

壁乱流におけるストリークの不安定と流れ方向渦度の生成メカニズム*

河原 源 太*¹, Javier JIMÉNEZ*²
Markus UHLMANN*³, Alfredo PINELLI*³The Instability of Streaks and the Generation Mechanism
of Streamwise Vorticity in Near-Wall TurbulenceGenta KAWAHARA*⁴, Javier JIMÉNEZ,
Markus UHLMANN and Alfredo PINELLI*⁴ Ehime University, Dept. of Mechanical Engineering,
Bunkyo-cho 3, Matsuyama-shi Ehime, 790-8577 Japan

The linear stability analysis has been performed at $Re_\tau=180$ for a turbulent-channel-type base flow with a periodic undulation in the spanwise direction in order to elucidate the generation mechanism of streamwise vorticity through the instability of streaks in near-wall turbulence. It is found that there appear three different instability modes depending on the spanwise wavenumber of streaks. In the case of the streak with around 100 wall-unit spanwise wavelength its critical velocity amplitude lies at $\Delta U_\tau^+ \approx 3$, above which streaky flow is unstable to an infinitesimal sinuous disturbance, i. e. a bending mode along the streamwise direction. The instability is identified to originate from inflection points, i. e. wake-like instability, in the spanwise variation of the streaky flow. In this case, unstable eigenmodes take a form that is inclined towards the streamwise direction from the wall-normal direction, and they directly induce the streamwise vorticity on low- and high-speed streaks. In addition, the streamwise vorticity is secondarily produced principally through tilting of the wall-normal disturbance vorticity by the base flow shear across the wall-normal direction.

Key Words: Turbulent Flow, Turbulence, Three-Dimensional Flow, Shear Flow, Near-Wall Turbulence, Streaky Structure, Flow Instability, Streamwise Vorticity, Linear Stability Analysis

1. 緒 言

近年、壁面乱流の自己再生メカニズムのいくつかの局面が明らかにされてきた⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。周知のように、壁乱流の壁付近には、縦渦、ストリーク構造と呼ばれる二つの重要な乱流構造が存在する。縦渦は、それ自身が誘導する主流に垂直な流れによって主流速度分布を変形させながら下流へと移動し、その結果ストリークを生成する。一方、形成されたストリークは、初期には流れ方向にほぼ一様な構造を有するが、時間経過とともに不安定化して流れ方向に沿って湾曲し、流れ方向渦度を発生させる。発生した流れ方向渦度は、非線形時間発展の結果、縦渦へと成長するものと考えられている。最近、これらの一連の過程によって、縦渦とストリークとはお互いを生成し合い、壁面乱流の再生・

維持に決定的な役割を果たすことが指摘されている。

本報で議論するストリークの不安定は、上の自己再生サイクルの最も重要な構成要素と考えられる。なぜなら、もし仮にストリークが不安定化しないとすると、流れ方向渦度は新たに発生せず、ストリークを生成した縦渦は粘性によって減衰し、ストリークもまた粘性による減衰を受ける。これらの縦渦とストリークの減衰は自己再生サイクルの停止を意味する。したがって、ストリークの不安定を抑制あるいは促進することによって、壁面摩擦抵抗の低減あるいは熱や運動量の輸送促進などの乱流制御が実現されるものと期待される。ストリークは縦渦よりはるかに長い流れ方向の長さスケールをもつので、現実の制御を考えると、ストリークの制御のほうが、従来から試みられている縦渦の制御よりはるかに実現が容易だと考えられる。

Waleffe⁽³⁾⁽⁶⁾ および Waleffe-Kim⁽⁷⁾ は、低レイノルズ数において平面クエット流れ中のストリークの線形安定性を調べている。彼らは、縦渦の導入によって変形した流れ方向の速度場を基本流として採用し、実験および直接数値シミュレーション(DNS)で実際に観測されている反対称モード(sinuous mode)が線形不

* 原稿受付 1999年4月22日。

*¹ 正員、愛媛大学工学部(☎790-8577 松山市文京町3)。*² Center for Turbulence Research, Stanford University and NASA Ames Research Center (Stanford, CA 94305-3030, USA)。*³ School of Aeronautics, Universidad Politécnica de Madrid (Plaza Cardenal Cisneros 3, 28040 Madrid, Spain).
E-mail: kawahara@dpc.ehime-u.ac.jp

安定であることを示した。これらの研究において彼らは、ストリークの不安定が基本流の速度のスパン方向分布に現れる変曲点に由来し、後流不安定に類似した現象であることを主張している。Reddy ら⁽⁸⁾は、同様の不安定を平面クエット流れおよび平面ポアズイユ流れにおいてより系統的に調べ、これらの流れの亜臨界遷移の性質を検討している。一方、チャンネル乱流に対しては、Schoppa-Hussain⁽⁴⁾⁽⁹⁾が、チャンネルの片方の壁面上にストリークを模擬した流れを配置し、その流れに加えた微小かく乱の時間発展を DNS によって調べている。彼らは反対称モード (sinuous mode) の指数関数的成長を確認しているが、ストリークの不安定は後流不安定とは異なり、自由せん断層の斜め不安定に類似しているとしている。しかしながら、Schoppa-Hussain⁽⁹⁾が少なくとも初期線形領域において得た不安定モードは平面クエット流れで得られた不安定モードにきわめて近く、チャンネル乱流におけるストリークの不安定が後流不安定によるものか、あるいは斜め不安定によるものかは依然として不明である。このように、近年ストリークの不安定の解明に多くの努力がなされているが、この種の不安定のメカニズムと構造についてはいまだ十分な知見が得られていないのが現状である。

本研究の目的は、線形安定性理論に基づいて、チャンネル乱流におけるストリークの不安定条件を示すとともに、ストリークの不安定メカニズムおよびその流れ方向渦度生成との関連性を明らかにする点にある。ストリークの不安定条件および流れ方向渦度生成の理解は、壁面乱流の制御指針の確立に有用な知見をもたらすものと期待される。

おもな記号

- c : かく乱の無次元複素位相速度
- h : チャンネル半幅
- Re_τ : レイノルズ数 $= u_\tau h / \nu$
- U : 基本流の無次元速度
- U_0 : チャンネル乱流の無次元平均速度
- U_1 : ストリークの無次元速度振幅
- ΔU : 振幅 U_1 の最大値
- u, v, w : 無次元かく乱速度の x, y, z 成分
- u_τ : 壁面摩擦速度
- x, y, z : 流れ, 壁垂直, スパン方向無次元座標
- α : かく乱の x 方向無次元波数
- γ : ストリークの z 方向無次元波数
- ν : 流体の動粘性係数
- w_x, η : 無次元かく乱渦度の x, y 成分

- $\widehat{(\)}$: かく乱の複素振幅
- $(\)^+$: 壁変数 ν, u_τ で無次元化された量
- $(\)_c$: 臨界値

2. 基本流

以下の線形安定性解析において、 x, y および z はそれぞれ流れ方向、壁垂直方向およびスパン方向座標を表すものとする。摩擦速度 u_τ およびチャンネル半幅 h (時間スケール h/u_τ) を無次元化のための代表速度および代表長さ (代表時間) にとる。

本報で考察する基本流は一方向流であり、 x 方向の無次元速度成分 U のみをもつ。 U は

$$U(y, z) = U_0(y) + U_1(y) \cos(\gamma z) \dots\dots\dots (1)$$

のように y および z 座標のいずれにも依存するものとする。ここに $U_0(y)$ はチャンネル乱流の代表的な平均速度分布を表し、

$$\frac{dU_0}{dy} = -\frac{Re_\tau(y-1)}{1+\nu_\varepsilon(y-1)} \quad (0 < y < 2) \dots\dots\dots (2)$$

を数値積分することにより得られる⁽¹⁰⁾。関数 $\nu_\varepsilon(\xi)$ は

$$\nu_\varepsilon(\xi) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \left[\frac{K Re_\tau}{3} (1 - \xi^2)(1 + 2\xi^2) \times \left[1 - \exp\left(-\frac{Re_\tau(1 - |\xi|)}{A}\right) \right]^2 \right]^{1/2} - \frac{1}{2} \dots\dots\dots (3) \right.$$

によって与えられる。ここに

$$Re_\tau = \frac{u_\tau h}{\nu} \dots\dots\dots (4)$$

はレイノルズ数であり、 ν は流体の動粘性係数である。ここでは、低レイノルズ数チャンネル乱流のみを考えることにし、 $Re_\tau = 180$ とする。この場合、チャンネル中心平均速度に基づくレイノルズ数は 3300 となる。式(3)中のパラメータを、速度分布 $U_0(y)$ が $Re_\tau = 180$ に対する現実の分布と一致するよう $K = 0.525$, $A = 37$ に設定する⁽¹¹⁾。式(1)の右辺第2項は、無次元波数 γ でスパン方向に周期変動する高速、低速ストリークを表す。 $U_1(y)$ はスパン方向変動の無次元振幅を表し、

$$U_1(y) = \Delta U \frac{\sqrt{\sigma} y \exp(-\sigma y^2)}{\exp(-1/2)/\sqrt{2}} \dots\dots\dots (5)$$

によって与えられるものとする。この振幅は、 $y = (2\sigma)^{-1/2}$ で最大値 ΔU をもち、下方壁面 $y = 0$ 上に局在する。ここでは、ストリークの最大速度(そしてストリークの最大壁垂直方向渦度 $\gamma \Delta U$) が $y = 1/6$, すなわち緩和層 $y^+ = 30$ に位置するよう $\sigma = 18$ に設定する。以下、 ν と u_τ によって無次元化された量を必要に応じて $(\)^+$ のように表すことにする。図1は、後の5章および6章において議論する三つの代表的な基本流の流れ方向速度分布 $U(y, z)$ を (y, z) 面上に等値

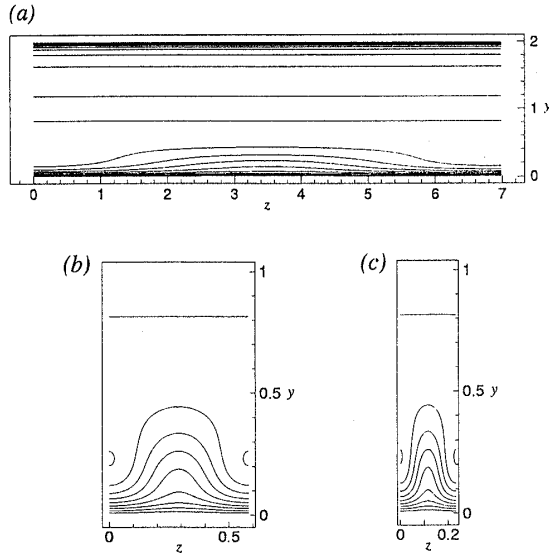


Fig. 1 Contour plot of the streamwise velocity of the base flow (1) for (a) $\Delta U^+ = 3.0, \gamma^+ = 0.005$; (b) $\Delta U^+ = 4.0, \gamma^+ = 0.06$; and (c) $\Delta U^+ = 4.0, \gamma^+ = 0.15$. Contour increment is 2

線で表したものである。図1中の(b), (c)ではチャンネルの下半分の速度分布が示されている。5章の図4におけるモードA, B, Cはそれぞれ、この図1の(a), (b), (c)の基本流に対する不安定モードである。

ストリークの y 方向依存性(5)が現実のストリークを近似的に表すことは、DNSにおける流れ方向の変動速度との比較によって確認した。式(5)と同種のストリークは、Schoppa-Hussain⁽⁴⁾⁽⁹⁾においても用いられている。

基本流(1)はNavier-Stokes方程式の厳密な意味での解ではない。しかし、現実のストリークは、縦渦などの壁付近の代表的な乱流構造に比べて、非常に長い寿命と非常に長い流れ方向の長さスケールをもつので、通常の流れの安定性解析で導入される平行流近似と同様、式(1)は近似的な意味で十分妥当だと判断した。なお、周知のとおり、チャンネル乱流の平均速度分布 $U_0(y)$ のみからなる基本流は無微小かく乱に対して安定である。

3. 線形安定性解析

基本流(1)に対する線形安定性問題を考える場合、それをSquireの変換を用いて二次元の問題に帰着することは不可能であり、したがって、三次元かく乱とそれに伴う三次元の不安定メカニズムを考察する必要がある。壁垂直方向の速度と渦度のかく乱成分 v および η を従属変数にとれば、無微小かく乱の時間発展は、拡張されたOrr-Sommerfeld方程式

$$\begin{aligned} & \left(\partial_t + U \partial_x - \frac{1}{Re_\tau} \nabla^2 \right) \nabla^2 v - [(\partial_y^2 - \partial_z^2) U] \partial_x v \\ & - 2(\partial_z U) \partial_x (\partial_y w - \partial_z v) \\ & - 2(\partial_y \partial_z U) \partial_x w = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

および拡張されたSquire方程式

$$\begin{aligned} & \left(\partial_t + U \partial_x - \frac{1}{Re_\tau} \nabla^2 \right) \eta - (\partial_z U) \partial_y v + (\partial_y U) \partial_z v \\ & + (\partial_y \partial_z U) v + (\partial_z^2 U) w = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

によって記述される⁽⁶⁾。ここに、かく乱のスパン方向成分 w は

$$(\partial_x^2 + \partial_z^2) w = -\partial_y \partial_z v - \partial_x \eta \quad (8)$$

なる運動学的関係式によって v および η と関係づけられる。式(8)は、連続の式 $\partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = 0$ と壁垂直方向渦度の定義式 $\eta = \partial_z u - \partial_x w$ から得られたものである。ここに u はかく乱の流れ方向成分である。式(6)および(7)の境界条件は、壁面 $y = 0, 2$ における条件

$$v = \partial_y v = 0, \eta = 0 \quad (9)$$

である。

以下では、方程式系(6)~(8)の解としてノーマルモード

$$v = \text{Re}[\bar{v}(y, z) e^{i\alpha(x-ct)}], \quad (10)$$

$$\eta = \text{Re}[\bar{\eta}(y, z) e^{i\alpha(x-ct)}], \quad (11)$$

$$w = \text{Re}[\bar{w}(y, z) e^{i\alpha(x-ct)}] \quad (12)$$

を考える。ここに α はかく乱の流れ方向の無次元波数、 c は複素位相速度であり、かく乱の増幅率は $\alpha \text{Im}(c)$ で与えられる。さらに、Floquet理論により解はスパン方向に周期的であると考えられるので、ここでは二つの基本モード、すなわち反対称モード(sinuous mode)

$$\bar{v}(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{v}_n(y) \sin(n\gamma z), \quad (13\cdot a)$$

$$\bar{\eta}(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{\eta}_n(y) \cos(n\gamma z), \quad (13\cdot b)$$

$$\bar{w}(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{w}_n(y) \cos(n\gamma z) \quad (13\cdot c)$$

および対称モード(varicose mode)

$$\bar{v}(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{v}_n(y) \cos(n\gamma z), \quad (14\cdot a)$$

$$\bar{\eta}(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\eta}_n(y) \sin(n\gamma z), \quad (14\cdot b)$$

$$\bar{w}(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{w}_n(y) \sin(n\gamma z) \quad (14\cdot c)$$

を考えることにする。これらの反対称モードと対称モードは、方程式系(6)~(8)において互いに独立に決定されるので、双方のモードが同一の固有値 c をもつ場合を除き、二つのモードを個別に取扱うことができる。反対称モード(sinuous mode)はストリークの流れ方向に沿う湾曲を表し、一方、対称モード(varicose

mode) はソーセージ状の変形を表す。

固有値問題(6), (7), (9) [級数展開(13), (14)を用いると, 式(8)は w について解くことができ, 方程式系から w を消去することができる] の数値解析では, 式(13), (14)の無限級数を $n=N_z$ までの有限項で打ち切り, また, N_s 個の六次 B スプラインを y に関する展開関数とした Galerkin 法を適用し, \hat{v} と \hat{w} に対する展開係数 \hat{x} に関する $(2N_z+1)N_s \times (2N_z+1)N_s$ 行列の一般化固有値問題 $A\hat{x} = cB\hat{x}$ を得る. 本報の解析では, $N_z=10$, $N_s=40$ とし, N_z に対して 0.2% 以下, N_s に対して 4% 以下の残差内での収束を得ている. 固有値の計算には, 標準的数値計算ライブラリー LAPACK における, QZ アルゴリズムに基づく一般化固有値問題ソルバを用いた. 本解析コードによって平面ポアズイユ流れの不安定性を解析し, 従来の結果との一致を確認した. さらに, ストリークの不安定性を上記の一般化固有値問題として解析した結果を標準固有値問題として解析した結果と比較し, 良好な一致を確認した. 境界条件(9)の tau 法による取扱から現れる無縁固有値は, 最大不安定固有値および固有ベクトルを見つける前に取り除いた. 展開関数として B スプラインを用いることによって, 従来よく用いられているチェビシェフ多項式展開による方法に比べ, 無縁固有値の除去がきわめて容易になることを付記する.

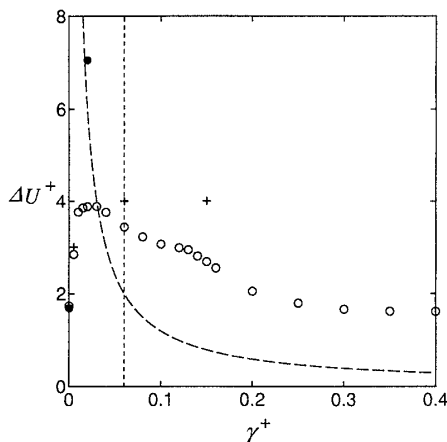


Fig. 2 Trace of the neutral curve on $(\gamma^+, \Delta U^+)$ -plane. Open circles represent the sinuous mode and closed circles represent the varicose mode. The dotted vertical line indicates $\gamma^+=0.06$. The dashed curve denotes the contour of a constant amplitude $\gamma^+ \Delta U^+=0.12$ of the wall-normal vorticity. Three crosses represent modes A, B and C in Fig. 4

4. 中立安定曲線

図2に, $(\gamma^+, \Delta U^+, \alpha^+)$ 空間における中立安定曲線の下限を $(\gamma^+, \Delta U^+)$ 平面に射影した結果を示す. 白丸および黒丸はそれぞれ, 反対称モード (sinuous mode) および対称モード (varicose mode) を表す. ストリークは, 図2の中立曲線の上側では, 流れ方向臨界波数 α_c^+ の近傍において不安定となる. 一般にストリークは 100 壁単位程度の準周期性をもつが, これをスパン方向波数で見るとおよそ $\gamma^+=0.06$ となる. ストリークの速度の臨界振幅 ΔU_c^+ は, 反対称モードおよび対称モードのいずれに対しても, $\gamma^+ \rightarrow 0$ において有限値 (≈ 1.7) をとる.

反対称モードでは, ΔU_c^+ は $\gamma^+ < 0.01$ で急激に増加し, $\gamma^+=0.03$ 付近で最大となり, その後緩やかに減少している. 一般に, γ^+ あるいは ΔU^+ が増加すると, ストリークに伴う壁垂直渦度の渦層の強さ ($\gamma^+ \Delta U^+$) も増加するので, γ^+ あるいは ΔU^+ が増加すればかく乱の増幅率 $\alpha^+ \text{Im}(c^+)$ も増加する. しかしながら, ある程度以上 γ^+ が大きくなると, 粘性の影響が流れを安定化することになる. 二次元後流の場合, 臨界レイノルズ数は $Re_c \approx 5$ で与えられ, ここではこのレイノルズ数は $Re_c = 2\pi \Delta U^+ / \gamma^+ (\approx 5)$ と評価される. したがって, 粘性による安定化は, 比較的大きな $\gamma^+ (\approx 1.3 \Delta U^+)$ に対してのみ重要になるものと考えられる.

ストリークが実験や DNS で観測されている 100 壁単位の波長をもつ場合 ($\gamma^+=0.06$) には, 不安定が起こるためには, ストリークの速度が $\Delta U^+ > 3.4$ となり, またその壁垂直方向渦度が $\gamma^+ \Delta U^+ > 0.20$ となる必要がある. 一般に, 壁乱流の流れ方向変動速度と壁垂直方向渦度の RMS 値はそれぞれ, 緩和層において 2.7, 0.2 程度の最大値をもつので, 上述のストリークの不安定条件は現実のチャンネル乱流において満足され得るものと考えられる.

以上の反対称モードに比べ, 対称モードの ΔU_c^+ は γ^+ の増加とともに急激に増加し続け, その安定領域は図2のほぼ全域に広がっている. この反対称モード (湾曲モード) と対称モードとの顕著な差異は, ストリークの不安定がそのスパン方向への湾曲運動を引き起こすという実際の観測結果⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾ を理論的に説明しているものといえる.

図3は, 反対称モードの流れ方向臨界波数 α_c^+ をスパン方向波数 γ^+ に対して示したものである. $\gamma^+ < 0.01$ では, α_c^+ は γ^+ に依存しておらず, 一定値 0.013 をとっている. 一方 $\gamma^+ > 0.01$ では, α_c^+ は下方への跳びを示し, その後 γ^+ とともに緩やかに増加している.

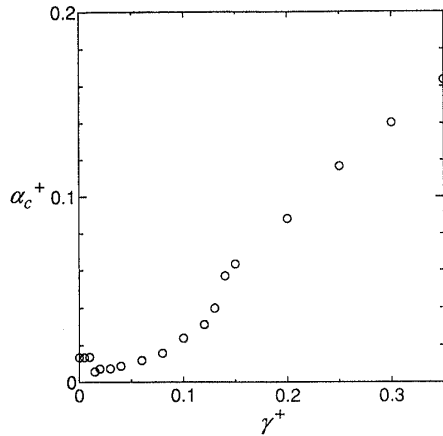


Fig. 3 Plot of the critical streamwise wavenumber α_c^+ against γ^+

100 壁単位に相当する $\gamma^+=0.06$ においては、流れ方向波数は 0.012 なる値をとっており、これは 500 壁単位の波長に相当する。この波長は現実のチャンネル乱流で観測されているストリークの湾曲の波長と一致している。 $\gamma^+\approx 0.12$ で α_c^+ は屈曲した後、ほぼ線形に増加している。これらの跳びおよび屈曲は、三つの領域 $\gamma^+ < 0.01$, $0.01 < \gamma^+ < 0.12$, および $\gamma^+ > 0.12$ において異なる不安定モードが中立曲線上に現れていることを示唆する。このような α_c^+ の異なる挙動に対応して、図 2 の ΔU^+ にも異なる γ^+ 依存性が確認できる。

本研究で考えている基本流では、ストリーク [式 (1) の右辺第 2 項] は $2\pi h/\gamma$ の幅をもつ。また、ストリークの(無次元)速度が $0.01\Delta U$ 以上となる位置をストリークの高さにとれば、その高さはおよそ $0.6h$ と評価される。したがって、 $\gamma^+=0.06$ の場合にストリークの幅と高さは同程度になることがわかる。さらに、ストリークのスパン方向および壁垂直方向の速度こう配の逆数、つまりストリークによるせん断運動の時間スケールは上記の二つの長さスケールを $\Delta U u_\tau$ で除すことによって得られるので、 $\gamma^+=0.06$ の場合には両方向のせん断運動の時間スケールも同程度になる。一方、基本流 (1) の平均流 $U_0(y)$ のこう配は、ストリークの数および壁垂直方向渦度が最大となる緩和層 $y^+=30(y=1/6)$ で $0.12u_\tau^2/\nu$ となる。したがって、緩和層では $\gamma^+\Delta U^+=0.12$ なる場合にストリークによるスパン方向のせん断運動の時間スケールが平均流のそれと同程度になる。

図 2 に示した点線と破線はそれぞれ、上記の時間(および長さ)スケールが同程度になる $\gamma^+=0.06$ および $\gamma^+\Delta U^+=0.12$ を示している。 $\gamma^+ < 0.01$ での不安定においては、ストリークの幅は高さより長く、また

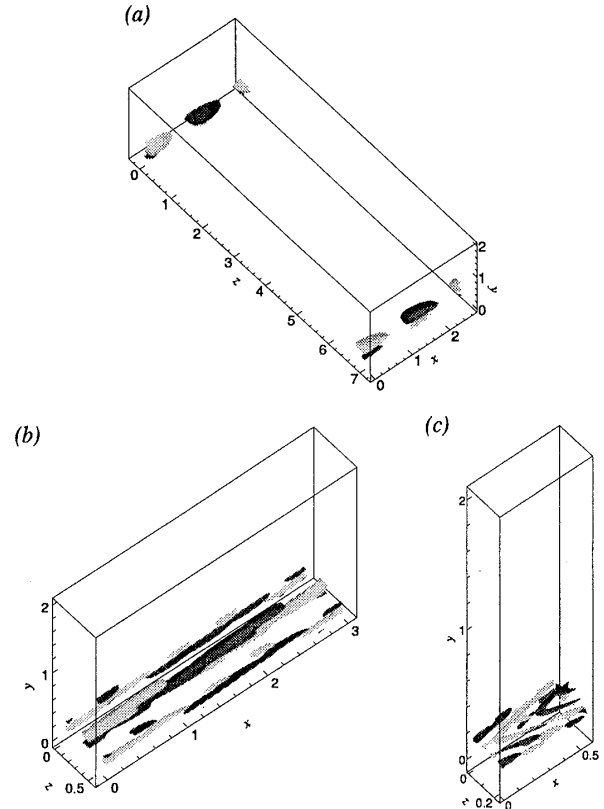


Fig. 4 Iso-surface of the streamwise disturbance vorticity for unstable sinuous eigenmodes. (a) $\Delta U^+=3.0$, $\gamma^+=0.005$, $\alpha^+=0.013$ (mode A); (b) $\Delta U^+=4.0$, $\gamma^+=0.06$, $\alpha^+=0.012$ (mode B); and (c) $\Delta U^+=4.0$, $\gamma^+=0.15$, $\alpha^+=0.063$ (mode C). The value of iso-surfaces is $\pm 4\omega'$. The light and dark gray surfaces represent the positive and the negative vorticity

ストリークによるスパン方向のせん断は壁垂直方向のせん断より弱いことがわかる。事実、 $\gamma^+ < 0.01$ では図 3 に示したように α_c^+ は γ^+ に依存していないので、比較的弱いスパン方向のせん断はストリークの不安定に影響していないと考えられる。一方、 $\gamma^+ > 0.12$ での不安定においては、ストリークの幅は高さより短く、またストリークによるスパン方向のせん断は壁垂直方向のせん断より強くなる。さらに、100 壁単位のスパン波長のストリークが属する $0.01 < \gamma^+ < 0.12$ では、ストリークの幅と高さ、そしてストリークによるスパン方向と壁垂直方向のせん断および平均流のせん断のすべてがほぼ同程度になる。

Reddy ら⁽⁸⁾ は平面クエット流れの単純化されたモデルにおけるストリークの後流的不安定を数値的に調べ、平均流のせん断が不安定を抑える効果をもつことを示した(Waleffe⁽³⁾も参照)。また、Baggett⁽¹²⁾ はストリークによるスパン方向のせん断が平均流のそれを

上回る場合にストリークが後流的不安定を引き起こすと主張している。

5. 不安定モードの構造

この章では、中立安定曲面付近の不安定反対称モード (sinuous mode) の構造について検討し、ストリークの不安定に対する、上述した異なるせん断の効果を明らかにする。

図4は、4章で述べた3種類の不安定モードの流れ方向渦度を等値面で示したものである。流れ方向およびスパン方向には一周期分の構造が示されており、高速ストリークはスパン両端に沿って位置し、低速ストリークはスパン中央に沿って位置している。この図4(a)では $\Delta U^+ = 3.0$, $\gamma^+ = 0.005$, $\alpha^+ = 0.013$, (b)では $\Delta U^+ = 4.0$, $\gamma^+ = 0.06$, $\alpha^+ = 0.012$, (c)では $\Delta U^+ = 4.0$, $\gamma^+ = 0.15$, $\alpha^+ = 0.063$ となっている(これらに対応する基本流の速度分布については図1参照)。等値面の値は $\pm 4\omega'$ であり、 ω' は各モードの渦度かく乱ベクトルの大きさの体積平均値を表す。薄い灰色と濃い灰色の等値面はそれぞれ、正と負の渦度を表している。以下では、図4(a), (b), (c)それぞれの固有モードをモード A, B, C と呼ぶことにする。モード A, B, C はそれぞれ、増幅率 $\alpha^+ \text{Im}(c^+) = 1.5 \times 10^{-4}$, 0.0033, 0.029 をもち、位相速度 $\text{Re}(c^+) = 17.4, 13.6, 14.2$ で流れ方向に伝ばする。各モードの各渦度成分

の大きさを調べたところ、A~Cすべてのモードにおいて、渦度かく乱の壁垂直成分は流れ方向成分、スパン方向成分に比べて非常に小さかった。また、モード A の場合、渦度の流れ方向成分とスパン方向成分とはほぼ同程度であるのに対して、モード B, C では、渦度の流れ方向成分が支配的であった。

図5は、モード A~C に対して、基本流の速度がかく乱の位相速度 $\text{Re}(c^+)$ と等しくなる点、すなわち臨界点 (critical point) と基本流の変曲点とをそれぞれトレースしたものである。臨界点が細線で、変曲点が太線で示されている。ここでは、変曲点を $\partial_n^2 U = 0$ となる点と定義した。ただし、 n は基本流の (y, z) 面における等速度線(図1)に垂直にとられている。

図4を見ると三つのモードがそれぞれ非常に異なった構造をもつことがわかる。モード A [図4(a)] の場合、流れ方向渦度が(スパン両端に沿う)高速ストリーク上に局在している。図5(a)を見ると、モード A では臨界点が高速ストリーク上においてのみ(上側の)変曲点と一致しており、この変曲点に起因して不安定が生じていることがわかる。前述のように、この場合にはストリークによるスパン方向のせん断は弱く、不安定には影響を及ぼしていない。以上の点を考慮すると、モード A における不安定は、二次元的な壁面噴流の三次元不安定(斜め不安定)によって特徴づけられるものと考えられる。

モード B [図4(b)] の場合には、正または負の流れ方向渦度が流れ方向に伸びたりボン状の構造をもっている。このリボン状の構造は、高速ストリークと(スパン中央に沿う)低速ストリークとの両方の上にそれぞれ存在し、壁垂直方向から流れ方向に向かって大きく傾いている。一方、モード C [図4(c)] の構造は、壁垂直方向からというよりはむしろ、スパン方向から流れ方向に向かって傾いており、低速、高速ストリーク上にそれぞれ存在する同一符号の構造が細い腕で連結されたV字形の形状を示している。このモード B, C の傾きの方向に見られる違いは、各モードに影響を及ぼしているせん断の違いに起因するものと考えられる。モード C では、ストリークによるスパン方向のせん断が最も強く(4章参照)、このせん断の影響により固有モードはスパン方向から流れ方向に傾くものといえる。モード B では、スパン方向と壁垂直方向のせん断はオーダの上ではほぼ同程度であるが(4章参照)、固有モードの傾きの点からは平均流の壁垂直方向のせん断の影響が大きいものと見られる。

図5(b), (c)を見ると、モード B, C いずれの場合も、臨界点は低速ストリークの左右両側面において変

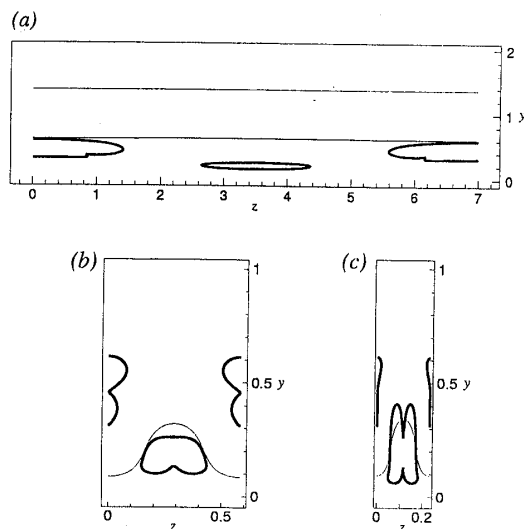


Fig. 5 Trace of critical points and of inflection points on (y, z) -plane. (a) mode A ($\Delta U^+ = 3.0$, $\gamma^+ = 0.005$, $\alpha^+ = 0.013$); (b) mode B ($\Delta U^+ = 4.0$, $\gamma^+ = 0.06$, $\alpha^+ = 0.012$); and (c) mode C ($\Delta U^+ = 4.0$, $\gamma^+ = 0.15$, $\alpha^+ = 0.063$). The thin curves represent a critical point. The thick curves represent an inflection point of the base flows

曲点と一致しており、これらの不安定モードが、低速ストリークの側面での変曲点不安定、すなわち後流不安定に類似した不安定メカニズムによって発生していることが確認できる。Schoppa-Hussain⁽⁴⁾は、DNSの結果を基にチャンネル乱流におけるストリークの不安定は後流不安定とは異なり、自由せん断層の斜め不安定に類似したものであるとしているが、これに対して線形安定性理論に基づいた本結果によれば、チャンネル乱流においても平面クエット流れ⁽³⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾と同様、ストリークの不安定が後流不安定に類似のメカニズムに起因して発生するものといえる。前述の Reddy ら⁽⁸⁾および Baggett⁽¹²⁾の主張と同様に、チャンネル乱流においてもストリークによるスパン方向のせん断が平均流のそれと同程度(モード B)かあるいはそれ以上の程度(モード C)になった場合に後流的な不安定が生じることになる。以上のように、モード B, C は同一の不安定要因によって発生するが、固有モードに影響を及ぼすせん断の違いによってそれらの構造は互いに大きく異なっている。

以上のモード A~C のいずれも、現実のチャンネル乱流において形成されるストリークのスパン方向波長の違いに応じて実際の乱流中にも現れていると予想されるが、6章では、これらのうち、代表的なスパン方向波長 100 壁単位に相当するモード B での流れ方向渦度の生成メカニズムについて検討することにする。

6. 流れ方向渦度の生成メカニズム

まず、不安定モードの流れ方向渦度に対する発展方程式

$$(U - c)\hat{\omega}_x = -\hat{w}\partial_y U + \hat{v}\partial_z U, \dots\dots\dots (15)$$

あるいはこれと同値な

$$\hat{\omega}_x + i \frac{[U - \text{Re}(c)]}{\text{Im}(c)} \hat{\omega}_x = -i \frac{\hat{w}}{\text{Im}(c)} \partial_y U + i \frac{\hat{v}}{\text{Im}(c)} \partial_z U, \dots\dots\dots (16)$$

を検討する。ここに、 $\hat{\omega}_x(y, z)$ は $\omega_x = \text{Re}[\hat{\omega}_x e^{ia(x-ct)}]$ によって流れ方向渦度 ω_x と関係づけられる。これらの式では簡単のため粘性の影響が無視されている。式(15) [あるいは式(16)] の右辺は渦度変向(vorticity tilting)による流れ方向渦度の生成を表す。この右辺のうち、第1項は基本流の壁垂直方向のせん断による渦度かく乱の壁垂直方向成分の流れ方向への変向を表し、一方、第2項は基本流のスパン方向のせん断による渦度かく乱のスパン方向成分の流れ方向への変向を表す。ここで、かく乱流のせん断による基本流の渦度の変向は、各項の相殺により式(15) [あるいは式

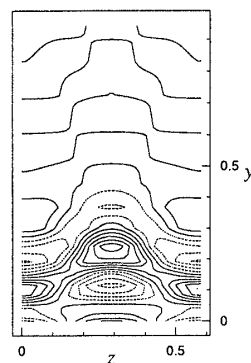


Fig. 6 Eigenmode $\text{Re}(\hat{\omega}_x)$ for mode B. Contour increment is ω' , and negative contours are dotted

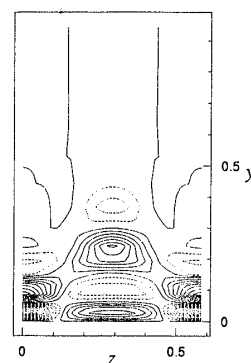


Fig. 7 Dominant production term $\text{Re}[-i\hat{w}\partial_y U/\text{Im}(c)]$ of the streamwise vorticity for mode B. Contour increment is $3\omega'$, and negative contours are dotted

(16)] から消去されていることに注意する。上の二つの流れ方向渦度の生成項のオーダーをモード B に対して評価したところ、第1項、すなわち壁垂直方向のせん断による渦度の壁垂直方向成分の変向が支配的であることがわかった。

図6および図7はそれぞれ、モード B に対して $\hat{\omega}_x(y, z)$ および式(16)の右辺第1項の生成項の分布を等値線で示したものである(それぞれ実数部のみが示されている)。5章で述べたように、モード B では正負それぞれの符号をもった流れ方向渦度のリボン状構造が流れ方向に傾いているため [図4(b)]、流れ方向渦度は低速、高速ストリーク上に正、負の構造が積み重なった分布をもつ(図6)。図7の生成項の分布はこの流れ方向渦度の分布とのよい一致を示している。Sendstad-Moin⁽¹³⁾は、チャンネル乱流のDNSにおいて、縦渦の下流側に新たな縦渦が再生されることを観測し、縦渦からの新たな縦渦の再生過程を報告している。この再生初期には、ここで議論しているのと同じ生成項 $-(\partial_x w)(\partial_y u)$ が支配的な効果を及ぼすことが示されている。同様の縦渦からの新たな縦渦の再生

に関する報告は他の研究者からもなされているが、ここで示したようにストリークの不安定によっても同一の生成項を通じて流れ方向渦度が生じることから、従来、縦渦からの新たな縦渦の再生として報告されている過程は、実は最近観測されているストリークの不安定による縦渦の生成過程⁽⁴⁾と同一の現象であると予想される。

次に、ストリークの不安定による流れ方向渦度の生成メカニズムについて考察する。モード B に対してかく乱速度の各成分のオーダを評価したところ、スパン方向成分が最も大きく、特に、低速、高速ストリーク上では支配的であることがわかった。この強いスパン方向速度は、後流不安定に類似したストリークのスパン方向への湾曲運動によって誘起されている。このスパン方向速度に対する固有モードも、流れ方向渦度のそれと同様、平均流のせん断効果により壁垂直方向から流れ方向に向かって大きく傾いている(図 8)。この固有モードの流れ方向への傾きは、二次元後流の不安定モードとの大きな相違である。なぜなら、もし仮に、低速ストリークを壁垂直方向に一樣な二次元後流とみなせば、臨界レイノルズ数は壁垂直方向に一樣な二次元かく乱によって与えられ(Squire の定理)、不安定モードは流れ方向への傾きをもたないからである。以下に示すように、この固有モードの流れ方向への傾きは流れ方向渦度生成に決定的な役割を果たす。上記のストリークのスパン方向への湾曲運動が強いスパン方向速度を発生させると、図 9 に概念的に示すように、スパン方向速度に対する傾いた固有モードが、流れ方向渦度 $\omega_x = \partial_y w - \partial_z v$ を $\partial_y w$ を通じて直接的に発生させる。それと同時に、湾曲運動は壁垂直方向

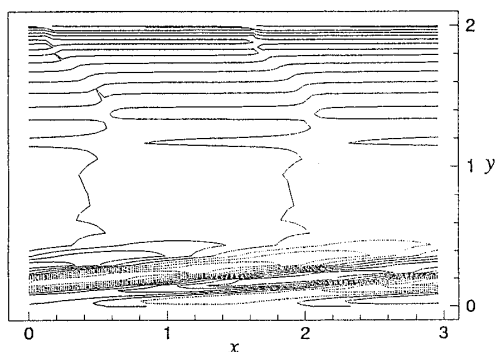


Fig. 8 Contour plot of the spanwise disturbance velocity on (x, y) -plane for mode B. The slice plane is located at $z=0.29$, i.e. the centerline of the low-speed streak. Contour increment is v' , where v' denotes the volume-averaged value of the velocity vector, and negative contours are dotted

渦度も発生させるが、上で議論したように、この壁垂直方向渦度は平均流のせん断によって流れ方向に変向し [式(15)または(16)の右辺第 1 項]、間接的に新たな流れ方向渦度を生成する。その一方で、以上のようにして生成された流れ方向渦度はスパン方向の速度をさらに誘起し、その結果ストリークのスパン方向への湾曲運動がより強められる。これらの過程を通じてストリークの湾曲運動と流れ方向渦度が増幅されることになる。このようにして増幅された流れ方向渦度は、後の非線形時間発展⁽⁴⁾において縦渦へと成長するものと考えられる。

7. 結 言

本研究では、低レイノルズ数 $Re_\tau=180$ のチャンネル乱流におけるストリークの不安定に対して線形安定性解析を行い、中立安定曲線および不安定モードの空間構造を示した。さらに、ストリークの不安定による流れ方向渦度の生成のメカニズムについて検討を加えた。

反対称かく乱(sinuous disturbance)の中立安定曲線近傍には、ストリークのスパン方向波長 ($\gamma^+ < 0.01$, $0.01 < \gamma^+ < 0.12$, および $\gamma^+ > 0.12$) に応じて、三つの異なる不安定モードが存在する。これらの不安定の要因を調べたところ、 $\gamma^+ < 0.01$ では壁面噴流の三次元不安定に類似した不安定が生じるのに対して、 $0.01 < \gamma^+ < 0.12$ および $\gamma^+ > 0.12$ では低速ストリーク両側面の変曲点に起因した後流不安定に類似の不安定が生

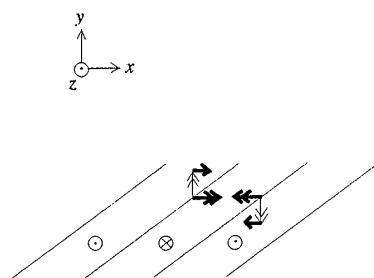


Fig. 9 Proposed mechanisms of the streamwise vorticity generation for mode B. Solid lines conceptually show null contours of the disturbance velocity normal to the figure plane, and symbols \odot and \otimes indicate the signs of the velocity component, i.e. coming out of and going in the plane. Thick double arrows denote the induced streamwise vorticity. Thin double arrows denote the induced wall-normal vorticity. Thick arrows represent the production of the streamwise vorticity by the vorticity tilting towards the streamwise direction

じることがわかった。

実験およびDNSで観測されている100壁単位のストリーク波長が含まれる $0.01 < \gamma^+ < 0.12$ の場合には、ストリークの速度の臨界振幅は $\Delta U^+ \approx 3$ であり、振幅がそれ以上になると後流的な不安定によりストリークのスパン方向への湾曲運動が発生する。この不安定においては、固有モードは壁垂直方向から流れ方向に大きく傾いており、この傾きによって、湾曲運動が誘起するスパン方向速度から直接的に流れ方向渦度が生成される。このとき、流れ方向渦度と同時に壁垂直方向渦度も生成されるが、この壁垂直方向成分も平均流の壁垂直方向のせん断によって流れ方向渦度へと変換される。このようにして生成された流れ方向渦度はスパン方向の速度をさらに誘起し、ストリークの湾曲運動がより強められる結果となる。

ここで示したストリークの不安定条件、その不安定要因、およびそれを通じての流れ方向渦度の生成メカニズムに関する知見が、ストリークに着目した今後の壁面乱流の制御指針の確立に何らかの形で役立てられることが期待される。

本研究の一部は、筆頭著者が文部省在外研究員としてマドリッド大学航空学部およびスタンフォード大学・NASA Ames研究所乱流研究センターに滞在した折に行ったものである。滞在の機会を与えてくださった文部省ならびに乱流研究センター所長 P. Moin

教授に感謝の意を表す。本研究は部分的に文部省科学研究費の支援の下で行われた。ここに記して謝意を表す。

文 献

- (1) Jiménez, J. and Moin, P., *J. Fluid Mech.*, **225** (1991), 213-240.
- (2) Hamilton, J. M., Kim, J. and Waleffe, F., *J. Fluid Mech.*, **287** (1995), 317-348.
- (3) Waleffe, F., *Phys. Fluids*, **9-4** (1997), 883-900.
- (4) Schoppa, W. and Hussain, F. (Panton, R. L., ed), *Self-Sustaining Mechanisms of Near-Wall Turbulence*, (1997), 385-422, Computational Mechanics Publications, Southampton.
- (5) Jiménez, J. and Pinelli, A., *J. Fluid Mech.*, **389** (1999), 335-359.
- (6) Waleffe, F., *Stud. Appl. Math.*, **95** (1995), 319-343.
- (7) Waleffe, F. and Kim, J. (Panton, R. L., ed.), *Self-Sustaining Mechanisms of Near-Wall Turbulence*, (1997), 309-332, Computational Mechanics Publications, Southampton.
- (8) Reddy, S. C., ほか3名, *J. Fluid Mech.*, **365** (1998), 269-303.
- (9) Schoppa, W. and Hussain, F., *AIAA Paper*, No. 98-3000 (1998).
- (10) Reynolds, W. C. and Tiederman, W. G., *J. Fluid Mech.*, **27** (1967), 253-272.
- (11) Waleffe, F., Kim, J. and Hamilton, J. M., *Turbulent Shear Flows*, **8** (1991), 37-49.
- (12) Baggett, J. S., PhD Thesis, Cornell Univ. (1996).
- (13) Sendstad, O. and Moin, P., *Rep. TF-57* (1992), Thermoscience Division, Dept. Mechanical Engineering, Stanford Univ., CA.