

Javier Pérez Díaz

*Diseño y fabricación digital de uniones carpinteras:
Empalme de lámina para estructuras laminadas
reticulares de madera*



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID



TRABAJO FIN DE GRADO

Javier Pérez Díaz

*Diseño y fabricación digital de uniones carpinteras:
Empalme de lámina para estructuras laminares reticulares de madera*

DISEÑO Y FABRICACIÓN DIGITAL DE UNIONES CARPINTERAS:
EMPALME DE LÁMINA PARA ESTRUCTURAS LAMINARES RETICULARES DE MADERA

Estudiante

Javier Pérez Díaz

Tutor

Antonio José Lara Bocanegra

Departamento de Física y estructuras de la edificación

Aula TFG 5

María Barbero Liñán, *coordinadora*

Jose Antonio Flores Soto, *adjunto*

Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid

Universidad Politécnica de Madrid

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas las personas que me han ayudado a la elaboración de este Trabajo de Fin de Grado.

A mi tutor, Antonio Lara, por enseñarme y guiarme en todo el proceso.

A Jose María Herranz por ayudarme en el proceso de fabricación.

A Carlos Martínez Criado por sus consejos.

A Manuel Viscasillas por su ayuda en el laboratorio.

A mis padres y mi hermano, Jose Antonio, Bea y Pablo, por apoyarme.

Y a mi novia Zahira por estar siempre a mi lado durante estos 5 años.

Índice

RESUMEN

MARCO DEL TRABAJO

INTRODUCCIÓN

1. ANTECEDENTES

- Uniones carpinteras tradicionales: empalmes
- Estructuras laminares reticulares: clasificación
- Uniones en estructuras laminares reticulares deformadas elásticamente
- Fabricación digital en madera
- El proyecto I + D + i

OBJETIVO

2. MATERIALES Y MÉTODOS

- Material
- Mecanizado
- Digitalización de empalmes tradicionales
- Nuevas propuestas de empalme de lámina
- Método de ensayo

3. RESULTADOS

- Rigidez y resistencia del empalme
- Modos de fallo
- Tres empalmes destacados

CONCLUSIONES

FUENTES

- Bibliografía
- Procedencia de las ilustraciones

Resumen

Este es un trabajo experimental en el que se diseñan y evalúan distintos empalmes de estructuras laminares reticulares (*gridshells*) de madera.

Estas estructuras formadas por láminas de madera en retícula son capaces de cubrir grandes luces con muy poco material gracias a su forma de doble curvatura. Estas láminas tienen una gran longitud y están compuestas por distintos elementos unidos por empalmes.

En este trabajo se revisan diseños de empalmes de carpintería tradicional y se les aplican nuevas técnicas de fabricación, como el corte por control numérico. Así se logran soluciones de carpintería de calidad con un proceso industrializado.

El objetivo es diseñar y fabricar empalmes en estructuras laminares reticulares que no supongan un punto débil en la lámina. Una vez diseñados los empalmes se mecanizan y se ensayan en condiciones de laboratorio para determinar sus propiedades estructurales, su rigidez, su resistencia y sus modos de fallo, hasta determinar cuál de las uniones es mejor.

La conclusión es que con este método se pueden fabricar empalmes de lámina en los que se elimine el punto débil que supone la unión.

PALABRAS CLAVE

Empalme · *Gridshell* · CNC · Madera · Rigidez · Ensayo

Marco del trabajo

Este trabajo de fin de grado se ha desarrollado en el marco del proyecto de I+D+i titulado «Sistema constructivo para estructuras laminares reticulares basado en nuevos productos de madera de altas prestaciones y tecnología de fabricación digital» (2021-2025), Ref. PID2020-112954RA-I00, financiado por el Programa Estatal de I+D Orientado a los Retos de la Sociedad, en el marco del Plan Nacional de Investigación Científica y Técnica y de Innovación, Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

Introducción

Dentro de un sector tan contaminante como la construcción, la madera es un material sostenible y, gracias a las nuevas tecnologías, muy versátil. Su origen es natural y renovable, por lo que trabajando con él conseguimos reducir la huella de carbono.

Actualmente se está apostando por la madera en la construcción, especialmente en su implementación como material estructural. Gracias a los nuevos productos y a las nuevas formas de producción, la madera es cada día más accesible.

Mi primer contacto con este tema se produce en la primavera de 2023 al cursar el Taller Experimental 2 «Diseño y Fabricación Digital de Estructuras de Madera» con los profesores Almudena Majano, Antonio Lara y Antonio Roig del departamento de Estructuras y Física de la edificación.

En el taller trabajamos sobre las estructuras laminares reticulares, aprendiendo cómo funcionan y construyendo un prototipo al final de curso.

Mi interés personal por la construcción en madera, por las estructuras, por la fabricación digital y lo aprendido en el taller han motivado la elección del tema de este trabajo.

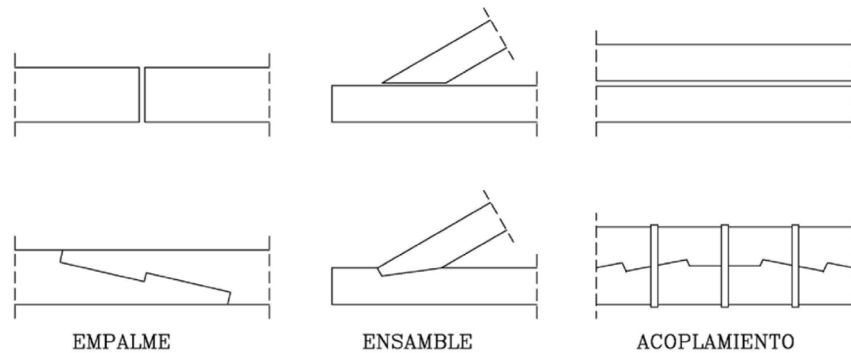


[Fig. 0.01] Estructura laminar reticular de madera deformada elásticamente. Taller Experimental. Primavera 2023.

1 Antecedentes

1.1 Uniones carpinteras tradicionales: empalmes

Dentro del grupo de todas las uniones carpinteras podemos encontrar tres tipos: los ensambles, los acoplamientos y los empalmes. Los ensambles unen dos o más piezas en un ángulo. Los acoplamientos unen dos o más piezas en paralelo por la tabla, para conseguir una mayor sección. Los empalmes unen dos piezas de forma lineal por la testa para conseguir piezas de mayor longitud. En este trabajo se analiza y clasifica este último grupo.



[Fig. 1.01] Tipos de uniones carpinteras. Documento de aplicación del CTE.

Para su estudio se ha tomado como referencia el libro «Ensamblés en madera» de Wolfram Graubner. Aunque en el libro no se establece una clasificación por grupos, pueden diferenciarse cuatro tipos principales:

- Empalmes en media madera
- Empalmes en cola de milano
- Empalmes en rayo de Júpiter
- Empalmes en diente de perro

1.1.1 Empalme en media madera

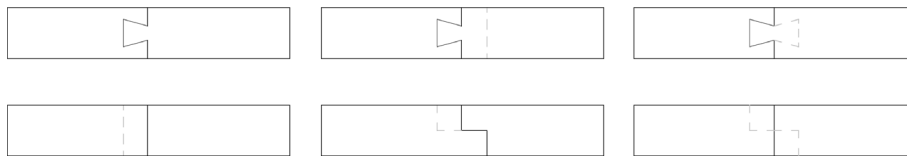
Este es el tipo de empalme más simple. La forma más básica consiste en rebajar el espesor de ambas piezas a la mitad para apoyarse la una en la otra. Es posible hacer variaciones en los ángulos, pero la idea sigue siendo la misma. Se busca ampliar la superficie de contacto entre ambas piezas para mejorar la transferencia. Este tipo de empalme no es capaz de transmitir ningún tipo de esfuerzo por lo que necesita de otros elementos para funcionar, como tornillos, pasadores, bridas o cola.



[Fig. 1.02] Empalmes en media madera.

1.1.2 Empalme en cola de milano

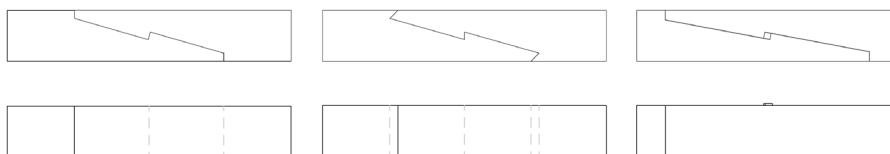
Este tipo de empalme utiliza un corte en ángulo que permite transmitir esfuerzos de tracción. Su forma recuerda a la cola de un milano, una especie de ave migratoria euroafricana. Este empalme puede funcionar por sí mismo, aunque se suele asegurar encolándolo. Existen variaciones mezclando esta forma con la idea de la media madera.



[Fig. 1.03] Empalmes en cola de milano.

1.1.3 Empalme en rayo de Júpiter

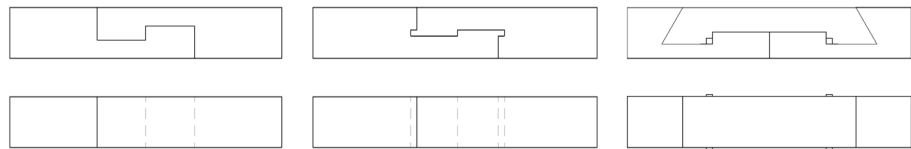
Este tipo maximiza la superficie de contacto y con el quiebro en la parte central permite transmitir diferentes esfuerzos. A pesar de esto, necesita, como la media madera, ayudas adicionales para funcionar correctamente. Existen variaciones, incluso con llaves o cuñas en la parte central para asegurar la unión.



[Fig. 1.04] Empalmes en rayo de Júpiter.

1.1.4 Empalme en diente de perro

Este tipo de empalme es capaz de transmitir esfuerzos de tracción y de flexión. Este empalme transmite las tracciones en la parte central y evita el giro de las piezas fijando cada una de ellas con su pareja mediante la parte conocida como diente. Las variaciones de este tipo son muchas. En la figura se muestran: extremo recto (izq.), la forma básica (centro) y extremo inclinado separado en tres piezas (dcha.).



[Fig. 1.05] Empalmes en diente de perro.

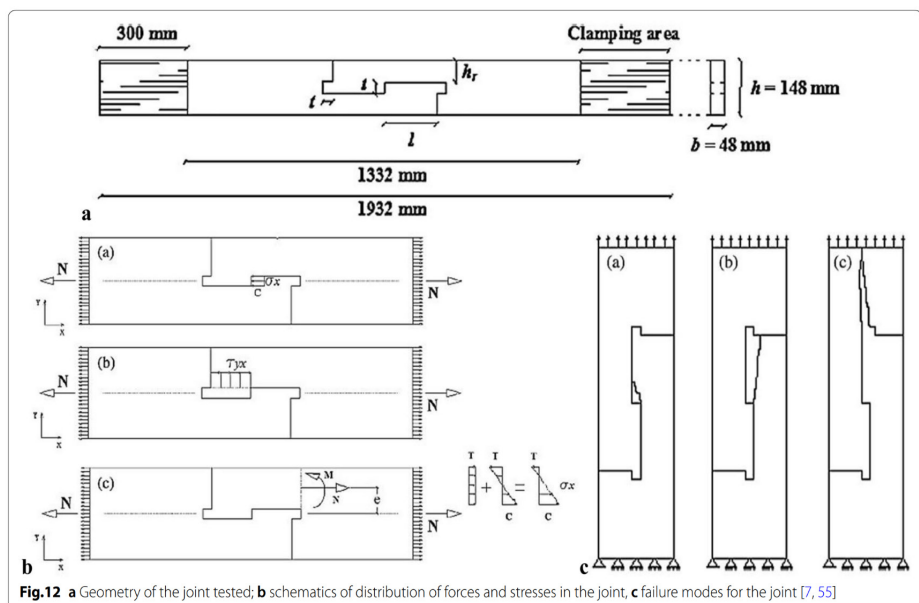
1.1.5 Pérdida de carga

Todos estos empalmes tienen una cosa en común. La sección de la madera en la unión disminuye considerablemente y por lo tanto su capacidad de carga también. Esto genera un punto débil en la unión.

En el artículo «Historical scarf and splice carpentry joints: state of the art», Anna Karolak y colaboradores concluyen, tras numerosos ensayos y pruebas, cuánta es la pérdida de carga de cada tipo de empalme.

En la tabla 3 del artículo podemos ver cómo el empalme a media madera mantiene el 65% de la capacidad de carga total de una viga maciza de igual sección. El empalme en rayo de Júpiter conserva el 28% de la capacidad de carga. El último empalme que analiza es el diente de perro. Este conserva el 24% de la capacidad de carga total. Todos los empalmes analizados tienen 2 o 4 pasadores que mejoran la capacidad de carga de la unión y sirven para asegurarla y evitar movimientos.

La figura 1.06 muestra el caso de empalme en diente de perro. En ella puede observarse la geometría de la pieza analizada (arriba), los esfuerzos en los diferentes planos y secciones (abajo izq.) y los modos de fallo (abajo dcha.).



[Fig. 1.06] Geometría esfuerzos y fallo en empalme de diente de perro.

Fig.12 a Geometry of the joint tested; b schematics of distribution of forces and stresses in the joint, c failure modes for the joint [7, 55]

1.2 Estructuras laminares reticulares: clasificación

Las estructuras laminares reticulares son un tipo de estructura que obtiene su resistencia por la doble curvatura de su superficie y se construye a través de una red de elementos de madera. Lo más atractivo de este tipo de estructuras es que con muy poco material y muy poco espesor son capaces de cubrir luces de gran tamaño. La proporción entre la luz y el espesor puede llegar a ser inferior a la de la cáscara de un huevo. En inglés, este tipo de estructuras, se denominan con el nombre de *gridshell*. Según el procedimiento de construcción pueden clasificarse en tres tipos:

- Estructuras laminares reticulares de segmentos rectos
- Estructuras laminares reticulares de elementos precurvados
- Estructuras laminares reticulares deformadas elásticamente

1.2.1 Estructuras laminares reticulares de segmentos rectos

En este tipo de estructuras se utilizan piezas rectas normalmente de madera laminada. La complejidad geométrica de la estructura se resuelve en el nudo. Este suele estar conformado por un herraje que recibe las láminas rectas de madera y conforma una superficie curva mediante la triangulación.

[Fig. 1.07] Canary Wharf Crossrail gridshell, Foster and partners (izq.).

[Fig. 1.08] Colocación del herraje de unión (dcha.).



1.2.2 Estructuras laminares reticulares de elementos precurvados

Este tipo de estructuras requiere conformar las piezas curvas de madera laminada mediante cimbras. Dependiendo de la geometría de la superficie y del trazado de la retícula sobre la misma, puede requerir de la fabricación de piezas de gran complejidad mediante cimbras. Por este motivo el coste es muy elevado.

[Fig. 1.09] Centre Pompidou-Metz, Shigeru Ban (izq.).

[Fig. 1.10] Piezas de madera laminada precurvada (dcha.).



1.2.3 Estructuras laminares reticulares deformadas elásticamente

En estas estructuras las láminas de madera se curvan en obra y durante toda su vida útil se mantienen en un estado elástico. Para poder flectar estas láminas es necesario que no tengan mucho canto. Por este motivo, se resuelven mediante un sistema multicapa. Este es el tipo de estructuras sobre el que trata el trabajo.

[Fig. 1.11] Savill Garden gridshell, Glen Howells (izq.).

[Fig. 1.12] Curvado de lámina en obra (dcha.).



1.3 Uniones en estructuras laminares reticulares deformadas elásticamente

1.3.1 Uniones de sistema multicapa

Cuando la rigidez y resistencia aportada por una única familia de láminas no es suficiente, aumentar el canto de las láminas no es una opción viable ya que produciría la rotura de las mismas durante el proceso de curvado. La solución en estos casos consiste en recurrir a un sistema multicapa.

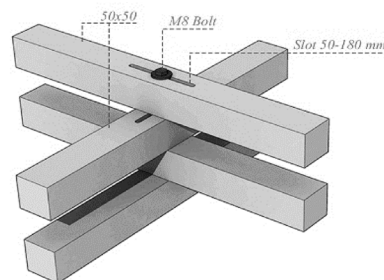
Tomando la explicación del artículo «Structural Analysis and Form-Finding of Triaxial Elastic Timber Gridshells...», la idea básica consiste en curvar los diferentes niveles de láminas de modo individual y, tras el proceso de curvado, realizar la conexión de las diferentes capas generando un perfil compuesto de rigidez y resistencia muy superior al de las láminas individuales. La conexión entre capas puede realizarse en el nodo (cruce entre láminas), en las propias láminas, utilizando tacos de bloqueo de rasante, o en ambos lugares simultáneamente. A continuación se muestran tres soluciones en tres estructuras diferentes.

[Fig. 1.13] Mannheim Multihall, Frei Otto (izq.).

[Fig. 1.14] Unión del sistema multicapa en el Mannheim, del artículo «Structural Analysis...» (dcha.).

- Mannheim Multihall, 1975, Frei Otto

La unión se resuelve mediante un perno y una ranura. La ranura permite el deslizamiento de las láminas durante el montaje. El perno se aprieta cuando las láminas están en su posición definitiva.



Unión con perno y ranura

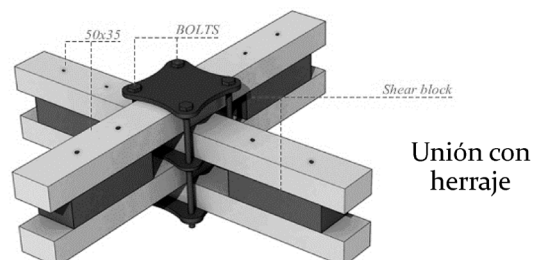
- Downland Museum, 2002, Edward Cullinan Architects

En este caso, la unión se asegura mediante un herraje que limita el movimiento de las láminas en la unión. Las láminas a lo largo de toda la estructura está separada por unos bloques de rasante o *shear blocks* atornillados a las láminas. Estos funcionan como alma del perfil compuesto que conforman las láminas.



[Fig. 1.15] Downland Museum, Edward Cullinan Architects (izq.).

[Fig. 1.16] Unión del sistema multicapa en el Downland, del artículo «Structural Analysis...» (dcha.).

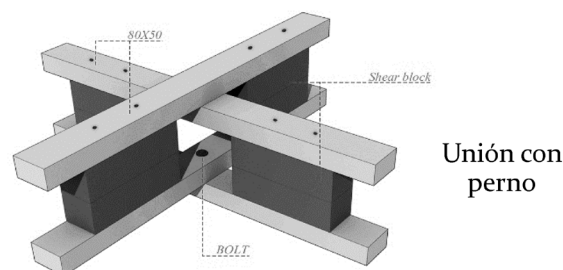


- Savill Garden Gridshell, 2006, Glen Howells

En este último caso la unión se simplifica utilizando solo un perno, pero, como en el caso anterior, se emplean *shear blocks* que en esta ocasión son de una dimensión mayor.

[Fig. 1.17] Savill Garden gridshell, Glen Howells (izq.).

[Fig. 1.18] Unión del sistema multicapa en el Savill Garden, del artículo «Structural Analysis...» (dcha.).

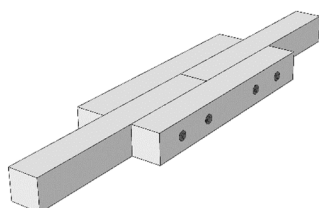


1.3.2 Uniones de empalme de lámina

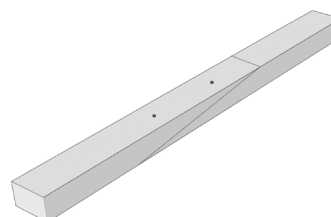
En este tipo de estructuras es necesario utilizar láminas de madera continuas de gran longitud, habitualmente más de 20 metros. Para facilitar el transporte y la construcción, lo que se hace es empalmar láminas más cortas. En las dos propuestas siguientes, la solución utiliza elementos auxiliares y no tiene ningún diseño de carpintería. Las láminas se empalman mediante uniones mecánicas (pernos) y/o encoladas.

[Fig. 1.19] Empalme mecánico utilizado en el Mannheim Multihall (izq.).

[Fig. 1.20] Empalme encolado y atornillado utilizado en el Downland y en el Savill (dcha.).



Empalme mecánico con pernos



Empalme en bisel encolado y atornillado

1.4 Fabricación digital en madera

La fabricación digital es un proceso de producción que utiliza tecnologías como el CNC (Control Numérico Computarizado) para construir objetos previamente diseñados en un programa de diseño asistido por ordenador o CAD.

Una máquina de corte CNC utiliza una fresa que gira a 20.000 revoluciones por minuto y es capaz de cortar materiales blandos como la madera.

Este tipo de tecnología se está utilizando para la construcción de estructuras laminares paneladas o *plateshells*. Gracias a su industrialización supone una mejora económica y de eficiencia. Algo diseñado en un programa de CAD se puede enviar a una máquina de corte CNC y conseguir en pocas horas piezas cortadas con una precisión milimétrica y que son sencillas de colocar en obra.

[Fig. 1.21] Piezas mecanizadas del Landesgartenschau Exhibition Hall, Universidad de Stuttgart (izq.).

[Fig. 1.22] Montaje del Landesgartenschau Exhibition Hall, Universidad de Stuttgart (dcha.).



[Fig. 1.23] Máquina fresadora de tres ejes (izq.).

[Fig. 1.24] Brazo robótico mecanizando piezas de plateshell Landesgartenschau Exhibition Hall (dcha.).

Las máquinas que se utilizan pueden ser simples, como las de tres ejes, que solo permiten cortes en vertical desde arriba; o pueden ser más complejas como los brazos robóticos que permiten los cortes en varias direcciones y ángulos. Los diseños deben adaptarse dependiendo de la máquina disponible.

Esta tecnología aún no ha sido empleada en láminas reticulares de madera deformadas elásticamente en las que tanto las uniones como las láminas se han producido por métodos tradicionales y no por fabricación digital.



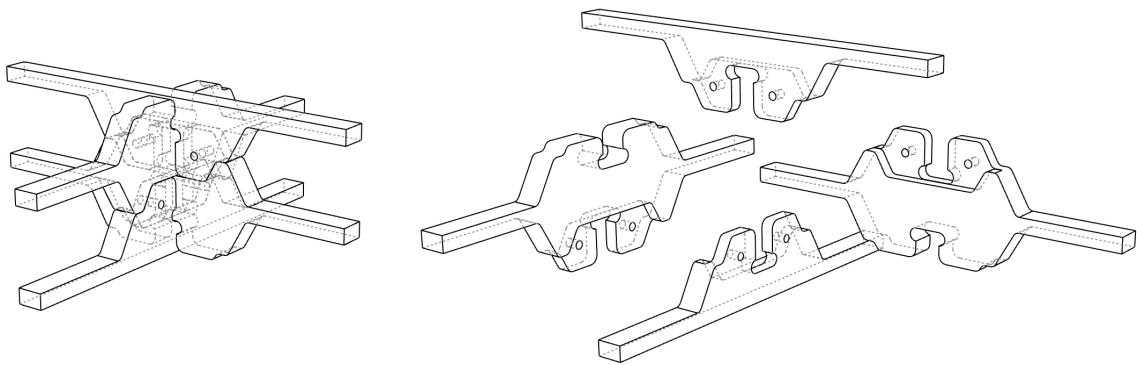
1.5 El proyecto de I+D+i «Sistema constructivo para estructuras laminares reticulares basado en nuevos productos de madera de altas prestaciones y tecnología de fabricación digital»

Uno de los objetivos del proyecto es desarrollar un nuevo sistema constructivo para estructuras laminares reticulares deformadas elásticamente, aplicando la tecnología CNC.

El desarrollo del sistema constructivo se basa en el empleo de una fresadora de tres ejes e incluye el diseño de un novedoso sistema multicapa, el cual ha sido desarrollado por el equipo de investigación del proyecto.

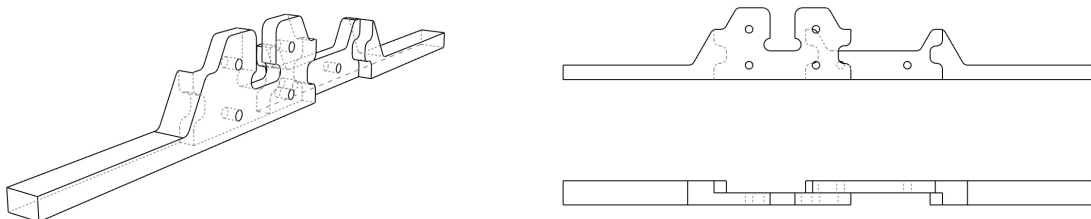
En el diseño del sistema multicapa se modifica la sección de la lámina en la unión para implementar el *shear block* directamente en la lámina. Gracias al corte en media madera las cuatro piezas encajan de forma perpendicular y se aseguran con dos espigas.

[Fig. 1.25] Sistema multicapa con bloque de rasante incorporado en la unión (izq.), despiece (dcha.).



Respecto de la unión de empalme de lámina, como primera idea, se propone llevarla a cabo en el propio sistema multicapa. El aumento de sección de las láminas en este punto permitiría contrarrestar la pérdida de capacidad de carga que supone hacer este tipo de uniones como se vio en apartados anteriores. El diseño concreto del empalme de lámina está fuera del alcance del proyecto.

[Fig. 1.26] Empalme de lámina.



Objetivo

Diseñar y evaluar diferentes soluciones de unión de empalme de lámina realizadas mediante CNC aplicadas al sistema multicapa presentado en el apartado anterior.

Las propuestas se basan en el análisis previo de los empalmes carpinteros tradicionales.

2 Materiales y métodos

2.1 Material

El material utilizado es tablero contrachapado de madera de chopo de 2,4 metros de largo por 1,2 metros de ancho y de 32 milímetros de espesor. Estos tableros se fabrican encolado chapas de madera de 2,5 milímetros de espesor, girándolas 90 grados alternativamente.

La madera es un material heterogéneo y anisótropo. Las fibras siempre se disponen en una dirección que será la de mayor resistencia. Al realizar este proceso de contrachapado, se consigue que la madera trabaje bien en ambas direcciones.



[Fig. 2.01] Tablero de madera contrachapada.



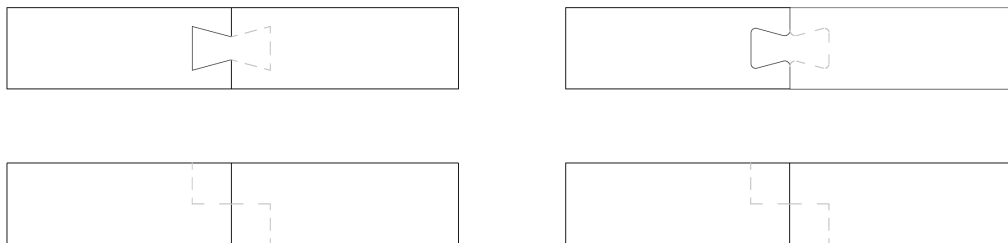
[Fig. 2.02] Fibras en las dos direcciones.

2.2 Mecanizado

El mecanizado es el proceso de corte realizado mediante la máquina de CNC. La máquina utilizada para este trabajo es la fresadora de tres ejes disponible en el Fab Lab de la ETSAM. Esto supone que el mecanizado solo se puede hacer en vertical, a diferencia de otras máquinas como los brazos robóticos. Esto supone una limitación a la hora de diseñar puesto que todas las piezas deben ser mecanizadas desde arriba.

El mecanizado por CNC no permite tener cortes interiores en ángulo. Todos los ángulos interiores tienen un chaflán redondo de diámetro igual al de la fresa utilizada para el corte. Por este motivo a la hora de adaptar las geometrías tradicionales a la fabricación digital es necesario tener en cuenta estos chaflanes. Una cola de milano, por ejemplo tendría los cambios que se ven en la figura 2.03.

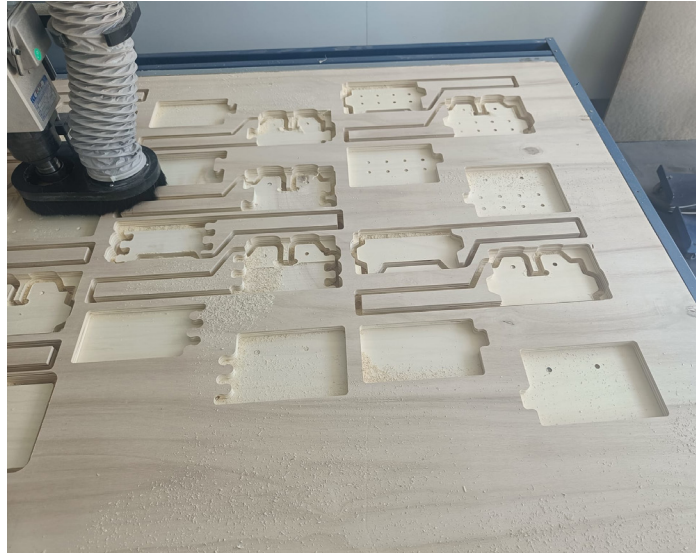
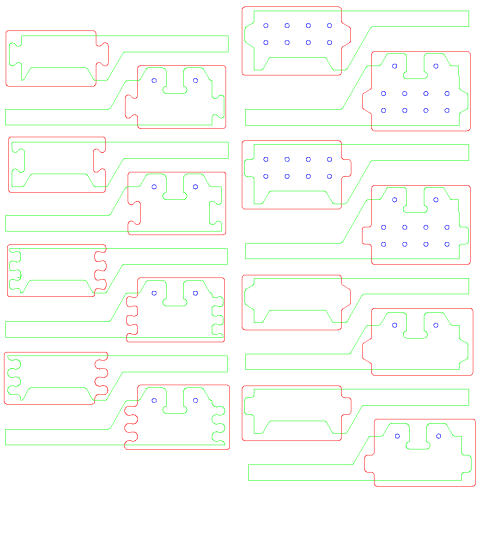
[Fig. 2.03] Trazado tradicional (izq.) y trazado para corte por CNC (dcha.).



Para el mecanizado, es necesario especificar con tres colores de línea, qué es un taladro, qué es un rebaje y qué es un corte. En este caso, el color azul es el taladro, el rojo el rebaje y el verde el corte. Antes de poner a funcionar la máquina hay que programar un orden de ejecución de las distintas acciones. Los empalmes a media madera o los empalmes en cola de milano necesitan rebajes por lo que el mecanizado puede tardar más que haciendo otro tipo de empalmes. Es necesario tener esto en cuenta a la hora de realizar muchas piezas a la vez.

En este trabajo se mecanizan dos grandes grupos de uniones:

- Empalmes tradicionales, con el objetivo de entender la lógica de montaje y del diseño y mecanizado de uniones por CNC.
- Nuevas propuestas de empalme de lámina, con el objetivo de disponer de especímenes para su posterior ensayo mecánico.



[Fig. 2.04] Archivo de corte en CAD.

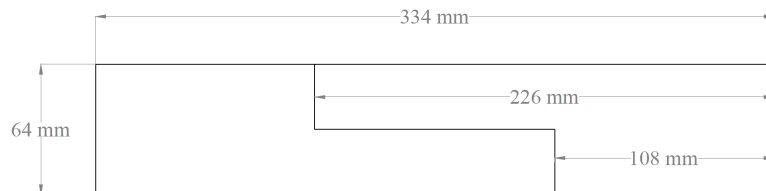
[Fig. 2.05] Proceso de mecanizado.

2.3 Digitalización de empalmes tradicionales

Lo primero que hay que tener en cuenta a la hora de mecanizar empalmes tradicionales es cuales se pueden mecanizar con la máquina de tres ejes y cuales no. Para este trabajo se han seleccionado 9 tipos de empalme para mecanizar. Debido al tamaño de los empalmes, la fresa elegida para el mecanizado es de 8 mm de diámetro. Aunque es la adecuada según el diseño, esta fresa ha dado problemas a la hora del mecanizado provocando pequeños incendios y quemando la madera.

Al estar mecanizadas en un tablero de 32 mm de espesor la proporción de las piezas no es la misma que en los diseños originales. Su sección es de 32 mm x 64 mm.

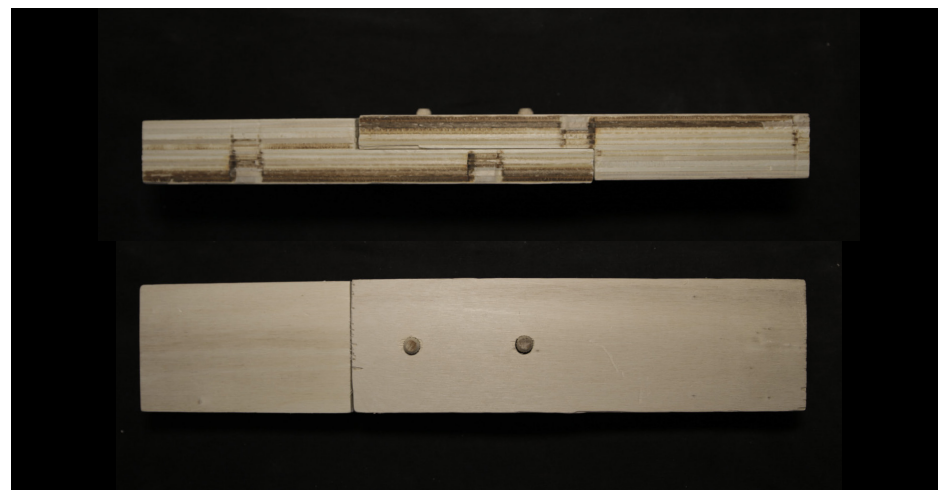
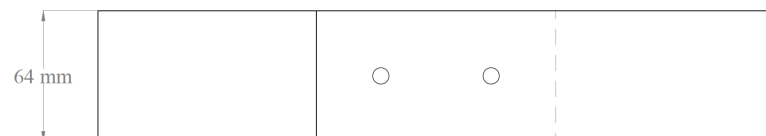
El primer empalme (Fig. 2.06) es la media madera con extremo recto. Esta unión se puede mecanizar tumbada al no tener ningún ángulo interior. El siguiente empalme (Fig.2.09), a diferencia del anterior, hay que mecanizarlo de lado por culpa del ángulo en su extremo. Por este motivo la máquina de CNC no puede hacer los agujero para las espigas y habría que hacerlas más adelante a mano.



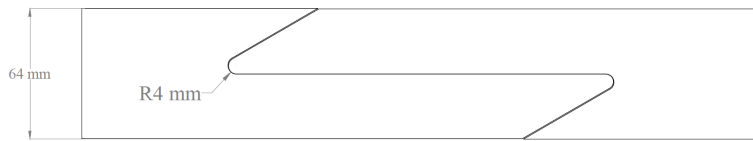
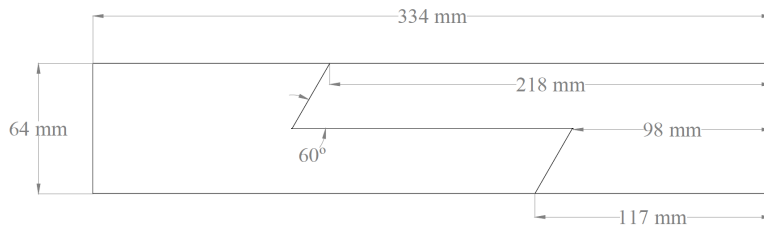
[Fig. 2.06] Empalme tradicional: media madera.



[Fig. 2.07] Empalme digital: media madera.

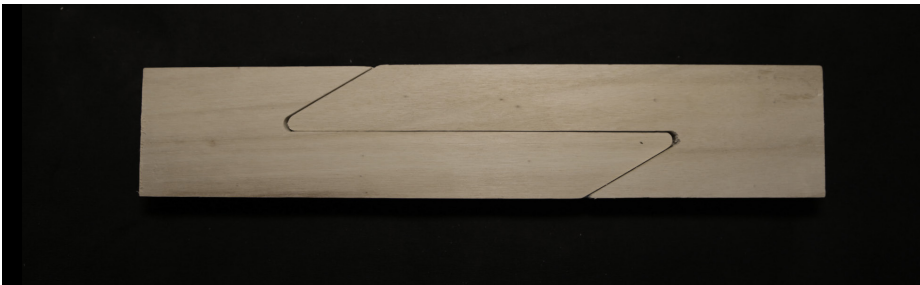


[Fig. 2.08] Empalme mecanizado: media madera.



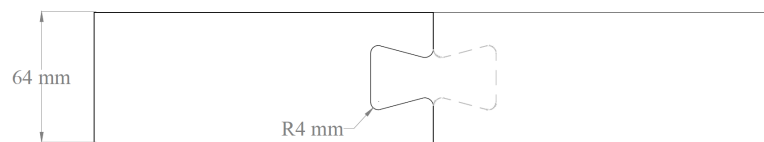
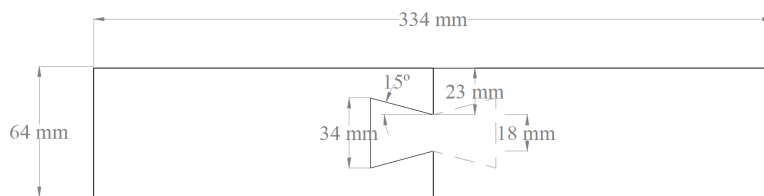
[Fig. 2.09] Empalme tradicional: media madera de extremo inclinado.

[Fig. 2.10] Empalme digital: media de extremo inclinado.



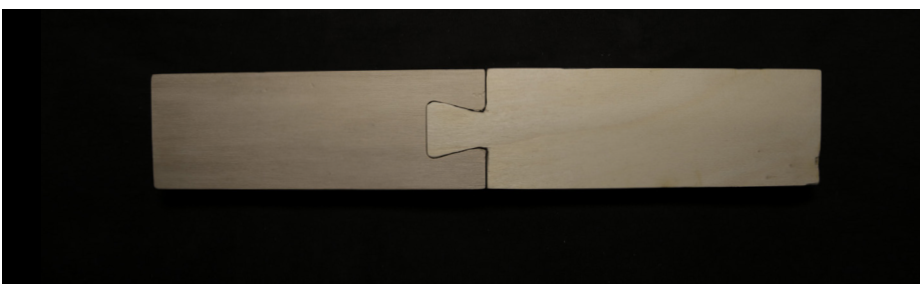
[Fig. 2.11] Empalme mecanizado: media madera de extremo inclinado.

La siguiente unión (Fig. 2.12) es la cola de milano a 15°. Esta versión utiliza la media madera para tener más superficie de contacto.



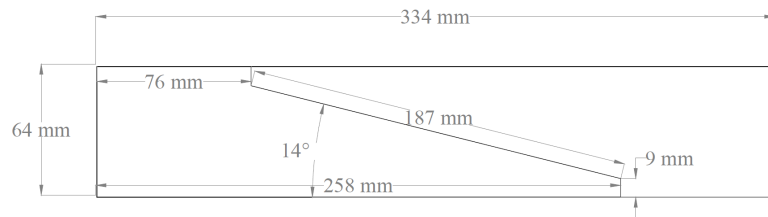
[Fig. 2.12] Empalme tradicional: cola de milano.

[Fig. 2.13] Empalme digital: cola de milano.



[Fig. 2.14] Empalme mecanizado: cola de milano.

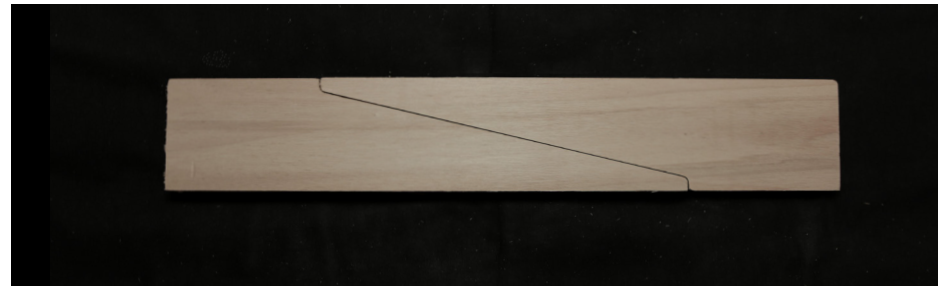
Las siguientes uniones priorizan la superficie de contacto haciendo un corte en diagonal. La segunda hace un quiebro típico del rayo de Júpiter.



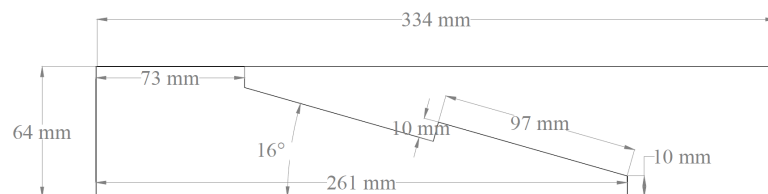
[Fig. 2.15] Empalme tradicional: media madera diagonal.



[Fig. 2.16] Empalme digital: media madera diagonal.



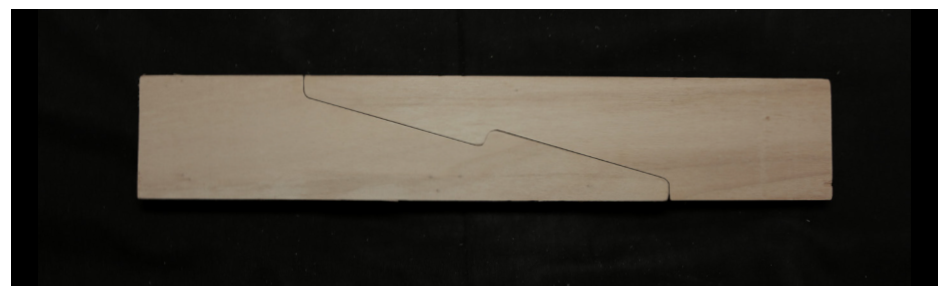
[Fig. 2.17] Empalme mecanizado: media madera diagonal.



[Fig. 2.18] Empalme tradicional: rayo de Júpiter.

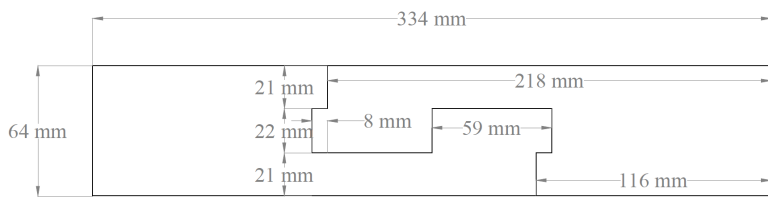


[Fig. 2.19] Empalme digital: rayo de Júpiter.

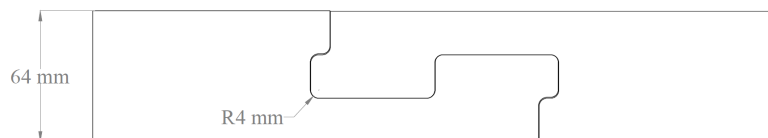


[Fig. 2.20] Empalme mecanizado: rayo de Júpiter.

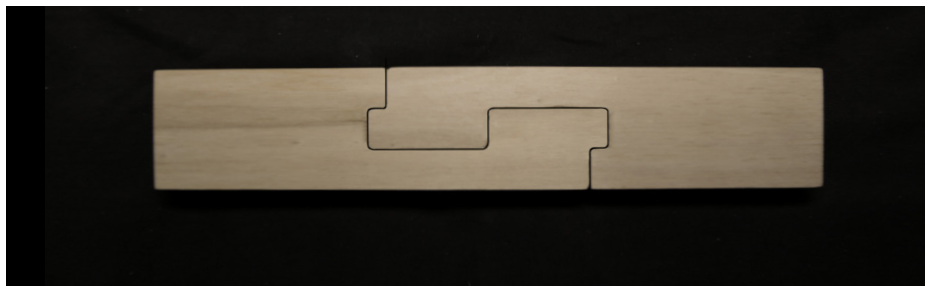
Los siguientes empalmes utilizan el diseño del diente de perro, la primera el tradicional y la segunda el de extremo recto.



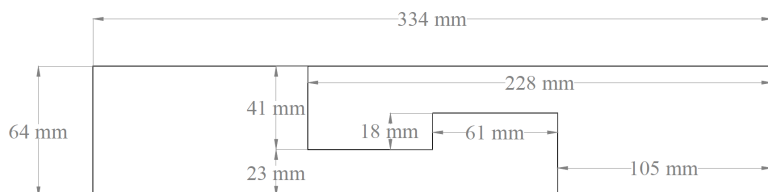
[Fig. 2.21] Empalme tradicional: diente de perro.



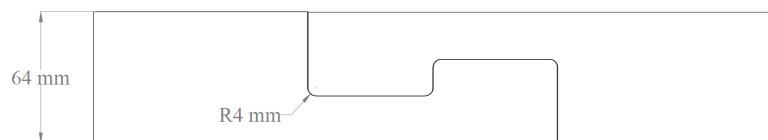
[Fig. 2.22] Empalme digital: diente de perro.



[Fig. 2.23] Empalme mecanizado: diente de perro.



[Fig. 2.24] Empalme tradicional: diente de perro de extremo recto.

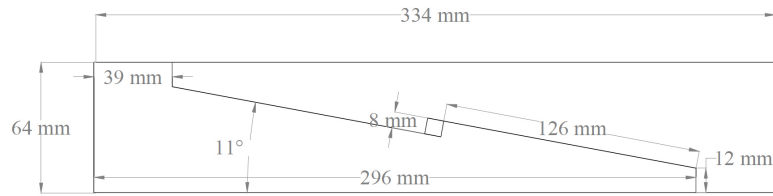


[Fig. 2.25] Empalme digital: diente de perro de extremo recto.

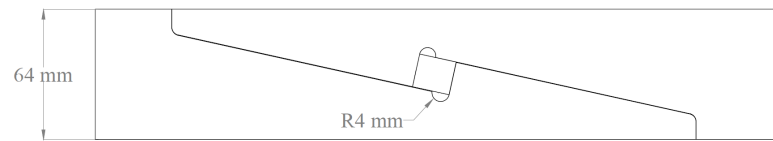
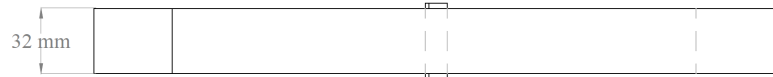


[Fig. 2.26] Empalme mecanizado: diente de perro de extremo recto.

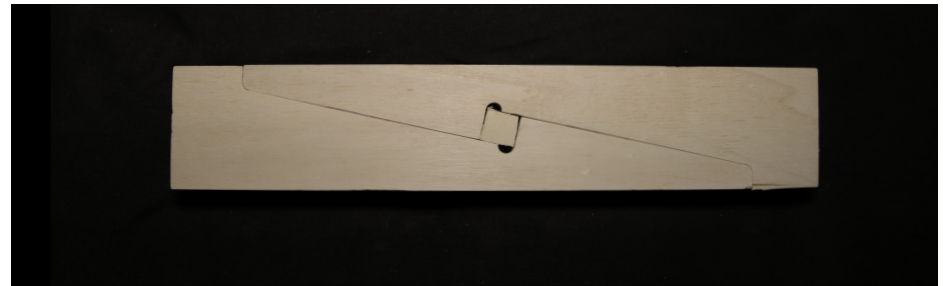
Los dos últimos empalmes mezclan diseños de rayo de Júpiter o de diente de perro con extremo inclinado y una llave que asegura las piezas.



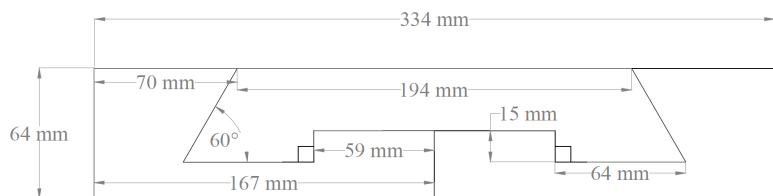
[Fig. 2.27] Empalme tradicional: rayo de Júpiter con llave.



[Fig. 2.28] Empalme digital: rayo de Júpiter con llave.



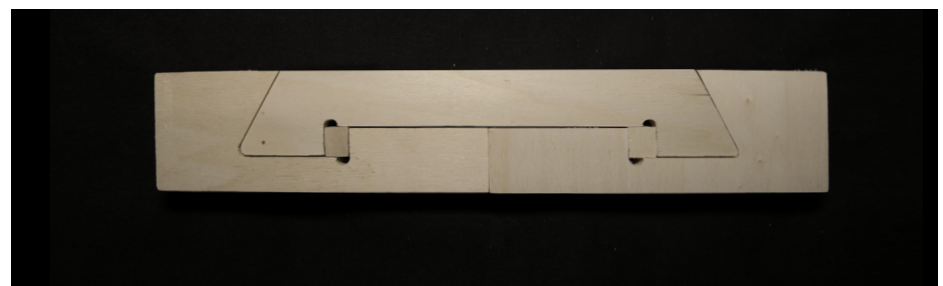
[Fig. 2.29] Empalme mecanizado: rayo de Júpiter con llave.



[Fig. 2.30] Empalme tradicional: diente de perro de extremo diagonal en 3 piezas con llave.



[Fig. 2.31] Empalme digital: diente de perro de extremo diagonal en 3 piezas con llave.



[Fig. 2.32] Empalme mecanizado: diente de perro de extremo diagonal en 3 piezas con llave.

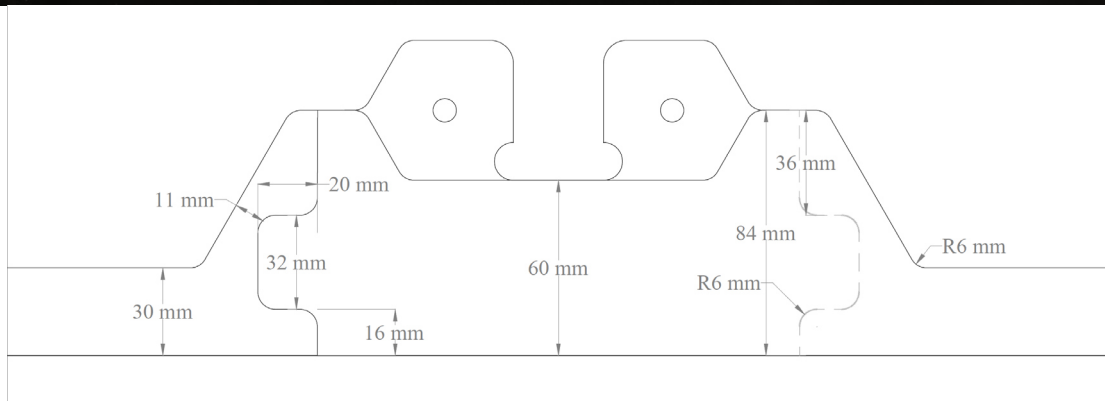
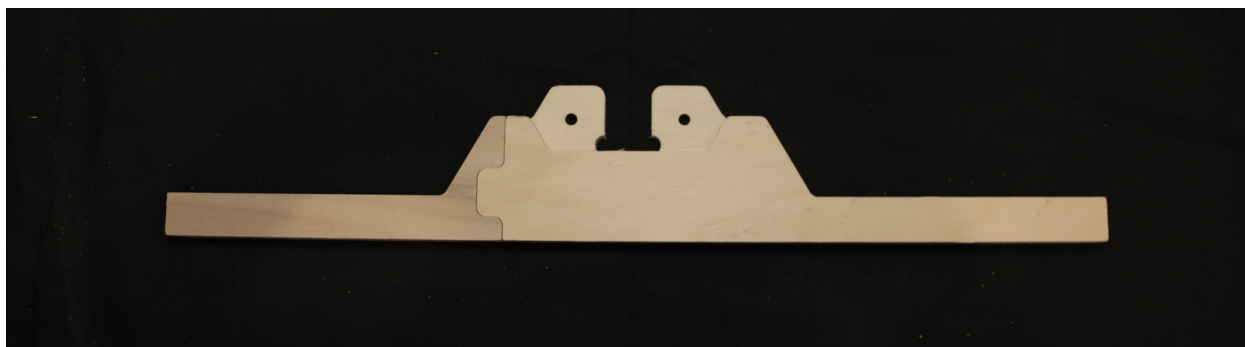
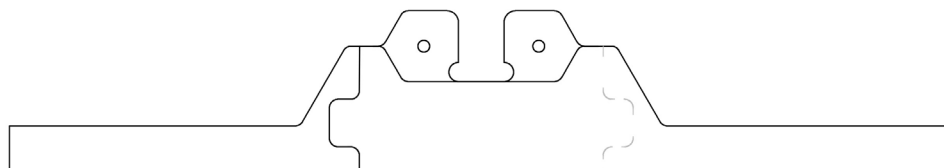
2.4 Nuevas propuestas de empalme de lámina

Después de haber mecanizado los tipos de empalmes carpinteros tradicionales, es momento de aplicarlos al empalme de la lámina del sistema multicapa. Estos diseños se han dividido en tres grupos.

2.4.1 Primeras uniones: Piezas U

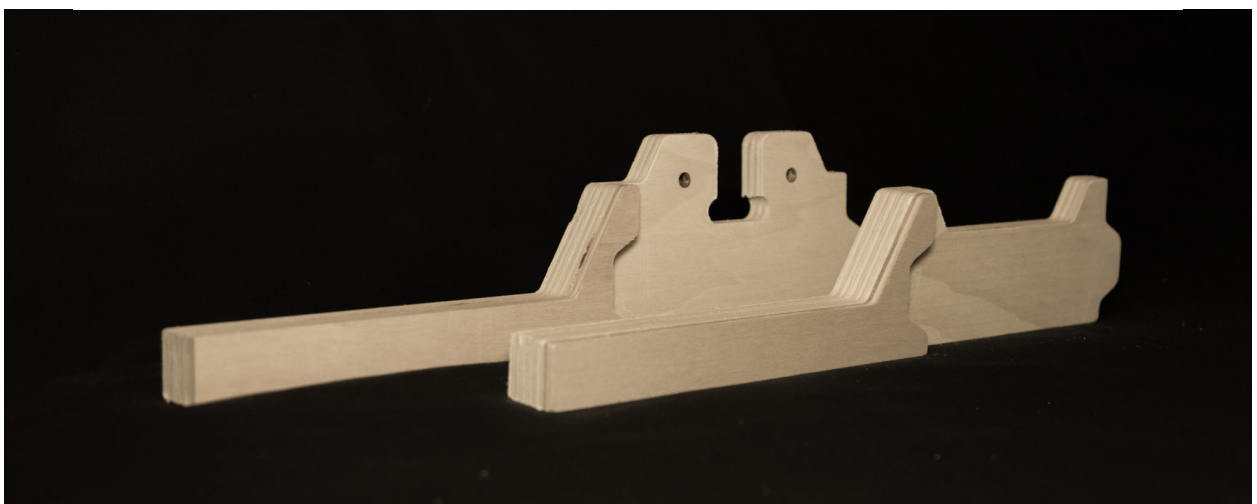
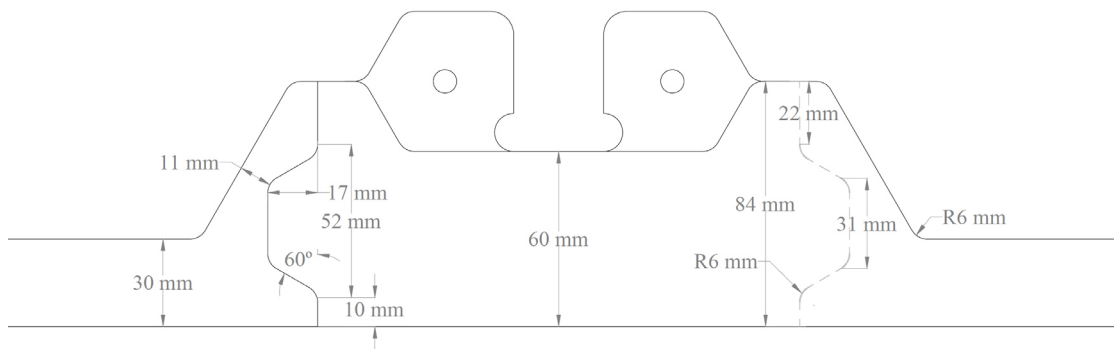
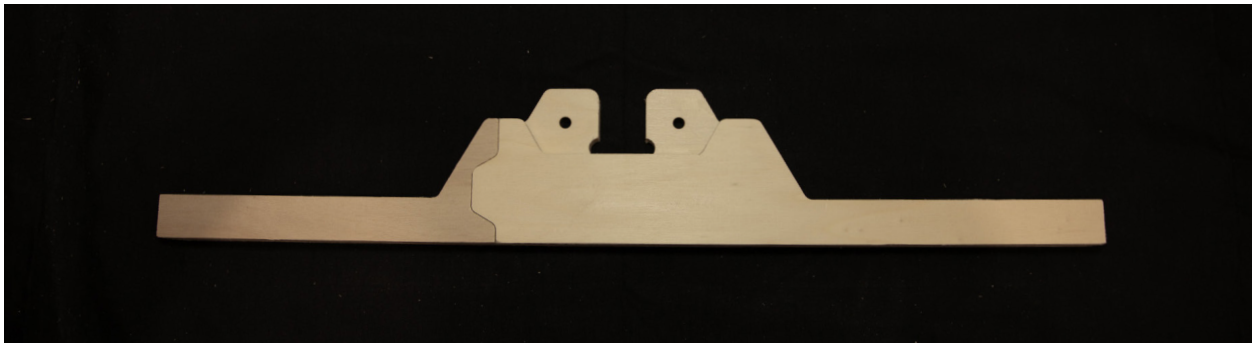
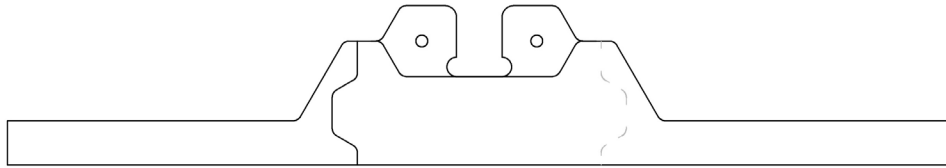
Las primeras 6 piezas diseñadas se basan en dos de los empalmes vistos en apartados anteriores: el diente de perro y la cola de milano. Estos dos son los que mejor encajan en la geometría de partida.

[Fig. 2.33] Empalme de lámina: U1.



Las dos primeras, U1 y U2 se basan en el diente de perro. Este diente permite que la pieza, a la hora de flectar, choque contra sí misma y los momentos se transmitan a la otra lámina. La variación entre la U1 y la U2 es el ángulo con el que el diente entra en la otra pieza, a 90° o a 60° con la vertical. Tras mecanizarlas es notable que la U2 encaja mucho más fácilmente que la U1. Como surgieron problemas con la fresa de 8 mm de diámetro se opta por fabricar estas piezas con una fresa de 12 mm.

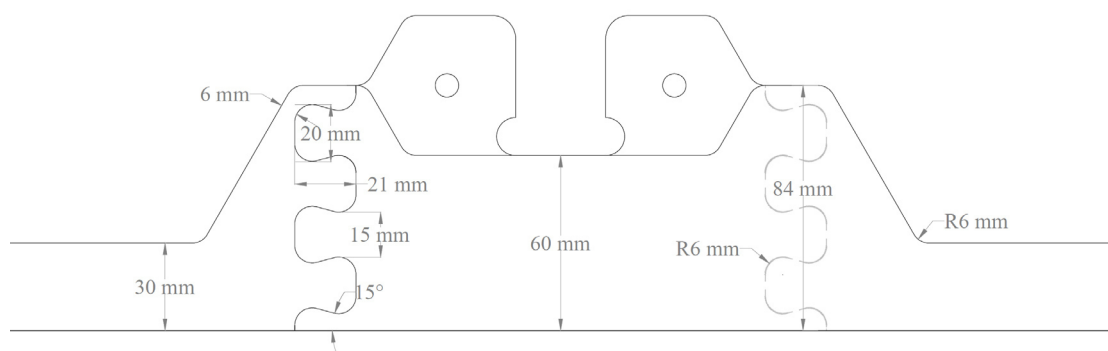
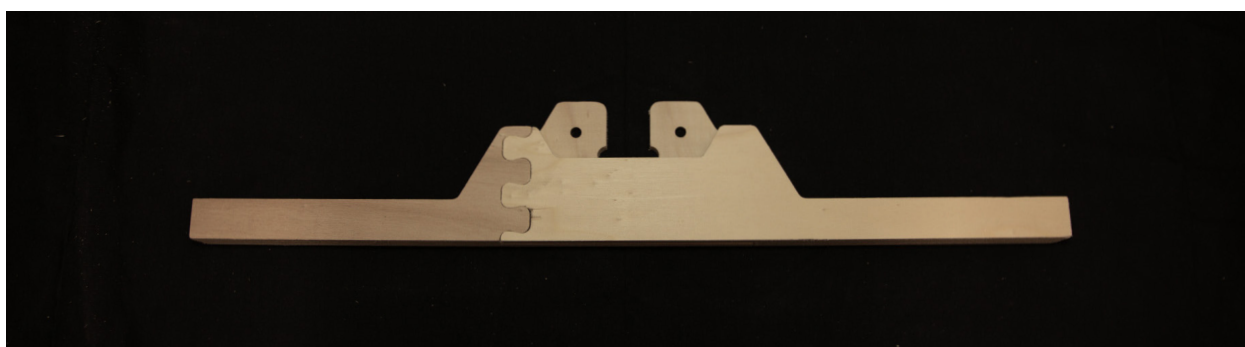
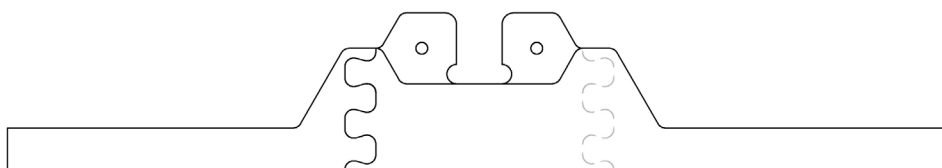
[Fig. 2.34] Empalme de lámina: U2.



Las siguientes, U₃ y U₄, se basan en un diseño aplicado a piezas más anchas. Consiste en colocar varias colas de milano en fila. También se le conoce como empalme de dedos. En la publicación «*Digital Joints*» del profesor Jochen Gros y el diseñador Friedrich Sulzer se muestra este empalme aplicándolo al diseño digital.

Uno de los inconvenientes es que a la hora de montarlo, las piezas deben aproximarse perpendicularmente, de otra forma no encajarían.

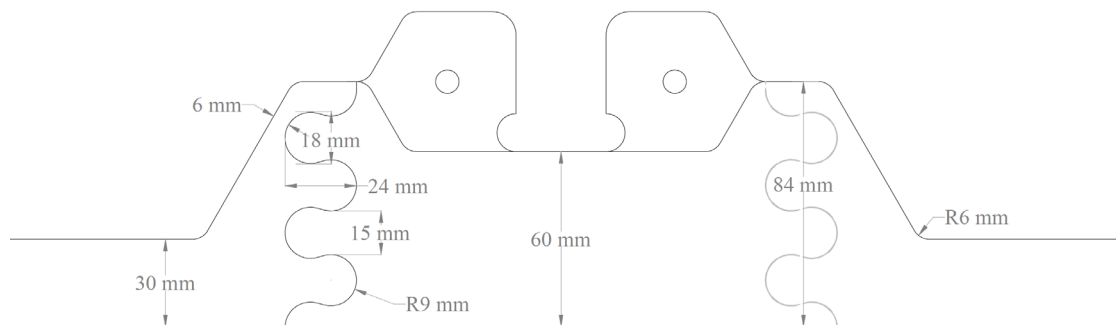
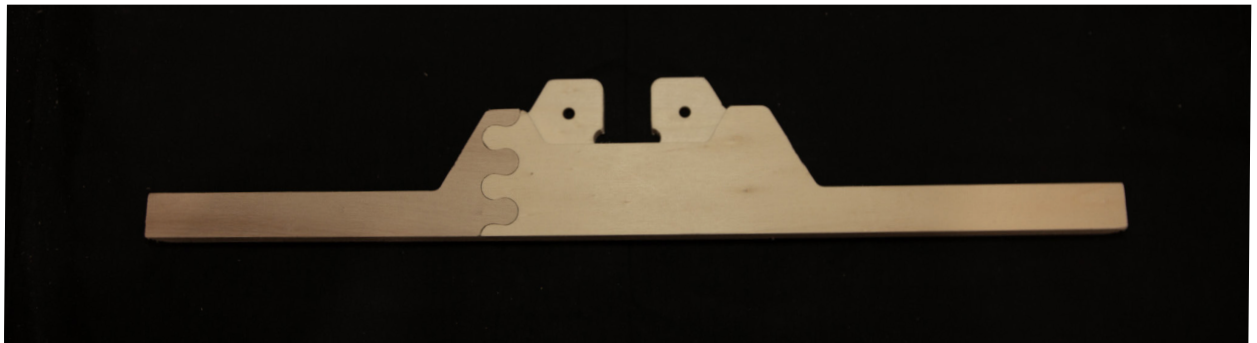
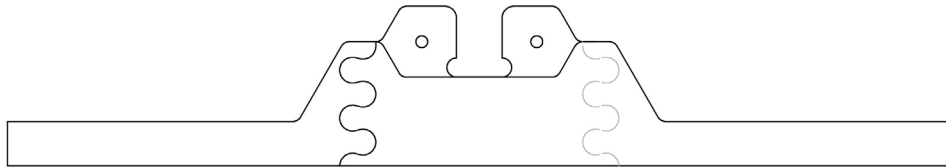
[Fig. 2.35] Empalme de lámina: U₃.



El otro inconveniente es que al separar la madera en fragmentos más pequeños se producen más puntos débiles por donde puede fallar la unión.

La variación entre la U₃ y la U₄ está en la forma de la cola. La U₃ parte del diseño original de la cola de milano a 15° y luego se redondea en un radio de 6 mm para que la fresa pueda cortarla. En la U₄ se dibujan directamente arcos de circunferencia de radio de 9 mm que encajan entre sí.

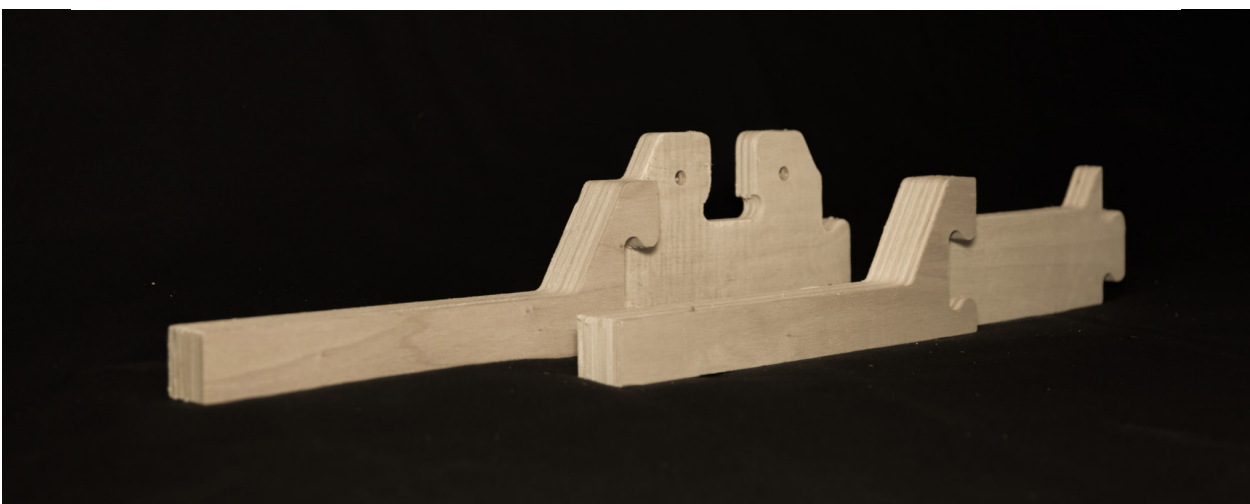
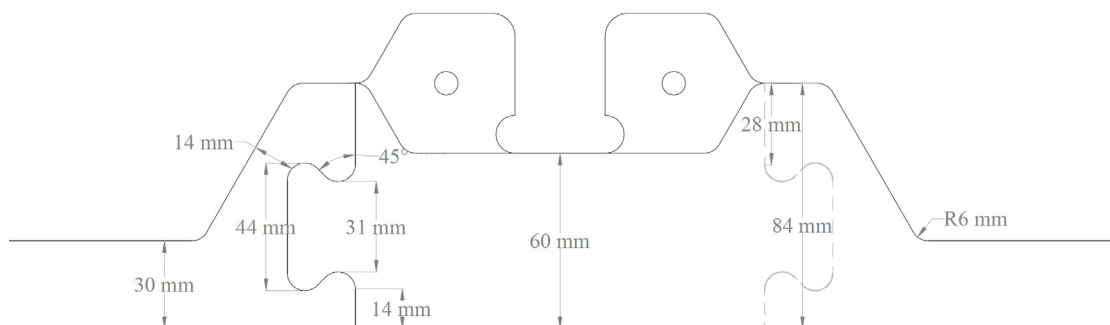
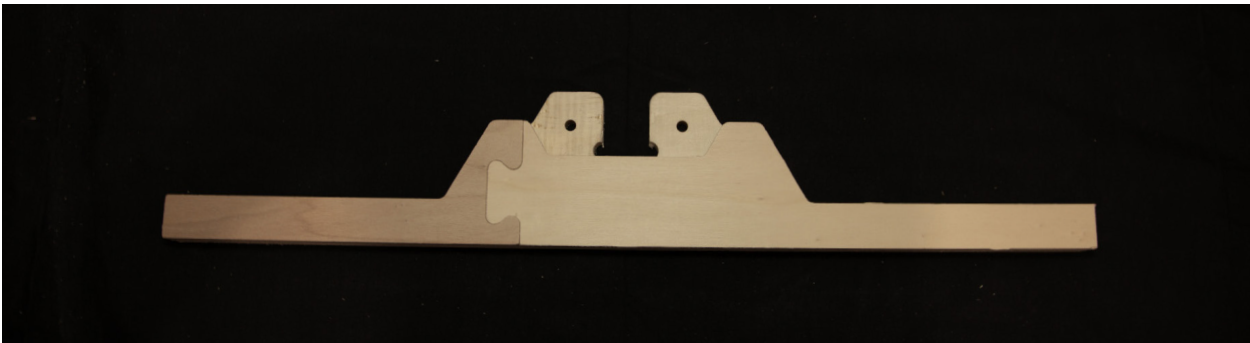
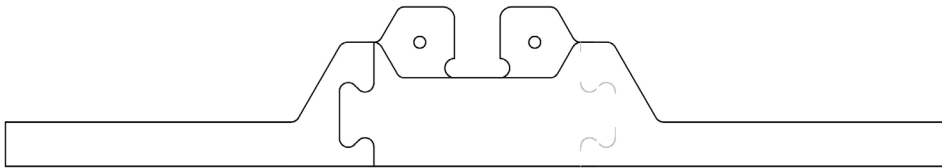
[Fig. 2.36] Empalme de lámina: U₄.



Las últimas de este grupo, U5 y U6, se basan en la cola de milano pero con un cambio en el ángulo, en este caso a 45° .

Este diseño asegura que las piezas no se muevan ni se desplacen, tanto al aplicar una carga de flexión como una de tracción. El único inconveniente, como en el anterior diseño, es que las piezas deben aproximarse perpendicularmente para encajar.

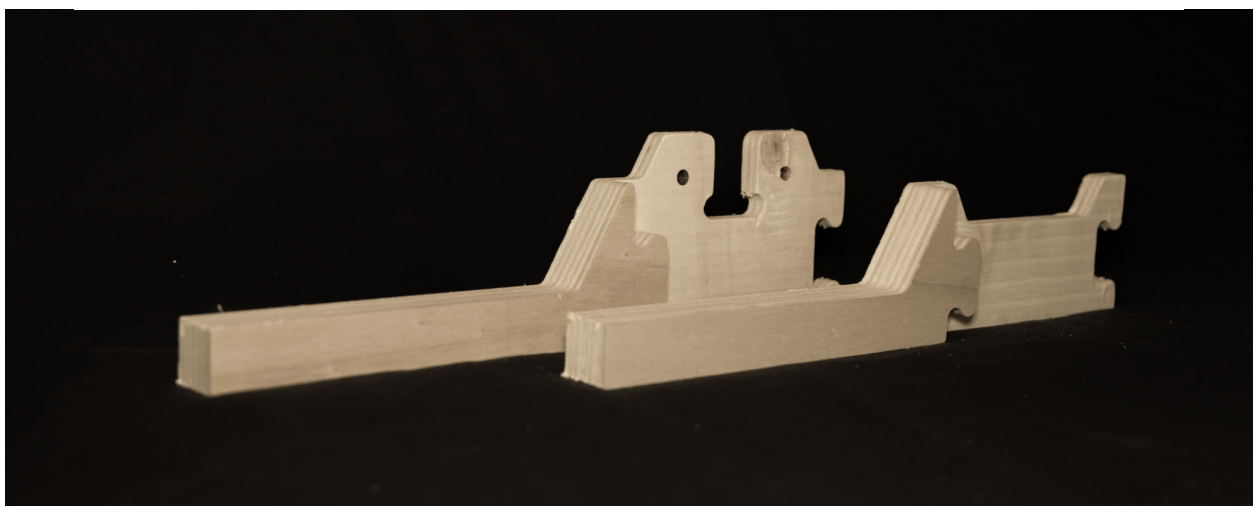
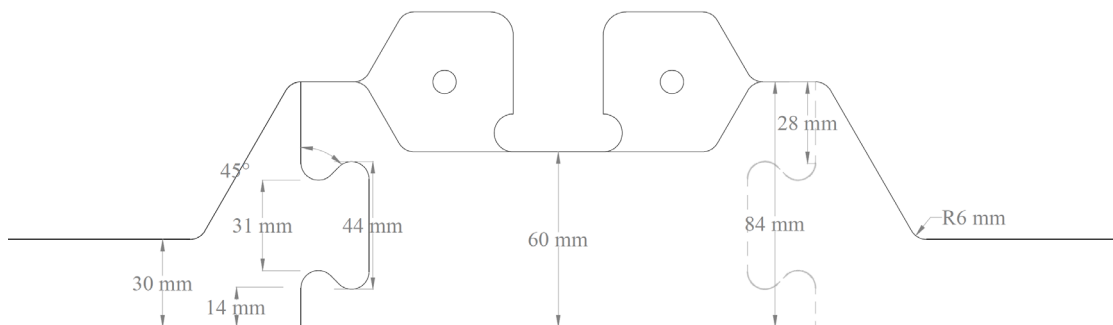
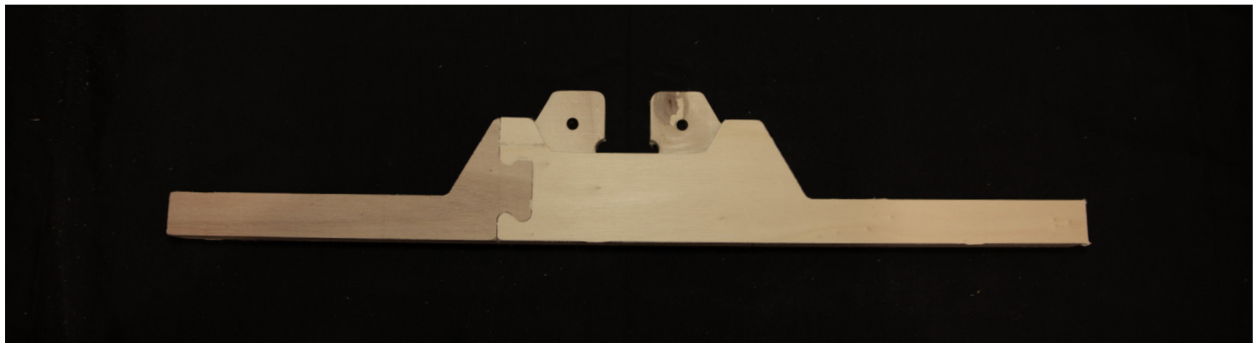
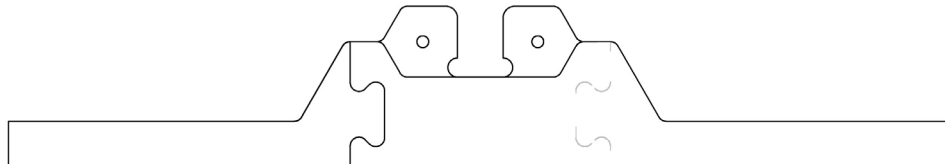
[Fig. 2.37] Empalme de lámina: U5.



La variación entre la U5 y la U6 es la orientación de la cola de milano. En la U5 la cola de milano es el final de cada pieza, sin embargo en la U6 el final de la pieza tiene la forma de la recepción de la cola.

Aunque este cambio no parezca importante, más adelante se verá el gran cambio que supone en la resistencia de la pieza.

[Fig. 2.38] Empalme de lámina: U6.

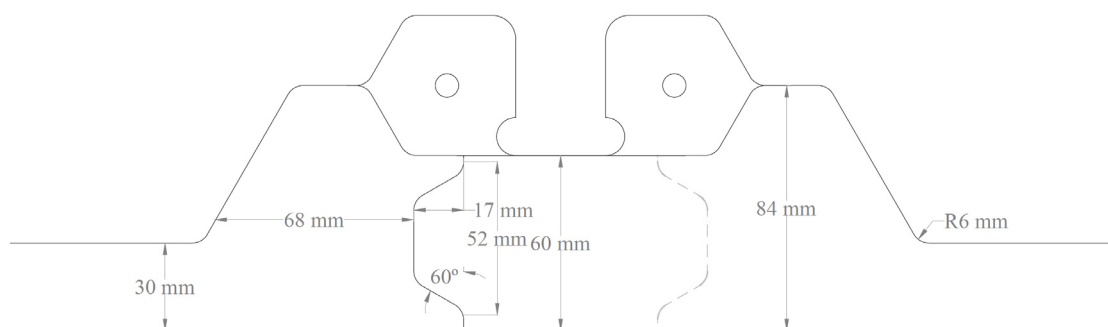
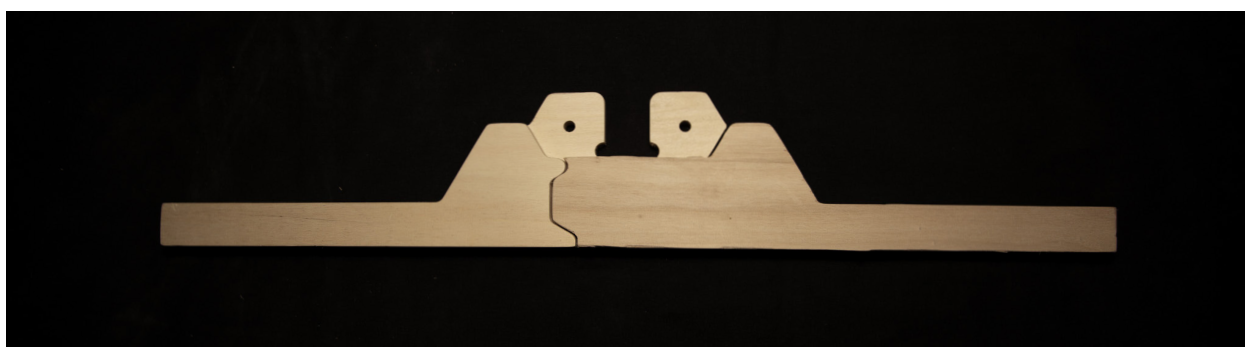
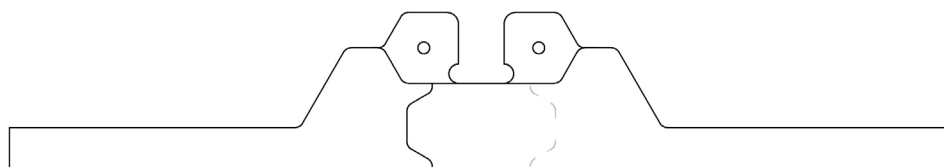


2.4.2 Variaciones: Piezas V

Tras haber ensayado las seis primeras piezas, se decide ver qué uniones habían funcionado mejor y hacer algunos cambios para obtener un comportamiento mejorado.

El primer diseño V_1 , es el que más cambios presenta. Partimos del diente de perro a 60° , pues es la unión que tiene más facilidad para montarse sin perder propiedades mecánicas. La unión se lleva mucho más al centro para evitar roturas en el borde como había sucedido en las uniones anteriores.

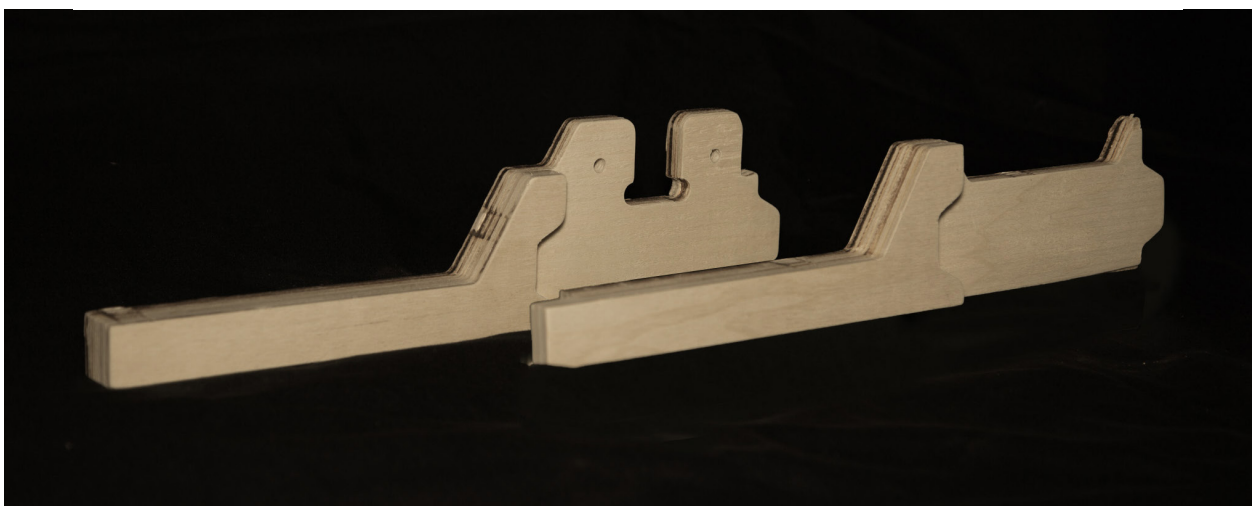
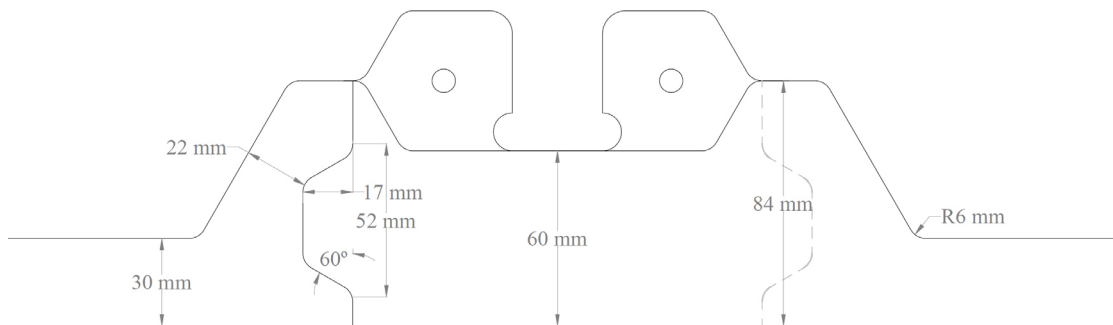
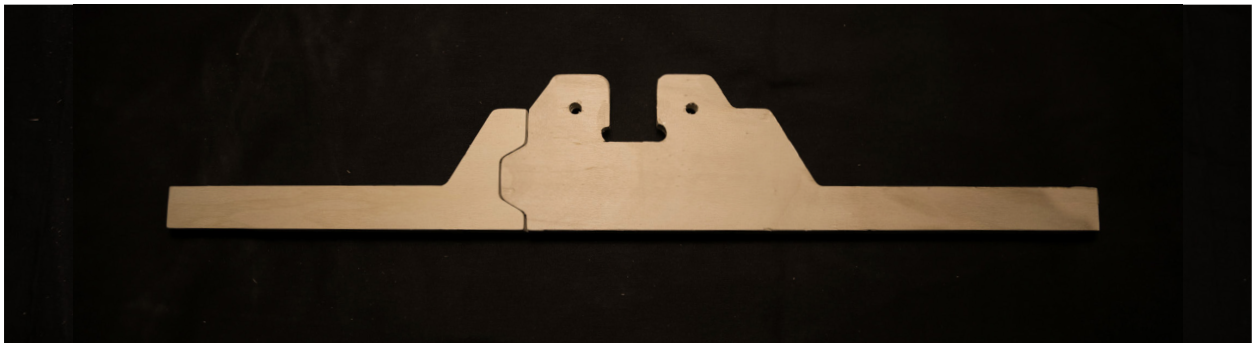
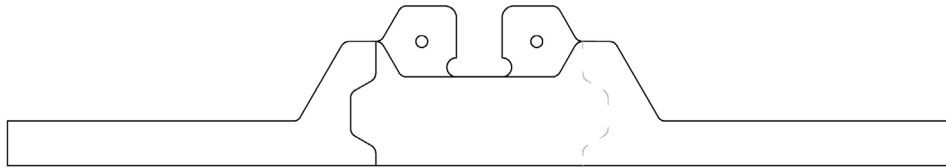
[Fig. 2.39] Empalme de lámina: V_1 .



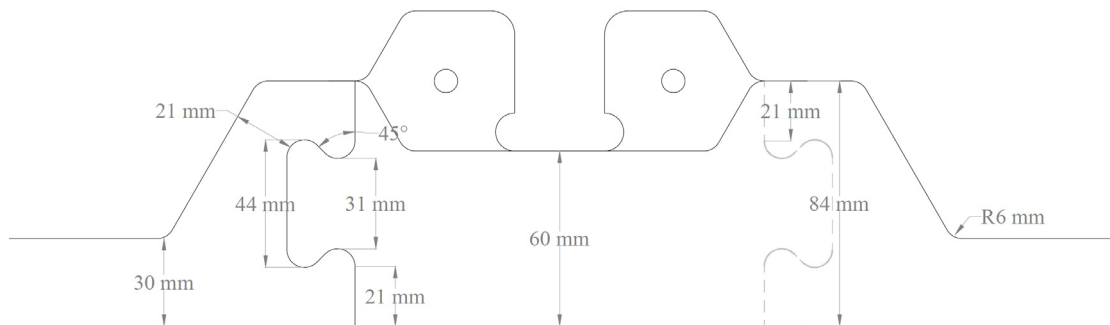
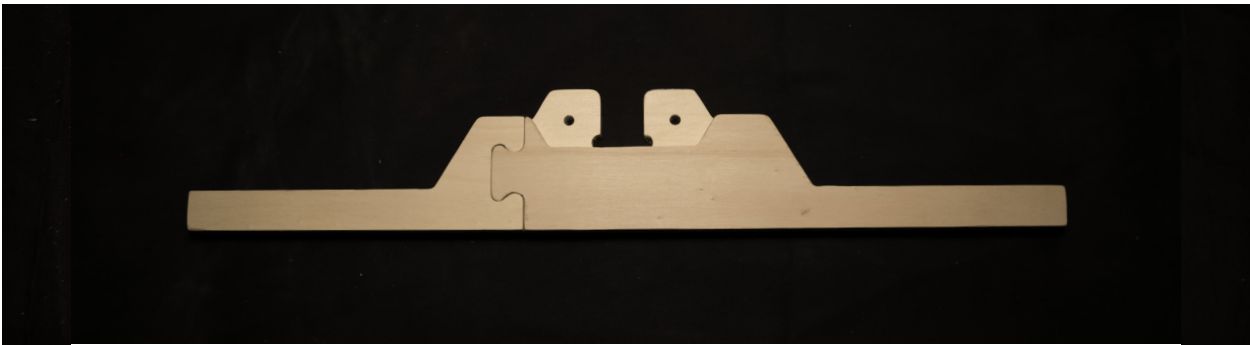
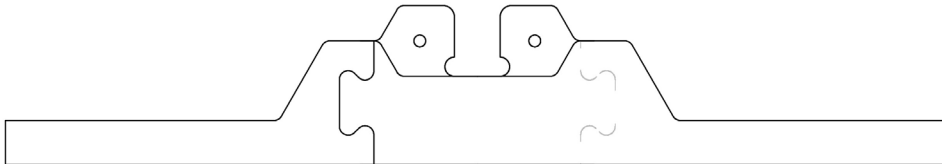
Los dos siguientes cambios son muy leves, pero suponen una mejora considerable en el comportamiento mecánico. V2 y V3 son variaciones de las uniones U2 y U5, respectivamente. En las dos se amplía el espacio que queda al borde para eliminar ese punto débil.

Más adelante en el apartado *Resultados* se explica con más detalle el por qué de esos cambios y sus beneficios.

[Fig. 2.40] Empalme de lámina: V2.



[Fig. 2.41] Empalme de lámina: V3.

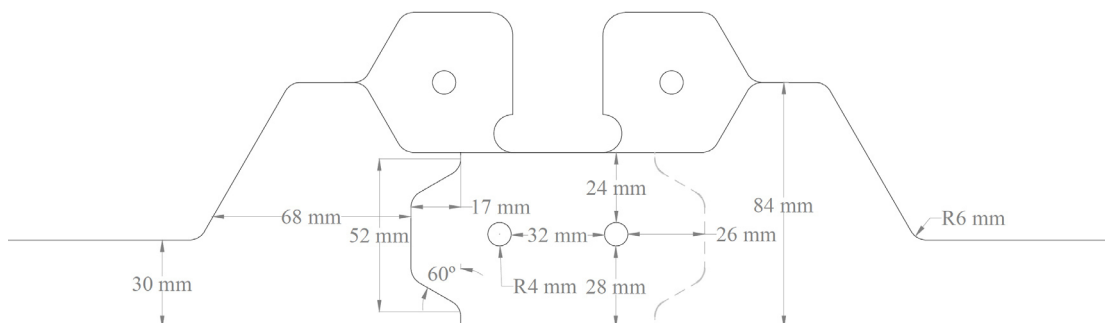
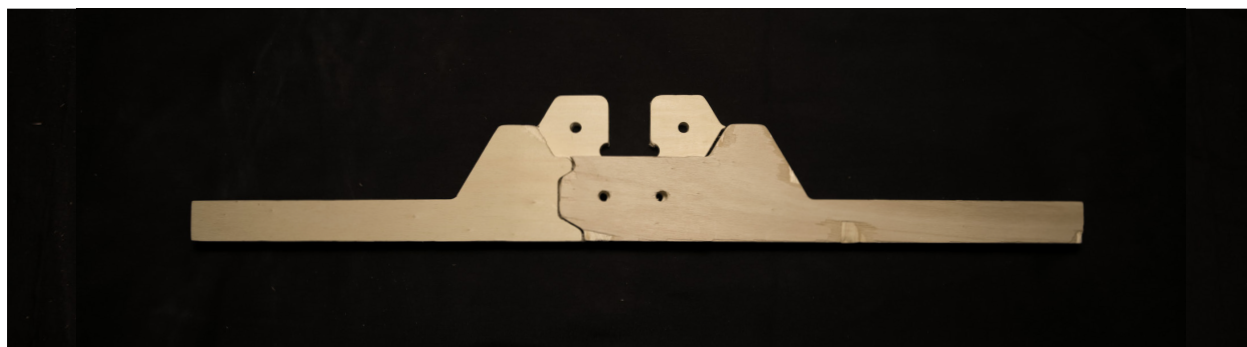
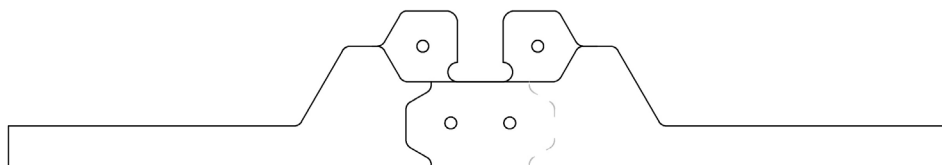


2.4.3 Variaciones con espigas: Piezas E

Estas últimas piezas son variaciones de las anteriores versiones del diente de perro. Puesto que este tipo de unión no tiene ninguna resistencia a la tracción ni una forma de asegurarse por sí misma, esta variación con espigas cubre estos problemas, además de aumentar la resistencia global de la pieza.

Las espigas utilizadas son de 8 mm de diámetro.

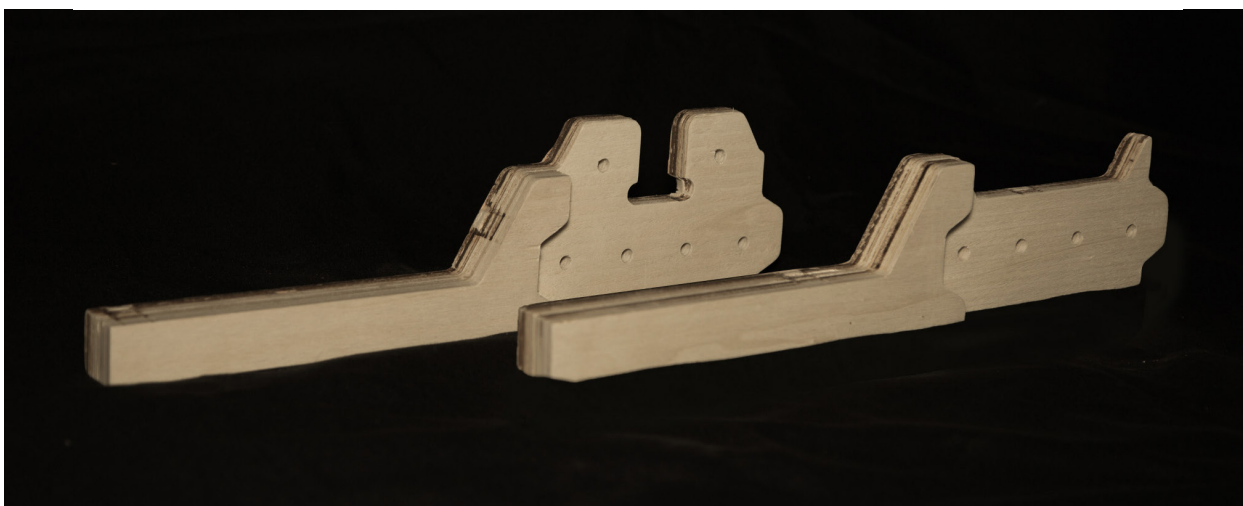
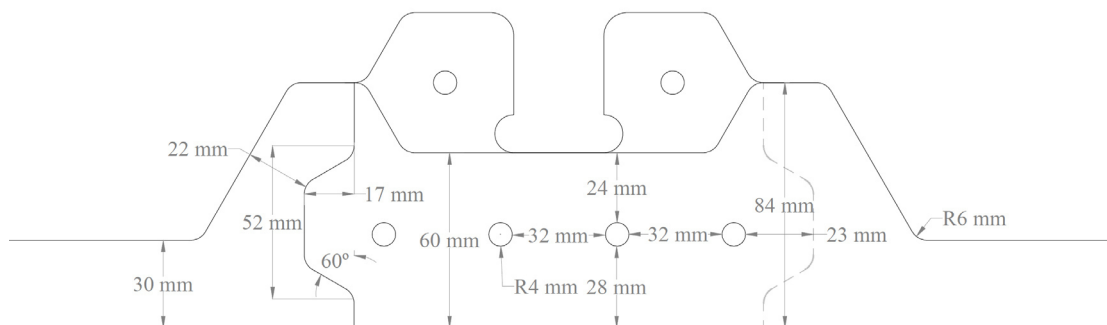
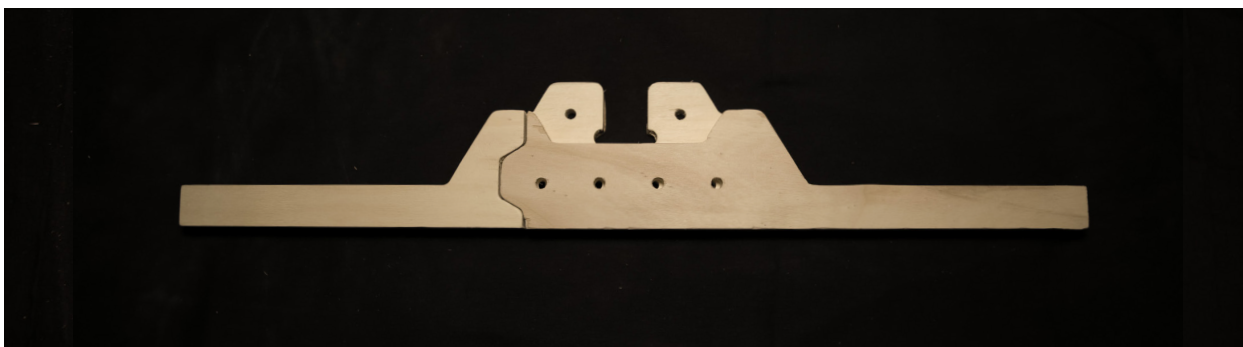
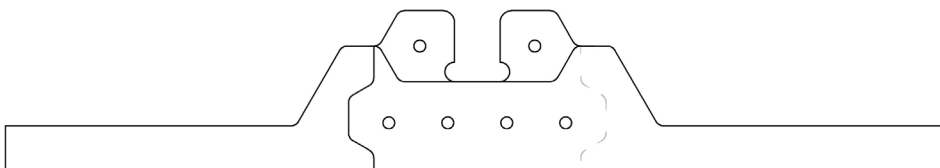
[Fig. 2.42] Empalme de lámina: E1.



Las uniones E1 y E2 son exactamente la misma pieza que V1 y V2 pero con los agujeros para introducir 2 o 4 espigas respectivamente. Este sencillo paso resulta en un aumento sustancial de la resistencia en la unión.

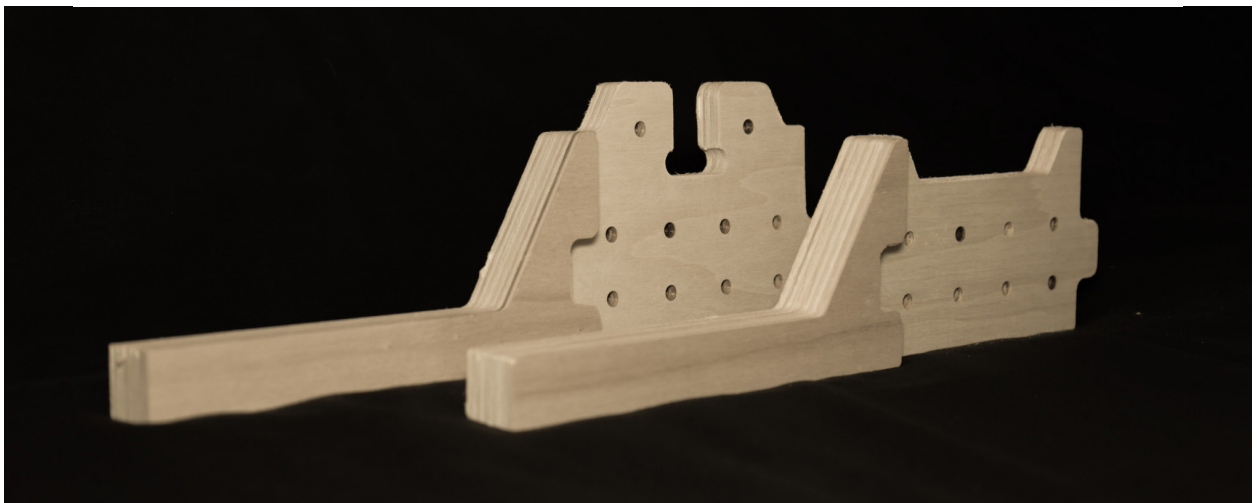
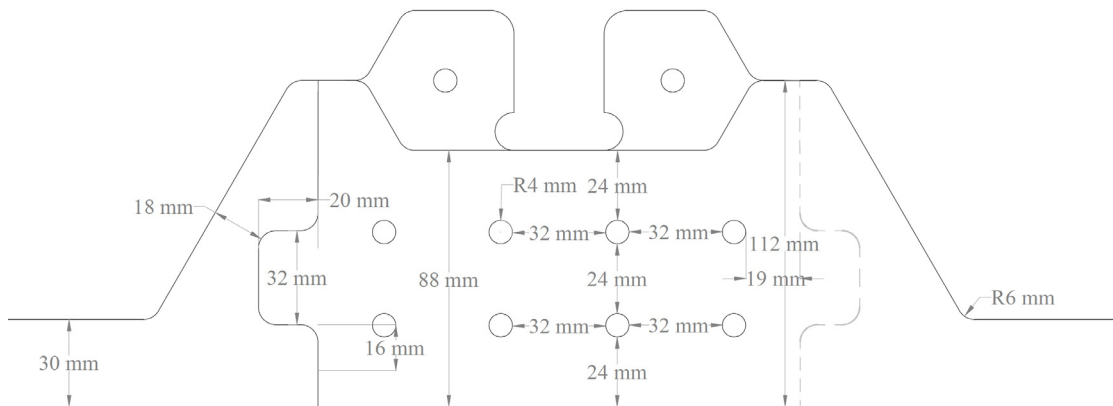
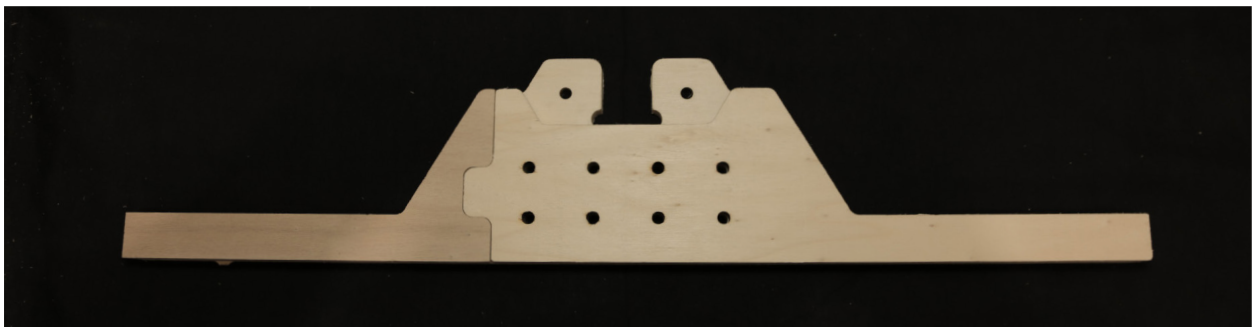
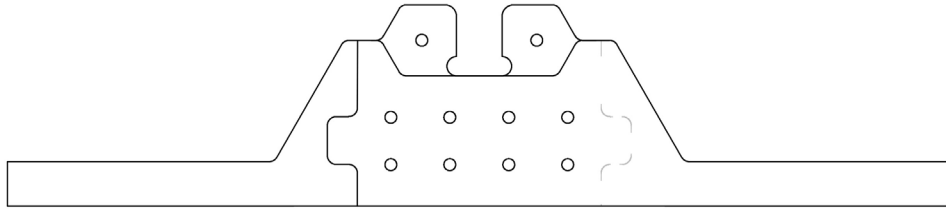
La separación entre espigas debe ser mayor que 3 veces el diámetro de la espiga para garantizar la integridad de la pieza y evitar fisuras por estos agujeros a la hora de poner la pieza en carga.

[Fig. 2.43] Empalme de lámina: E2.



Por último, las uniones E₃ y E₄ presentan una variación de la forma exterior general. Para obtener una mayor resistencia se plantea poner 8 espigas por unión. Para poder colocar tantas es necesario aumentar el área de la unión por la distancia mínima necesaria entre espigas.

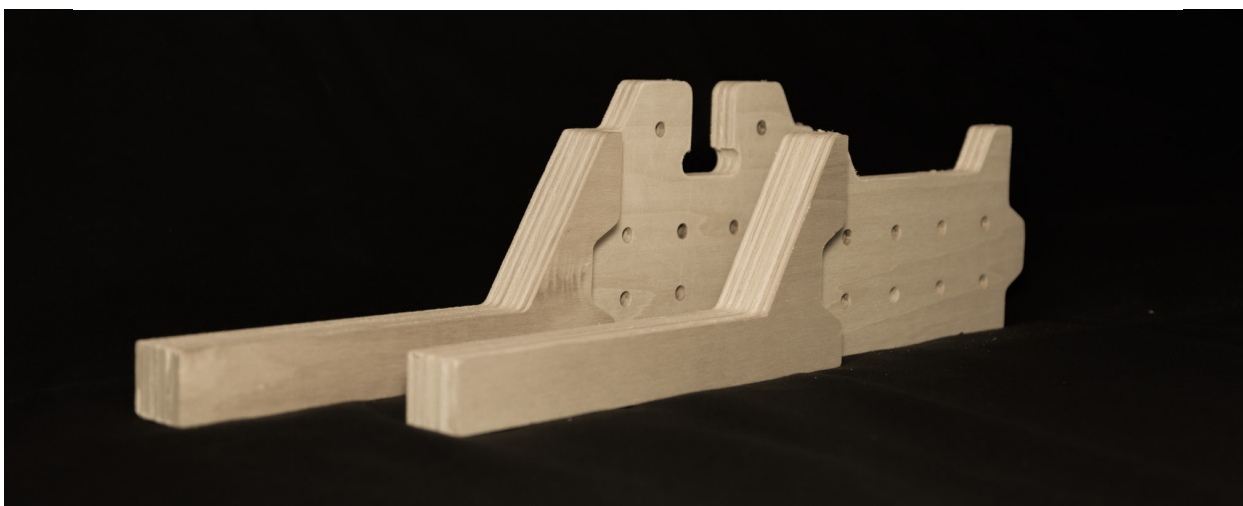
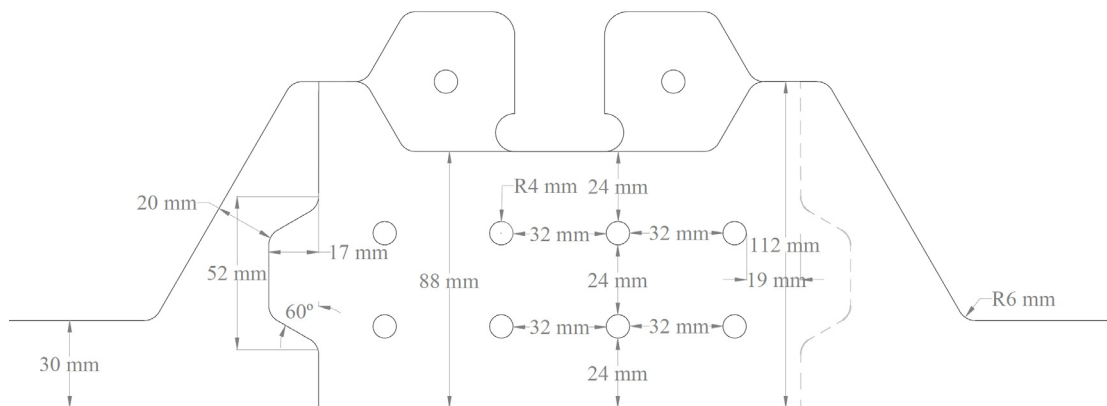
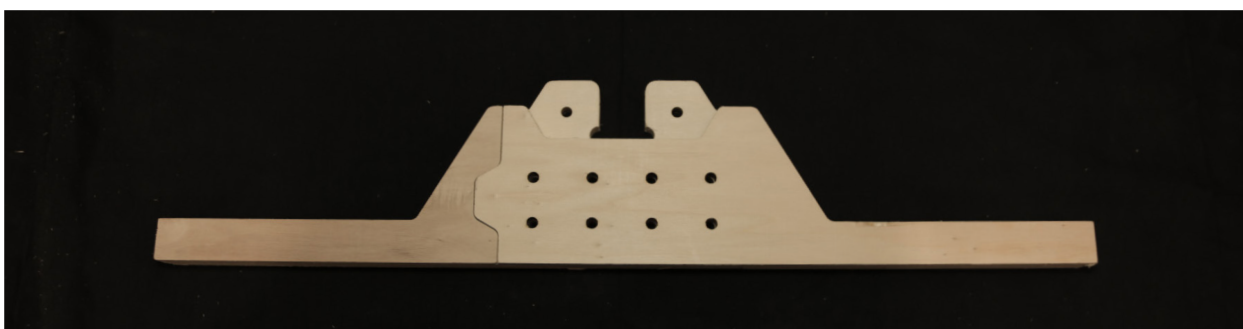
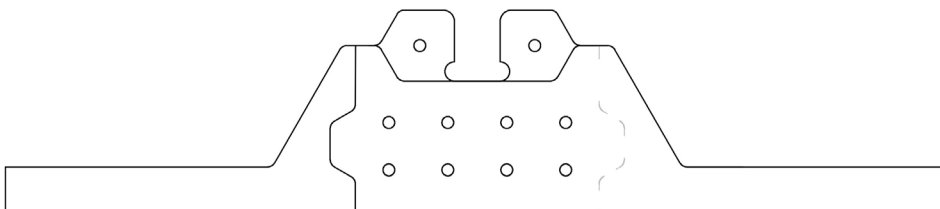
[Fig. 2.44] Empalme de lámina: E₃.

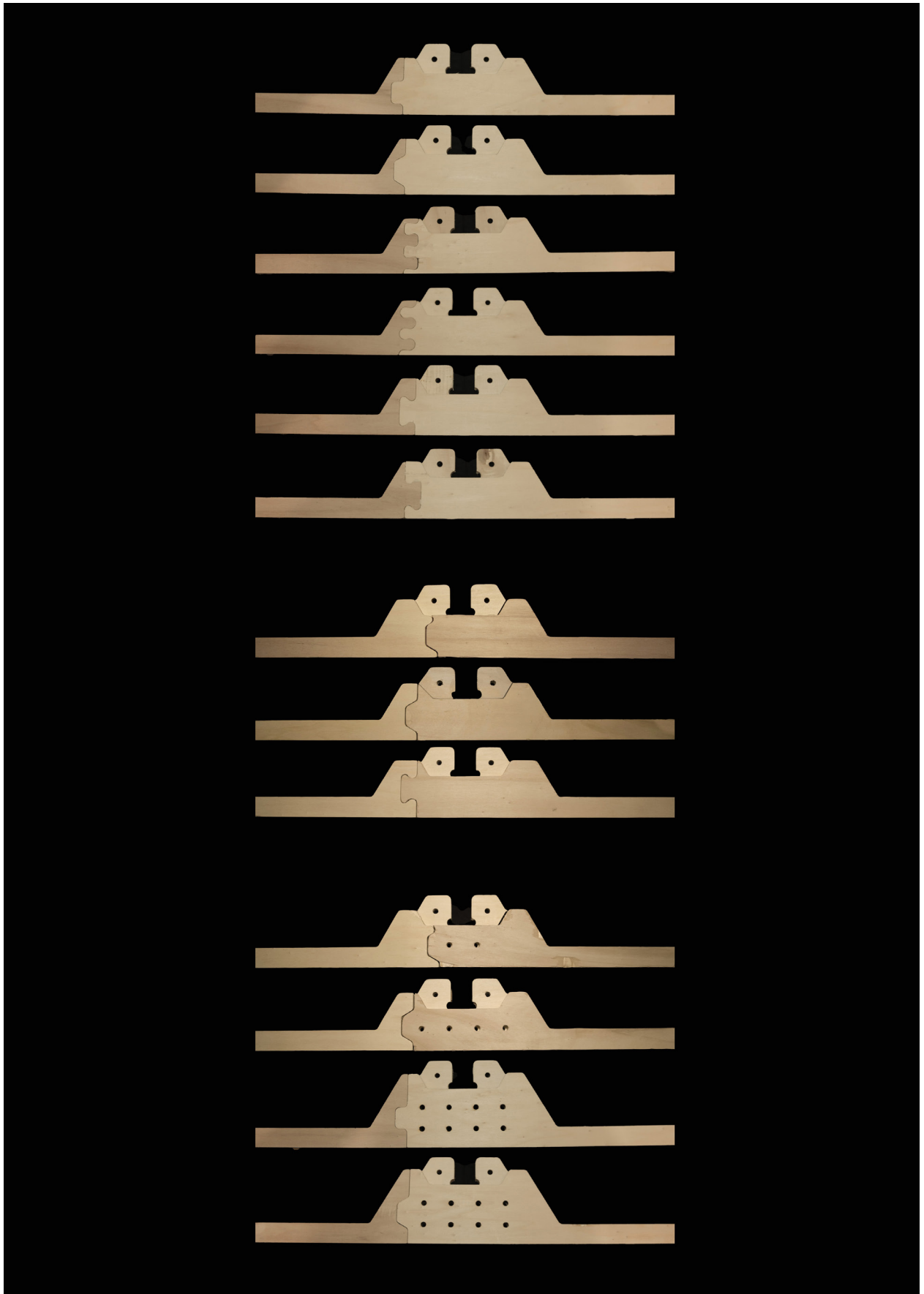


Al ser las espigas de 8 mm de diámetro, la forma de la unión se amplía considerablemente. Esta variación conlleva también un gran aumento de la capacidad de carga de la unión.

La única variación entre E₃ y E₄ es el tipo de diente de perro visto anteriormente, a 90° o a 60°.

[Fig. 2.45] Empalme de lámina: E₄.





[Fig. 2.46] Todos los empalmes mecanizados.

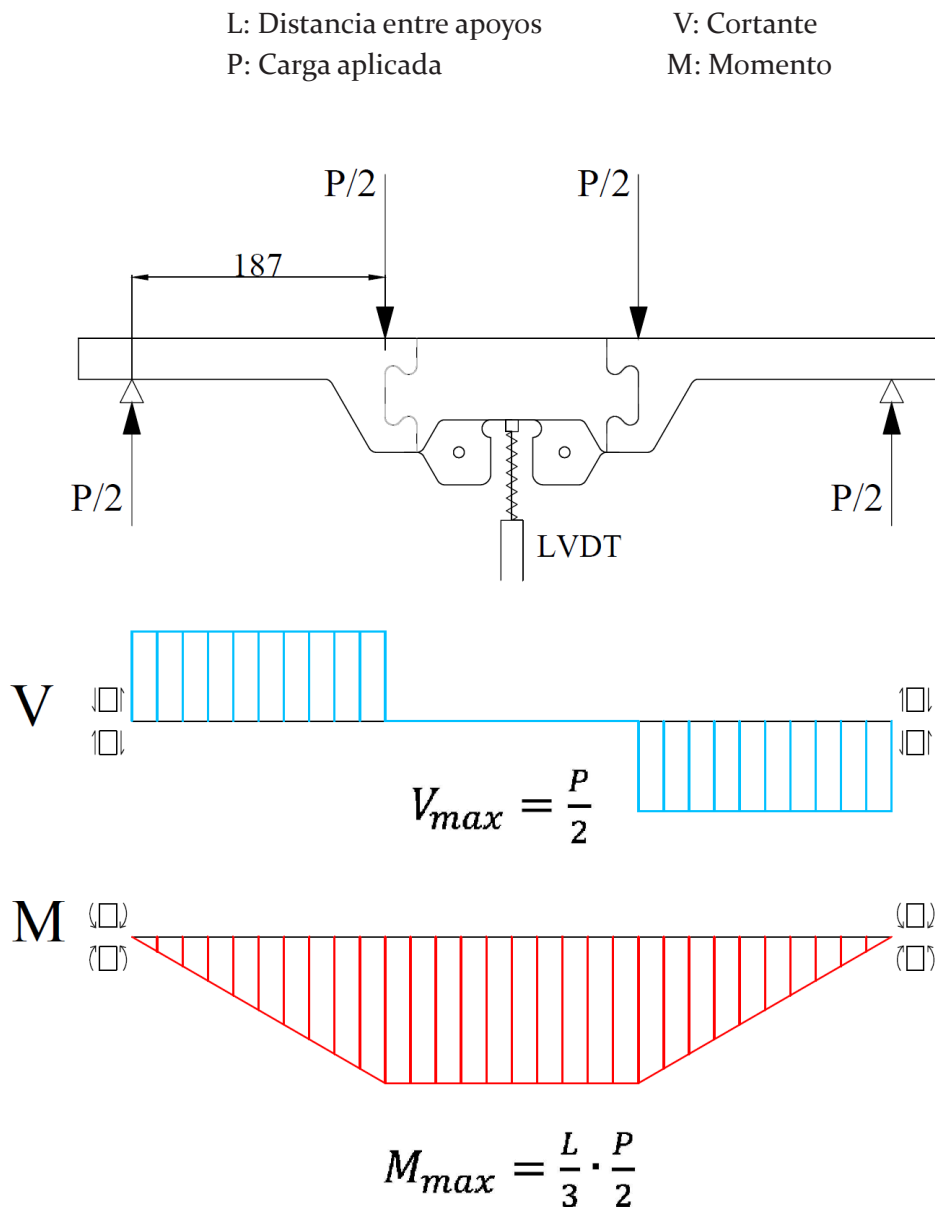
2.5 Método de ensayo

Las piezas se ensayaron a flexión hasta rotura en una de las máquinas del Laboratorio de Estructuras de la ETSAM. En esta máquina de ensayo a flexión, se disponen los apoyos separados por una distancia que es 18 veces el canto de las láminas (560 milímetros) y las dos cargas en los tercios de esa distancia, es decir, a 187 milímetros entre sí y a los apoyos.

La prueba se realiza de esta manera para medir los momentos en el tramo central. Estos momentos son constantes en todo ese tramo y los cortantes son nulos como se ve en las gráficas V y M. Todas las piezas ensayadas tienen la misma sección de 30 mm x 32 mm en la lámina.

Para medir los desplazamientos en el punto central de la pieza se coloca un dispositivo transformador diferencial de variación lineal (LVDT) que apoya sobre una tablilla encolada a la unión en el punto central. Al empezar a aplicar carga, mide los milímetros que baja la pieza cada segundo. Para ser capaz de documentar cada ensayo se coloca un dispositivo móvil que graba todas las pruebas.

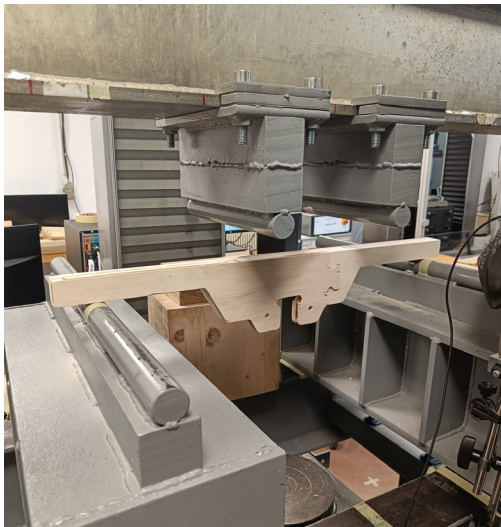
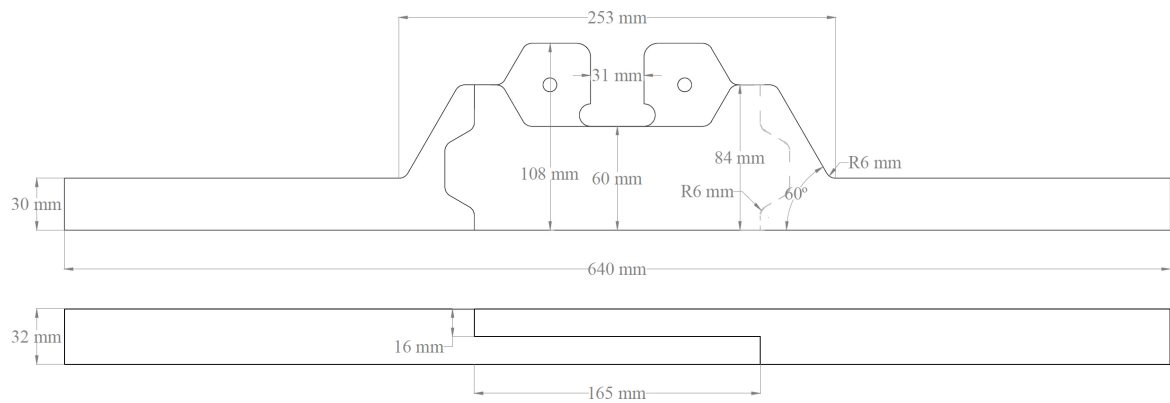
[Fig. 2.47] Diagrama del ensayo a flexión en laboratorio.



La velocidad del ensayo se ajustó para alcanzar la rotura en un tiempo aproximado de 5 minutos.

El objetivo principal de este diseño es contrarrestar el punto débil que supone hacer un empalme por lo que en el ensayo, la intención es que la pieza parta por la lámina y no por la unión.

[Fig. 2.48] Dimensiones generales de empalme tipo.



[Fig. 2.49] Ensayo a flexión en laboratorio.

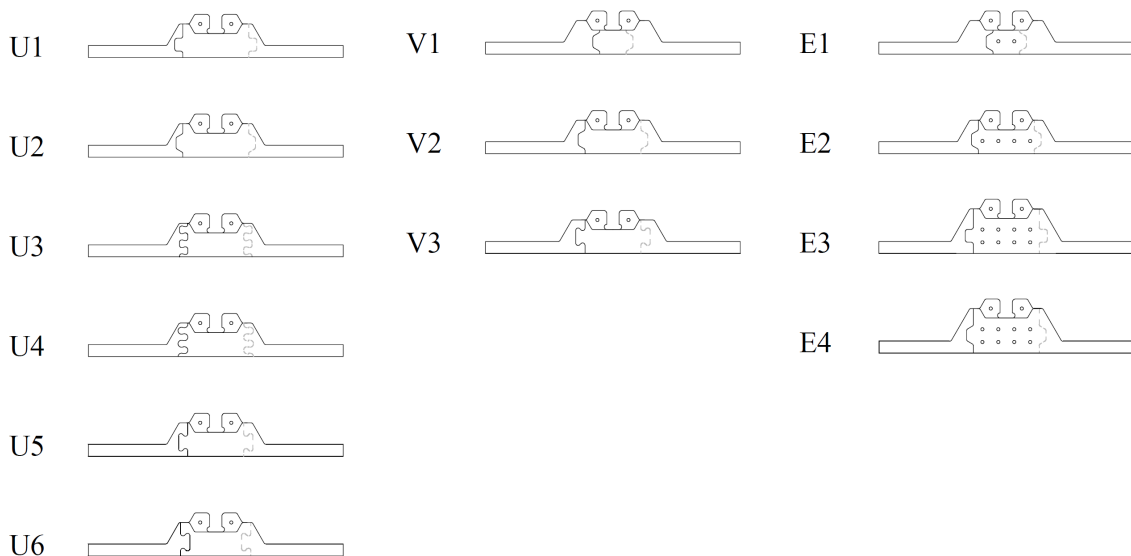
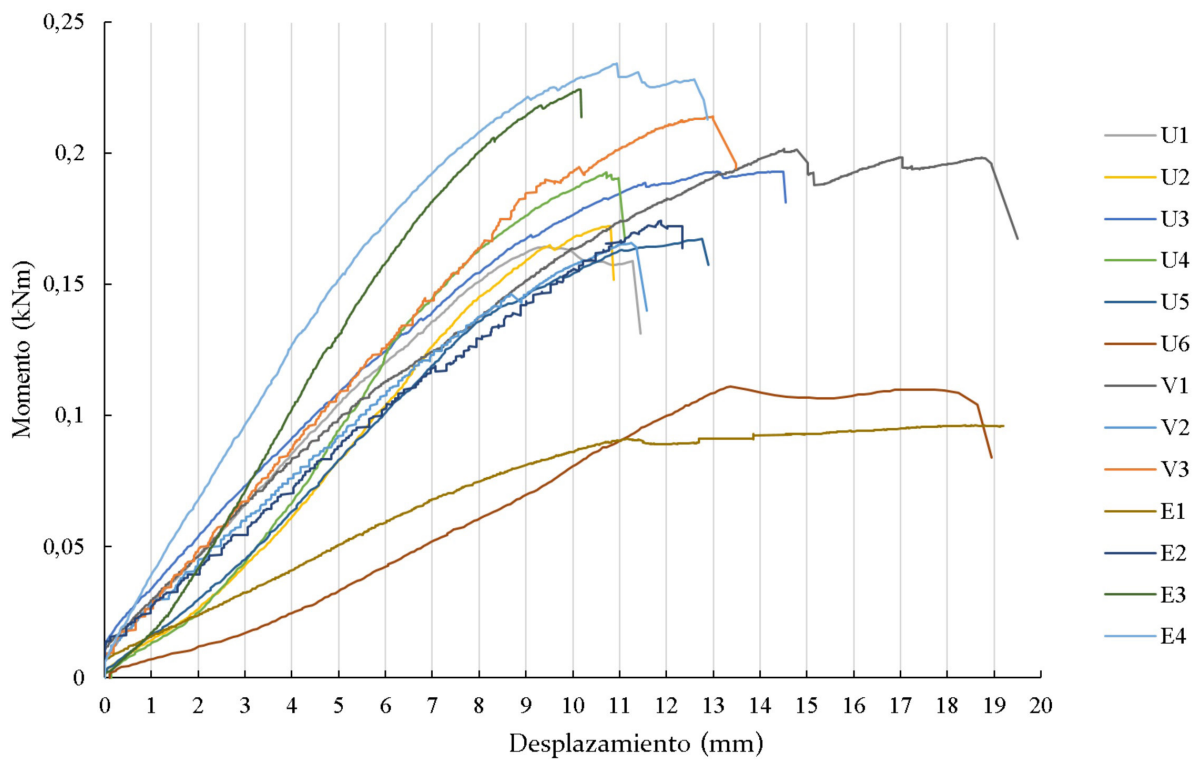
[Fig. 2.50] Colocación del LVDT.

3 Resultados

[Fig. 3.01] Gráfico general Momento/Desplazamiento.

Una vez ensayadas las piezas, se obtienen los datos directos de la máquina de ensayo a flexión. A partir de la fuerza aplicada se obtienen los momentos. Y con todos los datos se crea el siguiente gráfico que ayuda a analizar el comportamiento mecánico de cada pieza:

[Fig. 3.02] Dibujo de todos los empalmes mecanizados.



3.1 Rigidez y resistencia del empalme

Para saber la rigidez de cada pieza es necesario saber cuánto se desplaza por unidad de carga aplicada. En el caso de este gráfico, cuanto más pendiente tiene la línea dibujada, más rigidez tiene la unión. Las piezas que aguantan esfuerzos mayores deformándose menos, se representan con una línea más vertical, como por ejemplo la pieza E3. El caso contrario, una pieza poco rígida, sería la que tiene mucho desplazamiento con esfuerzos menores, como la pieza U6.

La madera es un material heterogéneo e irregular. Esto quiere decir que si se cortan dos piezas con las mismas dimensiones y se ensayan, el resultado nunca será el mismo. Para determinar la resistencia con certeza sería necesario hacer repetidos ensayos de un mismo diseño y hacer un promedio de los resultados.

En las siguientes tablas se puede ver cuál es el momento máximo y el desplazamiento asociado antes del fallo de los empalmes.

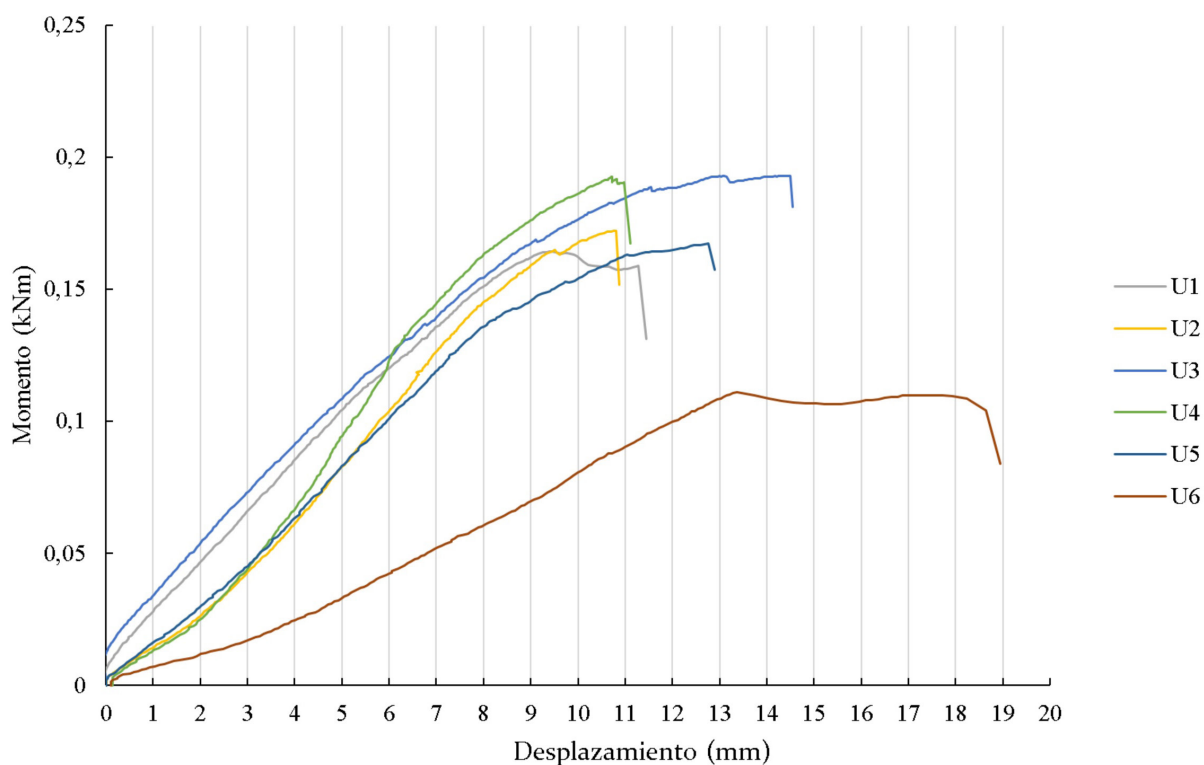
	U1	U2	U3	U4	U5	U6
Momento max	0,16 kNm	0,18 kNm	0,19 kNm	0,19 kNm	0,17 kNm	0,10 kNm
Desplazamiento	11 mm	11 mm	14 mm	11 mm	13 mm	18 mm

	V1	V2	V3	E1	E2	E3	E4
Momento max	0,20 kNm	0,16 kNm	0,22 kNm	0,10 kNm	0,17 kNm	0,23 kNm	0,23 kNm
Desplazamiento	19 mm	11 mm	13 mm	19 mm	12 mm	10 mm	13 mm

[Fig. 3.03] Tabla de momento máximo y desplazamiento.

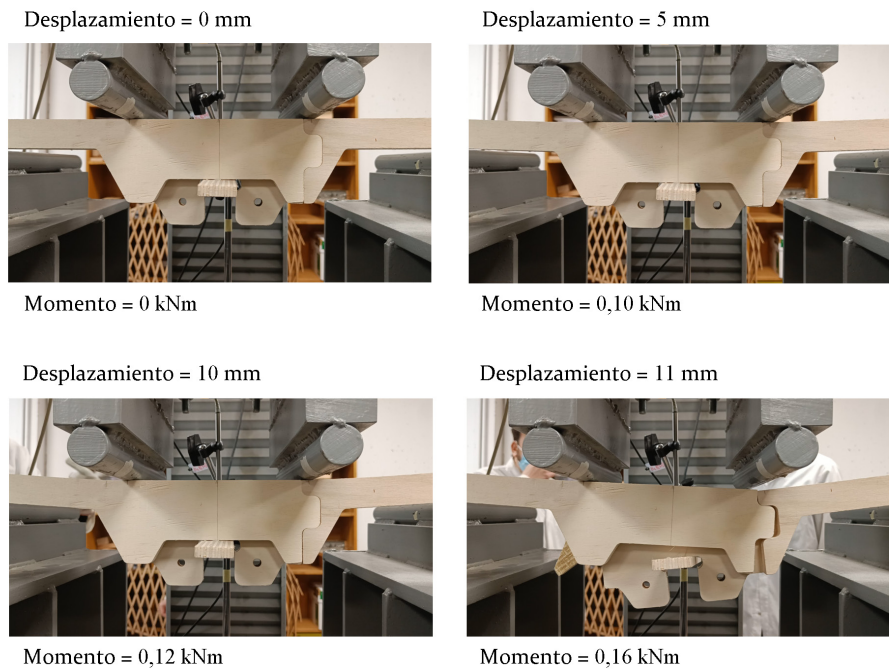
3.1.1 Primeras uniones: Piezas U

[Fig. 3.04] Gráfico piezas U Momento/Desplazamiento.

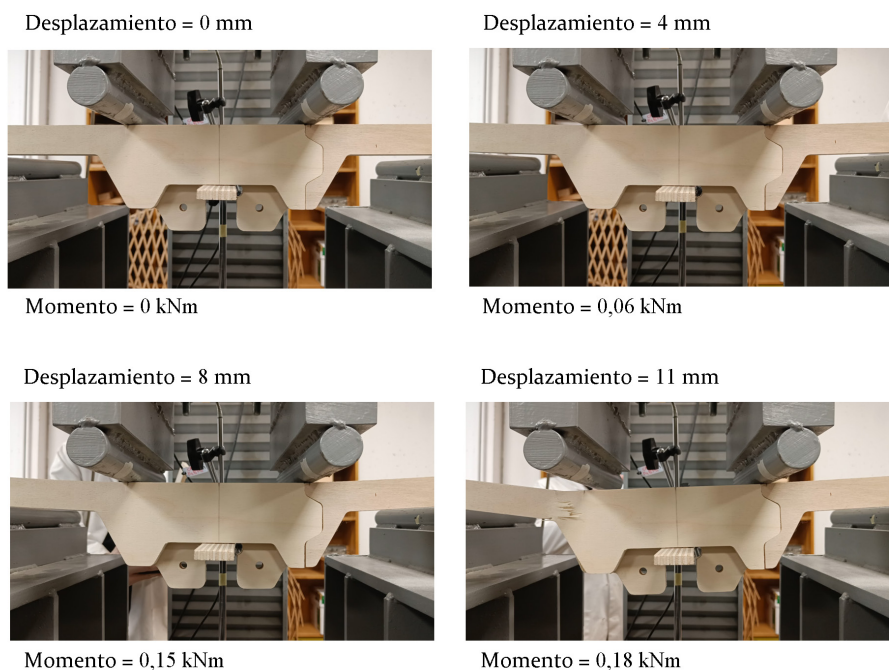


Las piezas U1 y U2 comienzan el ensayo de forma muy similar pero es al final cuando se diferencian. U1 llega al momento máximo pero se sigue deformando un poco más hasta que rompe y U2, cuando llega a su momento máximo, rompe directamente. Esto quiere decir que U2 es ligeramente más rígida al permitir menos movimientos antes de la rotura.

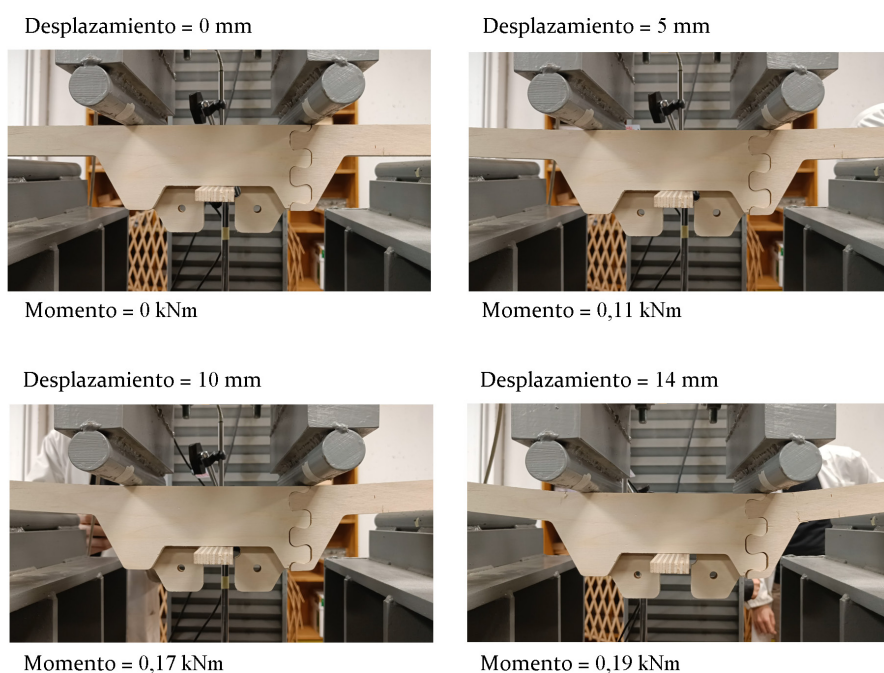
[Fig. 3.05] Imágenes del vídeo del ensayo U1.



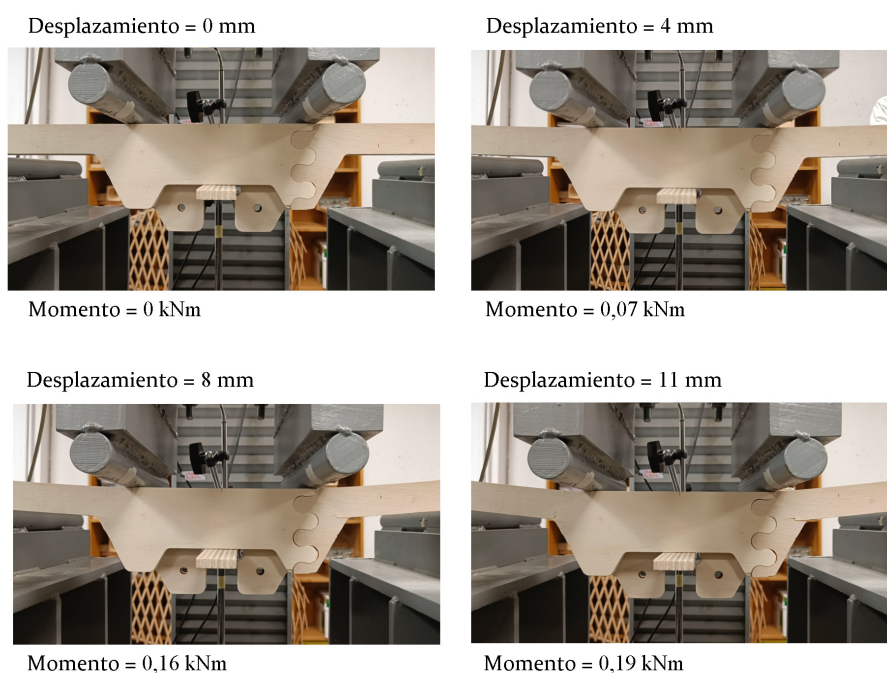
[Fig. 3.06] Imágenes del vídeo del ensayo U2.



Las piezas U₃ y U₄ tienen un comportamiento similar a las anteriores. Al final, U₃ pierde rigidez y la unión comienza a desplazarse (se puede ver en los pequeños saltos que hace la gráfica) hasta que rompe. U₄ rompe directamente, por lo tanto es más rígida. El cambio en la geometría cambia su rigidez pero no el momento máximo que soportan.



[Fig. 3.07] Imágenes del video del ensayo U₃.

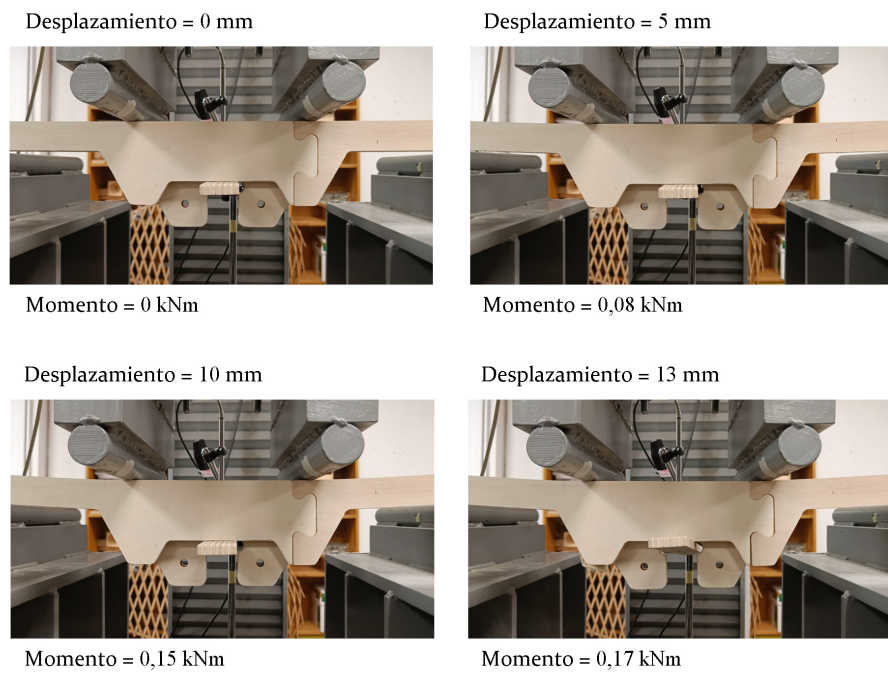


[Fig. 3.08] Imágenes del video del ensayo U₄.

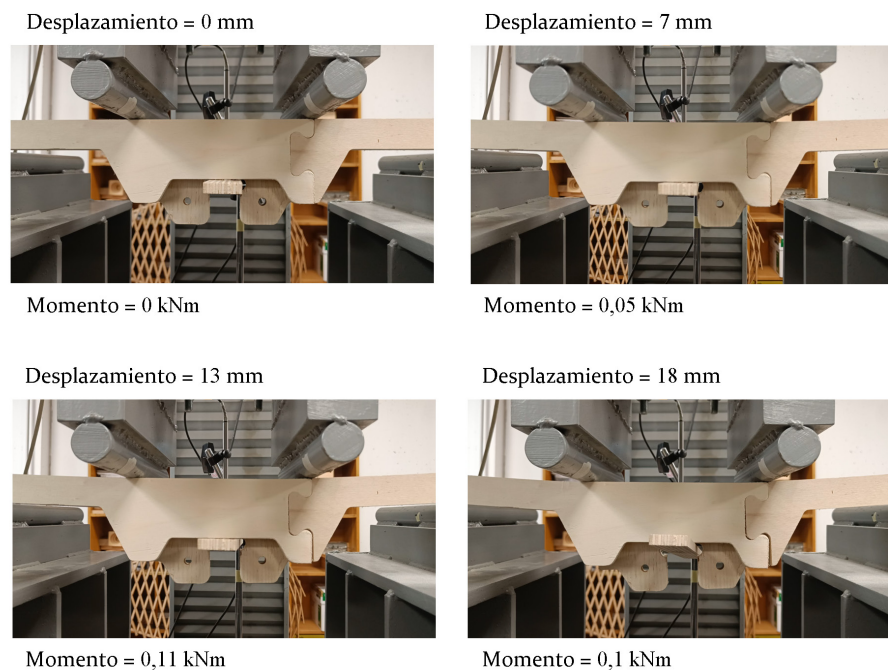
Las últimas uniones de este grupo, U5 y U6, aunque sean muy parecidas, tienen comportamientos completamente diferentes. U5 se comporta de forma bastante rígida, sin permitir muchos movimientos hasta que rompe. Sin embargo, U6 soporta mucha menos carga y permite más movimientos hasta que rompe en 19 mm.

Ninguna de estas seis uniones rompe por la lámina, lo que quiere decir que el empalme resiste menos que la lámina. Por este motivo se decide diseñar y ensayar el siguiente grupo de piezas.

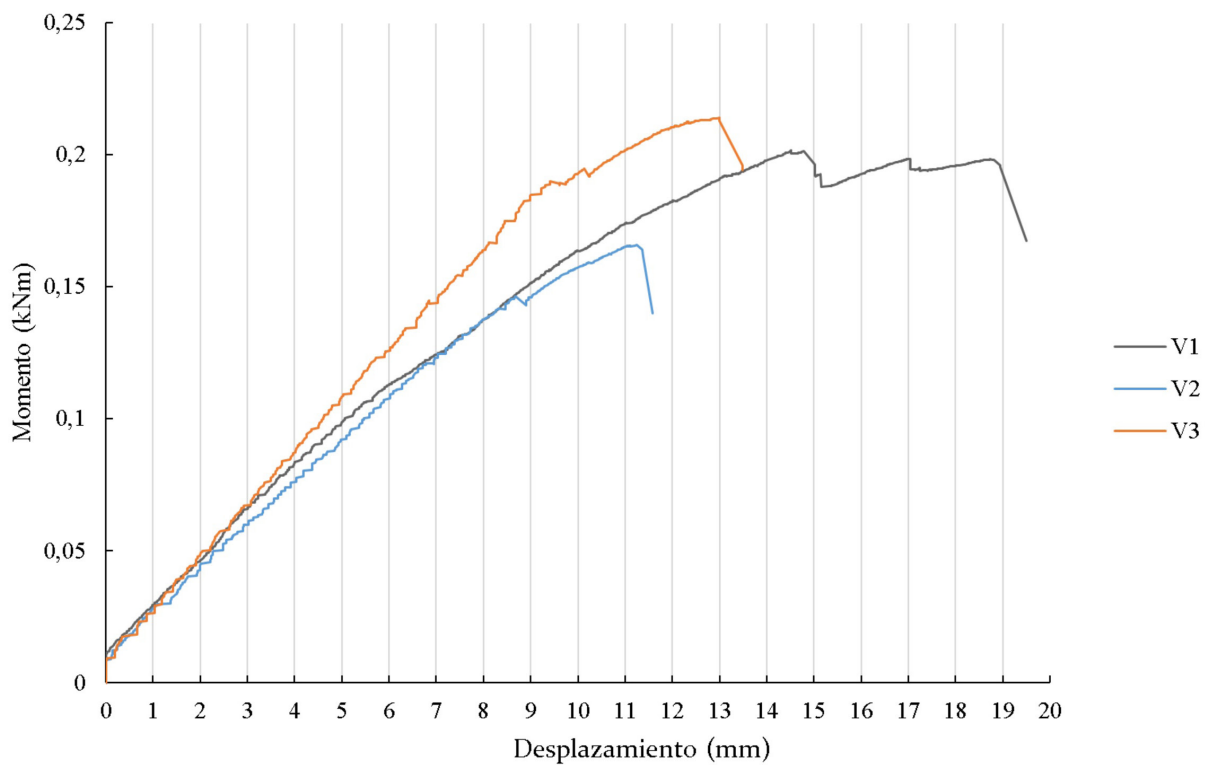
[Fig. 3.09] Imágenes del video del ensayo U5.



[Fig. 3.10] Imágenes del video del ensayo U6.

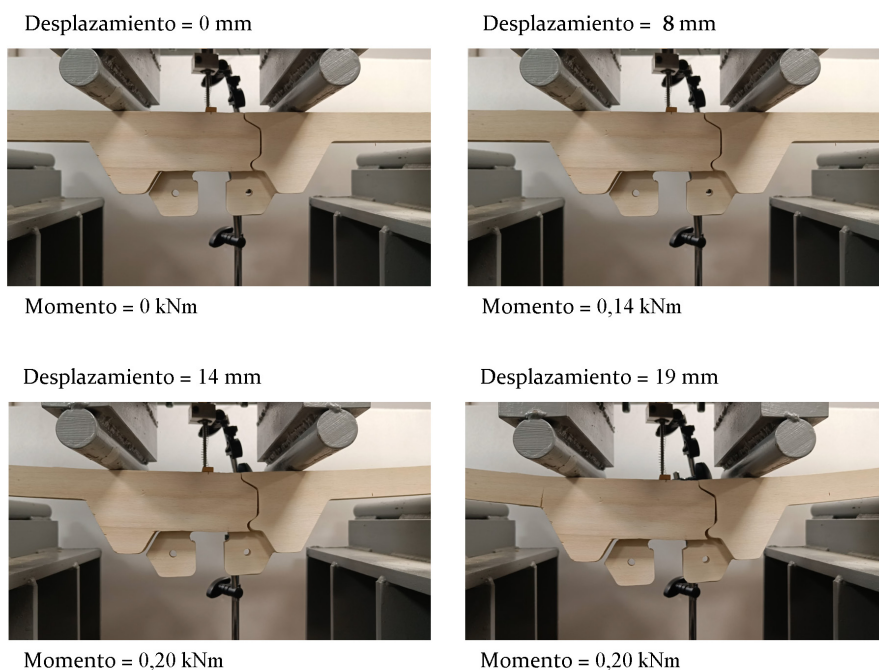


3.1.2 Variaciones: Piezas V



En este grupo V₁ es el único diseño diferente. Por eso su comportamiento es diferente al resto. Comienza con una rigidez similar, pero a medida que aumenta el desplazamiento, la rigidez cambia. En la gráfica tiene dos pequeños saltos antes de romper, lo que significa que la pieza va deslizando y encajando de formas distintas hasta que se bloquea y entonces rompe. Esta pieza permite demasiados movimientos por lo que es menos rígida comparada con las demás. El punto a su favor es que esta sí rompe por la lámina.

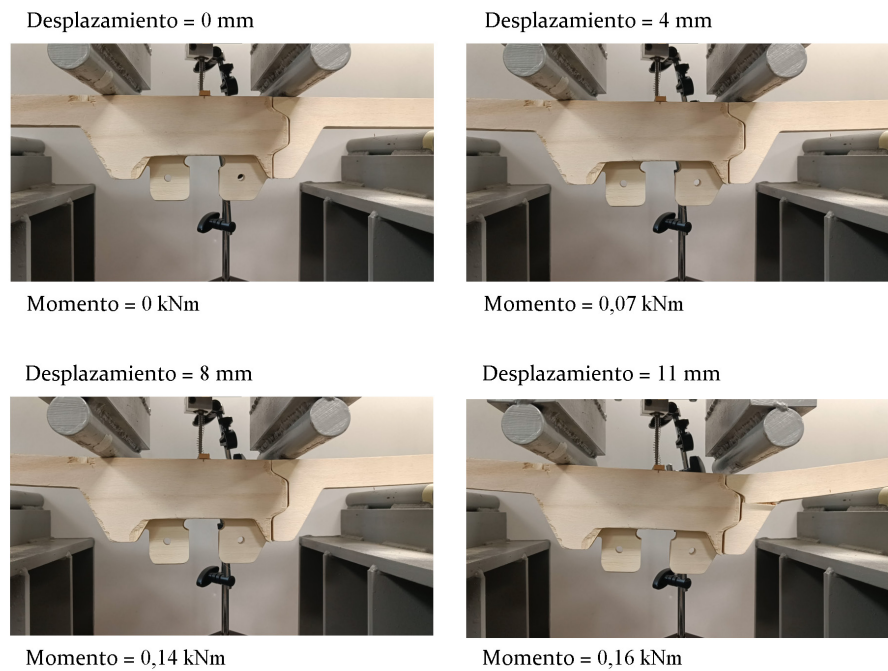
[Fig. 3.11] Gráfico piezas V Momento/Desplazamiento.



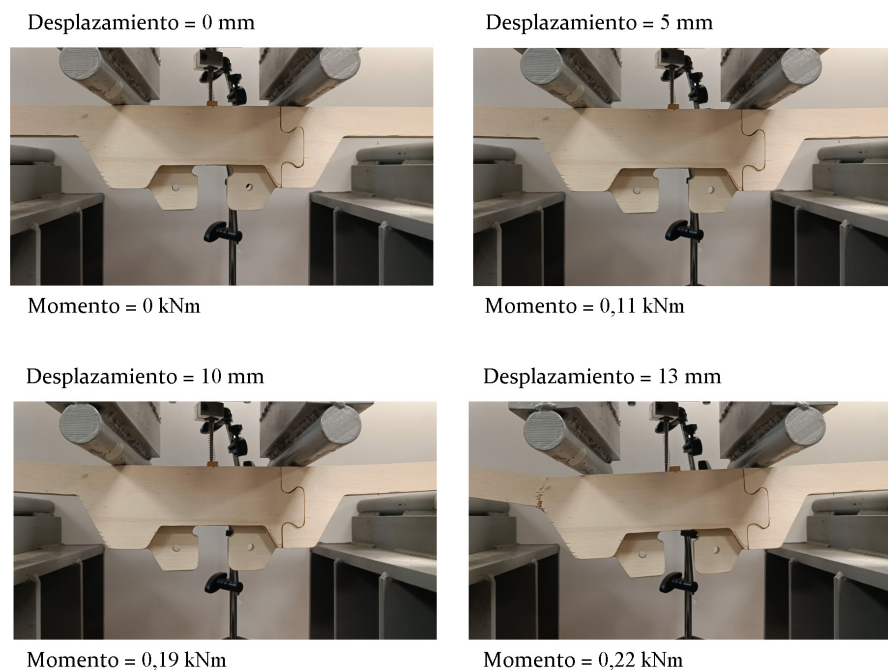
[Fig. 3.12] Imágenes del video del ensayo V₁.

En V2 se varía el diseño U2, aumentando la distancia al borde del diente de perro. Aunque la resistencia se mejora, esta mejora no es significativa y la unión sigue sin romper por la lámina.

La unión V3 también es una variación, en este caso de U5. Aquí se aumenta aún más la distancia de la cola de milano al borde. Esto supone una mejora considerable en la rigidez y en la capacidad de carga respecto a su anterior versión. Esta versión sí consigue romper por la lámina.

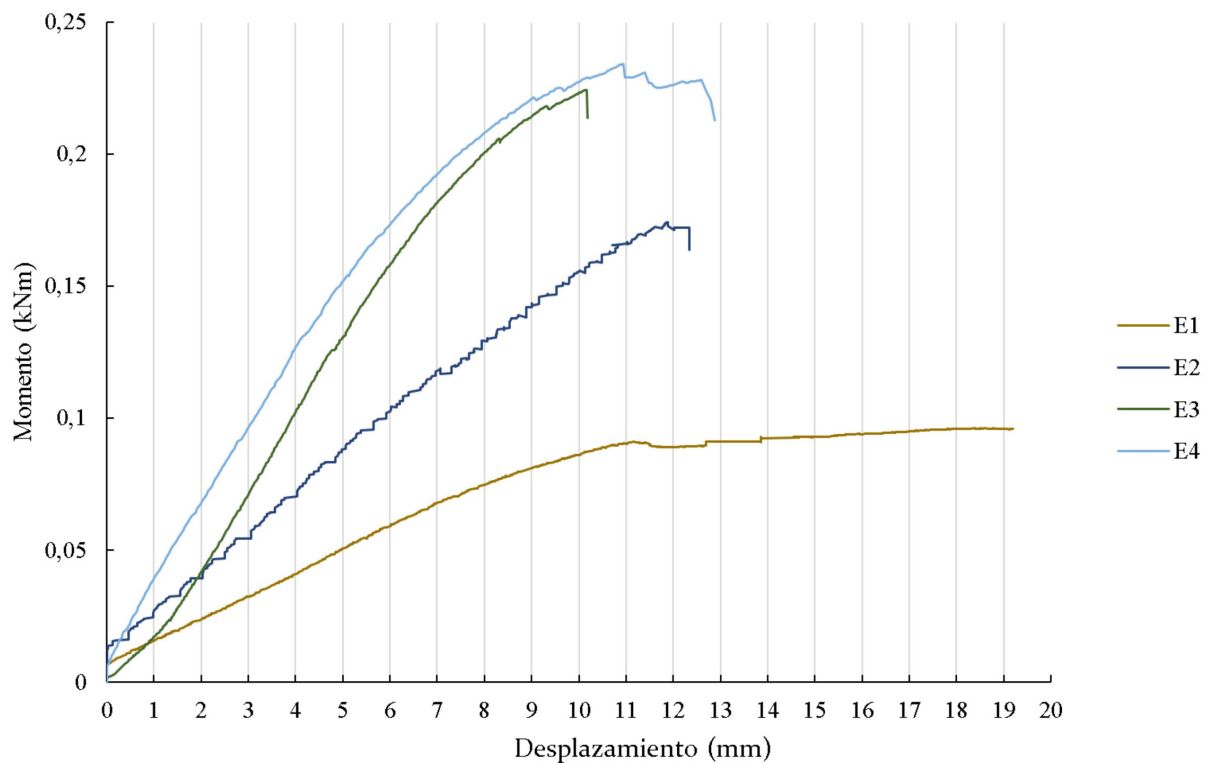


[Fig. 3.13] Imágenes del vídeo del ensayo V2.



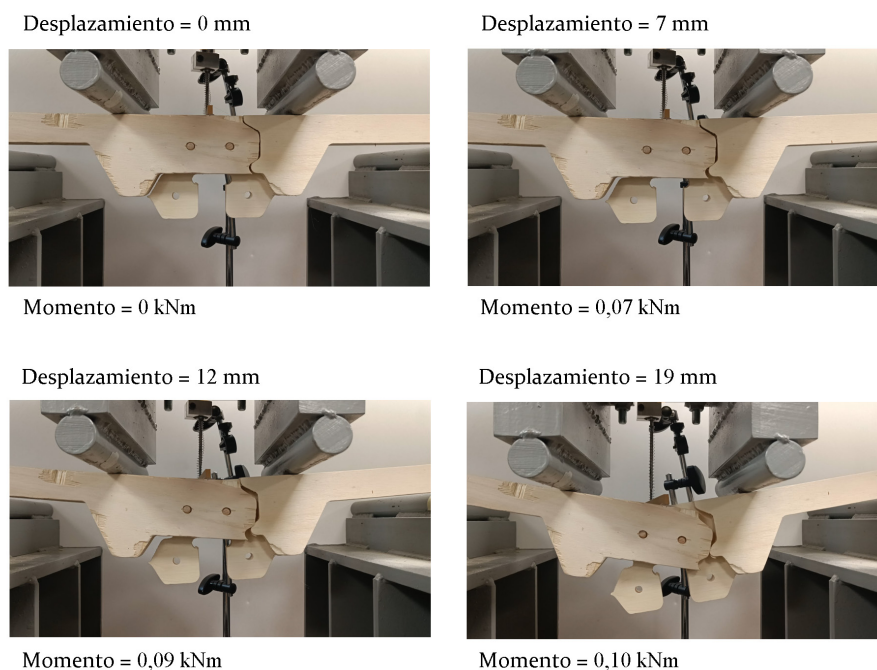
[Fig. 3.14] Imágenes del vídeo del ensayo V3.

3.1.3 Variaciones con espigas: Piezas E



Estas piezas, en teoría deberían soportar esfuerzos mayores que sus variaciones sin espigas. Las espigas no solo funcionan para asegurar la unión, sino que también transmiten las cargas de una pieza a la otra. Estas espigas están hechas con madera de haya que es mucho más dura y resistente que el chopo. Al mecanizar estas últimas piezas surge un problema, y el empalme E1 no hace buen contacto con su par. Por esto, al ensayarla, en lugar de actuar como esta diseñado, con el diente de perro transmitiendo los esfuerzos, la unión desliza y deja que las espigas los soporten.

[Fig. 3.15] Gráfico piezas E Momento/Desplazamiento.

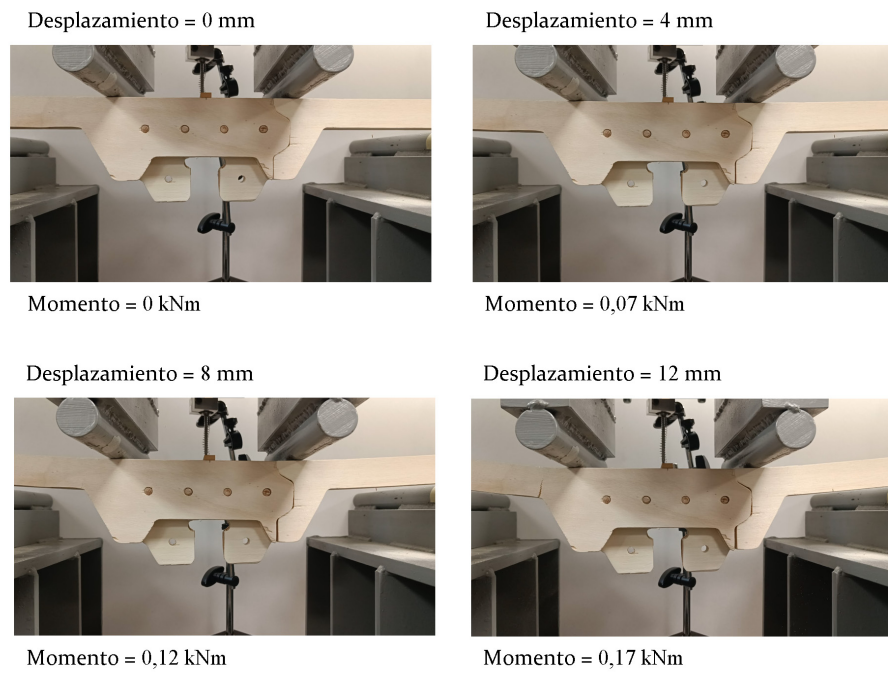


[Fig. 3.16] Imágenes del vídeo del ensayo E1.

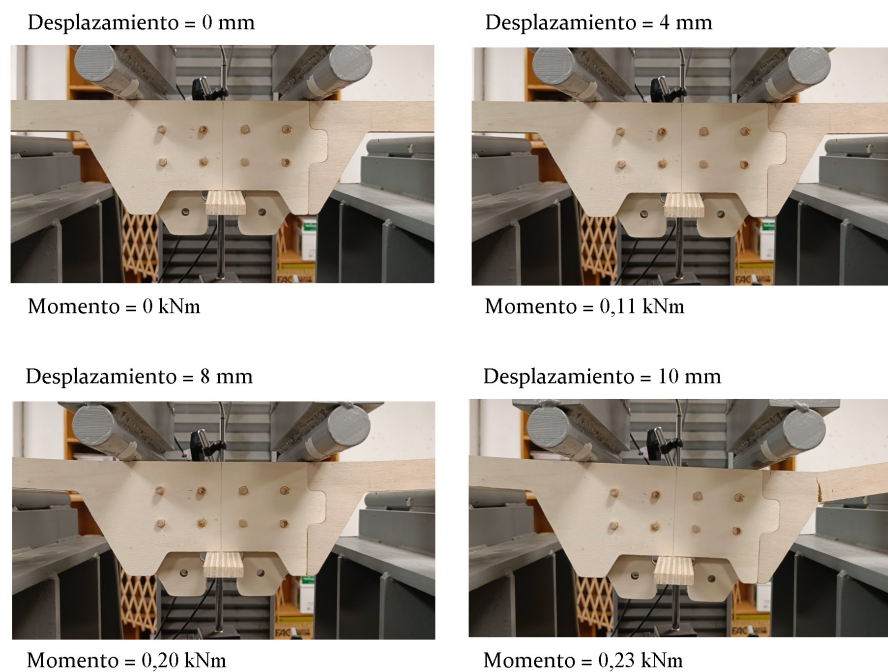
La unión E2 es igual a la V2 pero con 4 espigas. Gracias a este cambio, la unión sí que consigue romper por la lámina y su resistencia aumenta, pero no demasiado.

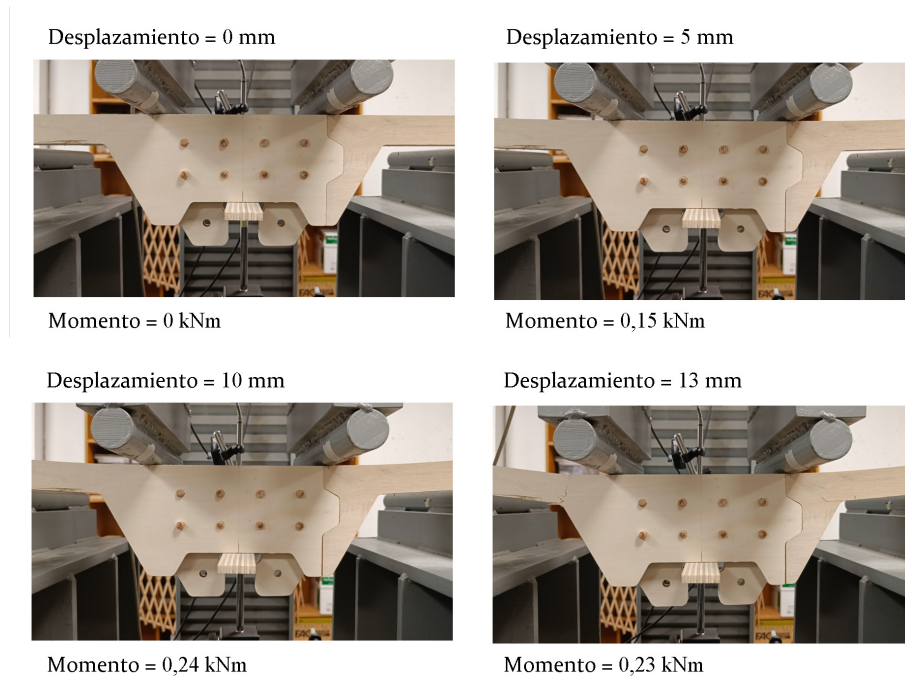
Los empalmes E3 y E4, al tener 8 espigas y una sección mayor, consiguen tener mucha más rigidez que el resto de empalmes. Ambos consiguen romper por la lámina, aunque su comportamiento no sea igual. El empalme E3 rompe directamente al llegar a su momento máximo, mientras que E4 se mueve y encaja dos veces antes de romper.

[Fig. 3.17] Imágenes del vídeo del ensayo E2.



[Fig. 3.18] Imágenes del vídeo del ensayo E3.





[Fig. 3.19] Imágenes del vídeo del ensayo E4.

3.2 Modos de fallo

Estos modos de fallo están clasificados en dos grupos, los que rompen por la unión y los que rompen por la lámina.

3.2.1 Fallo en la unión

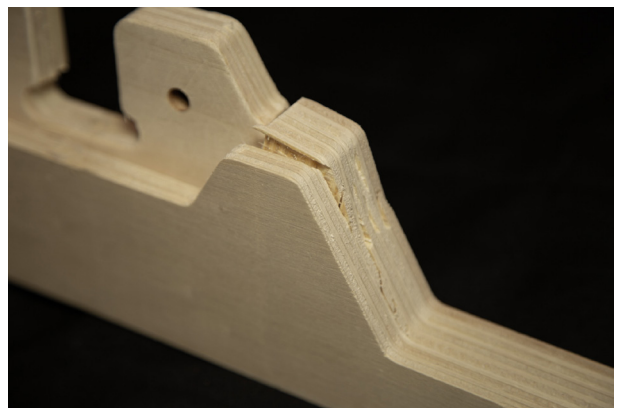
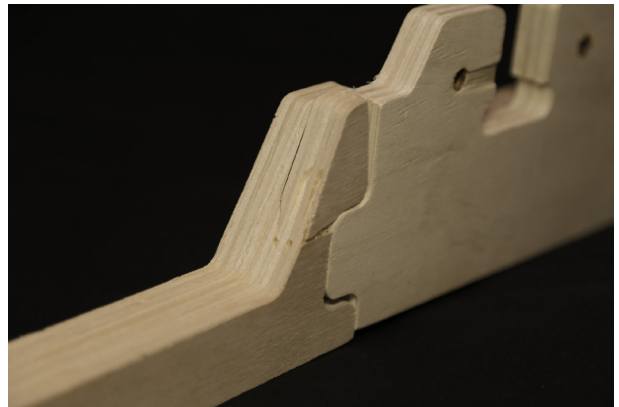
En U1, el diente de perro transmite un esfuerzo demasiado grande sobre la pieza contraria y rompe por la zona más estrecha y de menor sección. Al haber dejado solo 11 mm al borde, ese es el punto débil de la unión. En U5 pasa lo mismo, pero es la cola de milano la que transmite ese esfuerzo.

[Fig. 3.20] Modo de fallo pieza U1 (arriba izq.).

[Fig. 3.21] Modo de fallo pieza U1 (arriba dcha.).

[Fig. 3.22] Modo de fallo pieza U5 (abajo izq.).

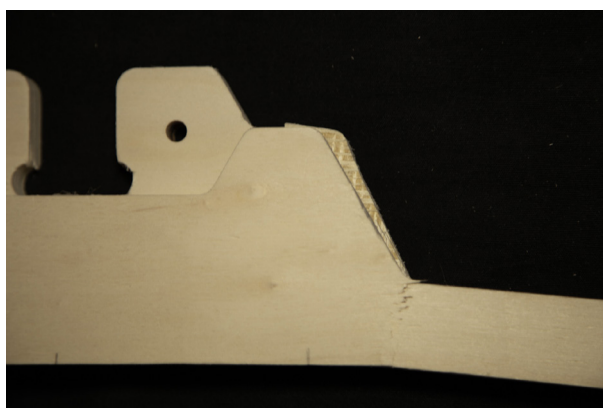
[Fig. 3.23] Modo de fallo pieza U5 (abajo dcha.).



Las uniones U₂, U₃ y U₄ tienen el mismo tipo de rotura. Todos los momentos de la flexión se transmiten en el punto más débil que es la zona del borde inclinado. La diferencia con la anterior rotura es que no hay ninguna fisura en la cara de la unión sino que son las chapas las que se separan y la fisura se extiende hasta la lámina. Esto significa que estas uniones están mas cerca del objetivo final que es que la pieza rompa por la lámina.

[Fig. 3.24] Modo de fallo pieza U₂ (arriba izq.).

[Fig. 3.25] Modo de fallo pieza U₂ (arriba dcha.).



[Fig. 3.26] Modo de fallo pieza U₃ (medio izq.).

[Fig. 3.27] Modo de fallo pieza U₃ (medio dcha.).

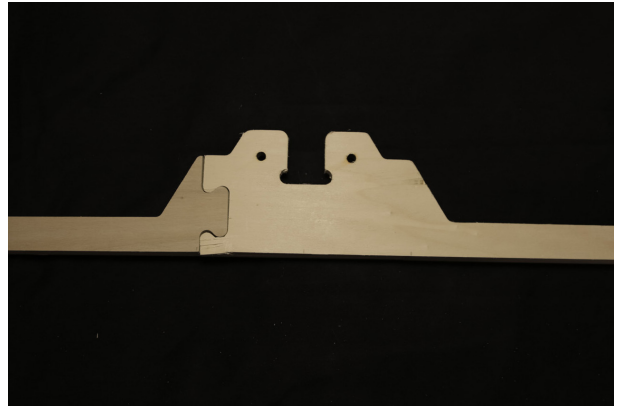
[Fig. 3.28] Modo de fallo pieza U₄ (abajo izq.).

[Fig. 3.29] Modo de fallo pieza U₄ (abajo dcha.).

U6 tiene un fallo atípico entre estas uniones. Los esfuerzos de flexión, en este caso, se transmiten a un pequeño trozo de madera independiente y de muy poca sección. Por este motivo rompe muy pronto en el ensayo, lo que provoca que la pieza pierda mucha rigidez y resistencia.

[Fig. 3.30] Modo de fallo pieza U6 (izq.).

[Fig. 3.31] Modo de fallo pieza U6 (dcha.).



El empalme V2, aunque está más cerca de romper por la lámina que su pareja, la pieza U2, sigue fallando por dos lugares. Por un lado, la unión rompe en horizontal, en el sentido de las fibras, desde el diente al borde diagonal. Por el otro lado, lo que rompe es la lámina. Esto significa que le faltan unos pocos milímetros de distancia del diente al borde para que este fallo sea enteramente por la lámina.

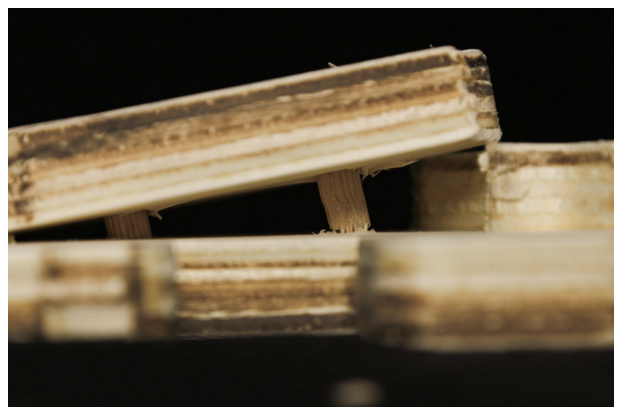
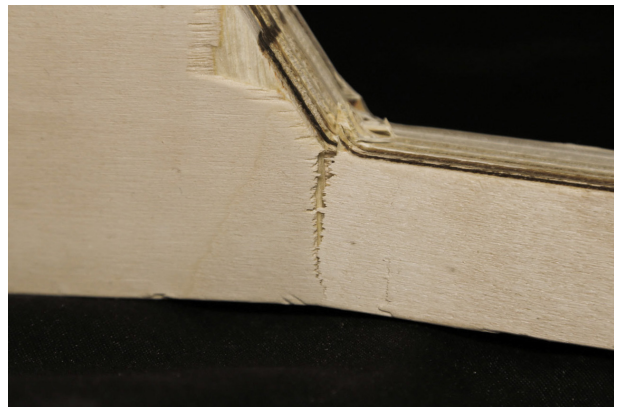
[Fig. 3.32] Modo de fallo pieza V2 (arriba izq.).

[Fig. 3.33] Modo de fallo pieza V2 (arriba dcha.).

El último empalme de este grupo es E1. Por el fallo de mecanizado, la pieza no encaja correctamente y lo único que resiste son las espigas. Estas, al ser solo dos, permiten mucho desplazamiento pero acaban rompiendo.

[Fig. 3.34] Modo de fallo pieza E1 (abajo izq.).

[Fig. 3.35] Modo de fallo pieza E1 (abajo dcha.).

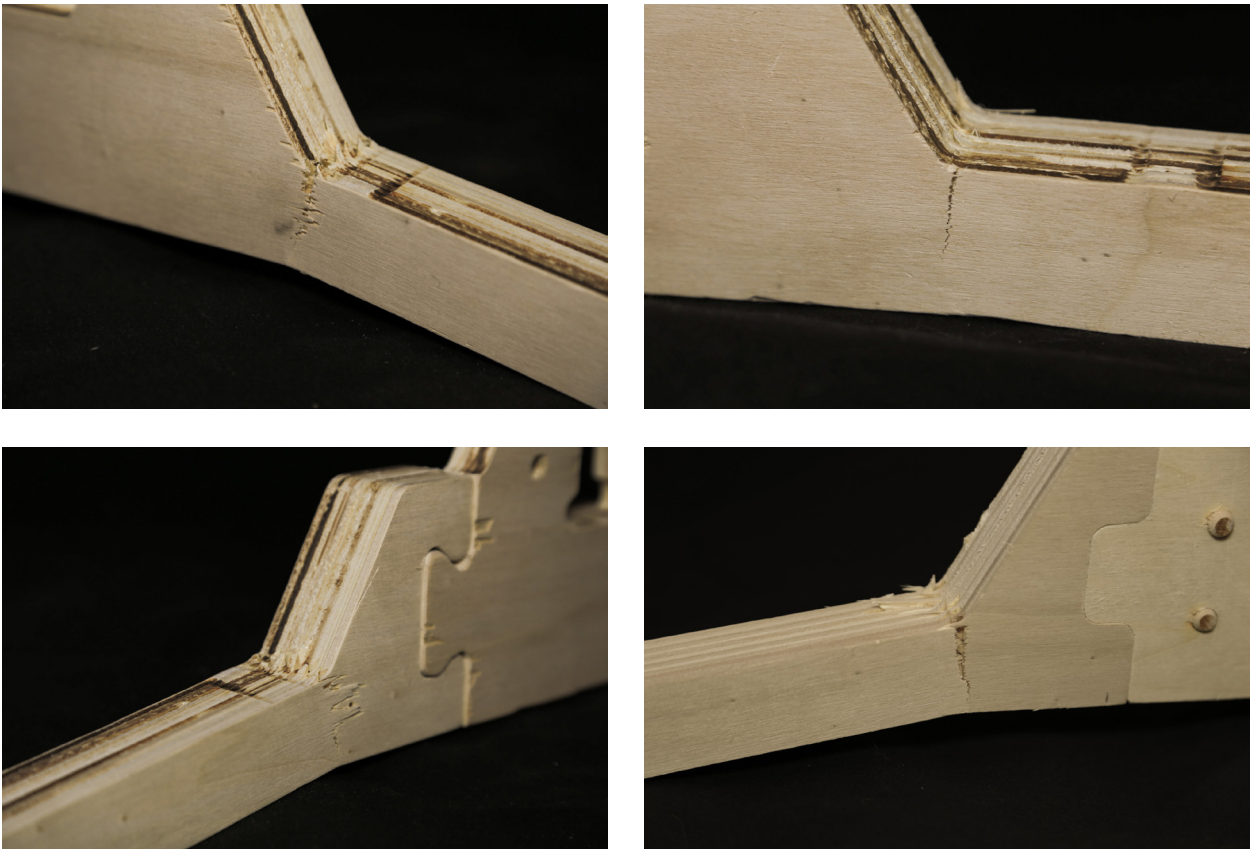


3.2.2 Fallo en la lámina

Los empalmes V1, V3, E2, E3 y E4 rompen por la lámina. Esto quiere decir que estos diseños cumplen con la premisa de no tener punto débil en la unión. A pesar de esto, no todas las piezas son igual de rígidas ni soportan los mismos momentos.

V1, antes de romper, tiene movimientos y deslizamientos. Y a E4 le pasa algo similar, aunque con mayor rigidez gracias a las espigas.

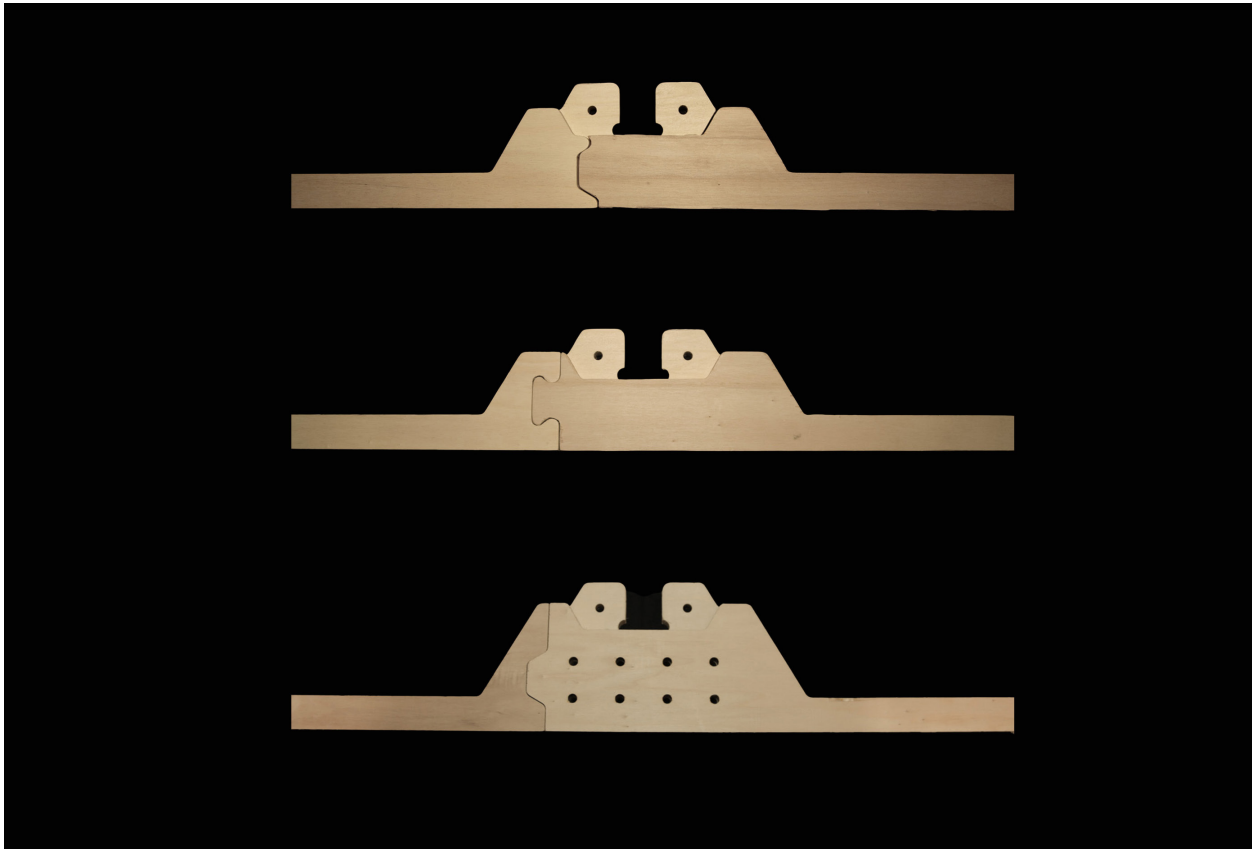
El resto de empalmes fallan sin previo aviso, sin que haya ningún deslizamiento entre las piezas.



[Fig. 3.36] Modo de fallo por la lámina: pieza V1 (arriba izq.), pieza E2 (arriba dcha.), pieza V2 (abajo izq.), pieza E3 (abajo dcha.).

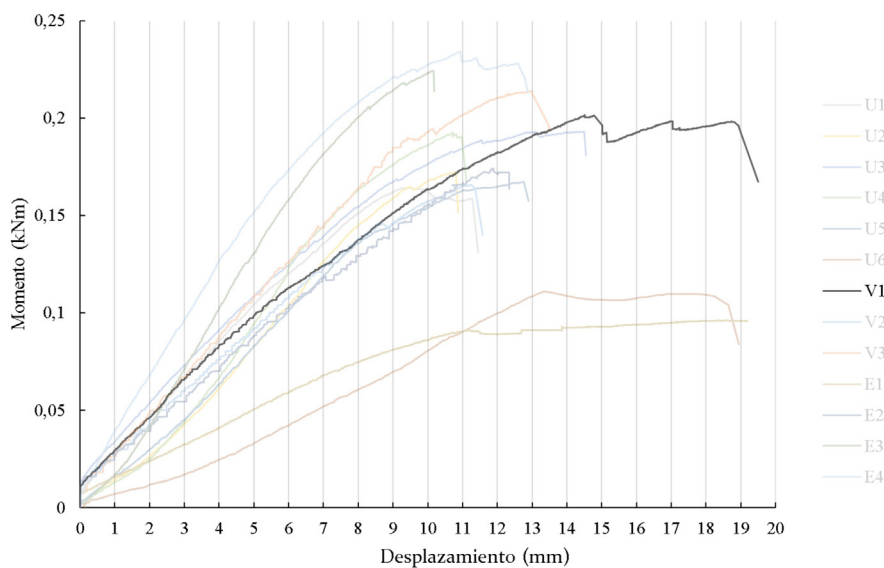
3.3 Tres empalmes destacados

De todos los empalmes diseñados y ensayados, destacan tres que apuntan a ser los mejores.



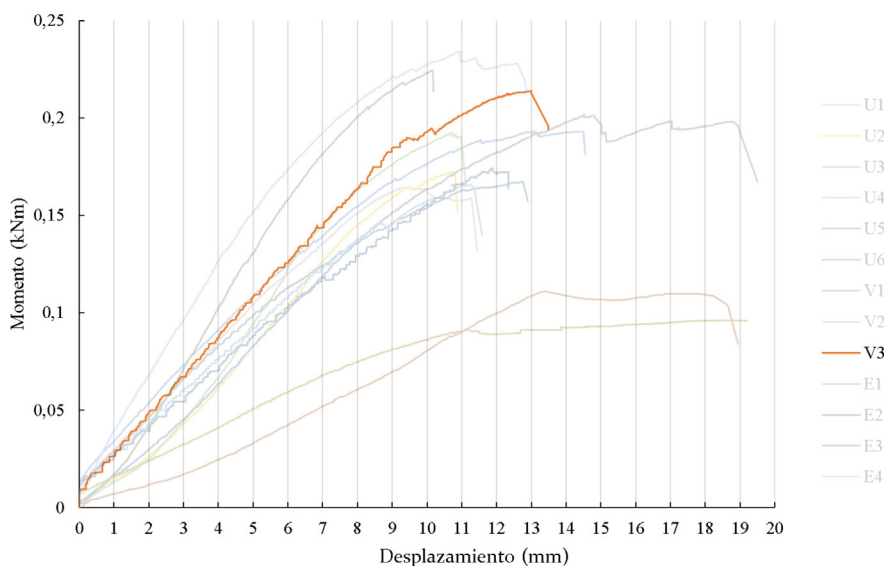
El primero es V1. Este diseño de diente de perro necesita encolado para funcionar ya que por sí mismo no soporta esfuerzos de tracción. Aún así, se comporta bien frente a esfuerzos a flexión. Al mover el diente de perro más al centro se refuerzan los puntos débiles de los bordes y se consigue mucha más resistencia sin necesidad de espigas. Además, este tipo de empalmes con diente de perro a 60° son muy fáciles de montar.

[Fig. 3.37] Los tres mejores empalmes mecanizados: V1 (arriba), V3 (centro) y E4 (abajo)..



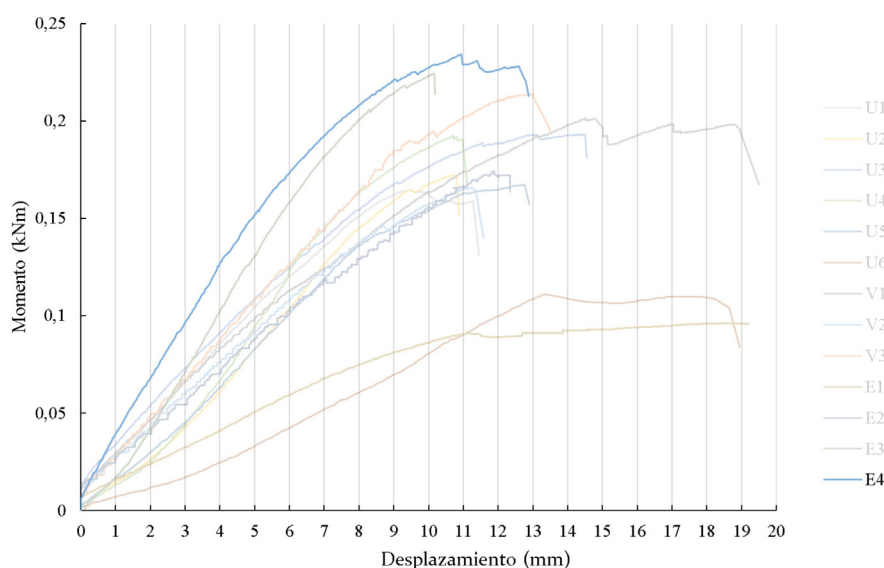
[Fig. 3.38] Gráfico V1 Momento/Desplazamiento.

El siguiente es V₃. Este diseño utiliza la cola de milano a 45° para transmitir esfuerzos de tracción y de flexión. Gracias a haber aumentado el tamaño general de la pieza se eliminan los puntos débiles y se consigue una resistencia y rigidez mayores. El inconveniente de este empalme, como se ha mencionado antes, es su difícil montaje ya que requiere que las piezas se coloquen de manera muy precisa para encajar correctamente.



[Fig. 3.39] Gráfico V₃
Momento/Desplazamiento.

El último empalme es E₄. Este empalme es el que más momento soporta y de los más fáciles a la hora de montar. Como V₁, utiliza el diente de perro a 60° para transmitir los esfuerzos a flexión. Las 8 espigas aseguran la unión, por lo que no se necesita encolado y, como se ha mencionado antes, ayudan transmitiendo los esfuerzos a tracción y aportando resistencia y rigidez. El canto de esta unión aumenta respecto a las demás para poder alojar las 8 espigas.



[Fig. 3.40] Gráfico E₄
Momento/Desplazamiento.

Conclusiones

El empalme de piezas de madera se ha resuelto tradicionalmente mediante diferentes diseños de uniones carpinteras. Estos pueden permitir la transmisión de esfuerzos de tracción e incluso de flexión, pero siempre existe una pérdida importante de la capacidad en comparación con la de la pieza que se empalma. Esto es debido a que la unión carpintera produce una reducción de la sección de la pieza. Según el estado del arte analizado esta reducción oscila entre el 45% y el 76%, dependiendo del tipo de unión.

Las estructuras laminares reticulares deformadas elásticamente utilizan láminas de madera de muy pequeña sección y gran longitud. Para lograr la longitud total (varias decenas de metros) es necesario empalmar las láminas. Históricamente estas uniones se han resuelto mediante piezas de madera adicionales y pernos, o mediante uniones encoladas muy difíciles de ejecutar en obra.

En este trabajo se analiza el comportamiento mecánico de diferentes soluciones de unión carpintera mediante CNC para el empalme de lámina en estructuras laminares reticulares deformadas elásticamente fabricadas a partir de tableros. Para ello se llevan a cabo ensayos de flexión a cuatro puntos. Los resultados muestran que es posible hacer empalmes de lámina que tengan una capacidad de carga mayor que la propia lámina.

Los resultados de los ensayos apuntan a que tres de los diseños son mejores que el resto. Cuando se dice «mejores» se hace referencia a una combinación de características: mayor rigidez, mayor resistencia y montaje más sencillo. Los tres empalmes presentados en el apartado 3.3, (V1, V3 y E4) destacan sobre los demás por tener estas características. El primero es un empalme en diente de perro a 60°, el segundo es un empalme en cola de milano a 45° y el tercero es otro empalme en diente de perro con 8 espigas que aseguran la unión.

Los otros dos empalmes que consiguen el objetivo de fallar por la lámina (E2 y E3), presentan problemas en cuanto a resistencia y a facilidad de montaje, lo que no los convierte en opciones a tener en cuenta.

El empalme de peor funcionamiento (U6) es un empalme en cola de milano invertida. Este presenta un error de diseño que reduce la resistencia de la unión y reduce su rigidez.

Los demás empalmes tienen unas características similares en cuanto a rigidez, pero no consiguen romper por la lámina.

Resulta imprescindible controlar correctamente las tolerancias del corte y de la madera para conseguir que las uniones diseñadas encajen como está previsto. Si esto no se hace correctamente, puede que la pieza deslice por no tener un contacto preciso con su par. Para evitar este tipo de fallos en el mecanizado se deben hacer pruebas que determinen los milímetros de tolerancia necesarios en cada tipo de unión.

Para obtener unos resultados más concluyentes sería necesario mecanizar más piezas y replicar estos mismos ensayos. Con esos datos se podrían alcanzar conclusiones estadísticamente significativas.

Futuras líneas de trabajo dentro de este campo serían: explorar otros diseños de empalme, estudiar el comportamiento de láminas completas en las que se empleen distintos empalmes y construir un prototipo de estructura laminar reticular curvada elásticamente utilizando este tipo de empalmes.

Bibliografía

- GRAUBNER, Wolfram. *Ensamblés en madera: Soluciones japonesas y europeas*. Barcelona: Editorial Ceac, 1999; 175 páginas. Versión original: *Holzverbindungen*.
- HANSEMANN, Georg; Puklavec, Tjasa; Vidacák, Sara. «Digital workflow: Zimmermannsmäßige Verbindungen aus Holz». Publicado en *Yumpu* (2012); 39 páginas. <https://www.yumpu.com/de/document/view/2306504/digital-workflow-iam>
- KAROLAK, Anna; Jasiénko, Jerzy; Raszczyk, Krzysztof . «Historical scarf and splice carpentry joints: state of the art», *Heritage Science*, volumen 8, número 105 (2020), 19 páginas. <https://doi.org/10.1186/s40494-020-00448-2>
- CHILLTON, John. *Timber gridshells: Architecture structure and craft*. Nueva York: Editorial Routledge, 2017; 378 páginas.
- LARA-BOCANEGRA, Antonio José; Majano-Majano, Almudena; Arriaga, Francisco; Guaita, Manuel. «Eucalyptus globulus finger jointed solid timber and glued laminated timber with superior mechanical properties: Characterisation and application in strained gridshells», *Science Direct*, volumen 256 (2020), 15 páginas. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0950061820323606>
- LARA-BOCANEGRA, Antonio José; Majano-Majano, Almudena; Ortiz, Juan; Guaita, Manuel. «Structural Analysis and Form-Finding of Triaxial Elastic Timber Gridshells Considering Interlayer Slips: Numerical Modelling and Full-Scale Test», *Applied Sciences*, volumen 12, Issue 11 (2022), 26 páginas. <https://www.mdpi.com/2076-3417/12/11/5335>
- GROS, Jochen; Sulzer, Friedrich . «50 Digital Wood Joints», *Winterdienst*, (2016), 92 páginas. <http://winterdienst.info/50-digital-wood-joints-by-jochen-gros/>

Procedencia de las ilustraciones

Portada - Fotografía de elaboración propia

Figura 0.01 - Fotografía de elaboración propia

Figura 1.01 - Tomada de https://egoin.com/wp-content/uploads/2021/03/Guia-calculo_uniones_estructuras.pdf, documento de aplicación del CTE

Figura 1.02 - Imagen de elaboración propia

Figura 1.03 - Imagen de elaboración propia

Figura 1.04 - Imagen de elaboración propia

Figura 1.05 - Imagen de elaboración propia

Figura 1.06 - Tomado de Karolak, A., Jasieńko, J. y Raszczuk, K., «Historical scarf and splice carpentry joints: state of the art», *Heritage Science*, volumen 8, número 105 (2020), figura 12, página 12. <https://doi.org/10.1186/s40494-020-00448-2>

Figura 1.07 - Tomado de <https://blogs.upm.es/ETSAMadera/2021/07/13/trabajo-fin-de-grado-tfg/>; consultado el 30.05.2024

Figura 1.08 - Tomado de <https://www.timmers.be/story/high-precision-steel-architectural-gem>; consultado el 30.05.2024

Figura 1.09 - Tomado de <http://www.echomar.de/centre-pompidou-metz/>; consultado el 30.05.2024

Figura 1.10 - Tomado de <http://www.echomar.de/centre-pompidou-metz/>; consultado el 30.05.2024

Figura 1.11 - Tomado de <https://blogs.upm.es/ETSAMadera/2021/07/13/trabajo-fin-de-grado-tfg/>; consultado el 30.05.2024

Figura 1.12 - Tomado de <https://www.fourthdoor.org/annular/annular-archive/britain/17-2/>; consultado el 30.05.2024

Figura 1.13 - Tomado de <https://parametrichouse.com/parametric-poetry/>; consultado el 30.05.2024

Figura 1.14 - Tomado de Lara-Bocanegra, J. A., «Structural Analysis and Form-Finding of Triaxial Elastic Timber Gridshells Considering Interlayer Slips: Numerical Modelling and Full-Scale Test», *Applied Sciences* (2022), figura 1, página 2. <https://www.mdpi.com/2076-3417/12/11/5335>

Figura 1.15 - Tomado de https://www.researchgate.net/figure/The-Savill-Garden-gridshell-Photo-Antonio-Jose-Lara-Bocanegra_fig2_336486479; consultado el 30.05.2024

Figura 1.16 - Tomado de Lara-Bocanegra, J. A., «Structural Analysis and Form-Finding of Triaxial Elastic Timber Gridshells Considering Interlayer Slips: Numerical Modelling and Full-Scale Test», *Applied Sciences* (2022), figura 1, página 2. <https://www.mdpi.com/2076-3417/12/11/5335>

Figura 1.17 - Tomado de https://www.researchgate.net/figure/The-Savill-Garden-gridshell-Photo-Antonio-Jose-Lara-Bocanegra_fig2_336486479 ; consultado el 30.05.2024

Figura 1.18 - Tomado de Lara-Bocanegra, J. A., «Structural Analysis and Form-Finding of Triaxial Elastic Timber Gridshells Considering Interlayer Slips: Numerical Modelling and Full-Scale Test», *Applied Sciences* (2022), figura 1, página 2. <https://www.mdpi.com/2076-3417/12/11/5335>

Figura 1.19 - Imagen de elaboración propia

Figura 1.20 - Imagen de elaboración propia

Figura 1.21 - Tomado de https://www.archdaily.com/520897/landesgartenschau-exhibition-hall-icd-itke-iigs-university-of-stuttgart?ad_medium=gallery ; consultado el 30.05.2024

Figura 1.22 - Tomado de https://www.archdaily.com/520897/landesgartenschau-exhibition-hall-icd-itke-iigs-university-of-stuttgart?ad_medium=gallery ; consultado el 30.05.2024

Figura 1.23 - Tomado de <https://www.alarsis.com/frh-250/> ; consultado el 30.05.2024

Figura 1.24 - Tomado de https://www.archdaily.com/520897/landesgartenschau-exhibition-hall-icd-itke-iigs-university-of-stuttgart?ad_medium=gallery ; consultado el 30.05.2024

Figura 1.25 - Imagen de elaboración propia. Diseño original del proyecto de investigación: PID2020-112954RA-I00

Figura 1.26 - Imagen de elaboración propia. Diseño original del proyecto de investigación: PID2020-112954RA-I00

Figura 2.01 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.02 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.03 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.04 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.05 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.06 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.07 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.08 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.09 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.10 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.11 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.12 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.13 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.14 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.15 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.16 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.17 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.18 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.19 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.20 - Imagen de elaboración propia

Figura 2.21 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.22 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.23 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.24 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.25 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.26 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.27 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.28 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.29 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.30 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.31 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.32 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.33 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.34 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.35 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.36 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.37 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.38 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.39 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.40 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.41 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.42 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.43 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.44 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.45 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.46 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.47 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.48 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.49 - Imagen de elaboración propia
Figura 2.50 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.01 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.02 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.03 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.04 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.05 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.06 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.07 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.08 - Imagen de elaboración propia
Figura 3.09 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.10 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.11 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.12 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.13 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.14 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.15 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.16 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.17 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.18 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.19 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.20 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.21 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.22 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.23 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.24 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.25 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.26 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.27 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.28 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.29 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.30 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.31 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.32 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.33 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.34 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.35 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.36 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.37 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.38 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.39 - Imagen de elaboración propia

Figura 3.40 - Imagen de elaboración propia

