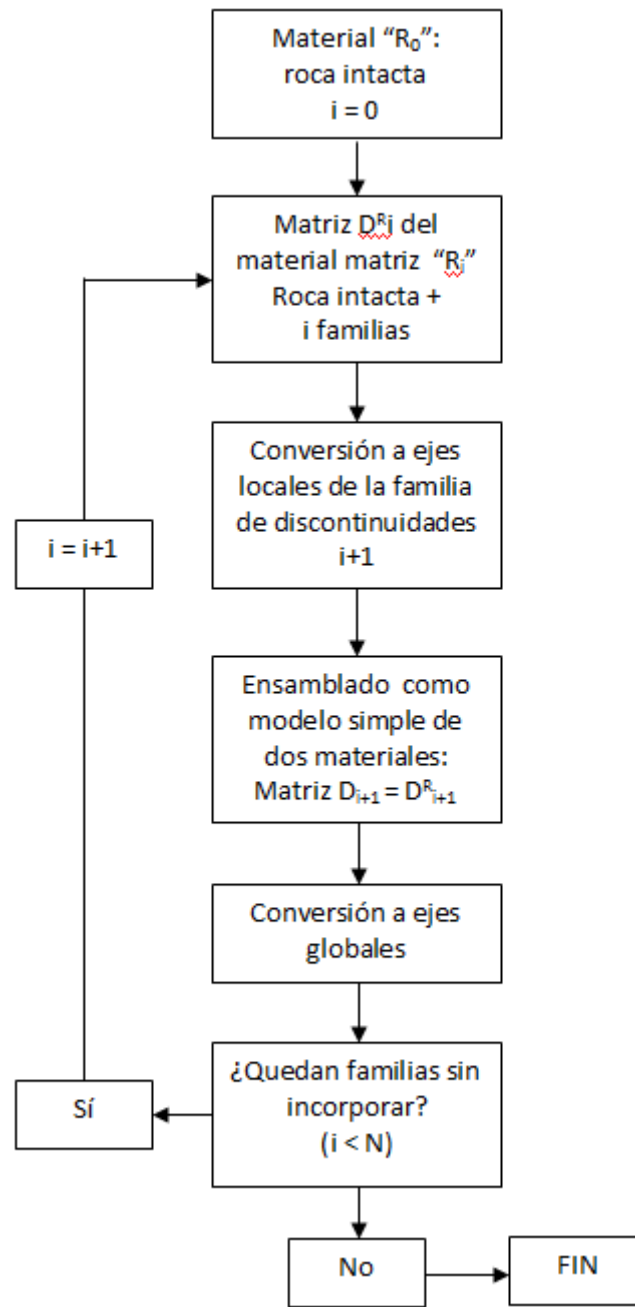


Figura 3.13. Esquema del método de inclusiones sucesivas

d. Conversión de la matriz de flexibilidad resultante a ejes globales

De cara a facilitar la posterior conversión del nuevo material matriz a los ejes locales de la siguiente familia, o para mostrar el resultado final en los ejes elegidos si fuese la última iteración, la matriz compuesta obtenida se convierte a los ejes globales:

$$D_{i+1}^{glb} = D_{z,i}^{-1} \cdot (D_{y,i}^{-1} \cdot D_{i+1}^{loc} \cdot T_{y,i}) \cdot T_{z,i}$$

Esta matriz D_{i+1}^{glb} será la matriz $D_{i+1}^{R,glb}$, con la que se inicia la siguiente iteración con el material matriz actualizado.

Este es el fundamento del primer método de ensamblado de matrices constitutivas para N familias de juntas. Este ha sido el elegido para ser utilizado en la implementación práctica de este estudio, por un motivo de robustez teórica. El otro método, al asentarse en una simplificación que puede dar lugar a existencia de matrices singulares, dio lugar a problemas durante su programación. Aun así, es coherente desde un punto de vista teórico y por ello será explicado a continuación.

3.4.3. Método de superposición

El método de superposición parte de un esquema sencillo; la matriz de flexibilidad de cada familia de discontinuidades se ensambla con un material matriz ficticio de rigidez infinita. Las contribuciones de cada uno de los materiales compuestos así obtenidos y de la roca matriz se suman, dando lugar a la matriz de flexibilidad global. Para comprender el funcionamiento global del método, primero hay que explicar las singularidades que presenta el ensamblado con un material matriz infinitamente rígido.

3.4.3.1. Simplificaciones para material rígido

El procedimiento es análogo al explicado en el apartado 3.3, pero el caso de material matriz rígido presenta una serie de modificaciones. Esto proviene de considerar su deformabilidad significativamente menor que la del material “Di” de discontinuidad, teniendo en cuenta incluso la diferencia de volumen de ambos materiales. De ser así, podría producirse la situación de que algunas de las matrices antes tratadas fuesen singulares, afectando al desarrollo del método.

En el caso de las ecuaciones de compatibilidad, según las expresiones (3.7) y (3.8):

$$E^C \cdot \varepsilon = E^C \cdot \varepsilon^R = E^C \cdot \varepsilon^D \quad \text{Fuera del plano de contacto}$$

$$E \cdot \varepsilon = d \cdot E \cdot \varepsilon^D + (1 - d) \cdot E \cdot \varepsilon^R \quad \text{En el plano de contacto}$$

Quedarían reescritas de la siguiente manera, y su suma (ecuación 3.42):

$$\begin{aligned} E^C \cdot \varepsilon &= E^C \cdot \varepsilon^D = 0 \\ E \cdot \varepsilon &= d \cdot E \cdot \varepsilon^D \\ \varepsilon &= (E^C + d \cdot E) \cdot \varepsilon^D = DD \cdot \varepsilon^D \end{aligned} \quad 3.42$$

Dado que se ha supuesto despreciable la deformabilidad del material rígido, la matriz DR no tendría sentido físico y por tanto no podría ser definida en este caso. Respecto a las expresiones en tensiones, se tendría la ecuación (3.10):

$$\dot{\sigma}^D = TDR \cdot \dot{\sigma}^R \quad TDR = (E + E^C \cdot D^D)^{-1} \cdot (E + E^C \cdot D^R)$$

Suponiendo despreciable la contribución de D^R , quedaría:

$$TDR = (E + E^C \cdot D^D)^{-1} \cdot E$$

Dado que la matriz E es singular, el conjunto en sí lo es y TDR pasa a ser una matriz no invertible. La matriz TRD , por tanto, carecerá también de sentido físico y no podrá definirse.

Dado que la matriz DR no puede utilizarse, se necesita la definición de TD^{-1} para hallar el tensor global de flexibilidad del macizo, mediante la ecuación (3.23).

$$D = DD \cdot D^D \cdot TD^{-1}$$

Pero, siendo TD dependiente de TRD , esto deberá hacerse indirectamente. Se puede hacer a partir de las definiciones de TR y TD . Teniendo TR definida en la ecuación (3.13).

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= TR \cdot \dot{\sigma}^R \\ \dot{\sigma}^D &= TDR \cdot \dot{\sigma}^R \end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^D &= TDR \cdot \dot{\sigma}^R = TDR \cdot TR^{-1} \cdot \dot{\sigma} \\ TD^{-1} &= TDR \cdot TR^{-1} \end{aligned} \quad 3.43$$

La forma de obtener el tensor de flexibilidad global evitando los problemas derivados de la singularidad de matrices sería, entonces, sustituir los resultados de las ecuaciones (3.42) y (3.43) en la ecuación global (3.23) incluida a continuación. Resumiendo:

$$\begin{aligned} D &= DD \cdot D^D \cdot TD^{-1} \\ DD &= E^C + d \cdot E \\ TD^{-1} &= TDR \cdot TR^{-1} \\ TR &= I_6 + d \cdot E^C \cdot (TDR - I_6) \\ TDR &= (E + E^C \cdot D^D)^{-1} \cdot E \end{aligned}$$

Estas serían las ecuaciones necesarias para componer un material de discontinuidad D con un material matriz infinitamente rígido.

3.4.3.2. Superposición de matrices

Como ya se ha explicado, la matriz de flexibilidad del macizo se concibe en este método como una suma ponderada de contribuciones de cada familia de discontinuidades (ensamblada con un material infinitamente rígido) y de la roca matriz. Los pasos que se deben seguir se detallan a continuación y se aclaran en la Figura 3.14.

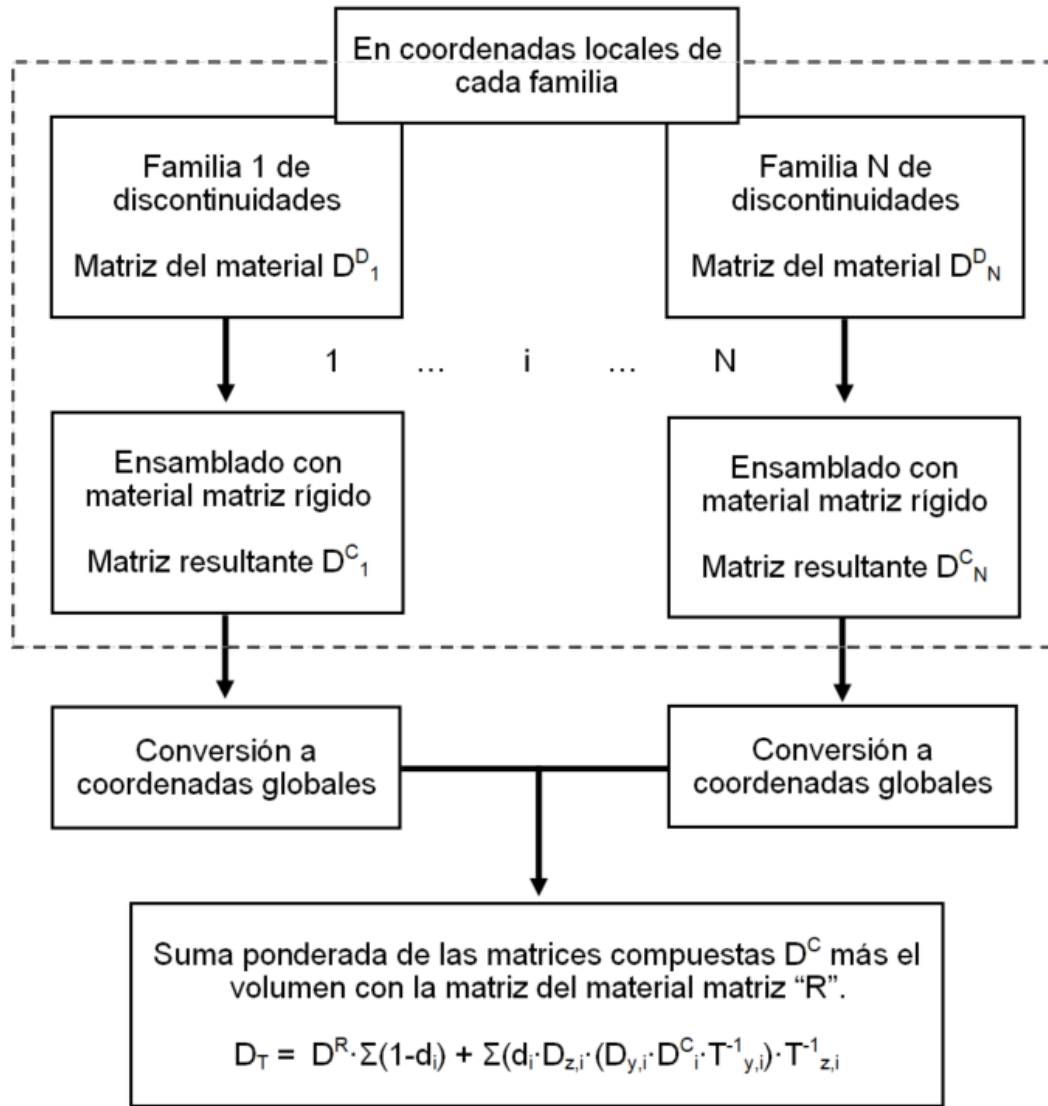


Figura 3.14. Esquema del método de superposición

a. Ensamblado de cada familia de discontinuidades con un material rígido.

De acuerdo con el método explicado en el epígrafe 3.3, la matriz del material compuesto en coordenadas locales se halla del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 TDR_i &= (E + E^C \cdot D_i^D)^{-1} \cdot E \\
 TR_i &= I_6 + d_i \cdot E^C \cdot (TDR_i - I_6) \\
 TD_i^{-1} &= TDR_i \cdot TR_i^{-1} \\
 DD_i &= E^C + d_i \cdot E \\
 D_i^C &= DD_i \cdot D_i^D \cdot TD_i^{-1}
 \end{aligned}$$

b. Suma de las contribuciones de discontinuidades y roca matriz.

Previa conversión del resultado anterior a los ejes globales del problema, se calcula la deformabilidad completa del macizo (matriz D de flexibilidad) como suma de las contribuciones de cada micro-material, ponderadas por el volumen que ocupan en el elemento de estudio:

$$D = \left(1 - \sum_{i=1}^{i=N} d_i \right) \cdot D^R + \sum_{i=1}^{i=N} d_i \cdot D_{z,i}^{-1} \cdot (D_{y,i}^{-1} \cdot D_i^C \cdot T_{y,i}) \cdot T_{z,i}$$

3.5. Implementación del método en software de cálculo

Todo el desarrollo matemático explicado hasta el momento puede ser implementado en un código de cálculo numérico. En el estudio que nos ocupa, se ha elegido para ello el método de inclusiones sucesivas y el software de cálculo matricial Matlab, por considerarse el mejor adaptado para el tipo de operaciones que debían realizarse.

El resultado es el tensor de flexibilidad del macizo en tres dimensiones. Esta matriz podrá ser adaptada para su inclusión como modelo constitutivo de un macizo rocoso en un programa de cálculo numérico orientado al ámbito de la mecánica de rocas. Esto permitiría, pues, su utilización práctica como un criterio de cálculo de deformabilidad de macizos, mejorando la precisión del procedimiento de diseño y los resultados obtenidos.

El código que se adjunta en los Anexos de esta tesis es la versión definitiva alcanzada en esta investigación, en el que las matrices de flexibilidad de todos los micro-materiales (tanto roca matriz como familias de discontinuidades) son las de sólidos definidos en la sección 4 de esta memoria.

4. Modelos constitutivos de materiales del macizo

Tras la descripción del aparato matemático de ensamblado de la matriz de flexibilidad del macizo rocoso, es necesaria la definición del comportamiento constitutivo de cada uno de los llamados “micro-materiales” del macizo: roca matriz y familias de discontinuidades. Deben establecerse, por tanto, las matrices tridimensionales de relación tenso-deformacional de cada uno de estos materiales. Con esto, quedaría completa la formulación del modelo.

En los apartados siguientes se definirá el tipo de comportamiento supuesto para cada uno de estos micro-materiales, así como su formulación compatible con el procedimiento de ensamblado (tanto por coordenadas como por variables de cálculo) y los parámetros de los que depende en cada caso.

Para esto, debe tenerse en cuenta que todas las formulaciones de tensores constitutivos deben encontrarse en 3D y con la siguiente forma de los vectores de tensión y deformación (en notación de Voigt):

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$$

Por tanto, en base a esta notación y a las bases de coordenadas locales de cada familia – definidas en el capítulo anterior – se desarrollan a continuación los tensores constitutivos de los micro-materiales.

4.1. Tensor constitutivo 3D de la roca matriz

Por lo general, puede aceptarse que la roca matriz se comporta como un sólido elástico lineal, homogéneo e isótropo. Dado que el tensor de flexibilidad del macizo rocoso, tal y como se definió en apartados anteriores y debido a las hipótesis consideradas, evalúa el comportamiento constitutivo a nivel de punto, tal suposición es aplicable a este caso.

Este comportamiento puede asumirse debido a que se acepta que cualquier orientación o estratificación producida por discontinuidades es tratada como un material aparte, y la anisotropía que introduce se considera en el modelo mediante el ensamblado de las matrices de ambos micro-materiales. En el caso específico de rocas cuya estructura interna se encuentre orientada, las consideraciones realizadas en esta sección no serían aplicables.

Así las cosas, el tensor constitutivo de la roca matriz (D^R) se escribe de acuerdo con la ley de Hooke (material elástico y lineal), del siguiente modo:

$$D_R = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_i} & 0 & 0 & -\frac{\nu_i}{E_i} & -\frac{\nu_i}{E_i} & 0 \\ 0 & \frac{1}{G_i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_i} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_i}{E_i} & 0 & 0 & \frac{1}{E_i} & -\frac{\nu_i}{E_i} & 0 \\ -\frac{\nu_i}{E_i} & 0 & 0 & -\frac{\nu_i}{E_i} & \frac{1}{E_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_i} \end{bmatrix} \quad 4.1$$

Donde:

E_i Módulo de deformabilidad de la roca matriz

ν_i Coeficiente de Poisson de la roca matriz

G_i Módulo de deformabilidad de corte. De acuerdo con la teoría de la elasticidad, se cumple la siguiente relación:

$$G_i = \frac{E_i}{2 \cdot (1 + \nu_i)}$$

4.2. Tensor constitutivo 1D de las familias de discontinuidades

Una vez definido el tensor de comportamiento tenso-deformacional de la roca matriz, el siguiente paso es definirlo también para las diferentes familias de discontinuidades del macizo.

El comportamiento de las discontinuidades es más complejo que el de la roca matriz. Debe comenzarse por analizar qué variables definen el tipo de comportamiento que puede presentar una junta, antes de pormenorizar cualquier formulación. A este respecto, el comportamiento tensión – deformación (o fuerza – desplazamiento) puede estar influenciado por las características de las paredes de la junta, las del relleno, o una combinación de ambas. Son la apertura (distancia entre paredes) y la presencia de relleno en la discontinuidad las que determinan cuál de estos aspectos influye en el comportamiento.

Para ilustrar este fenómeno, se puede tomar la clasificación de Barton (1973) como referencia, tal y como se muestra en la Figura 4.1. En función de los parámetros ya mencionados, se definen cuatro tipos de discontinuidades:

- Tipo A: junta sin relleno y de pequeña apertura. El comportamiento de la junta depende únicamente de las características de sus paredes.
- Tipo B: junta rellena de pequeña apertura. El contacto entre las paredes es más significativo para el comportamiento constitutivo que la presencia de relleno.

- Tipo C: junta rellena de apertura media. El relleno pasa a ser más significativo para el comportamiento que las paredes de la discontinuidad, pero estas últimas aún tienen influencia.
- Tipo D: junta rellena de gran apertura. La distancia entre paredes es tal que las rugosidades de éstas no llegan a entrar en contacto, por lo que el comportamiento depende únicamente de las condiciones del relleno de la discontinuidad.

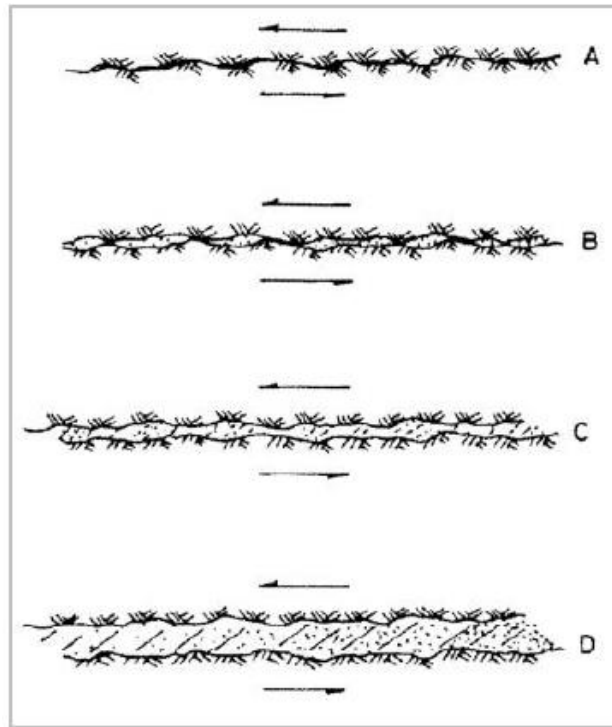


Figura 4.1. Tipos de juntas según su apertura y relleno. Fuente: Barton (1973)

En el caso concreto de esta tesis, se tratará el comportamiento de las juntas tipo A (sólo influenciado por las paredes) y tipo D (sólo influenciado por el relleno). Las juntas tipo B y C, que presentan interacción entre ambos factores, tienen un comportamiento mucho más complejo y que escapa al alcance de la presente investigación.

El objetivo es, para ambos tipos de juntas, formular el tensor 3D de comportamiento como una matriz que pueda ser introducida en el aparato de ensamblado descrito en la sección anterior. Esto presenta sus limitaciones – que serán expuestas en apartados posteriores – ya que el comportamiento de las juntas es unidimensional y tendrán que realizarse ciertas hipótesis para su adaptación.

En los dos epígrafes siguientes se formulan los tensores constitutivos de las juntas tipo A y D en una dimensión; su extrapolación a un medio tridimensional se realizará más adelante.

4.2.1. Tensor 1D de discontinuidades tipo D (juntas rellenas)

El comportamiento de discontinuidades rellenas se modeliza atendiendo únicamente a las características del relleno de la junta. En nuestro caso, se supondrá un relleno de tipo arcilloso.

Existen estudios sobre el comportamiento de este tipo de rellenos (Uriel y Serrano (1972), Roscoe y Burland (1968) o Kondner (1963)). Cualquiera de las formulaciones obtenidas en ellos, debidamente adaptada, podría utilizarse como matriz de entrada en el aparato de ensamblado. En el caso que nos ocupa, sin embargo, se adoptará la simplificación de suponer para la arcilla un comportamiento elástico, lineal e isótropo. Bajo esta hipótesis, puede modelizarse como un sólido hookeano, y su matriz unidimensional sería la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_N \\ \gamma_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_D} & 0 \\ 0 & \frac{1}{G_D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_N \\ \tau \end{bmatrix} = D_{1D} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_N \\ \tau \end{bmatrix} \quad 4.2$$

Donde:

E_D Módulo de deformabilidad del relleno de la discontinuidad

ν_D Coeficiente de Poisson del relleno de la discontinuidad

G_D Módulo de deformabilidad de corte del relleno de la discontinuidad. De acuerdo con la teoría de la elasticidad, se cumple la siguiente relación:

$$G_D = \frac{E_D}{2 \cdot (1 + \nu_D)}$$

La extrapolación tridimensional de este comportamiento, sin embargo, no es inmediata según la ley de Hooke en tres dimensiones. Esto ocurre porque el comportamiento de la junta en dimensiones aparte de la normal y tangencial a sus paredes no es asimilable a la de un sólido 3D cualquiera. Esto merece un estudio más pormenorizado, que se realiza en la sección 4.3.

4.2.2. Tensor 1D de discontinuidades tipo A (juntas sin relleno)

4.2.2.1. Generalidades

Del mismo modo que se ha realizado con las juntas tipo D, debe definirse ahora la formulación unidimensional constitutiva de las juntas de pequeña apertura sin relleno. En este caso y como ya se ha visto, el comportamiento será plenamente dependiente de las características de las paredes de la junta, según su deformabilidad y rugosidad.

De entre todos los modelos de discontinuidades disponibles, y siguiendo con el espíritu no empírico de esta línea de investigación, se ha optado por la formulación analítica de Hertz – Mindlin. Se trata de la formulación de Mindlin (1949) extendida a partir de la de Hertz relativa al contactos entre esferas bajo carga normal, añadiendo una carga tangencial y considerando

posible el deslizamiento de la interfaz. Así, se simula un comportamiento elástico no lineal, que se ajusta de forma razonable al de las rugosidades de una junta tipo A previamente a su rotura.

Los epígrafes siguientes establecerán el procedimiento matemático y la formulación tensión-deformación de la junta como elemento de una dimensión. Se indicarán, asimismo, las simplificaciones adoptadas.

Parámetros de influencia

Hay dos tipos de factores que influyen en la deformabilidad de una discontinuidad: geométricos y mecánicos. Los factores geométricos son:

- Dimensiones de la junta: longitud (l) y anchura (w).
- Distribución de radios de curvatura de las rugosidades de la junta: $f_R(R)$.
- Distribución de inclinaciones de los planos de contacto entre rugosidades respecto del plano medio de la junta: $f_R(\alpha)$.

Los factores mecánicos de influencia son:

- Parámetros de deformabilidad de la roca matriz (módulo de Young de corte (G) y coeficiente de Poisson (ν)), y ley de fluencia en rotura.
- Factores de resistencia de la junta (ángulo de rozamiento básico, φ_B) y de la roca matriz: resistencia a compresión simple u otros parámetros, según el criterio de rotura considerado.

Todas estas variables participan en el desarrollo del modelo de juntas, ya sea en la formulación del tensor de deformabilidad de un solo contacto o en la integración del tensor de la discontinuidad completa. En ambos casos, se necesita una caracterización estandarizada de la geometría de los contactos – según sus parámetros concretos, como se muestra en la Figura 4.2 – y de la junta completa – según la distribución de dichos parámetros -. Esto se analiza a continuación.

Caracterización geométrica del contacto

Los contactos se caracterizan, desde un punto de vista geométrico, con las tres variables ilustradas en la Figura 4.2:

- Los radios de curvatura de las dos rugosidades involucradas: R_1 y R_2 .
- El ángulo de inclinación del plano de contacto respecto del plano medio de junta: α .

A partir de estas dos variables, se realizará todo el desarrollo matemático posterior, descrito en este documento, partiendo de las siguientes hipótesis:

- Rugosidades de forma esférica.

- Funciones de distribución de parámetros de rugosidad (radios y ángulo) idénticas para ambas caras de la junta.
- Distribución isótropa de rugosidades en el plano medio, tal que pueda suponerse que la dirección normal a los planos de contacto está contenida en el plano longitudinal de la junta.

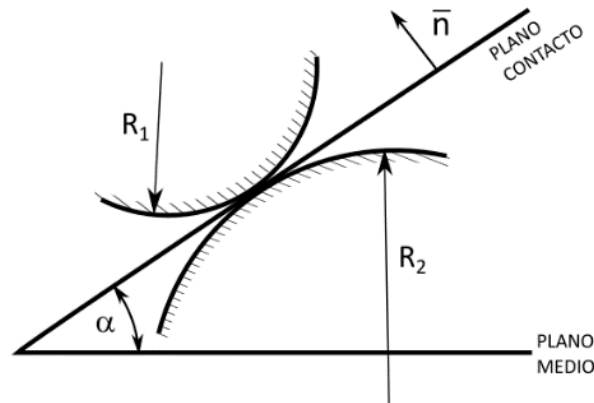


Figura 4.2. Caracterización geométrica de un contacto

Todo el análisis de la junta se realizará en dos dimensiones, considerando el plano medio longitudinal, tal y como se muestra en la Figura 4.3.

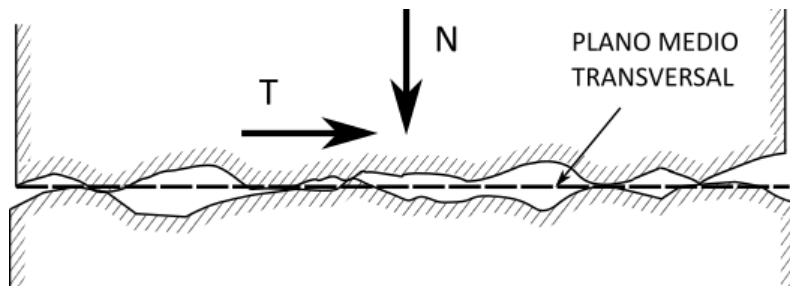


Figura 4.3. Geometría de la junta. Corte por el plano medio longitudinal (π)

Para la obtención de los valores y funciones de distribución de las variables mencionadas deberán realizarse diferentes reconocimientos. En el caso de los radios de curvatura de juntas, pueden obtenerse con técnicas de levantamiento microtopográfico. Sobre los valores y distribución de los ángulos de inclinación de los planos de contacto, se admite como hipótesis que la normal a dichos planos está contenida en el plano medio longitudinal (π) en el que además actúan las cargas normal (N) y tangencial (T), mostradas en la Figura 4.3. Aparte, dichos ángulos dependerán de la historia geológica de la junta.

La Figura 4.4 muestra algunos ejemplos de posibles funciones de distribución de ángulos y radios de curvatura. Para cada caso de estudio, se debe realizar un análisis de sensibilidad que determine qué tipo de función modeliza mejor el comportamiento real de la junta y la influencia que esto pueda tener sobre los resultados.

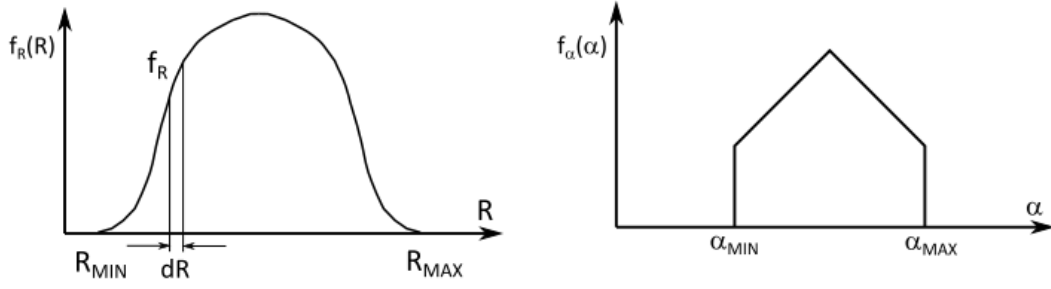


Figura 4.4. Ejemplos de funciones de distribución de variables geométricas

Los contactos así caracterizados, al depender de tres variables (R_1 , R_2 , α), pueden representarse en un espacio de tres dimensiones. Así, en el dominio definido por los valores máximos y mínimos de cada variable (dominio Ω), cada contacto queda representado por un elemento diferencial asimilable a un punto, como se muestra en la Figura 4.5.

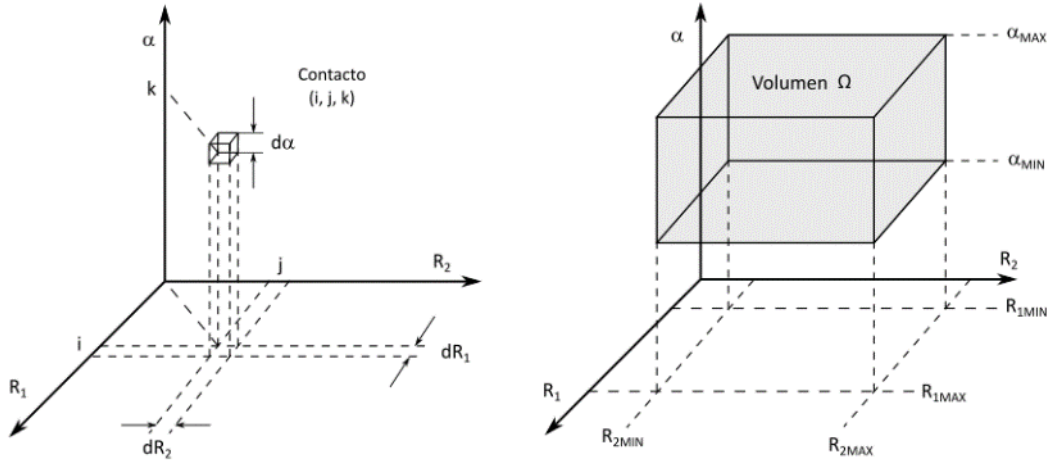


Figura 4.5. Representación de contactos en un espacio vectorial de tres dimensiones

Un determinado contacto caracterizado como (R_1, R_2, α) se repetirá a lo largo de las caras de la junta con una cierta frecuencia f , según las funciones de distribución de las tres variables de caracterización. Así, se tiene:

$$f = f_{\alpha}(\alpha) \cdot f_R(R_1) \cdot f_R(R_2) = f(R_1, R_2, \alpha)$$

Y por definición de función de probabilidad, se cumple:

$$\int_{\Omega} f \cdot d\Omega = \iiint_{\Omega} f_{\alpha}(\alpha) \cdot f_R(R_1) \cdot f_R(R_2) \cdot d\alpha \cdot dR_1 \cdot dR_2 = 1$$

4.2.2.2. Sistemas de ejes

Considerando de nuevo el plano longitudinal medio de la junta (antes denominado plano π), pueden definirse dos juegos de ejes cartesianos. Esto se hace para facilitar el cálculo del tensor de rigidez de un contacto y la posterior integración del tensor total de la junta.

En primer lugar, se tienen los ejes globales de la discontinuidad. Se trata de una base de ejes canónicos, únicos para la junta completa. Son los mostrados en la Figura 4.6.

En segundo lugar, los ejes locales de la rugosidad son un conjunto de bases, también canónicas, definidas para cada contacto según su ángulo de inclinación respecto del plano medio de la junta (α), como se ilustra en la Figura 4.7.

La base local servirá para desarrollar la formulación de rigidez de un único contacto. Así, el tensor de rigidez de cada contacto se formulará en un primer momento en su base local. Tras su conversión a ejes globales, los resultados unificados podrán integrarse para la obtención del tensor de rigidez global de la junta.

Se pasa ahora a definir en detalle ambas bases de ejes, así como el cambio entre ellas.

Ejes globales

Son los ejes definidos para la totalidad de la junta, paralelos a las direcciones normal y tangencial al plano medio de la discontinuidad. Se muestran en la Figura 4.6.

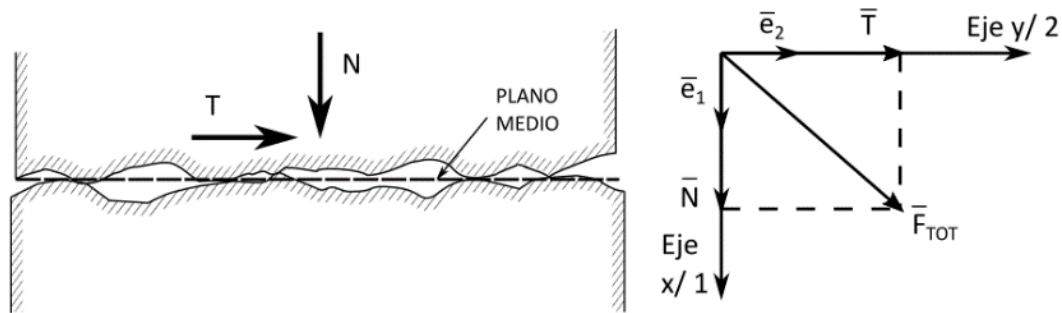


Figura 4.6. Ejes globales del plano de discontinuidad

La base de ejes está contenida en el plano longitudinal de la junta. Se definen como:

- Eje 1 o eje x: Normal al plano medio, con sentido hacia la parte inferior de la junta.
- Eje 2 o eje y: Contenido en el plano medio, de izquierda a derecha (tal que la base sea dextrógira).

La base de vectores se denomina como $B = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$

Así, la descomposición de fuerzas y movimientos de la junta se puede realizar del siguiente modo, utilizando la notación de índices de Einstein:

$$\bar{F} = \bar{N} + \bar{T} = N \cdot \bar{e}_1 + T \cdot \bar{e}_2 \quad \text{Luego la fuerza } \bar{F} = F_1 \cdot \bar{e}_1 + F_2 \cdot \bar{e}_2 = F_i \cdot \bar{e}_i$$

$$\bar{u} = \bar{u}_N + \bar{u}_T = u_N \cdot \bar{e}_1 + u_T \cdot \bar{e}_2 \quad \text{Luego el desplazamiento } \bar{u} = u_1 \cdot \bar{e}_1 + u_2 \cdot \bar{e}_2 = u_i \cdot \bar{e}_i$$

Se tienen así las componentes normal y tangencial de fuerzas y desplazamientos.

Ejes locales de la rugosidad

La base de ejes locales se define de forma distinta para cada contacto según el ángulo de inclinación de su plano respecto del plano medio, como se muestra en la Figura 4.7.

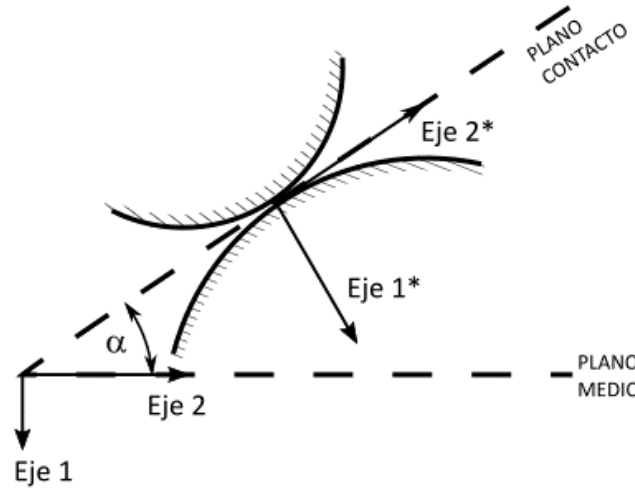


Figura 4.7. Ejes locales de la rugosidad

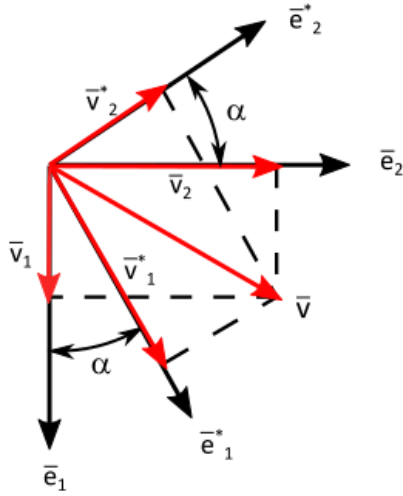
Así, cada contacto tiene unos ejes intrínsecos según su geometría. La base local tiene notación $B^* = \{\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*\}$, y sus ejes se definen como:

- Eje 1* o x^* : Normal al plano de contacto, orientado hacia la cara inferior de la junta.
- Eje 2* o y^* : Contenido en el plano de contacto, orientado tal que la base sea dextrógira.

La descomposición de fuerzas y desplazamientos en componentes normal y tangencial al plano de contacto se realiza de forma análoga a la vista anteriormente:

$$\bar{F} = \bar{N}^* + \bar{T}^* = N^* \cdot \bar{e}_1^* + T^* \cdot \bar{e}_2^* \quad \text{Luego la fuerza } \bar{F} = F_1^* \cdot \bar{e}_1^* + F_2^* \cdot \bar{e}_2^* = F_i^* \cdot \bar{e}_i^*$$

$$\bar{u} = \bar{u}_N^* + \bar{u}_T^* = u_N^* \cdot \bar{e}_1^* + u_T^* \cdot \bar{e}_2^* \quad \text{Luego el desplazamiento } \bar{u} = u_1^* \cdot \bar{e}_1^* + u_2^* \cdot \bar{e}_2^* = u_i^* \cdot \bar{e}_i^*$$

Cambio de base

La relación de cambio entre ambas bases es, como se muestra en la Figura 4.8, una rotación de eje z (perpendicular al plano longitudinal de la junta) y ángulo α (donde éste es el ángulo de inclinación del plano de contacto respecto del plano medio de la discontinuidad).

La matriz de cambio Q entre ambas bases se define del siguiente modo:

*Figura 4.8. Cambio de base global – local
(discontinuidad – rugosidad)*

$$\begin{aligned} \bar{e}_1^* &= \bar{e}_1 \cdot \cos \alpha + \bar{e}_2 \cdot \sin \alpha \\ \bar{e}_2^* &= -\bar{e}_1 \cdot \sin \alpha + \bar{e}_2 \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad \rightarrow \quad (\bar{e}_1^* \quad \bar{e}_2^*) = (\bar{e}_1 \quad \bar{e}_2) \cdot \underline{Q} = (\bar{e}_1 \quad \bar{e}_2) \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Dado que un tensor de rotación es ortogonal por definición:

$$\underline{Q} \cdot \underline{Q}^T = \underline{Q}^T \cdot \underline{Q} = \underline{I} \quad \rightarrow \quad \underline{Q}^T = \underline{Q}^{-1}$$

Se define, por tanto:

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}; \quad Q^T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad 4.3$$

Así, la descomposición de un vector v cualquiera (ver Figura 4.8) es:

$$\bar{v} = v_i \cdot \bar{e}_i = v_j^* \cdot \bar{e}_j^*$$

El cambio de base entre los vectores de ambos pares de ejes se expresa, en notación indicial:

$$\bar{e}_j^* = \bar{e}_i \cdot Q_{ij} \quad \rightarrow \quad \bar{e}_i = \bar{e}_j^* \cdot Q_{ij}^{-1} = \bar{e}_j^* \cdot Q_{ji} \quad (Q^T)$$

Para el caso de las coordenadas de un vector genérico v :

$$\bar{v} = v_j^* \cdot \bar{e}_j^* = v_j^* \cdot Q_{ji} \cdot \bar{e}_i = v_i \cdot \bar{e}_i$$

Así pues:

$$v_j^* \cdot Q_{ji} = v_i \quad (Q^T) \rightarrow v_j^* = v_i \cdot Q_{ij}$$

Las ecuaciones matriciales quedan:

$$\bar{e}^* = \bar{e} \cdot Q \quad \bar{e} = \bar{e}^* \cdot Q^T \quad \bar{v}^* = \bar{v} \cdot Q \quad \bar{v} = \bar{v}^* \cdot Q^T$$

Siendo:

$$\bar{e}^* = (e_1^* \ e_2^*) \quad \bar{e} = (e_1 \ e_2) \quad \bar{v}^* = (v_1^* \ v_2^*) \quad \bar{v} = (v_1 \ v_2)$$

4.2.2.3. Ecuaciones de Hertz-Mindlin

El siguiente paso es definir el modelo constitutivo que simulará el comportamiento de la discontinuidad. El modelo elástico lineal no refleja el comportamiento real de una junta sin relleno. En estos casos, la formulación elástica no lineal de Hertz – Mindlin para contactos esféricos (Mindlin, 1949) se ha escogido por su carácter analítico y su compromiso entre sencillez y fidelidad en la modelización.

Para hallar la relación entre cargas y movimientos en la junta, se realiza una hipótesis de rigidez infinita de la roca matriz. Esto es; la totalidad de la deformación experimentada por la junta se debe a sus contactos. Las caras de la junta se consideran totalmente rígidas en relación con la deformabilidad de las rugosidades.

Se deduce por tanto que, para hallar el tensor de rigidez (relación cargas – movimientos, y posteriormente tensión – deformación) de la junta, se debe acudir a una formulación del comportamiento de los contactos. Esta formulación es la desarrollada por Hertz y Mindlin (Mindlin, 1949) y que se reproduce a continuación.

Ecuaciones en totales

Rugosidad bajo carga normal

El desplazamiento normal movilizado (u_N) es de signo compresivo.

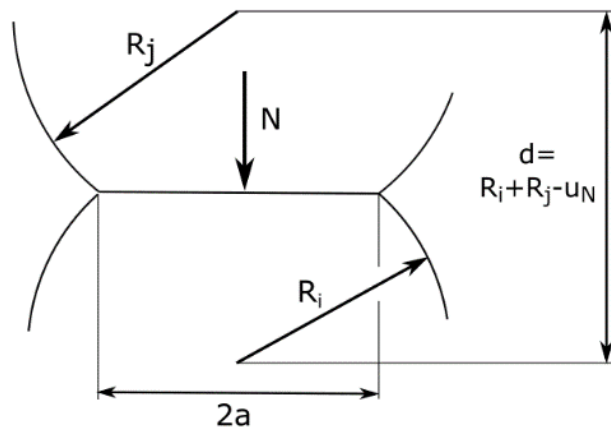


Figura 4.9. Rugosidad bajo carga normal

Se toma como variable el radio medio equivalente de la rugosidad (R), definida de acuerdo con lo mostrado en la Figura 4.9.

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \quad 4.4$$

Las propiedades deformacionales de la roca matriz en las caras de la junta (con la previsible alteración que haya sufrido) son: módulo elástico transversal (G_P) y coeficiente de Poisson (ν_P). Se tiene:

$$N = \frac{4G_P}{3(1-\nu_P)} \cdot R^{1/2} \cdot u_N^{3/2} = \frac{4G_P}{3(1-\nu_P)} \cdot (R \cdot u_N)^{1/2} \cdot u_N \quad 4.5$$

Siendo a la variable señalada en la Figura 4.9, de forma que su valor y la ecuación final son:

$$N = \frac{4G_P}{3(1-\nu_P)} \cdot a \cdot u_N \quad a = (R \cdot u_N)^{1/2} \quad 4.6$$

Rugosidad bajo carga normal y cortante

Este caso se ilustra de forma esquemática en la Figura 4.10. La formulación asociada depende de la historia de cargas de la discontinuidad. Se deben diferenciar dos casos:

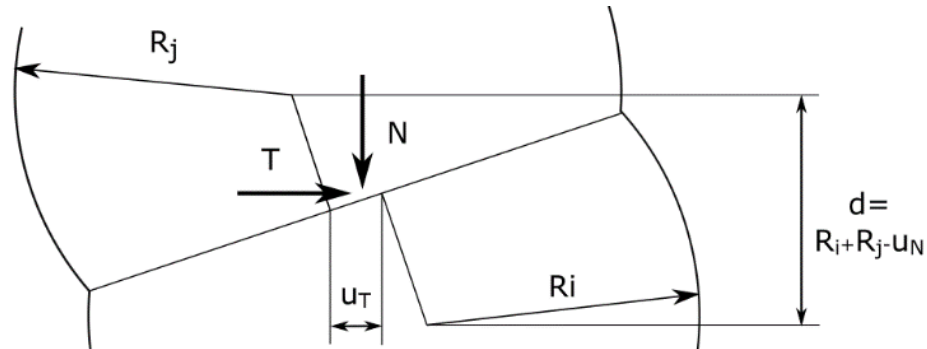


Figura 4.10. Rugosidad bajo carga compuesta

a- Carga tangencial (T) monótonamente creciente

Definiendo la variable auxiliar f a partir del ángulo de rozamiento residual (ϕ_B), se tiene:

$$u_T = \frac{3(2-\nu_P)}{8G_P a} \cdot f \cdot N \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T}{f \cdot N} \right)^{2/3} \right] \quad f = \tan \phi_B \quad 4.7$$

b- Carga tangencial (T) monótonamente decreciente tras un máximo (T_S)

$$u_T = \frac{3(2-\nu_P)}{8G_P a} \cdot f \cdot N \cdot \left[2 \cdot \left(1 - \frac{T_S - T}{2f \cdot N} \right)^{2/3} - \left(1 - \frac{T_S}{f \cdot N} \right)^{2/3} - 1 \right] \quad 4.8$$

Se deberán diferenciar estas expresiones para obtener la formulación que relacione los incrementos de desplazamientos y cargas.

Ecuaciones en diferenciales**Procesos bajo carga normal**

Diferenciando la ecuación (4.5) se obtiene la expresión siguiente en incrementos:

$$N \cdot \frac{3(1 - \nu_P)}{4G_P \cdot R^{1/2}} = (u_N)^{3/2} \rightarrow dN \cdot \frac{3(1 - \nu_P)}{4G_P \cdot R^{1/2}} = \frac{3}{2} \cdot (u_N)^{1/2} \cdot du_N$$

$$dN = K_N \cdot du_N \quad 4.9$$

$$K_N = \frac{2G_P a}{(1 - \nu_P)} \quad 4.10$$

$$a = (R \cdot u_N)^{1/2}$$

Procesos con carga cortante (T) monótonamente creciente

La expresión diferencial en carga tangencial se obtiene a partir del cociente de las ecuaciones (4.5) y (4.7):

$$\frac{u_T}{u_N} = \frac{f}{C} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T}{f \cdot N} \right)^{2/3} \right] \quad \text{Con } C = \frac{2(1 - \nu_P)}{(2 - \nu_P)}$$

Diferenciando la expresión anterior, se obtiene:

$$dT = f \cdot K_N \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T}{f \cdot N} \right)^{1/3} \right] \cdot du_N + C \cdot K_N \cdot \left[1 - \frac{T}{f \cdot N} \right]^{1/3} \cdot du_T$$

Reagrupando, resultan las siguientes ecuaciones:

$$dT = K_D \cdot du_N + K_T \cdot du_T \quad 4.11$$

$$K_D = f \cdot K_N \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T}{f \cdot N} \right)^{1/3} \right] \quad 4.12$$

$$K_T = C \cdot K_N \cdot \left[1 - \frac{T}{f \cdot N} \right]^{1/3} \quad 4.13$$

Procesos con carga cortante (T) decreciente

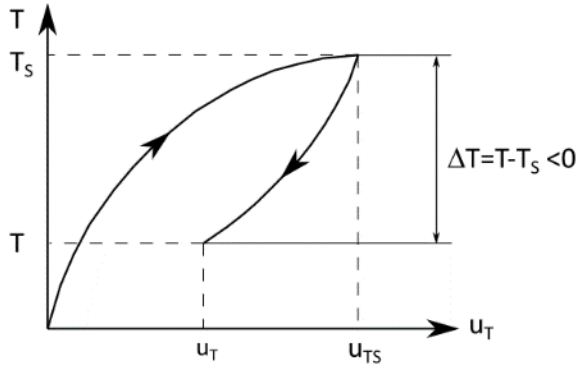


Figura 4.11. Evolución carga cortante - desplazamiento cortante

La evolución de la carga T es mostrada en la Figura 4.11; decrece monótonamente desde un valor máximo T_S . El desplazamiento cumplirá la igualdad (4.8) para este caso.

El desplazamiento máximo, u_{TS} , cumple la ecuación (4.7), por hallarse al final de la rama creciente. Queda:

$$u_{TS} = \frac{3(2 - \nu_P)}{8G_P a} \cdot f \cdot N \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T_S}{f \cdot N} \right)^{2/3} \right] \quad f = \tan \phi_B$$

Restando ambos desplazamientos:

$$u_T - u_{TS} = \frac{3(2 - \nu_P)}{4G_P a} \cdot f \cdot N \cdot \left[\left(1 - \frac{T_S - T}{2f \cdot N} \right)^{2/3} - 1 \right]$$

Dividiendo por el desplazamiento normal (ecuación (4.6)):

$$\frac{u_T - u_{TS}}{u_N} = \frac{(2 - \nu_P)}{(1 - \nu_P)} \cdot f \cdot \left[\left(1 - \frac{T_S - T}{2f \cdot N} \right)^{2/3} - 1 \right] = \frac{2f}{C} \left[\left(1 - \frac{T_S - T}{2f \cdot N} \right)^{2/3} - 1 \right]$$

Diferenciando y operando, se obtienen la expresión diferencial:

$$dT = K_D \cdot du_N + K_T \cdot du_T \quad 4.14$$

$$K_D = -2fK_N \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T_S - T}{2fN} \right)^{1/3} \right] \quad 4.15$$

$$K_T = CK_N \cdot \left(1 - \frac{T_S - T}{2fN} \right)^{1/3} \quad 4.16$$

4.2.2.4. Tensor de rigidez de una rugosidad

Ejes locales

El tensor de rigidez de una rugosidad se obtiene reordenando, en forma matricial, las ecuaciones obtenidas anteriormente. Para un caso general, se tiene el tensor de rigidez $\underline{K}$ en coordenadas locales:

$$d\overline{F^*} = \underline{K^*} \cdot d\overline{u^*} \quad 4.17$$

$$\begin{bmatrix} dN^* \\ dT^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_N & 0 \\ K_D & K_T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} du_N^* \\ du_T^* \end{bmatrix} = K_N \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \chi_D & \chi_T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} du_N^* \\ du_T^* \end{bmatrix} \quad 4.18$$

Agrupando y reorganizando las expresiones anteriores, se tiene:

$$\frac{K_D}{K_N} = \chi_D = \begin{cases} f \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T}{f \cdot N} \right)^{1/3} \right] & \text{T monótonamente creciente} \\ -2f \left[1 - \left(1 - \frac{T_S - T}{2fN} \right)^{1/3} \right] & \text{T decreciente desde máx. Ts} \end{cases} \quad 4.19$$

$$\frac{K_T}{K_N} = \chi_T = \begin{cases} C \cdot \left[1 - \frac{T}{f \cdot N} \right]^{1/3} & \text{T monótonamente creciente} \\ C \left(1 - \frac{T_S - T}{2fN} \right)^{1/3} & \text{T decreciente desde máx. Ts} \end{cases} \quad 4.20$$

$$K_N = \frac{2G_P a}{(1 - \nu_P)} \quad a = (R \cdot u_N^*)^{1/2} \quad f = \tan \phi_B \quad C = \frac{2(1 - \nu_P)}{(2 - \nu_P)} \quad 4.21$$

A partir de este resultado se puede obtener también el tensor de rigidez inverso, o tensor de flexibilidad. Su expresión en coordenadas locales es:

$$d\bar{u}^* = (\underline{K}^*)^{-1} \cdot d\bar{F}^* \quad 4.22$$

$$\begin{bmatrix} du_N^* \\ du_T^* \end{bmatrix} = \frac{1}{K_N \cdot K_T} \begin{bmatrix} K_T & 0 \\ -K_D & K_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dN^* \\ dT^* \end{bmatrix} = \frac{1}{K_N} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\chi_D & \chi_T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dN^* \\ dT^* \end{bmatrix} \quad 4.23$$

Ejes globales

La obtención del tensor de rigidez del contacto en coordenadas globales se realiza por medio del cambio de base de la expresión tensorial antes descrita (ecuación 4.17). La notación utilizada es:

Locales (rugosidad), ecuación (4.17):

$$d\bar{F}^* = \underline{K}^* \cdot d\bar{u}^*$$

Globales (discontinuidad):

$$d\bar{F} = \underline{K} \cdot d\bar{u} \quad 4.24$$

Y recordando que se definía la matriz de cambio de base mediante la ecuación (4.3):

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}; \quad \underline{Q}^T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Tal que un vector fila $\bar{v}$:

$$\bar{v}^* = \bar{v} \cdot \underline{Q} \quad \bar{v} = \bar{v}^* \cdot \underline{Q}^T$$

Tendremos, con los vectores diferenciales en columna:

$$d\bar{F} = \underline{Q} \cdot d\bar{F}^* \quad d\bar{F}^* = \underline{Q}^T \cdot d\bar{F} \quad 4.25$$

$$d\bar{u} = \underline{Q} \cdot d\bar{u}^* \quad d\bar{u}^* = \underline{Q}^T \cdot d\bar{u} \quad 4.26$$

Sustituyendo en la expresión (4.17) estas ecuaciones, se tiene:

$$d\bar{F}^* = \underline{K}^* \cdot d\bar{u}^* \rightarrow \underline{Q}^T \cdot d\bar{F} = \underline{K}^* \cdot \underline{Q}^T \cdot d\bar{u} \rightarrow d\bar{F} = \underline{Q} \cdot \underline{K}^* \cdot \underline{Q}^T \cdot d\bar{u}$$

Luego:

$$\underline{K} = \underline{Q} \cdot \underline{K}^* \cdot \underline{Q}^T \quad 4.27 a$$

Y por definición de Q, la expresión del tensor de rigidez en globales queda:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = K_N \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \chi_D & \chi_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad 4.27 b$$

Multiplicando las matrices y separando las componentes:

$$\begin{aligned} K_{11} &= K_N \cdot ((\cos \alpha)^2 - \chi_D \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \chi_T \cdot (\sin \alpha)^2) \\ K_{12} &= K_N \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \alpha - \chi_D \cdot (\sin \alpha)^2 - \chi_T \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \\ K_{21} &= K_N \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \chi_D \cdot (\cos \alpha)^2 - \chi_T \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \\ K_{22} &= K_N \cdot ((\sin \alpha)^2 + \chi_D \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \chi_T \cdot (\cos \alpha)^2) \end{aligned} \quad 4.27 c$$

Donde el valor de la rigidez normal de la junta (K_N) es dependiente del movimiento en dirección normal, lo cual convierte al sistema en uno implícito. La expresión de K_N también puede ser expresada en locales o globales:

$$K_N = \frac{2G_P a}{1 - \nu_P} = \frac{2G_P}{1 - \nu_P} \cdot (u_N^* R)^{1/2}$$

Y dado que para un vector columna de desplazamientos, la conversión queda:

$$d\bar{u}^* = \underline{Q}^T \cdot d\bar{u} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} du_N^* \\ du_T^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} du_N \\ du_T \end{bmatrix}$$

La expresión queda, en locales de la rugosidad y globales de la junta:

$$K_N = \frac{2G_P}{1 - \nu_P} \cdot (u_N^* R)^{1/2} = \frac{2G_P}{1 - \nu_P} \cdot (R)^{1/2} \cdot (\cos \alpha \cdot u_N + \sin \alpha \cdot u_T)^{1/2} \quad 4.27 d$$

4.2.2.5. Tensor de rigidez de una discontinuidad

Una vez se tienen las expresiones del tensor de rigidez de un contacto, se pueden integrar los tensores de todos los contactos de la junta para dar lugar al tensor de deformabilidad total de la discontinuidad. Para ello, deben plantearse en primer lugar las ecuaciones de equilibrio de la junta.

Ecuaciones de equilibrio

La transmisión de la carga total ($\bar{F}$) de la cara superior a la cara inferior de la junta se produce íntegramente a través de los contactos, como se muestra en la Figura 4.12.

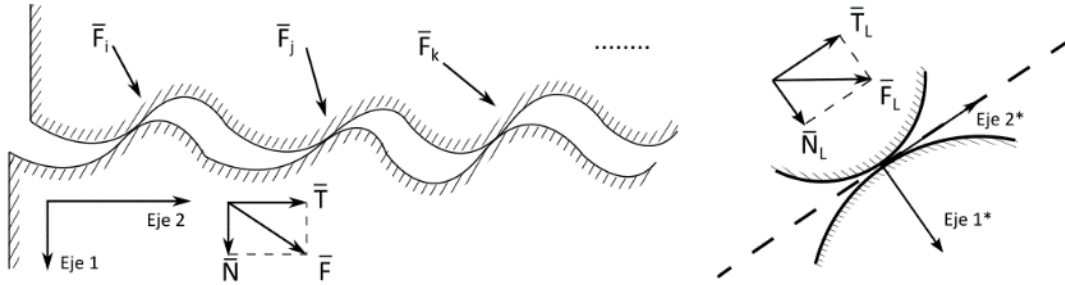


Figura 4.12. Distribución de fuerzas en contactos y descomposición en coordenadas locales y globales

De esta forma, se tiene la ecuación de equilibrio:

$$\bar{F} = \Sigma \bar{F}_L \quad L = i, j, k, \dots \quad (\text{Familias de contactos}) \quad 4.28$$

Se puede descomponer en sus componentes normal y tangencial, en ejes globales, como:

$$\bar{N} = \Sigma \bar{N}_L \quad \bar{T} = \Sigma \bar{T}_L$$

Efectuando el cambio de base para expresar las fuerzas aplicadas sobre cada contacto en sus coordenadas locales, y considerando los vectores en columna, se tiene:

$$\bar{F} = \Sigma \bar{F}_L = \Sigma \underline{Q}_L \cdot \bar{F}_L^* \quad 4.29 a$$

Expresándolo por componentes:

$$\begin{bmatrix} N \\ T \end{bmatrix} = \sum_L \begin{bmatrix} \cos \alpha_L & -\sin \alpha_L \\ \sin \alpha_L & \cos \alpha_L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N_L^* \\ T_L^* \end{bmatrix} \quad L = 1, \dots, N \quad (\text{Número de contactos}) \quad 4.29 b$$

Esta relación, combinada con la expresión de rigidez de la junta y una condición de compatibilidad, permite integrar el tensor como se verá en el siguiente epígrafe.

Tensor global

Diferenciando la ecuación (4.29a) y por definición del tensor de rigidez en locales, $\underline{K}^*$ (Ecuación 4.17):

$$d\bar{F} = \Sigma \underline{Q}_L \cdot d\bar{F}_L^* \quad 4.30$$

$$d\bar{F} = \Sigma \underline{Q}_L \cdot \underline{K}_L^* \cdot d\bar{u}_L^* \quad 4.31$$

Anteriormente se especificó que una de las hipótesis del método era la consideración de rigidez infinita en las caras de la junta, de modo que todo el movimiento se debiese íntegramente a la deformabilidad de los contactos. Debido a esto, el material situado entre rugosidades es perfectamente rígido y por tanto no puede existir movimiento relativo entre contactos. De esto se deriva que todos los contactos deben moverse lo mismo. Expresando esta condición en forma de ecuación, queda:

$$d\bar{u} = d\bar{u}_L \quad d\bar{u}_L^* = d\bar{u}^* \quad \forall L \quad 4.32$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (4.31):

$$d\bar{F} = \Sigma \underline{Q}_L \cdot \underline{K}_L^* \cdot d\bar{u}_L^* = \Sigma \underline{Q}_L \cdot \underline{K}_L^* \cdot d\bar{u}^*$$

Se realiza el cambio de base del vector de desplazamientos a coordenadas globales.

$$d\bar{F} = \Sigma \underline{Q}_L \cdot \underline{K}_L^* \cdot \underline{Q}_L^T \cdot d\bar{u} \quad 4.33$$

Dado que el desplazamiento $d\bar{u}$ es el total de la junta, igual para todos los contactos por compatibilidad, puede realizarse factor común y sacarlo de la suma. La expresión del tensor total queda, por tanto:

$$d\bar{F} = \Sigma (\underline{K}_L) \cdot d\bar{u} = \underline{K} \cdot d\bar{u} \quad 4.34$$

Se define así el tensor de rigidez de la junta, que relaciona los diferenciales de fuerzas y movimiento totales. Su expresión en coordenadas globales de la discontinuidad es la siguiente.

$$\underline{K} = \Sigma \underline{K}_L = \Sigma \underline{Q}_L \cdot \underline{K}_L^* \cdot \underline{Q}_L^T \quad 4.35$$

Continuando con la línea de cálculo discreto, y definiendo N como el número total de rugosidades presentes en la junta, se puede escribir el tensor de una rugosidad media teórica.

$$\underline{K}_{AV,L} = \frac{\underline{K}}{N} = \frac{\Sigma \underline{K}_L}{N} = \frac{\Sigma \underline{Q}_L \cdot \underline{K}_L^* \cdot \underline{Q}_L^T}{N} \quad 4.36$$

Suponiendo una discontinuidad con rugosidades perfectamente uniformes, en que la rigidez se reparte por igual entre todas ellas, esta sería la expresión de su tensor. Se puede definir, además, el número de rugosidades de la junta a partir de la densidad de contactos por unidad de superficie (n) y las dimensiones de la junta como se describieron en la sección 4.2.2.1; longitud (l) y anchura (w).

$$N = n \cdot l \cdot w$$

$$\underline{K}_{AV,L} = \frac{\underline{Q}_L \cdot \underline{K}_L^* \cdot \underline{Q}_L^T}{n \cdot l \cdot w} \quad 4.37$$

Dada la imposibilidad práctica de realizar un cálculo discreto, debe considerarse el paso a un modelo continuo de discontinuidad, con las simplificaciones que ello conlleva. Se debe recordar la caracterización geométrica realizada en el apartado 4.2.2.1., tanto los parámetros utilizados como sus funciones de distribución. Con esto, se puede expresar la integración de los tensores de rugosidades del siguiente modo:

$$\underline{K}_{AV,L} = \iiint_{\Omega} \underline{Q}(\alpha) \cdot \underline{K}_L^*(\alpha, R_i, R_j) \cdot \underline{Q}^T(\alpha) \cdot f_{\alpha}(\alpha) \cdot f_R(R_i) \cdot f_R(R_j) \cdot d\alpha \cdot dR_i \cdot dR_j$$

Tomando la definición de la función de distribución incluida en el apartado 4.2.2.1:

$$f = f_{\alpha}(\alpha) \cdot f_R(R_1) \cdot f_R(R_2) = f(R_1, R_2, \alpha)$$

Y recordando la expresión del cambio de base locales – globales del tensor, la expresión del tensor de rigidez medio queda:

$$\underline{K}_{AV,L} = \iiint_{\Omega} \underline{Q}(\alpha) \cdot \underline{K}_L^*(\alpha, R_i, R_j) \cdot \underline{Q}^T(\alpha) \cdot f(R_1, R_2, \alpha) \cdot d\Omega \quad 4.38 a$$

$$\underline{K}_{AV,L} = \iiint_{\Omega} \underline{K}_L(\alpha, R_i, R_j) \cdot f(R_1, R_2, \alpha) \cdot d\Omega \quad 4.38 b$$

Lo cual, junto con la expresión del número total de discontinuidades antes definida, es:

$$\underline{K} = n \cdot l \cdot w \iiint_{\Omega} \underline{Q}(\alpha) \cdot \underline{K}_L^*(\alpha, R_i, R_j) \cdot \underline{Q}^T(\alpha) \cdot f(R_1, R_2, \alpha) \cdot d\Omega \quad 4.39 a$$

$$\underline{K} = n \cdot l \cdot w \iiint_{\Omega} \underline{K}_L(\alpha, R_i, R_j) \cdot f(R_1, R_2, \alpha) \cdot d\Omega \quad 4.39 b$$

4.2.2.6. Resumen de la formulación tensorial de Hertz-Mindlin

Una vez expuesto todo esto, se puede definir el tensor de rigidez de la junta completa mediante el siguiente conjunto de ecuaciones.

$$d\bar{F} = \underline{K} \cdot d\bar{u}$$

$$\underline{K} = n \cdot l \cdot w \iiint_{\Omega} \underline{Q}(\alpha) \cdot \underline{K}_L^*(\alpha, R_i, R_j) \cdot \underline{Q}^T(\alpha) \cdot f(R_1, R_2, \alpha) \cdot d\Omega$$

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}; \quad Q^T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}_L^* = \begin{bmatrix} K_N & 0 \\ K_D & K_T \end{bmatrix} = K_N \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \chi_D & \chi_T \end{bmatrix}$$

$$\chi_D = \frac{K_D}{K_N} = \begin{cases} f \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T^*}{f \cdot N^*} \right)^{1/3} \right] & \text{T monótonamente creciente} \\ -2f \left[1 - \left(1 - \frac{T_S - T^*}{2fN} \right)^{1/3} \right] & \text{T decreciente desde máx. Ts} \end{cases}$$

$$\chi_T = \frac{K_T}{K_N} = \begin{cases} C \cdot \left[1 - \frac{T^*}{f \cdot N^*} \right]^{1/3} & \text{T monótonamente creciente} \\ C \left(1 - \frac{T_S - T^*}{2fN^*} \right)^{1/3} & \text{T decreciente desde máx. Ts} \end{cases}$$

$$K_N = \frac{2G_P a}{(1 - \nu_P)}$$

$$a = (R \cdot u_N^*)^{1/2} = (R \cdot (\cos \alpha \cdot u_N + \sin \alpha \cdot u_T))^{1/2} \quad f = \tan \phi_B \quad C = \frac{2(1 - \nu_P)}{(2 - \nu_P)}$$

$\underline{K}$ Tensor de rigidez total de la discontinuidad (coordenadas globales)

$\underline{K}_L^*$ Tensor de rigidez de una rugosidad (coordenadas locales)

$\underline{Q}$ Matriz de cambio de base entre coordenadas locales y globales

n Densidad de contactos por unidad de superficie de la junta

l Longitud del plano de junta

w Anchura del plano de junta

α Ángulo de inclinación del plano de contacto de la rugosidad respecto del plano medio

K_N Término de rigidez normal de la rugosidad

K_D Término de rigidez en dilatación de la rugosidad

K_T Término de rigidez tangencial de la rugosidad

T^* Carga cortante sobre el plano de contacto de la rugosidad

T_S Carga cortante máxima sobre el plano de contacto de la rugosidad

N^* Carga normal sobre el plano de contacto de la rugosidad

G_P Módulo de elasticidad transversal de la roca matriz en las proximidades de la junta

- ν_P Coeficiente de Poisson de la roca matriz en las proximidades de la junta
 R Radio medio de las rugosidades en contacto
 u_N^* Desplazamiento normal (positivo de cierre) entre las caras de la junta (coordenadas locales)
 ϕ_B Ángulo de rozamiento básico

4.2.2.7. Integración del tensor de la discontinuidad

Partiendo de lo expuesto anteriormente, y recordando que se entiende por K_L^* el tensor en locales de una sola rugosidad y por K_L el mismo tensor en globales, se tiene la siguiente expresión del tensor total en globales, según la ecuación (4.39a):

$$\underline{K} = n \cdot l \cdot w \iiint_{\Omega} \underline{K}_L(\alpha, R_i, R_j) \cdot f(R_1, R_2, \alpha) \cdot d\Omega$$

A partir de esto, se puede obtener la expresión del tensor de rigidez bidimensional, integrado para toda la superficie de la junta. Para ello se parte, en este caso, de una hipótesis de distribución uniforme de los parámetros de distribución geométrica de las rugosidades de la junta. El tensor promediado de las diferentes rugosidades, por tanto, coincide con el tensor de una sola. Este tensor, en locales de la rugosidad, es K_L^* :

$$\underline{K}_L^* = \begin{bmatrix} K_N & 0 \\ K_D & K_T \end{bmatrix} = K_N \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \chi_D & \chi_T \end{bmatrix}$$

Con las expresiones definidas en el apartado anterior para cada elemento de la matriz.

Su conversión a coordenadas globales de la junta sería:

$$K_L = Q \cdot K_L^* \cdot Q^T = K_N \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \chi_D & \chi_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

A partir de este tensor de una sola rugosidad y teniendo en cuenta la hipótesis recién realizada, se puede obtener el tensor total de la junta por mera suma para el número de rugosidades que tenga la discontinuidad en cuestión. Caracterizando este número a través de la densidad de rugosidades por metro cuadrado (ρ , en rugosidades por m^2) y la persistencia en superficie de la junta (p , en m^2).

$$K = \rho \cdot p \cdot K_L = \rho \cdot p \cdot Q \cdot K_L^* \cdot Q^T$$

Para obtener el tensor de flexibilidad (D) total de la junta en sus coordenadas propias, por tanto:

$$D_{1D}^D = K^{-1} = \frac{1}{\rho \cdot p} Q^T \cdot (K_L^*)^{-1} \cdot Q \quad 4.40$$

Donde, por inversión:

$$(K_L^*)^{-1} = \frac{1}{K_N} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\chi_T}{\chi_D} & \frac{1}{\chi_T} \end{bmatrix} \quad 4.41$$

Se tiene así la expresión bidimensional del tensor de flexibilidad en términos de fuerza – desplazamiento.

4.2.2.8. Tensor unidimensional tensión-deformación

El desarrollo hasta aquí expuesto de acuerdo con los estudios de Hertz – Mindlin conduce a la formulación de un tensor constitutivo en fuerza – desplazamiento. Sin embargo, para su inclusión en el aparato de ensamblado matricial del tensor del macizo rocoso se precisa convertir la expresión en la de un tensor de flexibilidad en tensión – deformación.

Para ello debe tenerse en cuenta la conversión tensión – fuerza y deformación – desplazamiento en el contexto del estudio de discontinuidades de un macizo rocoso. En estas condiciones, esto sería:

$$\begin{bmatrix} \sigma_N \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \\ T \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{p}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_N \\ \varepsilon_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_N \\ u_T \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s}$$

Siendo p la continuidad superficial de la junta (en m^2) y s el espaciamiento medio entre dos juntas de la misma familia (en m).

Tomando la expresión del tensor de flexibilidad completo se tiene, por tanto:

$$\begin{bmatrix} u_N \\ u_T \end{bmatrix} = D^D \cdot \begin{bmatrix} N \\ T \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_N \\ \varepsilon_T \end{bmatrix} = \frac{p}{s} D^D \cdot \begin{bmatrix} \sigma_N \\ \tau \end{bmatrix} = D_{\sigma, \varepsilon}^D \cdot \begin{bmatrix} \sigma_N \\ \tau \end{bmatrix}$$

Donde:

$$D^D = K^{-1} = \frac{1}{\rho \cdot p} Q^T \cdot \frac{1}{K_N} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\chi_T}{\chi_D} & \frac{1}{\chi_T} \end{bmatrix} \cdot Q$$

Debe tenerse en cuenta además que toda la formulación hasta ahora desarrollada emplea la definición ingenieril de distorsión angular (γ) en vez de la deformación tangencial. Esto, sin embargo, se corregirá posteriormente, cuando se formule el tensor 3D de la discontinuidad.

Por tanto, la expresión completa del tensor de flexibilidad 2D de la junta en términos de tensión – deformación es:

$$D_{1D,\sigma,\varepsilon}^D = \frac{1}{\rho \cdot s} Q^T \cdot (K_L^*)^{-1} \cdot Q = \frac{1}{\rho \cdot s} Q^T \cdot \frac{1}{K_N} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\chi_T}{\chi_D} & \frac{1}{\chi_T} \end{bmatrix} \cdot Q \quad 4.42$$

Donde se realizará la hipótesis de carga normal creciente. En estas condiciones, y empleando las ecuaciones (4.19a), (4.20a), (4.10) y (4.21) anteriormente explicadas, se tiene:

$$\chi_D = f \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\tau^*}{f \cdot \sigma^*} \right)^{1/3} \right]$$

$$\chi_T = C \cdot \left[1 - \frac{\tau^*}{f \cdot \sigma^*} \right]^{1/3}$$

$$K_N = \frac{2G_P a}{(1 - \nu_P)}$$

$$a = (R \cdot u_N^*)^{1/2} \quad f = \tan \phi_B \quad C = \frac{2(1 - \nu_P)}{(2 - \nu_P)}$$

Donde:

- ρ Densidad de contactos por unidad de superficie de la junta
- τ^* Tensión cortante sobre el plano de contacto de la rugosidad
- σ^* Tensión normal sobre el plano de contacto de la rugosidad
- G_P Módulo de elasticidad transversal de la roca matriz en las proximidades de la junta
- ν_P Coeficiente de Poisson de la roca matriz en las proximidades de la junta
- R Radio medio de las rugosidades en contacto
- u_N^* Desplazamiento normal (positivo de cierre) entre las caras de la junta (coordenadas locales)
- ϕ_B Ángulo de rozamiento básico
- s Espaciamiento medio entre planos de junta de la misma familia

4.3. Formulación 3D de tensores de discontinuidades

Hasta el momento, se ha desarrollado la formulación constitutiva de juntas con y sin relleno en su expresión ordinaria unidimensional. Sin embargo, de cara a poder utilizar las matrices para hallar la expresión constitutiva del macizo rocoso, se precisa su generalización a un espacio de tres dimensiones.

Para ello, deberán salvarse primeramente una serie de limitaciones inherentes a los modelos utilizados: la definición del comportamiento transversal (común para juntas rellenas y sin relleno) y las exclusivas del modelo de Hertz – Mindlin (juntas sin relleno).

En los siguientes apartados se procede a definir, analizar y resolver cada una de estas cuestiones. Será al final de este epígrafe cuando se presenten las formulaciones de las matrices de flexibilidad para ambos tipos de discontinuidades.

4.3.1. Estudio de comportamiento transversal

La primera de las limitaciones de la modelización de las discontinuidades en tres dimensiones consiste en definir su comportamiento en direcciones diferentes a la normal y la de corte, típicas del modelo unidimensional.

La cuestión radica en que una discontinuidad no es un sólido 3D ni se comporta como tal. Se debe encontrar, por tanto, una forma de modelizarlo como un sólido tridimensional de forma lo más fiel posible al comportamiento real en una sola dimensión.

El modelo de comportamiento deberá, además, ser compatible con los sistemas de coordenadas 3D que se usan durante el ensamblado de matrices. Éstas se ilustran en la figura siguiente:

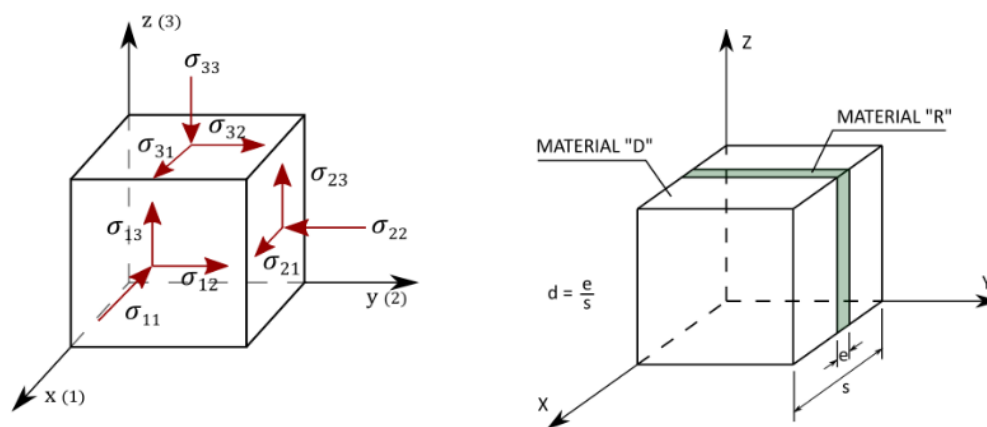


Figura 4.13. Criterio de signos de los campos de tensión-deformación en ejes de la junta

El comportamiento en las componentes 11, 12 y 13 (es decir: x, xy, xz) está definido por los modelos unidimensionales de juntas, con ciertas modificaciones que se verán más adelante. Es en las componentes aquí denominadas transversales en las que reside la indefinición; estas son las componentes 22, 33 y 23 (o lo que es lo mismo; y, z e yz). Las componentes del tensor constitutivo que atañen a estas deformaciones y tensiones son las que describen el llamado “comportamiento transversal”.

Ante el desconocimiento de este tipo de comportamiento en juntas, el método más adecuado para caracterizarlo sería la realización de ensayos. Estos ensayos requerirían de la toma de muestras de macizo que incluyesen juntas. En el caso de este estudio, dada su ausencia, se

ha optado por recurrir a nociones conceptuales y a un modelo sencillo de Hooke. La definición rigurosa de estas componentes del tensor constitutivo de la junta se deja para investigaciones futuras.

4.3.1.1. Comportamiento conceptual de juntas rellenas (tipo D)

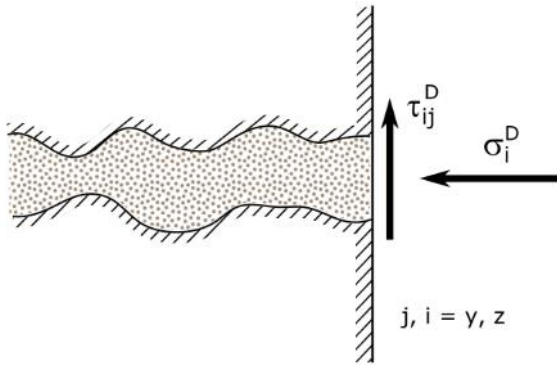


Figura 4.14. Comportamiento transversal en junta rellena (tipo D)

En este caso, es el relleno el que gobierna el comportamiento de la junta, tanto en sus direcciones ordinarias (normal y cortante) como en las transversales.

Al tratarse de un relleno sólido, es capaz de absorber parte de las tensiones sobre el macizo en estas direcciones. Es esperable, sin embargo, que sea menos rígido en estas direcciones que en la normal y cortante de la propia junta.

A falta de los ya mencionados ensayos, se ha optado por suponer que el relleno se comporta como un suelo en régimen elástico, consolidado en dirección vertical (aquí, la dirección normal al plano medio de la discontinuidad). Con movimientos pequeños, que es el dominio en que es esperable que se hallen los desplazamientos en un macizo rocoso, se tiene para un suelo:

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

Los valores ordinarios del Coeficiente de Poisson (ν) en el relleno se encuentran entre 0,25 y 0,35. Para ellos, el coeficiente de empuje K_0 tomaría valores del entorno de 0,30 a 0,50.

En consecuencia, se opta por tomar una rigidez del 30% de la normal del relleno en su dirección vertical, expresada a través de su módulo de deformación (E). Más adelante en este apartado, se analizan las tensiones y deformaciones sobre la junta y en el macizo de este caso respecto de un comportamiento isótropo.

4.3.1.2. Comportamiento conceptual de juntas sin relleno (tipo A)

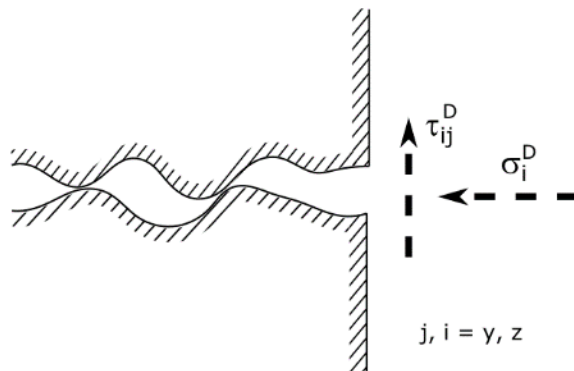


Figura 4.15. Comportamiento transversal en junta sin relleno (tipo A)

El caso de una junta sin relleno es muy diferente.

La ausencia de material entre las paredes de la discontinuidad hace que no exista modo alguno de que ésta pueda absorber tensiones en dirección transversal ($\sigma_y, \sigma_z, \tau_{zy} \rightarrow 0$).

En este contexto, para simular dicho comportamiento, se tomará un coeficiente de Poisson nulo y un módulo de deformación muy bajo (del entorno de 10 kPa).

Desde un punto de vista matemático, esas propiedades reducen notablemente las tensiones en las direcciones transversales. Es esperable también que provoquen un aumento significativo de la deformabilidad del macizo en estas direcciones respecto del caso isótropo. Por tanto y también para este caso, se analizarán las tensiones y deformaciones sobre la junta y en el macizo respecto de los obtenidos un comportamiento isótropo de la discontinuidad.

4.3.1.3. Caso de cálculo: estudio tenso-deformacional

En aras de la simplicidad, para el análisis de la afección de las decisiones anteriores a las tensiones y deformaciones de cada elemento del macizo se adoptará:

- Modelo de Hooke para roca matriz.
- Modelo de Hooke modificado para la discontinuidad: incorpora un módulo de elasticidad diferente en dirección transversal (y, z, yz). El tensor constitutivo resultante se obtiene a partir de las definiciones tradicionales del modelo hookeano y es el mostrado a continuación.

Se parte de los parámetros de caracterización y del estado tensional de la Tabla 4.1.

El análisis se centrará en los efectos de la variación del módulo modificado transversal (E_{TD}) y del coeficiente de Poisson (ν_D) sobre las tensiones y deformaciones de macizo rocoso y discontinuidades.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{Di}} & 0 & 0 & -\frac{\nu_{Di}}{E_{TDi}} & -\frac{\nu_{Di}}{E_{TDi}} & 0 \\ 0 & \frac{2(1-\nu_{Di})}{E_{Di}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2(1-\nu_{Di})}{E_{Di}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{Di}}{E_{Di}} & 0 & 0 & \frac{1}{E_{TDi}} & -\frac{\nu}{E_{TDi}} & 0 \\ -\frac{\nu_{Di}}{E_{Di}} & 0 & 0 & -\frac{\nu}{E_{TDi}} & \frac{1}{E_{TDi}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1-\nu_{Di})}{E_{TDi}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$$

El estudio, por simplicidad, se ha realizado para un caso con una sola familia de discontinuidades. Suponiendo un cierto estado tensional, en un primer momento se analizan los efectos con una familia de orientación determinada: dirección de buzamiento de 45° y buzamiento de 54,7°.

Tabla 4.1. Propiedades del caso de análisis de comportamiento transversal

Propiedades de la roca matriz

Módulo de deformación E (kPa)

10000

Coefficiente de Poisson

0.25

Número de familias

1

Orientación y geometría de discontinuidades

Familia	Dirección de buzamiento (deg)	Buzamiento (deg)	Espaciamiento medio (m)	Apertura media (m)
1	45	54.74	1	0.1

Parámetros constitutivos de discontinuidades (Hooke modificado)

Familia	Módulo de deformación (kPa)	Coefficiente de Poisson	M. Deformación transversal E (kPa)
1	1000	Variable (Tabla 4.2)	Variable (Tabla 4.2)

Tensor de tensiones en el punto (kPa)

σ_x	τ_{xy}	τ_{xz}	σ_y	σ_z	τ_{yz}
500	120	125	400	560	150

Dadas estas características de la familia de discontinuidades, las propiedades transversales como se han descrito antes quedarían como:

- Para juntas tipo D: Coeficiente de Poisson del relleno (considerado 0.25) y módulo transversal del 30% (300 kPa)

- Para juntas tipo A: Coeficiente de Poisson nulo, módulo transversal de 10 kPa. Este valor se adopta para evitar singularidades, y puede variar según las necesidades del cálculo.

Para poder analizar más claramente la evolución de las deformaciones al variar ambos parámetros, los casos de estudio en esta primera fase son los siguientes:

Tabla 4.2. Casos de análisis de propiedades transversales

Caso	E_{TD} [kPa]	E_{TD}/E_D [-]	ν_D [-]
1	1000	1.0	0.25
2	300	0.3	0.25
3	10	0.01	0.25
4	300	0.3	0.1
5	300	0.3	0
6	10	0.01	0

Se ha realizado, para cada caso, el ensamblado de la matriz del macizo rocoso y el posterior cálculo de las tensiones y deformaciones sobre cada material (roca matriz y familia de juntas) a partir del tensor resultante y del estado tensional establecido como dato.

Los resultados se muestran en la Tabla 4.3. Encajan con lo esperado; las tensiones transversales (direcciones y, z e yz) absorbidas por las juntas disminuyen al bajar los valores de E_T y ν , mientras que los absorbidos por la roca matriz aumentan para mantener el equilibrio. Las tensiones totales del macizo no varían. Las deformaciones en esas mismas direcciones, a su vez, aumentan debido a distintos motivos:

- En la discontinuidad, por la disminución de su rigidez transversal.
- En la roca matriz, debido al aumento de tensiones soportadas por la misma.

Por ende, las deformaciones experimentadas por el macizo rocoso crecen. Para analizar la magnitud de ese aumento, se toma como referencia el comportamiento de juntas perfectamente isótropo (caso 1). Si bien ya se ha desarrollado la razón de su inadecuación, se ha escogido por ser el utilizado por Serrano y Soriano (*Numerical model for jointed media*, 1986) como parte de su estudio preliminar. La variación respecto de sus valores para los casos de análisis (caso 2, correspondiente a juntas rellenas, y caso 6, sin relleno) se resumen en la Tabla 4.4. Se incluye además el caso 3, por su potencial interés para el estudio de las juntas sin relleno.

Tabla 4.3. Resultados del análisis de evolución de tensiones y deformaciones según rigidez transversal (coordenadas locales de la familia 1)

	Stresses of 1st family [kPa] Locals						Strains of 1st family [10 ⁻³] Locals					
Case	x	xy	xz	y	z	yz	x	xy	xz	y	z	yz
1 - E _T =1000 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	258.79	264.28	4.76	619.22	-76.55	150.33	5.22	12.09	11.90
2 - E _T =300 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	78.24	79.90	1.44	618.21	-76.55	150.33	6.71	13.64	11.99
3 - E _T =10 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	2.62	2.67	0.05	617.78	-76.55	150.33	7.34	14.28	12.03
4 - E _T =300 v=0.10	749.99	-30.62	60.13	27.59	29.48	1.63	730.97	-67.37	132.29	7.14	14.06	11.98
5 - E _T =300 v=0	749.99	-30.62	60.13	2.21	4.28	1.80	749.99	-61.24	120.26	7.35	14.27	11.98
6 - E _T =10 v=0	749.99	-30.62	60.13	0.07	0.14	0.06	749.99	-61.24	120.26	7.36	14.31	12.03
	Stresses of rock matrix [kPa] Locals						Strains of rock matrix [10 ⁻³] Locals					
Case	x	xy	xz	y	z	yz	x	xy	xz	y	z	yz
1 - E _T =1000 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	337.91	392.87	47.58	56.73	-7.66	15.03	5.22	12.09	11.90
2 - E _T =300 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	357.97	413.36	47.95	55.72	-7.66	15.03	6.71	13.64	11.99
3 - E _T =10 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	366.38	421.94	48.11	55.29	-7.66	15.03	7.34	14.28	12.03
4 - E _T =300 v=0.10	749.99	-30.62	60.13	363.60	418.96	47.93	55.44	-7.66	15.03	7.14	14.06	11.98
5 - E _T =300 v=0	749.99	-30.62	60.13	366.42	421.76	47.91	55.29	-7.66	15.03	7.35	14.27	11.98
6 - E _T =10 v=0	749.99	-30.62	60.13	366.66	422.22	48.10	55.28	-7.66	15.03	7.36	14.31	12.03
	Stresses of rock mass [kPa] Locals						Strains of rock mass [10 ⁻³] Locals					
Case	x	xy	xz	y	z	yz	x	xy	xz	y	z	yz
1 - E _T =1000 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	330.00	380.01	43.30	112.98	-14.55	28.56	5.22	12.09	11.90
2 - E _T =300 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	330.00	380.01	43.30	111.97	-14.55	28.56	6.71	13.64	11.99
3 - E _T =10 v=0.25	749.99	-30.62	60.13	330.00	380.01	43.30	111.54	-14.55	28.56	7.34	14.28	12.03
4 - E _T =300 v=0.10	749.99	-30.62	60.13	330.00	380.01	43.30	122.99	-13.63	26.76	7.14	14.06	11.98
5 - E _T =300 v=0	749.99	-30.62	60.13	330.00	380.01	43.30	124.76	-13.01	25.56	7.35	14.27	11.98
6 - E _T =10 v=0	749.99	-30.62	60.13	330.00	380.01	43.30	124.75	-13.01	25.56	7.36	14.31	12.03

Tabla 4.4. Resumen de la evolución de tensiones y deformaciones según rigidez transversal (coordenadas locales de la familia 1)

Case	Stresses of 1st family			Strains of 1st family			
	y	z	yz	x	y	z	yz
1 - $E_T=1000$ $\nu=0.25$	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
2 - $E_T=300$ $\nu=0.25$	-69.77%	-69.77%	-69.76%	-0.16%	28.62%	12.80%	0.78%
3 - $E_T=10$ $\nu=0.25$	-98.99%	-98.99%	-98.99%	-0.23%	40.61%	18.16%	1.10%
6 - $E_T=10$ $\nu=0$	-99.97%	-99.95%	-98.74%	21.12%	41.01%	18.33%	1.10%

Case	Stresses of rock matrix			Strains of rock matrix			
	y	z	yz	x	y	z	yz
1 - $E_T=1000$ $\nu=0.25$	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
2 - $E_T=300$ $\nu=0.25$	5.94%	5.21%	0.78%	-1.79%	28.62%	12.80%	0.78%
3 - $E_T=10$ $\nu=0.25$	8.42%	7.40%	1.10%	-2.54%	40.61%	18.16%	1.10%
6 - $E_T=10$ $\nu=0$	8.51%	7.47%	1.10%	-2.56%	41.01%	18.33%	1.10%

Case	Stresses of rock mass			Strains of rock mass			
	y	z	yz	x	y	z	yz
1 - $E_T=1000$ $\nu=0.25$	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
2 - $E_T=300$ $\nu=0.25$	0.00%	0.00%	0.00%	-0.90%	28.62%	12.80%	0.78%
3 - $E_T=10$ $\nu=0.25$	0.00%	0.00%	0.00%	-1.27%	40.61%	18.16%	1.10%
6 - $E_T=10$ $\nu=0$	0.00%	0.00%	0.00%	10.42%	41.01%	18.33%	1.10%

De los resultados reflejados en la tabla se extrae lo siguiente:

Juntas tipo D (caso 2)

- Se produce una disminución del orden del 70% en las tensiones transversales en juntas.
- Se produce un aumento de las deformaciones transversales cuyo máximo está en el orden del 30%.

Se considera razonable este aumento de las deformaciones dada la redistribución tensional, pero debido a su dependencia de la orientación relativa de la familia y el estado de tensiones se deberán estudiar más casos.

Juntas tipo A (caso 6)

- Las tensiones transversales σ_y, σ_z y τ_{yz} prácticamente se anulan. Esto está en línea con el comportamiento teórico de este tipo de juntas, explicado con anterioridad.
- Las deformaciones en dichas direcciones también aumentan, hasta en un 40%.
- Aumenta la deformabilidad, tanto del macizo como de la junta, en la dirección normal a esta última (en el entorno de un 10%).

Hay varios comentarios que hacer al respecto de esto:

- El primero es que un aumento máximo del 40% de las deformaciones transversales con respecto al caso isótropo se considera razonable. Comparado con la evolución de las tensiones y con lo obtenido del caso 2, los resultados son coherentes.
- El segundo es que la reducción de las tensiones transversales a valores casi nulos cumple con el comportamiento real, mostrando que el comportamiento tensional simulado del modelo es adecuado.
- El tercer comentario tiene que ver con la deformación en la dirección normal a la junta (eje x). Es apreciable, comparando el caso 3 y el caso 6, que siendo los resultados de ambos muy similares el aumento de deformabilidad ε_x es significativo. Esto es debido a la pérdida de la componente negativa de Poisson, que en el caso 3, dado lo bajo que es el módulo de deformación transversal, es de importancia apreciable. Desde un punto de vista teórico, y dado que la junta no admitiría tensiones en las direcciones y, z e yz, no se puede contar con este efecto y por tanto el aumento de la deformación en dirección normal se admite como algo correcto.

Siendo los resultados aceptables, ocurre lo mismo que en el caso anterior. Su dependencia de la orientación de la familia de juntas impide considerarlos como generales. Por este motivo, se han repetido los cálculos de los casos 1, 2 y 6 (isótropo, juntas tipo D y juntas tipo A) para veinte orientaciones diferentes de la familia (combinaciones de cuatro direcciones de buzamiento y cinco ángulos de buzamiento distintos). Los valores adoptados se resumen en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Recálculo de la evolución de tensiones y deformaciones con según la rigidez transversal para diferentes orientaciones de la familia de juntas

Dirección de buzamiento	Buzamientos	Casos
45	20, 40, 54.7, 60, 80	Caso 2 ($E_{TD} = 300$ kPa, $\nu = 0.25$) Caso 6 ($E_{TD} = 10$ kPa, $\nu = 0$)
135	20, 40, 54.7, 60, 80	Caso 2 ($E_{TD} = 300$ kPa, $\nu = 0.25$) Caso 6 ($E_{TD} = 10$ kPa, $\nu = 0$)
225	20, 40, 54.7, 60, 80	Caso 2 ($E_{TD} = 300$ kPa, $\nu = 0.25$) Caso 6 ($E_{TD} = 10$ kPa, $\nu = 0$)
315	20, 40, 54.7, 60, 80	Caso 2 ($E_{TD} = 300$ kPa, $\nu = 0.25$) Caso 6 ($E_{TD} = 10$ kPa, $\nu = 0$)

Para cada caso, se han analizado las deformaciones registradas por la familia de discontinuidades y por el macizo rocoso completo. Se han considerado más representativas para este estudio las del macizo. Se adjuntan en las tablas siguientes los aumentos máximos de deformación registrados respecto del caso isótropo para cada orientación del rumbo de la familia (dependiendo del ángulo de buzamiento) y los máximos totales.

Tabla 4.6. Aumentos máximos de la deformabilidad del macizo rocoso registrados para distintas orientaciones en el caso 2 ($E_{TD} = 300 \text{ kPa}$, $\nu = 0.25$)

	Strains of rock mass				Variation [%]				Absolute $[10^{-3}]$			
	x	y	z	yz	x	y	z	yz	x	y	z	yz
DD 45	-0.95%	28.83%	13.72%	0.78%	-0.91	1.50	1.55	0.11	-0.91	1.50	1.55	0.11
DD 135	-1.20%	3.42%	10.43%	0.78%	-0.62	1.31	1.09	0.39	-0.62	1.31	1.09	0.39
DD 225	-1.25%	19.46%	2.90%	0.78%	-0.66	1.02	1.33	0.09	-0.66	1.02	1.33	0.09
DD 315	-1.16%	3.54%	15.12%	0.78%	-0.63	1.35	1.11	-0.24	-0.63	1.35	1.11	-0.24
Max.	-0.95%	28.83%	15.12%	0.78%	-0.62	1.50	1.55	0.39	-0.62	1.50	1.55	0.39

Tabla 4.7. Aumentos máximos de la deformabilidad del macizo rocoso registrados para distintas orientaciones en el caso 6 ($E_{TD} = 10 \text{ kPa}$, $\nu = 0$)

	Strains of rock mass				Variation [%]				Absolute $[10^{-3}]$			
	x	y	z	yz	x	y	z	yz	x	y	z	yz
DD 45	11.73%	41.31%	19.65%	1.10%	11.83	2.16	2.22	0.16	11.83	2.16	2.22	0.16
DD 135	26.29%	4.90%	14.94%	1.10%	9.29	1.87	1.57	0.55	9.29	1.87	1.57	0.55
DD 225	21.32%	27.90%	4.14%	1.10%	9.09	1.46	1.90	0.12	9.09	1.46	1.90	0.12
DD 315	24.56%	5.06%	21.68%	1.10%	9.53	1.93	1.59	-0.34	9.53	1.93	1.59	-0.34
Max.	26.29%	41.31%	21.68%	1.10%	11.83	2.16	2.22	0.55	11.83	2.16	2.22	0.55

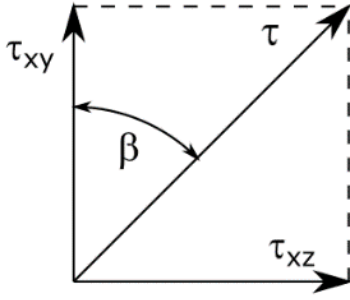
Como puede verse, la variabilidad en función de la orientación es importante, pero los valores máximos de aumento de deformaciones se mantienen en el mismo orden de magnitud que ya se habían comentado: aumentos de hasta el 30% en juntas tipo D, y de hasta el 40% en juntas tipo A. Así las cosas, las directrices dadas en los apartados anteriores para el comportamiento transversal se consideran válidas.

4.3.2. Limitaciones del modelo de Hertz (Juntas tipo A)

4.3.2.1. Dirección de corte de estudio

Como ya se ha comentado, el comportamiento que modelizan las formulaciones de juntas es unidimensional. Sin embargo, fruto del carácter tridimensional del modelo de macizo que se está desarrollando, sobre el plano medio de la junta existen en nuestro caso dos tensiones cortantes diferentes: τ_{xy} , τ_{xz} (en coordenadas de la discontinuidad).

Dada la imposibilidad de utilizar de forma desacoplada la formulación de Hertz en dos pasos ($\tau_{xy} + \sigma_x$ y $\tau_{xz} + \sigma_x$), debido a las incompatibilidades que ocasionaría en la dirección normal, se ha optado por recurrir para la modelización de este tipo de juntas a la utilización de una tensión cortante compuesta τ . Se define del siguiente modo, en las coordenadas locales de la discontinuidad definidas en la sección 3.2:



$$\tau = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \quad 4.43$$

$$\beta = \text{atan}\left(\frac{|\tau_{xy}|}{|\tau_{xz}|}\right) \quad 4.44$$

$$\tau \cdot \cos \beta = |\tau_{xz}|$$

$$\tau \cdot \sin \beta = |\tau_{xy}|$$

Y en deformaciones

$$\varepsilon_T \cdot \cos \beta = |\varepsilon_{xz}| = 0.5 \cdot |\gamma_{xz}|$$

$$\varepsilon_T \cdot \sin \beta = |\varepsilon_{xy}| = 0.5 \cdot |\gamma_{xy}|$$

Figura 4.16. Tensión cortante compuesta para criterio de Hertz (juntas tipo A)

Se utilizan las tensiones cortantes en valor absoluto al definir el ángulo β para simplificar el tratamiento del criterio de signos, asunto que se tratará a continuación de este. A partir de la relación tensorial de Hertz, ya corregida para dar una relación tensión-deformación (tal y como se definió al final del apartado 4.2.2.8 relativo a la formulación 1D en juntas de tipo A):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_N \\ \varepsilon_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma \\ \tau \end{bmatrix}$$

Donde las componentes D_{ij} corresponden a lo definido en 4.2.2.8. con la denominación siguiente:

$$D_{1D,\sigma,\varepsilon}^D = D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

Desarrollando el sistema, se escribe de la siguiente manera:

$$\varepsilon_N = D_{11} \cdot \sigma + D_{12} \cdot \tau$$

$$\varepsilon_T = D_{21} \cdot \sigma + D_{22} \cdot \tau$$

Se requieren varias hipótesis para poder relacionar las tensiones y deformaciones normales y cortantes de la junta con las homónimas en los ejes 3D de la formulación de ensamblado.

1. La deformación cortante ε_T resultante de la formulación de Hertz – Mindlin tiene la misma dirección que la tensión cortante compuesta (τ) de estudio. Esta hipótesis es intrínseca a la formulación unidimensional, pero conviene recordarla en este caso.
2. Cada una de las deformaciones cortantes 3D (ε_{xy} , ε_{xz}) depende de la tensión cortante de su misma dirección, siendo independiente de la otra. Matemáticamente:

$$\varepsilon_{xy} = f(\sigma, \tau) = f\left(\sigma, \frac{\tau_{xy}}{\sin \beta}\right)$$

$$\varepsilon_{xz} = f(\sigma, \tau) = f\left(\sigma, \frac{\tau_{xz}}{\cos \beta}\right)$$

3. Asimismo, se realiza la hipótesis de que la deformación normal depende de ambas tensiones cortantes por igual. De este modo, se sustituye en su ecuación lo siguiente:

$$\tau = \frac{|\tau_{xy}|}{\sin \beta} \quad y \quad \tau = \frac{|\tau_{xz}|}{\cos \beta} \quad \text{Sumando} \rightarrow \tau = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{|\tau_{xy}|}{\sin \beta} + \frac{|\tau_{xz}|}{\cos \beta} \right]$$

$$\varepsilon_x = f(\sigma, \tau) = f\left(\sigma_x, \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{|\tau_{xy}|}{\sin \beta} + \frac{|\tau_{xz}|}{\cos \beta} \right]\right)$$

Además, debe hacerse notar que, por definición de las deformaciones normales en ambos modelos, se cumple la relación siguiente (donde el criterio de signos en ambos casos es el mismo; positivo en sentido compresivo):

$$\varepsilon_N = \varepsilon_x$$

$$\sigma_N = \sigma_x$$

A partir de todas estas consideraciones y sustituyendo las relaciones resultantes en las ecuaciones constitutivas, se tiene:

$$\varepsilon_x = D_{11} \cdot \sigma_x + 0.5 \cdot D_{12} \cdot \frac{\tau_{xy}}{\sin \beta} + 0.5 \cdot D_{12} \cdot \frac{\tau_{xz}}{\cos \beta}$$

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{xy} = 2 \cdot \sin \beta \cdot D_{21} \cdot \sigma_x + 2 \cdot D_{22} \cdot \tau_{xy}$$

$$\gamma_{xz} = 2 \cdot \varepsilon_{xz} = 2 \cdot \cos \beta \cdot D_{21} \cdot \sigma_x + 2 \cdot D_{22} \cdot \tau_{xz}$$

Ha de notarse que no se ha realizado el ajuste del criterio de signos, que requiere una reflexión aparte y será analizado en el apartado siguiente.

Agrupando en forma matricial, el sistema queda:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \frac{0.5 \cdot D_{12}}{\sin \beta} & \frac{0.5 \cdot D_{12}}{\cos \beta} \\ 2 \cdot \sin \beta \cdot D_{21} & 2 \cdot D_{22} & 0 \\ 2 \cdot \cos \beta \cdot D_{21} & 0 & 2 \cdot D_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix}$$

Con lo que se tendría la parte del tensor constitutivo de la junta correspondiente al comportamiento en su plano medio. Si se ensambla con la parte correspondiente al comportamiento transversal, definido de acuerdo con las conclusiones del apartado 4.3.1, se tendrá el tensor tridimensional completo.

4.3.2.2. Condición de equilibrio de la junta

Otra de las limitaciones de este modelo proviene directamente de la formulación constitutiva de juntas sin relleno. Según las ecuaciones de Hertz, se incluyen los siguientes factores:

$$\chi_D = f \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T}{f \cdot N} \right)^{1/3} \right]$$

$$\chi_T = C \cdot \left[1 - \frac{T}{f \cdot N} \right]^{1/3}$$

Donde T y N son los valores en coordenadas locales del estado tensional de la junta. Traduciéndolo de formulación de esfuerzos a formulación tensional, tenemos:

$$\chi_D = f \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\tau^*}{f \cdot \sigma^*} \right)^{1/3} \right]$$

$$\chi_T = C \cdot \left[1 - \frac{\tau^*}{f \cdot \sigma^*} \right]^{1/3}$$

$$f = \tan \phi_B$$

Estando el valor de τ^* en valor absoluto, y considerando el valor de tensión normal σ positivo (compresivo). La limitación subyace en la necesidad de que el factor elevado a un tercio sea positivo, condición necesaria para que pertenezca al dominio de los números reales. Esto limita las posibilidades de la relación $\sigma^* - \tau^*$, para uno cierto valor del ángulo de rozamiento residual (ϕ_B).

Reordenando los términos de dicha condición, resulta más claro su significado físico.

$$|\tau^*| \leq \tan \phi_B \cdot \sigma^*$$

Se trata de una condición de equilibrio; concretamente, de no deslizamiento en el contacto. Resulta razonable que el modelo de deformabilidad de la junta imponga como condición necesaria el equilibrio del sistema. La consecuencia para el modelo completo será que debe garantizarse la estabilidad previamente al cálculo deformacional.

Una de las formas de abordar esta garantía es la introducción en el cálculo de un rango de tensiones cortantes limitado por esta condición. Esto es; se comprueba que la tensión cortante compuesta τ (tal y como se definió anteriormente) se encuentre en el intervalo de tensiones válido para un cierto valor de la tensión normal. Esta comprobación, para limitar el número de cálculos necesarios, se efectúa en coordenadas globales de la junta.

Teniendo en cuenta que el cambio de base entre las tensiones globales de la junta y las expresadas en coordenadas locales de la rugosidad es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \sigma^* \\ \tau^* \end{bmatrix} = \underline{Q}^T \cdot \begin{bmatrix} \sigma \\ \tau \end{bmatrix}$$

Donde:

$\sigma = \sigma_x$	Tensión normal en el plano medio de la junta
$\tau = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}$	Tensión cortante compuesta en el plano medio de la junta

Con la matriz de cambio ya definida:

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

La condición inicial que debe cumplirse para que los coeficientes sean números reales es la siguiente:

$$1 - \frac{|\tau^*|}{f \cdot \sigma^*} \geq 0$$

$$f \cdot \sigma^* \geq |\tau^*|$$

Lo cual se traduce en dos condiciones:

$$\tau^* \geq -f \cdot \sigma^* \quad 4.45$$

$$\tau^* \leq f \cdot \sigma^* \quad 4.46$$

Teniendo en cuenta el cambio de base y el valor de f , se desarrollan ambas condiciones a partir de la ecuación (4.45):

$$\begin{aligned} \frac{\tau^*}{f \cdot \sigma^*} &\geq -1 \\ \frac{-\sigma \cdot \sin \alpha + \tau \cdot \cos \alpha}{\tan \phi_B \cdot (\sigma \cdot \cos \alpha + \tau \cdot \sin \alpha)} &\geq -1 \\ -\sigma \cdot \sin \alpha + \tau \cdot \cos \alpha &\geq -\tan \phi_B \cdot (\sigma \cdot \cos \alpha + \tau \cdot \sin \alpha) \\ \tau \cdot (\cos \alpha + \tan \phi_B \cdot \sin \alpha) &\geq \sigma \cdot (-\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \\ \tau &\geq \frac{\sigma \cdot (-\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha + \tan \phi_B \cdot \sin \alpha} \end{aligned}$$

Y del mismo modo, empleando la ecuación (4.46):

$$\begin{aligned} \frac{\tau^*}{f \cdot \sigma^*} &\leq 1 \\ \frac{-\sigma \cdot \sin \alpha + \tau \cdot \cos \alpha}{\tan \phi_B \cdot (\sigma \cdot \cos \alpha + \tau \cdot \sin \alpha)} &\leq 1 \\ -\sigma \cdot \sin \alpha + \tau \cdot \cos \alpha &\leq \tan \phi_B \cdot (\sigma \cdot \cos \alpha + \tau \cdot \sin \alpha) \\ \tau \cdot (\cos \alpha - \tan \phi_B \cdot \sin \alpha) &\leq \sigma \cdot (\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \\ \tau &\leq \frac{\sigma \cdot (\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha - \tan \phi_B \cdot \sin \alpha} \end{aligned}$$

De lo que se deduce que, para unas ciertas propiedades de la junta, el rango de tensiones tangenciales que garantiza el equilibrio y por tanto la compatibilidad con el cálculo de Hertz está delimitado por los siguientes valores:

$$\tau_{MIN} = \frac{\sigma \cdot (-\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha + \tan \phi_B \cdot \sin \alpha} \quad 4.47$$

$$\tau_{MAX} = \frac{\sigma \cdot (\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha - \tan \phi_B \cdot \sin \alpha} \quad 4.48$$

Se aprecia que la relación es lineal entre σ y τ . Se define:

- α Ángulo medio de inclinación del plano de contacto entre rugosidades respecto del plano medio de la junta
- ϕ_B Ángulo de rozamiento básico de la discontinuidad

La relación de tensiones depende, por tanto, de dos parámetros:

- El ángulo de rozamiento básico de la junta (ϕ_B)
- El ángulo de la rugosidad respecto del plano medio de la junta (α)

Se adjuntan a continuación dos gráficos (Figura 4.17 y Figura 4.18), a modo de ejemplo, que ilustran la forma en que las cuatro magnitudes se relacionan entre sí. Los casos representados son los resumidos en la Tabla 4.8 y la Tabla 4.9:

Tabla 4.8. Parámetros de juntas. Caso 1 de análisis de condición de equilibrio

Ángulo de rozamiento básico		
ϕ_B	[°]	[rad]
ϕ_1	15	0,262
ϕ_2	20	0,349
ϕ_3	25	0,436
ϕ_4	30	0,524
Ángulo medio de rugosidades		
α	[°]	[rad]
	25	0,436

Tabla 4.9. Parámetros de juntas. Caso 2 de análisis de condición de equilibrio

Ángulo medio de rugosidades		
α	[°]	[rad]
α_1	15	0,262
α_2	20	0,349
α_3	30	0,524
α_4	40	0,698
Ángulo de rozamiento básico		
ϕ_B	[°]	[rad]
	25	0,436

Enfocándolo de nuevo como un intervalo de tensiones cortantes válidas de acuerdo con la condición de equilibrio, se puede decir que el rango aumenta de amplitud (menor τ_{MIN} , mayor τ_{MAX}) al aumentar el ángulo de rozamiento básico o el ángulo de inclinación del contacto. Esto resulta razonable, pues un aumento del ángulo de rozamiento residual equivale a un aumento de la resistencia, y un aumento del ángulo del contacto supone un cambio geométrico que disminuye la componente de tensión cortante proyectada sobre el contacto.

La comprobación al inicio del cálculo de que el estado tensional del punto de estudio cumpla con esta condición permite saber si la situación se encuentra dentro del ámbito de la deformabilidad o si, por el contrario, no cumple la condición de estabilidad y no se encuentra dentro del alcance de este estudio.

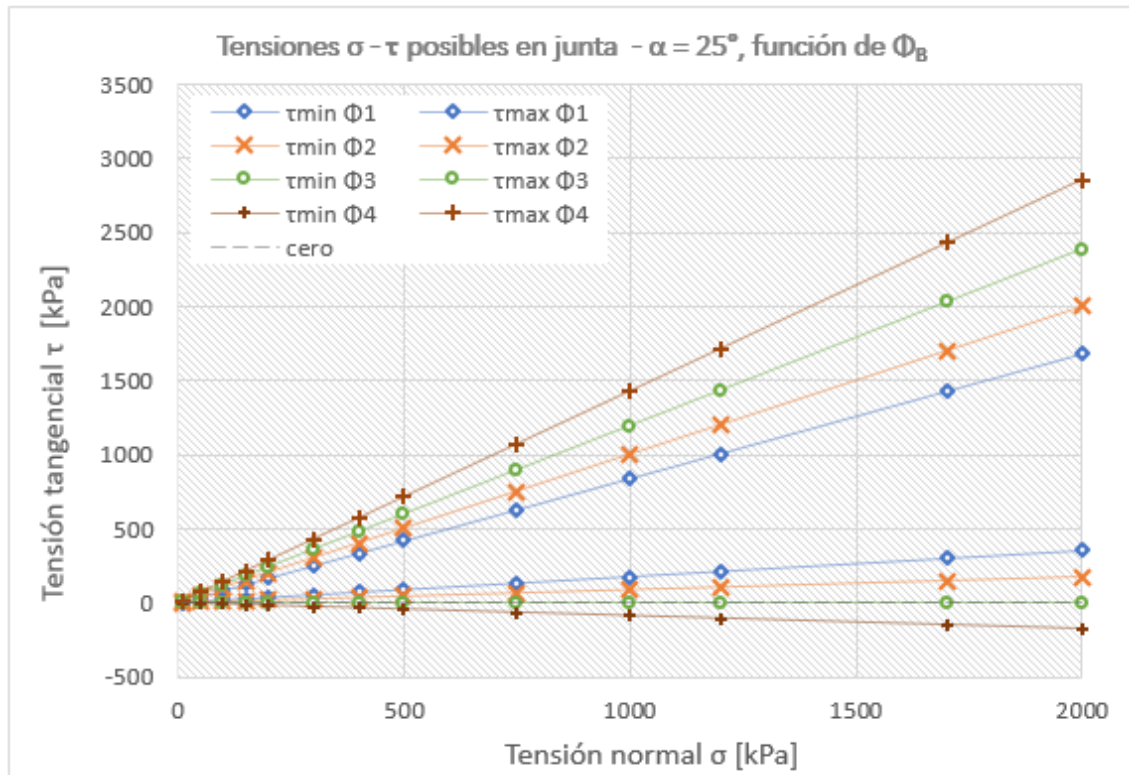


Figura 4.17. Condición de equilibrio del criterio de Hertz según ángulo de rozamiento básico

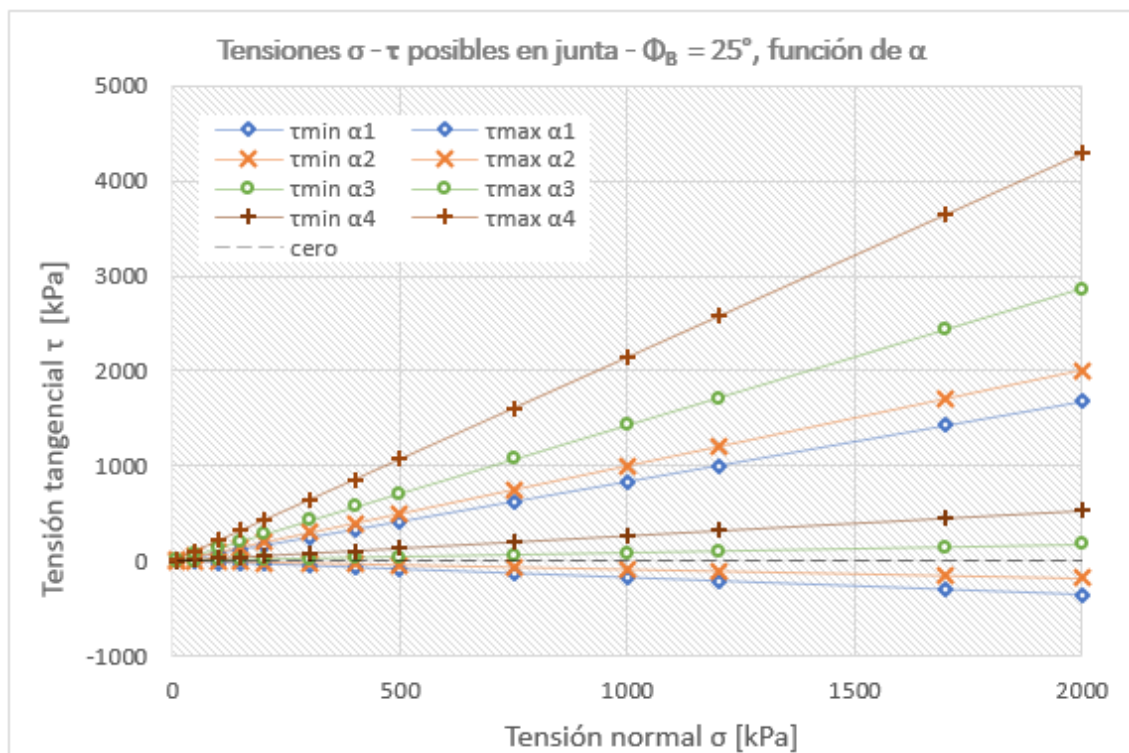


Figura 4.18. Condición de equilibrio del criterio de Hertz según ángulo del contacto

4.3.2.3. Criterio de signos del modelo

Se ha tratado ya con algunas de las limitaciones provocadas por el carácter unidimensional del modelo de Hertz – Mindlin para juntas sin relleno. Este mismo carácter tiene una serie de repercusiones sobre los criterios de signos adoptados, sin embargo, que aún requieren de ajuste para posibilitar su implantación en un modelo de tres dimensiones.

Entre las hipótesis de partida de Hertz – Mindlin, y tal y como se puede ver en el apartado referente a sus sistemas de ejes, se define el eje y (o eje 2) tal que sea creciente de izquierda a derecha, según el sentido positivo de tensiones cortantes. Esto quiere decir que la formulación desarrollada a posteriori resulta coherente para tensiones cortantes positivas, pero no es evidente si también lo es para las negativas.

En un análisis unidimensional, resulta sencillo reorientar la base de ejes para conseguir tensión cortante positiva. En el caso de un análisis 3D como el que se pretende realizar en nuestro caso, sin embargo, aparecerán tensiones de ambos signos – con su correspondiente sentido físico – de forma insoslayable. Se requiere por tanto de un análisis del comportamiento del modelo ante tensiones cortantes negativas y, si procede, de su adaptación.

En condiciones de tensión cortante positiva y tal como se desprende de las hipótesis del modelo de Hertz – Mindlin, el comportamiento deformacional en la dirección tangencial queda resumido por el croquis siguiente:

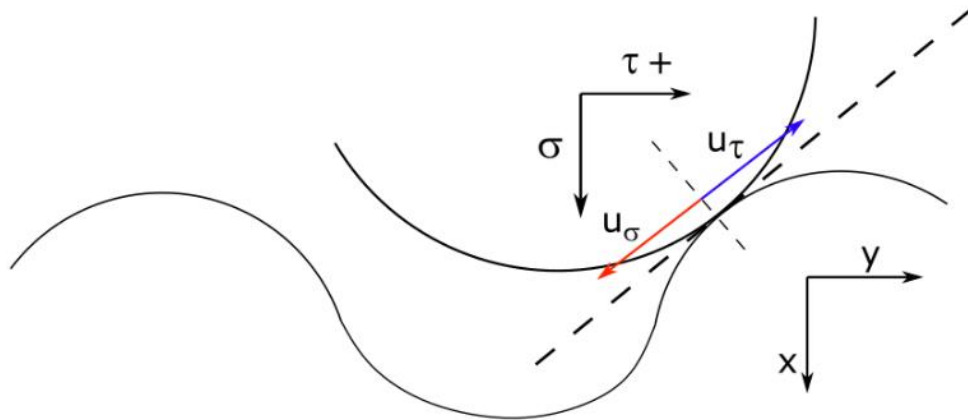


Figura 4.19. Comportamiento teórico de Hertz – Mindlin con tensión cortante positiva

Donde, siempre en coordenadas de la discontinuidad, se tiene:

σ Tensión normal sobre el plano medio de la junta

τ Tensión cortante sobre el plano medio de la junta

u_σ Contribución de la tensión normal σ al movimiento de la junta. Se puede descomponer en sus componentes normal y tangencial al plano medio de la junta: $u_{N,\sigma}$ y $u_{T,\sigma}$

u_τ Contribución de la tensión cortante τ al movimiento de la junta. Se puede descomponer del mismo modo: $u_{N,\tau}$ y $u_{T,\tau}$

Se cumple que estas contribuciones siempre tienen los signos mostrados en la Figura 4.19, siempre que las componentes de tensión sean positivas. Esto quiere decir que:

$u_{N,\sigma} > 0$ Supuesta σ compresiva (una asunción razonable en un macizo rocoso), su contribución al movimiento normal es de cierre (positivo).

$u_{N,\tau} < 0$ Por efecto de la dilatación, la contribución de la tensión de corte al movimiento normal es de apertura.

$u_{T,\sigma} < 0$ De nuevo por efecto de la dilatación, y como resulta evidente según la Figura 4.19 anterior, la componente del desplazamiento de corte provocada por la tensión normal es de sentido contrario al de τ (en este caso, negativo).

$u_{T,\tau} > 0$ La contribución de la tensión tangencial al movimiento u_T es de su mismo signo (es decir, mismo sentido). En este caso, positivo.

Esto resulta coherente con las condiciones del modelo teórico unidimensional. Se ha comprobado por medio del análisis de múltiples casos que efectivamente se cumple.

Sin embargo, las contribuciones de cada componente tensional al movimiento cambian de sentido si dicha componente cambia también. Ilustrado en una imagen, para el caso de tensión de corte negativa queda como se muestra en la siguiente figura.

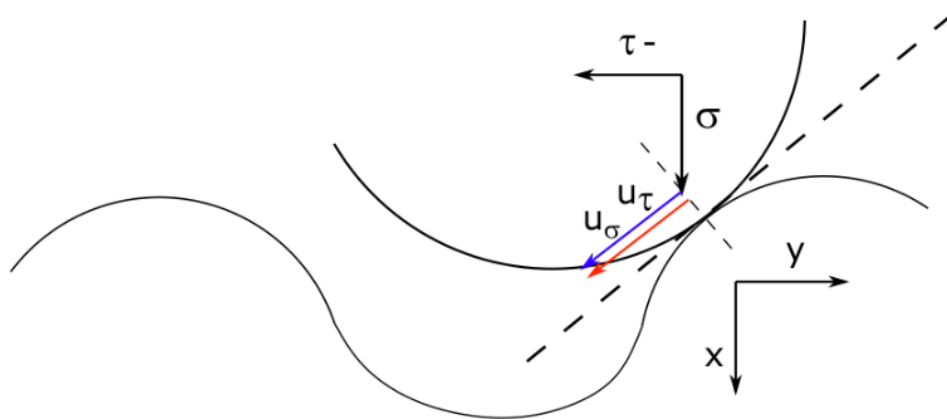


Figura 4.20. Comportamiento teórico de Hertz – Mindlin con tensión cortante negativa

En el caso de tensión tangencial negativa, se perdería el contacto con la rugosidad inmediatamente a la derecha del punto de estudio, y el comportamiento pasaría a estar condicionado por la situada a la izquierda, tal y como se muestra a continuación.

Desde un punto de vista físico, los desplazamientos así obtenidos para tensiones de corte negativas pasan a tener sentido. Sin embargo, el modelo original de Hertz – Mindlin precisa de corrección para ajustarse a esta situación.

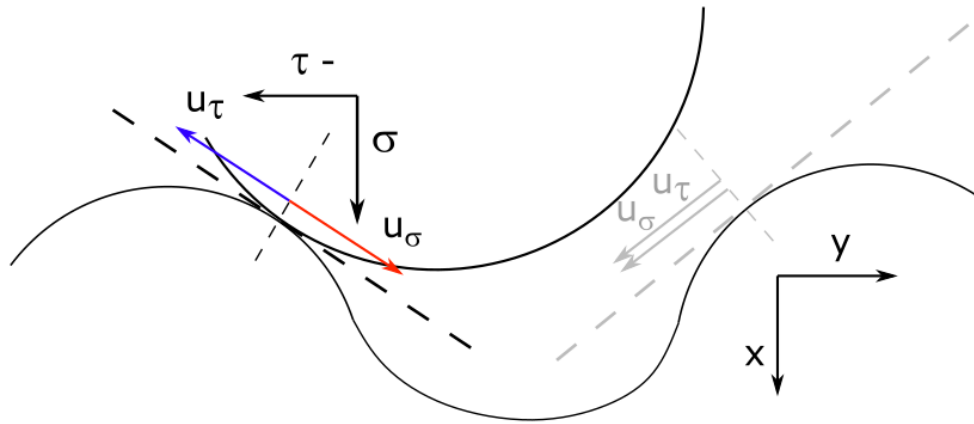


Figura 4.21. Comportamiento corregido con tensión cortante positiva

Antes de abordar dicho ajuste, se debe ilustrar la anomalía de comportamiento explicada con un caso de cálculo real. Para ello, se adjuntan a continuación los resultados de desplazamientos, desglosados por componentes y contribuciones, obtenidos por aplicación de la formulación de Hertz a un rango de tensiones cortantes que abarca valores positivos y negativos.

Los valores de entrada del caso de cálculo son los siguientes:

Tabla 4.10. Parámetros de caracterización del cálculo de estudio de signos – juntas tipo A

Geometría de junta

Radio medio de rugosidad	0.001	[m]
Ángulo medio de rugosidad	10.00	[deg]
Densidad de rugosidades/m ²	1000	[rug/m ²]

Propiedades constitutivas

G de roca matriz cerca de junta	15000	[kPa]
v de roca matriz cerca de junta	0.30	[-]
Ángulo de rozamiento residual	20.00	[deg]

Estado tensional de la junta

Tensión normal σ	100.00	[kPa]
-------------------------	--------	-------

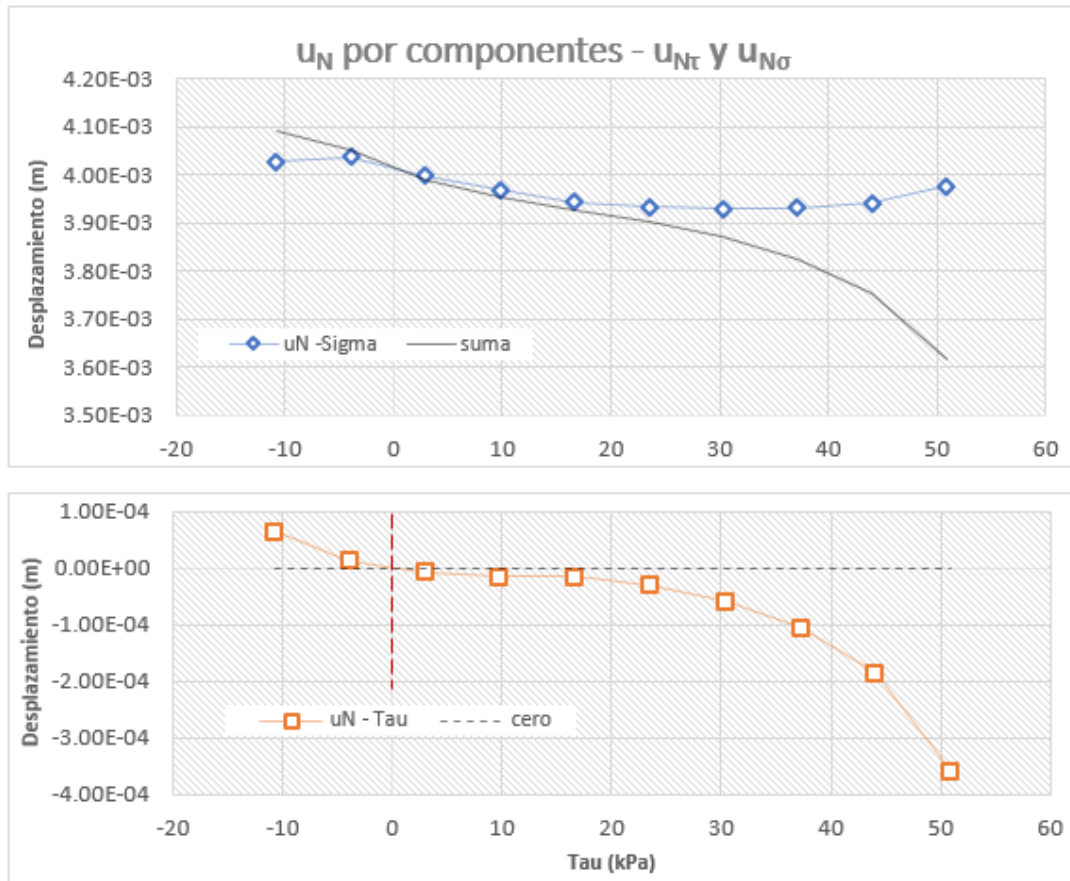


Figura 4.22. Desplazamiento normal, contribuciones de tensiones normal y tangencial en todo el rango compatible de tensión cortante

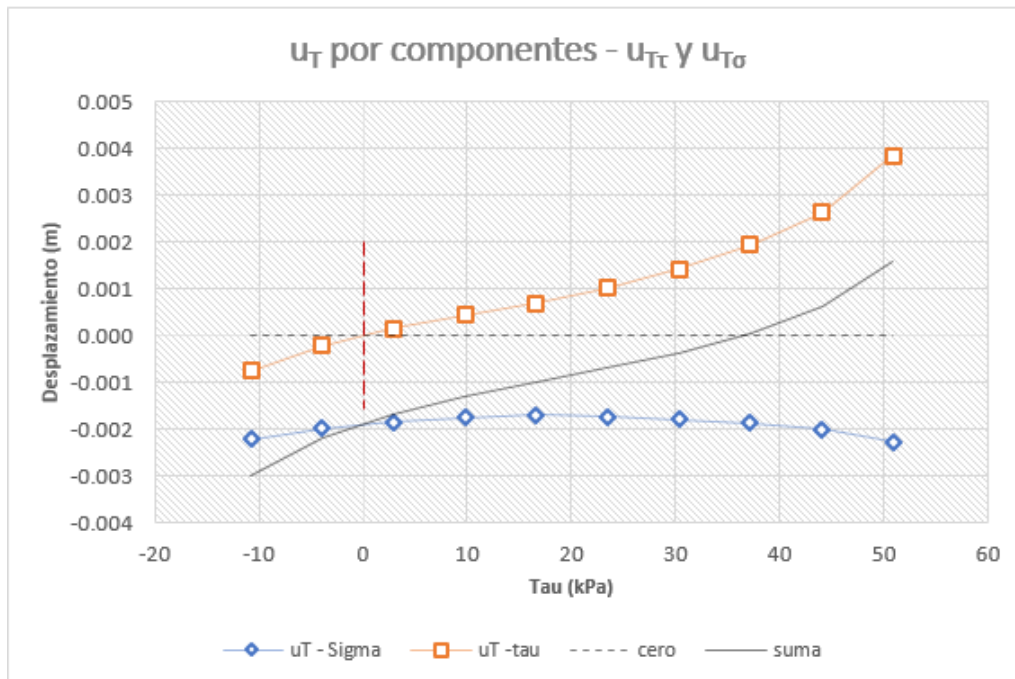


Figura 4.23. Desplazamiento cortante, contribuciones de tensiones normal y tangencial en todo el rango compatible de tensión cortante

Puede apreciarse en los gráficos resultantes el cambio de signo en las contribuciones de la tensión cortante del que ya se ha hecho mención. A continuación, se adjunta la Tabla 4.11, en la que se resume el signo que tienen las contribuciones de cada una de ellas según Hertz – Mindlin, y el que deben tener según el criterio corregido.

Tabla 4.11. Criterio de signos de movimientos en formulación de Hertz – Mindlin

	$\tau_{ij} > 0$			$\tau_{ij} < 0$ - Sin corregir			$\tau_{ij} < 0$ - Corregido		
Contribución → Movimiento ↓	Signo del movimiento	σ	τ_{ij}	Signo del movimiento	σ	τ_{ij}	Signo del movimiento	σ	τ_{ij}
$u_{N,ij}$	> 0 cierre	> 0	< 0	> 0 cierre	> 0	> 0	> 0 cierre	> 0	< 0
$u_{T,ij}$	> 0 (mismo de τ_{ij})	< 0	> 0	< 0 (mismo de τ_{ij})	< 0	< 0	< 0 (mismo de τ_{ij})	> 0	< 0

De todo lo anterior se desprende lo siguiente: puede realizarse el cálculo de Hertz – Mindlin con el valor absoluto de la tensión cortante (un valor siempre positivo) y corregir posteriormente los signos de las contribuciones de cada tensión en base al sentido real de las tensiones.

Esto, pensado a partir del estudio con una sola dirección de corte, es extensible a dos direcciones a través del cálculo con la tensión compuesta definida anteriormente (recordando, además, que se definió a partir de los valores absolutos de las otras dos). Las ecuaciones formuladas son las siguientes:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= D_{11} \cdot \sigma_x + 0.5 \cdot D_{12} \cdot \frac{\tau_{xy}}{\sin \beta} + 0.5 \cdot D_{12} \cdot \frac{\tau_{xz}}{\cos \beta} \\ \gamma_{xy} &= 2 \cdot \varepsilon_{xy} = 2 \cdot \sin \beta \cdot D_{21} \cdot \sigma_x + 2 \cdot D_{22} \cdot \tau_{xy} \\ \gamma_{xz} &= 2 \cdot \varepsilon_{xz} = 2 \cdot \cos \beta \cdot D_{21} \cdot \sigma_x + 2 \cdot D_{22} \cdot \tau_{xz}\end{aligned}$$

Y sabiendo que:

- Por definición, el ángulo β está entre 0 y 90° (seno y coseno positivos)
- Todos los cálculos se han realizado con la tensión compuesta τ positiva, incorporando así la primera parte de la corrección al cálculo.
- Se desprende de lo explicado anteriormente que los signos de las componentes del tensor de Hertz – Mindlin en globales (D_{ij}) se mantienen siempre iguales, con la condición de que las tensiones cumplan el criterio de equilibrio antes explicado. Estos signos son:

$$D_{11} > 0; D_{12} < 0; D_{21} < 0; D_{22} > 0$$

En tal caso, el signo de las contribuciones está controlado por los signos dados por el sentido de las tensiones σ_x , τ_{xy} y τ_{xz} .

Dado que el estudio del tensor constitutivo se realiza a nivel de punto y el estado tensional se considera conocido, realizar esta corrección es posible a partir de los signos de τ_{xy} y τ_{xz} .

De este modo, se reescriben las ecuaciones en globales como:

$$\varepsilon_x = D_{11} \cdot \sigma_x + 0.5 \cdot D_{12} \cdot \frac{\tau_{xy}}{\sin \beta} \cdot \text{signo}(\tau_{xy}) + 0.5 \cdot D_{12} \cdot \frac{\tau_{xz}}{\cos \beta} \cdot \text{signo}(\tau_{xz})$$

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{xy} = 2 \cdot \sin \beta \cdot D_{21} \cdot \sigma_x \cdot \text{signo}(\tau_{xy}) + 2 \cdot D_{22} \cdot \tau_{xy}$$

$$\gamma_{xz} = 2 \cdot \varepsilon_{xz} = 2 \cdot \cos \beta \cdot D_{21} \cdot \sigma_x \cdot \text{signo}(\tau_{xz}) + 2 \cdot D_{22} \cdot \tau_{xz}$$

Los efectos de la corrección se traducen en los cambios que se muestran en las siguientes figuras en el caso de estudio. Se observa que, de este modo, las diferentes contribuciones pasan a ser coherentes tanto para tensiones cortantes positivas como negativas.

Además, debe notarse que realizando estas correcciones se modifica, en cierto modo, el criterio de equilibrio explicado en el apartado anterior. Este se podría resumir como:

$$\frac{\sigma \cdot (-\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha + \tan \phi_B \cdot \sin \alpha} \leq \tau \leq \frac{\sigma \cdot (\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha - \tan \phi_B \cdot \sin \alpha}$$

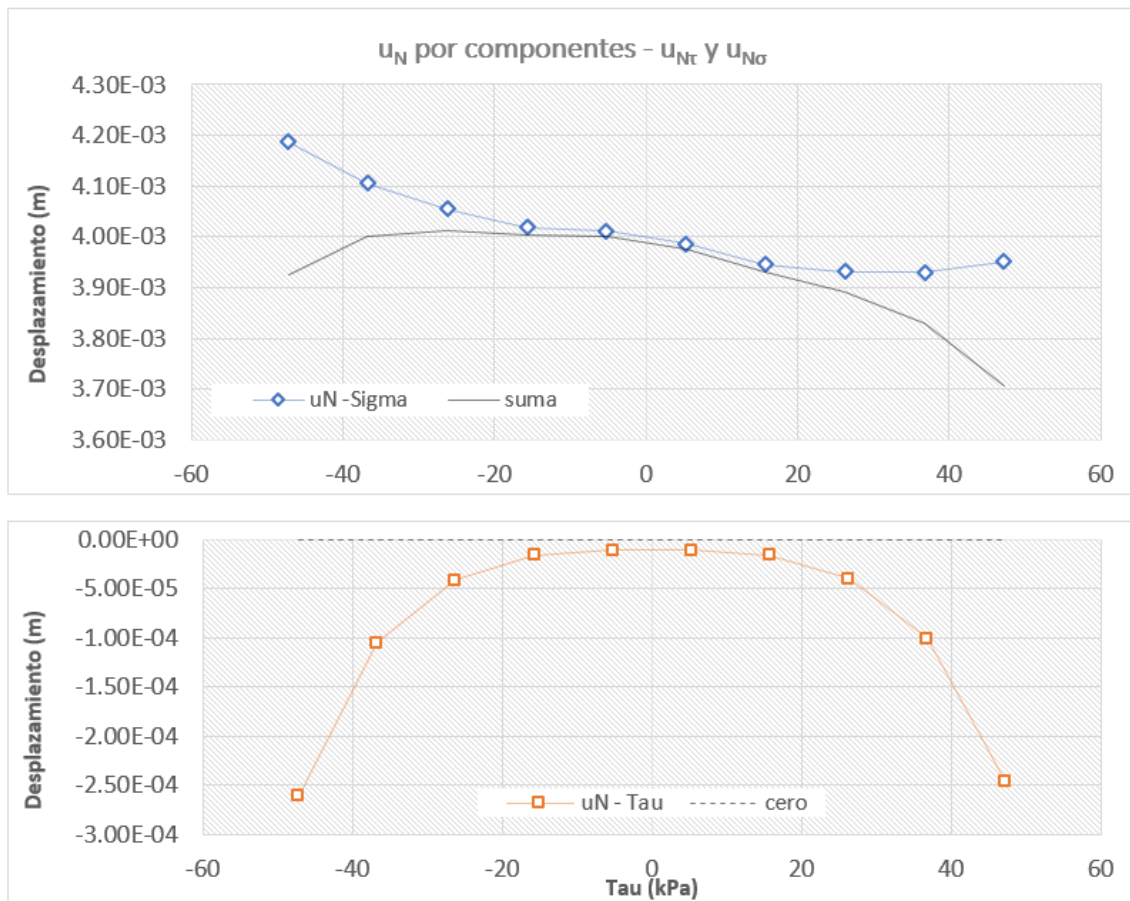


Figura 4.24. Desplazamiento normal, contribuciones con signo corregido

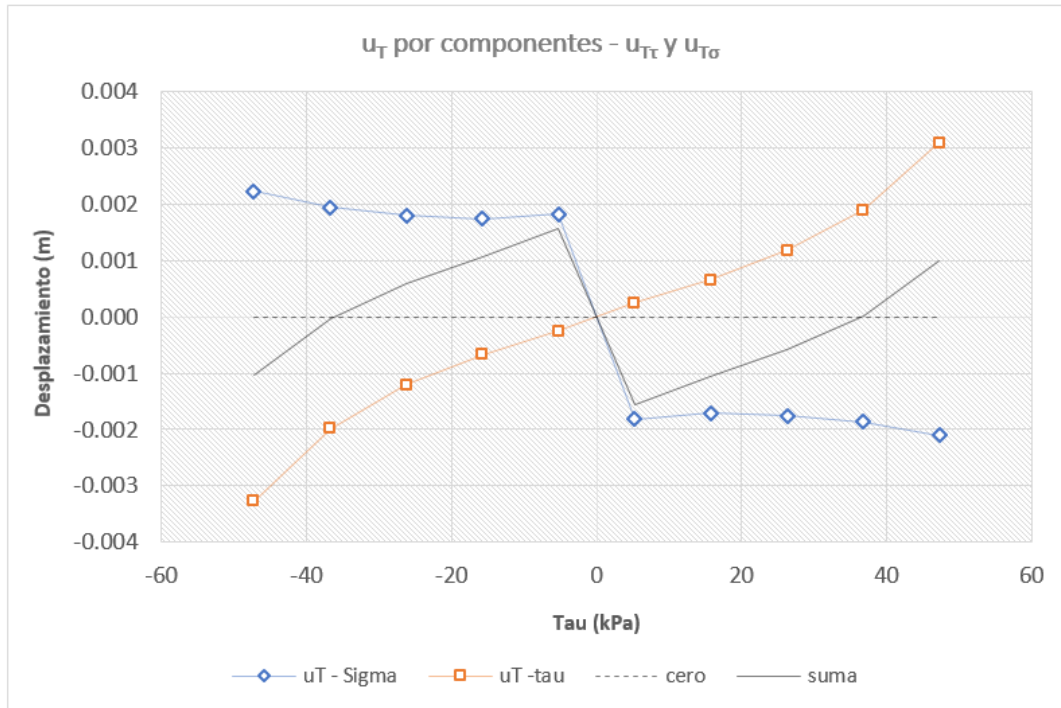


Figura 4.25. Desplazamiento cortante, contribuciones con signo corregido

Considerando que ahora el cálculo de Hertz se realiza con el valor absoluto de la tensión, los gráficos del apartado anterior pasan a tener un rango válido simétrico para tensiones negativas, puesto que:

$$\frac{\sigma \cdot (-\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha + \tan \phi_B \cdot \sin \alpha} \leq |\tau| \leq \frac{\sigma \cdot (\tan \phi_B \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha - \tan \phi_B \cdot \sin \alpha}$$

Se presenta, a título de ejemplo, el rango para un caso concreto:

Ángulo de rozamiento básico	ϕ_B [°]	20
Ángulo del plano de contacto	α [°]	30

El rango de tensiones válidas es el sombreado en la Figura 4.26.

Por último, ha de observarse que la posibilidad de tensiones normales negativas (de tracción) induciría problemas y cambios semejantes en el modelo. Si bien el tema requeriría de un estudio similar a este, no se realizará en el marco de esta tesis por considerarse que los puntos de tracción en un macizo son poco frecuentes y merecen más atención desde el punto de vista resistente que deformacional.

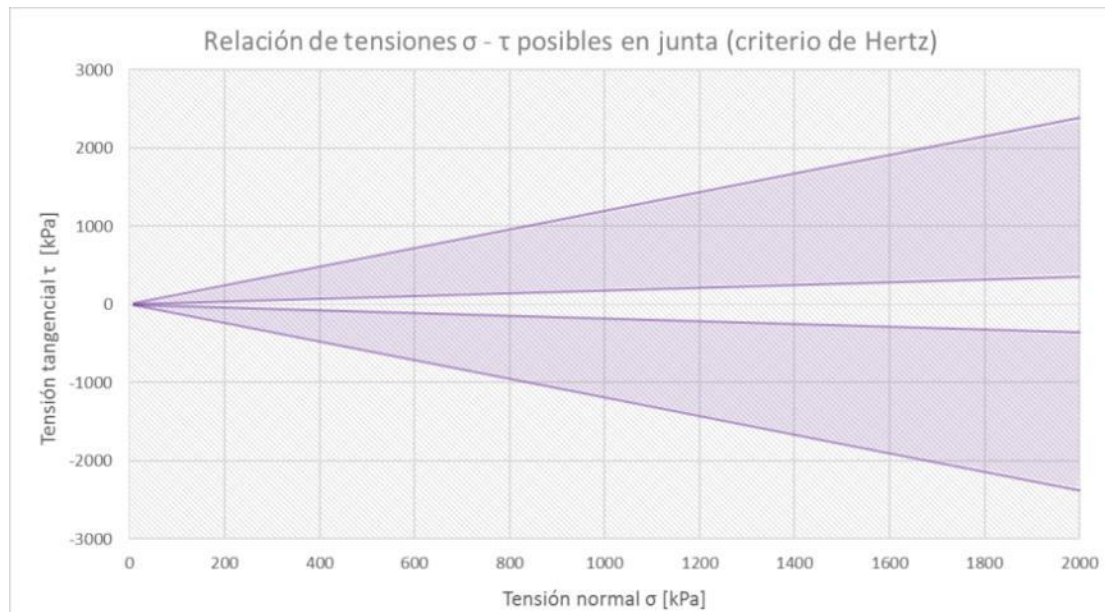


Figura 4.26. Dominio corregido de tensiones válidas por equilibrio. Criterio de Hertz.

4.3.3. Tensores 3D de discontinuidades

Integrando todo lo relacionado a lo largo de este apartado de modelos constitutivos, se obtienen los tensores tridimensionales de discontinuidades rellenas y sin relleno, tal y como se muestran a continuación.

4.3.3.1. Tensor 3D de discontinuidades tipo D

$$D^D = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{Di}} & 0 & 0 & -\frac{\nu_{Di}}{E_{TDi}} & -\frac{\nu_{Di}}{E_{TDi}} & 0 \\ 0 & \frac{2 \cdot (1 + \nu_{Di})}{E_{Di}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2 \cdot (1 + \nu_{Di})}{E_{Di}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{Di}}{E_{Di}} & 0 & 0 & \frac{1}{E_{TDi}} & -\frac{\nu_{Di}}{E_{TDi}} & 0 \\ -\frac{\nu_{Di}}{E_{Di}} & 0 & 0 & -\frac{\nu_{Di}}{E_{TDi}} & \frac{1}{E_{TDi}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2 \cdot (1 + \nu_{Di})}{E_{TDi}} \end{bmatrix}$$

Donde se define:

E_{Di} Módulo de deformación del relleno de la junta

ν_{Di} Coeficiente de Poisson del relleno de la junta

E_{TDi} Módulo de elasticidad ficticio transversal de la junta (del orden del 30% de E_{Di})

4.3.3.2. Tensor 3D de discontinuidades tipo A

$$D^D = \begin{bmatrix} D_{11} & \frac{0.5 \cdot D_{12}}{\sin \beta} \cdot s(\tau_{xy}) & \frac{0.5 \cdot D_{12}}{\cos \beta} \cdot s(\tau_{xz}) & 0 & 0 & 0 \\ 2 \cdot \sin \beta \cdot D_{21} \cdot s(\tau_{xy}) & 2 \cdot D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 \cdot \cos \beta \cdot D_{21} \cdot s(\tau_{xz}) & 0 & 2 \cdot D_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{E_{TD}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{E_{TD}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{E_{TD}} \end{bmatrix}$$

Donde la función $s()$ hace alusión al signo. Las variables mostradas se corresponden con las presentes en la ecuación (4.42):

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{13} & D_{14} \end{bmatrix} = \frac{1}{\rho \cdot s} Q^T \cdot \frac{1}{K_N} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\chi_T}{\chi_D} & \frac{1}{\chi_T} \end{bmatrix} \cdot Q$$

Donde se realizará la hipótesis de carga tangencial creciente. En estas condiciones, y según las ecuaciones (4.19a), (4.20a), (4.10), (4.21), (4.3), (4.43), (4.44) y (4.27d) anteriormente explicadas, se tiene:

$$\chi_D = f \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\tau}{f \cdot \sigma} \right)^{1/3} \right]$$

$$\chi_T = C \cdot \left[1 - \frac{\tau}{f \cdot \sigma} \right]^{1/3}$$

$$K_N = \frac{2G_P a}{(1 - \nu_P)}$$

$$a = (R \cdot u_N^*)^{1/2} \quad f = \tan \phi_B \quad C = \frac{2(1 - \nu_P)}{(2 - \nu_P)}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}; \quad Q^T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\tau_T = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}$$

$$u_T = \sqrt{u_{xy}^2 + u_{xz}^2}$$

$$\beta = \text{atan} \left(\left| \frac{\tau_{xy}}{\tau_{xz}} \right| \right)$$

$$u_N^* = \cos \alpha \cdot u_N + \sin \alpha \cdot u_T$$

$$\sigma = \cos \alpha \cdot \sigma_N + \sin \alpha \cdot \tau_T$$

$$\tau = -\sin \alpha \cdot \sigma_N + \cos \alpha \cdot \tau_T$$

Y los parámetros de caracterización que aparecen:

ρ	Densidad de contactos por unidad de superficie de la junta
τ	Tensión cortante sobre el plano de contacto (coordenadas de la rugosidad)
σ	Tensión normal sobre el plano de contacto (coordenadas de la rugosidad)
G_P	Módulo de elasticidad transversal de la roca matriz en las proximidades de la junta
ν_P	Coeficiente de Poisson de la roca matriz en las proximidades de la junta
R	Radio medio de las rugosidades en contacto
u_N^*	Desplazamiento normal (positivo de cierre) entre las caras de la junta (coordenadas locales de la rugosidad)
ϕ_B	Ángulo de rozamiento básico de la discontinuidad
s	Espaciamiento medio entre planos de junta de la misma familia
α	Ángulo de inclinación de las rugosidades respecto del plano medio de la junta
τ_{xy}	Tensiones tangenciales sobre el plano de la junta (en coordenadas de la discontinuidad)
τ_{xz}	
σ_N	Tensión normal sobre el plano de la junta (en coordenadas de la discontinuidad)
u_{xy}	Desplazamientos tangenciales en las direcciones xy, xz de la junta (en coordenadas de la discontinuidad).
u_{xz}	
u_N	Desplazamiento normal (positivo de cierre) y tangencial de la junta. Coordenadas de la discontinuidad.
u_T	
E_{TD}	Módulo de elasticidad ficticio transversal de la junta

5. Resultados y validación de la formulación para macizos con juntas rellenas

El modelo analítico de cálculo de deformabilidad de macizos con juntas rellenas ha sido implementado numéricamente en MATLAB, tal como se presenta en los anexos de esta tesis. Para realizar el cálculo, se requieren las propiedades de los materiales involucrados y la definición geométrica de la estructura de fracturación del macizo. Más concretamente, se introducen el número de familias de juntas rellenas presentes, su orientación en términos de dirección y buzamiento, su espaciamiento y apertura y las propiedades deformacionales de los materiales. En el caso de juntas rellenas, estas últimas son independientes del estado tensional, e incluyen el módulo de deformación y coeficiente de Poisson del relleno.

Para el cálculo, se supone comportamiento de la roca matriz, pero se considera la anisotropía del macizo debida a la estructura de fracturación. El cálculo numérico resultante es estable y, al no depender de valores iniciales, se realiza en una única iteración.

Los resultados obtenidos incluyen: la matriz de flexibilidad del macizo rocoso y la descomposición del estado tensional global en estados locales para los distintos materiales. Se ha comprobado que el orden en que se introducen las familias de discontinuidades no influye en los resultados finales.

La validación del programa específico de macizos con juntas rellenas se ha realizado en tres fases. En primer lugar, se han contrastado sus resultados con los resultantes de un cálculo sencillo con un modelo multicapa elástico y lineal. Para completar este análisis con un caso de geometría general, se ha recurrido en segundo lugar a un modelo numérico de elementos discretos. Por último, se añade la comparación de resultados del programa con los ofrecidos por formulaciones empíricas comúnmente empleadas en estudios de mecánica de rocas.

A continuación, se describe con detalle la metodología seguida en los procedimientos de validación mencionados, incluyendo los resultados obtenidos y su discusión.

5.1. Validación con casos teóricos simples

La comprobación del comportamiento de la formulación implementada se ha realizado por comparación con los resultados de casos teóricos cuyos parámetros de deformabilidad se pueden calcular analíticamente. Este es el caso de un medio multicapa, donde se evalúa la deformabilidad en la dirección perpendicular a las juntas. En este caso el módulo de deformación equivalente (E_{EQ}) de acuerdo con las fórmulas generales de la elasticidad, cuando el incremento de tensión en los dos micro-materiales es el mismo, es:

$$E_{EQ} = \frac{h_{TOT}}{\sum_i (h_i/E_i)} \quad 5.1$$

Donde h_i es el espesor de cada material del medio multicapa, y E_i su módulo de deformación correspondiente. Los casos analizados para validar la formulación cuentan con hasta tres familias de discontinuidades de diferentes orientaciones y propiedades deformacionales. En todos los casos, las propiedades de la roca matriz son las especificadas en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Propiedades de la roca matriz asumidos para realizar la validación del modelo teórico propuesto.

Módulo de la roca matriz E_R [MPa]	Coef. Poisson de la roca matriz ν_R
1000	0.25

5.1.1. Caso 1: una familia horizontal

El primer caso estudiado involucra un macizo rocoso con una familia horizontal de discontinuidades, como se muestra en la Figura 5.1. Su comportamiento puede asimilarse al de un sólido elástico con un plano de anisotropía. De acuerdo con la teoría de la elasticidad, la matriz de flexibilidad de un sólido de este tipo con la formulación de Hooke sería la indicada en la ecuación (5.2), para una base de coordenadas global como la descrita en el apartado 3. cuya notación es la mostrada en la figura siguiente.

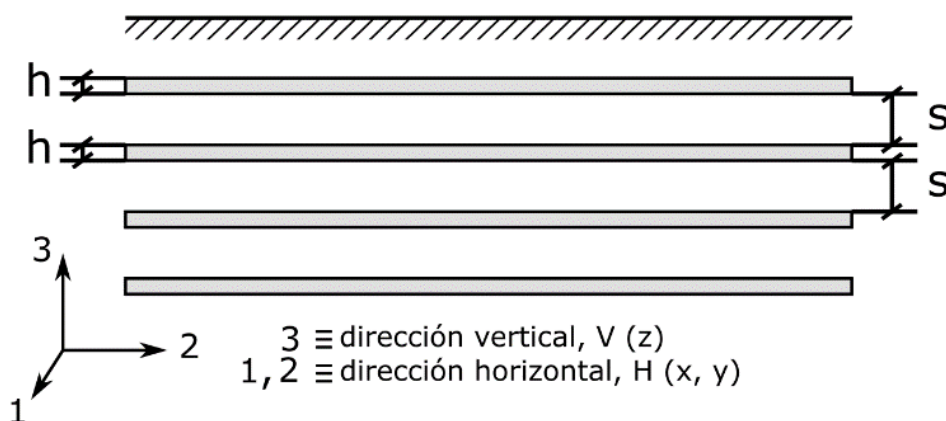


Figura 5.1. Caso 1 de validación. Una familia horizontal

Donde s es el espaciamiento de la familia de juntas considerada, y h su apertura.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{E_H} & 0 & 0 & -\frac{\nu_{HH}}{E_H} & -\frac{\nu_{VH}}{E_H} & 0 \\ 0 & \frac{2(1+\nu_{HH})}{E_H} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_V} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{HH}}{E_H} & 0 & 0 & \frac{1}{E_H} & -\frac{\nu_{VH}}{E_H} & 0 \\ -\frac{\nu_{VH}}{E_H} & 0 & 0 & -\frac{\nu_{VH}}{E_H} & \frac{1}{E_V} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_V} \end{bmatrix} \quad 5.2$$

Los coeficientes de Poisson utilizados por el modelo anisótropo se definen, en términos de las deformaciones normales en las tres direcciones de análisis, del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \nu_{HH} &= -\frac{\varepsilon_{H2}}{\varepsilon_{H1}} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \\ \nu_{VH} &= -\frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_V} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{12}}{\varepsilon_3} \end{aligned}$$

Las propiedades de la familia de discontinuidades considerada son las indicadas en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Orientación y propiedades de discontinuidades en el Caso 1 de validación. Una familia horizontal

Familia	Dirección de buzamiento (°)	Buzamiento β_D (°)	Espaciamientos (m)	Apertura e (m)	Módulo relleno E_{Di} [MPa]	Coef. Poisson relleno ν_{Di}
1	45	54.74	1	0.1	10	0.25

En estas condiciones, el valor teórico del módulo en dirección vertical E_V sería, de acuerdo con la ecuación (5.1), de 100 MPa. A su vez, suponiendo un coeficiente de Poisson de 0.25, el módulo transversal correspondiente sería de 40 MPa.

En cuanto a los resultados obtenidos para la implementación del modelo teórico, la matriz de flexibilidad global del macizo, en MPa^{-1} , es:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0.00111} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{-0.00028} & \mathbf{-0.00028} & 0.00000 \\ 0.00000 & \mathbf{0.00278} & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.02725} & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\ \mathbf{-0.00028} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.00111} & \mathbf{-0.00028} & 0.00000 \\ \mathbf{-0.00028} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{-0.00028} & \mathbf{0.00927} & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.02725} \end{bmatrix}$$

Puede verse que su estructura coincide con la de matriz tipo del sólido teórico, reflejada en la ecuación (5.2). Los valores resultantes de los módulos se obtienen por sustitución, y se resumen en la tabla siguiente.

Tabla 5.3. Comparación de resultados del caso de validación 1

Valores del modelo analítico propuesto	Valores de la formulación analítica simplificada (ecuación (5.1))	Comparación de resultados (diferencia relativa, ϵ_{rel})
$E_V = 108 \text{ MPa}$	$E_V = 100 \text{ MPa}$	$\epsilon_{rel} = 8.0\%$
$E_H = 901 \text{ MPa}$	Módulo de la roca matriz $E_H = E_R = 1000 \text{ MPa}$	El módulo en dirección paralela al plano de la junta es asimilable al de la roca matriz, con una ligera reducción debida a la presencia de la familia de discontinuidades. $\epsilon_{rel} = 9.9\%$
$G_V = 37 \text{ MPa}$	$G_V = 40 \text{ MPa}$	$\epsilon_{rel} = 7.5\%$
$G_H = 360 \text{ MPa}$	$G_H = 361 \text{ MPa}$	$\epsilon_{rel} = 0.28\%$

5.1.2. Caso 2: dos familias horizontales

Con el objetivo de comprobar el funcionamiento del ensamblado de varias familias de discontinuidades, se ha introducido una familia más al caso anterior, con un módulo de deformación significativamente distinto y dirección paralela (Figura 5.2). De nuevo, el comportamiento del macizo puede aproximarse al de un sólido elástico con un plano de anisotropía. Su matriz de flexibilidad tiene la estructura indicada en la ecuación (5.2), con la notación indicada en la Figura 5.2.

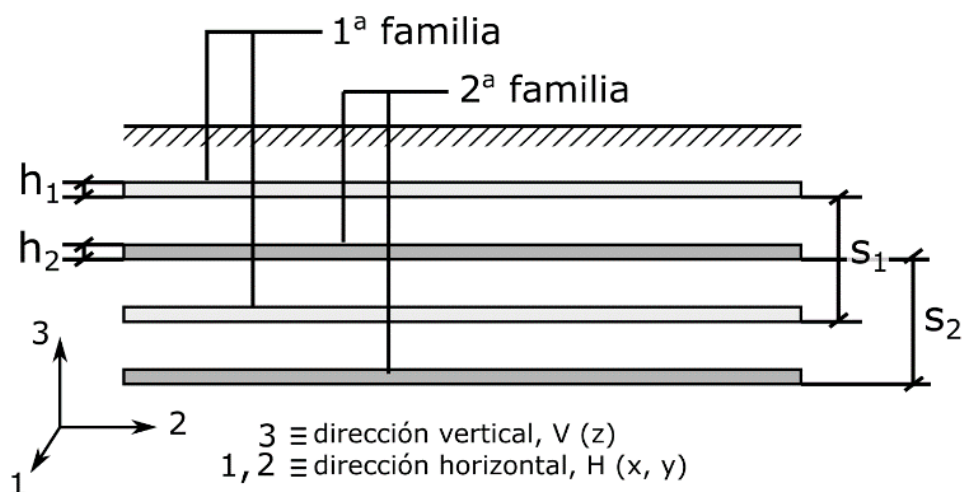


Figura 5.2. Caso 2 de validación. Dos familias horizontales

Las propiedades las dos familias de discontinuidades son las recogidas en la Tabla 5.4. Se han realizado dos cálculos, con diferente orden de inclusión de las familias de juntas (orden 1: familia 1, familia 2; orden 2: familia 2, familia 1). Esta prueba se ha realizado para comprobar el alcance de las variaciones que se producen en los resultados del programa.

Tabla 5.4. Orientación y propiedades de discontinuidades en el Caso 2 de validación. Dos familias horizontales

Familia	Dirección de buzamiento (°)	Buzamiento β_D (°)	Espaciamientos (m)	Apertura (m)	Módulo relleno E_{Di} [kPa]	Coef. Poisson relleno ν_{Di}
i=1	0	0.00	2	0.1	10000	0.25
i=2	0	0.00	2	0.1	1000	0.25

En este caso, el valor teórico del módulo en dirección vertical E_V sería de 20 MPa, de acuerdo con la ecuación (5.1). Mientras que el módulo transversal correspondiente sería de 8 MPa. La matriz de flexibilidad global del macizo devuelta por el programa, en MPa^{-1} , se muestra a continuación para ambos órdenes de inclusión de las familias de discontinuidades:

Orden 1:

0.00111	0.00000	0.00000	-0.00028	-0.00028	0.00000
0.00000	0.00277	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.13913	0.00000	0.00000	0.00000
-0.00028	0.00000	0.00000	0.00111	-0.00028	0.00000
-0.00028	0.00000	0.00000	-0.00028	0.04656	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.13913

Orden 2:

0.00111	0.00000	0.00000	-0.00028	-0.00028	0.00000
0.00000	0.00277	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.13351	0.00000	0.00000	0.00000
-0.00028	0.00000	0.00000	0.00111	-0.00028	0.00000
-0.00028	0.00000	0.00000	-0.00028	0.04469	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.13351

Tiene una estructura coincidente con la de la matriz tipo esperada (ecuación (5.2)). Los valores resultantes de los módulos se resumen en la siguiente.

Tabla 5.5. Comparación de resultados del caso de validación 2

Valores del modelo analítico propuesto		Valores de la formulación analítica simplificada (ecuación (5.1))	Comparación de resultados (diferencia relativa, ε_{rel})
Orden 1	Orden 2		
$E_V = 21 \text{ MPa}$	$E_V = 22 \text{ MPa}$	$E_V = 20 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{rel} = 5\% / 10\%$

Valores del modelo analítico propuesto		Valores de la formulación analítica simplificada (ecuación (5.1))	Comparación de resultados (diferencia relativa, ε_{rel})
Orden 1	Orden 2		
$E_H = 903 \text{ MPa}$	$E_H = 903 \text{ MPa}$	Módulo de la roca matriz. $E_H = E_R = 1000 \text{ MPa}$	Los módulos se aproximan al de la roca matriz, con cierta reducción debido a la presencia de las familias. $\varepsilon_{rel} = 9.7\%$
$G_V = 7 \text{ MPa}$	$G_V = 7 \text{ MPa}$	$G_V = 8 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{rel} = 12.5\%$
$G_H = 361 \text{ MPa}$	$G_H = 361 \text{ MPa}$	$G_H = 361 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{rel} = 0\%$

5.1.3. Caso 3. Dos familias ortogonales

Una vez se ha comprobado que el ensamblaje de familias funciona correctamente, se analiza el comportamiento obtenido con juntas en distintas direcciones. Para ello, se plantea un caso con dos familias ortogonales de discontinuidades. El comportamiento del macizo, de este modo, puede aproximarse al de un sólido elástico ortótropo. La matriz de flexibilidad correspondiente es la mostrada en la ecuación (5.3), de acuerdo con la notación de la Figura 5.3.

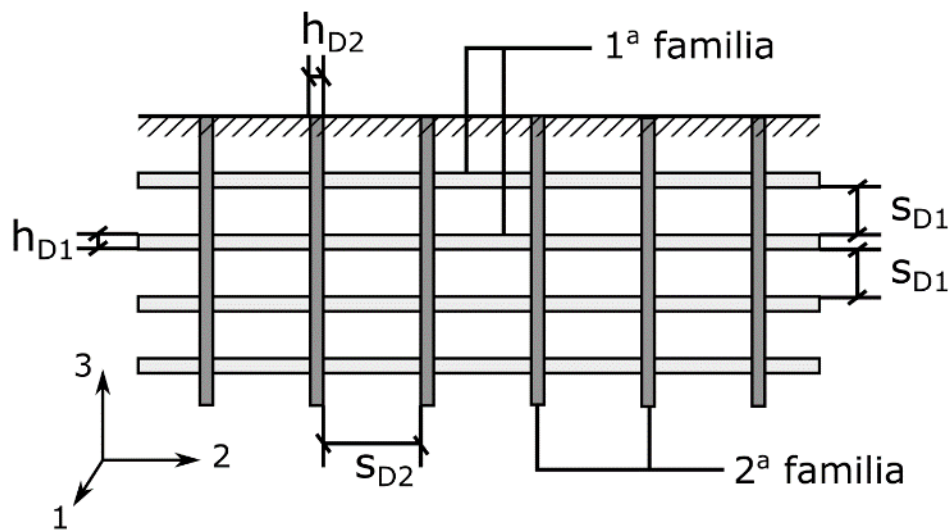


Figura 5.3. Caso 3 de validación. Dos familias, una horizontal y otra vertical

Los coeficientes de Poisson de la formulación ortótropa se definen de la siguiente forma:

$$v_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i} \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$\frac{v_{ij}}{E_j} = \frac{v_{ji}}{E_i} \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & 0 & 0 & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & 0 & 0 & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & 0 & 0 & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \quad 5.3$$

Los parámetros elegidos de las dos familias de discontinuidades se muestran en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6. Orientación y propiedades de discontinuidades en el Caso 3 de validación. Dos familias, una horizontal y otra vertical

Familia	Dirección de buzamiento (°)	Buzamiento β_D (°)	Espaciamientos (m)	Apertura e (m)	Módulo relleno E_{Di} [MPa]	Coef. Poisson relleno ν_{Di}
i=1	0	0.00	1	0.1	10	0.25
i=2	0	90.00	1	0.1	30	0.25

La matriz de flexibilidad que resulta al ejecutar en programa es, en MPa^{-1} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0.00123} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{-0.00031} & \mathbf{-0.00031} & 0.00000 \\ 0.00000 & \mathbf{0.01083} & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.02922} & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\ \mathbf{-0.00031} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.00382} & \mathbf{-0.00059} & 0.00000 \\ \mathbf{-0.00031} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{-0.00059} & \mathbf{0.00997} & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.03286} \end{bmatrix}$$

De nuevo, su estructura coincide con la de la matriz teórica de este tipo de sólido (ortótropo). Los valores resultantes de los módulos obtenidos por el programa y a través de la formulación teórica se analizan en la tabla siguiente.

Tabla 5.7. Comparación de resultados del caso de validación 3

Valores del modelo analítico propuesto	Valores de la formulación analítica simplificada (ecuación (5.1))	Comparación de resultados (diferencia relativa, ϵ_{rel})
$E_3 = 100 \text{ MPa}$	$E_3 = 100 \text{ MPa}$	$\epsilon_{rel} = 0\%$
$E_2 = 262 \text{ MPa}$	$E_2 = 254 \text{ MPa}$	$\epsilon_{rel} = 3.1\%$

Valores del modelo analítico propuesto	Valores de la formulación analítica simplificada (ecuación (5.1))	Comparación de resultados (diferencia relativa, ε_{rel})
$E_1 = 814 \text{ MPa}$	$E_1 = E_R = 1000 \text{ MPa}$	El módulo es comparable al de la roca matriz. La reducción es debida a la presencia de las familias $\varepsilon_{rel} = 18.6\%$

5.1.4. Caso 4: tres familias ortogonales

Por último, se muestran los resultados del análisis de un macizo rocoso con tres familias de discontinuidades ortogonales, según el esquema mostrado en la Figura 5.4.

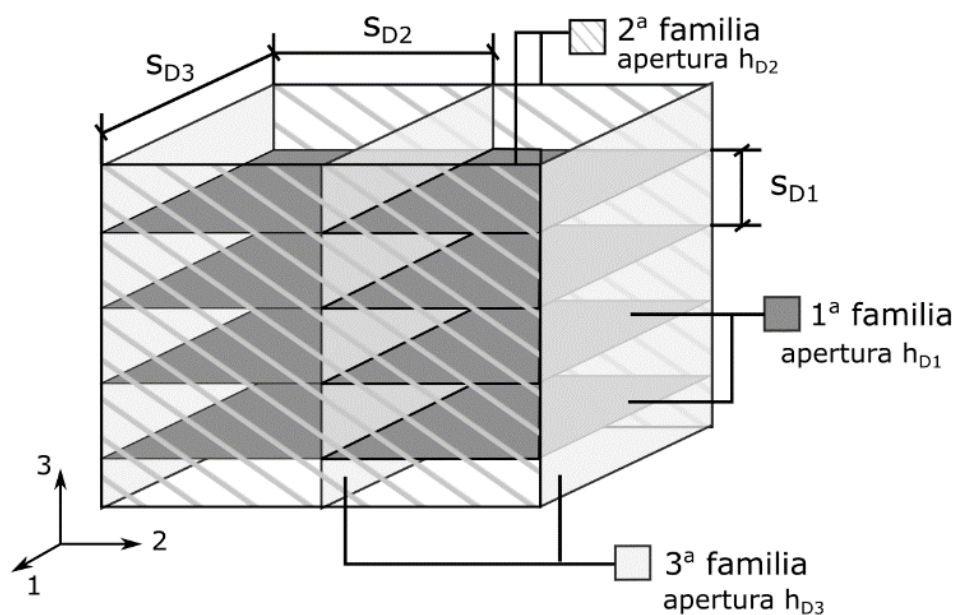


Figura 5.4. Caso 4 de validación. Tres familias ortogonales

Al igual que en el caso anterior, el comportamiento del macizo puede asimilarse al de un sólido elástico ortótropo. Su matriz de flexibilidad teórica sería la indicada en la ecuación (5.3), con la notación mostrada en la Figura 5.4. Las propiedades de las familias de discontinuidades se resumen en la Tabla 5.8.

Tabla 5.8. Orientación y propiedades de discontinuidades en el Caso 4 de validación. Tres familias ortogonales

Familia	Dirección de buzamiento (°)	Buzamiento β_D (°)	Espaciamientos (m)	Apertura e (m)	Módulo relleno E_{Di} [MPa]	Coef. Poisson relleno ν_{Di}
i=1	0	0.00	1	0.1	10	0.25
i=2	0	90.00	1	0.1	30	0.25
i=3	90	90.00	1	0.1	20	0.25

La matriz de flexibilidad del macizo devuelta por el programa es, en MPa^{-1} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0.00533} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{-0.00042} & \mathbf{-0.00064} & 0.00000 \\ 0.00000 & \mathbf{0.02225} & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.03880} & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\ \mathbf{-0.00042} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.00421} & \mathbf{-0.00066} & 0.00000 \\ \mathbf{-0.00064} & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{-0.00066} & \mathbf{0.01083} & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & \mathbf{0.03547} \end{bmatrix}$$

Su estructura, una vez más, es igual a la de la matriz teórica de comportamiento (ecuación (5.3)). Los módulos de deformabilidad que se obtienen de ella se analizan en la tabla siguiente.

Tabla 5.9. Comparación de resultados del caso de validación 4

Valores del modelo analítico propuesto	Valores de la formulación analítica simplificada (ecuación (5.1))	Comparación de resultados (diferencia relativa, ε_{rel})
$E_3 = 92 \text{ MPa}$	$E_3 = 92 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{rel} = 0\%$
$E_2 = 237 \text{ MPa}$	$E_2 = 233 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{rel} = 1.7\%$
$E_1 = 188 \text{ MPa}$	$E_1 = 168 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{rel} = 11.9\%$

5.1.5. Resumen de resultados

El análisis de los cuatro casos expuestos en este apartado concluye la primera etapa de validación del modelo. Los casos analizados cuentan con configuraciones simples, donde la solución teórica unidimensional permite la estimación de los módulos de deformación del macizo en las direcciones perpendiculares a las familias de discontinuidades.

Por comparación de los resultados de dicha solución teórica con los obtenidos por medio de la formulación propuesta en esta investigación, puede verse que los errores relativos en los valores de los módulos se encuentran en el rango del 0% al 12.5%. En el caso de las direcciones de estudio paralelas a las familias, las reducciones del módulo del macizo respecto de los módulos de la roca matriz oscilan entre el 9.7% (familias en una sola dirección) y el 18.6% (familias en dos direcciones).

5.2. Validación con modelos numéricos

5.2.1. Caso de análisis

De forma complementaria a los casos particulares analizados en la sección anterior, se ha decidido emplear un modelo numérico para evaluar de forma más general los resultados de deformabilidad de macizos rocosos conseguidos por la formulación propuesta. Esto permite analizar estructuras de fracturación de tres familias con orientaciones cualesquiera.

El caso concreto escogido para el análisis cuenta con las propiedades de la roca matriz y de las familias de discontinuidades incluidas en la Tabla 5.10 y la Tabla 5.11, respectivamente.

Tabla 5.10. Propiedades de la roca matriz asumidos para la validación mediante modelos numéricos

Módulo de la roca matriz E_i [MPa]	Coef. Poisson de la roca matriz ν_i
2000	0.25

Tabla 5.11. Orientación y propiedades de discontinuidades para la validación mediante modelos numéricos

Familia	Dirección de buzamiento ($^\circ$)	Buzamiento β_D ($^\circ$)	Espaciamientos (m)	Apertura e (m)	Módulo relleno E_{Di} [kPa]	Coef. Poisson relleno ν_{Di}
i=1	20	55	0.5	0.01	20000	0.30
i=2	85	10	4	0.02	5000	0.35
i=3	280	80	20	0.05	1000	0.40

Con los datos de partida de este caso de estudio, la matriz de flexibilidad obtenida mediante el programa de cálculo analítico para juntas rellenas se muestra a continuación, en MPa^{-1} .

$$\begin{bmatrix} 0.00220 & 0.00115 & 0.00147 & -0.00038 & -0.00040 & -0.00045 \\ 0.00115 & 0.00888 & 0.00046 & -0.00101 & -0.00021 & -0.00089 \\ 0.00146 & 0.00046 & 0.01070 & -0.00029 & -0.00112 & -0.00102 \\ -0.00038 & -0.00101 & -0.00029 & 0.00159 & -0.00049 & 0.00041 \\ -0.00040 & -0.00021 & -0.00112 & -0.00049 & 0.00202 & 0.00077 \\ -0.00455 & -0.00089 & -0.00102 & 0.00041 & 0.00077 & 0.00522 \end{bmatrix}$$

5.2.2. Descripción del modelo numérico

El modelo numérico empleado en la validación se ha desarrollado empleando el software 3DEC 7.0 de Itasca (Itasca, 2020), que emplea el Método de Elementos Discretos para simular el comportamiento mecánico de un medio fracturado. De esta forma, se modeliza el macizo como un conjunto de bloques deformables que interaccionan entre sí a través de los planos de discontinuidad.

Los datos de orientación y espaciamento de las tres familias de discontinuidades incluidas en el análisis se introdujeron en el modelo de acuerdo con los valores resumidos en la Tabla 5.10 y la Tabla 5.11. El modelo resultante puede verse en la Figura 5.5a. Los bloques originados por las tres familias de discontinuidades pueden observarse, asimismo, en la Figura 5.5b (familia 1, espaciamento 0.5), la Figura 5.5c (familia 2, espaciamento 4m) y la Figura 5.5d (familia 3, espaciamento 20m).

El tamaño del modelo es un aspecto crítico del cálculo, al encontrarse limitado por la capacidad computacional disponible. Al mismo tiempo, está condicionado por el mayor espaciamento presente (en este caso, 20m, familia 3). Para optimizar los tiempos de cálculo, se ha optado por adoptar unas dimensiones de 100x100x100 m³. De esta forma, se incluyen

al menos 5 planos de discontinuidades de cada familia, y puede obtenerse una solución representativa del comportamiento real del macizo estudiado.

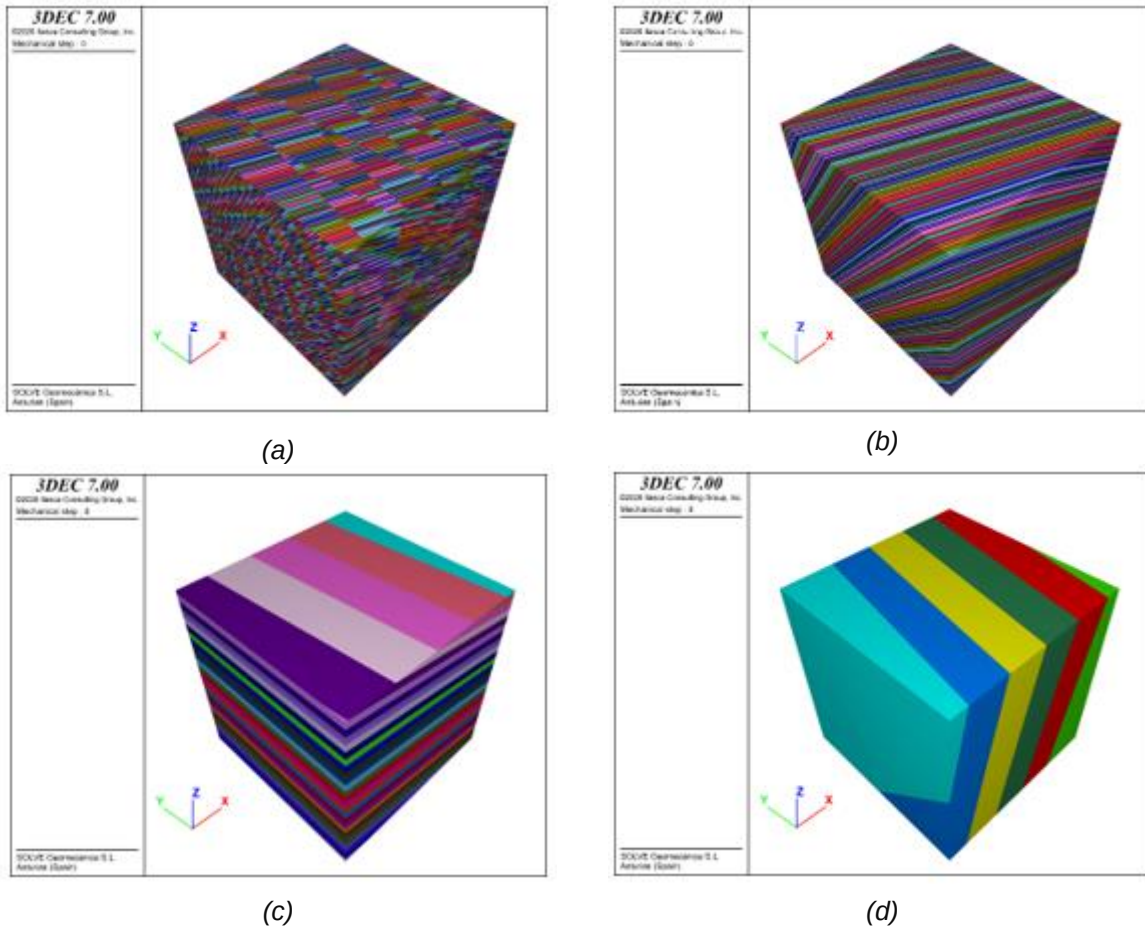


Figura 5.5. Modelo numérico 3DEC a) Vista general; b) Bloques delimitados por la familia 1; c) Bloques delimitados por la familia 2; d) Bloques delimitados por la familia 3

Otro aspecto importante es la deformabilidad de los bloques que componen el modelo, que precisan una discretización mediante una malla de diferencias finitas. Para ello, se han empleado elementos tetraédricos con una longitud máxima de 2m de lado.

Mientras que los bloques se han definido a partir de las propiedades deformacionales del macizo ya descritas (Tabla 5.10 y Tabla 5.11), las familias deben definirse en 3DEC a partir de su rigidez normal (K_{ni}) y cortante (K_{si}). En el caso concreto de juntas rellenas, su comportamiento es elástico y está influenciado por el espesor (e) y las propiedades deformacionales del relleno (E_{Di} , ν_{Di}). Las rigideces se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$K_{ni} = \frac{E_{Di}(1 - \nu_{Di})}{e(1 - 2\nu_{Di})(1 + \nu_{Di})} \quad K_{si} = \frac{E_{Di}}{2e(1 + \nu_{Di})}$$

Para calcular la deformabilidad de los bloques en cada dirección, se modelizó un ensayo uniaxial en cada una de las tres direcciones de estudio. Esto se hizo, en cada caso, mediante la aplicación de una carga en el borde, junto con la imposición de una velocidad constante en

la misma superficie. En el borde opuesto, se impuso una condición de desplazamiento nulo. Ambos bordes simulan, conjuntamente, los efectos de los discos de una prensa de compresión uniaxial, dado que el resto del contorno se mantuvo libre de restricciones. De este modo, se analizaron las reacciones generadas en el borde cargado y en el opuesto; dichas reacciones, divididas por el área analizada, proporcionan una estimación de las tensiones medias generadas en cada incremento de carga.

La condición inicial del ensayo uniaxial es de carga nula. Por tanto, se requiere que la velocidad aplicada al borde cargado sea suficientemente baja, para evitar posibles errores numéricos debidos a incrementos anormalmente altos de tensión-deformación, especialmente durante los primeros pasos de cálculo. De esto deriva, a su vez, otro problema. Esto se debe a que bajas velocidades de deformación llevan aparejados, necesariamente, mayores tiempos de cálculo. Por este motivo, en el modelo analizado se ha establecido una condición adicional que incrementa la velocidad de deformación a medida que crece la tensión en el borde del bloque. De este modo, y dada la gran cantidad de bloques que componen el modelo, ha sido posible limitar el tiempo de cálculo de cada ensayo uniaxial a un día de trabajo.

5.2.3. Resultados de la modelización

La distribución de desplazamientos en la dirección horizontal x , resultante del cálculo del modelo numérico, se muestra en la Figura 5.6. El valor del movimiento horizontal en el contorno lateral es de 11.26cm, por lo que al tener el modelo 100m, la deformación horizontal resultante en dirección x es de 0.113%. La curva de evolución tensión-deformación calculada por el modelo se puede observar en la Figura 5.7. La regresión de los puntos de dicha curva permite estimar el valor del módulo de deformación, que toma un valor de 483 MPa. Los cálculos realizados en las dos direcciones restantes dieron lugar a resultados similares.

Los valores de los módulos de deformación obtenidos en cada dirección, tanto por medio del modelo analítico desarrollado en este estudio como mediante el modelo numérico 3DEC, se resumen en la Tabla 5.12. La comparación de los resultados de ambos cálculos produce errores relativos de hasta el 6%. Esos valores permiten validar el funcionamiento de la formulación analítica para un caso general de familias de fracturación.

Tabla 5.12. Comparación de resultados de deformabilidad del macizo. Validación mediante modelo numérico

Dirección de análisis	Módulo de deformación (MPa)		Comparación de resultados
	Modelo analítico	Modelo numérico 3DEC	Error relativo (%)
X	454 MPa	483 MPa	$\epsilon_{rel} = 6.0\%$
Y	628 MPa	668 MPa	$\epsilon_{rel} = 6.0\%$
Z	494 MPa	513 MPa	$\epsilon_{rel} = 3.7\%$
Volumétrico	305 MPa	322 MPa	$\epsilon_{rel} = 5.3\%$

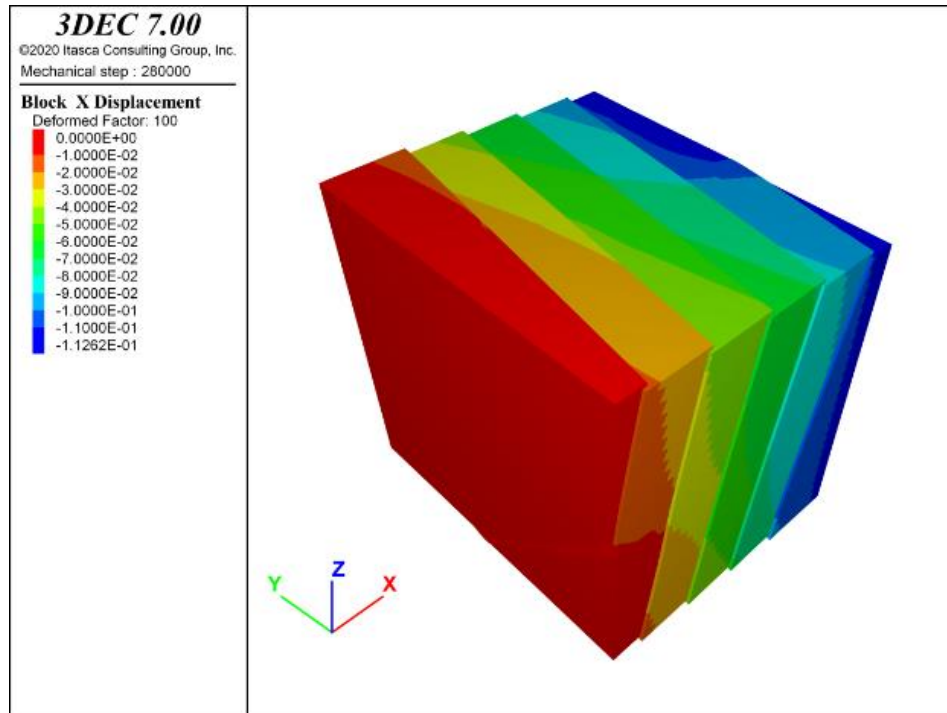


Figura 5.6. Prueba de deformabilidad uniaxial en la dirección x: distribución final de desplazamientos

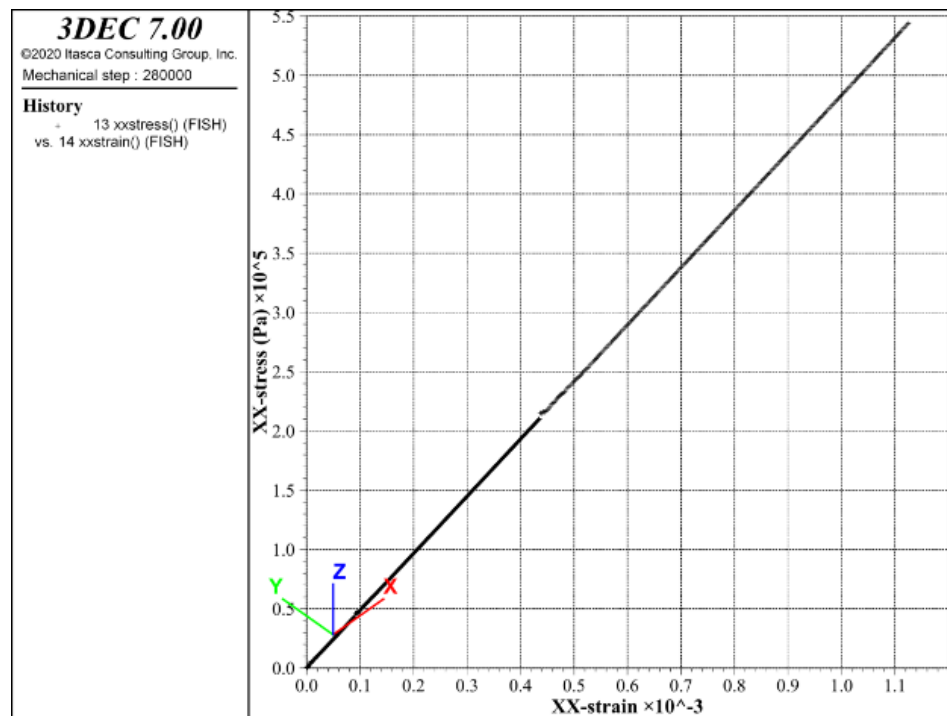


Figura 5.7. Prueba de deformabilidad uniaxial en la dirección x: curva tensión - deformación

5.3. Comparativa con relaciones empíricas

5.3.1. Formulaciones de contraste

Además de la validación teórica realizada, se pretende comparar los resultados de la implementación analítica con los obtenidos por algunas de las relaciones empíricas más comúnmente utilizadas.

Las formulaciones empíricas consideradas en el análisis son dependientes de índices de clasificación, por ser las más extendidas. En particular, se han seleccionado la fórmula empírica de Zhang y Einstein (2004), dependiente del RQD, y tres formulaciones dependientes del RMR (válidas en distintos estados del macizo rocoso, de acuerdo con los criterios resumidos en la Tabla 5.13): Bieniawski (1978), Serafim y Pereira (1983) y Hoek et al (2002).

Tabla 5.13. Formulaciones empíricas utilizadas para la comparación de módulos de deformación con la formulación propuesta

Bieniawski (1978)	$E_{RM}(GPa) = 2RMR - 100$	RMR > 50
Serafim y Pereira (1983)	$E_{RM}(GPa) = 10^{((RMR-10)/40)}$	RMR < 50
Hoek et al (2002)	$E_{RM}(GPa) = (1 - D/2) \sqrt{\frac{\sigma_{Ci} (MPa)}{100}} \cdot 10^{(RMR-10)/40}$	RMR < 50 $\sigma_{Ci} < 100$ MPa
Zhang y Einstein (2004)	$E_{RM}(GPa) = E_i \cdot 10^{(0.0186RQD-1.91)}$	RQD, E_i

Donde:

E_{RM}	Módulo de deformación del macizo rocoso
σ_{Ci}	Resistencia a compresión simple de la roca intacta
E_i	Módulo de deformación de la roca intacta
D	Índice de alteración de Hoek

5.3.2. Casos de análisis

Para hacer un análisis suficientemente completo, se han definido diferentes condiciones de un macizo rocoso con una o dos familias de discontinuidades, variando cada uno de los parámetros definidos por la clasificación de Bieniawski (1989).

Dado que el modelo propuesto se ha implementado específicamente para juntas definidas como “tipo D”, en todos los casos se ha supuesto unas condiciones de la junta completamente alterada y rellena. Así, para una o dos familias de diaclasas existentes en el macizo rocoso, se definen un total de 25 casos que resultan en valores de RMR de 10, 30, 50 y 70. No se definen casos con RMR superiores por ser incompatibles con la condición de junta rellena, que dan lugar a una puntuación de 0 en ese apartado de la clasificación. En la Tabla 5.14 y

hasta la Tabla 5.17 se resumen las características y puntuaciones asociadas de la clasificación de Bieniawski (1989) de cada caso de análisis.

Tabla 5.14. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 10

Caso	σ_{ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
1	< 1	35	60	60		Flujo	
Puntuación RMR	0	5	5	5	0	0	10
2	< 1	35	20	200		Flujo	
Puntuación RMR	0	5	2	8	0	0	10
3	< 1	50	20			Flujo	
Puntuación RMR	0	8	2		0	0	10
4	< 1	50	20	20		Flujo	
Puntuación RMR	0	8	2	2	0	0	10
5	50	25	40	40		Flujo	
Puntuación RMR	4	3	3	3	0	0	10
6	50	25	50	20		Flujo	
Puntuación RMR	4	3	4	2	0	0	10
7	50	15	40	60		Flujo	
Puntuación RMR	4	2	3	5	0	0	10

Tabla 5.15. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 30

Caso	σ_{ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
8	25	100	200			Flujo	
Puntuación RMR	2	20	8		0	0	30
9	25	100	200	200		Flujo	
Puntuación RMR	2	20	8	8	0	0	30
10	100	100	40			Flujo	
Puntuación RMR	7	20	3		0	0	30
11	100	90	100			Flujo	
Puntuación RMR	7	17	6		0	0	30
12	100	90	100	100		Flujo	
Puntuación RMR	7	17	6	6	0	0	30
13	100	75	2000	60		Flujo	
Puntuación RMR	7	13	15	5	0	0	30

Tabla 5.16. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 50

Caso	σ_{ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
14	100	90	2.5	20		Seco	
Puntuación RMR	7	17	20	2	0	15	50
15	100	100	200			Seco	

Caso	σ_{ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
Puntuación RMR	7	20	8		0	15	50
16	100	100	200	200		Seco	
Puntuación RMR	7	20	8	8	0	15	50
17	250	60	2000	60		Seco	
Puntuación RMR	15	10	15	5	0	15	50
18	250	80	60			Seco	
Puntuación RMR	15	15	5		0	15	50
19	250	80	60	60		Seco	
Puntuación RMR	15	15	5	5	0	15	50
20 ^{*1}	250	100	2000			Flujo	
Puntuación RMR	15	20	15		0	0	50
21 ^{*2}	250	100	2000			Flujo	
Puntuación RMR	15	20	15		0	0	50
22 ^{*3}	250	100	2000			Flujo	
Puntuación RMR	15	20	15		0	0	50

*1 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 0^\circ$

*2 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 45^\circ$

*3 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 90^\circ$

Tabla 5.17. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 70

Caso	σ_{ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
23 ^{*1}	> 250	100	> 2000			Seco	
Puntuación RMR	15	20	20		0	15	70
24 ^{*2}	> 250	100	> 2000			Seco	
Puntuación RMR	15	20	20		0	15	70
25 ^{*3}	> 250	100	> 2000			Seco	
Puntuación RMR	15	20	20		0	15	70

*1 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 0^\circ$

*2 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 45^\circ$

*3 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 90^\circ$

A partir de los valores del espaciamiento y del RQD, puede estimarse la orientación de las familias de discontinuidades con la formulación de Priest y Hudson (1976), incluida a continuación:

$$RQD (\%) = 100 \cdot e^{-0.1\lambda_\theta} \cdot (0.1\lambda_\theta + 1)$$

Una sola familia: $\lambda_\theta = \lambda \cdot \cos \theta$ $\lambda = 1/s$

Dos familias: $\lambda_\theta = \lambda_1 \cdot \cos \theta + \lambda_2 \cdot |\cos(\phi - \theta)|$ $\lambda_i = 1/s_i \quad i = 1, 2$

Siendo:

- RQD *Rock Quality Designation* (%) en la dirección del sondeo, dada por el ángulo θ
- λ_i Inversa del espaciamiento medio de una familia de juntas en la dirección i
- λ_θ Inversa del espaciamiento medio de una familia de juntas en la dirección del sondeo
- s_i Espaciamiento de la familia de juntas i , en metros
- θ ángulo entre la dirección perpendicular a la familia 1 y la dirección del sondeo
- ϕ ángulo que forman ambas familias

La Figura 5.8 muestra la relación entre las direcciones de dos familias de discontinuidades y la dirección del sondeo, tal y como se definen en la formulación que se ha utilizado para calcular la orientación de las familias de los 25 casos de estudio.

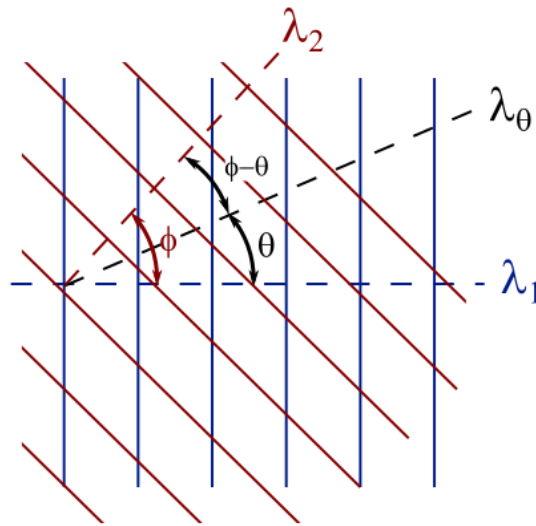


Figura 5.8. Esquema de transformaciones de espaciamientos a la dirección de análisis del sondeo

A partir de las ecuaciones anteriores, se obtiene la información de la estructura de fracturación generada por las familias de los macizos rocosos definidos en los 25 casos de estudio, según se resume en la Tabla 5.18. Para calcular el parámetro d , definido en la sección 3 (ecuación 3.4), se ha supuesto que la apertura de las juntas es en todos los casos $e=10$ mm, un valor compatible con la puntuación asignada a la condición de juntas según la clasificación RMR.

Se adopta para la roca matriz un coeficiente de Poisson de 0.25 y un módulo de deformación de 100 GPa. Este es el valor correspondiente a un RMR de 100, correspondiente a una roca intacta, en la formulación de deformabilidad empírica de Bieniawski (1978).

Tabla 5.18. Parámetros de orientación de la estructura de fracturación de los 25 casos de análisis

Caso	N familias	RMR	Espaciamiento (m)		Familia 1		Familia 2		d (-)
			s ₁ (m)	s ₂ (m)	Dirección buzamiento (°)	Buzamiento (°)	Dirección buzamiento (°)	Buzamiento (°)	
1	2	10	0.06	0.06	0	25.28	180	64.7	0.333
2	2	10	0.02	0.2	0	69.51	180	20.5	0.55
3	1	10	0.02		0	70.39			0.50
4	2	10	0.02	0.02	0	87.75	0	72.8	1.00
5	2	10	0.04	0.04	0	5	180	85	0.50
6	2	10	0.05	0.02	0	8.2	180	81.8	0.70
7	2	10	0.04	0.06	0	46.95	0	1.9	0.417
8	1	30	0.2		0	89.59			0.05
9	2	30	0.2	0.2	0	90	0	90	0.10
10	1	30	0.04		0	90			0.25
11	1	30	0.1		0	60			0.10
12	2	30	0.1	0.1	0	89.05	0	59.1	0.20
13	2	30	2	0.06	0	33.49	180	56.5	0.172
14	2	50	2.5	0.02	0	5.65	180	84.4	0.504
15	1	50	0.2		0	89.63			0.05
16	2	50	0.2	0.2	0	90	0	90	0.10
17	2	50	2	0.06	0	53.9	180	36.1	0.172
18	1	50	0.06		0	60.35			0.167
19	2	50	0.06	0.06	0	75.68	0	75.7	0.333
20	1	50	2		0	0			0.005
21	1	50	2		0	45			0.005
22	1	50	2		0	90			0.005
23	1	70	2.5		0	0			0.004
24	1	70	2.5		0	45			0.004
25	1	70	2.5		0	90			0.004

Para finalizar, deben definirse los parámetros de deformabilidad del relleno de las familias de juntas. Para ampliar el rango de casuísticas estudiadas, cada caso se ha analizado para cuatro tipos de relleno con diferentes niveles de deformabilidad. Sus propiedades se definen en la Tabla 5.19.

Tabla 5.19. Parámetros de deformabilidad del relleno de juntas para los 25 casos de análisis

Relleno	Módulo del relleno E_{Di} (MPa)	Coef. De Poisson ν_{Di}
Muy blando	1	0.25
Blando	10	0.25
Medio	50	0.25
Duro	100	0.25

Con esta información, quedan definidos todos los parámetros necesarios para el cálculo de la deformabilidad de los casos de estudio, tanto con las formulaciones empíricas como con el programa de cálculo analítico.

5.3.3. Discusión de resultados

En la Tabla 5.20 se ofrece un resumen de los módulos de deformación obtenidos para los 25 casos de estudio con las formulaciones empíricas de deformabilidad, dependientes del RMR (E_{RMR}) y del RQD (E_{RQD}), recogidas en la Tabla 5.13. Por la propia naturaleza de los índices de los que dependen estas formulaciones, los módulos dependientes del RMR son valores promediados en todas las direcciones, mientras que los dependientes del RQD corresponden a la deformabilidad en la dirección del sondeo, que en todos los casos se ha supuesto vertical.

Tabla 5.20. Resumen de módulos de deformación empíricos de los casos de análisis

Caso	RMR	RQD	σ_{Ci} [MPa]	Formulación dependiente del RMR	E_{RMR} [GPa]	E_{RQD} [GPa]
1	10	35	0.5	Hoek et al (2002)	0.07	5.50
2	10	35	0.5	Hoek et al (2002)	0.07	5.50
3	10	50	0.5	Hoek et al (2002)	0.07	10.5
4	10	50	0.5	Hoek et al (2002)	0.07	10.5
5	10	25	50	Hoek et al (2002)	0.70	3.60
6	10	25	50	Hoek et al (2002)	0.70	3.60
7	10	15	50	Hoek et al (2002)	0.70	2.30
8	30	100	25	Hoek et al (2002)	1.60	89.1
9	30	100	25	Hoek et al (2002)	1.60	89.1
10	30	100	100	Serafim-Pereira (1983)	3.16	89.1
11	30	90	100	Serafim-Pereira (1983)	3.16	58.1
12	30	90	100	Serafim-Pereira (1983)	3.16	58.1
13	30	75	100	Serafim-Pereira (1983)	3.16	30.5
14	50	90	100	Serafim-Pereira (1983)	10.0	58.1
15	50	100	100	Serafim-Pereira (1983)	10.0	89.1
16	50	100	100	Serafim-Pereira (1983)	10.0	89.1
17	50	60	250	Serafim-Pereira (1983)	10.0	16.1
18	50	80	250	Serafim-Pereira (1983)	10.0	37.8
19	50	80	250	Serafim-Pereira (1983)	10.0	37.8
20	50	100	250	Serafim-Pereira (1983)	10.0	89.1
21	50	100	250	Serafim-Pereira (1983)	10.0	89.1
22	50	100	250	Serafim-Pereira (1983)	10.0	89.1
23	70	100	300	Bieniawski (1978)	40.0	89.1
24	70	100	300	Bieniawski (1978)	40.0	89.1
25	70	100	300	Bieniawski (1978)	40.0	89.1

En contraste con esta situación, la formulación analítica propuesta permite obtener valores de deformabilidad en tres direcciones. Los resultados de los casos de estudio descritos en la

sección anterior, incluyendo su definición general (Tabla 5.18) y los distintos tipos de relleno considerados (Tabla 5.19) se muestran en la Tabla 5.21.

A partir de ellos, se estima la deformación volumétrica para poder comparar el módulo de deformación obtenido por las formulaciones empíricas dependientes del RMR (i.e., un solo valor promediado) con un módulo de deformación equivalente (E_{vol}) obtenido de la formulación analítica.

Por un lado, ante carga isotrópica p , la deformación volumétrica (ε_v) de un macizo rocoso con comportamiento isótropo (módulo E , coeficiente de Poisson ν) es:

$$\varepsilon_v = \frac{3p(1 - 2\nu)}{E} \quad 5.4$$

Por otro lado, la respuesta al cambio de volumen (ε_v) del macizo rocoso, con comportamiento deformacional anisótropo en las tres direcciones (módulos E_1, E_2, E_3), es:

$$\varepsilon_v = p(1 - 2\nu) \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3} \right) \quad 5.5$$

Así, igualando la deformación volumétrica obtenida a partir de las ecuaciones (5.4) y (5.5), se puede deducir que el valor del módulo de deformación equivalente (E_{vol}) de un medio anisótropo puede obtenerse como media armónica de los valores de deformación en cada dirección, es decir:

$$\frac{3}{E_{vol}} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3}$$

En la Tabla 5.22 se incluyen los módulos de deformación módulo de deformación equivalente (E_{vol}) de todos los casos de estudio, considerando los cuatro tipos de rellenos de junta definidos en la Tabla 5.19 a partir de sus módulos de deformación (E_D).

Se aprecia que existe una diferencia de magnitud significativa entre los módulos de deformación del macizo rocoso obtenidos con la formulación analítica para los diferentes tipos de rellenos de junta. Esto evidencia la importancia que tiene este aspecto al evaluar la deformabilidad global del macizo rocoso.

Tabla 5.21. Resumen de módulos de deformación equivalente en las tres direcciones de estudio. Resultados de la formulación analítica propuesta, aplicada a los 25 casos de análisis y diferentes tipos de rigidez del relleno (E_D).

Caso	N familias	RMR	Relleno muy blando			Relleno blando			Relleno medio $E_D=50$ MPa			Relleno duro $E_D=100$ MPa		
			$E_D=1$ MPa			$E_D=10$ MPa								
			Módulo en x E_x [MPa]	Módulo en y E_y [MPa]	Módulo en z E_z [MPa]	Módulo en x E_x [MPa]	Módulo en y E_y [MPa]	Módulo en z E_z [MPa]	Módulo en x E_x [MPa]	Módulo en y E_y [MPa]	Módulo en z E_z [MPa]	Módulo en x E_x [MPa]	Módulo en y E_y [MPa]	Módulo en z E_z [MPa]
1	2	10	71428	4.7	4.4	71429	47.5	44.0	71428	237	220	71429	473	439
2	2	10	47619	2.1	5.6	47619	21.0	55.9	47619	105	278	47619	210	554
3	1	10	50000	2.2	7.7	50000	22.1	76.8	50000	110	382	50000	221	759
4	2	10	25000	1.5	8.0	25000	15.4	80.1	25000	76.8	397	25000	154	783
5	2	10	55555	4.7	3.6	55556	46.7	36.3	55556	233	182	55556	465	362
6	2	10	40000	2.3	3.0	40000	23.2	30.2	40000	116	151	40000	231	301
7	2	10	62500	4.0	3.2	62500	39.5	31.9	62500	197	159	62500	394	318
8	1	30	90909	23.9	2840	90909	239	22222	90909	1183	58823	90909	2342	71429
9	2	30	90909	12.3	1477	90909	123	12820	90909	610	41667	90909	1214	55556
10	1	30	76923	4.8	580	76923	47.9	5435	76923	239	21277	76923	477	33333
11	1	30	90909	10.7	19.2	90909	107	192	90909	531	951	90909	1056	1883
12	2	30	83333	5.9	18.4	83333	59.1	183	83333	295	909	83333	588	1802
13	2	30	83333	6.3	9.5	83333	63.3	94.5	83333	316	471	83333	629	937
14	2	50	50000	2.4	54.3	50000	23.8	538	50000	119	2584	50000	237	4926
15	1	50	90909	23.9	2840	90909	239	22222	90909	1183	58823	90909	2342	71429
16	2	50	90909	12.3	1477	90909	123	12821	90909	610	41667	90909	1214	55556
17	2	50	83333	8.7	6.4	83333	86.5	63.9	83333	431	319	83333	858	635
18	1	50	83333	6.4	11.7	83333	64.0	117	83333	319	584	83333	637	1161
19	2	50	71428	3.7	22.4	71429	37.3	223	71429	186	1101	71429	372	2174
20	1	50	100000	22727	239	100000	76923	2336	100000	90909	10638	100000	100000	19231
21	1	50	100000	239	239	100000	2342	2342	100000	10753	10753	100000	19231	19231
22	1	50	100000	239	22727	100000	2336	76923	100000	10638	90909	100000	19231	100000
23	1	70	100000	27027	298	100000	76923	2907	100000	90909	12987	100000	100000	23256
24	1	70	100000	2991	299	100000	2916	2916	100000	12987	12987	100000	23256	23256
25	1	70	100000	298	27027	100000	2907	76923	100000	12987	90909	100000	23256	100000

Tabla 5.22. Resumen de módulos de deformación equivalente (E_{vol}) de la formulación analítica propuesta para los casos de análisis y diferentes tipos de rigidez del relleno (E_D).

Caso	Número familias	RMR	Módulo de deformación equivalente, E_{vol} [MPa]			
			Relleno muy blando $E_D=1$ MPa	Relleno blando $E_D=10$ MPa	Relleno medio $E_D=50$ MPa	Relleno duro $E_D=100$ MPa
1	2	10	6.9	68.5	341.5	680.6
2	2	10	4.6	45.8	228.4	455.3
3	1	10	5.1	51.4	256.3	510.8
4	2	10	3.9	38.7	192.5	383.1
5	2	10	6.1	61.3	305.7	608.9
6	2	10	3.9	39.3	196.2	391.2
7	2	10	5.3	52.9	263.8	526.1
8	1	30	71.2	706.9	3436.4	6637.2
9	2	30	36.5	363.9	1792.1	3517.0
10	1	30	14.2	142.2	706.5	1401.9
11	1	30	20.6	205.3	1018.0	2014.8
12	2	30	13.4	134.0	666.1	1323.3
13	2	30	11.4	113.6	565.5	1124.4
14	2	50	6.8	68.3	339.9	676.3
15	1	50	71.2	706.9	3436.4	6637.2
16	2	50	36.5	363.9	1792.1	3517.0
17	2	50	11.0	110.1	548.2	1090.5
18	1	50	12.4	124.1	617.5	1227.5
19	2	50	9.6	95.7	476.6	948.2
20	1	50	707.2	6651.9	26087.0	41666.7
21	1	50	358.7	3472.2	15306.1	26315.8
22	1	50	707.2	6651.9	26087.0	41666.7
23	1	70	882.6	8174.4	30612.2	47619.0
24	1	70	448.0	4310.3	18292.7	31250.0
25	1	70	882.6	8174.4	30612.2	47619.0

La comparación entre los módulos resultantes de la aplicación de las formulaciones empíricas (E_{RMR} , E_{RQD}) y analítica (E_{vol}) se facilita en la Figura 5.9. El gráfico pone de relieve la ya mencionada dispersión de valores en función del tipo de relleno, pero también la gran diferencia existente entre los módulos obtenidos a partir del RQD y el resto de los resultados. Esto se debe a la fuerte componente direccional del índice RQD. Por tanto, para un adecuado análisis y discusión de los resultados, resulta necesario diferenciar la representación de resultados promediados (para comparar con la formulación empírica del RMR) y direccionales (para la comparación con la formulación empírica del RQD).

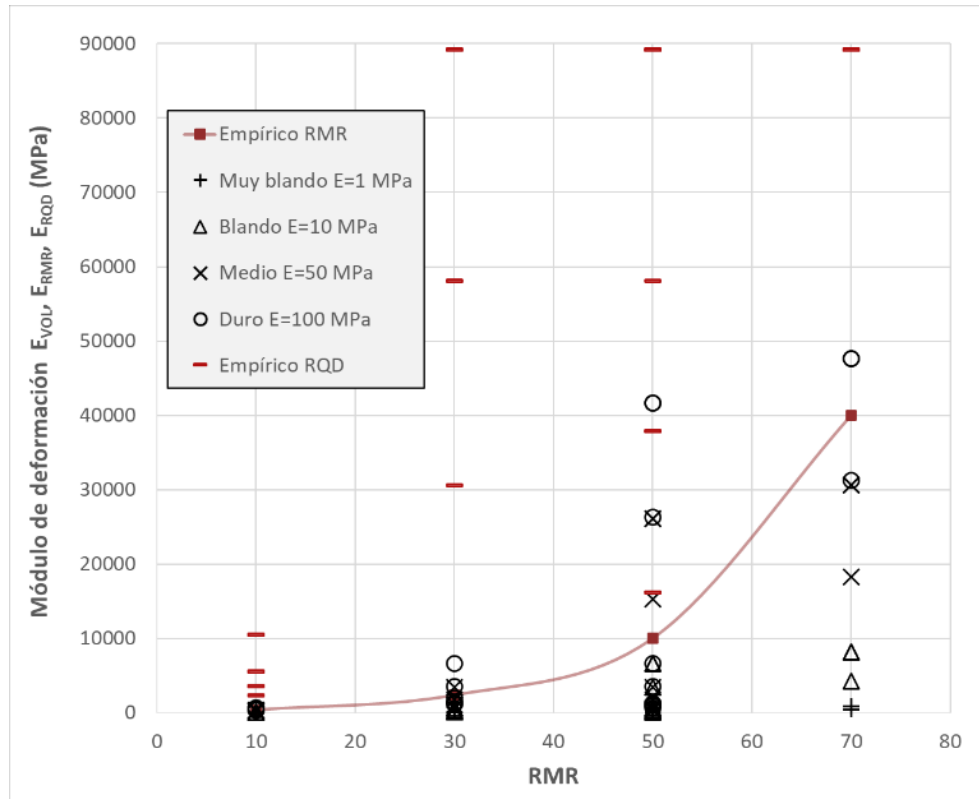


Figura 5.9. Comparativa de módulos de deformación equivalente analíticos y de las relaciones empíricas

5.3.3.1. Comparación con el módulo de deformación obtenido a partir del RMR

La comparación de los módulos de deformabilidad empíricos E_{RMR} y los analíticos E_{vol} se presenta en la Figura 5.10, en función del RMR. Para mayor claridad, se ha representado en escala logarítmica el eje de ordenadas. Además, se muestra la línea de mejor ajuste de los resultados del modelo analítico. La información se desglosa en cuatro gráficos diferentes, correspondientes a las cuatro deformabilidades diferentes supuestas para las juntas con relleno según la Tabla 5.19.

El estudio realizado ha permitido concluir que las leyes de evolución del módulo de deformación con el RMR, tanto teóricas como empíricas, tienen una tendencia exponencial (de apariencia lineal en la representación semilogarítmica de la Figura 5.10). Este tipo de fórmula ha mostrado el mejor coeficiente de ajuste con los resultados del modelo analítico.

Por su parte, se puede apreciar en la Figura 5.10 que los valores obtenidos de la formulación teórica son, en promedio, menores que los empíricos en prácticamente todos los casos, independientemente de la rigidez del relleno. En paralelo, debe señalarse que el módulo de deformabilidad analítico del macizo rocoso aumenta a medida que se incrementa la rigidez del relleno. El ritmo de crecimiento del módulo en relación con el RMR (pendiente de la recta representada) es prácticamente igual que la de la formulación empírica.

Asimismo, se observa que la dispersión de resultados de la formulación analítica respecto a la línea de mejor ajuste crece a medida que el RMR se incrementa. La excepción a esto son los puntos con $RMR=70$, pero esto se debe a que corresponden a muy pocos casos. En los gráficos puede verse que la dispersión comentada se produce independientemente de la rigidez del relleno.

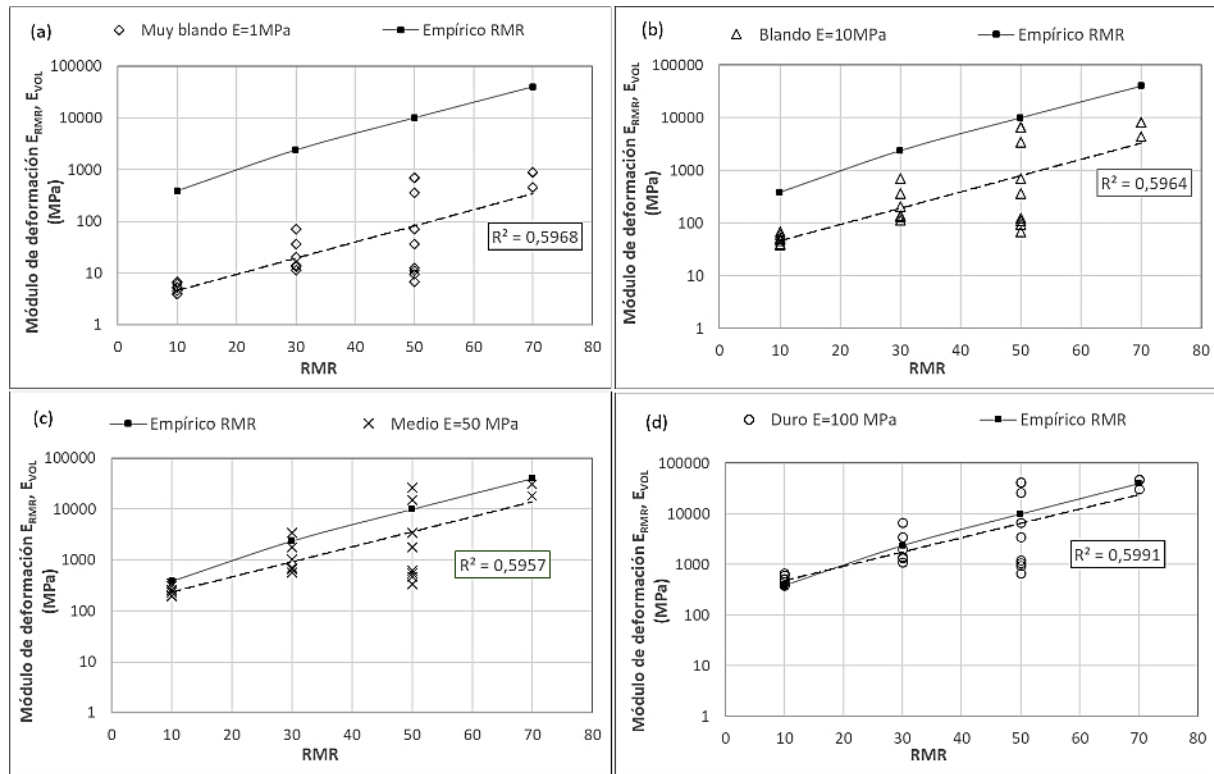


Figura 5.10. Comparativa de módulos de deformación equivalente obtenidos analíticamente y de relaciones empíricas dependientes del RMR. a) Relleno muy blando ($E_D= 1$ MPa); b) Relleno blando ($E_D= 10$ MPa); c) Relleno medio ($E_D= 50$ MPa); d) Relleno duro ($E_D= 100$ MPa).

Estos resultados ponen de manifiesto la gran influencia de la deformabilidad de las discontinuidades en el comportamiento global de macizo. De esta manera, como se observa en la Figura 5.10 (d), la formulación empírica tiende a igualarse con los resultados de la formulación analítica a medida que la junta es más rígida. Para comprender este fenómeno, debe tenerse en cuenta el hecho de que las formulaciones empíricas dependientes del RMR empleadas en este análisis fueron desarrolladas para macizos con juntas sin relleno. Esto se debe a que están ajustadas, fundamentalmente, a partir de resultados de ensayos en juntas naturales sin relleno y por tanto de gran rigidez. Por otra parte, y como ya se ha mencionado, estas formulaciones limitan el estudio a valores promedio de deformabilidad; carecen de la capacidad de distinguir módulos de deformación direccionales.

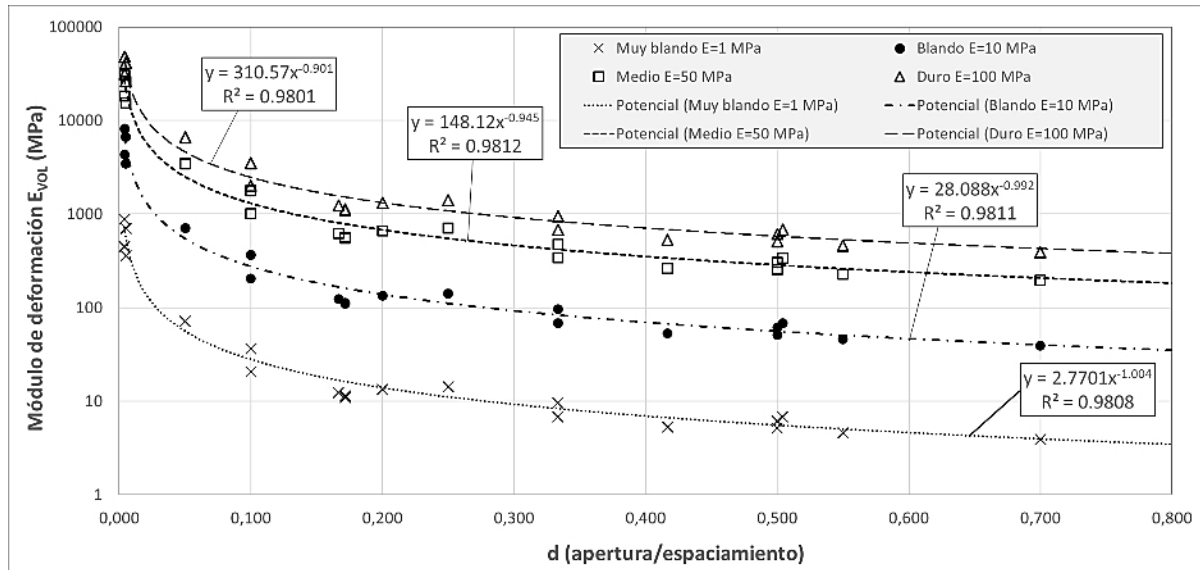


Figura 5.11. Módulos de deformación equivalente obtenidos analíticamente en función del parámetro “d” para los 4 tipos de relleno.

De lo anteriormente comentado se puede deducir la importancia en la deformabilidad global del macizo de la cantidad de discontinuidades presentes. Esto se expresa en la formulación propuesta mediante el parámetro d , definido en la sección 3 (ecuación 3.4) y obtenido para cada caso en la Tabla 5.18. Para mostrar su importancia más claramente, la Figura 5.11 representa los resultados analíticos de deformabilidad promediada (E_{vol}) en relación con dicho parámetro. Las fórmulas obtenidas mediante ajuste potencial dan lugar, como se puede ver, a correlaciones con un alto coeficiente de ajuste, por encima del 98%.

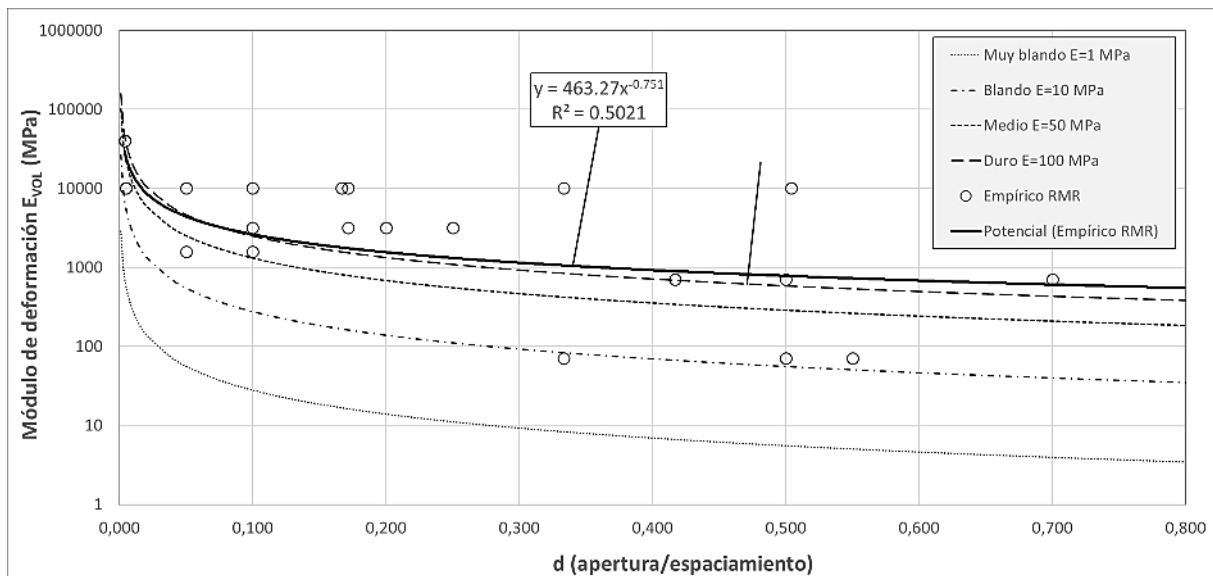


Figura 5.12. Comparativa entre el módulo de deformación empírico E_{RMR} y los módulos de deformación equivalente obtenidos analíticamente en función del parámetro “d”

Por otra parte, también se pueden representar de esta forma los resultados obtenidos mediante las formulaciones empíricas dependientes del RMR. Esto se hace en la Figura 5.12,

en la que puede verse que la curva de ajuste de los datos empíricos es muy similar a la resultante de los cálculos analíticos con juntas de gran rigidez. Esto corrobora la mención realizada anteriormente en relación con las limitaciones de las formulaciones empíricas para su aplicación en macizos con juntas con relleno blando.

5.3.3.2. Comparación con el módulo de deformación obtenido a partir del RQD

Ya se ha mencionado que hay una diferencia en la naturaleza de los valores de los módulos de deformación obtenidos empíricamente a partir del RQD y los ajustados mediante el RMR. Esto se debe al carácter direccional de los primeros y promediado de los últimos. Esta diferenciación explica que algunos de los módulos de deformación obtenidos analíticamente en la formulación propuesta, al descomponerse por direcciones, se aproximen mucho más a los dependientes del RQD que a los del RMR.

Los módulos de deformación empíricos obtenidos a partir del RQD (E_{RQD}), así como los obtenidos analíticamente en la dirección de evaluación del RQD (E_z) se representan en la Figura 5.13. De acuerdo con las hipótesis adoptadas al definir los casos de cálculo, la dirección de evaluación del RQD, coincidente con la dirección del sondeo, es vertical. La Figura 5.13 recoge todos los datos recopilados para los 25 casos de análisis definidos en la Tabla 5.18, para los cuatro tipos de relleno descritos en la Tabla 5.19. En dicha figura se observa que, si bien hay diferencias apreciables en los valores de los módulos, la tendencia de comportamiento es la misma en los ajustes empíricos y los resultados analíticos. Por otra parte, y en línea con lo observado en el apartado anterior, la similitud entre los resultados analíticos y empíricos aumenta con la rigidez del relleno de la junta.

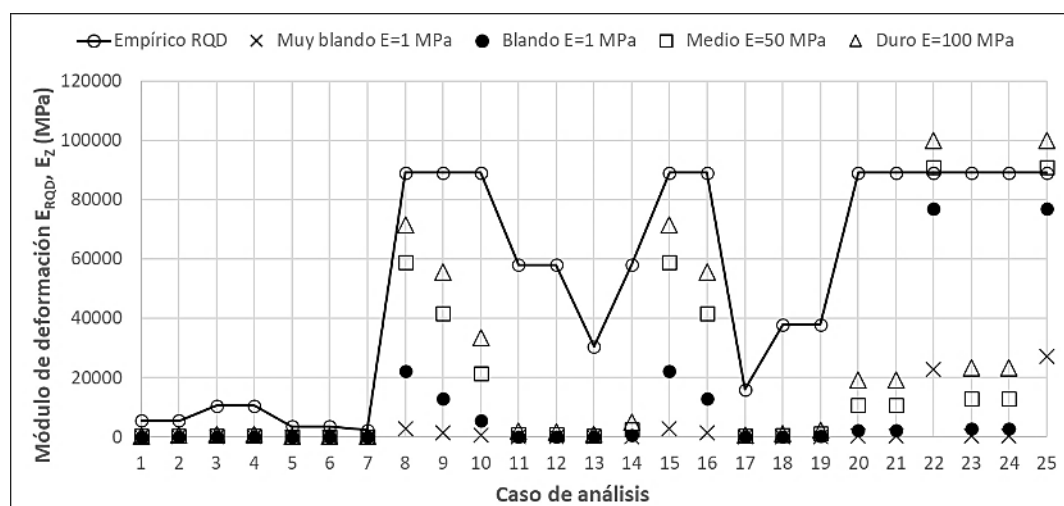


Figura 5.13. Comparativa entre el módulo de deformación empírico E_{RQD} y los módulos de deformación obtenidos analíticamente en la dirección de evaluación del RQD para todos los casos de análisis y los 4 tipos de relleno.

Análogamente, en la Figura 5.14 se representan los módulos de deformabilidad analíticos en una de las direcciones perpendiculares a la de evaluación del RQD (E_y), y los empíricos (E_{RQD})

en la dirección de evaluación. Los resultados dejan de manifiesto que la comparativa resulta inapropiada en la mayoría de los casos, lo cual se debe a que la dirección de análisis es distinta.

Estos resultados ponen de relieve el hecho de que la validez de la fórmula de Zhang y Einstein (2004) está limitada a la estimación de la deformabilidad en la dirección en la cual se evalúa el RQD y, de nuevo, a la consideración de juntas sin relleno.

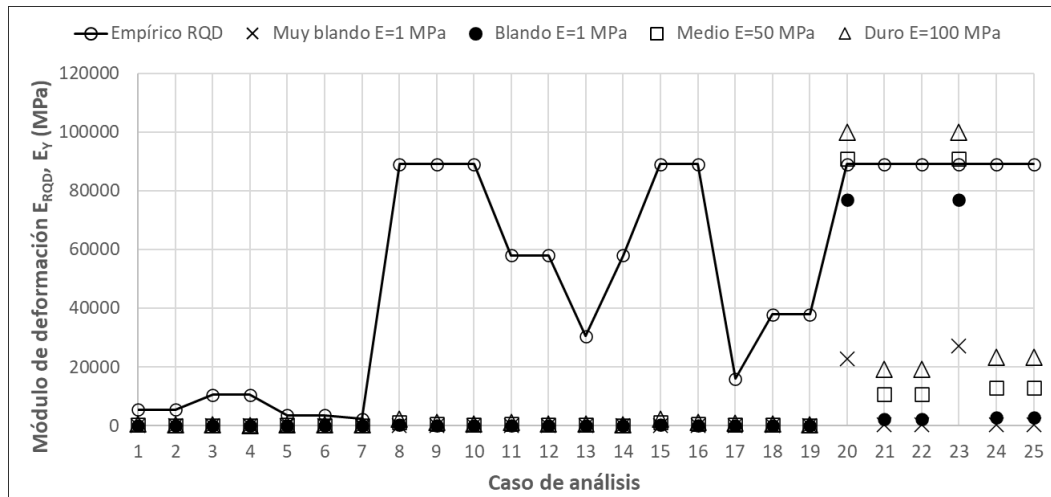


Figura 5.14. Comparativa entre el módulo de deformación empírico E_{RQD} y los módulos de deformación obtenidos analíticamente en la dirección perpendicular al de evaluación del RQD para todos los casos de análisis y los 4 tipos de relleno.

6. Resultados y validación de la formulación para macizos con juntas sin relleno

La formulación analítica empleada en el desarrollo del programa para macizos con juntas sin relleno entraña una complejidad notablemente superior al modelo constitutivo empleado en juntas rellenas (tipo D). La fidelidad del mecanismo de ensamblado de matrices, por otro lado, ya ha sido evaluada durante la validación del programa específico de juntas con relleno. Por este motivo, la validación del programa de juntas sin relleno se ha abordado por comparación directa con los resultados de formulaciones empíricas. El análisis de casos simples mediante formulaciones analíticas simples (ley de Hooke) no es válido, debido a las diferencias conceptuales con la ley de Hertz empleada en juntas tipo A.

El modelo de deformabilidad de macizos con juntas sin relleno ha sido implementado en un programa desarrollado en MATLAB, incluido en los anexos de esta tesis. Al igual que en el caso de juntas rellenas, para su funcionamiento se requieren los parámetros de distribución de fracturación del macizo, deformabilidad de la roca matriz, y los parámetros que definen el modelo no lineal de juntas sin relleno (Hertz-Mindlin). El resultado principal es el valor del módulo de deformación del macizo en las tres direcciones principales de estudio.

La definición de los casos de cálculo empleados en la validación del programa de juntas sin relleno, así como la discusión de los resultados obtenidos, se desarrolla en esta sección.

6.1. Formulaciones empíricas de contraste

Por homogeneidad con el análisis de validez desarrollado para el caso con juntas rellenas (tipo D), se han adoptado las siguientes condiciones de estudio:

- Comparación con resultados de formulaciones empíricas de Zhang y Einstein (2004), dependiente del RQD, y tres formulaciones dependientes del RMR: Bieniawski (1978), Serafim y Pereira (1983) y Hoek et al (2002).
- Consideración de los mismos 25 casos base utilizados para el programa de juntas rellenas, conservando la totalidad de condiciones de cada uno, con la excepción de los parámetros de juntas y su correspondiente puntuación en la clasificación RMR.

La tabla siguiente muestra un resumen de las fórmulas empíricas empleadas en los procesos de validación de ambos programas:

Tabla 6.1. Formulaciones empíricas utilizadas para la comparación de módulos de deformación con la formulación propuesta

Bieniawski (1978)	$E_{RM}(GPa) = 2RMR - 100$	RMR > 50
Serafim y Pereira (1983)	$E_{RM}(GPa) = 10^{((RMR-10)/40)}$	RMR < 50
Hoek et al (2002)	$E_{RM}(GPa) = (1 - D/2) \sqrt{\frac{\sigma_{Ci} (MPa)}{100}} \cdot 10^{(RMR-10)/40}$	RMR < 50 $\sigma_{Ci} < 100$ MPa
Zhang y Einstein (2004)	$E_{RM}(GPa) = E_i \cdot 10^{(0.0186RQD-1.91)}$	RQD, E_i

Donde:

E_{RM}	Módulo de deformación del macizo rocoso
σ_{Ci}	Resistencia a compresión simple de la roca intacta
E_i	Módulo de deformación de la roca intacta
D	Índice de alteración de Hoek

6.2. Definición de parámetros de distribución geométrica

La definición de los casos de cálculo empleados en la validación sigue la misma filosofía que las formulaciones empíricas elegidas. Para mantener la consistencia del estudio global, se ha decidido conservar la estructura básica de los 25 casos principales empleados en la validación del programa de juntas rellenas, variando únicamente los factores que caracterizan las juntas del macizo para adecuarlas al caso sin relleno.

Las tablas mostradas a continuación incluyen toda la información necesaria para la caracterización de los casos de cálculo a partir de los parámetros de cálculo de su RMR equivalente.

Tabla 6.2. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 30. Validación de programa para macizos con juntas tipo A

Caso	σ_{Ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
1	< 1	35	60	60		Flujo	
Puntuación RMR	0	5	5	5	20	0	30
2	< 1	35	20	200		Flujo	
Puntuación RMR	0	5	2	8	20	0	30
3	< 1	50	20			Flujo	
Puntuación RMR	0	8	2		20	0	30
4	< 1	50	20	20		Flujo	
Puntuación RMR	0	8	2	2	20	0	30
5	50	25	40	40		Flujo	
Puntuación RMR	4	3	3	3	20	0	30

Caso	σ_{ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
6	50	25	50	20		Flujo	
Puntuación RMR	4	3	4	2	20	0	30
7	50	15	40	60		Flujo	
Puntuación RMR	4	2	3	5	20	0	30

Tabla 6.3. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 50. Validación de programa para macizos con juntas tipo A

Caso	σ_{ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
8	25	100	200			Flujo	
Puntuación RMR	2	20	8		20	0	50
9	25	100	200	200		Flujo	
Puntuación RMR	2	20	8	8	20	0	50
10	100	100	40			Flujo	
Puntuación RMR	7	20	3		20	0	50
11	100	90	100			Flujo	
Puntuación RMR	7	17	6		20	0	50
12	100	90	100	100		Flujo	
Puntuación RMR	7	17	6	6	20	0	50
13	100	75	2000	60		Flujo	
Puntuación RMR	7	13	15	5	20	0	50

Tabla 6.4. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 70. Validación de programa para macizos con juntas tipo A

Caso	σ_{ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
14	100	90	2.5	20		Seco	
Puntuación RMR	7	17	20	2	20	15	70
15	100	100	200			Seco	
Puntuación RMR	7	20	8		20	15	70
16	100	100	200	200		Seco	
Puntuación RMR	7	20	8	8	20	15	70
17	250	60	2000	60		Seco	
Puntuación RMR	15	10	15	5	20	15	70
18	250	80	60			Seco	
Puntuación RMR	15	15	5		20	15	70
19	250	80	60	60		Seco	
Puntuación RMR	15	15	5	5	20	15	70
20* ¹	250	100	2000			Flujo	
Puntuación RMR	15	20	15		20	0	70
21* ²	250	100	2000			Flujo	
Puntuación RMR	15	20	15		20	0	70

Caso	σ_{Ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
22*3	250	100	2000			Flujo	
Puntuación RMR	15	20	15		20	0	70

*1 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 0^\circ$

*2 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 45^\circ$

*3 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 90^\circ$

Tabla 6.5. Resumen de condiciones de macizos rocosos y puntuaciones asignadas en la clasificación de Bieniawski (1989) para casos con RMR = 90. Validación de programa para macizos con juntas tipo A

Caso	σ_{Ci} [MPa]	RQD [%]	Espaciamiento [mm]		Condiciones junta	Agua	RMR
			Familia 1	Familia 2			
23*1	> 250	100	> 2000			Seco	
Puntuación RMR	15	20	20		20	15	90
24*2	> 250	100	> 2000			Seco	
Puntuación RMR	15	20	20		20	15	90
25*3	> 250	100	> 2000			Seco	
Puntuación RMR	15	20	20		20	15	90

*1 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 0^\circ$

*2 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 45^\circ$

*3 Una familia de juntas. Buzamiento $\beta = 90^\circ$

La definición de las puntuaciones de cada factor de caracterización del macizo se ha abordado en la sección 5.3.2, relativa a la validación del programa de juntas tipo D. La única diferencia se encuentra en la puntuación de las condiciones de junta, que el caso anterior era 0, y en juntas sin relleno se ha considerado de 20. A continuación se detalla el proceso seguido para su modificación, en base a las puntuaciones asignadas por Bieniawski a cada factor característico de las características de las juntas (Tabla 6.6).

Tabla 6.6. Detalle de la descomposición de la clasificación RMR según los factores definitorios de las juntas del macizo. Fuente: Z.T. Bieniawski (1989)

CHART E Guidelines for Classification of Discontinuity Conditions*

Parameter	Ratings				
Discontinuity length (persistence/continuity)	<1 m 6	1–3 m 4	3–10 m 2	10–20 m 1	>20 m 0
Separation (aperture)	None 6	<0.1 mm 5	0.1–1.0 mm 4	1–5 mm 1	>5 mm 0
Roughness	Very rough 6	Rough 5	Slightly rough 3	Smooth 1	Slickensided 0
Infilling (gouge)	None 6	Hard filling		Soft filling	
		<5 mm 4	>5 mm 2	<5 mm 2	>5 mm 0
Weathering	Unweathered 6	Slightly weathered 5	Moderately weathered 3	Highly weathered 1	Decomposed 0

Las condiciones consideradas, y sus puntuaciones correspondientes, son las siguientes:

- Se conserva la apertura considerada en la validación de juntas rellenas: 10mm. Puntuación: 0.
- Se considera ausencia total de relleno, por definición de juntas tipo A. Puntuación: 6.

- Se parte de una hipótesis de alteración nula de las paredes de la junta. Puntuación: 6.
- Dado que la rugosidad es el mecanismo que domina la deformabilidad de la junta, se considera que es alta o muy alta. Puntuación: 5-6.
- Por las hipótesis del modelo matemático implicado en la formulación del programa, se considera una persistencia media a alta. Puntuación: 2-4

En total, la suma de los factores resulta en una puntuación en el rango de 19-22, por lo que se considera un valor promedio de 20.

Los parámetros que definen la configuración geométrica del macizo (orientación de juntas, espaciamiento y ratio de apertura/espaciamiento) fueron desarrollados en detalle en la sección 5.3.2, y se resumen en la Tabla 6.7.

Tabla 6.7. Parámetros de orientación de la estructura de fracturación de los 25 casos de análisis para la validación del programa de juntas tipo A.

Caso	N familias	RMR	Espaciamiento (m)		Familia 1		Familia 2		d
			s ₁ (m)	s ₂ (m)	Dirección buzamiento (°)	Buzamiento (°)	Dirección buzamiento (°)	Buzamiento (°)	
1	2	30	0.06	0.06	0	25.28	180	64.7	0.333
2	2	30	0.02	0.2	0	69.51	180	20.5	0.55
3	1	30	0.02		0	70.39			0.50
4	2	30	0.02	0.02	0	87.75	0	72.8	1.00
5	2	30	0.04	0.04	0	5	180	85	0.50
6	2	30	0.05	0.02	0	8.2	180	81.8	0.70
7	2	30	0.04	0.06	0	46.95	0	1.9	0.417
8	1	50	0.2		0	89.59			0.05
9	2	50	0.2	0.2	0	90	0	90	0.10
10	1	50	0.04		0	90			0.25
11	1	50	0.1		0	60			0.10
12	2	50	0.1	0.1	0	89.05	0	59.1	0.20
13	2	50	2	0.06	0	33.49	180	56.5	0.172
14	2	70	2.5	0.02	0	5.65	180	84.4	0.504
15	1	70	0.2		0	89.63			0.05
16	2	70	0.2	0.2	0	90	0	90	0.10
17	2	70	2	0.06	0	53.9	180	36.1	0.172
18	1	70	0.06		0	60.35			0.167
19	2	70	0.06	0.06	0	75.68	0	75.7	0.333
20	1	70	2		0	0			0.005
21	1	70	2		0	45			0.005
22	1	70	2		0	90			0.005
23	1	90	2.5		0	0			0.004
24	1	90	2.5		0	45			0.004
25	1	90	2.5		0	90			0.004

6.3. Definición de parámetros de deformabilidad de la roca matriz

Al igual que en la validación del modelo de análisis de macizos con juntas rellenas, los parámetros de la roca matriz se han estimado de acuerdo con la fórmula empírica de Bieniawski (1978), adoptando el RMR de 100 correspondiente a la roca intacta.

Tabla 6.8. Propiedades deformacionales de la roca matriz para los casos empleados en la validación del programa de juntas tipo A.

Módulo de deformación de la roca matriz E_i [GPa]	Coefficiente de Poisson de la roca matriz ν_i [-]
100	0.25

6.4. Definición de parámetros de deformabilidad de juntas

La modelización de las juntas sin relleno requiere la definición de una serie de parámetros propios de la formulación de Hertz-Mindlin, que fueron descritos en la sección de modelos constitutivos para juntas sin relleno (4.2.2) y se enumeran a continuación.

- Ángulo medio que forma el plano de contacto con el plano medio de la junta: α .
- Radio medio de las rugosidades presentes en la junta: R .
- Densidad de contactos por unidad de superficie de las paredes de la junta: ρ .
- Ángulo de rozamiento básico de la junta: ϕ_B .
- Módulo de deformación transversal y coeficiente de Poisson de las paredes de la junta (G_p, ν_p).

En esta sección se incluye la definición y justificación de los valores utilizados para cada uno de estos parámetros.

6.4.1. Ángulo medio del contacto

El primer parámetro que caracteriza las discontinuidades en el modelo de Hertz-Mindlin es el ángulo formado por el plano de contacto entre las rugosidades y el plano medio de la junta. Ambos planos, así como el ángulo que forman (α), pueden verse en la Figura 6.1.

Dado que no se trata de un parámetro intrínseco a la estructura de la discontinuidad, sino de un valor de estado inicial (el ángulo del que parte el movimiento, que va variando a medida que se produce), se ha optado por tomar un valor constante para todos los casos:

$$\alpha=0^\circ$$

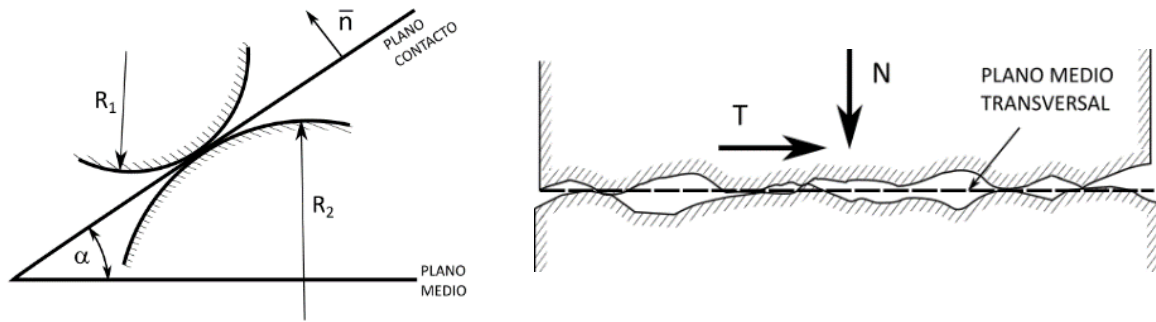


Figura 6.1. Definición de parámetros del modelo constitutivo Hertz-Mindlin para juntas tipo A: radio medio y ángulo del contacto

Esto se corresponde con un plano de contacto entre rugosidades paralelo al plano medio de la discontinuidad, en un estado de apertura máxima de la junta.

6.4.2. Radio medio de las rugosidades

El radio medio de la rugosidad (R) es uno de los parámetros fundamentales del modelo de Hertz-Mindlin, que modeliza dichas rugosidades con una geometría de casquete esférico. En el marco de este estudio de validación, se ha trasladado la definición de este factor a otra variable, el ángulo θ , que se muestra en la Figura 6.2.

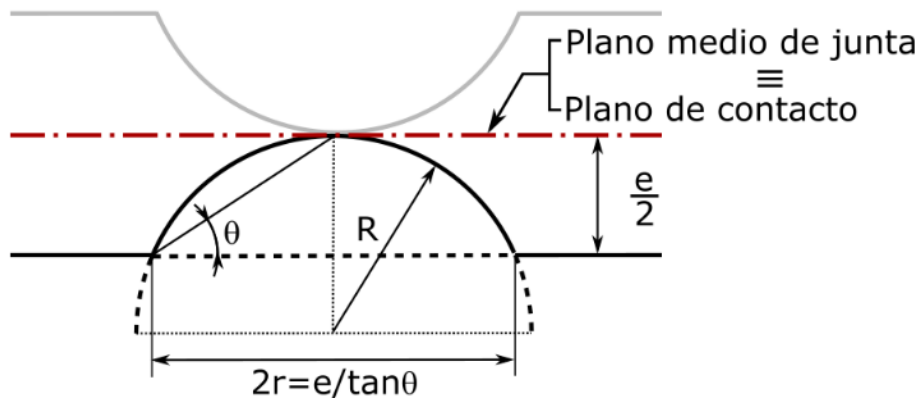


Figura 6.2. Relación entre el radio medio de la rugosidad, la apertura de la junta y el ángulo de rugosidad θ .

Donde:

- e Apertura de la junta
- R Radio medio de las rugosidades de la junta
- r Radio medio de la base de la rugosidad: la intersección entre la esfera teórica de la rugosidad y el plano de la pared de la junta
- θ Ángulo característico de la rugosidad

Dada la hipótesis realizada en la sección 6.4.1, el plano medio de la junta y el plano de contacto entre rugosidades son paralelos. Debido a esto, ambas variables pueden relacionarse en función del valor de apertura de la junta de la siguiente forma:

$$R = \frac{1}{4} e \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} \right) \quad 6.1$$

Los tanteos iniciales mostraron que el radio de la rugosidad es uno de los parámetros de mayor influencia en la deformabilidad de la junta. Por este motivo, para cada uno de los 25 casos de cálculo incluidos en la Tabla 6.7, se han adoptado cuatro valores diferentes del ángulo θ . Al encontrarse el espesor de la junta entre los valores prefijados por hipótesis, cada uno de ellos da lugar a un valor del radio de la rugosidad, como se muestra en la Tabla 6.9.

Tabla 6.9. Variaciones del radio de la rugosidad para cada caso de cálculo de validación del programa de juntas tipo A

Caso de cálculo	Ángulo de rugosidad θ [°]	Apertura de junta e [mm]	Radio de rugosidad R [mm]
1	10	10	83
2	15	10	37
3	25	10	14
4	40	10	6

El uso del ángulo de la rugosidad (θ) como variable en lugar del radio permite correlacionar este último con el JRC, por medio de la formulación desarrollada por Serrano et al (2014). La relación entre ambos parámetros de caracterización se desarrolla con mayor detalle en la sección 6.6.

6.4.3. Densidad de contactos

Otro de los parámetros fundamentales del modelo es la densidad de contactos, que describe el número de rugosidades presentes por unidad de superficie de la pared de la junta. Se relaciona directamente con la ratio entre el área total de la pared de la junta y el área ocupada por las rugosidades.

Dado que se analizan varios valores del radio en el marco del estudio de validación, y por tanto varias áreas de cada rugosidad individual, se ha optado por adoptar un valor de la densidad de contactos que mantenga constante el área total que ocupan en todos los casos. De esta forma, la influencia en los resultados de la variación del radio de la rugosidad no se extiende a otros parámetros de caracterización.

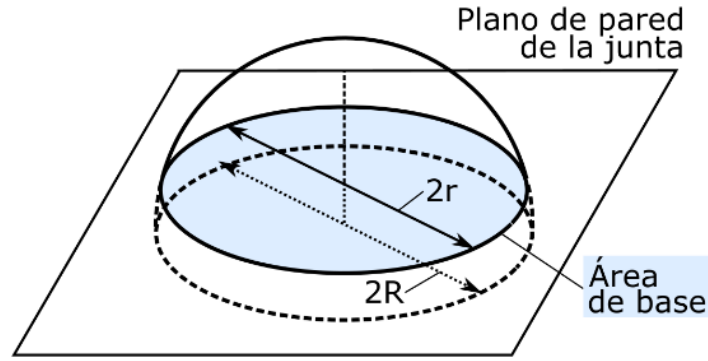


Figura 6.3. Área de una rugosidad sobre el plano medio de la junta

Concretamente, se ha optado por establecer en cada caso un valor de la densidad de contactos que mantenga la relación de áreas de los contactos y el total de la pared de la junta en 1/8. Las fórmulas utilizadas para su determinación se muestran a continuación:

$$\rho \left[\frac{\text{contactos}}{\text{m}^2} \right] = 0.125 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{A_{rug} [\text{mm}^2]}$$

Donde el área de la rugosidad se define a partir de las relaciones mostradas en la Figura 6.2.

$$A_{rug} = \frac{\pi}{4} \cdot (2r)^2 = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{e}{\tan \theta} \right)^2$$

Al haberse considerado cuatro casos de cálculo en términos del radio de la rugosidad, cada uno de ellos lleva asociado una densidad de contactos, de forma que se mantenga el área total que ocupan. Los valores resultantes se muestran en la Tabla 6.10.

Tabla 6.10. Valores de densidad de contactos para cada caso de cálculo de validación del programa de juntas tipo A

Caso de cálculo	Ángulo de rugosidad	Radio de rugosidad	Área de una rugosidad	Densidad de contactos
	θ [°]	R [mm]	A_{rug} [m ²]	ρ [contactos/m ²]
1	10	83	2.53E-03	49
2	15	37	1.09E-03	114
3	25	14	3.61E-04	346
4	40	6	1.12E-04	1121

6.4.4. Ángulo de rozamiento básico

Se han realizado una serie de tanteos iniciales para valorar la sensibilidad de los resultados del modelo de juntas sin relleno ante la variación de distintos parámetros. Esto ha permitido observar que la influencia del ángulo de rozamiento básico es significativamente inferior a la del resto de parámetros del modelo. Esto se suma al hecho de que el rango de variación del

ángulo de rozamiento básico es también reducido. En consecuencia, y para optimizar el número de cálculos realizados, se ha optado por tomar un valor constante:

$$\phi_B = 15^\circ.$$

6.4.5. Propiedades deformacionales de las paredes de la junta

Como se ha mencionado con anterioridad, la definición de los casos de cálculo incluye una hipótesis relativa al nivel de alteración de las paredes de las juntas. En concordancia con la puntuación asignada a este factor para el cálculo del RMR (sección 6.2), se considera que la alteración es nula.

Como consecuencia, los parámetros deformacionales de las paredes de las discontinuidades (módulo de deformación y coeficiente de Poisson) son los mismos que los de la roca matriz, definidos en la Tabla 6.8: un módulo E_p de 100GPa y un coeficiente de Poisson ν_p de 0.25, a partir de los cuales se estima el módulo de deformabilidad transversal.

6.4.6. Resumen de parámetros de discontinuidad

De acuerdo con toda la información ofrecida en relación con la caracterización de las juntas según el modelo de Hertz-Mindlin, los cuatro supuestos que se aplicarán a cada uno de los 25 casos de cálculo definidos en la Tabla 6.7 se resumen a continuación, en la Tabla 6.11.

Tabla 6.11. Parámetros de caracterización de deformabilidad de juntas sin relleno. Supuestos aplicados a cada uno de los 25 casos de análisis para la validación del programa de juntas tipo A.

Caso de cálculo	Ángulo del contacto	Radio de rugosidad	Densidad de contactos	Ángulo de rozamiento básico	Módulo de deformación de las paredes de la junta	Coeficiente de Poisson de las paredes de la junta	Ángulo de rugosidad
	α [°]	R [mm]	ρ [contactos/m ²]	ϕ_B [°]	E_p [GPa]	ν_p [-]	θ [°]
1	0	83	49	25	100	0.25	10
2	0	37	114	25	100	0.25	15
3	0	14	346	25	100	0.25	25
4	0	6	1121	25	100	0.25	40

6.5. Resumen de hipótesis de partida

Las hipótesis básicas empleadas para la definición de los casos de cálculo y las propiedades del modelo de Hertz-Mindlin se resumen a continuación.

- Apertura de juntas constante de valor 10mm, en todos los casos.
- Ausencia total de relleno en las juntas, coherente con la definición de juntas tipo A.

- Alteración nula en las paredes de las juntas. Sus propiedades se consideran idénticas a las de la roca matriz.
- Se toman valores constantes del ángulo de rozamiento básico y del área total ocupada por las rugosidades en el plano de discontinuidad.
- En la configuración inicial de la junta, el plano de contacto de las rugosidades coincide con el plano medio de la discontinuidad.

6.6. Correlación de los parámetros de Hertz con el índice JRC

El índice JRC (*Joint Roughness Coefficient*) tiene su origen en el trabajo publicado por Barton (1973), y se ha convertido en uno de los parámetros fundamentales de caracterización de la rugosidad de juntas, ampliamente utilizado en el ámbito de la mecánica de rocas. Por este motivo, se considera interesante relacionar los parámetros del modelo de Hertz-Mindlin, empleados en el desarrollo de la formulación analítica de deformabilidad en macizos con juntas sin relleno, con el JRC. De esta forma, se facilita la interpretación de los resultados obtenidos y la aplicación del modelo desarrollado.

Para poder establecer la relación entre ambos, se ha recurrido a la formulación de definición geométrica de juntas de Serrano et al (Serrano, Olalla, & Galindo, 2014), basada en la teoría fractal y adaptada para su aplicación en juntas en roca mediante el uso de perfiles suavizados, que se aproximan a la geometría de una discontinuidad. Ésta se apoya, a su vez, en la teoría fractal original de Mandelbrot y en su adaptación inicial a un perfil fractal generado por división de un segmento mediante geometrías triangulares (curva de Koch). El perfil suavizado de la junta parte del mismo método de generación, pero emplea arcos de circunferencia.

La aproximación del perfil de la junta a una geometría fractal se basa en la noción física de que la discontinuidad experimenta diversos procesos, que la afectan desde un punto de vista macroscópico y microscópico, generando por tanto rugosidades de diversos órdenes de magnitud. El perfil modelo, desarrollado a partir de la adición de arcos de circunferencia, es mostrado en la Figura 6.4.

La dimensión fractal es un parámetro que refleja la complejidad geométrica del perfil analizado, la cual provoca que el valor de su longitud dependa de la escala de medición adoptada. Fue definido por Mandelbrot (Mandelbrot, 1967). Serrano et al (2014) ofrecen una ecuación para determinar el valor de la dimensión fractal (D_b) en el perfil de geometría suavizada que aproxima la junta:

$$D_b = \frac{\ln 3}{\ln \left(2 + \left(\frac{\sin 2\theta}{2\theta} \right) \right)} \quad 6.2$$

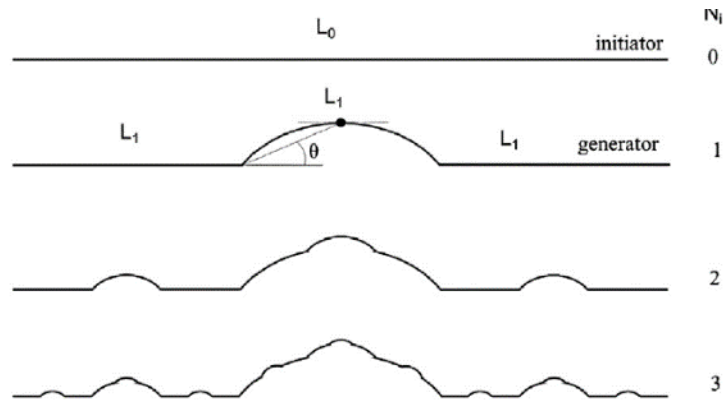


Figura 6.4. Generación del perfil fractal suavizado que aproxima la geometría de una junta en roca.
Fuente: (Serrano, Olalla, & Galindo, 2014)

A partir de la geometría mostrada en la Figura 6.4, se puede obtener una correlación entre el JRC y la dimensión fractal, relacionándolo así con el ángulo de la circunferencia (θ). Éste, a su vez, se ha expresado en términos del radio medio de la rugosidad de Hertz-Mindlin en la sección 6.4.2.

La relación entre el JRC y la geometría de un perfil fractal fue abordada originalmente por Tse y Cruden (Tse & Cruden, 1979). Su trabajo se centra en la relación del índice JRC con un parámetro geométrico Z_2 , que expresa la desviación del perfil estudiado respecto a su plano medio y se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$Z_2 = \frac{1}{\Delta X} \cdot \sqrt{\frac{\sum_1^{M-1} (Y_{i+1} - Y_i)^2}{M - 1}}$$

Donde:

- ΔX Intervalo de medición en abscisas del perfil
- Y Alturas medidas en el perfil, en el punto medio de cada intervalo
- $M - 1$ Número de intervalos en los que se divide el perfil

En el mismo trabajo, publicaron la relación de este parámetro geométrico con el índice JRC, que queda expresada por la siguiente ecuación:

$$JRC = 32.20 + 32.47 \log Z_2$$

Serrano et al (2014) aplicaron esta formulación a la geometría del perfil suavizado de juntas. Los valores del JRC obtenidos para perfiles generados con distintos ángulos de la rugosidad, así como su dimensión fractal asociada, resultan en los valores mostrados en la gráfica de la Figura 6.5. Como se puede apreciar, existe una correlación de tipo logarítmico entre ambas variables, lo cual permite el ajuste de una relación matemática entre ellas:

$$JRC = 8.0011 \cdot \ln(D_b - 1) + 41.8964 \quad 6.3$$

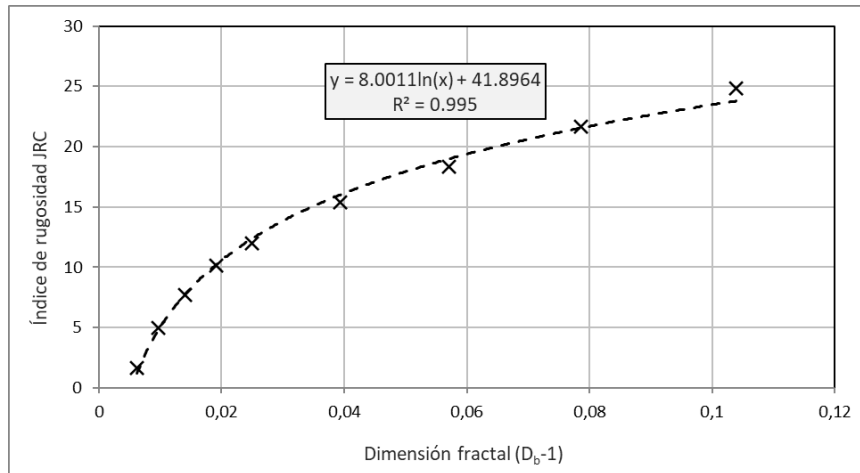


Figura 6.5. Ajuste de la correlación entre la dimensión fractal y el JRC adaptada para el perfil suavizado de juntas en roca. Elaborado a partir de Serrano et al (2014)

A partir de las fórmulas que relacionan el JRC con la dimensión fractal D_b (ecuación (6.3)), y ésta última con el ángulo de la rugosidad θ (ecuación (6.2)) y por tanto con el radio R (ecuación (6.1)), se puede estimar un coeficiente de rugosidad para cada caso de cálculo empleado en la validación del programa de juntas tipo A. Esta información se resume en la Tabla 6.12.

Tabla 6.12. Relación del coeficiente JRC con las variaciones del radio de la rugosidad empleadas en la validación del programa de juntas tipo A

Caso	Ángulo de rugosidad θ [°]	Radio medio de rugosidad R [mm]	Densidad de contactos ρ [contactos/m²]	Índice de rugosidad JRC
1	10	83	49	2
2	15	37	114	8
3	25	14	346	16
4	40	6	1121	20

6.7. Discusión de resultados

Los casos de análisis planteados en las secciones anteriores se han introducido en el programa de cálculo de parámetros de deformabilidad de macizos con juntas sin relleno. Paralelamente, se han calculado sus módulos de deformabilidad mediante las formulaciones empíricas incluidas en la Tabla 6.1, en función del RMR (E_{RMR}) y del RQD (E_{RQD}), cuyos resultados se muestran en la Tabla 6.13.

Debe tenerse en cuenta que las formulaciones empíricas dependientes del RMR utilizadas en este análisis fueron desarrolladas específicamente para macizos con juntas tipo A. Esto se debe a que fueron ajustadas a partir de resultados de ensayos en juntas naturales sin relleno, y por tanto de gran rigidez. Es de esperar, por tanto, que el ajuste que ofrezcan respecto a los resultados del programa sea razonable.

Tabla 6.13. Resumen de módulos de deformación calculados con relaciones empíricas para los 25 casos de análisis

Caso	RMR	RQD	σ_{ci} [MPa]	Formulación dependiente del RMR	E_{RMR} [GPa]	E_{RQD} [GPa]
1	30	35	0,5	Hoek et al (2002)	0.2	5.5
2	30	35	0,5	Hoek et al (2002)	0.2	5.5
3	30	50	0,5	Hoek et al (2002)	0.2	10.5
4	30	50	0,5	Hoek et al (2002)	0.2	10.5
5	30	25	50	Hoek et al (2002)	2.2	3.6
6	30	25	50	Hoek et al (2002)	2.2	3.6
7	30	15	50	Hoek et al (2002)	2.2	2.3
8	50	100	25	Hoek et al (2002)	5.0	89.1
9	50	100	25	Hoek et al (2002)	5.0	89.1
10	50	100	100	Serafim-Pereira (1983)	10.0	89.1
11	50	90	100	Serafim-Pereira (1983)	10.0	58.1
12	50	90	100	Serafim-Pereira (1983)	10.0	58.1
13	50	75	100	Serafim-Pereira (1983)	10.0	30.5
14	70	90	100	Serafim-Pereira (1983)	31.6	58.1
15	70	100	100	Serafim-Pereira (1983)	31.6	89.1
16	70	100	100	Serafim-Pereira (1983)	31.6	89.1
17	70	60	250	Serafim-Pereira (1983)	31.6	16.1
18	70	80	250	Serafim-Pereira (1983)	31.6	37.8
19	70	80	250	Serafim-Pereira (1983)	31.6	37.8
20	70	100	250	Serafim-Pereira (1983)	31.6	89.1
21	70	100	250	Serafim-Pereira (1983)	31.6	89.1
22	70	100	250	Serafim-Pereira (1983)	31.6	89.1
23	90	100	300	Bieniawski (1978)	80.0	89.1
24	90	100	300	Bieniawski (1978)	80.0	89.1
25	90	100	300	Bieniawski (1978)	80.0	89.1

Una de las ventajas del modelo analítico de deformabilidad que se está desarrollando en esta tesis es que ofrece resultados de módulos de deformación en las tres direcciones de estudio del macizo. Concretamente, expresa los resultados en dos direcciones horizontales (X, Y) y una vertical (Z). Esto permite analizar la direccionalidad en el comportamiento deformacional del macizo según la distribución geométrica de las familias de juntas.

Los valores obtenidos de la formulación analítica para los 25 casos de estudio, incluyendo sus variaciones de radio de la rugosidad (γ , por tanto, del ángulo θ y el índice JRC) se muestran en la Tabla 6.14. Destacan las diferencias entre los valores de un mismo caso en las tres direcciones analizadas, lo cual pone de manifiesto la notable influencia de las características de las juntas del macizo en su deformabilidad global.

Dada la naturaleza promediada de los módulos de deformación estimados con formulaciones dependientes del RMR, para poder realizar una comparación se necesitan valores globales equivalentes que reflejen la deformabilidad del macizo independientemente de la dirección. Para su estimación, se ha empleado el desarrollo mostrado en la sección 5.3.3 de validación de juntas rellenas. En resumidas cuentas, se calcula el módulo de deformación volumétrica (E_{VOL}) del siguiente modo:

$$\frac{3}{E_{vol}} = \frac{1}{E_X} + \frac{1}{E_Y} + \frac{1}{E_Z}$$

Los resultados para los casos de estudio empleados en este análisis de validación se incluyen en la Tabla 6.15.

Por otra parte, y por la propia definición del RQD, los módulos de deformación calculados mediante relaciones dependientes de este índice tienen una fuerte componente direccional; concretamente, en la dirección del sondeo. Por este motivo, su análisis en el marco de este estudio debe hacerse en términos de los módulos de deformación en la dirección vertical.

Por ende, debe diferenciarse la discusión de resultados por comparativa con resultados obtenidos a partir del RMR y del RQD, dadas las diferencias en su carácter, promediado y direccional, respectivamente.

Tabla 6.14. Resumen de módulos de deformación en las tres direcciones principales de la formulación analítica propuesta para los casos de análisis y diferentes valores del radio de la rugosidad.

Caso	Caso 1. JRC = 2 / $\theta = 10^\circ$			Caso 2. JRC = 8 / $\theta = 15^\circ$			Caso 3. JRC = 16 / $\theta = 25^\circ$			Caso 4. JRC = 20 / $\theta = 40^\circ$		
	Módulo horizontal E_x [GPa]	Módulo horizontal E_y [GPa]	Módulo vertical E_z [GPa]	Módulo horizontal E_x [GPa]	Módulo horizontal E_y [GPa]	Módulo vertical E_z [GPa]	Módulo horizontal E_x [GPa]	Módulo horizontal E_y [GPa]	Módulo vertical E_z [GPa]	Módulo horizontal E_x [GPa]	Módulo horizontal E_y [GPa]	Módulo vertical E_z [GPa]
1	82	3	4	82	5	5	82	8	9	82	17	16
2	67	1	1	67	1	1	67	2	3	67	3	5
3	71	1	2	71	1	3	71	2	5	71	3	10
4	56	0	2	56	1	4	56	1	6	56	2	100
5	74	2	9	74	3	10	74	6	11	74	12	14
6	64	1	7	64	1	9	64	2	13	64	3	18
7	78	3	2	78	3	2	78	5	4	78	10	8
8	97	38	97	97	49	97	97	65	97	97	81	97
9	94	24	94	94	33	94	94	48	94	94	69	94
10	83	2	83	83	3	83	83	6	83	83	13	83
11	94	12	20	94	17	28	94	28	42	94	47	61
12	89	7	19	89	10	27	89	18	40	89	33	58
13	90	5	8	90	7	11	90	13	19	90	25	34
14	71	1	16	71	1	22	71	2	32	71	4	46
15	97	38	97	97	49	97	97	49	97	97	81	97
16	94	24	94	94	33	94	94	48	94	94	69	94
17	90	7	5	90	10	8	90	18	13	90	32	25
18	90	5	8	90	7	12	90	12	21	90	24	36
19	82	3	14	82	4	20	82	7	31	82	15	47
20	100	100	99	100	100	99	100	100	100	100	100	100
21	100	99	99	100	99	99	100	100	100	100	100	100
22	100	99	100	100	99	100	100	100	100	100	100	100
23	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
24	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
25	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Tabla 6.15. Resumen de módulos de deformación volumétrica (E_{VOL}) de la formulación analítica propuesta para los 25 casos de análisis y diferentes valores del radio de la rugosidad.

Caso	Número familias	RMR	Módulo de deformación volumétrica, E_{vol} [GPa]			
			Caso 1 JRC = 2 $\theta = 10^\circ$	Caso 2 JRC = 8 $\theta = 15^\circ$	Caso 3 JRC = 16 $\theta = 25^\circ$	Caso 4 JRC = 20 $\theta = 40^\circ$
1	2	30	5.0	7.3	12.2	22.0
2	2	30	1.2	1.8	2.9	5.2
3	1	30	1.2	1.9	3.5	7.2
4	2	30	1.0	1.5	2.7	6.5
5	2	30	5.1	7.3	11.3	18.1
6	2	30	1.6	2.4	4.3	8.3
7	2	30	3.5	3.5	6.3	12.4
8	1	50	63.6	72.9	83.1	91.0
9	2	50	47.2	58.0	71.6	83.8
10	1	50	6.6	9.4	16.7	29.7
11	1	50	20.8	28.9	43.2	62.1
12	2	50	14.5	20.7	32.6	50.8
13	2	50	8.6	12.8	21.4	37.0
14	2	70	1.7	2.6	4.7	9.4
15	1	70	63.6	72.9	72.9	91.0
16	2	70	47.2	58.0	71.6	83.8
17	2	70	8.5	12.6	21.1	36.6
18	1	70	8.6	12.8	21.4	36.9
19	2	70	6.5	9.8	16.7	29.8
20	1	70	99.4	99.6	99.8	99.9
21	1	70	99.0	99.4	99.8	100.0
22	1	70	99.4	99.6	99.8	99.9
23	1	90	99.8	100.0	100.0	100.0
24	1	90	100.0	100.0	100.0	100.0
25	1	90	100.0	100.0	100.0	100.0

Tanto en los módulos dependientes de la dirección como en los promediados, es llamativa la variación de los valores de un mismo caso de cálculo para distintos radios de la rugosidad (i.e., índices JRC), lo cual pone en evidencia su influencia en la deformabilidad del macizo. Este aspecto se analiza con mayor detalle en los apartados siguientes.

6.7.1. Deformabilidad en función del volumen relativo de discontinuidades

Una de las conclusiones más significativas del estudio de validación realizado para macizos con juntas rellenas es la fuerte influencia en los resultados del volumen unitario del material tipo discontinuidad (ver sección 5.3.3). Es decir, la importancia de la densidad de juntas que cruzan el macizo. Esta magnitud se expresa por medio de la variable de cálculo d , definida como la ratio entre la apertura de las juntas y su espaciamiento en la sección 3.1.1.

Esta variable también está entre los parámetros de caracterización del modelo analítico de macizos con juntas sin relleno. Para los casos de análisis empleados en este estudio de validación, su valor se incluye en la Tabla 6.7. Dada su relevancia en el estudio anterior, se ha decidido estudiar su influencia también para juntas tipo A. Para ello, se ha replicado el análisis de resultados de los módulos de deformación volumétricos obtenidos en función del valor de volumen unitario d , mostrado en la Figura 6.6.

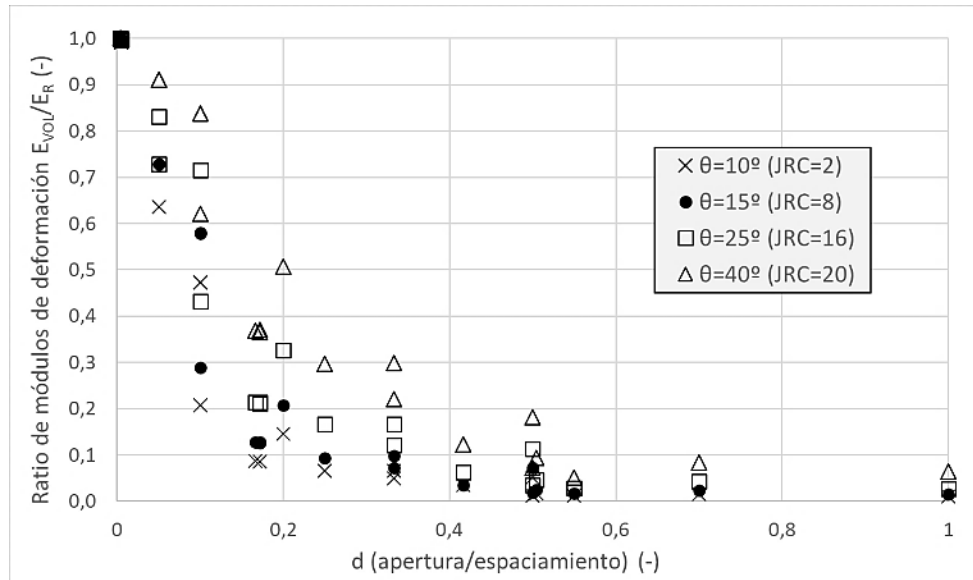


Figura 6.6. Módulos de deformabilidad volumétrica obtenidos con el modelo analítico de juntas sin relleno en función del volumen unitario de material tipo discontinuidad. Para los 25 casos de cálculo con diferentes radios de rugosidad / JRC.

La influencia del volumen unitario de juntas en la deformabilidad del macizo es clara; el módulo de deformación es claramente decreciente a mayor porcentaje de volumen de juntas respecto del total, con carácter potencial. Esta relación es concordante con los resultados obtenidos en los macizos de juntas rellenas.

Por otra parte, un análisis separado de los resultados pertenecientes a los cuatro grupos diferenciados según el ángulo de la rugosidad (o del JRC), permite observar que este parámetro, o grupo de parámetros, también tiene una influencia visible en la deformabilidad del macizo rocoso. La Figura 6.7 ofrece una vista desglosada de los resultados de cada grupo en relación con el resto. Atendiendo a ellos, se observa que las juntas más rugosas (mayor índice JRC) dan lugar a macizos con rigideces superiores que las juntas lisas.

Se comprueba que esta tendencia se conserva si se desglosa el análisis en las tres direcciones de cálculo de deformabilidad calculadas a partir del modelo analítico, tal y como se muestra en las gráficas de la Figura 6.8. Si bien las magnitudes de los módulos de deformación en las distintas direcciones difieren notablemente, debido a la distribución geométrica de las juntas, su evolución en función del volumen unitario de material tipo junta es concordante.

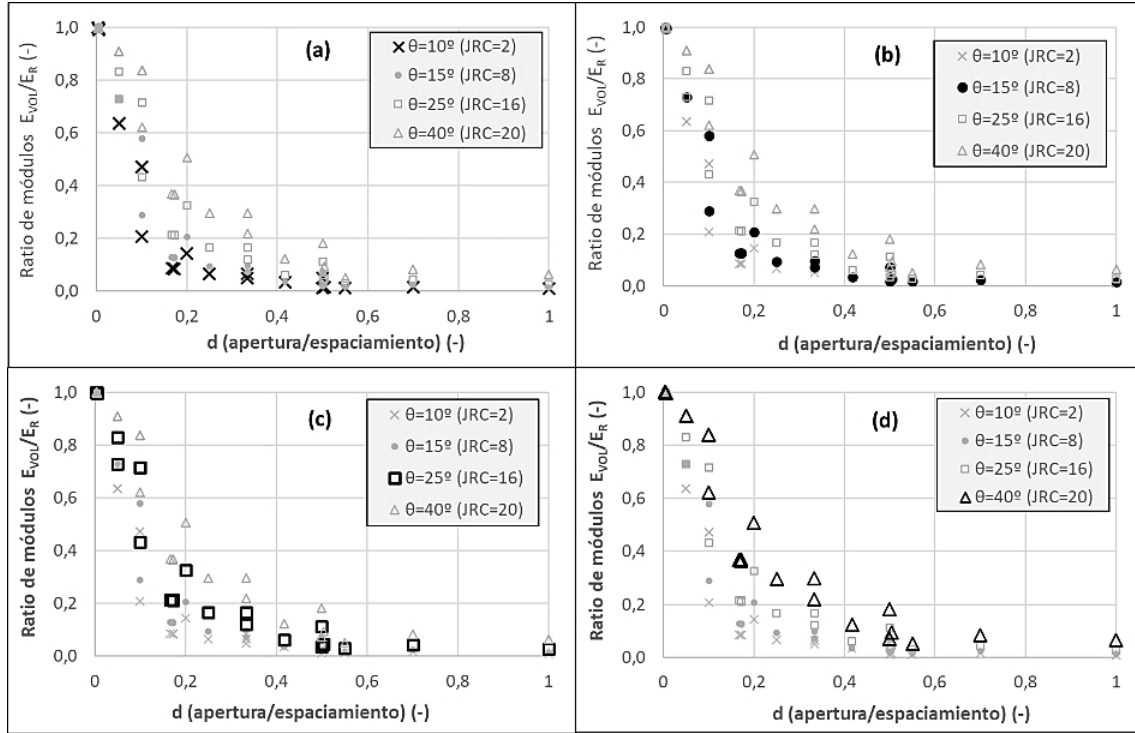


Figura 6.7. Evolución de los módulos de deformabilidad volumétrica en función del volumen unitario del material tipo discontinuidad. Influencia del radio de la rugosidad: JRC = 2 (a), JRC = 8 (b), JRC = 16 (c) y JRC = 20 (d).

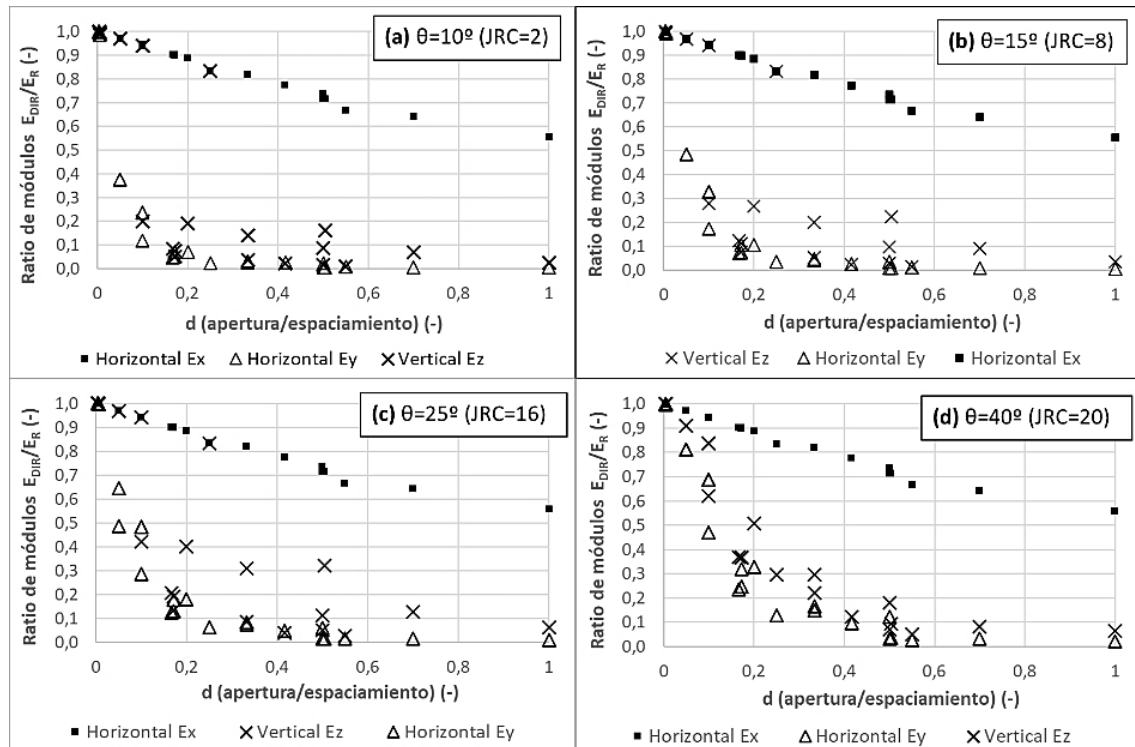


Figura 6.8. Evolución de los módulos de deformabilidad en las tres direcciones, en función del volumen unitario del material tipo discontinuidad. Influencia del radio de la rugosidad: JRC = 2 (a), JRC = 8 (b), JRC = 16 (c) y JRC = 20 (d).

Se ha realizado un análisis de ajustes matemáticos de los resultados de módulos de deformación para cada grupo de resultados (según el JRC). Esto ha permitido llegar a la conclusión de que la mejor aproximación se consigue con formulaciones de tipo exponencial, frente al ajuste óptimo potencial obtenido en macizos con juntas rellenas. Las curvas de aproximación pueden observarse en la gráfica de la Figura 6.9.

El ajuste exponencial de los datos de deformabilidad en macizos de juntas sin relleno da lugar a valores de calidad de ajuste (R^2) superiores a 0.92. Son menores que los obtenidos en el estudio de macizos con juntas tipo D (en el entorno de 0.98), pero se consideran propios de un ajuste válido.

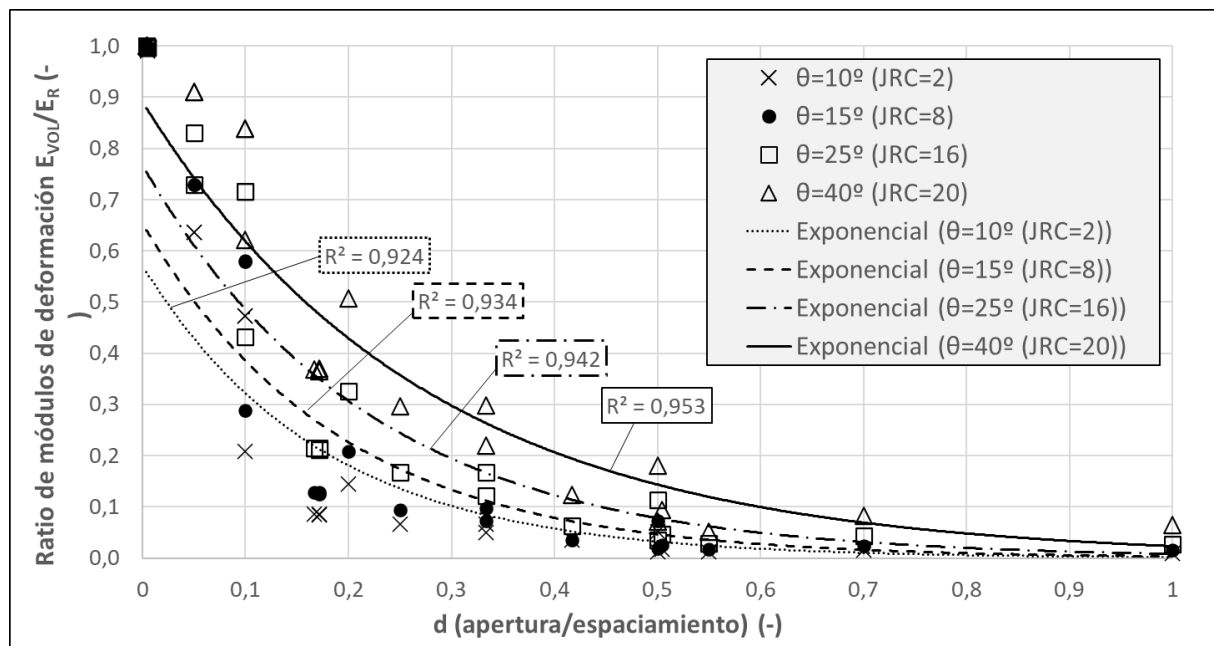


Figura 6.9. Módulos de deformabilidad volumétrica obtenidos con el modelo analítico de juntas sin relleno en función del volumen unitario de material tipo discontinuidad. Ajuste exponencial en función del radio de rugosidad / JRC

6.7.2. Deformabilidad en función de la rugosidad (JRC)

Como ya se ha mencionado en secciones anteriores, la rugosidad de las juntas sin relleno es uno de los parámetros fundamentales para su caracterización con el modelo de Hertz-Mindlin. Los módulos de deformación mostrados en la Figura 6.7 confirman que la rugosidad tiene una influencia clara en la rigidez del macizo rocoso. Por este motivo, se ha realizado un análisis específico para evaluar su impacto. Los resultados se muestran resumidos en la Figura 6.10.

El primer fenómeno que se observa es que cada uno de los grupos analizados (JRC de 2, 8, 16 y 20) incluye resultados de deformabilidad del macizo a lo largo de todo el rango de valores posibles; la relación entre el módulo del macizo y el de la roca matriz cubre el intervalo desde valores próximos a 0 hasta 1.0 (el máximo teórico).

En segundo lugar, la línea de valores medios muestra una tendencia creciente del módulo del macizo para mayores valores del JRC; en promedio, se confirma que la rigidez equivalente del macizo aumenta con la rigidez de las juntas.

Estos resultados, junto con los mostrados en la sección 6.7.1, permiten extraer las siguientes conclusiones:

- La rugosidad de la junta es uno de los factores de influencia en la deformabilidad equivalente del macizo.
- La rugosidad de la junta, por sí sola, no permite caracterizar la deformabilidad del macizo rocoso, que depende de más parámetros.
- El conjunto de casos seleccionados para el estudio de la deformabilidad en juntas sin relleno cubre un abanico de casuísticas completo. Esto queda de manifiesto al existir resultados en todo el intervalo posible de módulos de deformación para cada grupo de JRC analizado.

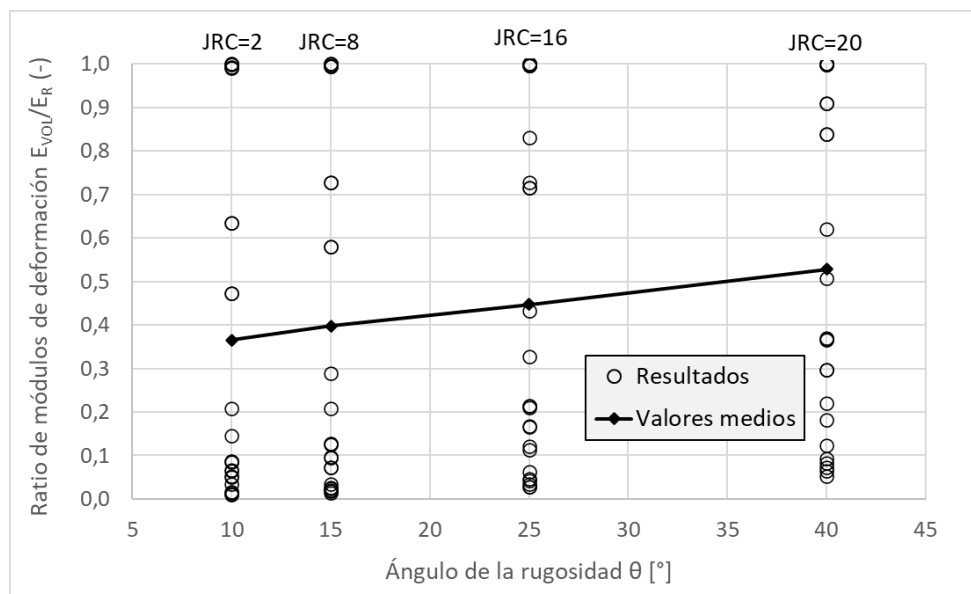


Figura 6.10. Módulo de deformabilidad volumétrica obtenido con el modelo analítico de juntas tipo A, en función del grado de rugosidad (variable JRC).

6.7.3. Deformabilidad en función del índice RMR

A continuación, se analiza la influencia del índice de caracterización RMR en la deformabilidad del macizo. Para ello, se estudian los resultados del modelo analítico de juntas sin relleno y se comparan con los obtenidos por medio de las formulaciones empíricas dependientes del RMR recogidas en la Tabla 6.1. Esto permitirá realizar una evaluación de los resultados del programa desarrollado, por contraste con formulaciones ampliamente utilizadas. Los resultados, agrupados en función de la rugosidad de la junta, pueden verse en la Figura 6.11.

Al igual que ocurre en el análisis en función de la rugosidad, mostrado en la sección anterior, confluyen dos circunstancias significativas:

- La tendencia general de los valores calculados con el modelo analítico para macizos con juntas tipo A muestra una rigidez media creciente con el RMR.
- La dispersión de los resultados del programa obtenidos para un mismo valor del RMR es significativa. Los módulos de deformación equivalentes en casos con RMR idéntico cubren un amplio rango de valores. La única salvedad a esto se encuentra en los casos con $RMR = 90$, y se debe a su reducido número en comparación con el resto.

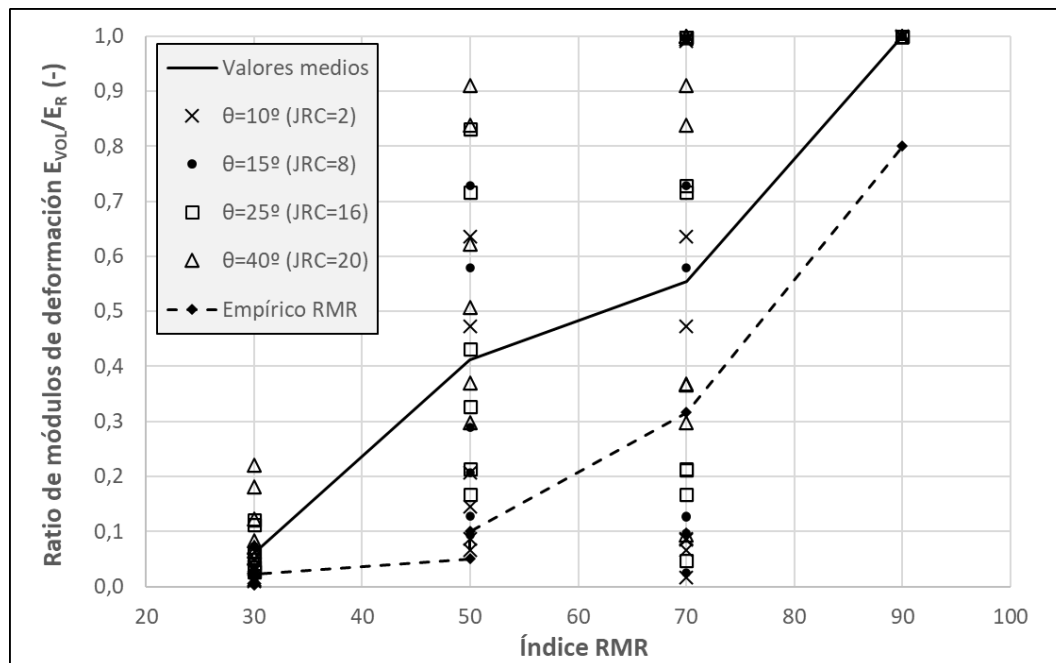


Figura 6.11. Módulo de deformabilidad volumétrica en función del índice RMR. Comparativa de los resultados obtenidos con el programa de juntas tipo A frente a los módulos empíricos en función del RMR y el RQD.

Esto indica que el RMR puede considerarse un factor de influencia en el cálculo del módulo de deformación, pero es insuficiente por sí mismo para analizar la deformabilidad, que es dependiente de más variables.

A esto se le añaden otros aspectos, relativos a la comparación de los resultados de la formulación analítica con los obtenidos a partir de relaciones empíricas.

- La tendencia promedio obtenida mediante el programa para macizos con juntas sin relleno es similar a la representación de las formulaciones empíricas analizadas.
- La magnitud de los módulos de deformación obtenidos mediante las formulaciones empíricas es inferior que el promedio de los del modelo analítico.

Para analizar con mayor detalle el segundo aspecto, se ha optado por estudiar por separado los valores obtenidos para los distintos grupos de juntas según su rugosidad (JRC), dado que ha establecido que es uno de los principales factores de influencia. Este desglose puede verse en la Figura 6.12, incluida a continuación.

Todos los aspectos mencionados en el análisis global de resultados en comparación con las formulaciones empíricas se mantienen para los cuatro grupos de casos. En concordancia con las conclusiones de las secciones 6.7.1 y 6.7.2, la deformabilidad promedio del macizo rocoso aumenta con la rugosidad de las juntas (expresada por medio del índice JRC), manteniendo asimismo la tendencia creciente con el RMR. En consecuencia, los valores de formulaciones empíricas están notablemente alejados de los obtenidos con el modelo analítico para macizos con juntas rugosas, pero se aproximan a los de macizos con juntas más lisas (menor JRC).

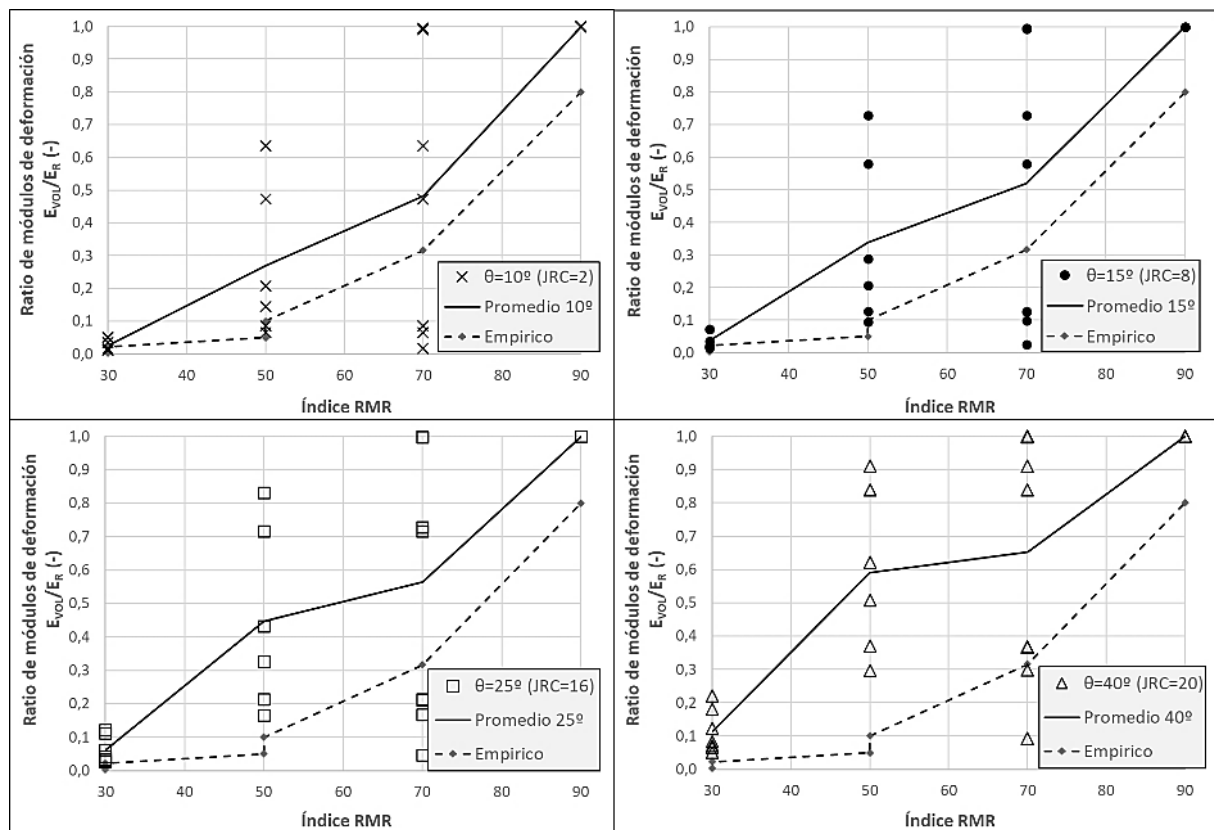


Figura 6.12. Módulo de deformabilidad volumétrica en función del índice RMR, distinguiendo en función del radio de la rugosidad (variable JRC). Comparativa de resultados del modelo analítico de juntas tipo A frente a módulos empíricos en función del RMR.

6.7.4. Deformabilidad en función del índice RQD

Mientras que la comparativa con resultados procedentes de formulaciones dependientes del RMR únicamente permite el análisis de las deformaciones volumétricas del macizo, el índice RQD se caracteriza por su direccionalidad intrínseca. El contraste de los cálculos del modelo

analítico de macizos con juntas sin relleno con las fórmulas dependientes del RQD permite, por tanto, introducir la componente direccional que ofrece el programa en el estudio.

Una primera comparación de los módulos promedios y de las tres direcciones de estudio del modelo analítico, respecto a la representación de la formulación empírica dependiente del RQD, confirma esta idea. Tal como se ve en la Figura 6.13, los datos correspondientes a módulos de deformación horizontales del macizo rocoso (E_x , E_y), así como los volumétricos, no se ajustan a los valores obtenidos de forma empírica. Por el contrario, los módulos de deformación verticales (E_z) sí se aproximan a la curva empírica, como se ve en la Figura 6.14. Esto es coherente con el hecho de que el RQD es un índice de clasificación que se mide a lo largo de las columnas de sondeos. En todos los casos de estudio involucrados en la validación del programa para juntas tipo A, los sondeos se han considerado verticales, de modo que los módulos derivados del RQD reflejan los módulos en esa dirección.

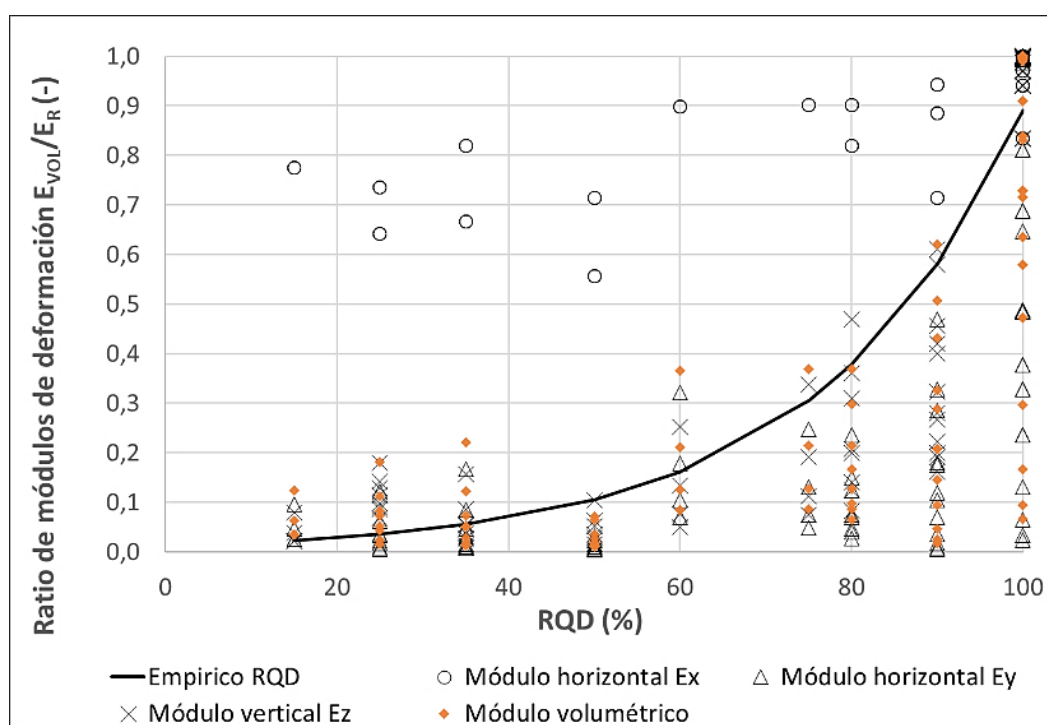


Figura 6.13. Módulos de deformabilidad obtenidos a partir del programa de juntas tipo A, en función del RQD. Comparativa de resultados frente a módulos empíricos en función del RQD

Esto muestra que la formulación analítica para macizos con juntas sin relleno captura adecuadamente la influencia de las discontinuidades en los módulos de deformabilidad verticales. También pone de relieve, dada la dispersión de resultados para un mismo valor del RQD, que no puede considerarse como el único parámetro de caracterización de deformabilidad del macizo rocoso.

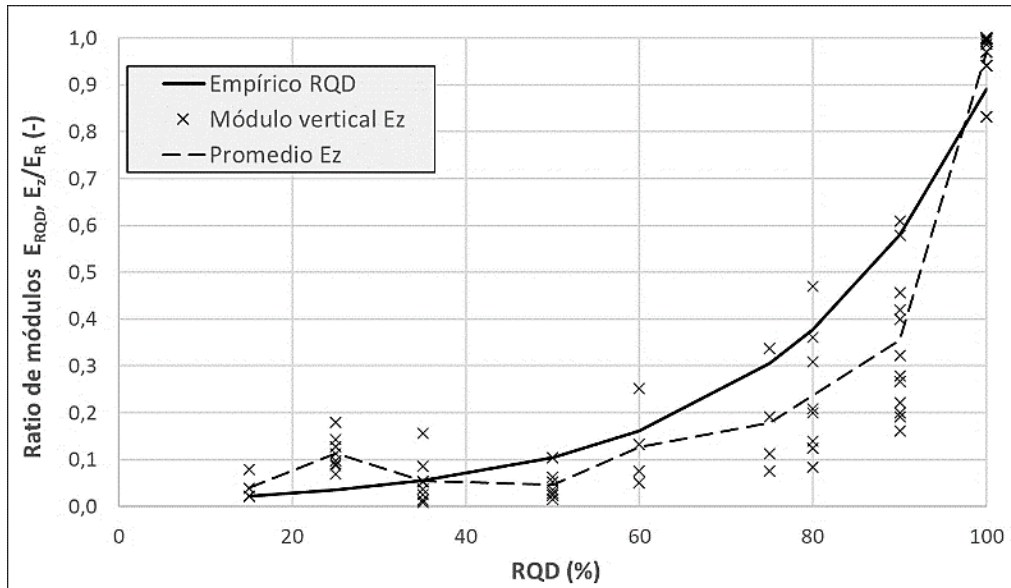


Figura 6.14. Módulo de deformabilidad vertical obtenido a partir del programa de juntas tipo A, en función del RQD. Comparativa de resultados frente a módulos empíricos en función del RQD

6.8. Conclusiones

La información presentada en los apartados anteriores permite confirmar que el modelo analítico desarrollado para el análisis de macizos con juntas sin relleno refleja adecuadamente su comportamiento.

A partir de parámetros fundamentales empleados en la caracterización de macizos rocosos, permite la estimación de sus propiedades deformacionales en tres dimensiones, con estructuras de discontinuidades de hasta tres familias con orientaciones cualesquiera. El modelo es capaz de capturar la influencia de los diversos factores que intervienen en la deformación de los macizos.

La validación de la formulación analítica desarrollada se ha realizado por comparación con los resultados ofrecidos por modelos empíricos ampliamente utilizados en el estudio de la mecánica de rocas. El ajuste de los módulos de deformación calculados por el programa respecto a las curvas derivadas de las relaciones empíricas es notable. La calidad del ajuste se ha comprobado tanto en la estimación de la deformabilidad global del macizo, independientemente de la dirección analizada (contrastada con formulaciones dependientes del RMR) como en el estudio de rigidez en una dirección determinada (mediante formulaciones basadas en el RQD). Esto pone de manifiesto la versatilidad del modelo analítico presentado.

7. Evaluación de influencia del efecto escala

El estudio del efecto escala puede ser introducido en el análisis deformacional descrito hasta el momento. Para ello, deben considerarse dos conceptos distintos: la escala geométrica y la escala intrínseca. La escala geométrica se asocia con las dimensiones de la aplicación concreta para la que se estima la deformabilidad del macizo, es decir, según el volumen total afectado. La escala intrínseca, por otra parte, está relacionada con el tamaño de las rugosidades presentes en las juntas del macizo.

El concepto de escala geométrica se ilustra en la Figura 7.1 (Wyllie & Mah, 2004). En ella se aprecia que al aumentar el área de influencia de la obra estudiada en el macizo se involucra un número cada vez mayor de familias de discontinuidades, en función de su espaciamiento.

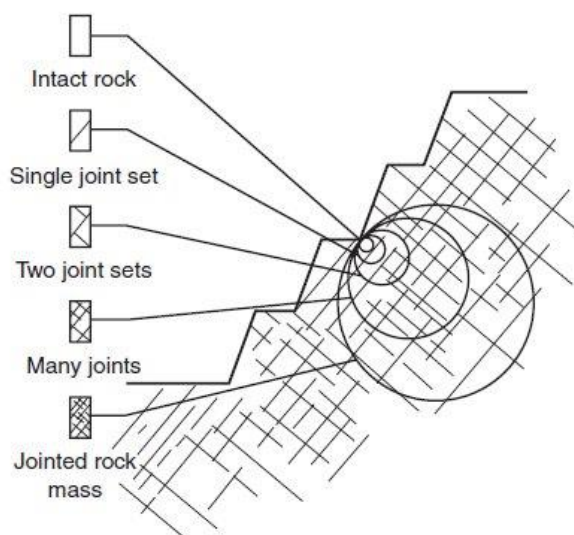


Figura 7.1. Efecto escala en deformabilidad de macizos rocosos (fuente: (Wyllie & Mah, 2004)).

El estudio de la influencia de la escala geométrica incluido en esta tesis se ha particularizado para el caso de macizos rocosos con juntas rellenas (tipo D), que pueden caracterizarse con modelos lineales y elásticos. Los casos de estudio se desarrollan en la sección 7.1.

De forma complementaria, para estudiar el efecto de la escala intrínseca es necesario emplear modelos constitutivos de juntas que consideren la geometría de las juntas. Este es el caso del modelo de Hertz-Mindlin empleado en el programa de macizos con juntas sin relleno (tipo A). En este caso, puede realizarse un estudio de la influencia de la escala intrínseca, incluido en el apartado 7.2.

7.1. Efecto de la escala geométrica

Con el objetivo de analizar la influencia de la escala geométrica en la deformabilidad del macizo rocoso, se ha escogido un caso de cálculo con varias familias de juntas rellenas y espaciamiento variable, resumido en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1. Distribución geométrica del macizo rocoso con juntas rellenas para el estudio de la escala geométrica

Roca intacta		Discontinuidades						
Módulo de deformación E_i [MPa]	Coefficiente de Poisson ν_i [-]	Familia	Dirección de buzamiento ($^\circ$)	Buzamiento β_D ($^\circ$)	Espaciamientos (m)	Apertura (m)	Módulo de deformabilidad del relleno E_{Di} [MPa]	Coefficiente de Poisson del relleno ν_{Di}
2000	0.25	1	20	55	0.5	0.01	20	0.30
		2	85	10	4	0.02	5	0.35
		3	280	80	20	0.05	1	0.40

Dada la variabilidad en el orden de magnitud del espaciamiento de las tres familias de juntas, su influencia condicionará la deformabilidad del macizo de forma diferente según las dimensiones de la construcción estudiada. En el caso de obras de gran tamaño, tales como las presas, las tres familias condicionarán la deformabilidad del macizo. En el caso de construcciones medianas, como cimentaciones de puentes, las familias 1 y 2 tendrán una influencia predominante; la tercera familia, debido a su elevado espaciamiento, no afectará al resultado. Por último, en el caso de actuaciones muy localizadas, solamente la primera familia (con un espaciamiento inferior a 1m) repercutirá en la deformabilidad.

La Figura 7.2 muestra la influencia de diferentes escalas geométricas en la deformabilidad del macizo rocoso. El gráfico representa los resultados del modelo analítico propuesto en esta tesis, a través del módulo de compresibilidad volumétrica obtenido para tres casos:

- Considerando las tres familias de discontinuidades (escala de presas)
- Considerando las familias de discontinuidades 1 y 2 (escala de cimentaciones de puentes)
- Considerando únicamente la primera familia de discontinuidades (escala local).

Puede observarse que la deformabilidad se modifica considerablemente a medida que se incrementa el volumen del macizo considerado en el cálculo, desde el tamaño típico de una muestra de laboratorio de roca intacta hasta un tamaño suficiente para involucrar a todas las familias de discontinuidades presentes.

Los resultados de deformabilidad calculados por el programa, presentados en la Figura 7.2., han sido obtenidos considerando dos casos adicionales al mostrado en la Tabla 7.1: compresibilidad elevada del relleno de todas las juntas (módulo de deformación de 1MPa), y compresibilidad reducida del relleno de todas las juntas (módulo de deformación de 20MPa).

Las curvas asociadas a estos dos casos de cálculo permiten estimar las envolventes de deformabilidad máxima y mínima del macizo, respectivamente.

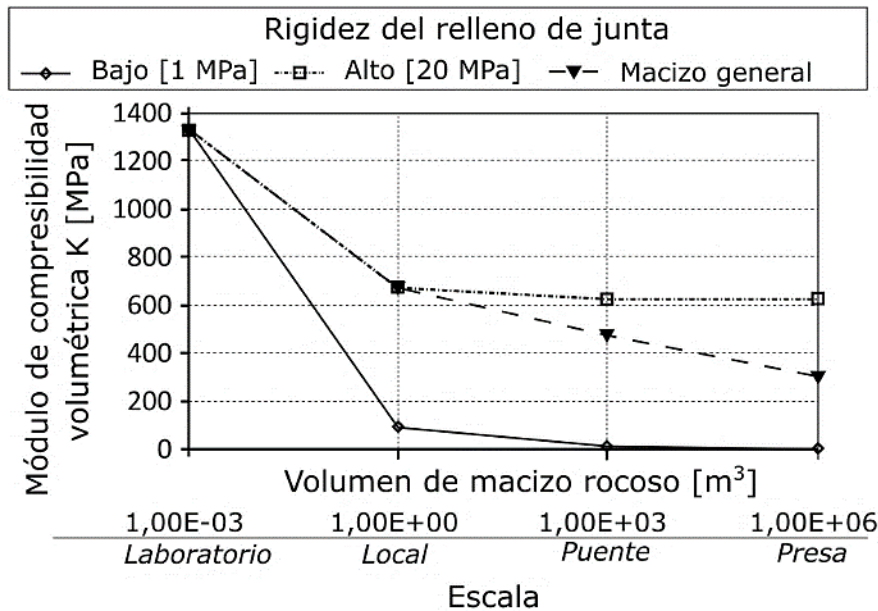


Figura 7.2. Efecto de la escala geométrica en deformabilidad de macizos rocosos. Cálculo del módulo de compresibilidad volumétrica empleando el modelo analítico de juntas rellenas al caso resumido en la Tabla 7.1 para distintos valores de rigidez del relleno.

Los módulos de deformabilidad reflejados por ambas envolventes se estabilizan a partir de un cierto volumen de macizo (entre 1 y 1000m³), pese a que el caso planteado en primer lugar muestra un decrecimiento monótono. Esta diferencia pone de relieve la importancia de la realización de estudios de aplicabilidad de modelos de geometría simplificada, por ejemplo, en el caso de proyectos con elevados costes de computación de modelos.

7.2. Efecto de la escala intrínseca

Las diferentes características mineralógicas de las rocas, así como las condiciones geológicas particulares de cada macizo, inducen una amplia variedad de morfologías en las paredes de las juntas. El grado de rugosidad y la apertura medidos en distintas familias de juntas se traducen en el efecto de la escala intrínseca. Existen formulaciones empíricas dedicadas a la corrección de este efecto escala (Barton & Bandis, 1982), así como gráficas con el mismo objetivo, como la de Barton (1982). En función del grado de rugosidad de la junta, se estiman parámetros geomecánicos dependientes de la apertura.

La consideración de la escala intrínseca requiere del uso de parámetros geométricos que definan el perfil de la discontinuidad. Por tanto, no puede ser introducida en análisis realizados con modelos lineales y elásticos (representativos en casos de juntas rellenas), pero sí en macizos cuyo comportamiento pueda modelizarse con el modelo de Hertz-Mindlin (juntas sin relleno).

Para ilustrar la influencia de la escala intrínseca, se han analizado los resultados del programa de juntas sin relleno para un caso con una única familia horizontal de juntas, resumido en la Tabla 7.2.

Tabla 7.2. Distribución geométrica del macizo rocoso con juntas rellenas para el estudio de la escala geométrica

Roca intacta		Discontinuidades						
Módulo de deformación E_i [MPa]	Coefficiente de Poisson ν_i [-]	Familia	Dirección de buzamiento (°)	Buzamiento β_D (°)	Espaciamientos (m)	Apertura (m)	Módulo de deformabilidad del relleno E_{DI} [kPa]	Coefficiente de Poisson del relleno ν_{DI}
1000	0.25	1	45	0	0.5	0.05	10000	0.25

El uso del modelo constitutivo de Hertz-Mindlin requiere la caracterización de la morfología de la discontinuidad mediante el radio de la rugosidad (R) y la densidad de contactos por unidad de superficie (ρ). La variación de estos dos parámetros en función de valores de laboratorio y perfiles de campo permite la aplicación del modelo analítico desarrollado en esta tesis para la estimación del módulo de deformación en función de la escala intrínseca.

Los valores de cálculo del radio y densidad de discontinuidades utilizados en los distintos casos analizados mediante el modelo analítico se resumen en la Tabla 7.3. La densidad de contactos se ha estimado de forma que el área total ocupada por las rugosidades sea constante. El caso de estudio incluido en esta tesis se ha abordado únicamente mediante valores constantes de estos parámetros, pero la formulación teórica de Hertz-Mindlin permite la realización de análisis más complejo mediante funciones de distribución.

Tabla 7.3. Caracterización de la rugosidad de juntas de los casos de estudio mediante parámetros del modelo de Hertz-Mindlin

Caso	Radio medio de las rugosidades R (mm)	Densidad de contactos por unidad de superficie ρ (contactos/m ²)	Área ocupada por las rugosidades $\rho \cdot \pi \cdot R^2$
1	0.2	10^6	0.126
2	2	10^4	0.126
3	20	10^2	0.126
4	200	1	0.126

Los valores resultantes se muestran en la Figura 7.3. en función del radio de la rugosidad. Dado que el modelo constitutivo de Hertz-Mindlin es no lineal, el estado tensional del macizo influye en la deformabilidad total de éste. Por este motivo, se realizó el cálculo para dos valores de tensión: 100 y 1000 kPa. En ambos casos se puede apreciar la marcada tendencia decreciente de la rigidez del macizo para mayores valores del radio de la rugosidad. considerando un valor constante del área ocupada por las rugosidades en el plano de la junta. De ello se extrae la conclusión de que la deformabilidad del macizo aumenta al crecer el radio de la rugosidad. Esto se debe a que el aumento del radio origina perfiles de junta ondulados, menos intrincados que los asociados a radios más reducidos. Por otra parte, los módulos de

deformabilidad volumétrica resultantes han sido superiores para niveles tensionales mayores, lo cual es consistente con el aumento de rigidez en macizos sometidos a mayor confinamiento.

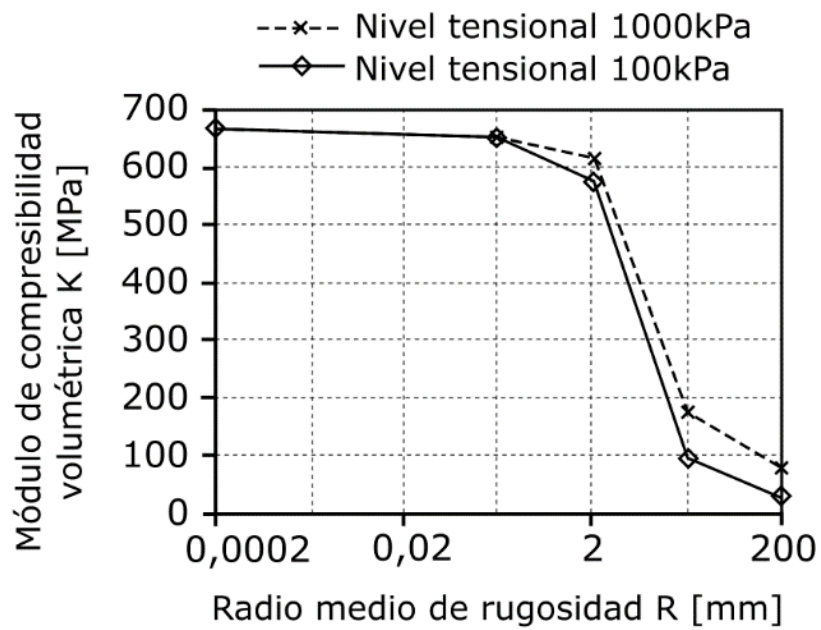


Figura 7.3. Influencia de la escala intrínseca en la deformabilidad del macizo. Módulo de compresibilidad volumétrica del macizo según la Tabla 7.2 y los parámetros de junta de la Tabla 7.3.

8. Conclusiones

A continuación, se resumen las conclusiones alcanzadas en la investigación presentada en esta tesis doctoral, se presentan sus aportaciones en el marco actual de estudio de la deformabilidad de macizos y se ofrece una serie de posibles líneas de investigación futuras que prosiguen con el avance hacia un modelo analítico generalizado.

8.1. Aportaciones de la presente tesis

Considerando el estado actual de los métodos empleados en mecánica de rocas para la evaluación de la deformabilidad de macizos rocosos, la investigación resumida en esta tesis contribuye con las siguientes aportaciones:

- Presenta una revisión extensa y detallada de un gran número de formulaciones empíricas y modelos analíticos existentes. Abarca las ecuaciones empíricas dependientes de todos los índices de clasificación de uso común y las propiedades de los macizos más utilizadas en el estudio de la mecánica de rocas, así como los desarrollos analíticos de todas las principales tipologías existentes. La tesis elaborada constituye una fuente bibliográfica exhaustiva y completa.
- Adaptación de la metodología de ensamblado de matrices de Serrano y Soriano (1986). Esto constituye una mejora respecto al procedimiento considerado en los métodos analíticos matriciales existentes, que consideran la superposición de deformaciones debidas a cada material. El modelo matemático propuesto en esta tesis va más allá, puesto que garantiza el cumplimiento en las ecuaciones internas de tensiones (equilibrio) y deformaciones (compatibilidad) del macizo.
- El modelo matemático propuesto permite la consideración de discontinuidades con orientaciones cualesquiera, sin limitación del número de familias. Se trata, por tanto, de un método matricial general en términos de la estructura de fracturación del macizo, que supera las limitaciones geométricas de otras formulaciones similares.
- Se presenta una adaptación de la formulación elástica no lineal de Hertz-Mindlin aplicada a la mecánica de rocas para su uso en juntas sin relleno. Los contactos entre rugosidades, aproximadas como casquetes esféricos, gobiernan el comportamiento tenso-deformacional de la discontinuidad. Se incluye el desarrollo matemático completo para su utilización como parte del modelo analítico propuesto.
- Debido a su estructura, en la que se diferencian el aparato matemático de ensamblado de matrices y el desarrollo de ecuaciones matriciales constitutivas de cada material interviniente, el modelo analítico desarrollado es fácilmente modificable, y por tanto

adaptable a casos de cálculo no incluidos en esta tesis. Esto significa que, modificando las matrices de flexibilidad de los materiales del macizo (roca matriz, discontinuidades) es potencialmente aplicable a un abanico de casos mucho mayor que el de otras formulaciones similares.

- La investigación presentada incluye el código de programación mediante el que se ha implementado, a efectos prácticos, la formulación constitutiva desarrollada para hasta tres familias de discontinuidades.

8.2. Conclusiones

Las conclusiones fundamentales de la investigación desarrollada se incluyen a continuación.

- El comportamiento tenso-deformacional de un macizo rocoso es un fenómeno de gran complejidad, dependiente de un amplio número de parámetros. Las numerosas formulaciones empíricas existentes son dependientes de un número de variables reducido; en muchos casos, de una sola. Su ajuste se realiza, generalmente, mediante bases de datos en las que el resto de las características son homogéneas, por lo que su aplicación a casos que no caigan bajo el supuesto considerado no es recomendable. En los casos en que se emplean conjuntos de datos amplios y que incluyen variabilidad en parámetros no considerados en la fórmula, la dispersión aumenta y, con ello, la desviación de las fórmulas ajustadas. Por tanto, su aplicación debe limitarse a una primera aproximación en orden de magnitud al problema.
- En el marco del estudio de mecánica de rocas en la actualidad, la utilización de soluciones analíticas para la estimación de deformabilidad de macizos se encuentra muy limitada. El primer motivo se encuentra en las limitaciones geométricas de los modelos más sencillos; muchos de ellos son aplicables únicamente a macizos con distribuciones de fracturación sencillas; estratificaciones o distribuciones ortótropas y en paralelo a las direcciones principales de estudio. El segundo es que los modelos no aquejados por esta limitación son complejos, tanto a nivel conceptual como de uso, lo cual limita su difusión y uso generalizado.
- La estructura de fracturación del macizo, entendida como el número de familias de discontinuidades presentes, su espaciado, apertura y orientación, es un factor de importancia vital en la deformabilidad del macizo rocoso. De ello se desprende que su estudio debe tener, necesariamente, carácter tridimensional, puesto que la rigidez dependerá de la dirección de aplicación de las cargas en relación con las fracturas existentes.
- Durante la etapa de validación de los modelos analíticos desarrollados, se ha estudiado la influencia en los resultados de los diversos parámetros de caracterización del macizo. En ambos casos, se ha observado una fuerte influencia

de la dirección de análisis en relación con la geometría de fracturación del macizo, confirmando así la significativa anisotropía en el comportamiento del macizo rocoso. Al margen de la componente direccional, se ha observado que el parámetro con mayor influencia sobre el resultado de deformabilidad es la proporción de material del macizo identificado como discontinuidad. En otras palabras, la cantidad de juntas presentes, definida a través de su espaciamiento y apertura. Se observa que la rigidez del macizo (tanto en términos volumétricos como direccionales) es inversamente proporcional a este valor.

- La rigidez del relleno de discontinuidades es el segundo factor fundamental para la definición de la deformabilidad de macizos, en el caso concreto de juntas tipo D. Se observa una variación significativa del módulo de deformación equivalente del macizo, que aumenta al incrementarse el módulo del relleno de juntas.
- De entre los factores de caracterización de las discontinuidades en el modelo de macizo con juntas tipo A, la rugosidad es el de mayor influencia de cara a la estimación de la deformabilidad global. Ésta se ha expresado por medio de varios parámetros: el radio medio de rugosidad de la junta, su ángulo característico (definido en la sección 6.4.2) y el JRC. A esto se le añade la densidad de contactos por unidad de superficie. Conjuntamente, estos valores caracterizan la rugosidad total. Se ha observado, especialmente en los análisis segregados en función del ratio espaciamiento-apertura de las juntas, que el aumento de la rugosidad deriva en un significativo aumento de la rigidez del macizo global.
- La litología del macizo rocoso es tomada en cuenta en el modelo analítico presentado a través del módulo de deformación de la roca matriz, otro de los factores fundamentales de influencia identificados en el estudio. El módulo de la roca matriz constituye, en todos los casos, el límite superior de rigidez del macizo. Es el valor al que se le aplica la reducción correspondiente debida a la presencia, cantidad y características de las discontinuidades.
- El efecto escala tiene una fuerte influencia sobre la deformabilidad del macizo, que puede ser capturada mediante el modelo analítico presentado por medio de la selección de las familias de juntas introducidas en el cálculo. Esto debe hacerse según la relación entre su espaciamiento medio y las dimensiones del volumen de macizo considerado, según la escala de la obra estudiada. Infraestructuras de mayores dimensiones involucrarán, potencialmente, un mayor número de familias de discontinuidades, provocando una mayor reducción de la rigidez del macizo global de cara al diseño.
- El modelo analítico propuesto captura la influencia de todos los factores mencionados, y es capaz de estudiar casos con una geometría general en tres dimensiones. En consecuencia, puede emplearse como una herramienta de estimación de deformabilidades durante la etapa de diseño de detalle.

- Los análisis realizados ponen de relieve la estrecha relación entre los valores de caracterización del macizo empleados y los resultados obtenidos. Debe considerarse, en todos los casos, que la incertidumbre en la definición de dichos valores es trasladada a los módulos de deformación estimados por medio de cualquier formulación o modelo. Por ende, en ningún caso debe considerarse sustitutivo de una campaña de reconocimientos, ensayos de campo y de laboratorio que proporcione una base de datos sólida para el estudio del comportamiento del macizo y la definición de sus parámetros de caracterización.

8.3. Líneas futuras de investigación

Como cualquier investigación, la presentada en esta tesis doctoral cuenta con limitaciones. Éstas pueden ser transformadas en un potencial de mejora, en forma de las siguientes líneas de investigación futuras:

- Incorporación de modelos constitutivos avanzados de la roca matriz. Ésta ha sido tratada como un sólido elástico, lineal e isótropo en la presente investigación, lo cual es un supuesto aplicable a una mayoría razonable de casos de estudio. Sin embargo, el modelo puede modificarse para incluir comportamientos anisótropos, no lineales, con endurecimiento, o de otras características, que cubran supuestos más específicos.
- Incorporación de modelos constitutivos avanzados al relleno de juntas. El modelo de cálculo de macizos con juntas rellenas emplea el supuesto de relleno elástico y lineal. Al igual que en el caso de la roca matriz, puede modificarse para considerar otro tipo de materiales que definan el comportamiento de las discontinuidades.
- Ampliación del modelo constitutivo de Hertz-Mindlin aplicado en juntas sin relleno (tipo A) mediante la inclusión de formulaciones que cubran el supuesto de aparición de tracciones, y del criterio de deformación post-pico, o de deslizamiento, en caso de incumplimiento de la condición de equilibrio de la discontinuidad.
- Realización de un estudio específico de comportamiento de juntas en dirección transversal, completado mediante el datos de ensayos en muestras con discontinuidades.
- Ampliación de casos de cálculo para cubrir macizos con juntas de comportamiento mixto, gobernado de forma conjunta por la rugosidad de las paredes y las propiedades del relleno. Esto correspondería a los tipos de juntas B y C definidos por Barton (ver Figura 4.1), que han sido excluidos de la presente investigación, enfocada solamente en las juntas de comportamiento no combinado: gobernado por la rugosidad (sin relleno, tipo A), o por el relleno (completamente rellena, tipo D).

- Implementación directa del modelo de cálculo de deformabilidad en programas de cálculo geotécnico de elementos finitos. La programación del modelo matemático en programas MEF cuya utilización esté extendida haría más accesible el uso de este modelo de cálculo avanzado en el diseño de infraestructuras en roca.

9. Referencias

- Adhikary, D. P., & Dyskin, A. V. (1997). A Cosserat Continuum Model for Layered Materials. *Computers and Geotechnics*, 20(1), 15-45.
- Agharazi, A., Martin, C. D., & Tannant, D. D. (2012). A three-dimensional equivalent continuum constitutive model for jointed rock masses containing up to three random joint sets. *Geomechanics and Geoengineering*, 7(4), 227-238. doi:<https://doi.org/10.1080/17486025.2012.714476>
- Alemdag, S., Gurocak, Z., & Gokceoglu, C. (2015). A simple regression based approach to estimate deformation modulus of rock masses. *Journal of African Earth Sciences*, 110, 75-80. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2015.06.011>
- Alemdag, S., Gurocak, Z., Cevik, A., Cabalar, A. F., & Gokceoglu, C. (2016). Modeling deformation modulus of a stratified sedimentary rock mass using neural network, fuzzy inference and genetic programming. *Engineering Geology*, 203, 70-82. doi:<https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2015.12.002>
- Amadei, B. (1983). Rock Anisotropy and the Theory of Stress Measurements. En *Lecture Notes in Engineering* (Vol. 2). Berlín (Alemania): C. A. Brebbia and S. A. Orszag. doi:<https://doi.org/10.1007/978-3-642-82040-3>
- Amadei, B., & Goodman, R. E. (1981). A 3-D constitutive relation for fractured rock masses. *Proceedings of the international symposium on mechanical behavior of structured media*, (págs. 249-268). Ottawa (EEUU).
- Amadei, B., & Savage, W. Z. (1993). Effect of joints on rock mass strength and deformability. En J. A. Hudson (Ed.), *Comprehensive rock engineering— Principle, practice and projects* (Vol. 1, págs. 331-365). Londres, Reino Unido: Pergamon.
- American Association of State Highway and Transportation Officials. (2014). *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*. Washington, D.C.
- Arora, V. K. (1987). *Strength and deformational behaviour of jointed rocks*. Delhi: Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology.
- Asef, M. R., & Najibi, A. R. (2013). The effect of confining pressure on elastic wave velocities and dynamic to static Young's modulus ratio. *Geophysics*, 78(3), 135-142. doi:<https://doi.org/10.1190/geo2012-0279.1>
- Asef, M. R., & Reddish, D. J. (2002). The impact of confining stress on the rock mass deformation modulus. *Geotécnique*, 52(4), 235-241. doi:[10.1680/geot.2002.52.4.235](https://doi.org/10.1680/geot.2002.52.4.235)
- Asef, M. R., Reddish, D. J., & Lloyd, P. W. (2000). Rock-support interaction analysis based on numerical modelling. *Geotechnical and Geological Engineering*, 18, 23-37. doi:<https://doi.org/10.1023/A:1008968013995>
- Aufmuth, R. E. (1973). A systematic determination of engineering criteria for rock. *Bulletin of the Association of Engineering Geologists*, 11, 235-245. doi:<https://doi.org/10.1016/0148-9062%2875%2990749-4>
- Aydan, Ö., & Kawamoto, T. (2000). The Assessment Of Mechanical Properties Of Rock Masses Through Rmr Rock Classification System. *ISRM International Symposium*. Melbourne (Australia).
- Aydan, Ö., Sato, A., & Yagi, M. (2014). The Inference of Geo-Mechanical Properties of Soft Rocks and their Degradation from Needle Penetration Tests. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47, 1867-1890. doi:<https://doi.org/10.1007/s00603-013-0477-5>

- Aydan, Ö., Ulusay, R., & Kawamoto, T. (1997). Assessment of rock mass strength for underground excavations. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(3-4), 181-187. doi:[https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(97\)00273-6](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(97)00273-6)
- Aydin, A., & Basu, A. (2005). The Schmidt hammer in rock material characterization. *Engineering Geology*, 81(1), 1-14. doi:<https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2005.06.006>
- Babić, P. B., Radovanović, S. D., & Mirković, U. B. (2018). Korelativni odnosi za definisanje deformabilnosti stene. *Tehnika*, 73(5), 629-634. doi:<https://doi.org/10.5937/tehnika1805629B>
- Barton, N. (1973). A review of the shear strength of filled discontinuities in rock. *Bergmekanikk*. Oslo.
- Barton, N. (1973). Review of a new shear-strength criterion for rock joints. *Engineering Geology*, 7(4), 287-332. doi:[https://doi.org/10.1016/0013-7952\(73\)90013-6](https://doi.org/10.1016/0013-7952(73)90013-6)
- Barton, N. (1982). *Modelling rock joint behaviour from in situ block tests: Implications for nuclear waste repository design*. Columbus, Ohio: Office of Nuclear Waste Isolation.
- Barton, N. (1983). Application of Q system and index tests to estimate shear strength and deformability of rock masses. *Proceedings of the International Symposium on Engineering Geology and Underground Construction*, (págs. 51-70). Lisboa (Portugal).
- Barton, N. (2007). Near-surface gradients of rock quality, deformation modulus, Vp and Qp to 1 km depth. *First Break*, 25(10), 53-60. doi:<https://doi.org/10.3997/1365-2397.2007025>
- Barton, N., & Bandis, S. (1982). Effect of block size on the shear behavior of jointed rocks. *Proceedings 23rd US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)* (págs. 739-760). Richardson, TX, USA: American Rock Mechanics Association.
- Beiki, M., Bashari, A., & Majdi, A. (2010). Genetic programming approach for estimating the deformation modulus of rock mass using sensitivity analysis by neural network. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(7), 1091-1103. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2010.07.007>
- Beiki, M., Bashari, A., & Talebinejad, A. (2011). Estimation of deformation modulus of rock masses by using fuzzy clustering-based modeling. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48(8), 1224-1234. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2011.09.017>
- Belikov, B. P., Alexandrov, K. S., & Rysoya, T. W. (1970). *Uprugie svoistva porodo-obrasujscich mineralov I gornich porod.*, Moskva: Izdat. Moscú: Izdat.
- Bellapu, H. V., Sinha, R. K., & Naik, S. R. (2023). Estimation of Modulus of Deformation Using Rock Mass Rating— A Review and Validation Using 3D Numerical Modelling. *Sustainability*, 15(7), 5721. doi:<https://doi.org/10.3390/su15075721>
- Beverly, B. E., Schoenwolf, D. A., & Brierly, G. S. (1979). *Correlations of rock index values with engineering properties and the classification of intact rock*. Washington DC (EEUU): Federal Highway Administration (FHWA).
- Bieniawski, Z. T. (1973). Engineering classification of jointed rock masses. *The civil engineer in South Africa*, 15, 335-344.
- Bieniawski, Z. T. (1978). Determining Rock Mass Deformability: Experience from Case Histories. *International Journal of Rock Mechanics, Mining Science & Geomechanics Abstracts*, 15, 237-247.
- Bieniawski, Z. T. (1989). *Engineering Rock Mass Classifications: A Complete Manual for Engineers and Geologists in Mining, Civil and Petroleum Engineering*. Nueva York: John Wiley & Sons.

- Bieniawski, Z. T. (1993). Classification of Rock Masses for Engineering: The RMR System and Future Trends. En J. A. Hudson (Ed.), *Rock Testing and Site Characterization. Principles, Practice and Projects* (págs. 553-573). Pergamon. doi:<https://doi.org/10.1016/B978-0-08-042066-0.50028-8>
- Boyd, R. D. (1993). Elastic properties of jointed rock masses with regard to their rock mass rating value. *Engineering Geology of Weak Rock*, 8, 329-336.
- Brotons, V., Tomás, R., Ivorra, S., & Grediaga, A. (2014). Relationship between static and dynamic elastic modulus of calcarenite heated at different temperatures: the San Julián's stone. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 73, 791-799. doi:<https://doi.org/10.1007/s10064-014-0583-y>
- Budiansky, B., & O'Connell, R. J. (1976). Elastic moduli of a cracked solid. *International Journal of Solids and Structures*, 12(2), 81-97. doi:[https://doi.org/10.1016/0020-7683\(76\)90044-5](https://doi.org/10.1016/0020-7683(76)90044-5)
- Buil, J. M., Río, F., Aguado, A., Agulló, L., Araujo, G., & López, C. M. (2008). Revisión del diagnóstico de la presa de Mequinenza. *VIII Jornadas Comité Nacional Español de Grandes Presas*. Granada.
- Cai, M., & Horii, H. (1992). A constitutive model of highly jointed rock masses. *Mechanics of Materials*, 13(3), 217-246. doi:[https://doi.org/10.1016/0167-6636\(92\)90004-W](https://doi.org/10.1016/0167-6636(92)90004-W)
- Cai, M., Kaiser, P. K., Uno, H., Tasaka, Y., & Minami, M. (2004). Estimation of rock mass deformation modulus and strength of jointed hard rock masses using the GSI system. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(1), 3-19. doi:[https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(03\)00025-X](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(03)00025-X)
- Carvalho, J. (2004). *Estimation of rock mass modulus*. Personal Communication.
- Chang, C.-S., & Huang, T.-H. (1989). A constitutive model for jointed rock masses. *Journal of the Chinese Institute Engineers*, 11(1), 25-34. doi:<https://doi.org/10.1080/02533839.1988.9677038>
- Chatterjee, R., & Mukhopadhyay, M. (2002). Petrophysical and geomechanical properties of rocks from the oilfields of the Krishna-Godavari and Cauvery Basins, India. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 61, 169-178. doi:<https://doi.org/10.1007/s100640100137>
- Chen, D., Chen, H., Zhang, W., Lou, J., & Shan, B. (2022). An analytical solution of equivalent elastic modulus considering confining stress and its variables sensitivity analysis for fractured rock masses. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 14(3), 825-836. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2021.08.007>
- Chen, E. P. (1989). A constitutive model for jointed rock mass with orthogonal sets of joints. *Journal of Applied Mechanics*, 56(1), 25-32. doi:<https://doi.org/10.1115/1.3176061>
- Chen, K., & Jiang, Q. (2023). Estimation of compliance tensor and anisotropy index for fractured rock masses using field measured data. *Engineering Geology*, 322, 107181. doi:<https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2023.107181>
- Chun, B. S., Jung, S. H., Lee, Y. J., Ahn, K. C., & Shin, J. K. (2006). An evaluation of empirical prediction equation for deformation modulus of rock masses by field measurements. *Tunnel and Underground Space*, 16, 251-258.
- Chun, B.-S., Ryo, W. R., Sagong, M., & Do, J.-N. (2009). Indirect estimation of the rock deformation modulus based on polynomial and multiple regression analyses of the RMR system. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(3), 649-658. doi:[10.1016/j.ijrmms.2008.10.001](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2008.10.001)

- Clerici, A. (1993). Indirect Determination of the Modulus of Deformation of Rock Masses - Case Histories. *Proceedings of the ISRM International Symposium - EUROCK 93*, (págs. 509-517). Lisboa (Portugal).
- Coon, R. F., & Merritt, A. H. (1970). Predicting In Situ Modulus of Deformation Using Rock Quality Indexes. ASTM International. doi:10.1520/STP29146S
- Cui, J., Jiang, Q., Feng, X.-T., Li, S.-J., Gao, H., & Li, S.-J. (2016). Equivalent elastic compliance tensor for rock mass with multiple persistent joint sets: Exact derivation via modified crack tensor. *Journal of Central South University*, 23, 1486-1507. doi:https://doi.org/10.1007/s11771-016-3201-2
- Cundall, P. A. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part I. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 25(3), 107-116. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(88)92293-0
- Cundall, P. A., & Strack, O. D. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotéchnique*, 29(1), 47-65. doi:https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47
- Dearman, W. R., & Irfan, T. Y. (1978). Assessment of the degree of weathering in granite using petrographic and physical index tests. *Proceedings of International Symposium on Deterioration and Protection of Stone Monuments* (págs. 1-35). París (Francia): Unesco.
- Deere, D. U., & Miller, D. W. (1967). *The Rock Quality Designation (RQD) Index in Practice, Classification Systems for Engineering Purposes*. Philadelphia: ASTM STP, American Society for Testing and Materials.
- Deere, D. U., & Miller, R. P. (1966). *Engineering classification and index properties for intact rock*. Urbana, Illinois: Universidad de Illinois.
- Diederichs, M. S., & Kaiser, P. K. (1999). Stability of large excavations in laminated hard rock masses: the voussoir analogue revisited. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36(1), 97-117. doi:https://doi.org/10.1016/S0148-9062(98)00180-6
- Dinçer, I., Acar, A., Çobanoğlu, I., & Uras, Y. (2004). Correlation between Schmidt hardness, uniaxial compressive strength and Young's modulus for andesites, basalts and tuffs. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 63, 141-148. doi:https://doi.org/10.1007/s10064-004-0230-0
- Duncan, J. M., & Goodman, R. E. (1968). *Finite element analysis of slopes in jointed rock*. Washington, D.C (EEUU): U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station Corps of Engineers.
- Eimer, C. Z. (1978). Elasticity of cracked medium. *Archives of Mechanics*, 30(6), 827-836.
- Eissa, E. A., & Kazi, A. (1988). Relation between static and dynamic Young's moduli of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 25(6), 479-482. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(88)90987-4
- Fakhimi, A., & Villegas, T. (2007). Application of Dimensional Analysis in Calibration of a Discrete Element Model for Rock Deformation and Fracture. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 40, 193-211. doi:https://doi.org/10.1007/s00603-006-0095-6
- Fattahi, H., & Moradi, A. (2018). A new approach for estimation of the rock mass deformation modulus: a rock engineering systems-based model. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 77(1), 363–374. doi:10.1007/s10064-016-1000-5
- Fattahi, H., Varmazyari, Z., & Babanouri, N. (2019). Feasibility of Monte Carlo simulation for predicting deformation modulus of rock mass. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 89, 151-156. doi:https://doi.org/10.1016/j.tust.2019.03.024

- Fossum, A. F. (1985). Effective elastic properties for a randomly jointed rock mass. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 22(6), 467-470. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(85\)90011-7](https://doi.org/10.1016/0148-9062(85)90011-7)
- Galera, J. M., Álvarez, M., & Bieniawski, Z. T. (2005). Evaluation of the deformation modulus of rock masses using RMR. Comparison with dilatometer tests. *Proceedings of the ISP5 - PRESSIO 2005*, (págs. 1-25). París.
- Galera, J. M., Álvarez, M., & Bieniawski, Z. T. (2007). Evaluation of the deformation modulus of rock masses using RMR: Comparison with dilatometer tests. *Proceedings of the ISRM Workshop W1* (págs. 71-77). Madrid (España): Taylor & Francis. doi:<https://doi.org/10.1201/NOE0415450287.CH9>
- Gerrard, C. M. (1982a). Elastic models of rock masses having one, two and three sets of joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 19(1), 15-23. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(82\)90706-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(82)90706-9)
- Gerrard, C. M. (1982b). Equivalent elastic moduli of a rock mass consisting of orthorhombic layers. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 19(1), 9-14. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(82\)90705-7](https://doi.org/10.1016/0148-9062(82)90705-7)
- Gerrard, C. M. (1982c). Joint compliances as a basis for rock mass properties and the design of supports. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 19(6), 285-305. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(82\)91365-1](https://doi.org/10.1016/0148-9062(82)91365-1)
- Ghamgosar, M., Fahimifar, A., & Rasouli, V. (2010). Estimation of Rock Mass Deformation Modulus From Laboratory Experiments In Karun Dam. *Proceedings of ISRM International Symposium - EUROCK 2010*. Lausanne (Suiza).
- Gholamnejad, J., Bahaaddini, H. R., & Rastegar, M. (2013). Prediction of the deformation modulus of rock masses using Artificial Neural Networks and Regression methods. *Journal of Mining and Environment*, 4(1), 35-43. doi:<https://doi.org/10.22044/jme.2013.144>
- Gokceoglu, C., Sonmez, H., & Kayabasi, A. (2003). Predicting the deformation moduli of rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(5), 701-710. doi:[10.1016/S1365-1609\(03\)00062-5](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(03)00062-5)
- Goodman, R. E. (1976). *Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks*. Saint Paul (EEUU): West Publishing Company.
- Grasso, P., Xu, S., & Mahtab, A. (1993). Problems and promises of index testing of rocks. *Proceedings of 33rd U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*. 30, pág. 278. Santa Fe, Nuevo Méjico: International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(93\)92299-6](https://doi.org/10.1016/0148-9062(93)92299-6)
- Grimstad, E., & Barton, N. (1993). Forty years with the Q-system in Norway and abroad. *Fjellsprengningsteknikk Bergmekanikk/Geoteknikk*.
- Grujic, N. (1974). Ultrasonic testing of foundation rock. *Proceedings of 3rd ISRM congress* (págs. 404-409). Denver, Washington DC: National Academy of Sciences.
- Gupta, A. S., & Rao, K. S. (2000). Weathering effects on the strength and deformational behaviour of crystalline rocks under uniaxial compression state. *Engineering Geology*, 56(3-4), 257-274. doi:[https://doi.org/10.1016/S0013-7952\(99\)00090-3](https://doi.org/10.1016/S0013-7952(99)00090-3)
- Gustkiewicz, J. (1985). Deformation and Failure of Nowa Ruda Sandstone in the triaxial stress state with pressurized gas in the pores. *Archiwum Gornictwa*, 30, 401-424.
- Hart, R., Cundall, P. A., & Lemos, J. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system

- composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 25(3), 117-125. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(88)92294-2
- Heuze, F. E. (1980). Scale effects in the determination of rock mass strength and deformability. *Rock Mechanics*, 12(3-4), 167-192. doi:10.1007/BF01251024
- Hoek, E., & Brown, E. T. (1988). The Hoek–Brown failure criterion - a 1988 update. *Proceedings of the 15th Canadian Rock Mechanics Symposium* (págs. 31-38). Department of Civil Engineering, University of Toronto.
- Hoek, E., & Brown, E. T. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(8), 1165-1186. doi:https://doi.org/10.1016/S1365-1609(97)80069-X
- Hoek, E., & Diederichs, M. S. (2006). Empirical estimation of rock mass modulus. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 43(2), 203-215. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2005.06.005
- Hoek, E., Carranza-Torres, C. T., & Corkum, B. (2002). Hoek-Brown failure criterion - 2002 Edition. *Conference Proceedings of the fifth North American rock mechanics symposium NARMS-TAC*, 1, págs. 267-273. Toronto (Canadá).
- Hönisch, K. (1995). Keynote lecture: Conclusions from 100 constructed power caverns for future planning. *Eurock 93/Lisboa/Portugal, Proceedings - Safety and Environmental Issues in Rock Engineering*, 2, págs. 1013-1027.
- Horii, H., & Yoshida, H. (1994). Constitutive Modeling of Rock Masses Containing Fracturing Joints and Analysis of Large-Scale Excavation. *Proceedings of the 1st North American Rock Mechanics Symposium*. Austin (EEUU).
- Hu, K. X., & Huang, Y. (1993). Estimation of the elastic properties of fractured rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 30(4), 381-394. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(93)91721-T
- Hua, D., Jiang, Q., Liu, R., Gao, Y., & Yu, M. (2021). Rock mass deformation modulus estimation models based on in situ tests. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 54, 5683-5702. doi:https://doi.org/10.1007/s00603-021-02578-w
- Huang, T. H., Chang, C. S., & Yang, Z. Y. (1995). Elastic moduli for fractured rock mass. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 28, 135-144. doi:https://doi.org/10.1007/BF01020148
- Isik, N. S., Ulusay, R., & Doyuran, V. (2008). Deformation modulus of heavily jointed - sheared and blocky greywackes by pressuremeter tests: Numerical, experimental and empirical assessments. *Engineering Geology*, 101(3-4), 269-282. doi:https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2008.06.004
- Itasca. (2020). *Advanced, three dimensional discrete element modeling for geotechnical analysis of rock (3DEC) (Version version 7.0)*. Minneapolis (USA): Itasca Consulting Group.
- Jasarevic, I., & Kovacevic, M. S. (1996). Analyzing applicability of existing classification for hard carbonate rock in mediterranean area. *Proceedings of EUROCK'96*, (págs. 811-818). Turín (Italia).
- Jiang, Q., Cui, J., Feng, X.-T., Zhang, Y.-H., Zhang, M.-Z., Zhong, S., & Ran, S.-G. (2017). Demonstration of spatial anisotropic deformation properties for jointed rock mass by an analytical deformation tensor. *Computers and Geotechnics*, 88, 111-128. doi:https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2017.03.009

- Jiang, X.-W., Wan, L., Wang, X.-S., & Wu, X. (2009). Estimation of rock mass deformation modulus using variations in transmissivity and RQD with depth. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(8), 1370-1377. doi:10.1016/j.ijrmms.2009.05.004
- Jiao, F.-y., Wang, H.-d., Li, T., Chen, Y., & Ma, G.-W. (2023). Multi-domain equivalent method for prediction of elastic modulus of complex fractured rock mass. *Journal of Mountain Science*, 20, 859-872. doi:https://doi.org/10.1007/s11629-022-7387-5
- Kachanov, M. L. (1982). A microcrack model of rock inelasticity part I: Frictional sliding on microcracks. *Mechanics of Materials*, 1(1), 19-27. doi:https://doi.org/10.1016/0167-6636(82)90021-7
- Kallu, R. R., Keffeler, E. R., Watters, R. J., & Agharazi, A. (2015). Development of a multivariate empirical model for predicting weak rock mass modulus. *International Journal of Mining Sciences and Technology*, 25(4), 545-552. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2015.05.005
- Kang, S.-S., Kim, H.-Y., & Jang, B.-A. (2013). Correlation of in situ modulus of deformation with degree of weathering, RMR and Q-system. *Environmental Earth Sciences*, 69, 2671-2678. doi:https://doi.org/10.1007/s12665-012-2088-y
- Katz, O., Reches, Z., & Roegiers, J. C. (2000). Evaluation of mechanical rock properties using a Schmidt Hammer. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 37(4), 723-728. doi:https://doi.org/10.1016/S1365-1609(00)00004-6
- Kayabasi, A., Gokceoglu, C., & Ercanoglu, M. (2003). Estimating the deformation modulus of rock masses: A comparative study. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(1), 55-63. doi:10.1016/S1365-1609(02)00112-0
- Kemeny, J., & Cook, N. G. (1986). Effective moduli, non-linear deformation and strength of a cracked elastic solid. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 23(2), 107-118. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(86)90337-2
- Khabbazi, A., Ghafoori, M., Lashkaripour, G. R., & Cheshomi, A. (2012). Estimation of the rock mass deformation modulus using a rock classification system. *Geomechanics and Geoengineering*, 8(1), 46-52. doi:https://doi.org/10.1080/17486025.2012.695089
- Kim, G. (1993). Revaluation of geomechanics classification of rock mass". *Geotechnical Engineering and Tunneling Technology, Korean Geotechnical Society Spring National Conference*, (págs. 33-40). Seúl (Corea).
- King, M. S. (1983). Static and dynamic elastic properties of rocks from the Canadian shield. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 20(5), 237-241. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(83)90004-9
- Kondner, R. L., & ASCE. (1963). Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 89(1), 115-143. doi:https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0000479
- Konstantinos, D., & Davood, F. (2023). Assessing the Strength and Deformation Properties of Serpentinite Rocks in Dry and Saturated Conditions. *Iranian Journal of Science*, 79, 1169-1178. doi:https://doi.org/10.1007/s40995-023-01512-9(0123456789).,-volV)(0123456789,-().volV
- Kulatilake, P. S., Wang, S., & Stephansson, O. (1993). Effect of finite size joints on the deformability of jointed rock in three dimensions. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 30(5), 479-501. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(93)92216-D

- Kulhawy, F. H., & Ingraffea, A. R. (1978). Geomechanical Model for Settlement of Long Dams on Discontinuous Rock Masses. *ISRM International Symposium*. Rio de Janeiro.
- Kuvik, M., Kopecký, M., & Frankovská, J. (2019). Deformation modulus determination from pressuremeter and dilatometer tests for crystalline rock. *Conference Series: Materials Science and Engineering*. 471. IOP Publishing Ltd. doi:10.1088/1757-899X/471/4/042010
- L'A.F.T.E.S. (2003). Recommandations relatives à la caractérisation des massifs rocheux utile à l'étude et à la réalisation des ouvrages souterrains.
- Labrie, D., Conlon, B., Anderson, T., & Boyle, R. F. (2004). Measurement of in situ deformability in hard rock. *Proceedings ISC-2 on Geotechnical and Geophysical Site Characterization* (págs. 963-970). Oporto (Portugal): Mildpress.
- Lashkaripour, G. R. (2002). Predicting mechanical properties of mudrock from index parameters. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 61, 73-77.
- Leite, M. H., & Ferland, F. (2001). Determination of unconfined compressive strength and Young's modulus of porous materials by indentation tests. *Engineering Geology*, 59(3-4), 267-780. doi:https://doi.org/10.1016/S0013-7952(00)00081-8
- Lemos, J., Hart, R. D., & Cundall, P. A. (1985). A generalized distinct element program for modelling jointed rock mass. *Proceedings of the International Symposium of Fundamentals of Rock Joints*, (págs. 335-343). Björklinden.
- Li, C. (2001). A Method for Graphically Presenting the Deformation Modulus of Jointed Rock Masses. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 34, 67-75. doi:https://doi.org/10.1007/s006030170027
- Liang, Z., Wu, N., Li, Y., Li, H., & Li, W. (2019). Numerical Study on Anisotropy of the Representative Elementary Volume of Strength and Deformability of Jointed Rock Masses. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 52, 4387-4402. doi:https://doi.org/10.1007/s00603-019-01859-9
- Lorig, L. J., Brady, B. H., & Cundall, P. A. (1986). Hybrid distinct element-boundary element analysis of jointed rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 23(4), 303-312. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(86)90642-X
- Lyakhovsky, V., Reches, Z., Weinberger, R., & Thurman, E. S. (1997). Non – linear elastic behaviour of damaged rocks. *Geophysical Journal International*, 130(1), 157-166. doi:https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb00995.x
- Mandelbrot, B. (1967). How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension. *Science*, 156(3775), 636-638. doi:https://doi.org/10.1126/science.156.3775.636
- Martínez-Martínez, J., Benavente, D., & García-del-Cura, M. A. (2012). Comparison of the static and dynamic elastic modulus in carbonate rocks. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 71, 263-268. doi:https://doi.org/10.1007/s10064-011-0399-y
- McCann, D. M., & Entwisle, D. C. (1992). Determination of Young's modulus of the rock mass from geophysical well logs. *Geological Society, London, Special Publications*, 65, 317-325. doi:https://doi.org/10.1144/GSL.SP.1992.065.01.24
- Mehrotra, V. K. (1992). *Estimation of engineering parameters of rock mass*. Roorkee: Universidad de Roorkee.
- Min, K.-B., & Jing, L. (2003). Numerical determination of the equivalent elastic compliance tensor for fractured rock masses using the distinct element method. *International*

- Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(6), 795-816. doi:[https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(03\)00038-8](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(03)00038-8)
- Mindlin, R. D. (1949). Compliance of Elastic Bodies in Contact. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 16(3), 259-268.
- Mitri, H. S., Edrissi, R., & Henning, J. (1994). Finite Element Modeling of Cable Bolted Stopes in Hard Rock Ground Mines. *Proceedings of SME Annual Conference*, (págs. 94-116). Albuquerque.
- Mohammadi, M., & Ajalloeian, R. (2014). Estimation of limestone rock mass deformation modulus using empirical equations. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 73, 541-550. doi:<https://doi.org/10.1007/s10064-013-0530-3>
- Mohammadi, H., & Rahmamejad, R. (2009). The estimation of rock mass deformation modulus using regression and artificial neural network analysis. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 35(1).
- Morland, L. W. (1976). Elastic anisotropy of regularly jointed media. *Rock mechanics*, 8, 35-48. doi:<https://doi.org/10.1007/BF01239718>
- Múñiz, M., Cano, L., Pardo, F., & Sandoval, N. (2013). Evaluation of the Deformation Modulus of Algeciras Flysch Unit by means of Pressuremeter Tests: Correlation with RMR. *Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Parallel session ISP-6*. París (Francia).
- Nassir, M., Settari, A., & Wan, R. (2013). Joint Stiffness and Deformation Behaviour of Discontinuous Rock. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 49. doi:<http://dx.doi.org/10.2118/2009-059>
- Nejati, H. R., Ghazvinian, A., Moosavi, S. A., & Sarfarazi, V. (2014). On the use of the RMR system for estimation of rock mass deformation modulus. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 73, 531-540. doi:<https://doi.org/10.1007/s10064-013-0522-3>
- Nicholson, G. A., & Bieniawski, Z. T. (1990). A nonlinear deformation modulus based on rock mass classification. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 8, 181-202. doi:<https://doi.org/10.1007/BF01554041>
- Oda, M. (1982). Fabric Tensor for Discontinuous Geological Materials. *Soils and Foundations*, 22(4), 96-108. doi:https://doi.org/10.3208/sandf1972.22.4_96
- Oda, M. (1988). An experimental study of the elasticity of mylonite rock with random cracks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 25(2), 59-69. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(88\)91870-0](https://doi.org/10.1016/0148-9062(88)91870-0)
- Oda, M. (1993). Modern developments in rock structure characterization. En J. A. Hudson (Ed.), *Comprehensive rock engineering* (Vol. 1, págs. 185-200). Pergamon. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(94\)90481-2](https://doi.org/10.1016/0148-9062(94)90481-2)
- Oda, M., Suzuki, K., & Maeshibu, T. (1984). Elastic Compliance for Rock-Like Materials with Random Cracks. *Soils and Foundations*, 24(3), 27-40. doi:https://doi.org/10.3208/sandf1972.24.3_27
- Ohen, H. A. (2003). Calibrated Wireline Mechanical Rock Properties Model for Predicting and Preventing Wellbore Collapse and Sanding. *Proceedings of SPE European Formation Damage Conference*. La Haya (Holanda). doi:<https://doi.org/10.2118/82236-MS>
- O'Neill, M. W., & Reese, L. C. (1999). Report FHWA-IF-99-025. En F. H. (FHWA), *Drilled Shafts: Construction Procedures and Design Methods* (pág. 758). Washington D.C.

- Palchik, V. (2011). On the Ratios between Elastic Modulus and Uniaxial Compressive Strength of Heterogeneous Carbonate Rocks. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 44, 121-128. doi:<https://doi.org/10.1007/s00603-010-0112-7>
- Palmström. (1996). A System for Characterizing Rock Mass Strength for Use in Rock Engineering. *Journal of Rock Mechanics and Tunneling Technology*, 1, 69-108.
- Palmström, A. (1996). Characterizing rock masses by Rmi for use in practical rock engineering, Part 2: Some practical applications of the Rock Mass index (Rmi). *Tunnelling Underground Space Technology*, 11(3), 287-303.
- Palmström, A., & Singh, R. (2001). The deformation modulus of rock masses — comparisons between in situ tests and indirect estimates. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 16(2), 115-131. doi:10.1016/S0886-7798(01)00038-4
- Pappalardo, G. (2015). Correlation Between P-Wave Velocity and Physical–Mechanical Properties of Intensely Jointed Dolostones, Peloritani Mounts, NE Sicily. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 48, 1711-1721. doi: <https://doi.org/10.1007/s00603-014-0607-8>
- Pappalardo, G., & Mineo, S. (2022). Static elastic modulus of rocks predicted through regression models and Artificial Neural Network. *Engineering Geology*, 106829. doi:<https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2022.106829>
- Priest, S. D., & Hudson, J. A. (1976). Discontinuity spacings in rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 13(5), 135-148. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(76\)90818-4](https://doi.org/10.1016/0148-9062(76)90818-4)
- Rabbani, E., Sharif, F., Koolivand, M., & Moradazdeh, A. (2012). Application of neural network technique for prediction of uniaxial compressive strength using reservoir formation properties. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 56, 100-111. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2012.07.033>
- Ramamurthy, T. (2001). Shear strength response of some geological materials in triaxial compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 38(5), 683-697. doi:[https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(01\)00035-1](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(01)00035-1)
- Ramamurthy, T. (2004). A geo-engineering classification for rocks and rock masses. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 41, 89-101. doi:10.1016/S1365-1609(03)00078-9
- Read, S. A., Perrin, N. D., & Richards, L. R. (1999). Applicability of the Hoek-Brown Failure Criterion to New Zealand Greywacke Rocks. *Proceedings of the 9th ISRM Congress*. París (Francia).
- Reddish, D. J., Mohammad, N., & Stace, L. R. (1997). The relation between in situ and laboratory rock properties used in numerical modelling. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(2), 289-297. doi:[https://doi.org/10.1016/S0148-9062\(96\)00060-5](https://doi.org/10.1016/S0148-9062(96)00060-5)
- Rezaei, M., Asadizadeh, M., Majdi, A., & Houssaini, M. F. (2015). Prediction of representative deformation modulus of longwall panel roof rock strata using Mamdani fuzzy system. *International Journal of Mining Science and Technology*, 25, 23-30.
- Roscoe, K. H., & Burland, J. B. (1968). On the Generalized Stress-Strain Behavior of Wet Clays. En J. Heyman, & F. A. Leckie, *Engineering Plasticity* (págs. 535–609). Cambridge University Press. doi:[https://doi.org/10.1016/0022-4898\(70\)90160-6](https://doi.org/10.1016/0022-4898(70)90160-6)
- Rowe, R. K., & Armitage, H. H. (1984). *The design of piles socketed into weak rock*. Ontario (Canadá): Research Report GEOT_11_84, Faculty of Engineering Science, University of Western Ontario.

- Sachpazis, C. I. (1990). Correlating schmidt hardness with compressive strength and young's modulus of carbonate rocks. *Bulletin of the International Association of Engineering Geology*, 42, 75-83. doi:<https://doi.org/10.1007/BF02592622>
- Salamon, M. D. (1968). Elastic moduli of a stratified rock mass. *International journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 5(6), 519-527. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(68\)90039-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(68)90039-9)
- Sanei, M., Rahmati, A., Faramarzi, L., Goli, S., & Mehinrad, A. (2013). Estimation of rock mass deformation modulus in Bakhtiary Dam Project in Iran. *Proceedings of Conference ISRM SINOROCK 2013*. Shanghai (China).
- Sari, M. (2018). Investigating Relationships between Engineering Properties of Various Rock Types. *Global Journal of Earth Science and Engineering*, 5, 1-25. doi:<https://doi.org/10.15377/2409-5710.2018.05.1>
- Serafim, J. L., & Pereira, J. P. (1983). Considerations on the Geomechanical Classification of Bieniawski. *Proceedings of International Symposium on Engineering Geology and Underground Openings*, (págs. 1133-1144). Lisboa (Portugal).
- Serrano González, A. (2004). *Mecánica de las rocas II: Propiedades de las rocas*.
- Serrano, A., & Soriano, A. (1986). Numerical model for jointed media. *2nd International Symposium on Numerical Models in Geomechanics*. Ghent.
- Serrano, A., Olalla, C., & Galindo, R. Á. (2014). Micromechanical basis for shear strength of rock discontinuities. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 70, 33-46.
- Shahverdiloo, M. R. (2021). A New Correlation to Predict Rock Mass Deformability Modulus Considering Loading Level of Dilatometer Tests. *Geotechnical and Geological Engineering*, 39, 5517–5528. doi:<https://doi.org/10.1007/s10706-021-01842-8>
- Shalabi, F. I., Cording, E. J., & Al-Hattamleh, O. H. (2007). Estimation of rock engineering properties using hardness tests. *Engineering Geology*, 90, 138-147. doi:<https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2006.12.006>
- Shen, J., Karakus, M., & Xu, C. (2012). A comparative study for empirical equations in estimating deformation modulus of rock masses. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 32, 245-250. doi:<https://doi.org/10.1016/j.tust.2012.07.004>
- Shi, G. H. (1988). *Discontinuous deformation analysis - A new model for the static and dynamics of block systems*. University of Berkeley, California.
- Simon, R., & Deng, D. (2009). Estimation of Scale Effects of Intact Rock Using Dilatometer Tests Results. *GeoHalifax*.
- Singh, B. (1973a). Continuum characterization of jointed rock masses: Part I—The constitutive equations. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 10(4), 311-335. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(73\)90041-7](https://doi.org/10.1016/0148-9062(73)90041-7)
- Singh, B. (1973b). Continuum characterization of jointed rock masses: Part II—Significance of low shear modulus. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 10(4), 337-349. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(73\)90042-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(73)90042-9)
- Singh, B., Villadkar, M. N., Samadhiya, N. K., & Mehrotra, V. K. (1997). Rock mass strength parameters mobilised in tunnels. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 12(1), 47-54. doi:[https://doi.org/10.1016/S0886-7798\(96\)00060-0](https://doi.org/10.1016/S0886-7798(96)00060-0)

- Singh, R., & Bashin, R. (1996). Q-System and deformability of rock masses. *Proceedings of conference on recent advances in tunnelling technology*, (págs. 57-67). Nueva Delhi (India).
- Sonmez, H., Gokceoglu, C., & Ulusay, R. (2004). Indirect determination of the modulus of deformation of rock masses based on the GSI system. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(5), 849-857. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2003.01.006>
- Sonmez, H., Gokceoglu, C., Nefeslioglu, H. A., & Kayabasi, A. (2006). Estimation of rock modulus: For intact rocks with an artificial neural network and for rock masses with a new empirical equation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 43, 224-235. doi:[10.1016/j.ijrmms.2005.06.007](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2005.06.007)
- Starzec, P. (1999). Dynamic elastic properties of crystalline rocks from south-west Sweden. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36(2), 265-272. doi:[https://doi.org/10.1016/S0148-9062\(99\)00011-X](https://doi.org/10.1016/S0148-9062(99)00011-X)
- Stephens, R. E., & Banks, D. C. (1989). Moduli for deformation studies of the foundation and abutments of the Portugues Dam—Puerto Rico. *The 30th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*, (págs. 31-38). Morgantown (US).
- Tan, X., Zhao, M., Zhu, Z., & Jin, Y. (2019). Elastic Properties Calibration Approach for Discrete Element Method Model Based on Voronoi Tessellation Method. *Geotechnical and Geological Engineering*, 37, 2227-2236. doi:<https://doi.org/10.1007/s10706-018-0682-9>
- Torbica, S., & Lapčević, V. (2019). A model for estimation of stress-dependent deformation modulus of rock mass. *International Journal of Mining and Geo-Engineering*, 53(1), 63-67. doi:<https://doi.org/10.22059/ijmge.2018.255295.594729>
- Trunk, U., & Floss, R. (1991). Verwendung von vorinformationen bei der planung von krafthauskavernen im fels. *7th International Congress in Rock*, (págs. 1223-1226).
- Tse, R., & Cruden, D. M. (1979). Estimating joint roughness coefficients. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 16(5), 303-307. doi:[http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062\(79\)90241-9](http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(79)90241-9)
- Tuğrul, A., & Zarif, I. H. (1999). Correlation of mineralogical and textural characteristics with engineering properties of selected granitic rocks from Turkey. *Engineering Geology*, 51(4), 303-317. doi:[https://doi.org/10.1016/S0013-7952\(98\)00071-4](https://doi.org/10.1016/S0013-7952(98)00071-4)
- Tugrul, A., & Zarif, I. H. (2000). Engineering aspects of limestone weathering in Istanbul, Turkey. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 58, 191-206. doi:<https://doi.org/10.1007/s100640050075>
- U.S. Department of Transportation Federal Highway Administration (FHWA). (2010). *Drilled Shafts: Construction Procedures and Design Methods*. Washington D.C.
- Uriel, S., & Serrano, A. (1972). Propiedades tenso-deformacionales de las diaclasas. *Congreso Hispano-Luso de geología Económica E-5-26*, (págs. 271-286).
- Van Heerden, W. L. (1987). General relations between static and dynamic moduli of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 24(6), 381-385. doi:[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(87\)92262-5](https://doi.org/10.1016/0148-9062(87)92262-5)
- Ván, P., & Vászárhelyi, B. (2010). Relation of rock mass characterization and damage. *Rock Engineering in Difficult Ground Conditions (Soft Rock and Karst)*.
- Vászárhelyi, B., & Kovács, D. (2017). Empirical methods of calculating the mechanical parameters of the rock mass. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 61(1), 39-50. doi:<https://doi.org/10.3311/PPci.10095>

- Verman, M., Singh, B., Viladkar, M. N., & Jethwa, J. L. (1997). Effect of tunnel depth on modulus of deformation of rock mass. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 30(3), 121-127. doi:10.1007/BF01047388
- Vychytil, J., & Horii, H. (1998). Micromechanics-based continuum model for hydraulic fracturing of jointed rock masses during HDR stimulation. *Mechanics of Materials*, 28(1-4), 123-135. doi:https://doi.org/10.1016/S0167-6636(97)00061-6
- Wu, F. (1988). A 3D model of a jointed rock mass and its deformation properties. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 6, 169-176. doi:https://doi.org/10.1007/BF00880806
- Wyllie, D. C., & Mah, C. W. (2004). *Rock Slope Engineering. Civil and mining. Fourth Edition*. Abingdon, Oxford, England: The Institute of Mining and Metallurgy.
- Xu, S., Grasso, P., & Mahtab, A. (1990). Use of Schmidt hammer for estimating mechanical properties of weak rock. *Proceedings of 6th International IAEG Congress*, 1, págs. 511-519. Balkema (Rotterdam).
- Yagiz, S. (2009). Predicting uniaxial compressive strength, modulus of elasticity and index properties of rocks using the Schmidt hammer. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 68, 55-63. doi:https://doi.org/10.1007/s10064-008-0172-z
- Yang, J. P., Chen, W. Z., Yang, D. S., & Tian, H. M. (2016). Estimation of Elastic Moduli of Non-persistent Fractured Rock. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49, 1977-1983. doi:https://doi.org/10.1007/s00603-015-0806-y
- Yang, J. P., Chen, W. Z., Yang, D. S., & Tian, H. M. (2016). Estimation of Elastic Moduli of Non-persistent Fractured Rock Masses. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49, 1977-1983. doi:https://doi.org/10.1007/s00603-015-0806-y
- Yang, K. (2006). *Analysis of laterally loaded drilled shafts in rock*. The Graduate Faculty of The University of Akron.
- Yasar, E., & Erdogan, Y. (2004). Correlating sound velocity with the density, compressive strength and Young's modulus of carbonate rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(5), 871-875. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2004.01.012
- Yilmaz, I. (2010). Influence of water content on the strength and deformability of gypsum. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(2), 342-347. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2009.09.002
- Yilmaz, I., & Sendir, H. (2002). Correlation of Schmidt hardness with unconfined compressive strength and Young's modulus in gypsum from Sivas (Turkey). *Engineering Geology*, 66(3-4), 211-219. doi:https://doi.org/10.1016/S0013-7952(02)00041-8
- Yilmaz, I., & Yuksek, G. (2009). Prediction of the strength and elasticity modulus of gypsum using multiple regression, ANN, and ANFIS models. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(4), 803-810. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2008.09.002
- Yoshida, H., & Horii, H. (2004). Micromechanics-based continuum model for a jointed rock mass and excavation analyses of a large-scale cavern. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(1), 119-145. doi:https://doi.org/10.1016/S1365-1609(03)00080-7
- Yoshinaka, R., & Yamabe, T. (1986). Jointed stiffness and the deformation behavior of discontinuous rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 23(1), 19-28. doi:https://doi.org/10.1016/0148-9062(86)91663-3

- Zeballos, M. E. (1992). *Comportamiento y caracterización de macizos rocosos de alta deformabilidad empleados como cimientos de presas de fábrica*. Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
- Zhang, L. (2010). Method for Estimating the Deformability of Heavily Jointed Rock Masses. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 136(9). doi:[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000344](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000344)
- Zhang, L., & Einstein, H. H. (2004). Using RQD to estimate the deformation modulus of rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(2), 337-341. doi:10.1016/S1365-1609(03)00100-X
- Zhang, Y., He, J.-D., Wei, Y., & Nie, D. (2011). Prediction research of deformation modulus of weak rock zone under in-situ conditions. *Journal of Mountain Science*, 8, 345-353. doi:<https://doi.org/10.1007/s11629-011-2091-x>
- Zhou, Y.-Y., Feng, X.-T., Xu, D.-P., & Fan, Q.-X. (2017). An enhanced equivalent continuum model for layered rock mass incorporating bedding structure and stress dependence. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 97, 75-98. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2017.06.006>
- Zienkiewicz, O. C., & Pande, G. N. (1977). Time-dependent multilaminate model of rocks—a numerical study of deformation and failure of rock masses. (247, Ed.) *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1, 219. doi:<https://doi.org/10.1002/NAG.1610010302>
- Zimmerman, R. W. (1991). *Compressibility of sandstones*. Elsevier.

Anexos

Código de programación del modelo analítico para macizos con juntas rellenas (tipo D)

Este módulo principal de programación debe ejecutarse en la misma carpeta que el módulo auxiliar de ensamblado de matrices, incluido aparte en este anejo.

Código MATLAB principal del programa

```
%% BLOCK 1 - INPUT PARAMETERS

FileData = fopen('DataV5_TypeD.csv','r');

fgets(FileData);
fgets(FileData);
Erm=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;           %Pa
fgets(FileData);
fgets(FileData);
Nu=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);

fgets(FileData);
fgets(FileData);
NF=fscanf(FileData,'%d',[1,1]);

beta=zeros(1,NF);
alpha=zeros(1,NF);
sp=zeros(1,NF);           % (m)
open=zeros(1,NF);         % (m)

fgets(FileData);
fgets(FileData);
fgets(FileData);

for i=1:NF
    fgets(FileData,2);
    alpha(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    fgets(FileData,1);
    beta(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    fgets(FileData,1);
    sp(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    fgets(FileData,1);
    open(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    fgets(FileData);
end

if NF<3
    NF2=3-NF;
    for j=1:NF2
        fgets(FileData);
    end
end
```

```
end
fgets(FileData);
fgets(FileData);

beta=beta*pi/180;
alpha=alpha*pi/180;

Edisc = zeros(1,NF);
Nudisc=zeros(1,NF);
ETdisc=zeros(1,NF);

for i=1:NF
    fgets(FileData,2);
    Edisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;    %Pa
    fgets(FileData,1);
    Nudisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    fgets(FileData,1);
    ETdisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;    %Pa
    fgets(FileData);
end

if NF<3
    for j=1:NF2
        fgets(FileData);
    end
end

clear NF2 j i n

fgets(FileData);
fgets(FileData);
SigmaT=zeros(6,1);

for i=1:6
    SigmaT(i,1)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;    %Pa
    fgets(FileData,1);
end

fclose(FileData);

%% BLOCK 2 - FLEXIBILITY MATRICES OF ROCK MATRIX AND DISCONTINUITIES

Srm=(1/Erm)*[1 0 0 -Nu -Nu 0;0 2*(1+Nu) 0 0 0 0; 0 0 2*(1+Nu) 0 0 0; -Nu 0
0 1 -Nu 0; -Nu 0 0 -Nu 1 0; 0 0 0 0 0 2*(1+Nu)];

%% BLOCK 3.1 - FIRST FAMILY'S EVERYTHING: FROM DISC TENSOR TO ASSEMBLING

Sd1=[1/Edisc(1) 0 0 -Nudisc(1)/ETdisc(1) -Nudisc(1)/ETdisc(1) 0;0
2*(1+Nudisc(1))/Edisc(1) 0 0 0 0; 0 0 2*(1+Nudisc(1))/Edisc(1) 0 0 0; -
Nudisc(1)/Edisc(1) 0 0 1/ETdisc(1) -Nudisc(1)/ETdisc(1) 0; -
Nudisc(1)/Edisc(1) 0 0 -Nudisc(1)/ETdisc(1) 1/ETdisc(1) 0; 0 0 0 0 0
2*(1+Nudisc(1))/ETdisc(1)];

thetaz = -(alpha - 90*pi/180);
thetay= -(90*pi/180-beta);

Tly=[(cos(thetay(1)))^2 0 -sin(2*thetay(1)) 0 (sin(thetay(1)))^2 0;0
cos(thetay(1)) 0 0 0 -sin(thetay(1)); 0.5*sin(2*thetay(1)) 0
cos(2*thetay(1)) 0 -0.5*sin(2*thetay(1)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(1)))^2
```

```

0 sin(2*thetay(1)) 0 (cos(thetay(1)))^2 0; 0 sin(thetay(1)) 0 0 0
cos(thetay(1))];
D1y=[(cos(thetay(1)))^2 0 -0.5*sin(2*thetay(1)) 0 (sin(thetay(1)))^2 0;0
cos(thetay(1)) 0 0 0 -sin(thetay(1)); sin(2*thetay(1)) 0 cos(2*thetay(1)) 0
-sin(2*thetay(1)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(1)))^2 0 0.5*sin(2*thetay(1))
0 (cos(thetay(1)))^2 0; 0 sin(thetay(1)) 0 0 0 cos(thetay(1))];

T1z=[(cos(thetaz(1)))^2 sin(2*thetaz(1)) 0 (sin(thetaz(1)))^2 0 0;-
cos(thetaz(1))*sin(thetaz(1)) (cos(thetaz(1)))^2-(sin(thetaz(1)))^2 0
cos(thetaz(1))*sin(thetaz(1)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(1)) 0 0 sin(thetaz(1));
(sin(thetaz(1)))^2 -sin(2*thetaz(1)) 0 (cos(thetaz(1)))^2 0 0; 0 0 0 0 1 0;
0 0 -sin(thetaz(1)) 0 0 cos(thetaz(1))];
D1z=[(cos(thetaz(1)))^2 0.5*sin(2*thetaz(1)) 0 (sin(thetaz(1)))^2 0 0;-
2*cos(thetaz(1))*sin(thetaz(1)) (cos(thetaz(1)))^2-(sin(thetaz(1)))^2 0
2*cos(thetaz(1))*sin(thetaz(1)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(1)) 0 0 sin(thetaz(1));
(sin(thetaz(1)))^2 -0.5*sin(2*thetaz(1)) 0 (cos(thetaz(1)))^2 0 0; 0 0 0 0
1 0; 0 0 -sin(thetaz(1)) 0 0 cos(thetaz(1))];

[S1loc,TRD1,TD1]=Assembling(1,Srm,Sd1);

S1glb=D1z\ (D1y\S1loc*T1y)*T1z;
S = S1glb;

%%BLOCK 2 - REPETITION FOR SECOND AND THIRD FAMILIES
if NF>1
    Sd2=[1/Edisc(2) 0 0 -Nudisc(2)/ETdisc(2) -Nudisc(2)/ETdisc(2) 0;0
2*(1+Nudisc(2))/Edisc(2) 0 0 0 0; 0 0 2*(1+Nudisc(2))/Edisc(2) 0 0 0; -
Nudisc(2)/Edisc(2) 0 0 1/ETdisc(2) -Nudisc(2)/ETdisc(2) 0; -
Nudisc(2)/Edisc(2) 0 0 -Nudisc(2)/ETdisc(2) 1/ETdisc(2) 0; 0 0 0 0 0
2*(1+Nudisc(2))/ETdisc(2)];

    T2y=[(cos(thetay(2)))^2 0 -sin(2*thetay(2)) 0 (sin(thetay(2)))^2 0;0
cos(thetay(2)) 0 0 0 -sin(thetay(2)); 0.5*sin(2*thetay(2)) 0
cos(2*thetay(2)) 0 -0.5*sin(2*thetay(2)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(2)))^2
0 sin(2*thetay(2)) 0 (cos(thetay(2)))^2 0; 0 sin(thetay(2)) 0 0 0
cos(thetay(2))];
    D2y=[(cos(thetay(2)))^2 0 -0.5*sin(2*thetay(2)) 0 (sin(thetay(2)))^2
0;0 cos(thetay(2)) 0 0 0 -sin(thetay(2)); sin(2*thetay(2)) 0
cos(2*thetay(2)) 0 -sin(2*thetay(2)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(2)))^2 0
0.5*sin(2*thetay(2)) 0 (cos(thetay(2)))^2 0; 0 sin(thetay(2)) 0 0 0
cos(thetay(2))];

    T2z=[(cos(thetaz(2)))^2 sin(2*thetaz(2)) 0 (sin(thetaz(2)))^2 0 0;-
cos(thetaz(2))*sin(thetaz(2)) (cos(thetaz(2)))^2-(sin(thetaz(2)))^2 0
cos(thetaz(2))*sin(thetaz(2)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(2)) 0 0 sin(thetaz(2));
(sin(thetaz(2)))^2 -sin(2*thetaz(2)) 0 (cos(thetaz(2)))^2 0 0; 0 0 0 0 1 0;
0 0 -sin(thetaz(2)) 0 0 cos(thetaz(2))];
    D2z=[(cos(thetaz(2)))^2 0.5*sin(2*thetaz(2)) 0 (sin(thetaz(2)))^2 0 0;-
2*cos(thetaz(2))*sin(thetaz(2)) (cos(thetaz(2)))^2-(sin(thetaz(2)))^2 0
2*cos(thetaz(2))*sin(thetaz(2)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(2)) 0 0 sin(thetaz(2));
(sin(thetaz(2)))^2 -0.5*sin(2*thetaz(2)) 0 (cos(thetaz(2)))^2 0 0; 0 0 0 0
1 0; 0 0 -sin(thetaz(2)) 0 0 cos(thetaz(2))];

    S12=D2y*(D2z*S1glb/T2z)/T2y;

    [S2loc,TRD2,TD2]=Assembling(2,S12,Sd2);
    clear S S12

    S2glb=D2z\ (D2y\S2loc*T2y)*T2z;
    S = S2glb;

```

```

    if NF==3
        Sd3=[1/Edisc(3) 0 0 -Nudisc(3)/ETdisc(3) -Nudisc(3)/ETdisc(3) 0;0
        2*(1+Nudisc(3))/Edisc(3) 0 0 0 0; 0 0 2*(1+Nudisc(3))/Edisc(3) 0 0 0; -
        Nudisc(3)/Edisc(3) 0 0 1/ETdisc(3) -Nudisc(3)/ETdisc(3) 0; -
        Nudisc(3)/Edisc(3) 0 0 -Nudisc(3)/ETdisc(3) 1/ETdisc(3) 0; 0 0 0 0 0
        2*(1+Nudisc(3))/ETdisc(3)];

        T3y=[(cos(thetay(3)))^2 0 -sin(2*thetay(3)) 0 (sin(thetay(3)))^2
        0;0 cos(thetay(3)) 0 0 0 -sin(thetay(3)); 0.5*sin(2*thetay(3)) 0
        cos(2*thetay(3)) 0 -0.5*sin(2*thetay(3)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(3)))^2
        0 sin(2*thetay(3)) 0 (cos(thetay(3)))^2 0; 0 sin(thetay(3)) 0 0 0
        cos(thetay(3))];

        D3y=[(cos(thetay(3)))^2 0 -0.5*sin(2*thetay(3)) 0
        (sin(thetay(3)))^2 0;0 cos(thetay(3)) 0 0 0 -sin(thetay(3));
        sin(2*thetay(3)) 0 cos(2*thetay(3)) 0 -sin(2*thetay(3)) 0; 0 0 0 1 0 0;
        (sin(thetay(3)))^2 0 0.5*sin(2*thetay(3)) 0 (cos(thetay(3)))^2 0; 0
        sin(thetay(3)) 0 0 0 cos(thetay(3))];

        T3z=[(cos(thetaz(3)))^2 sin(2*thetaz(3)) 0 (sin(thetaz(3)))^2 0 0;-
        cos(thetaz(3))*sin(thetaz(3)) (cos(thetaz(3)))^2-(sin(thetaz(3)))^2 0
        cos(thetaz(3))*sin(thetaz(3)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(3)) 0 0 sin(thetaz(3));
        (sin(thetaz(3)))^2 -sin(2*thetaz(3)) 0 (cos(thetaz(3)))^2 0 0; 0 0 0 0 1 0;
        0 0 -sin(thetaz(3)) 0 0 cos(thetaz(3))];

        D3z=[(cos(thetaz(3)))^2 0.5*sin(2*thetaz(3)) 0 (sin(thetaz(3)))^2 0
        0;-2*cos(thetaz(3))*sin(thetaz(3)) (cos(thetaz(3)))^2-(sin(thetaz(3)))^2 0
        2*cos(thetaz(3))*sin(thetaz(3)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(3)) 0 0 sin(thetaz(3));
        (sin(thetaz(3)))^2 -0.5*sin(2*thetaz(3)) 0 (cos(thetaz(3)))^2 0 0; 0 0 0 0
        1 0; 0 0 -sin(thetaz(3)) 0 0 cos(thetaz(3))];

        S123=D3y*(D3z*S2glb/T3z)/T3y;

        [S3loc,TRD3,TD3]=Assembling(3,S123,Sd3);
        clear S S123
        S3glb=D3z\ (D3y\S3loc*T3y)*T3z;
        S = S3glb;
    end
end

sprintf('Flexitility matrix of the complete rock mass \n')
disp(S)

%% BLOCK 6 - STUDY OF THE STRESS-STRAIN STATE OF EACH MICRO MATERIAL

SXM=zeros(NF+2,6);
DXM=zeros(NF+2,6);

EpsilonT=S*SigmaT;
SXM(1,:)=SigmaT';
DXM(1,:)=EpsilonT';

Sigma1G=SigmaT;

if NF>1
    clear Sigma1G
    Sigma2G=SigmaT;
    if NF==3
        Sigma3L=T3y*(T3y*SigmaT);
        Sigma3D=TD3\Sigma3L;
        Epsilon3D=Sd3*Sigma3D;
    end
end

```

```

        Sigma2RM=TRD3*Sigma3D;
        clear Sigma2G
        Sigma2G=T3z\ (T3y\Sigma2RM);

        SXM(5,:)=Sigma3D';
        DXM(5,:)=Epsilon3D';
        clear Sigma3D Sigma2RM Sigma3L Epsilon3D
    end

        Sigma2L=T2y* (T2z*Sigma2G);
        Sigma2D=TD2\Sigma2L;
        Epsilon2D=Sd2*Sigma2D;
        Sigma1RM=TRD2*Sigma2D;
        Sigma1G=T2z\ (T2y\Sigma1RM);

        SXM(4,:)=Sigma2D';
        DXM(4,:)=Epsilon2D';

        clear Sigma2D Sigma2G Sigma1RM Sigma2L Epsilon2D
end

Sigma1L =T1y* (T1z*Sigma1G);
Sigma1D=TD1\Sigma1L;
Epsilon1D=Sd1*Sigma1D;
SigmaRM=TRD1*Sigma1D;
EpsilonRM=Srm*SigmaRM;

SXM(3,:)=Sigma1D';
SXM(2,:)=SigmaRM';
DXM(3,:)=Epsilon1D';
DXM(2,:)=EpsilonRM';

clear Sigma1D Sigma1G SigmaRM Sigma1L Epsilon1D EpsilonRM

%% BLOCK 7 - WRITING THE RESULTS
FileR=fopen('DeformResultsV5_TypeD.csv','w');
fprintf(FileR,'%s \r\n','Global compliance matrix S results in global
coordinates');
fprintf(FileR,'1.0e-6 \r\n');

for k=1:6
    for j=1:5
        fprintf(FileR,'%8.6f;',S(k,j)*10^6);
    end
    fprintf(FileR,'%8.6f; \r\n',S(k,6)*10^6);
end

fprintf(FileR,'\r\n Stress and strain state of the rock mass: global
coordinates \r\n');
fprintf(FileR,' ;xx;xy;xz;yy;zz;yz;Units \r\n');
fprintf(FileR,'Stress:;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;kPa
\r\n',SXM(1,:)/1000);
fprintf(FileR,'Strains:;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;10^-3
\r\n',DXM(1,:)*10^3);

fprintf(FileR,'\r\n Stress and strain state of the rock matrix: locals of
1st family \r\n');
fprintf(FileR,' ;xx;xy;xz;yy;zz;yz;Units\r\n');
fprintf(FileR,'Stress:;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;kPa
\r\n',SXM(2,:)/1000);

```

```
fprintf(FileR,'Strains:;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;10^-3
\r\n',DXM(2,:)*10^3);

fprintf(FileR,'\r\n Stress and strain state of the 1st family: locals of
1st family \r\n');
fprintf(FileR,' ;xx;xy;xz;yy;zz;yz;Units\r\n');
fprintf(FileR,'Stress:;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;kPa
\r\n',SXM(3,:)/1000);
fprintf(FileR,'Strains:;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;10^-3
\r\n',DXM(3,:)*10^3);

if NF>1
    fprintf(FileR,'\r\n Stress and strain state of the 2nd family: locals of
2nd family \r\n');
    fprintf(FileR,' ;xx;xy;xz;yy;zz;yz;Units\r\n');
    fprintf(FileR,'Stress:;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;kPa
\r\n',SXM(4,:)/1000);
    fprintf(FileR,'Strains:;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;10^-3
\r\n',DXM(4,:)*10^3);
    if NF==3
        fprintf(FileR,'\r\n Stress and strain state of the 3rd family: locals
of 3rd family \r\n');
        fprintf(FileR,' ;xx;xy;xz;yy;zz;yz;Units\r\n');
        fprintf(FileR,'Stress:;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;kPa
\r\n',SXM(5,:)/1000);
        fprintf(FileR,'Strains:;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;%0.5f;10^-3
\r\n',DXM(5,:)*10^3);
    end
end

fclose(FileR);
```

Archivo de texto de parámetros de entrada

Ejemplo de archivo de texto (CSV) empleado para lectura de los parámetros de entrada.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Propiedades de la roca matriz							
2	Módulo de deformación E (kPa)							
3	10000							
4	Coeficiente de Poisson (-)							
5	0.25							
6	Número de familias							
7	2							
8	Orientación y geometría de discontinuidades							
9	Familia	Dirección de buzamiento (deg)	Buzamiento (deg)	Espaciamiento (m)	Apertura (m)			
10	1	45	54.74	1	0.1			
11	2	135	54.74	1	0.1			
12	3							
13	Modelo constitutivo de discontinuidades							
14	Familia	Young Modulus E (kPa)	Poisson Coefficient Nu	Transversal Young Modulus E (kPa)				
15	1	1000	0.25	300				
16	2	1000	0.25	300				
17	3							
18	Tensor de tensiones en el punto de estudio (kPa)							
19	sigmax	tauxy	tauxz	sigmay	sigmaz	tauzy		
20	500	120	-125	400	560	150		
21								

Archivo de texto de salidas del programa

Ejemplo de archivo de texto (CSV) emitido por el programa tras el cálculo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Matriz de flexibilidad global del macizo (S) en coordenadas globales:									
2	1.0e-6									
3	0.109920	0.001531	0.005999	-0.027713	-0.027742	-0.001188				
4	0.001487	0.265649	0.000255	0.001487	-0.001231	0.000971				
5	0.005810	0.000248	0.265547	-0.004831	0.005811	0.000249				
6	-0.027712	0.001526	-0.004637	0.109928	-0.027711	0.001526				
7	-0.027742	-0.001188	0.006000	-0.027713	0.109918	0.001531				
8	-0.001232	0.000971	0.000256	0.001487	0.001487	0.265649				
9										
10	Tensiones y deformaciones en el macizo: coordenadas globales:									
11		xx	xy	xz	yy	zz	yz	Units		
12	Tensión:	500.000	120.000	-125.000	400.000	560.000	150.000	kPa		
13	Deformación:	2.759.507	3.264.038	-2.889.936	1.558.892	3.593.544	4.074.358	10 ⁻³		
14										
15	Tensiones y deformaciones sobre la roca matriz. Coordenadas locales de la primera familia:									
16		xx	xy	xz	yy	zz	yz	Units		
17	Stress:	586.245	72.416	0.832	333.970	554.332	190.979	kPa		
18	Strains:	3.641.694	1.810.393	0.20797	488.264	3.242.777	4.774.485	10 ⁻³		
19										
20	Tensiones y deformaciones sobre las discontinuidades de la primera familia. Coordenadas locales de la primera familia:									
21		xx	xy	xz	yy	zz	yz	Units		
22	Stress:	586.245	72.416	0.832	62.781	69.392	5.729	kPa		
23	Strains:	47.610.057	18.103.933	207.975	488.264	3.242.777	4.774.485	10 ⁻³		
24										
25	Tensiones y deformaciones sobre las discontinuidades de la segunda familia. Coordenadas locales de la segunda familia:									
26		xx	xy	xz	yy	zz	yz	Units		
27	Stress:	223.327	51.032	43.571	38.379	41.023	-0.011	kPa		
28	Strains:	15.715.832	12.758.035	10.892.738	3.791.218	4.892.950	-0.09237	10 ⁻³		
29										

Código de programación del modelo analítico para macizos con juntas sin relleno (tipo A)

El módulo principal de programación incluido en este anejo debe ejecutarse en la misma carpeta que los dos módulos auxiliares adjuntos, puesto que se trata de un único programa descompuesto en funciones para su optimización. A su vez, debe incluirse en la carpeta de cálculo el módulo auxiliar de ensamblado de matrices, incluido aparte en este anejo.

Código MATLAB principal del programa

```
%%BLOCK 1 - READING Parameters

FileData = fopen('DataV5_TypeA.csv','r');

fgets(FileData);
fgets(FileData);
Erm=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;           %Pa
fgets(FileData);
fgets(FileData);
Nu=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
fgets(FileData);
fgets(FileData);
NF=fscanf(FileData,'%d',[1,1]);

global sp open persist

beta=zeros(1,NF);
alpha=zeros(1,NF);
sp=zeros(1,NF);           % (m)
open=zeros(1,NF);         % (m)
persist=zeros(1,NF);      % (m2)

fgets(FileData);
fgets(FileData);
fgets(FileData);

for i=1:NF
    fgets(FileData,2);
    alpha(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);      %deg
    fgets(FileData,1);
    beta(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);        %deg
    fgets(FileData,1);
    sp(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);          %m
    fgets(FileData,1);
    open(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);        %m
    fgets(FileData,1);
    persist(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);     %m2
    fgets(FileData);
end

if NF<3
    NF2=3-NF;
    for j=1:NF2
        fgets(FileData);
    end
end
```

end

```
fgets(FileData);
fgets(FileData);
fgets(FileData);
```

```
beta=beta*pi/180;
alpha=alpha*pi/180;
```

```
global Gdisc Nudisc Rdisc f anglej rhodisc unM uxyM uxzM c sigmadisc
```

```
Gdisc = zeros(1,NF);
Nudisc=zeros(1,NF);
Rdisc=zeros(1,NF);           % (m)
fBdisc=zeros(1,NF);          % (rad)
anglej=zeros(1,NF);          % (deg in file, rad here)
tauxydisc=zeros(1,NF);       % (Pa)
tauxzdisc=zeros(1,NF);       % (Pa)
sigmadisc=zeros(1,NF);       % (Pa)
rhodisc=zeros(1,NF);
unM=zeros(1,NF);             % (m)
uxyM=zeros(1,NF);            % (m)
uxzM=zeros(1,NF);            % (m)
Ef = zeros(1,NF);            % (Pa)
Nuf=zeros(1,NF);
```

```
f=zeros(1,NF);
c=zeros(1,NF);
```

```
for i=1:NF
    fgets(FileData,2);
    Gdisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;           %Pa
    fgets(FileData,1);
    Nudisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    %dimensionless
    c(1,i)=2*(1-Nudisc(1,i))/(2-Nudisc(1,i));
    %dimensionless c auxiliary value
    fgets(FileData,1);
    Rdisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    %m
    fgets(FileData,1);
    fBdisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*pi/180;         %rad
    f(1,i)=tan(fBdisc(1,i));
    %dimensionless
    fgets(FileData,1);
    anglej(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*pi/180;         %rad
    fgets(FileData,1);
    sigmadisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;         %Pa
    fgets(FileData,1);
    tauxydisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;         %Pa
    fgets(FileData,1);
    tauxzdisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000;         %Pa
    fgets(FileData,1);
    rhodisc(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    %contacts/m2
    fgets(FileData,1);
    unM(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    %m
    fgets(FileData,1);
```

```

    uxyM(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    %m
    fgets(FileData,1);
    uxzM(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    %m
    fgets(FileData,1);
    Ef(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000; %Pa
    fgets(FileData,1);
    Nuf(1,i)=fscanf(FileData,'%f',[1,1]);
    %dimensionless
    fgets(FileData);
end

if NF<3
    for j=1:Nf2
        fgets(FileData);
    end
end

fgets(FileData);
fgets(FileData);
SigmaT=zeros(6,1);

for i=1:6
    SigmaT(i,1)=fscanf(FileData,'%f',[1,1])*1000; %Pa
    fgets(FileData,1);
end

clear NF2 j i n
fclose(FileData);

%%BLOCK 2 - CONSTITUTIVE TENSOR OF ROCK MATRIX
Srm=(1/Erm)*[1 0 0 -Nu -Nu 0; 0 2*(1+Nu) 0 0 0 0; 0 0 2*(1+Nu) 0 0 0; -Nu 0
0 1 -Nu 0; -Nu 0 0 -Nu 1 0; 0 0 0 0 0 2*(1+Nu)];

%% BLOCK 3.1 - FIRST FAMILY'S EVERYTHING: FROM DISC TENSOR TO ASSEMBLING

global tau utau
tau=zeros(1,NF);
utau=zeros(1,NF);
anglet=zeros(1,NF);

for i=1:Nf
    tau(i)=sqrt((tauxydisc(i))^2+(tauxzdisc(i))^2);
    utau(i)=sqrt((uxyM(i))^2+(uxzM(i))^2);
    anglet(i)=atan(abs(tauxydisc(i)/tauxzdisc(i)));
end

Dlglob=HertzMatrix(1);

Sd1=[Dlglob(1,1) Dlglob(1,2)*0.5/sin(anglet(1))*sign(tauxydisc(1))
Dlglob(1,2)*0.5/cos(anglet(1))*sign(tauxzdisc(1)) 0 0 0;
2*sign(tauxydisc(1))*Dlglob(2,1)*sin(anglet(1)) 2*Dlglob(2,2) 0 0 0 0;
2*sign(tauxzdisc(1))*Dlglob(2,1)*cos(anglet(1)) 0 2*Dlglob(2,2) 0 0 0; -
Nuf(1)/Ef(1) 0 0 1/Ef(1) -Nuf(1)/Ef(1) 0; -Nuf(1)/Ef(1) 0 0 -Nuf(1)/Ef(1)
1/Ef(1) 0; 0 0 0 0 0 2*(1+Nuf(1))/Ef(1)];
clear Dlglob

thetaz = -(alpha - 90*pi/180);
thetay= -(90*pi/180-beta);

```

```

T1y=[(cos(thetay(1)))^2 0 -sin(2*thetay(1)) 0 (sin(thetay(1)))^2 0;0
cos(thetay(1)) 0 0 0 -sin(thetay(1)); 0.5*sin(2*thetay(1)) 0
cos(2*thetay(1)) 0 -0.5*sin(2*thetay(1)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(1)))^2
0 sin(2*thetay(1)) 0 (cos(thetay(1)))^2 0; 0 sin(thetay(1)) 0 0 0
cos(thetay(1))];
D1y=[(cos(thetay(1)))^2 0 -0.5*sin(2*thetay(1)) 0 (sin(thetay(1)))^2 0;0
cos(thetay(1)) 0 0 0 -sin(thetay(1)); sin(2*thetay(1)) 0 cos(2*thetay(1)) 0
-sin(2*thetay(1)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(1)))^2 0 0.5*sin(2*thetay(1))
0 (cos(thetay(1)))^2 0; 0 sin(thetay(1)) 0 0 0 cos(thetay(1))];

T1z=[(cos(thetaz(1)))^2 sin(2*thetaz(1)) 0 (sin(thetaz(1)))^2 0 0;-
cos(thetaz(1))*sin(thetaz(1)) (cos(thetaz(1)))^2-(sin(thetaz(1)))^2 0
cos(thetaz(1))*sin(thetaz(1)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(1)) 0 0 sin(thetaz(1));
(sin(thetaz(1)))^2 -sin(2*thetaz(1)) 0 (cos(thetaz(1)))^2 0 0; 0 0 0 0 1 0;
0 0 -sin(thetaz(1)) 0 0 cos(thetaz(1))];
D1z=[(cos(thetaz(1)))^2 0.5*sin(2*thetaz(1)) 0 (sin(thetaz(1)))^2 0 0;-
2*cos(thetaz(1))*sin(thetaz(1)) (cos(thetaz(1)))^2-(sin(thetaz(1)))^2 0
2*cos(thetaz(1))*sin(thetaz(1)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(1)) 0 0 sin(thetaz(1));
(sin(thetaz(1)))^2 -0.5*sin(2*thetaz(1)) 0 (cos(thetaz(1)))^2 0 0; 0 0 0 0
1 0; 0 0 -sin(thetaz(1)) 0 0 cos(thetaz(1))];

[S1loc,TRD1,TD1]=Assembling(1,Srm,Sd1);

S1glb=D1z\D1y\S1loc*T1y)*T1z;
S = S1glb;

%%BLOCK 3.2 - REPETITION FOR SECOND AND THIRD FAMILIES

if NF > 1
    D2glob=HertzMatrix(2);

    Sd2=[D2glob(1,1) D2glob(1,2)*0.5/sin(anglet(2))*sign(tauxydisc(2))
D2glob(1,2)*0.5/cos(anglet(2))*sign(tauxzdisc(2)) 0 0 0;
2*sign(tauxydisc(2))*D2glob(2,1)*sin(anglet(2)) 2*D2glob(2,2) 0 0 0 0;
2*sign(tauxzdisc(2))*D2glob(2,1)*cos(anglet(2)) 0 2*D2glob(2,2) 0 0 0; -
Nuf(2)/Ef(2) 0 0 1/Ef(2) -Nuf(2)/Ef(2) 0; -Nuf(2)/Ef(2) 0 0 -Nuf(2)/Ef(2)
1/Ef(2) 0; 0 0 0 0 0 2*(1+Nuf(2))/Ef(2)];
    clear D2glob

    T2y=[(cos(thetay(2)))^2 0 -sin(2*thetay(2)) 0 (sin(thetay(2)))^2 0;0
cos(thetay(2)) 0 0 0 -sin(thetay(2)); 0.5*sin(2*thetay(2)) 0
cos(2*thetay(2)) 0 -0.5*sin(2*thetay(2)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(2)))^2
0 sin(2*thetay(2)) 0 (cos(thetay(2)))^2 0; 0 sin(thetay(2)) 0 0 0
cos(thetay(2))];
    D2y=[(cos(thetay(2)))^2 0 -0.5*sin(2*thetay(2)) 0 (sin(thetay(2)))^2 0;0
cos(thetay(2)) 0 0 0 -sin(thetay(2)); sin(2*thetay(2)) 0 cos(2*thetay(2)) 0
-sin(2*thetay(2)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(2)))^2 0 0.5*sin(2*thetay(2))
0 (cos(thetay(2)))^2 0; 0 sin(thetay(2)) 0 0 0 cos(thetay(2))];

    T2z=[(cos(thetaz(2)))^2 sin(2*thetaz(2)) 0 (sin(thetaz(2)))^2 0 0;-
cos(thetaz(2))*sin(thetaz(2)) (cos(thetaz(2)))^2-(sin(thetaz(2)))^2 0
cos(thetaz(2))*sin(thetaz(2)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(2)) 0 0 sin(thetaz(2));
(sin(thetaz(2)))^2 -sin(2*thetaz(2)) 0 (cos(thetaz(2)))^2 0 0; 0 0 0 0 1 0;
0 0 -sin(thetaz(2)) 0 0 cos(thetaz(2))];
    D2z=[(cos(thetaz(2)))^2 0.5*sin(2*thetaz(2)) 0 (sin(thetaz(2)))^2 0 0;-
2*cos(thetaz(2))*sin(thetaz(2)) (cos(thetaz(2)))^2-(sin(thetaz(2)))^2 0
2*cos(thetaz(2))*sin(thetaz(2)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(2)) 0 0 sin(thetaz(2));
(sin(thetaz(2)))^2 -0.5*sin(2*thetaz(2)) 0 (cos(thetaz(2)))^2 0 0; 0 0 0 0
1 0; 0 0 -sin(thetaz(2)) 0 0 cos(thetaz(2))];

```

```

S12=D2y*(D2z*S1glb/T2z)/T2y;

[S2loc,TRD2,TD2]=Assembling(2,S12,Sd2);
clear S S12

S2glb=D2z\ (D2y\S2loc*T2y)*T2z;
S = S2glb;

if NF==3
    D3glob=HertzMatrix(3);

    Sd3=[D3glob(1,1) D3glob(1,2)*0.5/sin(anglet(3))*sign(tauxydisc(3))
D3glob(1,2)*0.5/cos(anglet(3))*sign(tauxzdisc(3)) 0 0 0;
2*sign(tauxydisc(3))*D3glob(2,1)*sin(anglet(3)) 2*D3glob(2,2) 0 0 0 0;
2*sign(tauxzdisc(3))*D3glob(2,1)*cos(anglet(2)) 0 2*D3glob(2,2) 0 0 0; -
Nuf(3)/Ef(3) 0 0 1/Ef(3) -Nuf(3)/Ef(3) 0; -Nuf(3)/Ef(3) 0 0 -Nuf(3)/Ef(3)
1/Ef(3) 0; 0 0 0 0 0 2*(1+Nuf(3))/Ef(3)];
    clear D3glob

    T3y=[(cos(thetay(3)))^2 0 -sin(2*thetay(3)) 0 (sin(thetay(3)))^2 0;0
cos(thetay(3)) 0 0 0 -sin(thetay(3)); 0.5*sin(2*thetay(3)) 0
cos(2*thetay(3)) 0 -0.5*sin(2*thetay(3)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(3)))^2
0 sin(2*thetay(3)) 0 (cos(thetay(3)))^2 0; 0 sin(thetay(3)) 0 0 0
cos(thetay(3))];
    D3y=[(cos(thetay(3)))^2 0 -0.5*sin(2*thetay(3)) 0 (sin(thetay(3)))^2
0;0 cos(thetay(3)) 0 0 0 -sin(thetay(3)); sin(2*thetay(3)) 0
cos(2*thetay(3)) 0 -sin(2*thetay(3)) 0; 0 0 0 1 0 0; (sin(thetay(3)))^2 0
0.5*sin(2*thetay(3)) 0 (cos(thetay(3)))^2 0; 0 sin(thetay(3)) 0 0 0
cos(thetay(3))];

    T3z=[(cos(thetaz(3)))^2 sin(2*thetaz(3)) 0 (sin(thetaz(3)))^2 0 0;-
cos(thetaz(3))*sin(thetaz(3)) (cos(thetaz(3)))^2-(sin(thetaz(3)))^2 0
cos(thetaz(3))*sin(thetaz(3)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(3)) 0 0 sin(thetaz(3));
(sin(thetaz(3)))^2 -sin(2*thetaz(3)) 0 (cos(thetaz(3)))^2 0 0; 0 0 0 0 1 0;
0 0 -sin(thetaz(3)) 0 0 cos(thetaz(3))];
    D3z=[(cos(thetaz(3)))^2 0.5*sin(2*thetaz(3)) 0 (sin(thetaz(3)))^2 0 0;-
2*cos(thetaz(3))*sin(thetaz(3)) (cos(thetaz(3)))^2-(sin(thetaz(3)))^2 0
2*cos(thetaz(3))*sin(thetaz(3)) 0 0; 0 0 cos(thetaz(3)) 0 0 sin(thetaz(3));
(sin(thetaz(3)))^2 -0.5*sin(2*thetaz(3)) 0 (cos(thetaz(3)))^2 0 0; 0 0 0 0
1 0; 0 0 -sin(thetaz(3)) 0 0 cos(thetaz(3))];

S123=D3y*(D3z*S2glb/T3z)/T3y;

[S3loc,TRD3,TD3]=Assembling(3,S123,Sd3);
clear S S123

S3glb=D3z\ (D3y\S3loc*T3y)*T3z;
S = S3glb;
end
end

%% BLOCK 4 - CALCULATION OF STRESS-STRAIN STATE OF JOINTS (LOCALS OF ROCK
MASS) AND MOVEMENTS
SigmaIG=SigmaT;

uNR=zeros(NF,1);
uxyTR=zeros(NF,1);
uxzTR=zeros(NF,1);

```

```
global STJ
STJ=zeros(NF,3);

if NF>1
    clear Sigma1G
    Sigma2G=SigmaT;
    if NF==3

        Sigma3L=T3y*(T3y*SigmaT);
        Sigma3D=TD3\Sigma3L;
        Sigma2RM=TRD3*Sigma3D;
        clear Sigma2G
        Sigma2G=T3z\ (T3y\Sigma2RM);

        STJ(3,:)=[Sigma3D(1) Sigma3D(2) Sigma3D(3)];
        [uNR(3),uxyTR(3),uxzTR(3)] = AdjustHertz(3,10^-6,1000);

        clear Sigma3D Sigma2RM Sigma3L
    end

    Sigma2L=T2y*(T2z*Sigma2G);
    Sigma2D=TD2\Sigma2L;
    Sigma1RM=TRD2*Sigma2D;
    Sigma1G=T2z\ (T2y\Sigma1RM);

    STJ(2,:)=[Sigma2D(1) Sigma2D(2) Sigma2D(3)];
    [uNR(2),uxyTR(2),uxzTR(2)] = AdjustHertz(2,10^-6,1000);

    clear Sigma2D Sigma2G Sigma1RM Sigma2L
end

SigmaDL1 =TD1\ (T1y*(T1z*Sigma1G));

STJ(1,:)=[SigmaDL1(1) SigmaDL1(2) SigmaDL1(3)];
clear SigmaDL1 Sigma1G

[uNR(1),uxyTR(1),uxzTR(1)] = AdjustHertz(1,10^-6,1000);

%BLOCK 5 - COMPARISON BETWEEN INPUT AND REAL NORMAL DISPLACEMENT

errorAN=zeros(NF,1);
errorRN=zeros(NF,1);
errorATxy=errorAN;
errorRTxy=errorRN;
errorATxz=errorAN;
errorRTxz=errorRN;

for i=1:NF
    errorAN(i)=unM(i)-uNR(i);
    errorRN(i)=errorAN(i)/uNR(i)*100;
    errorATxy(i)=uxyM(i)-uxyTR(i);
    errorRTxy(i)=errorATxy(i)/uxyTR(i)*100;
    errorATxz(i)=uxzM(i)-uxzTR(i);
    errorRTxz(i)=errorATxz(i)/uxzTR(i)*100;
end

%% BLOCK 6 - DISPLAY AND WRITING OF RESULTS
sprintf('Compliance matrix of the complete rock mass')
disp(S)
```

```

FileR=fopen('DeformResultsV5_TypeA.csv','w');
fprintf(FileR,'\r\n %s \r\n','Global compliance matrix S results in global
coordinates');
fprintf(FileR,'1.0e-10 \r\n');

for k=1:6
    for j=1:5
        fprintf(FileR,'%8.6f;',S(k,j)*10^10);
    end
    fprintf(FileR,'%8.6f; \r\n',S(k,6)*10^10);
end

fprintf(FileR,'\r\n Stress state of the families of joints - locals of each
family \r\n');
fprintf(FileR,'Family;Normal xx; Shear xy;Shear xz;Units \r\n');

for i=1:NF
    fprintf(FileR,'%d;%0.3f;%0.3f;%0.3f;kPa\r\n',i,STJ(i,1)/1000,STJ(i,2)
/1000,STJ(i,3)/1000);
end

fprintf(FileR,'\r\n Stress state of input - locals of each family of joints
\r\n');
fprintf(FileR,'Family;Normal xx;Shear xy;Shear xz;Units \r\n');

for i=1:NF

fprintf(FileR,'%d;%0.3f;%0.3f;%0.3f;kPa\r\n',i,sigmadisc(1,i)/1000,tauxydis
c(1,i)/1000,tauxzdisc(1,i)/1000);
end

fprintf(FileR,'\r\n Movements of the families of joints - locals of each
family \r\n');
fprintf(FileR,'Family;Normal xx; Shear xy;Shear xz;Units \r\n');

for i=1:NF
    fprintf(FileR,'%d;%0.4f;%0.4f;%0.4f;cm\r\n',i,uNR(i)*100,uxyTR(i)*100
,uxzTR(i)*100);
end

fprintf(FileR,'\r\n Movements of input - locals of each family of joints
\r\n');
fprintf(FileR,'Family;Normal xx;Shear xy;Shear xz;Units \r\n');

for i=1:NF

fprintf(FileR,'%d;%0.4f;%0.4f;%0.4f;cm\r\n',i,unM(i)*100,uxyM(i)*100,uxzM(i)
)*100);
end

fprintf(FileR,'\r\n Stress and strain state of the rock mass: globals
\r\n');
fprintf(FileR,' ;xx;xy;xz;yy;zz;yz;Units \r\n');
fprintf(FileR,'Stress:;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;%0.3f;kPa
\r\n',SigmaT/1000);
EpsilonT=S*SigmaT;
fprintf(FileR,'Strains:;%0.4f;%0.4f;%0.4f;%0.4f;%0.4f;%0.4f;10^-
6\r\n',EpsilonT*10^6);
clear EpsilonT

```

```
fclose(FileR);
```

Módulo auxiliar 1: Ajuste de condiciones iniciales de desplazamiento en juntas

```
function[uxf,uxyf,uxzf] = AdjustHertz(n,tol,niter)

global anglej STJ uxyM uxzM unM f

Q = [cos(anglej(n)) -sin(anglej(n)); sin(anglej(n)) cos(anglej(n))];

tauH=sqrt(STJ(n,2)^2+STJ(n,3)^2);
ut=sqrt(uxyM(n)^2+uxzM(n)^2);
betat=atan(abs(STJ(n,2))/abs(STJ(n,3)));

sloc=(Q')*[STJ(n,1);tauH];
uloc=(Q')*[unM(n);ut];

if abs(sloc(2))>f(n)*sloc(1)
    disp('Equilibrium not achieved for final stresses of family %d',n)
    sprintf('Locals of roughness (kPa): sigma %0.2f tau %0.2f',stloc(1)/1000,stloc(2)/1000)
    sprintf('Globals of family (kPa): sigma %0.2f tau combined %0.2f',STJ(n,1)/1000,tauH/1000)
    return
end

i=1;
vul=[100,100;uloc(1),uloc(2)];
vug=[100,100;unM(n),ut];
dif=[abs(vug(2,1)-vug(1,1)),abs(vug(2,2)-vug(1,2))];

global persist Nudisc Gdisc Rdisc

while (i<=niter)&&((dif(i,1)>tol)||(dif(i,2)>tol))
    vul(i+2,1)=sign(sloc(1))*(abs(sloc(1))*persist(n)^3*(1-Nudisc(n))/(4*Gdisc(n)*sqrt(Rdisc(n))))^(2/3);
    vul(i+2,2)=3*(2-Nudisc(n))/(8*Gdisc(n)*sqrt(abs(Rdisc(n))*vul(i+1,1)))*f(n)*abs(sloc(1))*persist(n)*(1-(1-abs(sloc(2))/(f(n)*abs(sloc(1))))^(2/3));
    A=Q*[vul(i+2,1);vul(i+2,2)];
    vug(i+2,1)=A(1,1);
    vug(i+2,2)=A(2,1);
    dif(i+1,1)=abs(vug(i+2,1)-vug(i+1,1));
    dif(i+1,2)=abs(vug(i+2,2)-vug(i+1,2));
    i=i+1;
end

if i==niter
    disp('Maximum number of iterations was reached without convergence for family %d',n)
    return
else
    uxf=vug(i+1,1);
```

```

uxyf=sign(STJ(n,2))*sin(betat)*vug(i+1,2);
uxzf=sign(STJ(n,3))*cos(betat)*vug(i+1,2);
end

```

Módulo auxiliar 2: Evaluación de condición de equilibrio y montaje de la matriz constitutiva de una familia de juntas sin relleno

```

function[Dglob]=HertzMatrix(n)

global anglej unM utau sigmadisc tau f Gdisc Rdisc Nudisc c rhodisc sp
Q = [cos(anglej(n)) -sin(anglej(n)); sin(anglej(n)) cos(anglej(n))];
uloc=(Q')*[unM(n); utau(n)];
stloc=(Q')*[sigmadisc(n); tau(n)];

if abs(stloc(2))>f(n)*stloc(1)
    disp('Equilibrium not achieved in 1st phase (input) of %d family',n)
    sprintf('Locals of roughness (kPa): sigma %0.2f tau %0.2f',stloc(1)/1000,stloc(2)/1000)
    sprintf('Coords of family (kPa): sigma %0.2f tau combined %0.2f',sigmadisc(n)/1000,tau(n)/1000)
    return
end

Kn=(2*Gdisc(n)*(Rdisc(n)*uloc(1))^0.5)/(3*(1-Nudisc(n)));
xT=c(n)*((1-abs(stloc(2))/(f(n)*stloc(1)))^(1/3));
xD=f(n)*(1-(1-abs(stloc(2))/(f(n)*stloc(1)))^(1/3));

Dloc=1/(rhodisc(n)*sp(n)*Kn)*[1 0; -xD/xT 1/xT];

Dglob=Q*Dloc*(Q');

```

Archivo de texto de parámetros de entrada

Ejemplo de archivo de texto (CSV) empleado para lectura de los parámetros de entrada.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Características de la roca matriz														
2	Módulo de deformación E (kPa)														
3	520000000														
4	Coeficiente de Poisson (-)														
5	0.3														
6	Número de familias (1-3)														
7	2														
8	Distribución geométrica de las familias de juntas														
9	Familia	Dirección de buzamiento (deg)	Buzamiento (deg)	Espaciamiento (m)	Apertura (m)	Persistencia (m2)									
10	1	45	54.74	1	0.01	1									
11	2	100	54.74	1	0.006	1									
12	3														
13	Modelo constitutivo de juntas (ecuaciones de Hertz)														
14	IMPORTANTE: $\tau < \tan(\phi) \cdot \sigma$, si no, no se cumple la condición de equilibrio														
15	Familia	Módulo de corte de la pared de junta G (kPa)	Coeficiente de Poisson de la pared de junta (-)	Radio medio del contacto (m)	Ángulo de rozamiento residual (deg)	Ángulo medio de rugosidad (deg)	Tensión normal en el plano de junta (kPa)	Tensión τ_{xy} en el plano de junta (kPa)	Tensión τ_{xz} en el plano de junta (kPa)	Densidad de contactos (cont/m2)	Desplazamiento u_N en junta (m)	Desplazamiento u_{xy} en junta (m)	Desplazamiento u_{xz} en junta (m)	Módulo transversal E (kPa)	Coeficiente de Poisson transversal (-)
16	1	52000000	0.35	0.0009	25	30	584.839	-41.494	-105.16	1100	0.002168	-0.000927	-0.002349	520000	0
17	2	41600000	0.41	0.001	20	25	402.522	233.025	-93.357	2100	0.002509	0.001436	-0.000575	520000	0
18	3														
19	Tensor de tensiones en el punto de estudio														
20	σ_{max}	τ_{axy}	τ_{axz}	σ_{may}	σ_{maz}	τ_{ayz}									
21	473	139	98	302	174	163									
22															
23															

Archivo de texto de salidas del programa

Ejemplo de archivo de texto (CSV) emitido por el programa tras el cálculo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	Matriz de flexibilidad global del macizo (S) en coordenadas globales								
3	1.0e-10								
4	0.020036	0.000116	0.000099	-0.006070	-0.006132	-0.000497			
5	0.000050	0.051529	-0.000438	0.000332	-0.000436	0.000107			
6	0.000355	0.000177	0.051827	-0.000093	0.000743	0.000352			
7	-0.006049	0.000339	-0.000320	0.020211	-0.005954	0.000465			
8	-0.005875	0.000119	0.001003	-0.005705	0.020556	0.000937			
9	-0.000278	0.000634	0.000296	0.000723	0.000656	0.052369			
10									
11	Tensión calculada sobre cada familia de discontinuidades. Coordenadas locales de cada familia								
12	Family	Normal xx	Shear xy	Shear xz	Units				
13	1	584.106	-42.213	-104.941	kPa				
14	2	402.522	233.025	-93.357	kPa				
15									
16	Tensión INPUT de cada familia de discontinuidades. Coordenadas locales de cada familia								
17	Family	Normal xx	Shear xy	Shear xz	Units				
18	1	584.839	-41.494	-105.160	kPa				
19	2	402.522	233.025	-93.357	kPa				
20									
21	Desplazamientos calculados de cada familia de discontinuidades. Coordenadas locales de cada familia								
22	Family	Normal xx	Shear xy	Shear xz	Units				
23	1	0.2167	-0.0941	-0.2340	cm				
24	2	0.2509	0.1436	-0.0575	cm				
25									
26	Desplazamientos INPUT de cada familia de discontinuidades. Coordenadas locales de cada familia								
27	Family	Normal xx	Shear xy	Shear xz	Units				
28	1	0.2168	-0.0927	-0.2349	cm				
29	2	0.2509	0.1436	-0.0575	cm				
30									
31	Tensiones y deformaciones globales del macizo. Coordenadas globales								
32		xx	xy	xz	yy	zz	yz	Unidades	
33	Tensión	473.000	139.000	98.000	302.000	174.000	163.000	kPa	
34	Deformación	0.6522	0.7185	0.5430	0.2298	-0.0658	0.8854	10 ⁻⁶	
35									
36									

Módulo auxiliar: Código de programación del aparato de ensamblado de matrices

Este módulo de programación interviene en los cálculos de los dos modelos analíticos desarrollados en esta tesis, y debe incluirse en la carpeta de ejecutables para el adecuado funcionamiento del cálculo.

```
function[Sloc,TRD,TD]=Assembling(n,Sm,Sd)

E=blkdiag(eye(3,3),zeros(3,3));
Ec=blkdiag(zeros(3,3),eye(3,3));
I6=eye(6,6);

global open sp

d=open(n)/sp(n);

TRD = (E+Ec*Sm)\(E+Ec*Sd);
TD = (I6+Ec*(1-d)*(TRD-I6));

DRD=(Ec+E/Sm)\(Ec+E/Sd);
DD=I6+E*(d-1)*(I6-DRD);

Sloc=DD*Sd/TD;
```