

Universidad Politécnica de Madrid



Escuela Técnica Superior de Arquitectura



Trabajo Fin de Grado en Fundamentos
de la arquitectura

Cristina Montoro Renedo

*Análisis y modelado de punzonamiento
en losas y pilares de hormigón.*

***Análisis y modelado de punzonamiento
en losas y pilares de hormigón.***

Estudiante:

Cristina Montoro Renedo

Tutor:

César de Santos Berbel

Departamento de Estructuras y Física de Edificación

Aula TFG 7

Eduardo Javier Gómez Pioz, *coordinador.*

Pilar Horna Almazán, *adjunta.*

Escuela Técnica superior de Arquitectura de Madrid

Universidad Politécnica de Madrid

Este trabajo analiza el fenómeno del punzonamiento en losas macizas de hormigón armado, evaluando cómo las normativas EHE-08 y el Código Estructural (CE) abordan este problema y como esta última se ha vuelto más restrictiva. La investigación combina simulaciones, análisis normativo y casos de estudio con el objetivo de mejorar la comprensión del comportamiento estructural ante cargas concentradas transmitidas por pilares.

El punzonamiento es un modo de fallo localizado que ocurre cuando las tensiones tangenciales superan la resistencia del hormigón en la zona crítica alrededor del soporte. Este tipo de fallo puede comprometer gravemente la estabilidad estructural si no se toman medidas adecuadas en el diseño. El estudio se centra en analizar cómo las variables geométricas (como el canto de la losa y el tamaño de los pilares) y las diferentes normativas influyen en la necesidad de armadura de punzonamiento.

Los resultados obtenidos evidencian que el Código Estructural introduce requisitos más estrictos que la EHE-08, especialmente en soportes de borde y esquina. Estos cambios incrementan las demandas en diseño, haciendo necesario considerar estrategias adicionales para garantizar el cumplimiento normativo. Entre estas estrategias destacan:

1. Incremento del canto de la losa: Losas más gruesas distribuyen mejor las tensiones y reducen el riesgo de fallo por punzonamiento. Esta medida es particularmente efectiva en casos con altas cargas concentradas.
2. Ampliación de la escuadría de los pilares: Aumentar el tamaño de los soportes disminuye las tensiones en las zonas críticas, mejorando el cumplimiento tanto bajo la EHE-08 como el CE.

3. Uso de armadura de punzonamiento: La disposición de armadura transversal contra cortante garantiza la resistencia adicional necesaria, permitiendo que las estructuras cumplan incluso bajo las exigencias más estrictas del CE.

El trabajo también destaca la importancia de considerar las ubicaciones de los soportes, ya que los pilares interiores tienden a cumplir con mayor facilidad que los de borde y esquina debido a la distribución de las cargas. Adicionalmente, se identificó que la combinación de estrategias, como aumentar simultáneamente el canto de la losa y el tamaño de los pilares, ofrece mejores resultados en escenarios restrictivos.

En conclusión, esta investigación aborda cómo adaptar los diseños estructurales a las exigencias actuales, garantizando la seguridad mediante soluciones técnicas. El análisis comparativo entre normativas y las propuestas de mejora frente al punzonamiento de la nueva normativa ofrecen una guía para el diseño de estructuras de hormigón armado frente al punzonamiento.

Palabras clave

Arquitectura - Estado Límite Último-Estructuras - Hormigón armado - Losa - Punzonamiento - Pilares.

1.INTRODUCCIÓN	7
2.ESTADO DEL ARTE	9
3.MATERIALES Y MÉTODOS	13
3.1 Comparativa entre CE y EHE-08:	
Restricciones y armaduras de punzonamiento	13
3.1.1 Comprobación de la losa sin armadura de punzonamiento	15
3.1.2 Comprobación con armadura de punzonamiento	25
3.2 Análisis comparativo de armadura de punzonamiento utilizando el programa de cálculo CYPECAD.	35
3.2.1 Diferencia entre las zonas críticas en pilares interiores, borde y de esquina.	35
3.2.2 Efecto del espesor de la losa	38
3.2.3 Tamaño del pilar en relación con la losa	42
3.2.4 Escenarios límites más restrictivos	44
4.RESULTADOS Y DISCUSIÓN	46
5.CONCLUSIONES	48
6.BIBLIOGRAFÍA	50
7.ANEJOS	53

1.INTRODUCCIÓN

Las estructuras de edificación deben garantizar la resistencia, rigidez y estabilidad de las construcciones. La resistencia de las estructuras se analiza mediante el método de los estados límite últimos, que consiste en representar una condición extrema en la que una estructura o elemento estructural ya no puede cumplir con su función debido a fallo por el agotamiento de la capacidad resistente de los materiales.

El punzonamiento es un modo de fallo localizado que se manifiesta en elementos estructurales de hormigón armado, como las losas, donde cargas concentradas procedentes de pilares generan tensiones elevadas a su alrededor. Este tipo de fallo ocurre cuando los esfuerzos cortantes superan la capacidad resistente del hormigón en la zona de apoyo, lo que implica un riesgo de fallo estructural.

El estado límite último de punzonamiento es un estado que se alcanza por agotamiento de la pieza bajo tracciones debidas a tensiones tangenciales motivada por una carga o reacción localizadas en una superficie pequeña de un elemento bidireccional de hormigón armado o pretensado (Calavera, 1999).

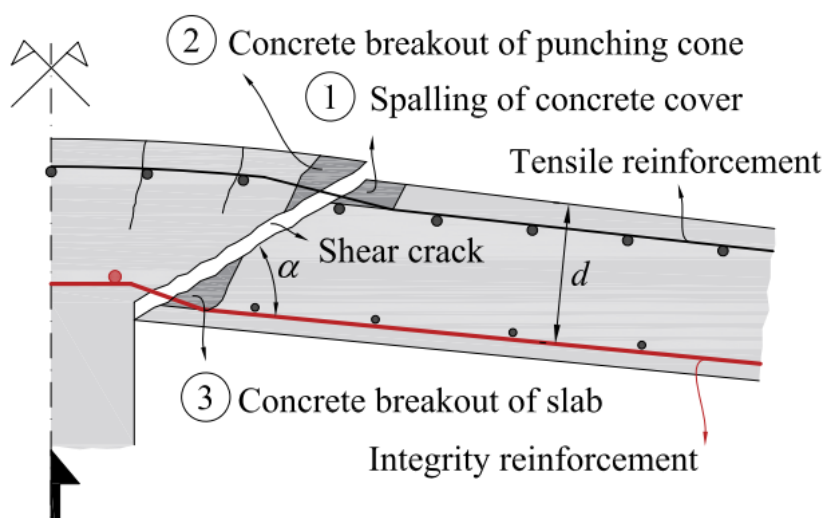


Fig.1: Colapso de losa por punzonamiento en forma de cono (Keyvani et al., 2014).

Los daños que causan una rotura por punzonamiento (Fig.1) en una losa se caracterizan por la formación de una superficie de fractura de forma troncopiramidal (truncocónica en el caso de áreas circulares), cuya directriz vertical (Calavera,

1999). Esta superficie crítica de rotura comienza en el perímetro del apoyo losa-soporte y se extiende con una inclinación que varía entre 30° y 45° , reflejando a distribución de tensiones tangenciales en el elemento estructural.

Con el estudio del punzonamiento podemos obtener losas más seguras sin la necesidad de sobredimensionar, lo que tiene un impacto directo en el coste del proyecto. Además, existen precedentes históricos de fallos estructurales debido al punzonamiento, lo que subraya la importancia de un análisis detallado. Con la tendencia de construcciones modernas de mayor altura y losas de menor espesor, la necesidad de un análisis específico para cada proyecto se ha incrementado. Este enfoque también se refleja en las normativas actuales, como el CE, que han incorporado más restricciones para garantizar la seguridad estructural.

El objetivo principal de este proyecto es analizar el punzonamiento en losas y pilares de hormigón. Para poder estudiar este tema en profundidad se tratarán los siguientes objetivos específicos:

1. Comparar la normativa actual del CE con la EHE-08 para identificar las restricciones implementadas en la nueva norma y analizar su impacto en la cantidad de armadura requerida para el punzonamiento.
2. Analizar casos en los que la armadura destinada a prevenir el punzonamiento cumple con la EHE-08, pero no con el CE, utilizando el programa de cálculo CYPE.

2.ESTADO DEL ARTE

El diseño estructural en edificaciones modernas se enfrenta a retos significativos relacionados con la capacidad de los elementos para resistir fallos bajo condiciones de carga. Uno de los mayores problemas actuales que ocurren en las losas es el punzonamiento, un fenómeno que ocurre cuando una carga concentrada genera fallos locales alrededor de los soportes, comprometiendo la estabilidad de la estructura. Este fenómeno depende de múltiples factores, entre los que destacan el espesor de la losa, la carga aplicada, las propiedades mecánicas del hormigón y la configuración del refuerzo. El presente estado del arte busca explorar cómo estos factores afectan a la resistencia al punzonamiento, considerando estudios recientes y normativas aplicables, y se centra en la evaluación experimental y analítica que aborda esta temática.

El punzonamiento es una forma de fallo que generalmente ocurre en losas planas de hormigón armado sometidas a cargas concentradas, como las transmitidas por los soportes. Este fallo se caracteriza por la aparición de un cono de fractura alrededor del soporte (Fig.2), lo que puede conducir al colapso progresivo de la estructura si no se toman las precauciones adecuadas en el diseño. La resistencia al punzonamiento está influida por la capacidad del hormigón para distribuir las tensiones y por la presencia de refuerzos contra los esfuerzos cortantes.

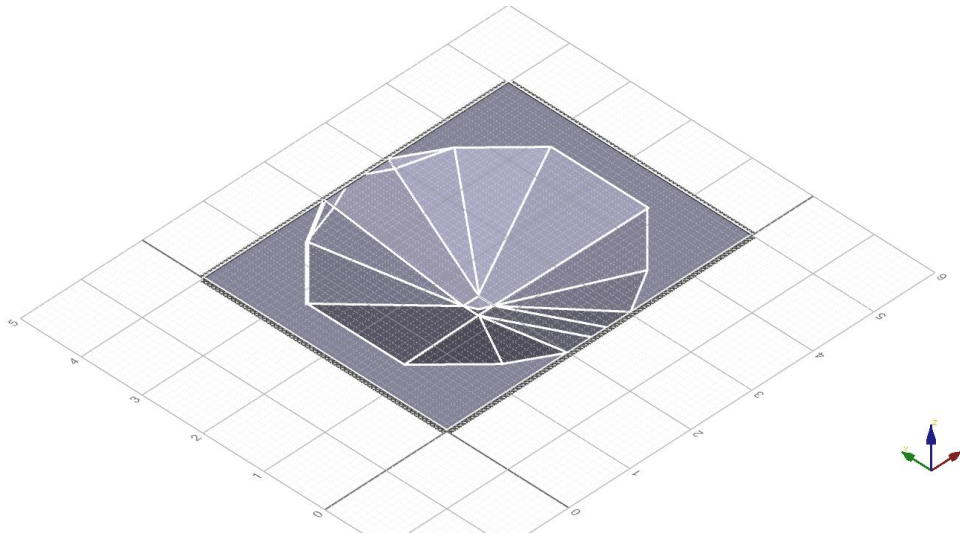


Fig.2: Aparición cono de fractura alrededor del soporte debido a cargas concentradas en el soporte.

Estudios recientes subrayan la importancia de considerar el espesor de las losas como un parámetro crítico en la evaluación de la capacidad de las estructuras. Una de las variables principales que determinan el comportamiento de la losa frente al funcionamiento es su espesor. Un mayor canto de losa contribuye a una mayor capacidad de resistencia al aumentar el área efectiva para transferir las cargas. Esto se ha demostrado en estudios experimentales y simulaciones con programas de cálculo, como los realizados por Pérez Ruiz et al. (2016). Además, Anas et al. (2023) demostraron que las losas con refuerzo transversal pueden incrementar significativamente la resistencia al punzonamiento, particularmente en situaciones donde se emplean espesores intermedios. Por otro lado, Birkle y Dilger (2008) destacaron que los efectos de tamaño influyen negativamente en la resistencia al punzonamiento en losas más gruesas, lo cual no está completamente reflejado en algunos códigos de diseño. Del mismo modo, la investigación de Pérez Ruiz et al. (2016) sentó bases relevantes al analizar cómo el comportamiento mecánico depende del espesor y las proporciones geométricas. La contribución a la resistencia del espesor de la losa no siempre actúa de manera lineal. Por ejemplo, Birkle y Dilger (2008) observaron que losas con espesores superiores a 26 cm pueden presentar márgenes de seguridad más bajos si se diseñan según normativas más antiguas. Esto subraya la necesidad de actualizar los códigos de diseño para reflejar los avances en el conocimiento

técnico. Muttoni (2008) presenta una explicación mecánica del punzonamiento sin armadura transversal, esto le llevó a una formulación de un nuevo criterio basado en la relación carga-rotación de la losa.

La resistencia a compresión y la ductilidad del hormigón son determinantes en su capacidad para resistir las tensiones generadas por el punzonamiento. Las propiedades mecánicas del hormigón han demostrado que influyen en la resistencia frente a las tensiones. Hormigones de alta resistencia han mostrado un mejor desempeño bajo estas condiciones. Estudios como el de Ngo, T. (2001) destacan cómo la combinación de hormigones de alta resistencia con refuerzos transversales mejora la respuesta estructural. Aunque a su vez el artículo de Francesconi et al. (2016) realiza un análisis experimental del comportamiento frente al punzonamiento de losas de hormigón armado reciclado.

La disposición y cantidad de refuerzos alrededor del área de soporte son esenciales para evitar el fallo por punzonamiento. Investigaciones como las de Anas et al. (2023) resaltan la importancia del refuerzo transversal para aumentar tanto la capacidad como la ductilidad de las losas. A ello se suman trabajos como el de Okada et al. (1978), que exploraron el impacto de diferentes configuraciones de refuerzo en escenarios de cargas elevadas. Además de estos métodos tradicionales de refuerzo contra el punzonamiento, el refuerzo con fibras de acero ha demostrado ser una alternativa eficaz y viable según el análisis de Maya et al. (2012), la adición de fibras al hormigón mejora el comportamiento frente punzonamiento y la capacidad de deformación de las losas de hormigón armado.

Las losas sometidas a cargas dinámicas presentan desafíos adicionales en términos de resistencia al punzonamiento. Investigaciones como las de Yankelevsky et al. (2021) han analizado cómo el uso de capiteles o "drop panels" incrementa localmente el espesor alrededor de las columnas,

mejorando significativamente la resistencia frente a fallas inducidas por impactos. Sin embargo, el diseño de estas soluciones requiere una mejora cuidadosa para equilibrar el aumento de masa y resistencia.

Las normativas, como la EHE-08 y el Código Estructural (CE), reconocen la influencia del espesor en la resistencia estructural. Estas normativas incorporan factores de ajuste para garantizar que las losas con espesores menores mantengan un rendimiento adecuado bajo condiciones de cargas altas. El CE, en particular, introduce requisitos más restrictivos, lo que implica la necesidad de considerar refuerzos adicionales, cambios en las proporciones geométricas de las losas o modificaciones en el diseño estructural para garantizar el cumplimiento normativo. Estudios como los de Hoang et al. (2016) hacen un análisis de como el esfuerzo cortante ha sido analizado tradicionalmente de una manera y como con los cambios de normativa propone un modelo basándose en la misma teoría de plasticidad rígida que se emplea en las vigas.

En conclusión, el estado del arte prueba que un diseño eficaz frente al punzonamiento requiere una comprensión de cómo interactúan el espesor de la losa, las propiedades del hormigón, la configuración del refuerzo y el diseño estructural. Las investigaciones, como las de Hoang et al. (2016) subrayan la importancia de adaptar los diseños a las normativas actuales, incorporando estrategias que optimicen la seguridad estructural frente a cargas concentradas.

3.MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Comparativa entre CE y EHE-08: restricciones y armadura de punzonamiento.

La reciente actualización del CE ha introducido restricciones que afectan a la cantidad de armadura requerida para garantizar la seguridad frente al punzonamiento. Este análisis busca identificar las diferencias entre el CE y la EHE-08, así como evaluar cómo estas modificaciones normativas influyen en las necesidades de armadura adicional frente a los esfuerzos de punzonamiento. Para el estudio comparativo entre las dos normas he elaborado una hoja de cálculo Excel para identificar las principales diferencias entre ambas normas.

Para el análisis comparativo se ha seleccionado un hormigón con una resistencia característica a compresión de f_{ck} de 25 N/mm^2 y un acero de armadura pasiva tipo B500S, con un límite elástico característico de f_{yk} de 500 N/mm^2 , valores representativos en condiciones típicas de edificación. Los coeficientes de seguridad empleados, según lo especificado por la normativa: $\gamma_c = 1,5$ para el hormigón y $\gamma_s = 1,15$ para el acero, manteniéndose el mismo valor para ambas normas.

Para los casos de estudio, se ha definido una losa maciza con las siguientes características geométricas:

- El canto de la losa (h) variará en función de las condiciones del análisis, considerando cinco valores de 20 cm, 22 cm, 25 cm, 27 cm y 30 cm. El canto útil (d) de la losa se determinará restando el valor del recubrimiento mecánico de las armaduras, que se ha establecido en 2,5 cm, dado que consideraremos un ambiente sin agresividad y podría ser un valor típico para elementos estructurales en condiciones normales.
- La armadura base, se mantendrá constante para todos los análisis. Se utilizará una armadura base superior e inferior de $\text{Ø}10/20$. Esta

distribución de la armadura está diseñada para cumplir con las condiciones mínimas de seguridad estructural y permitirá una comparación clara de las diferencias en la cantidad de armadura requerida bajo ambas normativas.

- Losa de forjado intermedio, por lo tanto, son pilares que tienen continuidad.

Los pilares que se van a estudiar serán de base rectangular interiores, de borde o en esquina obviando la existencia de huecos. De este modo, se obtiene una acotación más sencilla y homogénea para el análisis comparativo. Se comenzará con pilares de dimensiones 25x25 cm, que corresponde al pilar mínimo según la normativa, y a partir de ahí, se variarán las dimensiones aumentando progresivamente en 5 cm.

El esfuerzo de punzonamiento de cálculo, representado por F_{sd} , se define como la reacción del soporte, considerando las fuerzas que actúan dentro del perímetro o del área cargada. Para este estudio, se ha adoptado un valor constante de carga vertical aplicada de 100 kN en todos los casos analizados, lo que permite realizar una comparación homogénea entre las diferentes características geométricas de la losa y los requerimientos normativos en términos de punzonamiento.

3.1.1 Comprobación de la losa sin armadura de punzonamiento.

La resistencia frente a los efectos transversales producidos por cargas o reacciones concentradas actuando en losas sin armadura transversal se comprueba utilizando una tensión tangencial nominal en una superficie crítica concéntrica a la zona cargada (Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08), 2008).

La superficie o área crítica se define a una distancia de dos veces el canto útil desde el perímetro del área cargada o del soporte. En este caso, d representa el canto útil de la losa, calculado como la media de los cantos útiles correspondientes a las armaduras transversales.

El área crítica se calcula como producto del perímetro crítico u_1 por el canto útil d . Para obtener el perímetro crítico u_1 se ha realizado como se muestra en la siguiente figura (Fig.3).

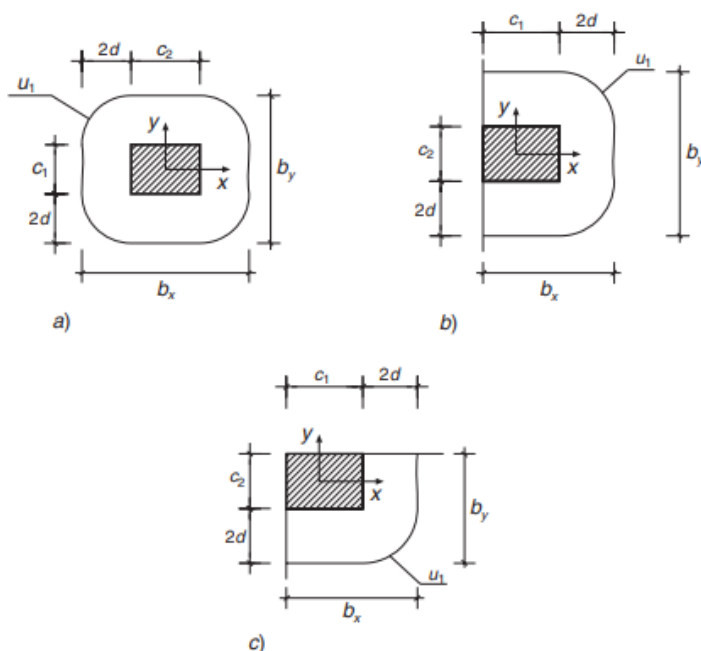


Fig.3: Determinación del perímetro crítico según posición de pilar (Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08), 2008)

En esta primera etapa del análisis, se ha realizado un estudio de losas que no requieren armadura adicional para el punzonamiento. Para ello, se variará

el canto de la losa según los valores definidos anteriormente (20 cm, 22 cm, 25 cm, 27 cm y 30 cm) y se calcularán las resistencias frente al punzonamiento en base a las indicaciones de ambas normativas, el CE y la EHE-08.

Los resultados obtenidos serán organizados en tablas comparativas, permitiendo identificar las diferencias en las restricciones y los valores límite establecidos por cada normativa para los casos en los que no es necesario disponer armadura específica de punzonamiento.

Según la EHE-08, se deberá cumplir que la tensión nominal de cálculo en el perímetro crítico τ_{sd} será menor a la tensión máxima resistente τ_{rd} .

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd} \quad (1)$$

La tensión tangencial nominal de cálculo en el perímetro crítico τ_{sd} , se calcula con la siguiente ecuación:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd,ef}}{u_1 d} \quad (2)$$

Donde el esfuerzo efectivo de punzonamiento de cálculo

$$F_{sd,ef} = \beta F_{sd} \quad (3)$$

El coeficiente β se utiliza para tener en cuenta los efectos de excentricidad de carga en el cálculo del punzonamiento. Dado que en los casos de estudio se considera la transferencia de momentos entre la losa y los soportes, se adoptarán los siguientes valores para β :

- 1,15 para pilares interiores,
- 1,40 para pilares de borde, y
- 1,50 para soportes de esquina.

El valor F_{sd} , correspondiente al esfuerzo de punzonamiento de cálculo se determinará como la reacción del soporte, considerando las fuerzas que actúan dentro del perímetro definido a una distancia de $h/2$ desde el borde del soporte o del área cargada, donde h es el canto total de la losa. Tal como se indicó anteriormente en los parámetros fijos del estudio, se ha considerado una carga constante de 100 kN para todos los casos analizados.

El perímetro crítico u_1 definido en (Fig.1) por el canto útil d , explicado anteriormente.

La tensión máxima resistente en el perímetro crítico τ_{rd} , se calcula con la siguiente ecuación:

$$\tau_{rd} = \frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l f_{cv})^{1/3} + 0,1 \sigma'_{cd} \quad (4)$$

Pero siempre con un valor mínimo de:

$$\tau_{rd} = \frac{0,075}{\gamma_c} \xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0,1 \sigma'_{cd} \quad (5)$$

El coeficiente ξ se calcula con la siguiente fórmula, introduciendo el valor del canto útil d en mm

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,00 \quad (6)$$

Los coeficientes de seguridad empleados, según lo especificado por la normativa: $\gamma_c = 1,5$ para el hormigón

La resistencia efectiva del hormigón a cortante f_{cv} , expresada en N/mm^2 , se define como $f_{cv} = f_{ck}$, siendo f_{ck} la resistencia característica a compresión del hormigón. Tal como se indicó previamente en los parámetros fijos de la comparativa, se ha considerado un valor de f_{ck} de $25 N/mm^2$. Este valor

corresponde a un hormigón comúnmente utilizado en edificación, adecuado para el presente análisis.

Cuantía geométrica de armadura longitudinal ρ_l principal de tracción de la losa, siendo ρ_x y ρ_y las cuantías en dos direcciones perpendiculares se calcularán mediante la siguiente fórmula, utilizando los datos previamente indicados. En este caso, se tomará una armadura base superior e inferior de $\emptyset 10/20$, sin considerar la posible existencia de refuerzos adicionales superiores o inferiores.

$$\rho_l = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02 \quad (7)$$

En este caso de estudio, no se considerará el valor de la tensión axial media σ'_{cd} en la superficie crítica de comprobación, ya que el análisis se centrará exclusivamente en las fuerzas de corte y el esfuerzo de punzonamiento.

Según el CE la armadura no será necesaria si se cumple que el esfuerzo cortante de cálculo V_{ed} es menor o igual que el valor de cálculo de la resistencia a punzonamiento de una losa sin armadura de punzonamiento en la sección crítica considerada $V_{Rd,c}$.

$$V_{ed} \leq V_{Rd,c} \quad (8)$$

El esfuerzo cortante de cálculo V_{ed} , se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$V_{ed} = \beta \frac{v_{ed}}{u_1 d} \quad (9)$$

Se ha considerado que se trata de una estructura en la que la estabilidad lateral no depende de que las losas y pilares trabajen como pórticos, y en la que las luces de los vanos adyacentes no difieren más de un 25%. En este contexto, se pueden utilizar los valores aproximados de β indicados

anteriormente, ya que tanto en el CE como en la EHE-08 coinciden los mismos valores para este coeficiente.

El valor v_{ed} , correspondiente al esfuerzo de punzonamiento de cálculo, es igual que el valor F_{sd} de la antigua. En este análisis, se ha considerado un valor constante de carga aplicada de 100 kN, lo que permite evaluar el comportamiento de la losa frente al punzonamiento bajo estas condiciones específicas.

$V_{Rd,c}$ es el valor de cálculo de la resistencia a punzonamiento de una losa sin armadura de punzonamiento en la sección crítica considerada y puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \leq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) \quad (10)$$

El valor $C_{Rd,c}$ se obtiene mediante la ecuación:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \quad (11)$$

Por lo tanto, al considerar un valor de $\gamma_c = 1,5$ para el coeficiente de seguridad del hormigón, se obtiene un valor fijo de $C_{Rd,c} = 0,12$. Este valor se utiliza en los cálculos para determinar la resistencia al punzonamiento en la losa.

El coeficiente k depende del cociente entre las dimensiones del pilar (c_1 y c_2), y su valor refleja la proporción de momento no equilibrado transmitido por cortante no uniforme, por la flexión y por la torsión. En este caso de estudio, al trabajar exclusivamente con pilares cuadrados, la proporción c_1/c_2 es siempre igual a 1. Por ello, y de acuerdo con la siguiente tabla (Tabla 1) del Código Estructural, el valor de k permanece constante, siendo igual a 0,6 en todos los análisis realizados.

Tabla 1: Valores de k para áreas rectangulares cargadas (Código Estructural. Anejo 19: Proyecto de Estructuras de Hormigón. Reglas Generales y Reglas Para Edificación., 2021).

$\frac{C_1}{C_2}$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,6	0,7	0,8

El resto de los valores necesarios para esta parte de la ecuación ya han sido explicados previamente en la parte correspondiente a la EHE-08, y serán los mismos para este caso de estudio. Asimismo, como se mencionó anteriormente, tampoco se considerará el valor de la tensión axial media σ_{cp} .

Por tanto, a su vez esto debe cumplir que sea $V_{Rd,c} \leq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp})$, sin embargo, no se considerará la tensión axial media σ_{cp} . De esta manera la ecuación se reduce a $V_{Rd,c} \leq v_{min}$ donde

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \quad (12)$$

El valor mínimo de resistencia a esfuerzo cortante v_{min} que debe garantizarse para evitar el fallo será $0,081 N/mm^2$.

Una vez explicadas las fórmulas utilizadas para el análisis de una losa maciza sin armadura de punzonamiento, se procederá a comparar los valores obtenidos en la hoja de cálculo realizada. Esta comparación permitirá evaluar las diferencias entre las normativas y cómo afectan a los resultados en función de las distintas condiciones de losas y pilares consideradas en el estudio.

Realizando esta primera comparativa, correspondiente a los casos en los que no se requiere armadura de punzonamiento, se observa una clara diferencia en el comportamiento según: la normativa aplicada, la ubicación del soporte, el tamaño del pilar y el canto de la losa. En general, la EHE-08 permite un mayor número de casos que cumplen con los requisitos, especialmente en soportes interiores.

Para determinar si se cumple con los requisitos, el análisis considera la relación entre el esfuerzo de cálculo del punzonamiento y la resistencia disponible. En el caso de la EHE-08 se evalúa la relación

$$\frac{\tau_{sd}}{\tau_{rd}} \leq 1 \quad (13)$$

Mientras que en el Código Estructural (CE) se evalúa:

$$\frac{V_{ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1 \quad (14)$$

En ambos casos, el resultado debe ser menor o igual a 1 para cumplir con las condiciones de diseño, ya que esto indica que el esfuerzo de punzonamiento no excede la resistencia disponible en la losa.

Este método permite simplificar la comparación, ya que un valor menor o igual a 1 implica que no es necesaria la armadura de punzonamiento. En este análisis, los resultados muestran que la EHE-08 permite cumplir con mayor frecuencia, especialmente en soportes interiores y con losas de cantos menores. Por otro lado, el CE presenta mayores restricciones, particularmente en soportes de borde y esquina, donde el cumplimiento es menos común, lo que evidencia la necesidad de mayores cantos o soportes más grandes para evitar la armadura de punzonamiento.

Por ejemplo, en la Fig. 6 para una losa de 25 cm y un pilar de 30x30 cm, los valores calculados para soportes interiores y de borde son inferiores a 1, cumpliendo ambos con la EHE-08 (límite a partir del cual se requiere armadura de punzonamiento). Por otro lado, el Código Estructural (CE) presenta mayores restricciones. En el mismo caso (losa de 25 cm y pilar de 30x30 cm), el soporte interior cumple apenas con el límite con un valor de 1,00, mientras que el soporte de borde supera ampliamente el umbral permitido. Esto refleja que, bajo el CE, es necesario un mayor canto de losa o pilares más grandes para evitar la necesidad de armadura de punzonamiento.

El crecimiento en el tamaño del pilar mejora notablemente los resultados en ambas normativas. Por ejemplo, en la Fig. 8 en una losa de 30 cm

con un pilar de 40x40 cm, los valores para soportes interiores cumplen en ambos casos, tanto en la EHE-08 como en el CE. Sin embargo, los soportes de borde y esquina continúan siendo más críticos bajo el CE, superando en muchos casos el límite permitido.

El aumento del canto de la losa también tiene un impacto favorable. Para losas de 27 cm y pilares interiores de 30x30 cm (Fig. 7), los valores se encuentran dentro del límite en ambas normativas. No obstante, los soportes de borde y esquina bajo el CE aún presentan dificultades, requiriendo medidas adicionales para cumplir.

En conclusión, la normativa EHE-08 permite cumplir en más casos sin necesidad de armadura de punzonamiento, incluso con cantos de losa menores y pilares más pequeños. En cambio, el CE impone restricciones más severas, especialmente en soportes de borde y esquina, exigiendo un aumento significativo en el canto de la losa o en las dimensiones del pilar para evitar la necesidad de armadura de punzonamiento.

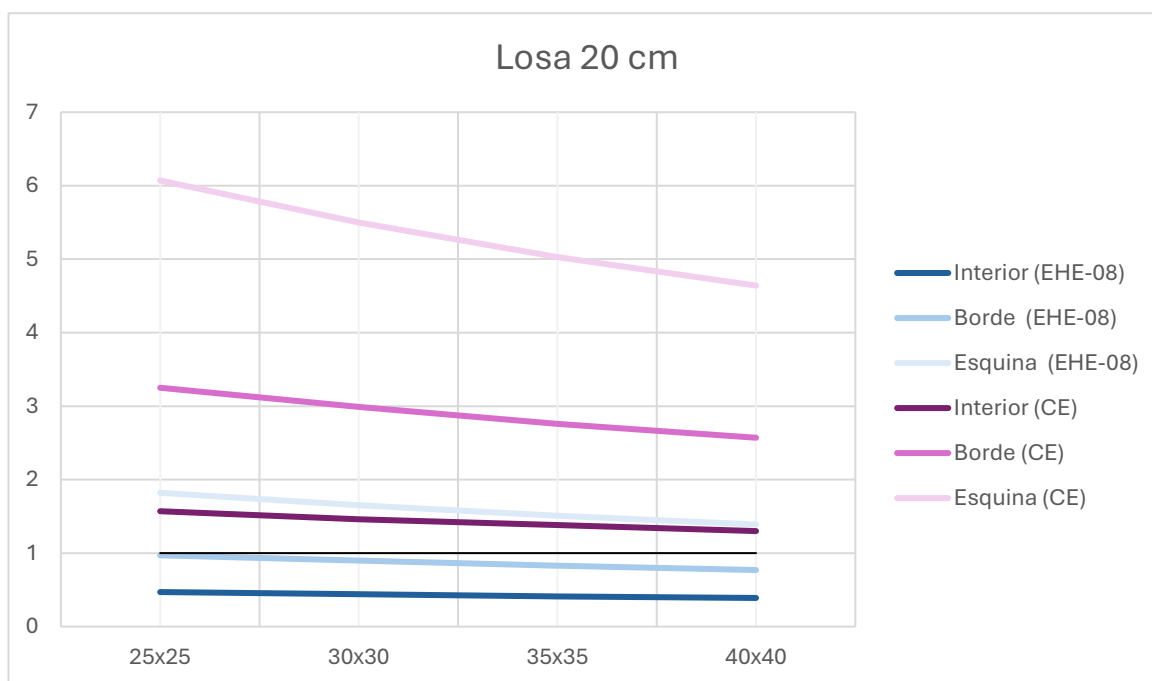


Fig. 4: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 20cm variando el tamaño de los pilares.

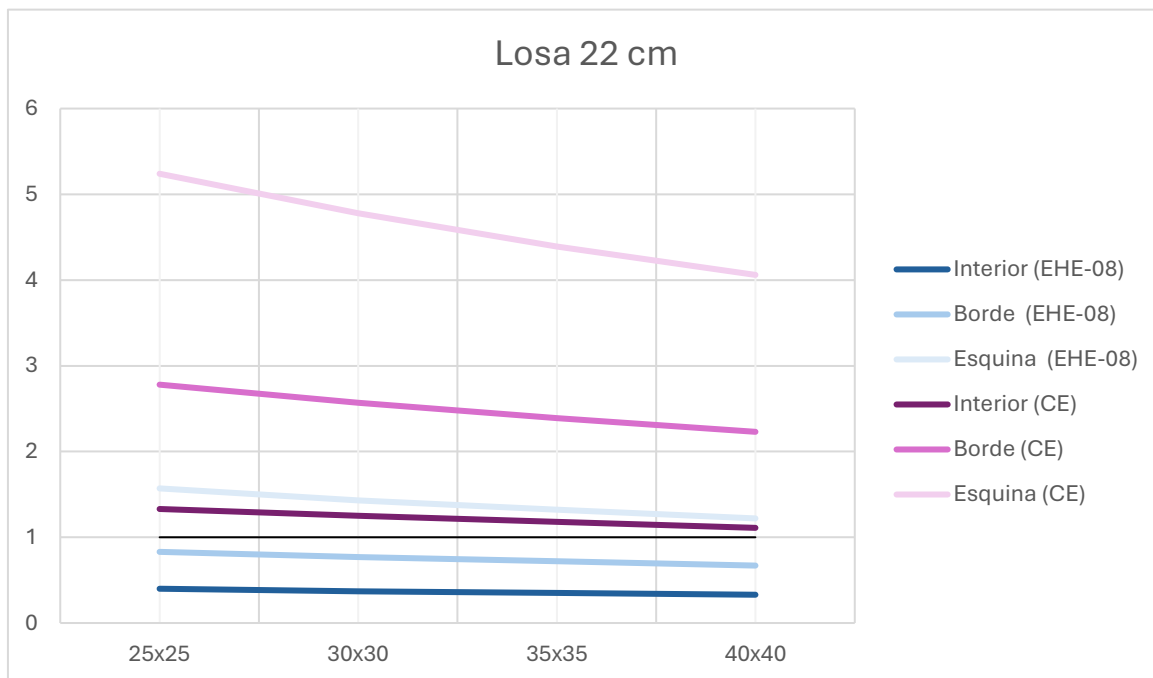


Fig. 5: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 22cm variando el tamaño de los pilares

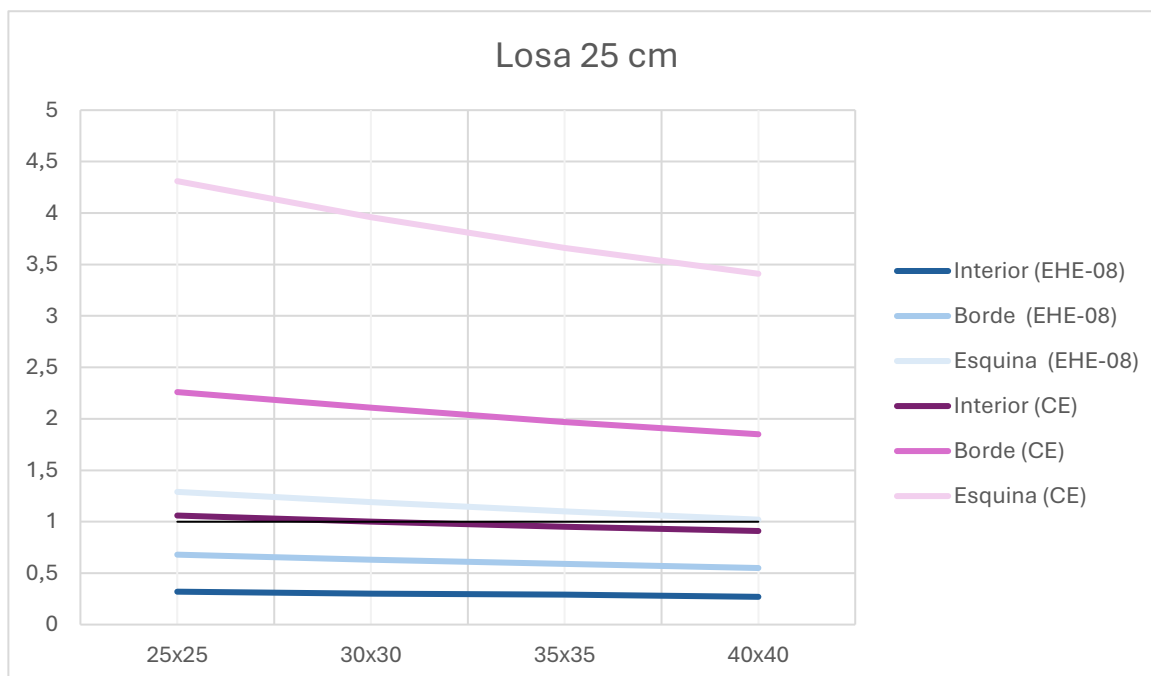


Fig. 6: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 25cm variando el tamaño de los pilares

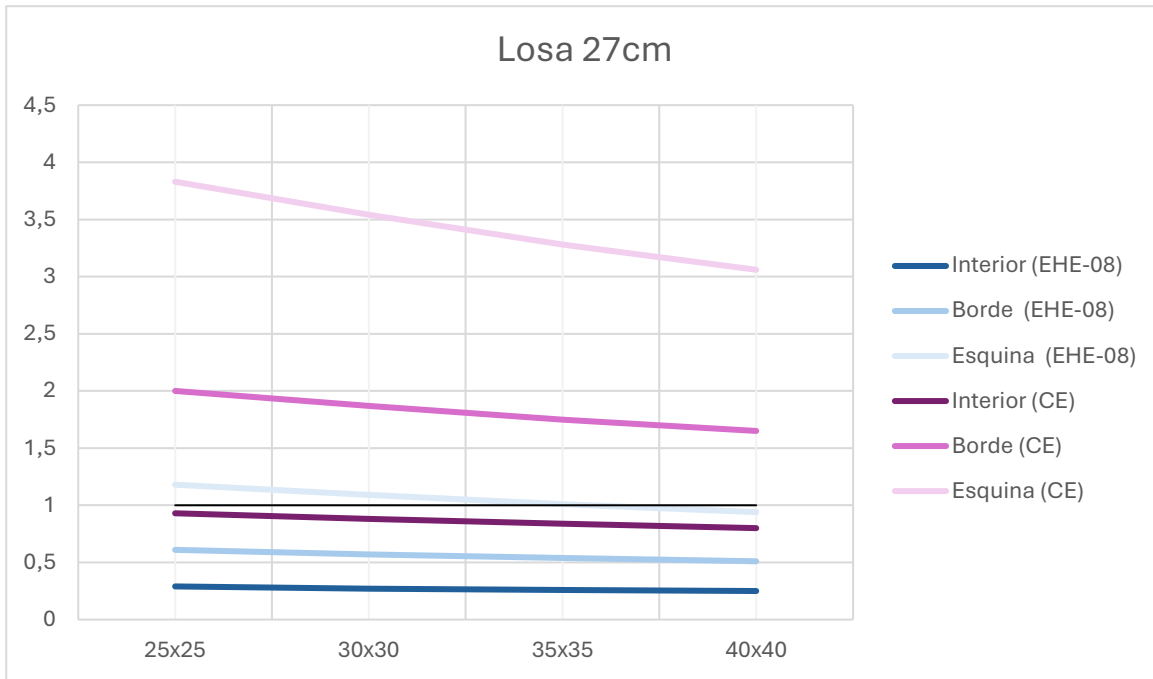


Fig. 7: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 27cm variando el tamaño de los pilares

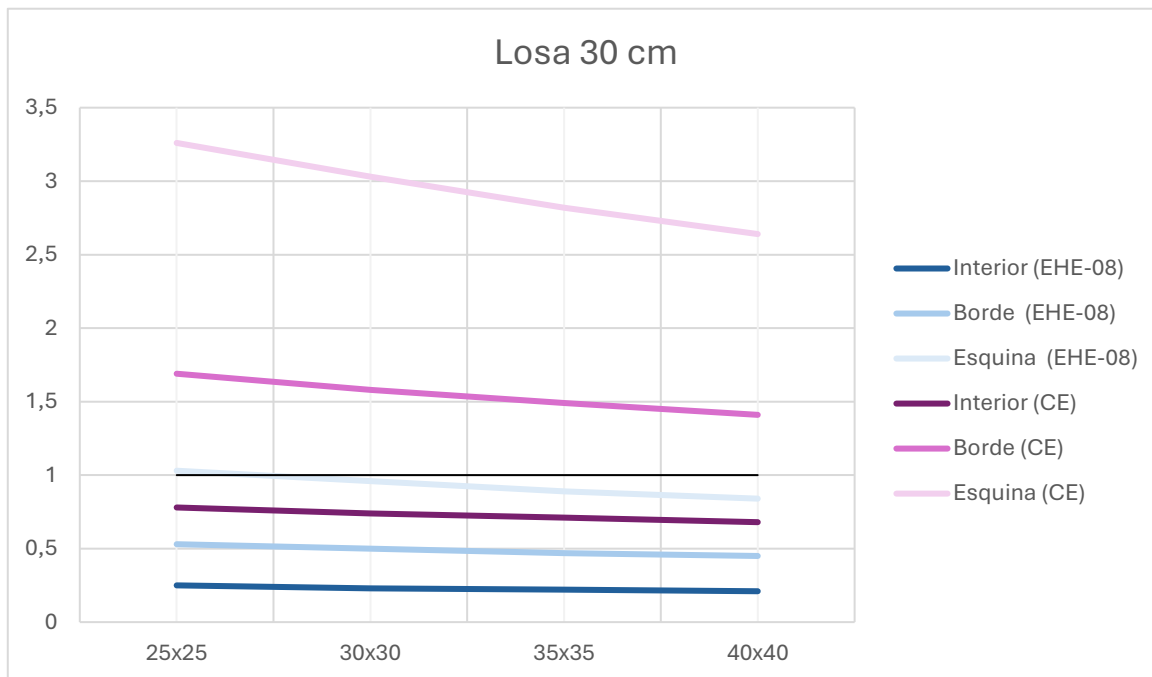


Fig. 8: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 30cm variando el tamaño de los pilares.

3.1.2 Comprobación con armadura de punzonamiento

Siguiendo con el estudio, en determinadas situaciones es necesario disponer de una armadura de punzonamiento para garantizar la seguridad estructural de la losa. Cuando resulta necesaria la armadura de punzonamiento deben realizarse tres comprobaciones: en la zona con la armadura transversal, en la zona exterior a la armadura de punzonamiento y en la zona adyacente al soporte.

Tal como se ha indicado en los casos anteriores, se ha optado por utilizar una armadura de punzonamiento de tipo cruceta, una solución comúnmente empleada para resistir los esfuerzos de punzonamiento en losas macizas. Esta armadura estará definida por 3 varillas de Ø10 en la armadura longitudinal superior e inferior, además de 2 cercos de Ø8 dispuestos cada 10 cm a lo largo de las crucetas. Cada brazo de la cruceta tendrá una longitud de 1 metro. En el análisis de los pilares interiores, cada cruceta estará formada por 4 brazos, mientras que en los pilares de borde se utilizarán crucetas con 3 brazos y, en los pilares de esquina, se dispondrán crucetas con 2 brazos.

3.1.2.A Zona con armadura transversal de punzonamiento.

En la zona con armadura de punzonamiento se dispondrán de estribos verticales con un ángulo α de 90°.

En el caso de la EHE-08 se deberá cumplir:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd} \quad (15)$$

$$\tau_{sd} \leq 0,75\tau_{rd} + 1,5 \frac{A_{sw} f_{ya,d} \sin \alpha}{su_1} \quad (16)$$

La tensión máxima resistente en el perímetro crítico τ_{rd} ha sido obtenida anteriormente

Donde τ_{sd} es la tensión nominal de cálculo.

El valor A_{sw} es el área total de armadura de punzonamiento en un perímetro concéntrico al soporte o área cargada, en mm^2 .

La resistencia de cálculo del límite elástico en armaduras pasivas, denotada como $f_{y\alpha,d}$, debe ser menor a $400 N/mm^2$ según la normativa. Sin embargo, en este estudio se ha considerado un acero de armadura pasiva tipo B500S, cuyo límite elástico de cálculo es de $434,8 N/mm^2$. Dado que este valor excede el límite estipulado por la norma, se trabajará con el valor máximo permitido por la normativa, es decir, $400 N/mm^2$, para garantizar la coherencia con los requisitos normativos y la seguridad estructural de la losa.

El valor s hace referencia a la distancia en dirección radial entre dos perímetros concéntricos de armadura. En este estudio, esta distancia se ha fijado en 10 cm. El valor s puede ser interpretado como la separación entre dos capas de armadura en los casos en los que se emplean múltiples perímetros concéntricos, o bien, en caso de que solo exista un perímetro, se mide entre este perímetro y la cara del soporte.

En el caso del CE se debe cumplir que

$$V_{ed} \leq V_{Rd,cs} \quad (17)$$

El valor de cálculo de la resistencia a punzonamiento de una losa con armadura de punzonamiento en la sección crítica considerada, denotado como $V_{Rd,cs}$, se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$V_{Rd,cs} = 0,75V_{Rd,c} + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd,ef} \frac{1}{u_1 d} \sin \alpha \leq k_{max} V_{Rd,c} \quad (18)$$

Todos los valores necesarios para el cálculo han sido descritos en los apartados anteriores. El único valor nuevo que se introduce es k_{max} , un factor que limita la capacidad máxima que puede alcanzarse mediante la aplicación de la armadura de punzonamiento, cuyo valor es 1,5.

A continuación, se ha llevado a cabo una comparativa similar a la anterior, variando el canto de la losa y las dimensiones de los pilares de la misma forma que en el análisis previo. No obstante, en este caso, se incorporará armadura de punzonamiento para evaluar cómo influye en la resistencia a punzonamiento, en los requerimientos de armadura adicional y en un posible cambio en el diseño de la armadura.

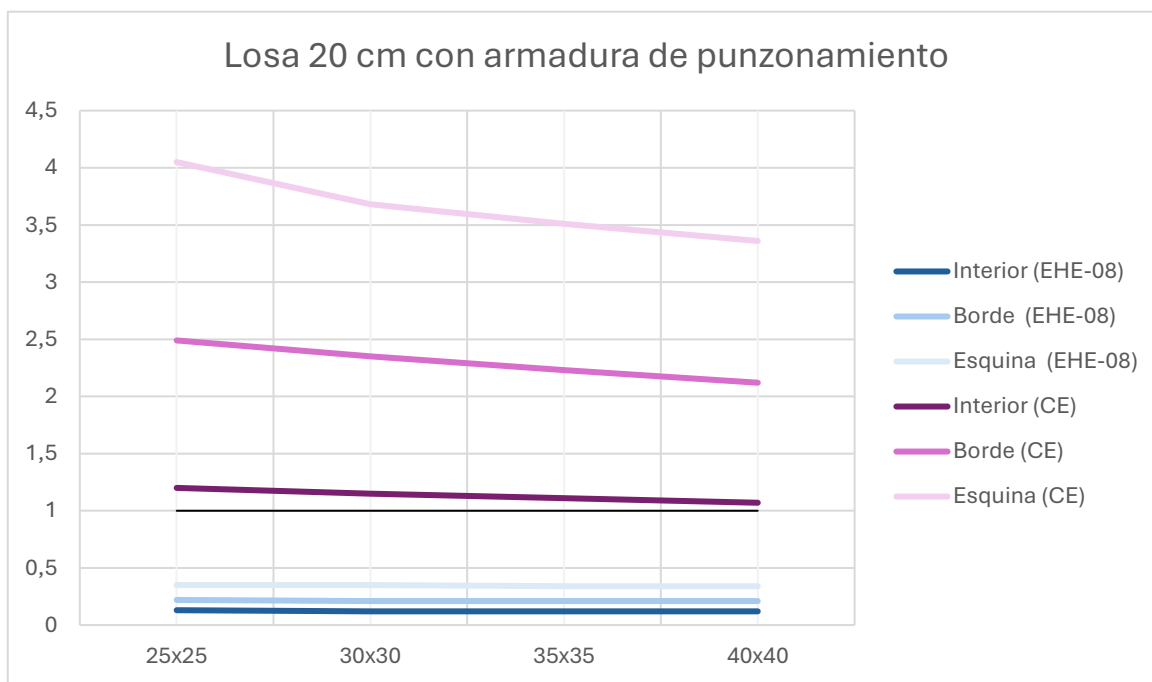


Fig. 9: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 20cm con armadura de punzonamiento variando el tamaño de los pilares.

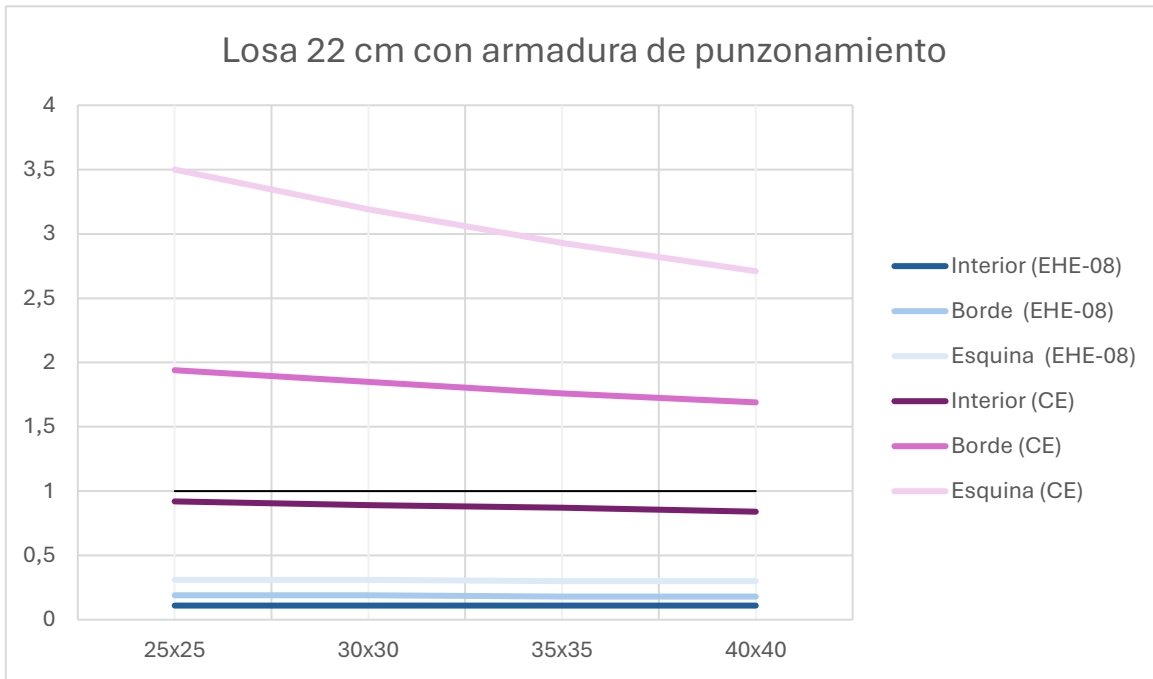


Fig. 10: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 22cm con armadura de punzonamiento variando el tamaño de los pilares.

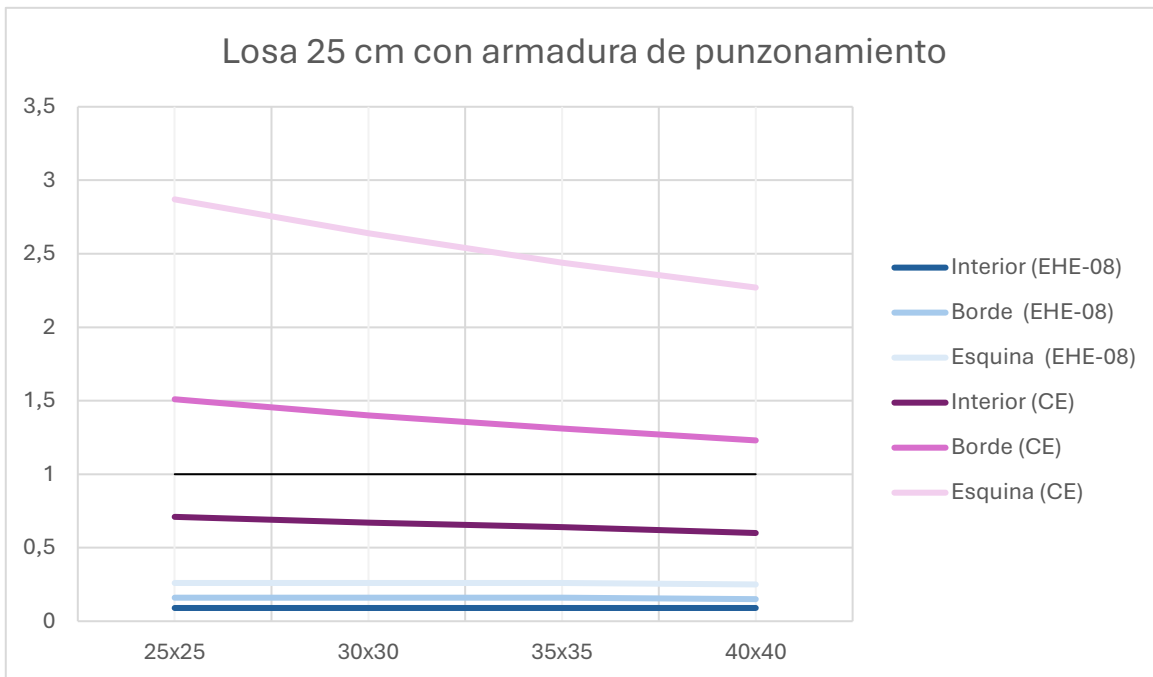


Fig. 11: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 25cm con armadura de punzonamiento variando el tamaño de los pilares.

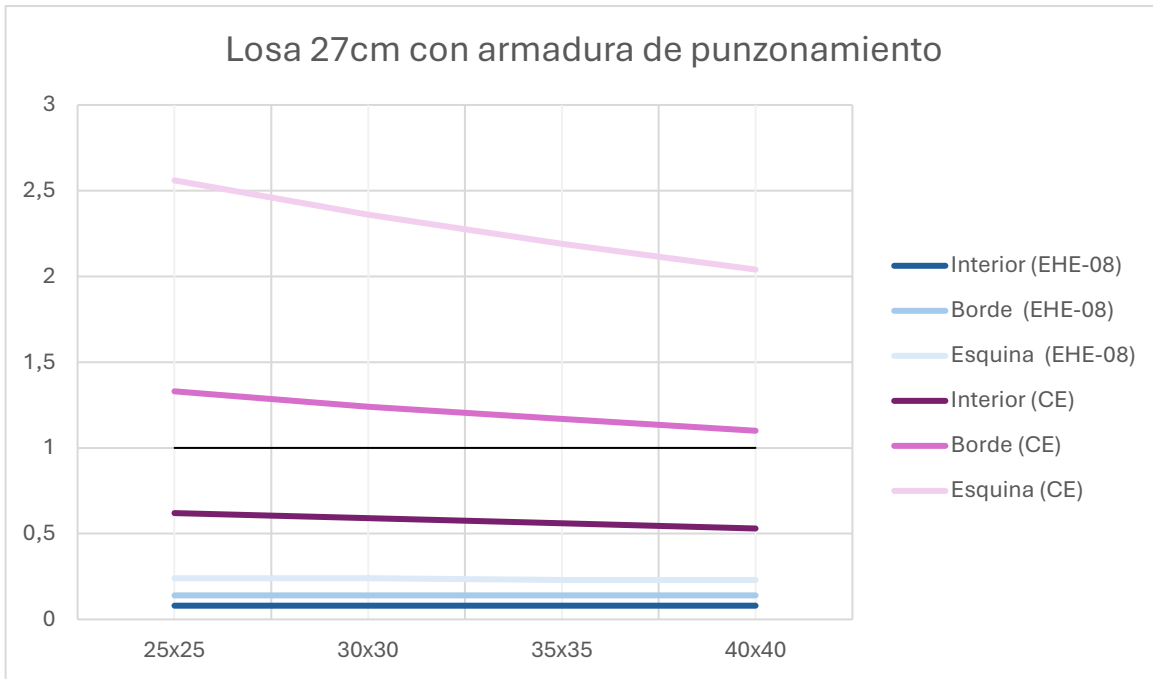


Fig. 12: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 27cm con armadura de punzonamiento variando el tamaño de los pilares.

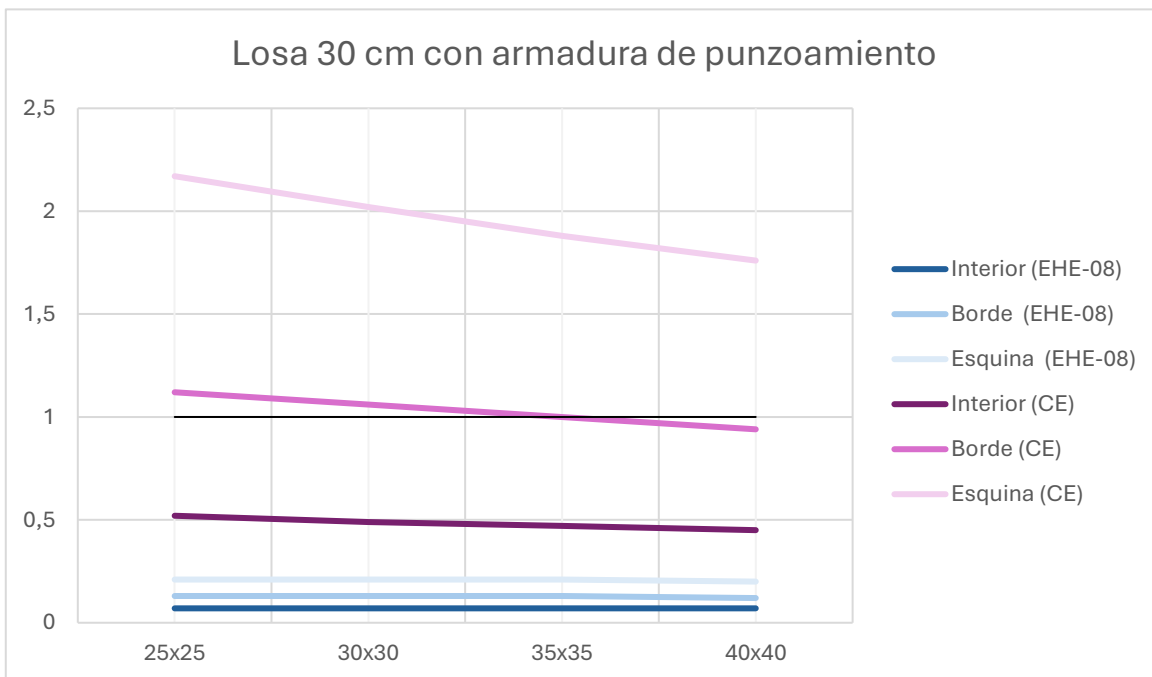


Fig. 13: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE en una losa de 30cm con armadura de punzonamiento variando el tamaño de los pilares.

En los siguientes mosaicos (Fig. 14 y Fig. 15) se presenta la comparativa entre ambas normas, manteniendo las mismas características, tanto con armadura de punzonamiento como sin ella. En verde se indican los casos en los que se cumple con los requisitos, y en rojo aquellos en los que no se cumplen.

SIN ARMADURA DE PUNZONAMIENTO		EHE-08			CE		
		Interior	Borde	Esquina	Interior	Borde	Esquina
LOSA 20CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						
LOSA 22CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						
LOSA 25CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						
LOSA 27CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						
LOSA 30CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						

Fig. 14: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE sobre el cumplimiento frente a punzonamiento de una losa sin armadura de punzonamiento.

CON ARMADURA DE PUNZONAMIENTO		EHE-08			CE		
		Interior	Borde	Esquina	Interior	Borde	Esquina
LOSA 20CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						
LOSA 22CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						
LOSA 25CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						
LOSA 27CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						
LOSA 30CM	25x25						
	30x30						
	35x35						
	40x40						

Fig. 15: Tabla comparativa entre EHE-08 y CE sobre el cumplimiento frente a punzonamiento de una losa con armadura de punzonamiento.

Al comparar ambas tablas, se observa que, con la armadura de punzonamiento dispuesta, se cumplen todos los casos según la normativa EHE-08. Sin embargo, bajo el Código Estructural (CE), la armadura de punzonamiento solo es suficiente para satisfacer los requisitos en los pilares interiores de las losas con un canto igual o superior a 22 cm.

Aunque se ha verificado el cumplimiento en la zona transversal de punzonamiento, será necesario evaluar también el comportamiento en la zona exterior de la armadura y en la adyacente al soporte.

La comparación entre las tablas, una sin armadura de punzonamiento y otra con armadura incorporada, pone de manifiesto que la inclusión de armadura mejora significativamente el cumplimiento de los requisitos en ambas normativas. Esto es especialmente notable en el Código Estructural (CE), donde los casos sin armadura enfrentan mayores restricciones y dificultades.

En ausencia de armadura el cumplimiento del soporte depende de su tamaño, posición y del canto de la losa. Los soportes interiores tienden a cumplir con facilidad especialmente en losas de mayor espesor, mientras que los soportes de borde y esquina presentan más dificultades, incluso con losas más gruesas. Al incorporar armadura, el soporte interior sigue siendo el menos afectado, ya que este tipo de pilar dispone de cuatro ramas de punzonamiento, en contraste con los soportes de borde, que cuentan con tres, y los de esquina, que solo tienen dos. En este análisis, se ha considerado que todos los pilares tienen la misma carga, independientemente de su posición en la losa. Por lo tanto, los pilares de borde y esquina se ven más penalizados, ya que, para una carga igual, disponen de menos armadura contra el punzonamiento.

En la normativa EHE-08, los casos sin armadura ya muestran un mayor porcentaje de cumplimiento debido a sus menores restricciones. Sin embargo, la adición de armadura refuerza aún más la seguridad estructural, prácticamente eliminando los casos desfavorables, independientemente del tamaño del soporte o del espesor de la losa.

En conclusión, mientras que el cumplimiento sin armadura depende en gran medida de incrementar el canto de la losa o el tamaño del soporte, la utilización de armadura de punzonamiento proporciona un margen adicional de seguridad en ambas normativas. Esto resulta particularmente relevante en los casos más exigentes del CE, así como en los soportes de borde o esquina.

3.1.2.B Zona exterior a la armadura de punzonamiento.

Se ha realizado la comprobación de la armadura de punzonamiento en la zona exterior a la armadura transversal, es decir, en el área circundante donde no se encuentra directamente reforzada por la armadura de punzonamiento. A pesar de estar alejada del soporte, esta zona debe ser analizada para garantizar que los esfuerzos de punzonamiento no sobrepasen los límites establecidos por la normativa.

Es necesario comprobar si es necesaria la armadura en la zona exterior, para ello según la EHE-08 se debe cumplir esta ecuación:

$$F_{sd} \leq \left(\frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0,1 \sigma'_{cd} \right) u_{n,ef} d \quad (19)$$

El valor $u_{n,ef}$ es el perímetro definido por la siguiente figura (Fig.16).

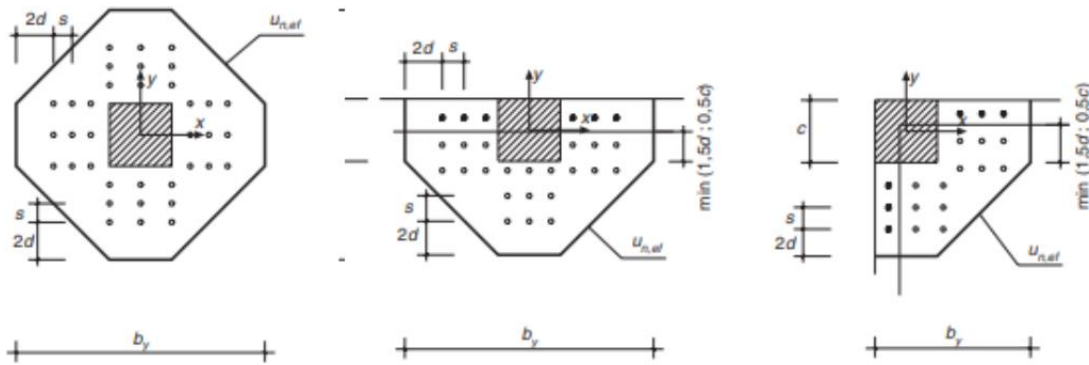
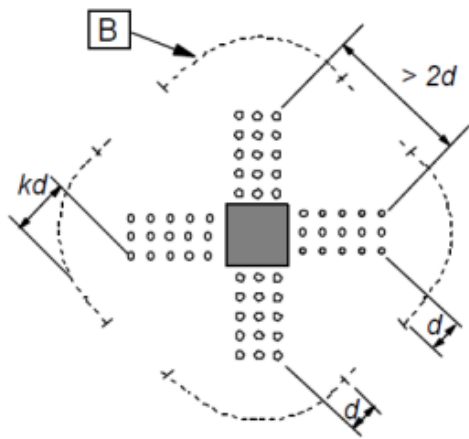


Fig.16: Planta de tipos de armado de punzonamiento (Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08), 2008).

en la siguiente figura (Fig.17) $u_{out,ef}$, para el cual no se requiere armadura de punzonamiento mediante la siguiente expresión:

$$u_{out,ef} = \frac{\beta v_{ed}}{v_{Rd,c} d} \quad (20)$$



B Perímetro $u_{out,ef}$

Fig.17 :Perímetro crítico para pilares interiores (Código Estructural. Anejo 19: Proyecto de Estructuras de Hormigón. Reglas Generales y Reglas Para Edificación., 2021).

3.2 Análisis comparativo de armadura de punzonamiento utilizando el programa de cálculo CYPECAD.

A continuación, utilizando el programa CYPECAD, se ha realizado el análisis de una serie de casos de estudio para evaluar las diferencias en el cumplimiento de los requisitos de punzonamiento según ambas normativas, EHE-08 y CE. Este análisis permitirá identificar cómo cada normativa afecta el diseño y la seguridad estructural de las losas bajo diferentes condiciones.

3.2.1 Diferencia entre las zonas críticas en pilares interiores, de borde y de esquina.

En este primer caso de estudio, se analizarán las diferencias en las zonas críticas de punzonamiento considerando pilares interiores, de borde y de esquina en una losa de 20 cm de espesor con luces entre pilares de 5 m. Se han considerado unas cargas muertas de $2,5 \text{ kN/m}^2$. y unas cargas muertas de 2 kN/m^2 .

El modelo estructural consta de dos losas, una correspondiente a la planta primera y otra a la cubierta, ambas con la misma disposición de pilares y el mismo canto de losa. Sin embargo, el análisis se centrará en la planta primera para evaluar de manera específica las diferencias en el cumplimiento del punzonamiento según ambas normativas, EHE-08 y CE.

Este análisis permitirá identificar cómo afectan las ubicaciones de los pilares y las condiciones geométricas del modelo al cumplimiento en las distintas zonas críticas de la losa.

Como se puede observar en las siguientes imágenes (Fig.18) se está realizando una comparativa entre la misma losa analizada bajo ambas normativas. En la imagen correspondiente a la EHE-08 (Fig.18 a) se aprecia que solo el pilar interior requiere armadura de punzonamiento. Esto se debe a que la tensión tangencial nominal de cálculo en el perímetro crítico τ_{sd} supera la tensión máxima resistente de una losa sin armadura de punzonamiento en el perímetro crítico $\tau_{rd,c}$, lo que obliga a disponer de armadura de punzonamiento en dicho soporte.

Por otro lado, en la imagen correspondiente a la losa analizada según el Código Estructural (CE) (Fig.18 b) ninguno de los soportes cumple sin armadura de punzonamiento. Esto ocurre porque el valor de cálculo de la tensión tangencial a lo largo de la sección crítica considerada V_{ed} es mayor que valor de cálculo de la resistencia a punzonamiento de una losa sin armadura de punzonamiento a lo largo de la sección crítica $V_{Rd,c}$. Por tanto, independientemente de la posición de los soportes (interior, borde o esquina), todos requieren la disposición de armadura de punzonamiento para cumplir con la normativa CE.

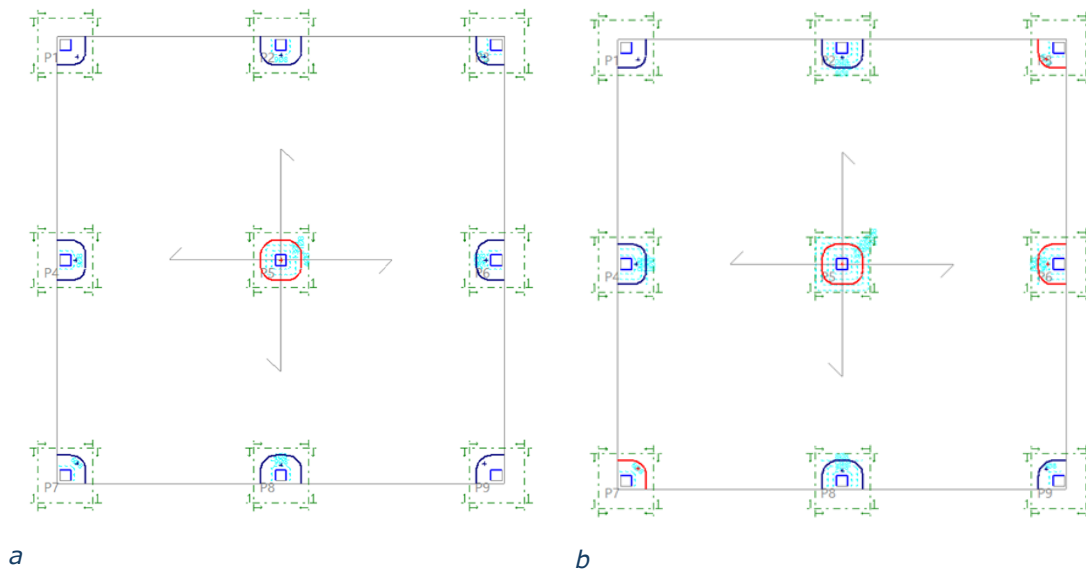


Fig.18: Losa de 20cm sin armadura de punzonamiento.
a) Con la normativa EHE-08
b) Con la normativa CE

En las siguientes imágenes (Fig.19) se puede observar que, utilizando las mismas crucetas que se han empleado para los casos de estudio con la hoja de cálculo, en el análisis según la EHE-08 (Fig.19 a) el único soporte que requería armadura de punzonamiento ahora cumple con los requisitos. Sin embargo, en la imagen correspondiente al análisis con el Código Estructural (Fig.19 b), se aprecia que los pilares de borde no cumplen con los requisitos en la zona exterior de la armadura de punzonamiento, evidenciando las mayores exigencias de esta normativa en comparación con la EHE-08.

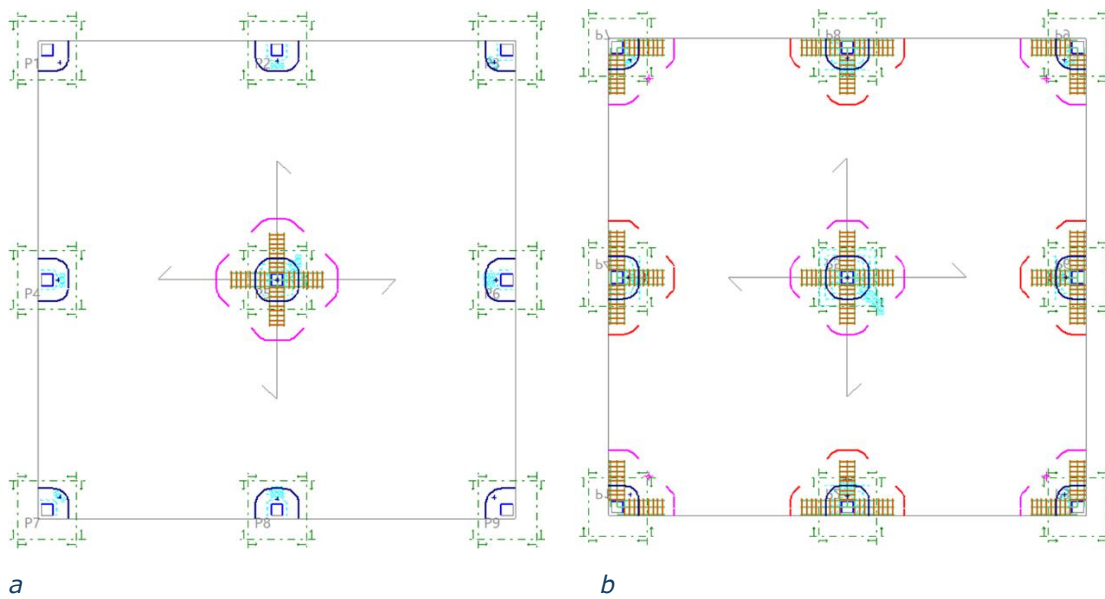


Fig.19: Losa 20cm con armadura de punzonamiento.
a) Con la normativa EHE-08
b) Con la normativa CE

En resumen, al comparar los resultados obtenidos bajo la normativa EHE-08 y el Código Estructural, se observa una mayor exigencia en cuanto a la necesidad de armadura de punzonamiento en la losa analizada según el CE. Como ya habíamos deducido anteriormente en la tabla comparativa (Fig. 15), el Código Estructural establece requisitos más estrictos para la resistencia al punzonamiento, exigiendo armadura en todos los soportes, independientemente de su ubicación. Estas diferencias evidencian las mayores restricciones del CE, especialmente en las zonas de borde, donde la losa no cumple con los requisitos para la armadura de punzonamiento.

3.2.2 Efecto del espesor losa.

En este caso de estudio, se mantiene la misma disposición de pilares (25x25) y las mismas cargas que en el primer caso de análisis, pero se varía el canto de la losa. Se analizarán tres escenarios con distintos valores de canto de la losa: 20 cm, 25 cm y 30 cm. El objetivo de este estudio es observar cómo el cambio en el canto de la losa influye en los requisitos de armadura de punzonamiento, tanto según la normativa EHE-08 como el Código Estructural.

Este estudio se ha centrado en la zona del perímetro crítico, donde suelen producirse los errores de diseño y cálculo en el punzonamiento. En las siguientes tablas se presentan las diferencias entre ambas normativas, destacando las mayores restricciones de la normativa actual, el Código Estructural, en comparación con la EHE-08.

El análisis se ha llevado a cabo comparando diferentes tipologías de pilares. En primer lugar, se evaluarán los pilares interiores, seguidos de los pilares de borde y, finalmente, los de esquina, para analizar de forma detallada las exigencias normativas en cada caso.

Para hacer un análisis de los pilares interiores utilizaremos la siguiente tabla (Tabla 2):

- En los tres casos analizados (losas de 20 cm, 25 cm y 30 cm), la tensión tangencial nominal de cálculo τ_{sd} en el perímetro crítico es inferior al valor permitido $\tau_{rd,cr}$ según la EHE-08 y el CE tanto con armadura como sin ella. Sin embargo, bajo el CE, los valores calculados son más restrictivos, lo que evidencia una mayor exigencia de esta normativa.
- Sin armadura, los valores de V_{ed} no cumplen con $V_{Rd,c}$ ni con $V_{Rd,max}$ bajo el CE para losas de 20 cm, mostrando la necesidad de armadura de punzonamiento.
- En todos los casos el pilar interior cumple con armadura de punzonamiento independientemente de la normativa utilizada.

Tabla 2: Tabla comparativa entre pilares interiores variando los cantos de la losa

PILARES INTERIORES							
		EHE-08			CE		
		τ_{sd}	$\tau_{rd,c}$ $\tau_{rd,cs}$	$\tau_{sd} \leq \tau_{rd,c}$ $\tau_{sd} \leq \tau_{rd,cs}$	V_{ed}	$V_{Rd,c}$ $V_{Rd,max}$	$V_{ed} \leq V_{Rd,c}$ $V_{ed} \leq V_{Rd,max}$
LOSA 20cm	Sin armadura	0,81	0,71	1,14	0,81	0,66	1,23
	Con armadura	0,81	2,1	0,39	0,81	0,99	0,82
LOSA 25cm	Sin armadura	0,62	0,69	0,90	0,59	0,55	1,07
	Con armadura	0,62	1,82	0,34	0,59	0,83	0,71
LOSA 30cm	Sin armadura	0,46	0,64	0,72	0,46	0,46	1,00
	Con armadura	0,46	1,59	0,29	0,46	0,69	0,67

En el caso de los pilares de borde utilizaremos la siguiente tabla (Tabla 3) en la que observamos:

- En losas de 20 cm y 25 cm, la tensión tangencial nominal de cálculo en el perímetro crítico cumple en la EHE-08, pero muestra dificultades bajo el CE, donde es más restrictivo para cumplir sin armadura.
- Con armadura, se observa un cumplimiento más generalizado, aunque el CE presenta mayores restricciones, sobre todo en losas de 20 cm donde los márgenes son más ajustados.
- El valor de cálculo de la tensión tangencial a lo largo de la sección crítica considerada sin armadura no logra cumplir en algunos casos, particularmente en el CE para las losas más delgadas.

Tabla 3: Tabla comparativa entre pilares de borde variando los cantos de la losa

PILARES BORDE							
		EHE-08			CE		
		Tsd	Trd,c Trd,cs	Tsd ≤ Trd,c Tsd ≤ τrd,cs	Ved	VRd,c VRd,max	Ved ≤ VRd,c Ved ≤ VRdmax
LOSA 20cm	Sin armadura	0,54	0,71	0,76	0,54	0,53	1,02
	Con armadura	0,54	2,45	0,22	0,54	0,53	1,02
LOSA 25cm	Sin armadura	0,69	0,69	1,00	0,55	0,48	1,15
	Con armadura	0,69	2,17	0,32	0,55	0,72	0,76
LOSA 30cm	Sin armadura	0,51	0,64	0,80	0,51	0,45	1,13
	Con armadura	0,51	1,92	0,27	0,51	0,68	0,75

Como podemos ver en la tabla (Tabla 4) en el caso de los pilares de esquina, al tratarse de una estructura con una distribución muy regular, estos pilares resultan menos penalizados en comparación con los de borde o interiores. Esto se debe a que la regularidad en la distribución de cargas y geometría permite que los esfuerzos se distribuyan de manera más uniforme en esta tipología de soporte, reduciendo la concentración de tensiones críticas. Por ello, los pilares de esquina no presentan grandes problemas de cumplimiento, incluso bajo normativas más restrictivas como el CE.

Tabla 4: Tabla comparativa entre pilares de esquina variando los cantos de la losa

PILARES ESQUINA							
		EHE-08			CE		
		Tsd	Trd,c Trd,cs	Tsd ≤ Trd,c Tsd ≤ τrd,cs	Ved	VRd,c VRd,max	Ved ≤ VRd,c Ved ≤ VRdmax
LOSA 20cm	Sin armadura	0,56	0,71	0,79	0,5	0,79	0,63
	Con armadura	0,56	2,66	0,21	0,5	0,74	0,68
LOSA 25cm	Sin armadura	0,57	0,69	0,83	0,33	0,48	0,69
	Con armadura	0,57	2,39	0,24	0,33	0,72	0,46
LOSA 30cm	Sin armadura	0,4	0,64	0,63	0,34	0,45	0,76
	Con armadura	0,4	2,14	0,19	0,34	0,68	0,50

El análisis comparativo entre la EHE-08 y el Código Estructural (CE) revela diferencias significativas en cuanto al cumplimiento de los requisitos de punzonamiento. La EHE-08 se muestra más permisiva, permitiendo que un mayor número de casos cumpla sin necesidad de armadura de punzonamiento, especialmente en los pilares interiores. Por el contrario, el CE presenta mayores restricciones, lo que implica la necesidad de armadura de punzonamiento en más casos, particularmente en los pilares de borde y esquina, así como en losas de menor espesor.

El canto de la losa es un factor determinante en el cumplimiento de ambas normativas. El incremento del canto mejora notablemente los resultados, ya que reduce las tensiones y esfuerzos en las zonas críticas. Este efecto es visible tanto en la EHE-08 como en el CE, aunque en este último las restricciones siguen siendo más exigentes, incluso con losas más gruesas.

La incorporación de armadura de punzonamiento demuestra ser una solución eficaz para cumplir con los requisitos normativos en todos los casos. Tanto bajo la EHE-08 como el CE, la disposición de armadura asegura el cumplimiento, aunque las exigencias del CE continúan siendo mayores, especialmente en los pilares de borde y esquina, que son los más críticos debido a las concentraciones de esfuerzo en estas áreas.

Por último, al analizar la tipología de los pilares, los pilares interiores resultan ser los más favorables, mostrando un mayor porcentaje de cumplimiento incluso en losas más delgadas. En contraste, los pilares de borde representan los casos más desfavorables, especialmente bajo el CE, debido a la mayor concentración de esfuerzos en estas zonas críticas.

3.2.3 Tamaño del pilar en relación con la losa.

En este caso, se ha realizado un análisis de una losa de 20 cm de canto, que representa el caso de losa de tamaño más restrictivo en el estudio. Se variará el tamaño de la escuadría de los pilares, considerando dimensiones de 25x25 cm y 40x40 cm, con el fin de evaluar cómo estas modificaciones afectan el cumplimiento de la normativa vigente y la distribución del área de la losa. Este análisis permitirá observar el impacto de la variación en las dimensiones de los pilares en los requisitos estructurales y en la necesidad de armadura, así como en la eficiencia global de la estructura.

En las siguientes tablas ([Tabla 5](#) y [Tabla 6](#)) se observa cómo el aumento de la escuadría de los pilares mejora significativamente el cumplimiento de los requisitos de punzonamiento. En la primera tabla, correspondiente a la normativa EHE-08, no se aprecia una mejora sustancial con el aumento del tamaño del pilar. Sin embargo, en el caso del Código Estructural (CE), el aumento de la escuadría de los pilares resulta en una mejora considerable.

Respecto a la armadura de punzonamiento, en el análisis con EHE-08, el cambio en la escuadría no tiene un impacto significativo, ya que el cumplimiento de los requisitos de punzonamiento se alcanza con la inclusión de armadura. En cambio, bajo la normativa del CE, los pilares que requieren armadura de punzonamiento muestran una mejora con el aumento de escuadría, especialmente los pilares de borde, que son los más restrictivos. Este aumento en la escuadría contribuye a que incluso los pilares de borde mejoren su cumplimiento.

Tabla 5: Tabla comparativa sin armadura de punzonamiento con variando la escuadría de los pilares.

Sin armadura de punzonamiento							
		EHE-08			CE		
		τ_{sd}	$\tau_{rd,c}$	$\tau_{sd} \leq \tau_{rd,c}$	V_{ed}	$V_{Rd,c}$	$V_{ed} \leq V_{Rd,c}$
25x25	Interior (P5)	0,81	0,71	1,14	0,81	0,66	1,23
	Borde (P6)	0,54	0,71	0,76	0,54	0,53	1,02
	Esquina (P3)	0,56	0,71	0,79	0,5	0,79	0,63
40x40	Interior (P5)	0,44	0,69	0,64	0,44	0,48	0,92
	Borde (P6)	0,35	0,69	0,51	0,35	0,48	0,73
	Esquina (P3)	0,35	0,69	0,51	0,32	0,48	0,67

Tabla 6: Tabla comparativa con armadura de punzonamiento con variando la escuadría de los pilares.

Con armadura de punzonamiento							
		EHE-08			CE		
		τ_{sd}	$\tau_{rd,cs}$	$\tau_{sd} \leq \tau_{rd,cs}$	V_{ed}	$V_{Rd,max}$	$V_{ed} \leq V_{Rd,max}$
25x25	Interior (P5)	0,81	2,1	0,39	0,81	0,99	0,82
	Borde (P6)	0,54	2,45	0,22	0,59	0,53	1,11
	Esquina (P3)	0,56	2,66	0,21	0,5	0,74	0,68
40x40	Interior (P5)	0,44	1,64	0,27	0,44	0,72	0,61
	Borde (P6)	0,35	1,89	0,19	0,35	0,72	0,49
	Esquina (P3)	0,35	2,04	0,17	0,32	0,72	0,44

En conclusión, bajo la normativa EHE-08, en todos los casos el cumplimiento de los requisitos de punzonamiento es posible añadiendo armadura. En cambio, bajo el Código Estructural, no siempre se cumple con la armadura de punzonamiento, por lo que una solución efectiva podría ser aumentar la escuadría del pilar para garantizar el cumplimiento de la normativa

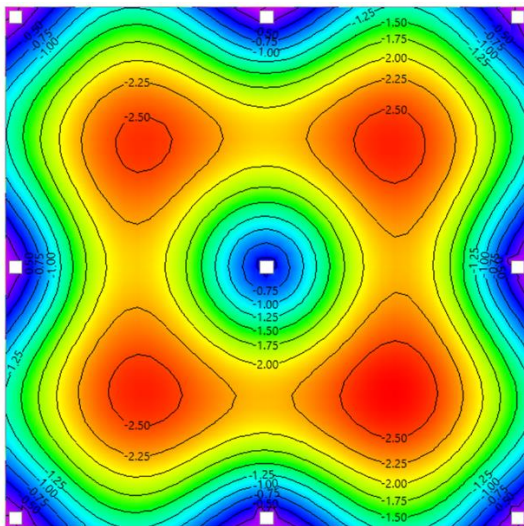
3.2.4 Escenarios límites más restrictivos.

En este último caso de análisis, se ha realizado una comparativa entre dos escenarios restrictivos: una losa delgada de 20 cm con pilares de 25x25 cm, y una losa más gruesa de 30 cm con soportes de mayor tamaño, concretamente de 40x40 cm. El objetivo es evaluar cómo la variación en el tamaño de los pilares y el canto de la losa afecta el cumplimiento de la normativa y las necesidades de armadura de punzonamiento, observando las diferencias en el comportamiento estructural de ambos casos y su desempeño bajo la normativa del Código Estructural.

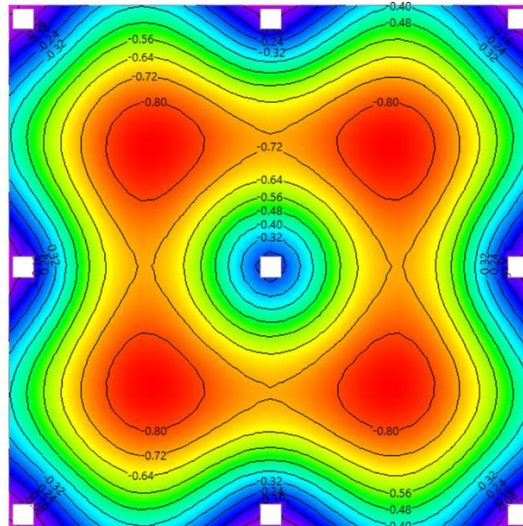
En las siguientes imágenes (Fig.20) se presentan dos diagramas: en el primero, con una losa de 20 cm de canto, y en el segundo, con una losa de 30 cm. Los datos de los isovalores indican que la losa más esbelta experimenta una mayor deformación que la losa de mayor canto.

En el primer diagrama (Fig.20 a), la diferencia entre la deflexión máxima en el vano (-2,50) y la deflexión en el punto más cercano al pilar (-0,75) muestra una diferencia de 1,75. Este primer caso, como se analizó en el caso 1, requiere armadura de punzonamiento en todos los pilares.

Sin embargo, en el segundo (Fig.20 b), la diferencia entre la deflexión en el vano (-0,80) y la deflexión en el punto cercano al pilar (-0,32) es de solo 0,48. En este caso, ninguno de los pilares necesita armadura de punzonamiento.



a



b

Fig.20: Desplazamientos en losa bajo el CE.
 a) Losa 20 cm con pilares de 25x25
 b) Losa 30 cm con pilares de 40x40

En conclusión, una solución para cumplir con los requisitos es aumentar el canto de la losa, las dimensiones de los soportes o ambos, especialmente en casos desfavorables donde las deformaciones son mayores.

4.RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El análisis desarrollado en el proyecto ha permitido evaluar cómo diferentes variables geométricas y normativas afectan el cumplimiento de los requisitos de punzonamiento en losas macizas de hormigón armado. A continuación, se sintetizan los resultados más relevantes:

En el apartado 3.1, en el que se ha realizado el análisis utilizando la hoja de cálculo creada, se ha observado que, al comprobar si es necesario o no incorporar armadura de punzonamiento, hay muchos más casos que cumplen con la EHE-08 en comparación con el CE, en el que la mayoría de los casos no cumplen. En este análisis, los elementos más penalizados son los de borde y los de esquina, ya que el estudio se ha hecho considerando una carga de 100 kN. Por lo tanto, un pilar de esquina o de borde tiene menos superficie para distribuir los esfuerzos cortantes. Con la incorporación de armadura, todos los casos estudiados cumplen con la EHE-08, mientras que, con el CE, solo la mayoría de los pilares interiores cumplen. Este comportamiento es similar al que se observa sin armadura, ya que el análisis se ha realizado con una carga fija. Un pilar interior, que cuenta con 4 ramas de punzonamiento, funciona mejor que uno de borde, que tiene 3, o uno de esquina, que solo tiene 2.

En el apartado 3.2, el estudio se ha llevado a cabo utilizando el programa de cálculo CYPECAD. Al definir una losa con luces entre pilares de 5,00 m, se han obtenido resultados más realistas. En estos casos, se observa (como en el estudio anterior) que muchos pilares no requieren armadura de punzonamiento según la EHE-08, mientras que, según el CE, la mayoría sí la requieren. Cuando se incorpora armadura de punzonamiento, los pilares más restrictivos son los de borde, ya que, aunque reciben una carga similar a la de los pilares interiores, tienen menos área para distribuir las cargas y, además, cuentan con una rama menos de punzonamiento.

El resultado de la comparativa entre normas nos afirma que La EHE-08 es menos restrictiva en comparación con el Código Estructural (CE). Bajo

la EHE-08, un mayor número de casos cumplen sin necesidad de armadura de punzonamiento, especialmente en soportes interiores. El CE impone mayores restricciones, particularmente en los pilares de borde y esquina, donde las concentraciones de esfuerzos son críticas. Esto resalta la necesidad de implementar diseños más robustos o armadura adicional.

El incremento del canto de la losa mejora significativamente los resultados. En losas más gruesas, se reducen las tensiones tangenciales, lo que facilita el cumplimiento normativo. Sin embargo, incluso con losas de mayor espesor, el CE sigue presentando mayores exigencias en soportes de borde y esquina.

El aumento de los pilares mejora el cumplimiento tanto en la EHE-08 como en el CE. En el caso del CE, el impacto es más significativo, ya que reduce las concentraciones de esfuerzo en las zonas críticas. Este efecto es especialmente relevante en los pilares de borde, que son los más restrictivos bajo el CE.

En conclusión, a partir del estudio realizado se puede afirmar que en algunos casos ni siquiera con armadura de punzonamiento se cumplen los requisitos, lo que sugiere la necesidad de realizar un nuevo diseño estructural que se adapte a las exigencias normativas.

5.CONCLUSIONES

En este estudio se ha analizado en profundidad el comportamiento de las losas macizas de hormigón armado frente al punzonamiento por pilares interiores, de borde y de esquina bajo las normativas EHE-08 y Código Estructural (CE). El análisis ha mostrado que la EHE-08 es menos restrictiva que el Código Estructural (CE), con un mayor número de casos que cumplen los requisitos de punzonamiento sin necesidad de incorporar armadura de punzonamiento, especialmente en los pilares interiores. En contraste, el CE impone mayores restricciones, especialmente en los pilares de borde y esquina, lo que incrementa la necesidad de diseños estructurales más robustos.

El uso del programa de cálculo CYPECAD ha facilitado la obtención de resultados más precisos, al definir losas con luces entre pilares de 5,00 m. Los resultados obtenidos corroboran lo observado en el análisis previo: bajo la normativa EHE-08, muchos pilares no requerían armadura de punzonamiento, mientras que, según el CE, la mayoría sí la necesitan. Para un mismo valor de carga, los pilares de borde y sobre todo los pilares de esquina son los que requieren más armadura de punzonamiento, debido a que disponen de menos área para distribuir las cargas y cuentan con menos ramas de armadura de punzonamiento en comparación con los pilares interiores, lo que los hace más vulnerables a fallos por punzonamiento.

El canto de la losa se identifica como un factor determinante. Un mayor espesor no solo reduce las tensiones tangenciales lo que se traduce en una mejora significativamente el cumplimiento normativo. Sin embargo, el CE sigue siendo más exigente en los pilares de borde y esquina, incluso con losas de mayor espesor, lo que resalta la necesidad de mayor refuerzo de la armadura en esas zonas.

El incremento de la escuadría de los pilares tiene un efecto positivo en la distribución de las tensiones, favoreciendo el cumplimiento de ambas normativas. Este impacto es especialmente significativo en los pilares de borde, que son los más críticos. En particular, los pilares de borde y esquina son los más penalizados, ya que tienen menos área para distribuir las cargas, lo que resulta en mayores concentraciones de esfuerzo. En cambio, los pilares interiores, que cuentan con más ramas de punzonamiento, poseen una mayor capacidad para resistir el punzonamiento. En los casos en los que se incorpora armadura de punzonamiento, se observa que todos los pilares cumplen con la EHE-08, mientras que, según el CE, solo los pilares interiores cumplen con los requisitos establecidos.

La armadura de punzonamiento se confirma como una solución efectiva para garantizar la seguridad estructural. Su disposición asegura el cumplimiento normativo en la mayoría de los escenarios, incluso en los más exigentes del CE. Además, la combinación de estrategias como el aumento del canto de la losa y de las dimensiones de los pilares resulta esencial en casos restrictivos.

En resumen, este trabajo analiza las estrategias de diseño estructural en la unión de losas y pilares que garanticen la seguridad como el comportamiento mecánico. Es crucial adecuar los diseños a las normativas vigentes para que las estructuras cumplan el estado límite último del punzonamiento y evitar posibles fallos estructurales.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Anas, S. M., & Alam, M. (2023). Role of shear reinforcements on the punching shear resistance of two-way RC slab subjected to impact loading. *Materials Today: Proceedings*, 87, 43-54.
- Birkle, G., & Dilger, W. H. (2008). Influence of slab thickness on punching shear strength. *ACI Structural Journal*, 105(2), 180-188.
- Calavera, J. (1999). Capítulo 41: Estado Límite Último de Punzonamiento. *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*. Instituto Técnico de Materiales y Construcciones (INTEMAC). Madrid
- Francesconi, L., Pani, L., & Stochino, F. (2016). Punching shear strength of reinforced recycled concrete slabs. *Construction and Building Materials*, 127, 248-263.
- Hoang, L. C., & Pop, A. (2016). Punching shear capacity of reinforced concrete slabs with headed shear studs. *Magazine of Concrete Research*, 68(3), 118-126.
- Keyvani, L., Sasani, M., & Mirzaei, Y. (2014). Compressive membrane action in progressive collapse resistance of RC flat plates. *Engineering structures*, 59, 554-564.

Maya, L. F., Ruiz, M. F., Muttoni, A., & Foster, S. J. (2012). Punching shear strength of steel fibre reinforced concrete slabs. *Engineering Structures*, 40, 83-94.

Ministerio de Fomento. (2008). *EHE-08: Instrucción de hormigón estructural*. Madrid: Dirección General de Ordenación de la Edificación.

Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana. (2021). Anejo 19: *Proyecto de estructuras de hormigón. Reglas generales y reglas para edificación. Código Estructural (CE)*. Madrid: Secretaría General Técnica.

Muttoni, A. (2008). Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. *ACI structural Journal*, 105(4), 440-450.

Ngo, T. (2001). Punching shear resistance of high-strength concrete slabs. *Electronic Journal of Structural Engineering*, 1(1), 52-59.

Okada, K., Okamura, H., & Sonoda, K. (1978). Fatigue failure mechanism of reinforced concrete bridge deck slabs. *Transportation research record*, 664, 136-144.

Pérez-Ruiz, E. A., Negrín-Hernández, L. I., & Martins-de-Souza, R. (2016). Influencia del espesor y la rugosidad interfacial en los esfuerzos longitudinales en un sistema recubierto. *Ingeniería Mecánica*, 19(2), 103-109.

Yankelevsky, D. Z., Karinski, Y. S., Brodsky, A., & Feldgun, V. R. (2021).
Dynamic punching shear of impacting RC flat slabs with drop panels. *Engineering Failure Analysis*, 129, 105682.

1.DATOS INICIALES

CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES	
HORMIGÓN	
Resistencia de proyecto del hormigón a compresión (f_{ck})	25,0 N/mm ²
Resistencia de cálculo del hormigón a compresión (f_{cd})	21,7 N/mm ²
Resistencia media del hormigón a compresión (f_{cm})	33,0 N/mm ²
Resistencia máxima del hormigón comprimido (f_{1cd})	13,0 N/mm ²
ACERO	
Límite elástico de proyecto de las armaduras pasivas (f_{yk})	500,0 N/mm ²
Límite elástico de cálculo de las armaduras pasivas (f_{yd})	434,8 N/mm ²
COEFICIENTES DE LOS MATERIALES	
Hormigón (γ_c)	1,50
Acero (γ_s)	1,15
CARACTERÍSTICAS LOSA DE HA	
GEOMETRÍA	
Canto losa HA (h)	0,20 m
Recubrimiento mecánico (r_{mec})	0,05 m
Canto útil (d)	0,15 m
ARMADO BASE	
Diámetro dirección x (\varnothing_{xb})	10 mm
Separación armaduras dirección x (s_{xb})	20 cm
Diámetro dirección y (\varnothing_{yb})	10 mm
Separación armaduras dirección y (s_{yb})	20 cm
ARMADO REFUERZO	
Diámetro dirección x (\varnothing_{xr})	10 mm
Separación armaduras dirección x (s_{xr})	20 cm
Diámetro dirección y (\varnothing_{yr})	10 mm
Separación armaduras dirección y (s_{yr})	20 cm
CARACTERÍSTICAS DEL SOPORTE	
Sección (1: rectangular)	1
c1 (sección rectangular). Dirección según EHE-08	0,25 m
c2 (sección rectangular). Dirección según EHE-08	0,25 m
PERÍMETRO CRÍTICO	
u_0 (1:interior)	1
u_0 (2:borde)	0,75
u_0 (3:esquina)	0,50
u_1 (1:interior)	2,88
u_1 (2:borde)	1,69
u_1 (3:esquina)	0,97
ÁREA CRÍTICA	
Área Au_0 (1:interior)	0,15 m ²
Área Au_0 (2:borde)	0,11 m ²
Área Au_0 (3:esquina)	0,08 m ²
Área Au_1 (1:interior)	0,43 m ²
Área Au_1 (2:borde)	0,25 m ²
Área Au_1 (3:esquina)	0,15 m ²
Coef. Efectos excentricidad (β) (1:interior)	1,15
Coef. Efectos excentricidad (β) (2:borde)	1,4
Coef. Efectos excentricidad (β) (3:esquina)	1,5
ÁREA CRÍTICA	
F_{sd}	100,00 kN

2.COMPROBACIÓN SIN ARMADURA DE PUNZONAMIENTO

EHE-08

NO HARÁ FALTA ARMADURA DE PUNZONAMIENTO SI SE VERIFICA: $t_{sd} \leq t_{rd}$

ξ (valor ≤ 2)	2,00
Armado total dirección x, base+refuerzo ($A_{s,x}$)	785,40 mm ² /m
Armado total dirección y, base+refuerzo ($A_{s,y}$)	785,40 mm ² /m
Cuantía armado total en dirección x (ρ_x)	0,0052
Cuantía armado total en dirección y (ρ_y)	0,0052
Cuantía armado total, ρ (valor $\leq 0,02$)	0,0052
Tensión axial media en la superficie crítica, dirección x (σ_{cxd}). Tensión positiva	0,00 N/mm ²
Tensión axial media en la superficie crítica, dirección x (σ_{cxd}). Tensión positiva	0,00 N/mm ²
σ_{cxd} (valor $< 0,03 f_{\text{cd}}$, y no mayor a 12 N/mm ²)	0,00 N/mm ²

Soporte (1:interior)

τ_{sd}	0,27 N/mm ²
τ_{rd}	0,57 N/mm ²
$t_{sd} \leq t_{rd}$	CUMPLE
	0,47

Soporte (2:borde)

τ_{sd}	0,55 N/mm ²
τ_{rd}	0,57 N/mm ²
$t_{sd} \leq t_{rd}$	CUMPLE
	0,97

Soporte (3:esquina)

τ_{sd}	1,03 N/mm ²
τ_{rd}	0,57 N/mm ²
$t_{sd} \leq t_{rd}$	NECESARIO DISPONER ARMADURA DE PUNZONAMIENTO
	1,82

CE

NO HARÁ FALTA ARMADURA DE PUNZONAMIENTO SI SE VERIFICA: $V_{\text{ed}} \leq V_{\text{rd,c}}$

k (coeficiente transmitido por un cortante no uniforme Tabla A19.6.1)	0,6
Coef. Efectos excentricidad (β) (Método específico)*	
Coef. Efectos excentricidad (β) (1:interior)	1,15
Coef. Efectos excentricidad (β) (2:borde)	1,4
Coef. Efectos excentricidad (β) (3:esquina)	1,5
W1 (Distribución de cortante debido a un momento desequilibrado)	1,50

Soporte (Método específico)

V_{ed}	0,00 N/mm ²
$V_{\text{rd,c}}$	0,17 N/mm ²
$V_{\text{ed}} \leq V_{\text{rd,c}}$	CUMPLE
	0,00

Soporte (1:interior)

V_{ed}	0,27 N/mm ²
$V_{\text{rd,c}}$	0,17 N/mm ²
$V_{\text{ed}} \leq V_{\text{rd,c}}$	NECESARIO DISPONER ARMADURA DE PUNZONAMIENTO
	1,57

Soporte (2:borde)

V_{ed}	0,55 N/mm ²
$V_{\text{rd,c}}$	0,17 N/mm ²
$V_{\text{ed}} \leq V_{\text{rd,c}}$	NECESARIO DISPONER ARMADURA DE PUNZONAMIENTO
	3,25

Soporte (3:esquina)

V_{ed}	1,03 N/mm ²
$V_{\text{rd,c}}$	0,17 N/mm ²
$V_{\text{ed}} \leq V_{\text{rd,c}}$	NECESARIO DISPONER ARMADURA DE PUNZONAMIENTO
	6,07

3.COMPROBACIÓN CON ARMADURA DE PUNZONAMIENTO

CE

Vrd ≤ k_{máx} · Vrd,c

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + 1,5(d/s_r)A_{sw}f_{ywd,ef}(1/(u_1d))\text{sen}\alpha \leq k_{máx} \cdot v_{Rd,c} \quad (6.52)$$

Vrd,c	0,17 N/mm ²
Fywd,ef (límite elástico de armaduras pasivas)	287,50 N/mm ³
K máx	1,5
Ángulo disposición armadura (α)	90,00
k _{máx} · Vrd,c (Vrd,cs)	0,25
0,75Vrd,c+1,5(d/Sr)... (1:interior)	0,22
0,75Vrd,c+1,5(d/Sr)... (2:borde)	0,25
0,75Vrd,c+1,5(d/Sr)... (3:esquina)	0,27
Ved(1:interior)	0,27 N/mm ²
Vrd,cs (con armadura) (1:interior)	0,22 N/mm ²
CAMBIO DISPOSICIÓN ARMADURA DE PUNZONAMIENTO	
Ved(2:borde)	0,55 N/mm ²
Vrd,cs (con armadura) (2:borde)	0,22 N/mm ²
CAMBIO DISPOSICIÓN ARMADURA DE PUNZONAMIENTO	
Ved(3:esquina)	1,03 N/mm ²
Vrd,cs (con armadura) (3:esquina)	0,25 N/mm ²
CAMBIO DISPOSICIÓN ARMADURA DE PUNZONAMIENTO	
CRUCETAS	
Número de brazos de crucetas máximos en el soporte (Nb,max) (1:interior)	4
Número de brazos de crucetas máximos en el soporte (Nb,max) (2:borde)	3
Número de brazos de crucetas máximos en el soporte (Nb,max) (3:esquina)	2
Separación entre cercos (s) (Valor <0,75·d)	100 mm
Número de armadura longitudinal	3
Número de cercos en la sección (Nc,s)	2
Diámetro de cercos en la sección (Øc)	8 mm
Número de ramas en la sección (Nr,s)	0
Diámetro de ramas en la sección (Ør)	8 mm
Área 1 cerco (Ac,1)	201,062 mm ²
Área 1 rama (Ar,1)	0,00 mm ²
Área total de punzonamiento crucetas (Asw) (1:interior)	804,25 mm ²
Área total de punzonamiento crucetas (Asw) (2:borde)	603,19 mm ²
Área total de punzonamiento crucetas (Asw) (3:esquina)	402,12 mm ²

EHE-08

τ_{sd} ≤ τ_{rd}

$$\tau_{sd} \leq 0,75\tau_{rd} + 1,5 \frac{A_{sw}f_{ywd}\text{sen}\alpha}{s \cdot u_1}$$

Tensión máxima resistente en el perímetro crítico (τ _{rd})	0,57 N/mm ²
Límite elástico de cálculo en armaduras pasivas (fyd)	400,0 N/mm ²
τ _{sd} (1:interior)	0,27 N/mm ²
τ _{rd} (con armadura)(1:interior)	2,10 N/mm ²
CUMPLE	
τ _{sd} (2:borde)	0,13
τ _{rd} (con armadura) (2:borde)	0,55 N/mm ²
CUMPLE	
τ _{sd} (3:esquina)	2,56 N/mm ²
τ _{rd} (con armadura) (3:esquina)	0,22
CUMPLE	
τ _{sd} (3:esquina)	1,03 N/mm ²
τ _{rd} (con armadura) (3:esquina)	2,91 N/mm ²
CUMPLE	
	0,35

4. COMPROBACIÓN ZONA EXTERIOR A LA ARMADURA DE PUNZONAMIENTO

EHE-08		
	$F_{srd} \leq \left(\frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_{lcr})^{1/3} - 0,1 \sigma_{ck} \right) \sigma_{ctd} \cdot d$	
Nº de veces el canto útil para la longitud del brazo de la cruceta (Valor mínimo 2d)	2	0,3
Perímetro en zona exterior según EHE-08 (un,ef) (1:interior)	5,78 m	
Perímetro en zona exterior según EHE-08 (un,ef) (2:borde)	2,63 m	
Perímetro en zona exterior según EHE-08 (un,ef) (3:esquina)	1,44 m	
u1 (considerando el canto útil para un,ef)(1:interior)	3,89 m	
u1 (considerando el canto útil para un,ef) (2:borde)	1,69 m	
u1 (considerando el canto útil para un,ef) (3:esquina)	0,97 m	
Esfuerzo de agotamiento solicitante (Fsd,ef)	100,00 kN	
Esfuerzo resistente (Fr) (1:interior)	330,46 kN	
CUMPLE	0,30	
Esfuerzo resistente (Fr) (2:borde)	143,59 kN	
CUMPLE	0,70	
Esfuerzo resistente (Fr) (3:esquina)	82,40 kN	
CAMBIAR DISEÑO CRUCETA DE PUNZONAMIENTO	1,21	
CE		
CRUCETAS		
Coef. Efectos excentricidad (β) (1:interior)	1,15	
Coef. Efectos excentricidad (β) (2:borde)	1,4	
Coef. Efectos excentricidad (β) (3:esquina)	1,5	
Perímetro en zona exterior según CE (uout,ef) (1:interior)	3,61	
Perímetro en zona exterior según CE (uout,ef) (2:borde)	2,06	
Perímetro en zona exterior según CE (uout,ef) (3:esquina)	1,15	
u1 (considerando el canto útil para un,ef)(1:interior)	0,54 m	
u1 (considerando el canto útil para un,ef) (2:borde)	0,31 m	
u1 (considerando el canto útil para un,ef) (3:esquina)	0,17 m	
Esfuerzo de agotamiento solicitante (Fsd,ef)	100,00 kN	
Esfuerzo resistente (Fr) (1:interior)	268,30 kN	
CUMPLE	0,37	
Esfuerzo resistente (Fr) (2:borde)	152,71 kN	
CUMPLE	0,65	
Esfuerzo resistente (Fr) (3:esquina)	85,64 kN	
CAMBIAR DISEÑO CRUCETA DE PUNZONAMIENTO	1,17	

