MEMORIAL DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO

AÑO LXXI | MADRID.—OCTUBRE DE 1916. | NÚM. X

RELACIÓN DE LA HIPERGEOMETRÍA CON LA MECÁNICA CELESTE

Las recientes investigaciones sobre el movimiento de las estrellas, comienzan a sentar las bases de la cinemática estelar, ciencia incipiente en la actualidad y cuyo desarrollo ha de preceder necesariamente al nacimiento de la dinámica estelar y a la resolución del grandioso problema del conocimiento de la arquitectura del Universo.

Por lo poco que hasta ahora se ha podido observar acerca de los movimientos de las estrellas, sus direcciones y velocidades, la única consecuencia que parece deducirse acerca de la naturaleza de las fuerzas que las impulsan, es que éstas no son de las llamadas newtonianas y, por lo tanto, no obedecen a la ley, hasta ahora tenida por universal, de la gravitación (1). Aparte de esto, aun dentro de nuestro sistema solar, se han

(1) La excesiva rapidez del movimiento de traslación de algunas estrellas, que ha llegado a apreciarse hasta de 325 kilómetros por segundo según observaciones hechas en el Observatorio de Mount Wilson (E. U.), lo que excede con mucho a la velocidad de 40 kilómetros por segundo calculada por Newcomb como límite de la que puede alcanzar un cuerpo sometido a la gravitación; el hecho de que la velocidad de las estrellas esté en relación con su edad; la distribución de sus movimientos en dos corrientes opuestas; la ausencia de centros atractivos capaces de causar estos movimientos, y otros fenómenos observados, difícilmente explicables por la ley newtoniana, demuestran que las estrellas están en cierto modo fuera de la ley de la gravitación.

notado en el movimiento de los planetas, anomalías incompatibles con la exactitud de la ley *newtoniana de la gravitación, fuerza cuya naturaleza* permanece en el misterio a pesar de las muchas teorías con que se ha intentado explicarla, de las cuales ninguna ha podido ser admitida como satisfactoria.

La mecánica estelar, probablemente, está también llamada a resolver en definitiva el pleito entre las geometrías euclideana y no euclideanas y a decidir sobre la tan discutida realidad del espacio de más de tres dimensiones, puesto que en esta ciencia, donde se estudian los movimientos de los cuerpos en las mayores extensiones posibles del espacio, es donde principalmente las propiedades de éste han de ser reveladas, pudiendo entonces decidirse si el espacio ocupado por nuestro Universo es recto o euclideano o curvo, en cuyo caso estará seguramente comprendido dentro de una extensión de orden superior.

La posibilidad de que exista una extensión exterior al espacio que nos rodea no puede ser negada por otras razones de más fundamento que las que podría presentar la humanidad, si careciera del sentido de la vista, para negar la existencia de la luz. El hombre, sólo puede percibir sensaciones que provengan del espacio de tres dimensiones que ocupa el éter y, por lo tanto, le es imposible imaginar que la extensión pueda desarrollarse en otras direcciones distintas de las que sus sentidos le revelan, pero su inteligencia le demuestra que, existiendo las extensiones de una, dos y tres dimensiones y no habiendo razones que nieguen la existencia de otras de órdenes superiores, *es perfectamente lógico que* esas extensiones, naturalmente incomprensibles para nosotros, existan también, habiéndose llegado a calcular la geometría de n dimensiones, aunque únicamente como un alarde de la inteligencia humana que se siente capaz de determinar las propiedades geométricas de un mundo inaccesible a la imaginación y reconociéndose que este estudio no puede *tener ninguna aplicación práctica, puesto que el mundo físico a que per*tenecemos se desarrolla totalmente en un espacio de tres dimensiones independientemente de que haya o no una extensión exterior o hiperespacio, con el que, si existe, carecemos de todo medio de relación. Esta es la opinión generalmente admitida por las personas que se han dedicado al estudio de la geometría de n dimensiones o hipergeometría.

El objeto de este estudio es presentar las razones con que creemos se puede demostrar que, por el contrario, el mundo físico conocido está directamente relacionado con el hiperespacio, hasta el punto de que su existencia sería imposible si se redujeran a tres las dimensiones de la extensión. Para ello deduciremos las consecuencias que lógicamente se *desprenden de la existencia del hiperespacio, haciendo notar la confor-*

midad de ellas con los fenómenos observados en el mundo físico, la mayor parte de los cuales carecen de explicación satisfactoria si no se suponen más de tres dimensiones a la extensión.

I

Admitido que el espacio ocupado por el éter está situado dentro de una extensión exterior, podemos preguntarnos qué forma tendrá aquél y si estará en reposo o movimiento. La contestación lógica es que la forma del espacio etéreo debe ser la que le determinen las fuerzas que sobre él actúen, y respecto a la segunda parte, no existiendo en todo el universo conocido elemento integrante ni reunión de ellos que esté en reposo absoluto, tanto en rotación como en traslación, es racional que tampoco lo esté el conjunto total del universo de tres dimensiones dentro del hiperespacio, pudiéndose afirmar que el espacio etéreo debe estar animado de movimiento de rotación y de traslación describiendo una órbita desconocida. El movimiento de traslación no puede producir fuerzas de inercia apreciables en nuestro universo, pero el de rotación engendrará fuerzas centrífugas en todas las masas sumergidas en el espacio etéreo, pudiéndose deducir de ésto su forma y los movimientos de aquéllas dentro del espacio.

Aunque la naturaleza del éter es desconocida, no lo son algunas de sus propiedades como el ser extremadamente elástico, imponderable y no ofrecer resistencia al movimiento de las masas sumergidas, o quizá apoyadas, en él. Estas propiedades bastan para determinar la forma del espacio etéreo supuesto en movimiento de rotación, pero, antes de estudiar este problema de hipergeometría y de dinámica de cuatro dimensiones, resolveremos el análogo en el espacio de tres dimensiones cuya solución, al alcance de nuestra imaginación, nos mostrará el camino que habrá que seguir para resolver el primero por medio del cálculo al entrar en el terreno inconcebible de la hipergeometría.

Según esto, el problema que habrá que resolver primeramente es el siguiente:

Determinar la forma que adoptará una superficie elástica e imponderable que contenga un número indefinido de masas repartidas en su extensión, al girar alrededor de una recta que pase por su centro de inercia y movimientos que tomarán estas masas supuestas libres de moverse sin rozamiento en dicha superficie.

Si el número de masas situadas en la superficie es tan grande que pueda suponerse la materia repartida de un modo uniforme y continuo en toda ella, la superficie, sometida a extensión por la fuerza centrífuga de las masas, tomará, al girar, la forma de un elipsoide de revolución achatado y cada una de las masas m seguirá la dirección e intensidad de la velocidad tangencial correspondiente al sitio en que estuvieran al iniciarse el giro, describiendo una línea geodésica de la superficie con velocidad uniforme en movimiento absoluto (fig. 1) y una curva que presenta puntos de retroceso simétricos con el ecuador (fig. 2), con relación a la superficie giratoria. Además, si descomponemos la fuerza centrífuga Fc (fig. 3), de cada masa, desarrollada al iniciarse el giro del conjunto, en dos direcciones: una Ft tangencial, según el meridiano, y otra Fn, normal a la superficie, la primera componente será la que producirá el momiento de la masa y la segunda originará una deformación en la super-

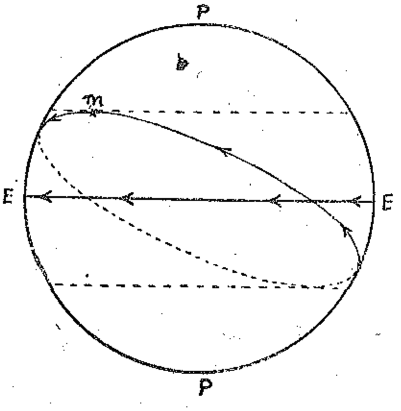

Fig. 1.

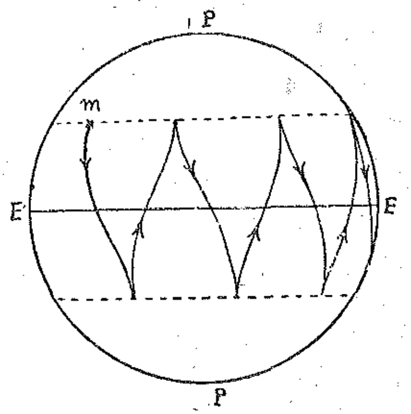

Fig. 2.

ficie elástica, una protuberancia hacia el exterior del elipsoide, cuyas secciones por planos perpendiculares a Fn serán circunferencias en las que debe haber equilibrio entre Fn y la resultante de los esfuerzos de extensión de la superficie en toda la longitud de la sección que se considere.

Si suponemos la curvatura de la superficie lo suficientemente pequeña para que pueda ser considerada como plana en el sitio donde se produce la deformación, y llamamos m a la masa considerada; t, al esfuerzo de extensión por unidad lineal de la superficie; r, el radio de la sección, y α el ángulo de t con Fn, tendremos:

$$F_n = 2 \pi r t \cos \alpha$$

pero, siendo ω la velocidad angular de la superficie, ρ la distancia al eje de la masa m y δ el ángulo de Fn con Fc, o declinación de m, $F_n = m\,\omega^2\,\rho\cos\delta$, de donde:

$$\cos\alpha = \frac{m\,\omega^2\,\rho\cos\delta}{2\,\pi\,r\,t}.$$

Si existe otra masa m' en la parte deformada por la masa m, su fuerza Fn' se puede descomponer en otras dos: una $F'nn$, normal a la superficie deformada que producirá una nueva deformación, y otra $F'nt$, tangencial hacia m, cuyo valor será:

$$F'_{n\,t} = F'_n\cos\alpha = m'\,\omega^2\,\rho\cos\delta\cos\alpha = \frac{\omega^4\,\rho^2\cos^2\delta}{2\,\pi\,t}\;\frac{m\,m'}{r}.$$

La deformación correspondiente a m' originará en m otra componen-

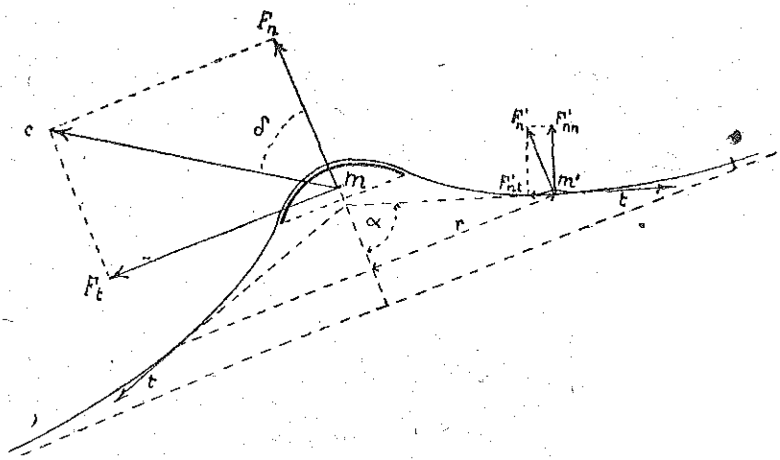

Fig. 3.

te igual, resultando que, si la distancia r es suficientemente pequeña para que no sean apreciables las variaciones de δ y ρ y la curvatura de la deformación, aparecerá que las masas m y m' se atraen en razón directa de sus masas e inversa de la distancia que las separe. A distancias mayores esta atracción aparente irá disminuyendo más rápidamente de lo que correspondería a la regla anterior hasta llegar a anularse como se vé en la figura 4. La distancia a que se anularía la atracción estaría determinada por la fórmula

$$r^2 = \sqrt{\frac{m\,\omega^2\,\rho\,\rho'\cos\delta}{2\,\pi\,t}},$$

siendo ρ' el radio de curvatura.

Cada masa, al describir en su movimiento la línea geodésica de la superficie, tendrá que cortar dos veces al ecuador, lo que originará una acumulación de materia en las proximidades de esta línea, dando lugar a choques oblícuos de unas masas con otras, en los que las más próximas al ecuador tendrán mayor velocidad. Estos choques entre los elementos de masa producirán una serie de torbellinos de materia que girarán en el mismo sentido que la superficie en los que, combinándose la fuerza atractiva aparente con la centrífuga, se formará un núcleo rodea-

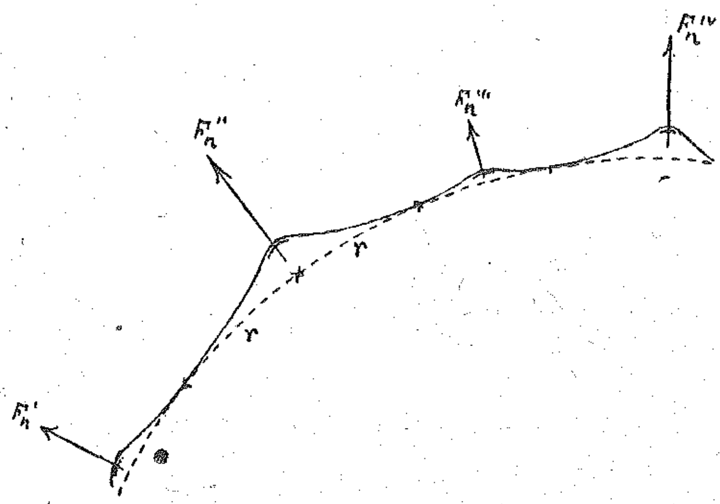

Fig. 4.

do de masas girando alrededor de él, las cuáles, a su vez, pueden ser núcleos de otros sistemas.

A medida que los choques fueran siendo más numerosos, la acumulación de materia en el ecuador y, por lo tanto, el achatamiento del elipsoide iría aumentando hasta convertirse en un círculo, cuando todas las masas estuvieran condensadas en la misma línea.

Estos sistemas lo mismo se formarían en las grandes acumulaciones de materia que entre los elementos de ella, con la diferencia de que en estos últimos, la velocidad angular sería mucho mayor que en las primeras, dando lugar, por la rápida traslación circular de la deformación que los elementos de masa producen en la superficie, a vibraciones transversales y normales de ella, que se propagarán siguiendo la extensión de la superficie aunque perdiendo en intensidad proporcionalmente a la distancia y al encontrar otras masas cuya inercia sea un obstáculo para la propagación.

En el interior de una masa de densidad constante la curvatura de la superficie también lo sería, tomando por lo tanto la forma de un casquete esférico, lo que es fácil de demostrar analíticamente, y si la densidad es tan pequeña que los elementos de materia resulten separados unos de otros por distancias que relativamente a sus masas sean lo suficientemente grandes para que la atracción esté próxima a anularse, podrá darse el caso de que la fuerza centrífuga desarrollada en sus movimientos de traslación alrededor de los núcleos respectivos llegue a preponderar sobre la atracción, y la materia tenderá a disgregarse tanto más cuanto mayor sea la velocidad de los movimientos giratorios de sus elementos. Para una densidad de materia

$$= \frac{m}{\pi r^2} = \frac{2\, t}{\omega^2 \rho \rho' \cos \delta},$$

los elementos de masa no sufrirían ninguna atracción entre sí, aun estando en reposo y, por lo tanto, sin sufrir la acción de la fuerza centrífuga.

En resumen, la solución del problema propuesto, será la siguiente:

1. La forma general de la superficie será la de un elipsoide de revolución achatado.

2. Las acumulaciones y elementos materiales se atraerán aparentemente hasta una cierta distancia en razón directa de sus masas e inversa de la distancia que las separe.

3. Se formarán una serie de sistemas, compuestos de un núcleo central, alrededor del cual giren otras masas que a su vez podrán ser núcleos de sistemas secundarios.

4. Además de los anteriores movimientos, cada masa tendrá otro de traslación, describiendo con velocidad uniforme una línea geodésica de la superficie en movimiento absoluto, cuyo movimiento, con relación a la rotación de la superficie, sigue una curva oblícua al ecuador en sentido contrario a la rotación presentando puntos de retroceso en paralelos simétricos.

5. Se formará una acumulación de masas en los alrededores del ecuador que irá aumentando a medida que los choques entre ellas se hagan más frecuentes.

6. Las masas muy distantes o la materia muy disgregada pueden no atraerse entre sí las primeras ni los elementos integrantes de la segunda, cuando la distancia o la fuerza centrífuga de sus movimientos de giro sea suficientemente grande.

II

Pasemos ahora al problema análogo en la geometría y dinámica de cuatro dimensiones teniendo en cuenta las dos diferencias esenciales que existen entre los movimientos de rotación en tres y cuatro dimensiones que consisten en que estos últimos se verifican alrededor de un plano en lugar de una recta-eje, y que la rotación puede ser doble alrededor de dos planos absolutamente perpendiculares entre sí (o sea que cada uno de ellos se proyecte totalmente en un punto del otro), no siendo posible componer estas rotaciones para dar una resultante única como ocurre en tres dimensiones.

El problema, por lo tanto, se puede enunciar así:

Determinar la forma que adoptará un espacio elástico e imponderable que contenga un número indefinido de masas repartidas en toda su extensión al girar doblemente alrededor de dos planos-ejes absolutamente perpendiculares cuya intersección sea su centro de inercia (1) *y movimientos que tomarán estas masas supuestas libres de moverse sin rozamiento en dicho espacio.*

Haciendo las mismas hipótesis que anteriormente, deduciremos que la forma general que tomará el espacio elástico es el de una hipersuperficie elipsoidal de doble revolución (volumen curvo y cerrado cuyo contenido es un hiperelipsoide de doble revolución), cuyos cuatro ejes son iguales dos a dos. Refiriendo esta hipersuperficie a un sistema de cuatro espacios perpendiculares que se corten en su centro, su ecuación será:

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{A^2} + \frac{x_3^2 + x_4^2}{B^2} = 1.$$

Sus intercepciones con los cuatro espacios coordenados son cuatro superficies elipsoidales de revolución, dos achatadas y dos alargadas, cuyas ecuaciones serán:

(1) La intersección de dos planos absolutamente perpendiculares es un punto.

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{A^2} + \frac{x_3^2}{B^2} = 1 \qquad \frac{x_1^2 + x_2^2}{A^2} + \frac{x_4^2}{B^2} = 1$$

$$\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{x_3^2 + x_4^2}{B^2} = 1 \qquad \frac{x_2^2}{A^2} + \frac{x_3^2 + x_4^2}{B^2} = 1$$

Los dos planos-ejes son los $\alpha_1 = o$ » $\alpha_2 = o$ y $\alpha_3 = o$ » $\alpha_4 = o$ y sus intercepciones con la hipersuperficie dan las dos circunferencias:

$$x_1^2 + x_2^2 = A^2 \qquad x_3^2 + x_4^2 = B^2,$$

cada una de estas dos circunferencias es a la vez polo de la rotación alrededor de su plano y ecuador de la otra y por estar situadas, en planos absolutamente perpendiculares, no pueden estar contenidas en el mismo espacio recto.

Las masas situadas en cualquier punto de la hipersuperficie sufrirán la acción de dos fuerzas centrífugas cuya resultante se puede descomponer en dos direcciones: una tangencial y otra normal a la hipersuperficie; la primera obligará a la masa a moverse describiendo una geodésica en movimiento absoluto como en el caso anterior, y, para las masas próximas al ecuador de una de las rotaciones, el movimiento sería aparentemente como si la línea ecuatorial ejerciera una atracción $Ft = m\,\omega^2\,\rho$ sen δ como en el caso anterior, por ser despreciable la fuerza centrífuga debida a la otra rotación por la proximidad a la línea-polo. Esta fórmula se puede simplificar por la pequeñez de δ y establecer que las masas próximas a cada uno de los ecuadores serían atraídas por éstos en razón directa de la distancia; en estas condiciones sabemos por la dinámica que los cuerpos describen elipses cuyo centro estará en el ecuador y cuyo plano será normal a esta línea. Esta solución sólo es aproximada porque en realidad la trayectoria descrita, aun no teniendo en cuenta más que una rotación y refiriéndonos á un sistema de ejes que gire con la hipersuperficie, será una línea mucho más complicada, especie de hélice elíptica cuyo eje sería la línea-ecuador, recorrida en sentido opuesto a la rotación del espacio y con paso periódicamente variable que se anularía en puntos equidistantes del eje correspondientes a los puntos de retroceso de la curva análoga del problema anterior (fig. 5).

Como en el caso de la superficie elástica, la componente normal al espacio o hipersuperficie producirá una deformación transversalmente a sus tres dimensiones, que, cortada por el plano determinado por la fuerza Fc y el centro de la hipersuperficie, dará una sección lineal como la de la figura 3, pudiendo aplicarse el mismo cálculo con la diferencia de que t sería el esfuerzo de extensión por unidad superficial y las secciones por espacios paralelos entre sí y perpendiculares a Fn serían superficies esféricas en lugar de circunferencias, en todos los puntos de las cuales habría equilibrio entre Fn y la resultante del esfuerzo de extensión en la superficie esférica considerada. La dirección del esfuerzo de extensión en cada punto de ella es exterior al espacio que contiene a esta sección y forma con Fn un mismo ángulo α, por lo tanto la ecuación será:

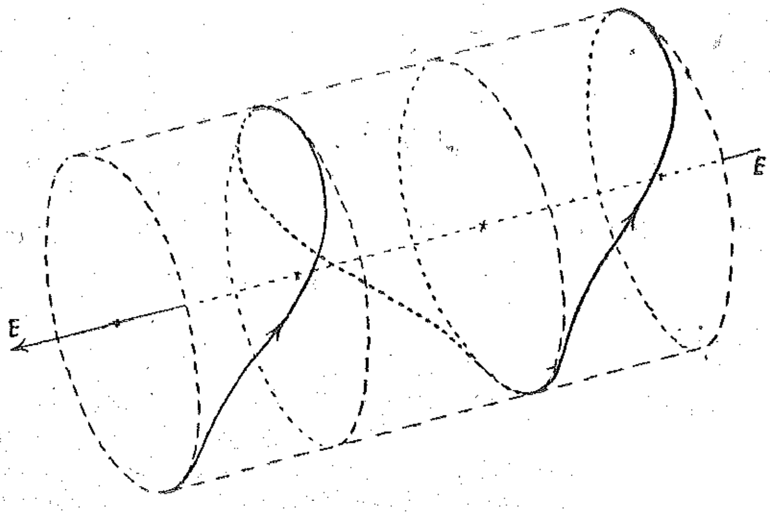

Fig. 5.

$$F_n = 4\,\pi\,r^2\,t \cos\alpha = m\,\omega^2\,\rho \cos\delta \qquad F'_n\,t = m'\,\omega^2\,\rho\cos\delta\cos\alpha =$$

$$= \frac{\omega^4\,\rho^2\cos^2\delta}{4\,\pi\,t}\;\frac{m\,m'}{r^2} = G\,\frac{m\,m'}{r^2}.$$

Esta componente de la fuerza centrífuga, aparentemente atractiva entre m y m', sería proporcional directamente a las masas e inversamente al cuadrado de la distancia que las separe. El coeficiente G, que podemos llamar de gravitación, sería constante para los puntos cuya declinación δ fuera la misma.

Análogas consecuencias a las deducidas en el problema anterior se pueden obtener para éste respecto a la formación de torbellinos al precipitarse la materia a los dos ecuadores, resolviéndose en sistemas planetarios cuyo movimiento de rotación al formarse sería tal que la parte más próxima al ecuador correspondiente se movería en el mismo sentido de la rotación de él. También es aplicable el cálculo de la distancia máxima a que puede llegar la acción atractiva aparente de una masa m con sólo tener en cuenta el nuevo valor de $\cos \alpha$ lo que nos dá:

$$r^3 = \frac{m\,\omega^2\,\rho\,\rho'\cos\delta}{4\,\pi\,t},$$

y la densidad de un cuerpo para que se anule la cohesión entre sus elementos, aun estando éstos en reposo, sería:

$$\frac{3}{4}\,\frac{m}{\pi\,r^3} = \frac{3\,t}{\omega^2\,\rho\,\rho'\cos\delta}.$$

Como se vé en estas fórmulas, el límite de separación entre las masas en el cual se anula la fuerza atractiva depende del valor del radio de curvatura de la hipersuperficie en el punto considerado, resultando que la atracción será menor, igual o mayor que la correspondiente a la ley del cuadrado de la distancia, según que el radio de curvatura sea positivo, infinito o negativo, considerándolo positivo si está dirigido hacia el plano-eje y negativo en el caso contrario. Como en cada punto la curvatura puede ser distinta según la dirección en que se considere, también podrá variar la cohesión y la ley del decrecimiento atractivo con la distancia.

En la dirección de una masa m (fig. 6) la deformación del espacio es de curvatura negativa y, por lo tanto, la atracción entre otras masas más pequeñas (m' y m'') será mayor que la que corresponde a la ley del cuadrado, por ser convergentes las fuerzas *Fnn,* y en el sentido transversal a esta dirección (masas m'' y m''') será menor, por ser divergentes dichas fuerzas.

Conforme se dijo en el problema anterior, el espacio elástico transmitiría las vibraciones producidas por los rápidos movimientos giratorios de los elementos materiales en ondulaciones transversales y normales a la hipersuperficie que decrecerían en intensidad en razón al cuadrado de la distancia y al encontrar a otras masas cuya inercia absorbería estas vibraciones.

Podemos, pues, resumir la solución del problema en las siguientes consecuencias:

1. La forma general del espacio será la de una hipersuperficie de doble revolución.

2. Las acumulaciones y elementos materiales se atraerán aparentemente hasta una cierta distancia en razón directa de sus masas e inversa del cuadrado de la distancia.

3. Se formará una serie de sistemas compuestos de un núcleo central alrededor del cual girarán otras masas que a su vez pueden ser núcleos de otros sistemas secundarios.

4. Además de los anteriores movimientos, cada masa tendrá otro de

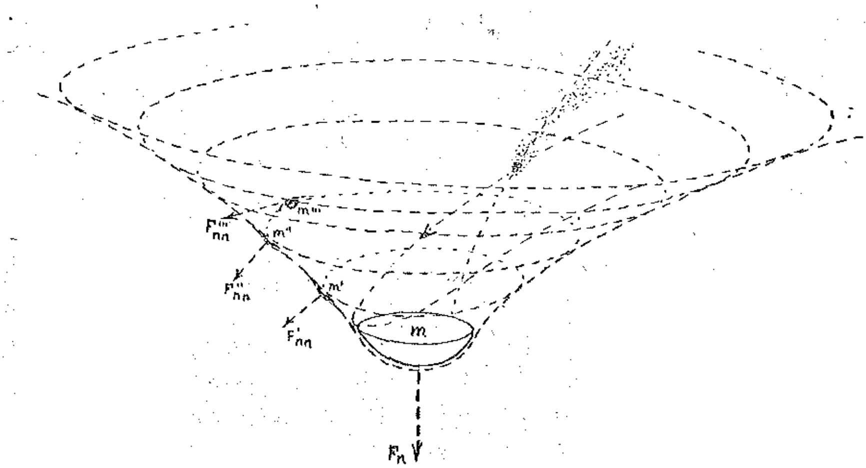

Fig. 6.

traslación describiendo con velocidad uniforme una línea geodésica de la hipersuperficie en movimiento absoluto, cuyo movimiento con relación a la rotación del espacio en las proximidades de cada uno de los dos ecuadores es aproximadamente elíptico, teniendo por centro el punto en que su plano corte al ecuador. Aparentemente, cada ecuador ejercería una acción atractiva que en sus inmediaciones sería directamente proporcional a la distancia y a la masa.

5. Se formará una acumulación de masas en las inmediaciones de los dos ecuadores que irá aumentando a medida que los choques sean más frecuentes.

6. Las masas muy distantes o la materia muy enrarecida no obedecen exactamente a la ley atractiva del número 2, pudiendo en algunos casos no atraerse cuando la distancia o la fuerza centrífuga de sus movi-

mientos de giro sea suficientemente grande. La distancia a que se anula la fuerza atractiva, es variable según la dirección en que se considere.

Veamos ahora cómo estas consecuencias se relacionan con los fenómenos observados en el Universo:

1. La observación de algunos astrónomos que han encontrado semejanza de forma entre las constelaciones más remotas y las más cercanas, pudiera constituir una prueba de la curvatura del espacio, siendo en este caso unas y otras constelaciones, imágenes de la misma, cuyos rayos luminosos llegarían a nuestros ojos siguiendo en ambos sentidos una línea geodésica del espacio después de haberlo rodeado por completo; sin embargo, la inmensidad de las dimensiones del espacio hace poco probable que esta semejanza, si se comprobase, sea debida a la curvatura del espacio. De todos modos, aunque no exista prueba de la curvatura, tampoco la hay en contra, con tal de que el radio sea suficientemente grande.

2. Las leyes de la gravitación universal quedan explicadas en la segunda consecuencia con sus propiedades peculiares de propagarse instantáneamente y sin sufrir modificación a través de cualquier materia que se interponga.

3. La tercera consecuencia está de completo acuerdo con la hipótesis cosmogónica de Laplace, las leyes de Kepler y las teorías modernas sobre la constitución de la materia por electrones girando alrededor de iones. Las vibraciones trasversales y normales del espacio etéreo, explican la propagación de la energía luminosa y electro-magnética, pudiendo las ondas normales, o en el sentido de la cuarta dimensión del éter, originar modificaciones locales en la curvatura del espacio que darían lugar a los fenómenos de las atracciones o repulsiones electro-magnéticas.

4. Las velocidades de algunas estrellas mucho mayores de lo que correspondería si obedeciesen a la gravitación, sus movimientos en dos corrientes opuestas situadas en el plano de la Vía Láctea, según las observaciones de Kapteyn, o según elipses muy alargadas cuyo eje mayor está en este plano según observaciones posteriores, sin que haya podido notarse la presencia de ningún centro atractivo que produzca estos movimientos, quedarían explicados por la consecuencia cuarta.

5. La siguiente consecuencia concuerda perfectamente con las dos acumulaciones de materia que se observan en el Universo: una de estrellas en la Vía Láctea y otra de materia disgregada que forma el sistema de nebulosas que parece independiente del anterior. Teniendo el espacio dos ecuadores que corresponden a dos movimientos de rotación distintos, de radio y velocidad angular diferentes, el ecuador que corresponda a la mayor fuerza centrífuga, quedará rodeado de masas en que la atracción

aparente y la cohesión de la materia será mayor, formándose así el conjunto de estrellas que constituyen la Vía Láctea. En cambio, la materia acumulada en el ecuador de menor fuerza centrífuga, llegará a un grado menor de condensación y permanecerá en estado de nebulosa del mismo modo que las masas situadas en regiones lejanas del primer ecuador. La región de la Vía Láctea más próxima a nuestro sistema solar v, aparecerá con el mayor brillo y lo mismo debe ocurrir con la diametralmente opuesta v', cuyos rayos luminosos deben llegar a nuestra vista formando un ángulo a, igual que los de las más próxima, por hacer la curvatura del espacio el efecto de lente convergente (fig. 7). En cambio, en las regiones perpendiculares a esta dirección, debe presentar la Vía Láctea un mínimo de intensidad. Todo esto se observa y se confirma, porque la dirección de las corrientes estelares acusadas por Kapteyn coincide, próximamente, con la dirección de las dos regiones más intensas del ecuador galáctico.

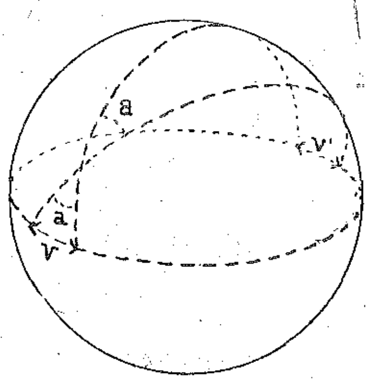

Fig. 7.

6. Por último, la sexta consecuencia explica en primer lugar la expansión de los gases y los fenómenos del estado radiante de la materia, que al llegar a un cierto grado de enrarecimiento y de calor (o sea fuerza viva interatómica) las trayectorias de los electrones pueden llegar a ser hiperbólicas en lugar de elípticas por debilitación o anulación de la acción atractiva aparente debida a la excesiva separación de los elementos de masa.

Si una cantidad de materia rarificada está situada en la deformación debida a una masa y por lo tanto dentro de su acción atractiva aparente, las partes más próximas a esta masa sufrirán una aceleración mayor que las más separadas, dándose lugar a un alargamiento de la materia que se irá pronunciando al irse acercando al foco de atracción. La cohesión de la materia será mayor en la parte más próxima por ser allí menor el radio de curvatura negativo del espacio, lo que dará lugar a una condensación de la materia o núcleo en esta parte; en cambio, en dirección transversal a la acción atractiva, el radio de curvatura es positivo y decreciente hacia la masa atrayente, originando una rápida disminución de la cohesión en sentido transversal hasta llegar a la disgregación de los elementos de la materia a una distancia del eje longitudinal tanto menor cuanto más próxima esté del extremo anterior núcleo; en resumen, la materia enrarecida y atraída por un astro omará la forma indicada en la figura 6, que es la que se observa en os cometas. La dirección de la cola marcaría la de la línea de máxima pendiente de la deformación del espacio etéreo desviada por la veocidad de traslación del cometa, cuya dirección nunca coincide con la le dicha línea, o sea que los cuerpos no pueden caer en línea recta hacia l centro atractivo, debido a la acción de la fuerza centrífuga complenentaria engendrada por la rotación del espacio, lo que también se oberva en el movimiento de los astros sin que las leyes de gravitación, or sí solas, puedan dar la explicación.

Las principales objeciones que creemos se pueden oponer a la teoría lel espacio elástico y giratorio, son las siguientes:

1.ª Si el espacio fuera curvo y cerrado, un observador situado en él, ería imágenes de todos los focos luminosos situadas aparentemente en untos simétricos con relación al de vista, de modo que se verían dos oles en puntos opuestos del firmamento.

2.ª Las fórmulas de geomotría plana y del ospacio no se verificarían exactamente en un espacio curvo.

3.ª La rotación del espacio daría lugar a fenómenos giroscópicos en odos los cuerpos animados de movimiento de rotación.

4.ª Las leyes de Kepler se verifican hasta en los planetas más apartados del Sol, lo que demuestra que la ley de Newton sobre la gravitaión, no se modifica con la distancia.

Antes de contestar a todos estos puntos, haremos un ligero cálculo para dar una idea de la inmensidad de las dimensiones que debe tener el Jniverso, y para mayor sencillez del mismo, ya que en él no pretendenos exactitud sino sólo apreciar aproximadamente el grado de la potenia de 10 que represente la cantidad medida, supondremos el espacio omo una hipersuperficie esférica de radio ρ animada de un solo movimiento de rotación de velocidad angular ω y con una densidad de masas Δ uniforme en toda ella.

El equilibrio entre la tensión en una sección meridiana de la hipersuperficie y la resultante de las fuerzas centrífugas de las masas nos dá la ecuación:

$$\Delta \times \pi^2 \rho^3 \times \omega^2 \frac{\rho}{2} = 4 \pi \rho^2 t \text{ (1)} \quad t = \frac{\Delta \pi \rho^2 \omega^2}{8}.$$

(1) El volumen de la hipersuperficie esférica de radio ρ es $2 \pi^2 \rho^3$.

y sabemos que en el ecuador:

$$\frac{\omega^4 \rho^2}{4 \pi t} = G$$

de donde:

$$\omega^2 = \pi^2 \frac{\Delta G}{2}.$$

Si adoptamos por unidad de longitud el metro, de fuerza el kilogramo y de tiempo el segundo, la densidad de masas en las proximidades de nuestro sistema planetario tiene un valor aproximadamente de $\Delta = 3 \times 10^{-22}$ y la constante de gravitación $G = 6{,}6 \times 10^{-10}$. Sustituyendo estos valores, resulta para la velocidad angular del espacio un valor $\omega = 10^{-15}$ o sea que tardaría en dar una vuelta unos doscientos millones de años.

Despejando el valor del radio de la hiperesfera de las ecuaciones anteriores se tiene:

$$\rho = \frac{2 m}{r^2 \pi^2 \Delta \cos \alpha},$$

y si ponemos en lugar de m y r los valores de la masa del Sol y de su radio tendremos:

$$\rho = \frac{2 \times 2 \times 10^{29}}{50 \times 10^{16} \pi^2 \times 3 \times 10^{-22} \cos \alpha} = 3 \frac{10^{32}}{\cos \alpha},$$

y si hacemos $\cos \alpha = 10^{-8}$, con lo cual la curvatura del espacio sería inapreciable aun para los procedimientos de medida más perfeccionados, tendremos para el radio Universo un valor de $\rho = 3 \times 10^{40}$ que es la distancia que recorre la luz en tres cuatrillones de años.

Lo mismo se calcularía que la tensión por metro cuadrado en el éter sería de cien cuatrillones de toneladas y que la cantidad de masa total repartida en el Universo alcanzaría el valor de la centésima potencia de 10 de kilogramos-masa.

Estas dimensiones enormes, aunque perfectamente posibles, demuestran que, aun siendo ciertos los hechos acusados en las objeciones anteriores, no pueden ser comprobados ni por los más perfeccionados instrumentos; así, pues, debe haber una imagen de sol formada por los rayos luminosos de este astro después de dar la vuelta al espacio, pero esta imagen se formará en el sitio donde estaba hace varios cuatrillones de años, si existía en aquella época, y por lo tanto completamente invisible para nosotros; las fórmulas de la geometría probablemente no se verificarán con exactitud, pero el error será menor de lo que se pueda apreciar con los elementos de medida existentes; deben producirse fenómenos giroscópicos en los cuerpos en rotación, que consistirán en un desplazamiento aparente del centro de inercia y tendencia a acercarse o separarse del ecuador del espacio, pero la intensidad de estos efectos será tan escasa, por la pequeñez de la velocidad angular de la rotación de arrastre, que son por completo inapreciables; y por último, la distancia al Sol de los más alejados planetas es tan pequeña con relación al radio de curvatura del espacio que las leyes de Kepler no deben sufrir modificación sensible para ellos por la distancia y únicamente podrá apreciarse que la atracción es limitada en los gases extremadamente rarificados situados en una región del espacio deformada por la acción de una masa importante, como ocurre a los cometas dentro de nuestro sistema solar.

III

Con lo anteriormente indicado, quedan expuestos los fundamentos de nuestra hipótesis sobre la constitución del Universo, deducida de la aplicación de la hipergeometría a la mecánica celeste, que, si llegase a ser comprobada, *demostraría que la humanidad había incurrido con relación al espacio en* el mismo error que sufrió con relación a la Tierra considerada como plana e inmóvil durante muchos siglos, del mismo modo que el espacio es considerado también como inmóvil y recto, a pesar de que, así como la formación y propagación de los ciclones en la superficie terrestre constituyen una prueba de la rotación de la Tierra, los movimientos giratorios de los sistemas planetarios y de todos los conjuntos materiales del Universo parecen demostrar de igual manera su rotación.

Admitida como cierta esta hipótesis, cabe aún preguntar: ¿qué hay en el hipervolumen encerrado por el espacio curvo en que estamos? y del mismo modo ¿qué otras cosas constituyen el hiperespacio? La contestación categórica a estas dos preguntas sería muy atrevida, porque no hay datos en qué fundarse: quizá el espacio curvo que constituye nuestro Universo no sea más que un elemento material que, con una infinidad de otros análogos, formen un cuerpo de cuatro dimensiones que a su vez esté situado en un hiperespacio curvo elástico, dentro de la extensión de quinto orden y así hasta llegar a la extensión de infinitas dimensiones que las comprende a todas y en que, según se demuestra por la hipergeometría, se reproducen las propiedades geométricas de la extensión de cero y, por lo tanto, no será más que un punto matemático de otras extensiones de órdenes superiores, inconcebibles para la inteligencia del hombre.

De todos modos, aun no considerándose cierta la teoría que hemos expuesto, creemos fuera de duda que la obra del Creador es inmensamente mayor que lo que representa la parte limitada por las tres dimensiones de nuestro espacio.

EMILIO HERRERA.

Nomogramas para el cálculo mecánico de los conductores aéreos [1]

Cargas que deben resistir los conductores.—El problema de la construcción de las líneas aéreas, exige como trabajo preliminar la determinación de la luz o distancia entre los postes, una vez que las condiciones eléctricas de la canalización fijan el diámetro necesario de los hilos, mediante el conocimiento de su resistencia eléctrica.

La seguridad de la instalación exige que los hilos tendidos entre los apoyos resistan, no sólo a su propio peso, sino también cualquier sobrecarga accidental.

Estas sobrecargas se consideran normalmente producidas por la acción de los vientos, de la nieve y del hielo. Claro es que tales sobrecargas no actuarán nunca al mismo tiempo, porque un viento fuerte, por ejemplo, es incompatible con la carga de nieve.

Como tales sobrecargas actúan sobre toda la longitud del conductor, y es sabido que un hilo tendido entre dos apoyos y sometido a una carga uniformemente repartida toma la forma de una catenaria, esta será la

(1) Los gráficos que comprende el presente trabajo, figuran unidos como apéndice, en el tomo II de las *Lecciones de Electricidad*, editadas por cuenta de nuestra Academia.