



Universidad Politécnica  
de Madrid



**Escuela Técnica Superior de  
Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos**

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Trabajo Fin de Grado

**Optimización de Carteras para  
Inversores a Largo Plazo con Aversión al  
Riesgo**

Autor: Andrés Cohen Hernández

Tutor: Carlos Castro

Madrid, mayo de 2025

Este Trabajo Fin de Grado se ha depositado en la ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid para su defensa.

*Trabajo Fin de Grado*

*Grado en Administración y Dirección de Empresas*

*Título: Optimización de Carteras para Inversores a Largo Plazo con Aversión al Riesgo*

Mayo 2025

*Autor:* Andrés Cohen Hernández

*Tutor:*

Carlos Castro Barbero

Matemáticas e informática

ETSI de Caminos, Canales y Puertos

Universidad Politécnica de Madrid

## Resumen

Este trabajo estudia la optimización de carteras de inversión para perfiles conservadores cuyo principal objetivo es preservar el poder adquisitivo del capital en el largo plazo. Este tipo de inversores, como fondos de pensiones, no buscan necesariamente maximizar la rentabilidad, sino minimizar el riesgo de que la rentabilidad acumulada de su cartera quede por debajo de la inflación.

Para abordar este problema, se plantea un enfoque de optimización basado en la probabilidad de *shortfall*, definida como la proporción de escenarios en los que el rendimiento acumulado de la cartera no supera el nivel de inflación durante el horizonte de inversión considerado. Este criterio permite adaptar la estrategia a un perfil altamente adverso al riesgo, priorizando la estabilidad del capital real sobre la maximización de retornos esperados.

Dado que no se conoce el modelo de probabilidad asociado al rendimiento acumulado, no es posible estimar directamente esta probabilidad de *shortfall*, y lo habitual es aproximarla mediante simulaciones. En este trabajo, se generan trayectorias estocásticas de retornos futuros usando un modelo autoregresivo vectorial (VAR), calibrado con datos reales de los principales valores del IBEX 35. Este enfoque permite evaluar el comportamiento de distintas carteras bajo múltiples escenarios y, por tanto, identificar la que mejor se ajusta al perfil objetivo mediante un algoritmo de optimización clásico.

Inicialmente, se exploran casos simplificados con uno, dos y tres activos, lo que permite ilustrar el funcionamiento del modelo. Posteriormente, se aplica la metodología al caso real de los diez valores con mayor peso del IBEX 35. En esta fase, se emplean distintos métodos de optimización, siendo el algoritmo de *Simulated Annealing* el que ofrece los mejores resultados. Este método permite identificar una cartera que logra reducir la probabilidad de *shortfall* al 2,00 %, frente al 21,30 % observado en la cartera indexada.

A lo largo del estudio se observa un patrón claro: el modelo tiende a concentrar el peso de la cartera en unos pocos activos, siendo frecuente asignaciones de más del 60% del peso de la cartera a un único activo. Tras realizar un análisis estadístico de los activos, se llega a la conclusión de que el modelo tiende a favorecer activos con buen equilibrio entre rentabilidad y estabilidad, y a penalizar aquellos con alta volatilidad o riesgo de pérdidas extremas, aunque estos puedan ofrecer ocasionalmente retornos elevados. Al observar las correlaciones entre los activos seleccionados vemos que los activos con mayor peso en la cartera presentan correlaciones moderadas entre sí, mientras que aquellos que podrían aportar una mayor independencia estadística tienen una presencia muy reducida en la asignación final, lo que confirma el bajo grado de diversificación que aporta el modelo.

En definitiva, los resultados muestran que es posible construir carteras más eficaces para perfiles conservadores si se utilizan enfoques probabilísticos adecuados. No obstante, también se evidencian limitaciones, como la tendencia del modelo a generar carteras poco diversificadas o dependientes del comportamiento pasado de los activos. Finalmente, se plantean líneas de mejora como la inclusión de activos defensivos y nuevos horizontes temporales.

# Palabras Clave

Optimización de carteras

Probabilidad de *shortfall*

Protección frente a la inflación

Inversión conservadora

Largo plazo

IBEX 35

Acciones

Diversificación

Universo de inversión

Modelo VAR

Modelo AR

Simulación estocástica

Rentabilidad acumulada

Diversificación de activos

Horizonte temporal largo

Activos financieros

Estrategias de cobertura inflacionaria

Rendimientos financieros simulados

Composición óptima de carteras

Análisis de riesgo financiero

Teoría de carteras

Diseño de carteras eficientes

# Abstract

This study analyzes portfolio optimization for conservative investor profiles whose main objective is to preserve the purchasing power of their capital over the long term. These investors, such as pension funds, are not necessarily focused on maximizing returns, but rather on minimizing the risk that the accumulated return of their portfolio falls below inflation.

To address this issue, the study adopts an optimization approach based on the probability of shortfall, defined as the proportion of scenarios in which the portfolio's accumulated return does not exceed the inflation level over the investment horizon. This criterion allows the strategy to be tailored to a highly risk-averse profile, prioritizing the stability of real capital over the maximization of expected returns.

Since the probability distribution of the accumulated return is unknown, it is not possible to estimate the shortfall probability directly. Instead, it is typically approximated using simulations. In this study, stochastic trajectories of future returns are generated using a vector autoregressive (VAR) model, calibrated with real data from the main IBEX 35 stocks. This approach makes it possible to evaluate the performance of different portfolios under multiple scenarios and thus identify the one that best fits the investor's profile using a classical optimization algorithm.

Initially, simplified cases with one, two, and three assets are explored to illustrate how the model works. The methodology is then applied to a real case using the ten largest components of the IBEX 35. In this stage, different optimization methods are used, with the Simulated Annealing algorithm providing the best results. This method identifies a portfolio that reduces the probability of shortfall to 2.00%, compared to 21.30% observed in the index-weighted portfolio.

Throughout the study, a clear pattern emerges: the model tends to concentrate the portfolio's weight in just a few assets, often assigning more than 60% of the portfolio to a single asset. After conducting a statistical analysis of the assets, it becomes evident that the model favors assets with a good balance between return and stability, while penalizing those with high volatility or a risk of extreme losses, even if they occasionally deliver high returns. When examining the correlations among the selected assets, it is observed that those with the highest weights exhibit moderate correlations with each other, while those that could offer greater statistical independence are assigned very small weights. This confirms the limited degree of diversification produced by the model.

In conclusion, the results show that it is possible to build more effective portfolios for conservative profiles using appropriate probabilistic approaches. However, some limitations are also evident, such as the model's tendency to generate poorly diversified portfolios or to rely heavily on past asset behavior. Finally, potential improvements are proposed, such as incorporating defensive assets and exploring different investment horizons.

# Tabla de contenidos

<b>1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1	Uso de IA.....	1
<b>2</b>	<b>Marco teórico</b> .....	<b>2</b>
2.1	Conceptos de inflación y retorno real.....	2
2.2	Teorías de optimización de carteras.....	2
2.3	Historia sobre la cobertura contra la inflación: enfoques y métodos ..	4
2.3.1	Activos reales como protección histórica .....	4
2.3.2	Bonos indexados a la inflación.....	4
2.3.3	Rentabilidades negativas y preservación nominal .....	4
2.3.4	Diversificación y asignación estratégica de activos .....	5
2.3.5	Derivados financieros ligados a la inflación.....	5
2.3.6	Conclusión .....	5
2.4	El modelo de la frontera eficiente de Markowitz.....	5
<b>3</b>	<b>Perfil del inversor objetivo</b> .....	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Metodología</b> .....	<b>9</b>
4.1	Comparación del modelo propuesto con la frontera eficiente de Markowitz.....	10
<b>5</b>	<b>Análisis estadístico y justificación de parámetros metodológicos</b> ....	<b>12</b>
5.1	Análisis estadístico descriptivo de los activos considerados .....	12
5.1.1	Periodo de análisis y universo de inversión .....	12
5.1.2	Estadísticos básicos.....	13
5.2	Justificación de los parámetros y decisiones metodológicas .....	14
5.2.1	Uso de datos mensuales .....	14
5.2.2	Selección de modelos AR(1) y VAR(1).....	14
5.2.3	Umbral de <i>shortfall</i> .....	16
5.2.4	Número de simulaciones empleadas en cada ejercicio.....	16
5.2.5	Método de optimización .....	17
5.3	Esquema metodológico del proceso de optimización de carteras .....	17
<b>6</b>	<b>Desarrollo del modelo</b> .....	<b>20</b>
6.1	Cartera de un activo.....	20
6.1.1	Recopilación y transformación de datos .....	21
6.1.2	Estimación del modelo AR(1).....	21
6.1.3	Simulación de trayectorias futuras .....	22
6.1.4	Cálculo del rendimiento acumulado y evaluación del <i>shortfall</i> .....	22
6.1.5	Análisis de resultados.....	23
6.2	Cartera de dos activos .....	24
6.2.1	Selección de activos y preparación de datos .....	24

6.2.2	Estimación del modelo VAR(1) .....	25
6.2.3	Simulación de trayectorias conjuntas .....	25
6.2.4	Composición de la cartera y cálculo del rendimiento acumulado .....	26
6.2.5	Optimización de la cartera .....	27
6.2.5.1	Implementación numérica .....	27
6.2.6	Análisis de resultados .....	27
6.3	Cartera de tres activos .....	28
6.3.1	Selección de activos y recopilación de datos .....	28
6.3.2	Transformación a retornos mensuales .....	29
6.3.3	Estimación del modelo VAR(1) .....	30
6.3.4	Simulación de trayectorias estocásticas .....	30
6.3.5	Construcción de la cartera y cálculo del rendimiento acumulado .....	31
6.3.6	Evaluación del <i>shortfall</i> frente a la inflación .....	31
6.3.7	Visualización e interpretación de resultados .....	31
6.3.8	Problema de optimización .....	32
6.3.8.1	Estrategia de resolución .....	32
6.3.8.2	Análisis de resultados .....	32
<b>7</b>	<b>Aplicación del modelo a un caso real .....</b>	<b>37</b>
7.1	Introducción .....	37
7.2	Objetivos del análisis .....	37
7.3	Selección de activos y obtención de datos .....	37
7.4	Estimación del modelo VAR y simulación .....	39
7.5	Evaluación de la cartera indexada al IBEX 35 .....	39
7.6	Optimización de la cartera .....	40
7.6.1	Limitaciones técnicas en la optimización .....	40
7.6.2	Resultados de la optimización de la cartera .....	41
7.7	Optimización de cartera por <i>Simulated Annealing</i> .....	42
7.7.1	Parámetros empleados .....	42
7.7.2	Resultados .....	43
7.7.3	Análisis de resultados .....	44
7.7.3.1	Análisis de los estadísticos básicos .....	44
7.7.3.2	Análisis de las correlaciones entre activos .....	45
7.8	Discusión .....	48
<b>8</b>	<b>Conclusiones .....</b>	<b>49</b>
8.1	Propuestas de futuras líneas de investigación .....	50
<b>9</b>	<b>Bibliografía .....</b>	<b>51</b>

## Índice de figuras

Figura 1. Frontera eficiente de Markowitz. Fuente: Economipedia (s.f.).	6
Figura 2. Esquema del proceso metodológico seguido. Fuente: Elaboración propia, 2025.	19
Figura 3. Matriz de correlación de Iberdrola y Santander. Fuente: Elaboración propia, 2025.	24
Figura 4. Matriz de correlación entre Inditex, Santander e Iberdrola. Fuente: Elaboración propia, 2025.	29
Figura 5. Matriz de correlación de los diez activos con mayor peso en el IBEX 35. Fuente: Elaboración propia, 2025.	38
Figura 9. Matriz de correlación de los diez activos con mayor peso en el IBEX 25. Fuente: Elaboración propia, 2025.	45

## Índice de tablas

Tabla 1. Estadísticos básicos de los diez activos con mayor peso en el IBEX 35. Fuente: Elaboración propia, 2025.	13
Tabla 2. Estadísticos básicos de Iberdrola para el periodo de 2015 a 2025. Fuente: Elaboración propia, 2025.	21
Tabla 3. Estadísticos básicos considerados de Inditex, Santander e Iberdrola para el período 2015-2025. Fuente: Elaboración propia, 2025.	29
Tabla 4. Ponderación al IBEX 35 de los 10 activos con mayor peso en este. Fuente: BME, 2025.	37
Tabla 5. Estadísticos básicos de los diez activos con mayor peso en el IBEX 35. Fuente: Elaboración propia, 2025.	38
Tabla 6. Estadísticos básicos de los activos escogidos y descartados por el modelo tras la optimización. Fuente: Elaboración propia, 2025.	44

## Índice de gráficas

Gráfica 1. Criterios de información AIC y BIC para el modelos VAR. Fuente: Elaboración propia, 2025.	15
Gráfica 2. Convergencia de la probabilidad de shortfall. Fuente: Elaboración propia, 2025.	17
Gráfica 3. Evolución del precio de cotización de la acción de Iberdrola entre 2015 y 2025. Fuente: Investing, 2025.	20
Gráfica 4. Simulaciones de retornos anuales de Iberdrola mediante un modelo AR(1). Fuente: Elaboración propia, 2025.	22
Gráfica 5. Rendimientos simulados e inflación acumulada. Fuente: Elaboración propia, 2025.	23
Gráfica 6. Simulaciones de retornos anuales de Iberdrola y Santander. Fuente: Elaboración propia, 2025.	25
Gráfica 7. Rendimientos acumulados de la cartera equitativa de Iberdrola y Santander. Fuente: Elaboración propia, 2025.	26
Gráfica 8. Optimización de la cartera de Iberdrola y Santander. Fuente: Elaboración propia, 2025.	27
Gráfica 9. Simulaciones de retornos mensuales de Iberdrola, Santander e Inditex. Fuente: Elaboración propia.	30
Gráfica 10. Distribución del rendimiento acumulado de la cartera equitativa: Santander, Iberdrola e Inditex. Fuente: Elaboración propia, 2025.	31
Gráfica 11. Superficie tridimensional de la probabilidad de shortfall de la cartera: Inditex, Santander e Iberdrola. Fuente: Elaboración propia, 2025.	33

Gráfica 12. Superficie tridimensional de la probabilidad de shortfall de la cartera: Inditex, Santander e Iberdrola. Vista frontal. Fuente: Elaboración propia, 2025. ....	34
Gráfica 13. Superficie tridimensional de la probabilidad de shortfall de la cartera: Inditex, Santander e Iberdrola. Vista en planta. Fuente: Elaboración propia, 2025. ....	35
Gráfica 14. Retornos mensuales simulados de los diez activos con mayor peso en el IBEX 35. Fuente: Elaboración propia, 2025. ....	39
Gráfica 15. Distribución del rendimiento acumulado de la cartera indexada al IBEX 35 (top 10). Fuente: Elaboración propia, 2025. ....	40
Gráfica 16. Distribución de pesos optimizados mediante grid-search de la cartera indexada al IBEX 35 (top 10). Fuente: Elaboración propia, 2025. ....	41
Gráfica 17. Comparación de la distribución de pesos entre la cartera indexada al IBEX 35 y la cartera optimizada para minimizar la probabilidad de shortfall. Fuente: Elaboración propia, 2025. ....	43

## Glosario

IBEX 35	Índice Bursátil Español de las 35 principales empresas cotizadas
IPC	Índice de Precios al Consumo
VAR(1)	Vector Autoregressive Model de orden 1
AR(1)	Autoregressive Model of order 1 (Modelo Autorregresivo de orden 1)
CAPM	Capital Asset Pricing Model (Modelo de Valoración de Activos Financieros)
BME	Bolsas y Mercados Españoles
INE	Instituto Nacional de Estadística
CSV	Comma-Separated Values (formato de archivo de datos)
AI	Artificial Intelligence (Inteligencia Artificial)
IA	Inteligencia Artificial
MATLAB	Matrix Laboratory (software matemático de cálculo numérico)
Probabilidad de <i>shortfall</i>	Medida probabilística que indica la proporción de escenarios en los que la rentabilidad de una cartera no alcanza un umbral determinado (en este trabajo, la inflación acumulada).
Optimización probabilística	Técnica que busca la mejor solución posible bajo incertidumbre, considerando la probabilidad de ciertos eventos (como el <i>shortfall</i> ) en lugar de optimizar media o varianza.
Modelo VAR(1)	Modelo estadístico que permite analizar relaciones dinámicas entre varias series temporales, considerando el valor anterior de cada variable (retornos, en este caso).
Cartera indexada	Composición de activos que replica un índice de mercado (como el IBEX 35), siguiendo sus ponderaciones reales.
Cartera óptima	Combinación de activos determinada mediante un proceso de optimización, con el objetivo de cumplir un criterio específico (en este trabajo, minimizar el <i>shortfall</i> ).
Diversificación	Estrategia de inversión que distribuye el capital entre distintos activos con el objetivo de reducir el riesgo total de la cartera.

Inflación acumulada	Aumento total del nivel general de precios durante un periodo determinado, usado como referencia para evaluar si una inversión preserva el poder adquisitivo.
Simulación Monte Carlo	Técnica de simulación numérica que utiliza generación aleatoria de escenarios para estimar el comportamiento futuro de variables bajo incertidumbre.
Modelo de selección de carteras	Herramienta matemática o estadística para determinar qué proporción del capital invertir en cada activo, con base en criterios como riesgo, retorno y correlación.
Renta variable	Tipo de inversión financiera (como acciones) cuyo retorno no es fijo y depende del comportamiento del mercado.
Renta fija	Instrumentos financieros que ofrecen pagos periódicos fijos, como bonos y letras del tesoro.
Rentabilidad acumulada	Ganancia total obtenida por una inversión durante un periodo de tiempo, expresada como porcentaje sobre el capital inicial.
Estanflación	Situación económica donde la inflación es alta y el crecimiento económico es bajo o negativo.
Simulated Annealing	Método de optimización inspirado en el enfriamiento de metales, que permite explorar soluciones subóptimas al principio para evitar mínimos locales y mejorar la búsqueda del óptimo global.

# 1 Introducción

La inflación es uno de los principales riesgos que enfrentan los inversores a largo plazo, ya que reduce el poder adquisitivo del capital y puede afectar significativamente la rentabilidad real de las inversiones. Para los inversores con alta aversión al riesgo, como pueden ser los planes de pensiones, la preservación del capital en términos reales es una prioridad a la hora de buscar una adecuada diversificación de la cartera de activos en los que invierten. Sin embargo, modelos tradicionales de optimización de carteras, como la teoría de Markowitz (1952), optimizan la cartera suponiendo que los rendimientos de los activos siguen una distribución normal y que el riesgo se mide a través de las varianzas históricas y sus correlaciones. Este enfoque no considera explícitamente la inflación ni garantiza que los rendimientos reales de la cartera superen su impacto a la hora de buscar una adecuada diversificación de la cartera de activos en los que invierten.

Diversos estudios han abordado la necesidad de utilizar medidas de riesgo más apropiadas que las tradicionales, como la probabilidad de *shortfall*, sin asumir la normalidad en la distribución de los rendimientos. La probabilidad de *shortfall* se refiere al riesgo de que los rendimientos de una cartera no alcancen un determinado umbral, como por ejemplo el ajuste por inflación o un objetivo mínimo de rentabilidad real.

El objetivo de este estudio es desarrollar un modelo de optimización de carteras específicamente diseñado para inversores con alta aversión al riesgo, que garantice la preservación del capital en términos reales. Para ello, se busca diseñar una estrategia de inversión que minimice la probabilidad de que los rendimientos sean inferiores a la inflación más un retorno real objetivo, en un horizonte temporal dado, y sin asumir normalidad en los rendimientos. Para cumplir con este propósito, el trabajo analizará la relación entre inflación y activos financieros, desarrollará un enfoque probabilístico que integre restricciones específicas para la cobertura inflacionaria y aplicará el modelo a un caso práctico para evaluar su efectividad. Para aproximar la distribución de probabilidad de los rendimientos de la cartera, se utilizará un método de tipo Monte Carlo, que requiere la simulación de múltiples escenarios futuros. Estas simulaciones se basarán en un modelo VAR (Vector Autoregresivo) ajustado a partir de datos históricos de los activos seleccionados.

Este estudio es relevante tanto desde una perspectiva académica como práctica. Desde el punto de vista teórico, contribuye al campo de la gestión de carteras y la optimización bajo inflación al desarrollar un modelo que incorpora explícitamente restricciones para la preservación del poder adquisitivo. Desde el ámbito práctico, es útil para inversores individuales, gestores de fondos de pensiones y asesores financieros que buscan estrategias de inversión robustas en entornos inflacionarios inciertos.

## 1.1 Uso de IA

En la elaboración de este trabajo se ha utilizado inteligencia artificial como herramienta de apoyo en la redacción, estructuración, análisis de contenido y programación. La IA ha sido empleada para organizar la información, generar borradores preliminares, mejorar la coherencia del texto y optimizar la claridad en la exposición de conceptos financieros. Además, se ha utilizado en la implementación de simulaciones en MATLAB, facilitando la programación de modelos de optimización de carteras y análisis probabilísticos.

## 2 Marco teórico

### 2.1 Conceptos de inflación y retorno real

La inflación es el aumento generalizado y sostenido de los precios de bienes y servicios en una economía durante un período de tiempo determinado. Se mide normalmente a través de índices de precios, como el Índice de Precios al Consumidor (IPC), que refleja la variación en el coste de una cesta representativa de bienes y servicios. Un aumento en la inflación implica una disminución del poder adquisitivo del dinero, afectando tanto a consumidores como a inversores.

Para los inversores, la inflación representa un gran riesgo, ya que puede erosionar el valor real de sus activos y disminuir el rendimiento efectivo de sus inversiones. En este contexto, el retorno nominal de una inversión se refiere al porcentaje de ganancia o pérdida sin considerar los efectos de la inflación, mientras que el retorno real es el rendimiento ajustado por la inflación. La relación entre ambos se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$1 + r_r = \frac{1 + r_n}{1 + \pi}$$

Donde:

- $r_r$  es el retorno real
- $r_n$  es el retorno nominal
- $\pi$  es la tasa de inflación

Aproximadamente, si la inflación es baja, la ecuación se puede simplificar a:

$$r_r \approx r_n - \pi$$

Esta relación muestra que, para mantener el poder adquisitivo de su inversión, un inversor debe obtener un rendimiento nominal superior a la tasa de inflación. Si el retorno nominal de una inversión es menor que la inflación, el inversor experimenta una pérdida de valor real, incluso si su capital crece en términos nominales.

En economías con baja inflación y estabilidad macroeconómica, los inversores pueden alcanzar sus objetivos con activos de renta fija y estrategias conservadoras. Sin embargo, en períodos de alta inflación o inflación volátil, es fundamental recurrir a estrategias de cobertura inflacionaria que permitan preservar el valor real del capital. La elección de activos adecuados dependerá de su capacidad para ajustarse a los cambios en el nivel general de precios, lo que será abordado en los siguientes apartados.

### 2.2 Teorías de optimización de carteras

La optimización de carteras es el proceso mediante el cual un inversor intenta combinar distintos activos financieros, como acciones, bonos o materias primas, para construir una cartera que se ajuste a sus objetivos. Dado que la rentabilidad de estos activos varía con el tiempo y con las condiciones del mercado, el reto consiste en encontrar la combinación adecuada que, por

ejemplo, maximice el rendimiento esperado sin asumir más riesgo del necesario, o bien minimice el riesgo para alcanzar un rendimiento mínimo deseado.

Imaginemos un inversor que tiene a su disposición varios activos. Algunos son muy rentables pero también volátiles, es decir, con alta dispersión o varianza, como las acciones tecnológicas. Otros, en cambio, ofrecen menor rentabilidad pero son más estables, como los bonos del Estado. La optimización consiste en decidir qué porcentaje invertir en cada uno de ellos para lograr un equilibrio que se adapte a sus necesidades, como asegurar ingresos futuros o protegerse frente a la inflación con el mínimo riesgo posible.

A lo largo del tiempo, se han desarrollado múltiples enfoques teóricos para ayudar a los inversores a tomar estas decisiones. Uno de los más influyentes es la Teoría de la Selección de Carteras de Markowitz, formulada en 1952, de la que puede obtenerse más información en [1] Markowitz, H, 1952. y [2] Joshi, M. S., & Paterson, J. M, 2013. Esta teoría introdujo el modelo de media-varianza, que propone que los inversores seleccionen combinaciones de activos considerando su rentabilidad esperada y su volatilidad, entendida como la desviación estándar de los rendimientos. Según este modelo, una cartera óptima se sitúa en la llamada frontera eficiente, donde no hay otra combinación de activos que ofrezca un mayor rendimiento para el mismo nivel de riesgo o viceversa, no hay otra combinación que ofrezca menos riesgo para el mismo nivel de rendimiento. Sin embargo, este enfoque presenta limitaciones cuando se aplica a inversores con objetivos específicos, como asumir que los rendimientos siguen distribuciones normales y un riesgo medido por la volatilidad (varianza) de los activos que no distingue entre ganancias y pérdidas. Esto será discutido con más detalle en una comparación específica entre el modelo propuesto en este trabajo y el modelo de Markowitz en el capítulo 4 de este trabajo.

Otro modelo relevante es la Teoría de Precios de los Activos Financieros, conocida por sus siglas en inglés como CAPM, desarrollada por Sharpe, Lintner y Mossin en la década de 1960. El CAPM introduce la distinción entre riesgo sistemático, que depende del comportamiento general del mercado, y riesgo específico o idiosincrático, propio de cada activo. El modelo establece que los inversores solo deben ser compensados por el riesgo sistemático, que se mide mediante el coeficiente beta. Aunque el CAPM sigue siendo ampliamente utilizado para valorar activos, no incorpora de forma explícita la inflación ni contempla restricciones orientadas a proteger el poder adquisitivo, lo que lo hace menos adecuado para perfiles conservadores. Además, asume que los rendimientos de los activos siguen una distribución normal, lo cual no siempre refleja adecuadamente el comportamiento real de los mercados. Para conocer más sobre el CAPM puede ver [3] Sharpe, W. F, 1964.

Ante estas limitaciones, han surgido enfoques más avanzados como la Teoría de la Utilidad Esperada o la Optimización basada en Restricciones Probabilísticas. Estos métodos permiten a los inversores establecer metas más concretas, como reducir la probabilidad de que los rendimientos de la cartera se sitúen por debajo de un umbral ajustado por inflación, en lugar de limitarse a maximizar la rentabilidad en términos relativos.

Además, los modelos modernos han incorporado herramientas como la optimización robusta y las simulaciones estocásticas, que no asumen normalidad en la distribución de los activos. Esto además ha permitido adoptar medidas de riesgo más naturales para los inversores como son el Valor en Riesgo (VaR) y el Valor en Riesgo Condicional (CVaR), que permiten evaluar y limitar

las pérdidas en escenarios de alta volatilidad pero teniendo en cuenta sólo las pérdidas. Estos modelos buscan ofrecer soluciones más realistas y flexibles, adaptándose mejor a entornos económicos cambiantes e integrando explícitamente el riesgo inflacionario en el proceso de toma de decisiones.

Este trabajo toma como base el estudio "Inflation Hedging Portfolios: Economic Regimes Matter" de Marie Brière y Ombretta Signori, el cual puede ser consultado en [4] Brière, M., & Signori, O, 2010. A partir de esta referencia, se adapta su metodología al perfil de un inversor conservador cuyo principal objetivo es mantener el poder adquisitivo de su capital. Mediante la aplicación de restricciones específicas y la simulación de distintos escenarios económicos, el modelo propuesto busca garantizar que los rendimientos de la cartera superen la inflación a lo largo del tiempo, contribuyendo así a la estabilidad del capital en términos reales.

## **2.3 Historia sobre la cobertura contra la inflación: enfoques y métodos**

La necesidad de proteger las inversiones frente a la inflación ha sido una constante en la historia de los mercados financieros. A lo largo del tiempo, los inversores han desarrollado distintas estrategias para preservar el poder adquisitivo de su capital, adaptándose a los cambios en el entorno macroeconómico y al progreso de los instrumentos financieros disponibles.

### **2.3.1 Activos reales como protección histórica**

Una de las estrategias más tradicionales ha sido la inversión en activos reales, como el oro, la plata y los bienes raíces. Estos activos tienden a mantener su valor real en contextos de alta inflación, ya que no dependen de pagos nominales futuros, sino de su utilidad intrínseca o demanda física. Por ejemplo, durante la década de 1970, marcada por un entorno de estanflación en muchas economías desarrolladas, el oro se utilizó ampliamente como refugio frente a la pérdida de poder adquisitivo de las monedas. La lógica es que cuando los precios suben, los activos tangibles como el oro tienden a revalorizarse también. Para más información, puede consultarse [5] Jaffe, J, 1989.

### **2.3.2 Bonos indexados a la inflación**

Con el desarrollo de los mercados financieros, los gobiernos comenzaron a emitir instrumentos específicamente diseñados para protegerse de la inflación. Un ejemplo son los TIPS (Treasury Inflation-Protected Securities), introducidos por el Tesoro de los Estados Unidos en 1997. Estos bonos ajustan tanto el capital como los cupones de interés en función de la evolución del índice de precios al consumidor (CPI), lo que garantiza al inversor una rentabilidad real positiva. Para más información, puede consultarse [6] Campbell, J. Y., & Viceira, L. M, 2001.

### **2.3.3 Rentabilidades negativas y preservación nominal**

En contextos de alta incertidumbre o crisis financiera, como los años posteriores a 2008, muchos inversores priorizaron la seguridad nominal del capital, incluso a costa de asumir rentabilidades reales negativas. Un caso notable fue el de los bonos soberanos alemanes (Bunds), que llegaron a ofrecer tipos de interés negativos. A pesar de que esto implica una pérdida garantizada en términos

reales, muchos inversores conservadores los compraron como alternativa frente a activos más volátiles, aceptando esa pérdida como "coste" de seguridad. Este comportamiento refleja una fuerte aversión al riesgo y la importancia percibida de la liquidez y la estabilidad nominal del capital. Se puede consultar más información sobre este tema en [7] Krishnamurthy, A., & Vissing-Jorgensen, A, 2012.

#### **2.3.4 Diversificación y asignación estratégica de activos**

Otra estrategia ampliamente utilizada ha sido la diversificación a través de una asignación estratégica de activos. Esta técnica consiste en construir carteras que incluyan activos con baja o incluso negativa correlación con la inflación, de modo que se reduzca el riesgo agregado en distintos escenarios económicos. Por ejemplo, en periodos de inflación moderada, las acciones de ciertos sectores pueden actuar como cobertura, mientras que en entornos inflacionarios extremos, los activos reales o bonos indexados pueden tomar protagonismo. Modelos como los basados en simulaciones de Monte Carlo permiten evaluar el comportamiento de las carteras bajo distintos regímenes inflacionarios, mejorando así la planificación a largo plazo. Para más información sobre estos modelos puede verse [8] Detemple, J., Garcia, R., & Rindisbacher, M, 2003.

#### **2.3.5 Derivados financieros ligados a la inflación**

En los últimos años, han surgido instrumentos más sofisticados como los derivados vinculados a la inflación. Estos incluyen swaps de inflación, que permiten intercambiar flujos de pagos fijos por flujos ajustados a la inflación, y opciones sobre índices de precios. Este tipo de productos es utilizado principalmente por inversores institucionales, como aseguradoras y fondos de pensiones, que necesitan protegerse contra la inflación para garantizar el valor real de sus pasivos a largo plazo. Estos derivados permiten una cobertura más precisa y flexible frente a distintos escenarios de inflación esperada. Para más información, puede verse [9] Fleming, M. J., & Sporn, J, 2013.

#### **2.3.6 Conclusión**

La evolución de las estrategias de cobertura refleja cómo los inversores han ido adaptando sus herramientas y modelos ante la inflación. Desde enfoques tradicionales como la inversión en activos reales, hasta soluciones más complejas como los derivados financieros, el objetivo sigue siendo el mismo: preservar el poder adquisitivo del capital. Sin embargo, la efectividad de cada estrategia depende del contexto económico y de la capacidad del inversor para adaptar su enfoque ante condiciones cambiantes.

### **2.4 El modelo de la frontera eficiente de Markowitz**

El modelo de la frontera eficiente, desarrollado por Harry Markowitz en 1952, es uno de los pilares de la teoría moderna de carteras. Este enfoque propone que los inversores racionales y adversos al riesgo pueden construir carteras óptimas mediante la diversificación. El objetivo es maximizar el rendimiento esperado para un nivel dado de riesgo, o bien minimizar el riesgo para alcanzar un rendimiento deseado.

La base matemática del modelo se centra en dos elementos: la rentabilidad esperada y el riesgo, medido a través de la desviación típica, es decir la raíz

cuadrada de la varianza. La rentabilidad esperada de una cartera se calcula como el promedio ponderado de los rendimientos esperados de los activos que la componen. Esta relación se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$E(R_p) = \sum w_i E(R_i)$$

Donde:

- $E(R_p)$  es la rentabilidad esperada de la cartera.
- $w_i$  es el peso del activo  $i$ .
- $E(R_i)$  es el rendimiento esperado del activo  $i$ .

El riesgo total de la cartera se calcula considerando no solo la varianza individual de los activos, sino también la covarianza entre ellos. La fórmula correspondiente para la varianza de la cartera es:

$$\sigma_p^2 = \sum w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum \sum w_i w_j \sigma_{ij}$$

Donde:

- $\sigma_p^2$  es la varianza de la cartera.
- $\sigma_i^2$  es la varianza del activo  $i$ .
- $\sigma_{ij}$  es la covarianza entre los activos  $i$  y  $j$ .

Al dibujar en un diagrama la desviación típica (riesgo) frente a la rentabilidad esperada de cada posible cartera se llega a un diagrama como el de la Figura 1 que cubre una región del plano delimitada por una parábola a la izquierda. El concepto clave del modelo es esta curva que se conoce como **la frontera eficiente**, que representa el conjunto de carteras que ofrecen la mayor rentabilidad esperada posible para cada nivel de riesgo. Esta frontera separa las combinaciones eficientes de activos de aquellas que son subóptimas. Cualquier cartera por debajo de la frontera eficiente implica una asignación ineficiente de recursos.

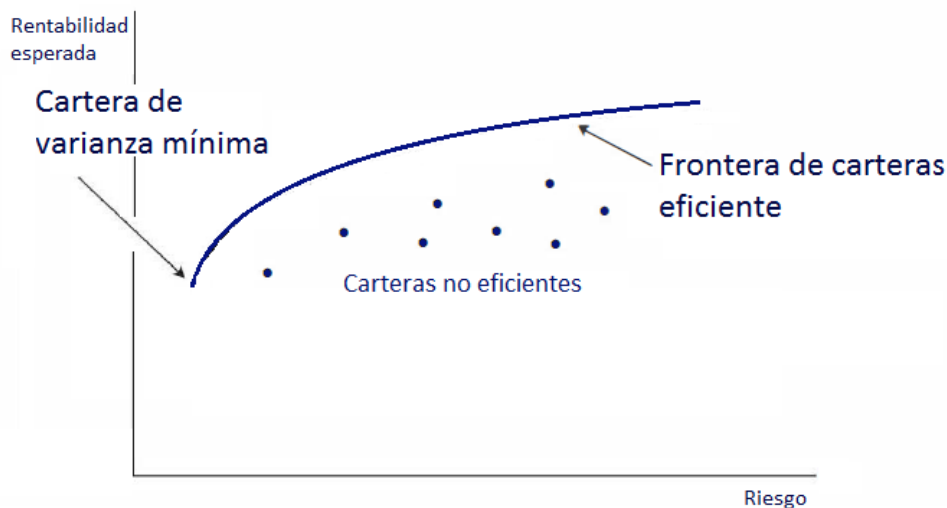


Figura 1. Frontera eficiente de Markowitz. Fuente: Economipedia (s.f.).

Un punto importante de esta curva es la cartera de mínima varianza, ubicada en el extremo izquierdo de la frontera, que representa la combinación de activos con menor riesgo posible.

Aunque el modelo de Markowitz ha sido fundamental para la gestión moderna de carteras, presenta limitaciones. Estas serán vistas con más detalle en el siguiente apartado.

Con el tiempo, el modelo ha sido ampliado para incluir factores adicionales, como restricciones específicas del inversor, simulaciones de escenarios económicos, inflación, riesgo de liquidez, entre otros. Aun así, la frontera eficiente sigue siendo una herramienta clave en el análisis y diseño de carteras.

Para ampliar la información vista en esta sección, se recomienda ver **[1]** Markowitz, H, 1952 y **[2]** Joshi, M. S., & Paterson, J. M, 2013.

### 3 Perfil del inversor objetivo

El perfil de inversor al que va dirigido este trabajo es claramente conservador. Es decir, alguien que ante todo quiere mantener a salvo su dinero. No busca grandes ganancias, sino evitar pérdidas que puedan comprometer su patrimonio, sobre todo frente a riesgos como la inflación, que con el tiempo puede reducir el valor real de sus ahorros.

Este tipo de inversor se caracteriza por tener una alta aversión al riesgo, lo que en la práctica significa que no se siente cómodo con la incertidumbre. Muestra una preferencia por inversiones más estables, aunque eso implique renunciar a obtener rentabilidades más altas. En resumen, valora más la tranquilidad y la seguridad que la posibilidad de un beneficio elevado pero incierto.

A la hora de elegir activos, suele optar por activos con baja volatilidad, como bonos del Estado, letras del Tesoro, depósitos bancarios o fondos de renta fija. Son instrumentos que, en general, ofrecen una rentabilidad modesta pero bastante segura. El problema es que, en épocas de inflación elevada, estos activos pueden no ser suficientes. Aunque no pierdan valor en términos nominales, en términos reales pueden suponer una pérdida, porque el coste de vida sube más rápido que los intereses que generan.

Por eso, cuando la inflación es un factor relevante, este tipo de inversor necesita ampliar su enfoque y buscar estrategias que, sin asumir riesgos excesivos, ofrezcan mayor protección frente a la pérdida de valor real del dinero. Esto no quiere decir lanzarse a productos especulativos, sino estudiar bien qué combinaciones de activos pueden aportar un rendimiento que al menos iguale o supere la inflación.

Otro rasgo típico del inversor conservador es que suele tener un horizonte de inversión largo. Por ejemplo, alguien que está planificando su jubilación y quiere asegurarse de que su dinero le seguirá sirviendo dentro de 10, 20 o más años. En estos casos, no basta con evitar pérdidas a corto plazo: hay que construir una cartera que conserve el poder adquisitivo a lo largo del tiempo.

Algunos ejemplos representativos de este tipo de inversor serían los fondos de pensiones, los planes de jubilación, o también personas particulares que prefieren un enfoque más cauteloso en la gestión de su patrimonio. También hay instituciones, como fundaciones o aseguradoras, que gestionan fondos con criterios parecidos.

En definitiva, se trata de inversores que priorizan la estabilidad, la protección frente a la inflación y la sostenibilidad del capital a largo plazo. Para ellos, construir una cartera adecuada no es cuestión de buscar la máxima rentabilidad, sino de minimizar la probabilidad de *shortfall*.

## 4 Metodología

La idea principal de este trabajo es optimizar carteras manteniendo una rentabilidad por encima de la inflación con riesgo mínimo. Por lo tanto, se trata de minimizar el riesgo con la restricción de que la rentabilidad esté por encima de un umbral.

A diferencia del modelo de Markowitz, en lugar de medir el riesgo con la varianza se mide con la probabilidad de *shortfall*, que es más adecuado porque solo tiene en cuenta las pérdidas.

Para aproximar la probabilidad se usa un método de simulación estocástico. A partir de las rentabilidades históricas se ajusta un modelo de series temporales autoregresivo VAR que permite simular diferentes escenarios.

El siguiente paso sería resolver el problema de optimización, para ello se define una función objetivo:

$$\text{Min}_w P \left( \sum_{i=1}^n w_i R_{iT} < \pi_T + \bar{R} \right)$$

donde:

- $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)$ ,  $w_i$  representa la fracción de la cartera invertida en el activo  $i$ .
- $R_{iT}$  es el rendimiento del activo  $i$  en el horizonte de inversión  $T$ .
- $\pi_T$  es la inflación proyectada para el período  $T$ .
- $R$  es el retorno real objetivo del inversor.

Añadido a esto, se incluye un conjunto de restricciones para adaptarse a los requerimientos específicos del inversor conservador:

1. Restricción de rentabilidad esperada:

$$E \left[ \sum_{i=1}^n w_i R_{iT} - (\pi_T + \bar{R}) \right] > 0$$

Esta restricción asegura que, en términos esperados, la rentabilidad de la cartera supere la inflación esperada más el retorno real objetivo. Esta condición es clave para garantizar que, a largo plazo, la inversión no solo mantenga, sino que incremente su valor en términos reales.

2. Restricción de presupuesto:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Esta restricción establece que la suma de los pesos asignados a cada activo en la cartera debe ser igual a 1, es decir, se asume que el 100% del capital disponible se invierte sin permitir apalancamiento o exceso de inversión.

3. Restricción de no negatividad:

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

La restricción de no negatividad impide las posiciones cortas, lo que significa que no se pueden vender activos prestados. Esta condición es coherente con el perfil conservador del inversor, evitando una exposición al riesgo adicional que podría comprometer la estabilidad del capital.

Como resultado de la optimización, se obtiene una cartera que denominaremos *óptima*, por arrojar la menor probabilidad de *shortfall* para una combinación específica de los pesos de los activos que la conforman.

Cabe destacar que el problema de optimización considerado en este trabajo está basado en el estudio "Inflation Hedging Portfolios: Economic Regimes Matter" de Marie Brière y Ombretta Signori (2010). En su investigación, los autores analizan cómo distintos activos financieros actúan como cobertura frente a la inflación en función del tipo de choques macroeconómicos. Su estudio tiene una orientación distinta al presentado aquí y muestra que la relación entre inflación y rendimiento de los activos no es constante: en ciertos períodos, activos tradicionales como acciones y bonos pueden ofrecer cierta protección, mientras que en otros, instrumentos como bonos indexados, bienes raíces o metales preciosos resultan más eficaces. Esto evidencia la necesidad de estrategias de inversión dinámicas y adaptativas. El estudio original puede verse en [4] Brière, M., & Signori, O, 2010.

#### **4.1 Comparación del modelo propuesto con la frontera eficiente de Markowitz**

Aunque el modelo de la frontera eficiente de Markowitz ([1] Markowitz, H, 1952) ha sido una herramienta fundamental en la teoría de carteras, presenta limitaciones importantes cuando se aplica a inversores conservadores del tipo de los que se analizan en este trabajo.

Entre las principales debilidades del modelo clásico se encuentran:

- Asume que los rendimientos siguen distribuciones normales, que se caracterizan por su media y varianza. Sin embargo, en los mercados reales, los retornos suelen mostrar comportamientos más extremos o asimétricos que no encajan con esa distribución idealizada.
- El riesgo se mide por la volatilidad (varianza), que es simplemente una medida de dispersión. Esto significa que no distingue si las desviaciones son favorables o desfavorables para el inversor; una subida muy fuerte y una caída brusca cuentan igual, lo cual no refleja bien el riesgo real desde el punto de vista de un perfil conservador.
- No considera explícitamente la inflación dentro del proceso de optimización. Esto puede llevar a que una cartera parezca adecuada en términos de rentabilidad y riesgo, pero en la práctica no proteja el capital frente a la inflación.

El modelo propuesto en este trabajo busca compensar estas limitaciones con varias mejoras metodológicas:

- No se asume normalidad. Para ello se utilizan simulaciones estocásticas que permiten generar múltiples escenarios de evolución futura, captando comportamientos que la distribución normal no puede reflejar, como colas largas o asimetrías.
- Cambia la forma de medir el riesgo. En lugar de usar la varianza, se adopta una perspectiva probabilística basada en la probabilidad de *shortfall*, que mide la frecuencia con la que la rentabilidad acumulada de

la cartera no supera la inflación, lo cual es una medida más alineada con el objetivo del inversor conservador.

- Incluye explícitamente la inflación mediante una restricción que obliga a que la rentabilidad esperada de la cartera supere la inflación estimada más un objetivo de rentabilidad real. Así se asegura que el inversor mantenga o aumente su poder adquisitivo.

No obstante, este enfoque también tiene algunas desventajas:

- Mayor complejidad computacional: La necesidad de realizar simulaciones para modelar los rendimientos y calcular la probabilidad de *shortfall* hace que la optimización sea más exigente en términos de recursos computacionales.
- Dependencia de los modelos de simulación: Los resultados dependen en parte de la calidad de los modelos utilizados para simular el comportamiento futuro de los activos y de las hipótesis sobre el comportamiento de la inflación.

En resumen, aunque el modelo clásico de Markowitz sigue siendo una referencia teórica valiosa, su aplicación práctica puede ser limitada en contextos inflacionarios o para perfiles conservadores. El modelo propuesto en este trabajo amplía este enfoque clásico, incorporando elementos que permiten una mejor protección del capital en términos reales, a costa de una mayor complejidad técnica.

## **5 Análisis estadístico y justificación de parámetros metodológicos**

Este capítulo tiene como propósito ofrecer una mirada más clara y completa a los activos que se han analizado a lo largo del trabajo, así como explicar con detalle algunas de las decisiones metodológicas más importantes que se tomaron durante el proceso. Incluir esta parte resulta clave, ya que ayuda a entender mejor tanto las características de los datos como el porqué de los modelos y parámetros utilizados.

Para empezar, se hace un repaso de las principales estadísticas de los activos que forman el universo de inversión: evolución de precios, comportamiento de los retornos, niveles de volatilidad y presencia de valores extremos. Este análisis no solo permite conocer mejor cada activo, sino también entender por qué algunos de ellos fueron favorecidos o descartados por el modelo de optimización.

Después, se explican las razones técnicas detrás de algunas decisiones que pueden parecer arbitrarias si no se justifican: por qué se eligió un periodo determinado para el estudio, por qué se trabajó con retornos mensuales en lugar de diarios o anuales, o por qué se optó por modelos autorregresivos simples como el AR(1) y VAR(1). También se aclara cómo se definió el umbral de inflación y cuántas simulaciones se consideraron suficientes para que los resultados fueran sólidos. En la misma línea, se comenta por qué se seleccionaron ciertos métodos de optimización frente a otros, y qué restricciones se aplicaron en cada caso.

En resumen, este capítulo está pensado para aportar claridad y dar contexto a todo el trabajo, mostrando que cada decisión se ha tomado con criterio y que este análisis no pretende ‘adivinar’ el futuro sino explicarlo.

### **5.1 Análisis estadístico descriptivo de los activos considerados**

#### **5.1.1 Periodo de análisis y universo de inversión**

Para este estudio se ha elegido el periodo comprendido entre enero de 2015 y enero de 2025, lo que nos da una serie de datos mensuales de diez años. Esta decisión se tomó considerando varios factores: por un lado, criterios estadísticos y técnicos, y por otro, razones de contexto económico y sentido práctico.

Desde el punto de vista estadístico, contar con una ventana de diez años permite trabajar con una cantidad razonable de datos, suficiente para estimar de manera fiable parámetros como la media, la volatilidad o las relaciones entre activos. Un periodo más corto, como cinco años o menos, podría verse demasiado afectado por eventos puntuales (como una crisis o una recuperación) que distorsionen los resultados. En cambio, si se opta por una ventana mucho más larga (como 15 o 20 años), surgen otros problemas: los mercados cambian, las empresas se fusionan, aparecen nuevas regulaciones y hasta la composición del IBEX 35 puede variar, haciendo que los datos más antiguos no sean del todo comparables con los actuales.

En lo económico, el periodo seleccionado recoge fases muy distintas del ciclo: los años posteriores a la crisis financiera, una etapa prolongada de tipos de interés bajos, el impacto de la pandemia y, más recientemente, el regreso de la inflación a niveles altos. Esta variedad de escenarios permite construir un

modelo que tenga en cuenta distintos entornos de mercado, algo muy valioso en un trabajo centrado en el riesgo inflacionario.

Desde un punto de vista práctico, diez años también resulta un horizonte razonable para el tipo de inversor conservador que se analiza aquí. Es un plazo lo bastante largo como para evaluar la capacidad de una cartera para mantener su poder adquisitivo, pero al mismo tiempo es manejable desde el punto de vista del análisis y la disponibilidad de datos.

En cuanto al universo de inversión, se han escogido los diez valores con mayor peso dentro del IBEX 35, tomando como referencia la composición más reciente publicada por BME. Esta selección asegura una buena representación del mercado español y permite trabajar con empresas con alta liquidez y relevancia bursátil. Para algunos ejercicios más concretos, y con fines didácticos o computacionales, se han hecho simulaciones con subconjuntos más pequeños (uno, dos o tres activos), lo que ha permitido observar con mayor claridad cómo responde el modelo en cada caso.

### 5.1.2 Estadísticos básicos

La Tabla 1 recoge los principales estadísticos descriptivos de los retornos mensuales de los diez valores con mayor peso en el IBEX 35 que se estudian en este trabajo, durante el periodo 2015-2025. Para cada activo se han calculado la media mensual de retornos, la desviación típica mensual, la volatilidad anualizada, así como los retornos máximos y mínimos mensuales registrados.

	Media mensual (%)	Desviación típica mensual (%)	Volatilidad anualizada (%)	Retorno máximo mensual (%)	Retorno mínimo mensual (%)
Inditex	0,79	7,51	26,02	31,43	-17,5
Santander	0,34	9,62	33,33	47,45	-33,33
Iberdrola	1,14	5,53	19,15	17,63	-17,25
Cellnex Telecom	1,2	7,8	27,04	26,41	-21,26
Telefónica	-0,57	7,41	25,67	30,33	-22,13
Aena	0,95	7	24,26	18,17	-31,37
Ferrovial	1,01	6,22	21,54	26,56	-15,49
Amadeus	0,91	7,89	27,32	40,18	-31,97
CaixaBank	0,72	8,96	31,03	37,45	-26,76
BBVA	0,77	10,49	36,33	59,59	-32,73

Tabla 1. Estadísticos básicos de los diez activos con mayor peso en el IBEX 35. Fuente: Elaboración propia, 2025.

En términos de rentabilidad media, los activos con mejor comportamiento fueron Iberdrola (1,14 %), Ferrovial (1,01 %), Aena (0,95 %) y Amadeus (0,91 %), todos con retornos mensuales superiores al 0,9 %. En el extremo opuesto se sitúa Telefónica, con una rentabilidad media negativa del -0,57 %, lo que indica un comportamiento desfavorable en el periodo.

En cuanto al riesgo, medido a través de la desviación típica mensual y la volatilidad anualizada, destacan los bancos (BBVA, CaixaBank y Santander) como los activos más volátiles, con una volatilidad anual superior al 30 %, seguidos por CaixaBank y Amadeus. En contraste, Iberdrola y Ferrovial presentan la menor volatilidad del conjunto, lo que los convierte en activos relativamente estables dentro del universo analizado.

Los retornos máximos mensuales ilustran la capacidad de cada activo para generar picos de rentabilidad en periodos concretos. El valor más alto lo alcanza

BBVA (59,59%), seguido de Santander (47,45%) y Amadeus (40,18%), lo cual refleja su carácter más especulativo. No obstante, estos picos positivos suelen ir acompañados de mayores riesgos a la baja, como se observa en los retornos mínimos mensuales, donde Santander, BBVA y Amadeus también muestran caídas superiores al -30% en su peor mes.

En conjunto, el análisis permite extraer dos perfiles diferenciados:

- Por un lado, activos como Iberdrola o Ferrovial, que combinan rentabilidades medias positivas con baja volatilidad.
- Por otro, valores como BBVA, Santander o CaixaBank, que si bien pueden ofrecer rendimientos atractivos en determinados momentos, conllevan una elevada exposición al riesgo.

Como hipótesis, cabe pensar que, dado que el objetivo del modelo es reducir el riesgo de que la cartera no supere la inflación, este tenderá a favorecer aquellos activos que han mostrado un comportamiento más estable y predecible, aunque no sean necesariamente los más rentables en términos absolutos.

Por tanto, los datos que se han presentado aquí ayudarán a interpretar mejor las elecciones del modelo cuando se optimiza la cartera, especialmente en relación con qué activos se seleccionan y por qué se les asigna más peso.

## **5.2 Justificación de los parámetros y decisiones metodológicas**

### **5.2.1 Uso de datos mensuales**

Para este trabajo se decidió utilizar datos mensuales de precios en lugar de datos diarios o anuales. Esta elección se basó en la necesidad de encontrar un punto medio entre nivel de detalle, estabilidad estadística y facilidad de manejo a nivel computacional.

Los datos mensuales permiten seguir bien la evolución de los activos a lo largo del tiempo, sin verse tan afectados por el ruido o la volatilidad que suele haber en los datos diarios. A la vez, aportan mucha más información que los datos anuales, que son demasiado generales como para captar con precisión los movimientos y la variabilidad de los activos.

También hay una razón práctica: usar datos mensuales reduce la cantidad total de observaciones, lo que hace mucho más fácil estimar modelos como el AR(1) o el VAR(1), y acorta los tiempos de cálculo cuando se hacen simulaciones. Esto es especialmente útil cuando se generan cientos o miles de escenarios, como ocurre en este estudio.

Por último, este tipo de frecuencia encaja bien con el enfoque general del trabajo. Aquí se está pensando en un perfil de inversor de largo plazo, por lo que no tiene mucho sentido analizar lo que pasa cada día. Evaluar el rendimiento de la cartera con datos mensuales refleja mejor cómo toma decisiones este tipo de inversor y qué horizonte temporal le importa realmente.

### **5.2.2 Selección de modelos AR(1) y VAR(1)**

Los modelos autorregresivos (AR) y los modelos vector autorregresivos (VAR) son herramientas bastante comunes cuando se trabaja con series temporales. Básicamente, lo que hacen es tratar de anticipar cómo se va a comportar una variable (o varias al mismo tiempo) en el futuro, basándose en cómo ha evolucionado en el pasado.

El modelo AR, por ejemplo, se aplica cuando queremos analizar una sola serie temporal. En concreto, el AR(1) (que es el que se ha usado en este trabajo) toma el valor anterior de la serie para estimar el siguiente. Es una forma sencilla pero bastante útil de empezar a modelar relaciones temporales sin complicarse demasiado.

Ahora bien, cuando entran en juego varios activos al mismo tiempo, ya no basta con mirar cómo se comporta cada uno por separado. También es importante ver cómo se influyen entre ellos. Para eso se usa el modelo VAR, que es una extensión del AR pensada para varias series a la vez. En este trabajo se ha optado por un VAR(1), que utiliza los valores pasados más recientes de todos los activos para estimar sus futuros rendimientos de forma conjunta.

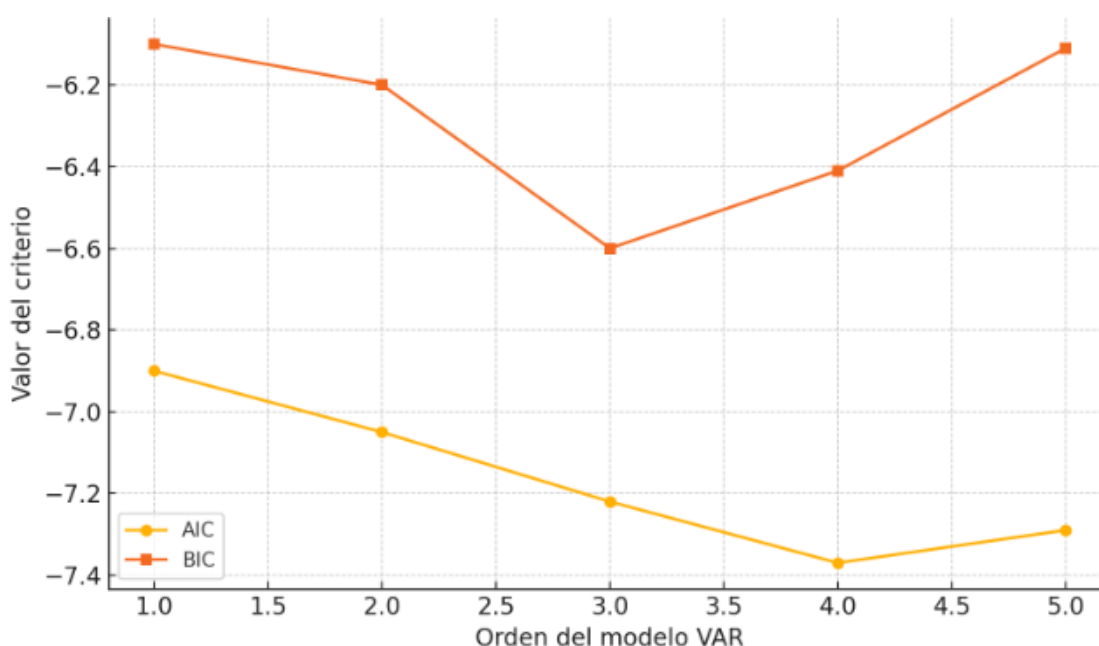
Una vez ajustados estos modelos con los datos históricos, se pueden generar simulaciones estocásticas, es decir, trayectorias posibles de cómo podrían comportarse los rendimientos en los próximos años. Estos escenarios simulados son la base para el análisis del riesgo inflacionario y permiten poner a prueba diferentes composiciones de cartera.

En este trabajo se optó por modelos de orden 1 (AR(1) y VAR(1)) porque se realizó un análisis de los criterios de información AIC (Akaike Information Criterion) y BIC (Bayesian Information Criterion) para distintos órdenes del modelo VAR, y se comprobó que aumentar el orden no ofrecía mejoras significativas en el ajuste.

Ambos criterios son ampliamente utilizados para comparar modelos econométricos, ya que penalizan la inclusión de parámetros innecesarios para evitar el sobreajuste. El AIC favorece modelos con buen ajuste incluso si son algo más complejos, mientras que el BIC penaliza más severamente la complejidad, favoreciendo estructuras más simples.

Estos valores no tienen una escala absoluta, sino que sólo se comparan entre modelos estimados sobre los mismos datos.

En este caso, considerando los activos Iberdrola, Inditex y Santander, se compararon modelos VAR de orden 1 a 5, cuyos resultados se pueden ver en la Gráfica 1.



Gráfica 1. Criterios de información AIC y BIC para el modelos VAR. Fuente: Elaboración propia, 2025

Los resultados muestran que todos los modelos mejoran progresivamente en AIC y BIC al aumentar el orden, siendo los modelos VAR(3) y VAR(4) los que ofrecen los valores más bajos y, por tanto, el mejor ajuste estadístico. Sin embargo, las diferencias respecto al modelo VAR(1) son inferiores a 0,5 puntos en ambos criterios, lo que indica que no son estadísticamente significativas.

Además, el uso de modelos más simples facilita la interpretación del comportamiento dinámico de los activos y reduce considerablemente el coste computacional, lo cual es especialmente importante al generar cientos o miles de simulaciones para evaluar la probabilidad de *shortfall*.

### **5.2.3 Umbral de *shortfall***

El umbral frente al que se evalúa el rendimiento de las carteras debe basarse en una previsión que puede hacer un inversor conservador sobre la inflación media anual durante los próximos 10 años. Considerando un interés del 2,4% anual, el interés acumulado a 10 años rondará los 26,7%.

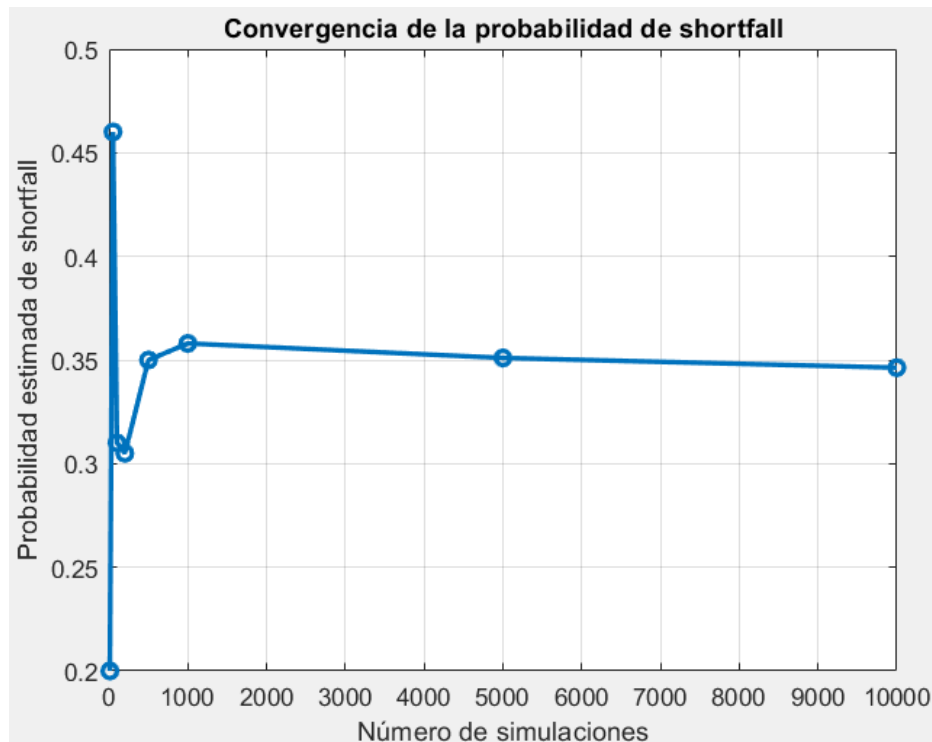
Se ha optado por utilizar la inflación acumulada como umbral (en lugar de una tasa media anual o un rendimiento financiero específico) porque representa de forma directa y comprensible el deterioro del poder adquisitivo al final del horizonte temporal estudiado. Esta aproximación permite evaluar de forma clara si una determinada cartera habría logrado proteger el capital de la inflación a lo largo del periodo analizado.

Además, se ha tomado la decisión de no exigir un rendimiento real positivo responde al enfoque conservador del estudio, orientado a perfiles de inversor cuyo objetivo prioritario es la preservación del valor del dinero. Bajo esta lógica, cualquier rentabilidad inferior al nivel de inflación supone una pérdida real del poder adquisitivo, lo que se traduce directamente en un *shortfall*.

### **5.2.4 Número de simulaciones empleadas en cada ejercicio**

En los primeros ejercicios, donde se presentan los fundamentos del modelo, se realizan únicamente 10 simulaciones. Esto sirve para mostrar cómo funciona el modelo de manera sencilla. Con pocas trayectorias es más fácil seguir la evolución de cada una, entender cómo se construye el rendimiento acumulado y ver de forma directa cómo afecta el cambio de pesos en la cartera.

En los ejercicios principales, especialmente los que hacen referencia al caso real, se utilizó un número mucho mayor: 1.000 simulaciones. Esta cifra se considera suficiente para obtener resultados estadísticamente robustos. A partir de cierto número de simulaciones, los valores de probabilidad de *shortfall* tienden a estabilizarse, y ese punto de equilibrio se alcanza en torno a las 1.000 simulaciones, como se observa en la Gráfica 2.



Gráfica 2. Convergencia de la probabilidad de shortfall. Fuente: Elaboración propia, 2025.

La decisión de no ir más allá en el número de trayectorias está relacionada con dos factores. El primero es que el beneficio marginal disminuye: más simulaciones apenas cambian el resultado una vez superado cierto umbral. El segundo es un mayor tiempo de cálculo.

En resumen, se ha tratado de encontrar un punto de equilibrio entre precisión y eficiencia. Con 1.000 simulaciones, los resultados son suficientemente estables y fiables, sin comprometer la capacidad de cálculo.

### 5.2.5 Método de optimización

En los primeros ejercicios del trabajo se emplea un método de optimización por rejilla (grid search), que consiste en evaluar todas las combinaciones posibles de pesos que cumplan ciertas restricciones. Es una técnica sencilla y transparente, adecuada para espacios de búsqueda pequeños.

Sin embargo, al aplicarlo al caso real con más activos y simulaciones, el coste computacional resultó excesivo. Por ello, se optó por un método más eficiente: *Simulated Annealing*, que permite explorar el espacio de soluciones de forma más ágil y es especialmente útil cuando la función objetivo no es suave ni continua, como ocurre con la probabilidad de *shortfall*.

Métodos de minimización con restricciones o programación cuadrática resultaron ineficientes a la hora de minimizar el *shortfall*.

## 5.3 Esquema metodológico del proceso de optimización de carteras

A continuación, se sintetizan las decisiones metodológicas clave que estructuran el trabajo:

### **1. Definición del universo de inversión**

- Selección de los 10 valores con mayor ponderación del IBEX 35.

### **2. Determinación del periodo de análisis**

- Se toma un horizonte temporal de 10 años: de enero de 2015 a enero de 2025.
- Estimación del umbral de *shortfall* asociado al periodo de análisis: 26,7%.

### **3. Elección de la frecuencia temporal**

- Se trabaja con datos mensuales de precios y retornos para equilibrar detalle y estabilidad estadística.

### **4. Modelización estadística de los rendimientos**

- Para series individuales: se ajusta un modelo AR(1).
- Para varios activos de forma conjunta: se emplea un modelo VAR(1).

### **5. Simulación estocástica de trayectorias futuras**

- A partir del modelo VAR(1), se generan hasta 1.000 trayectorias simuladas para un horizonte de 10 años.
- En los ejercicios introductorios (con menos activos), se utilizan 10 simulaciones con fines didácticos.

### **6. Cálculo de la probabilidad de *shortfall***

- Se define como *shortfall* toda rentabilidad acumulada que no supere la inflación esperada en el horizonte temporal.
- Para cada combinación de activos, se calcula cuántas trayectorias caen por debajo del umbral inflacionario.

### **7. Optimización de la cartera**

- En los casos simples (1, 2 o 3 activos): se aplica una búsqueda por rejilla (grid search) con incrementos del 1 % en los pesos.
- En el caso real (10 activos): se emplea el algoritmo Simulated Annealing por su capacidad para manejar problemas sin derivadas y con múltiples mínimos locales.

### **8. Selección de la cartera óptima**

- Se escoge la combinación de pesos que minimiza la probabilidad de *shortfall*, respetando las restricciones de inversión (no negatividad, suma de pesos = 1, etc.).

Visualmente, esta metodología queda muy bien reflejada en la Figura 2.

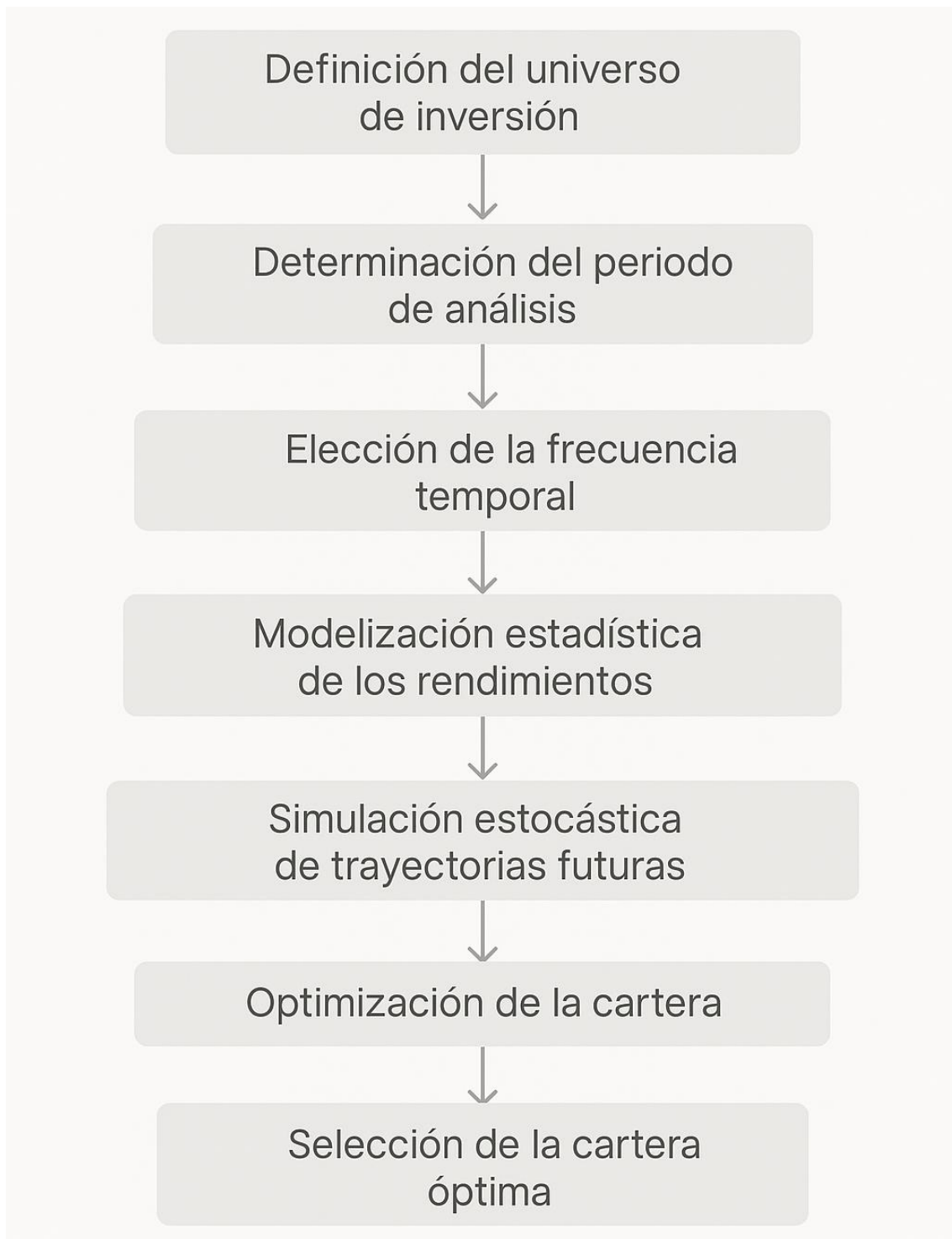


Figura 2. Esquema del proceso metodológico seguido. Fuente: Elaboración propia, 2025.

## 6 Desarrollo del modelo

Antes de aplicar el modelo de optimización a un caso real más complejo y representativo del comportamiento del mercado, se ha considerado oportuno desarrollar una serie de ejercicios previos que permitan ilustrar, de forma progresiva, el funcionamiento de la metodología propuesta. Para ello, se parte de un ejemplo simplificado con un único activo financiero, donde se emplea un modelo AR(1) para simular su comportamiento. El objetivo de este primer ejemplo es simplemente aproximar la probabilidad de *shortfall* de un activo. A continuación, el modelo se amplía a dos activos, lo que permite aplicar un modelo VAR(1) y llevar a cabo el proceso de optimización para minimizar la probabilidad de *shortfall*. Finalmente, se aborda un tercer caso con tres activos, también modelados mediante un VAR(1), donde se consolida la lógica de asignación óptima de pesos en un contexto más cercano a la realidad de los mercados financieros. Este enfoque escalonado permite una mejor comprensión de cada etapa del modelo antes de su aplicación definitiva en un entorno más amplio y realista.

### 6.1 Cartera de un activo

Con el objetivo de ilustrar de forma preliminar la metodología que será aplicada posteriormente en un contexto más amplio de optimización de carteras, se desarrolla un ejercicio centrado en un único activo financiero. Este ejercicio consiste en aproximar la probabilidad de *shortfall*, es decir, la probabilidad de que la rentabilidad del activo no alcance un umbral mínimo establecido, en este caso, la inflación esperada. Para ello, se ha seleccionado la acción de Iberdrola, perteneciente al IBEX 35, tomando como base sus precios históricos a 1 de enero entre los años 2015 y 2025, como puede verse en la Gráfica 3.

Published on Investing.com, 21/May/2025 - 11:50:59 GMT, Powered by TradingView.  
Iberdrola, España, Madrid(CFD):IBE, M



Gráfica 3. Evolución del precio de cotización de la acción de Iberdrola entre 2015 y 2025. Fuente: Investing, 2025.

A partir de la serie histórica de precios, se calculan los retornos anuales, así como otros estadísticos relevantes que quedan reflejados en la Tabla 2.

	Media mensual (%)	Desviación típica mensual (%)	Volatilidad anualizada (%)	Retorno máximo mensual (%)	Retorno mínimo mensual (%)
Iberdrola	1,14	5,53	19,15	17,63	-17,25

Tabla 2. Estadísticos básicos de Iberdrola para el periodo de 2015 a 2025. Fuente: Elaboración propia, 2025.

Sobre los retornos anuales se ajusta un modelo autorregresivo de primer orden (AR(1)). Con los parámetros estimados se generan múltiples trayectorias simuladas de rendimientos futuros, con un horizonte de diez años, lo que permite representar distintos escenarios posibles en función del comportamiento estocástico del activo.

Sobre cada una de estas trayectorias se calcula el rendimiento acumulado y se compara con un umbral de inflación predefinido, obteniendo así una estimación de la probabilidad de *shortfall*, según la siguiente expresión:

$$\text{Probabilidad de Shortfall} = \frac{\text{Número de escenarios con shortfall}}{\text{Total de escenarios simulados}}$$

Finalmente, se representan gráficamente los resultados en términos de evolución temporal, lo que permite evaluar de forma visual y cuantitativa la capacidad del activo para preservar el poder adquisitivo en el largo plazo.

### 6.1.1 Recopilación y transformación de datos

Se parte de datos históricos del precio de cierre de la acción de Iberdrola el 1 de enero de cada año, desde 2015 hasta 2025. A partir de estos precios se calcula el retorno anual normalizado, definido como el crecimiento porcentual del precio de un año respecto al anterior. La fórmula empleada es:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

donde  $P_t$  representa el precio de la acción en el año  $t$ . Este cálculo permite obtener una serie temporal de 10 observaciones correspondientes al rendimiento anual de Iberdrola durante el periodo considerado.

### 6.1.2 Estimación del modelo AR(1)

Con la serie de retornos anuales se estima un modelo autorregresivo de primer orden, AR(1), que permite capturar la posible dependencia temporal entre los rendimientos de un año y los del año anterior. El modelo tiene la siguiente forma:

$$r_t = \alpha + \phi r_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde:

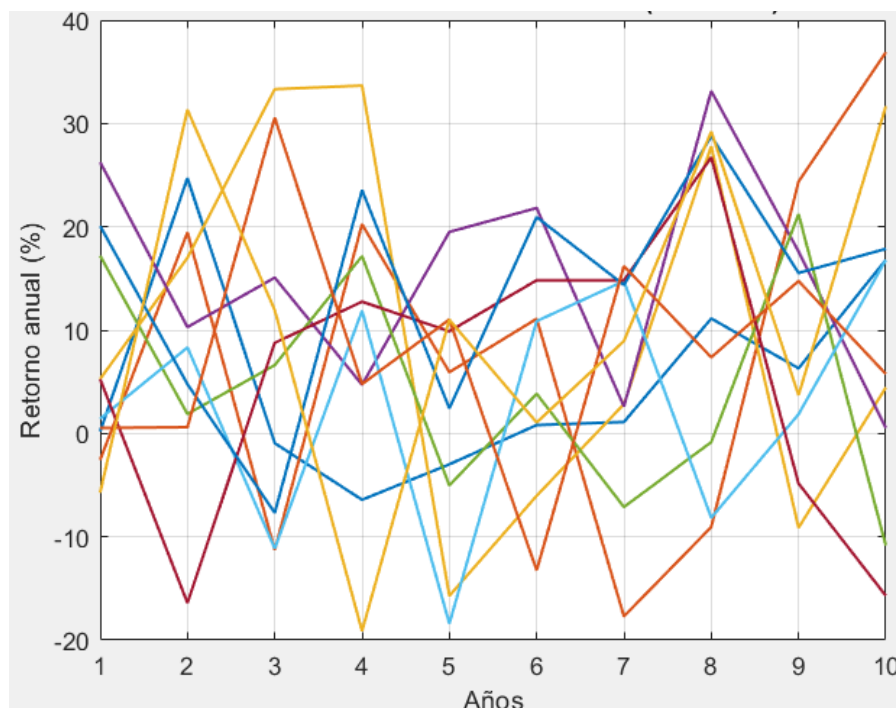
- $\alpha$  es el término constante.
- $\phi$  es el coeficiente de autorregresión.
- $\varepsilon_t$  es un término de error aleatorio, asumido como ruido blanco con media cero y varianza constante.

La estimación del modelo se lleva a cabo mediante regresión lineal ordinaria.

### 6.1.3 Simulación de trayectorias futuras

Una vez estimados los parámetros del modelo AR(1), se generan 10 trayectorias de retornos anuales simulados, cada una con un horizonte temporal de 10 años. Las simulaciones se inician desde el último retorno anual observado (correspondiente a 2025) y evolucionan de manera secuencial, utilizando la estructura del modelo estimado. En cada paso, se incorpora una perturbación aleatoria con la varianza estimada a partir de los residuos del modelo.

Estas simulaciones permiten generar diferentes posibles escenarios futuros del comportamiento del activo, reflejando tanto su dinámica interna como la incertidumbre inherente al mercado. Se puede visualizar de manera sencilla cada simulación en la Gráfica 4.



Gráfica 4. Simulaciones de retornos anuales de Iberdrola mediante un modelo AR(1). Fuente: Elaboración propia, 2025.

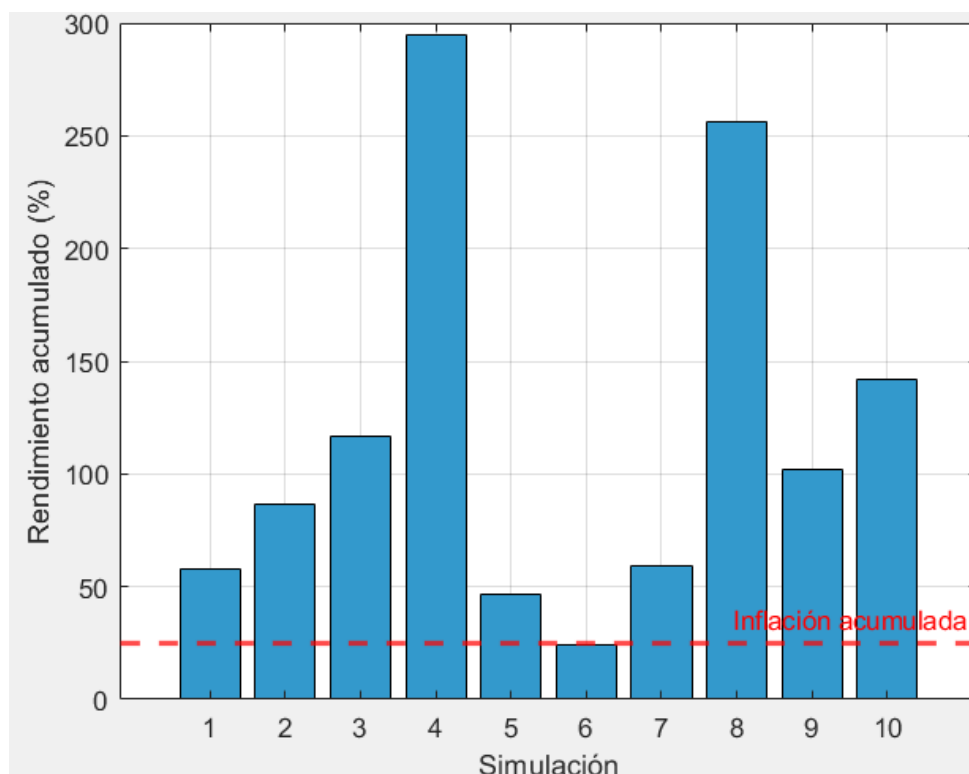
La figura permite visualizar de forma gráfica las trayectorias generadas a partir del modelo estimado. Cada línea representa una de las diez simulaciones de rendimientos anuales durante un horizonte de diez años, partiendo del último valor observado. Las diferencias entre trayectorias reflejan la influencia del componente aleatorio incorporado en cada iteración, mostrando un abanico de posibles escenarios futuros.

### 6.1.4 Cálculo del rendimiento acumulado y evaluación del shortfall

Para cada trayectoria simulada se calcula el rendimiento acumulado total en el periodo simulado de 10 años. Este rendimiento se compara con una referencia de inflación acumulada (establecida en este caso en un 25%). Si el rendimiento acumulado de una simulación es inferior a esta referencia, se considera que ha incurrido en *shortfall*.

La probabilidad de *shortfall* se calcula como la proporción de simulaciones que no superan la inflación, lo cual ofrece una medida clara y probabilística del riesgo real de pérdida de poder adquisitivo a largo plazo.

La Gráfica 5 ilustra los rendimientos acumulados obtenidos en las diez trayectorias simuladas, ordenadas individualmente. Se incorpora como referencia una línea horizontal correspondiente a la inflación acumulada en el periodo, lo que permite identificar visualmente qué simulaciones superan dicho umbral y cuáles no.



Gráfica 5. Rendimientos simulados e inflación acumulada. Fuente: Elaboración propia, 2025.

### 6.1.5 Análisis de resultados

De las diez trayectorias generadas, únicamente una se sitúa por debajo del umbral de inflación, resultando una probabilidad de *shortfall* el 10%:

$$\text{Probabilidad de Shortfall} = \frac{\text{Número de escenarios con shortfall}}{\text{Total de escenarios simulados}} = \frac{1}{10} = 0,1$$

No obstante, se aprecia una elevada dispersión entre los resultados, con simulaciones que alcanzan rendimientos acumulados notablemente altos frente a otras mucho más conservadoras.

Esta variabilidad se debe, en gran parte, a las limitaciones inherentes al modelo empleado. El AR(1) fue estimado a partir de una muestra histórica muy reducida, lo que restringe su capacidad para capturar con precisión la dinámica real del activo. La escasa cantidad de información hace que el modelo sea altamente sensible a perturbaciones aleatorias, generando resultados extremos en función del azar introducido en cada trayectoria.

Asimismo, es importante señalar que, al trabajar únicamente con un activo, no es posible implementar el problema de optimización de cartera planteado inicialmente, ya que dicho proceso requiere considerar múltiples activos para establecer combinaciones eficientes bajo determinadas restricciones y objetivos.

No obstante, este ejercicio cumple su finalidad como ejemplo ilustrativo del funcionamiento básico de la metodología de simulación bajo un enfoque estocástico. A partir de este punto, se procederá a incorporar un segundo activo en el análisis, lo que permitirá avanzar hacia una estructura multiactivo y abordar con mayor profundidad el problema de optimización real.

## 6.2 Cartera de dos activos

Con el objetivo de avanzar hacia un entorno más realista y aproximado al planteamiento final de optimización de cartera, se amplía el ejercicio anterior incorporando un segundo activo. Esto permite aplicar un enfoque de modelización conjunta mediante un modelo VAR(1), más adecuado para capturar las interacciones dinámicas entre activos financieros. Este paso constituye un puente intermedio entre el análisis uniactivo y el modelo de optimización completo que se desarrollará posteriormente.

### 6.2.1 Selección de activos y preparación de datos

Se trabaja con una cartera compuesta por dos activos representativos del IBEX 35: Iberdrola, ya utilizado en el análisis anterior, y Banco Santander, como segundo activo. Ambos pertenecen a sectores distintos (energía y financiero, respectivamente), lo que permite observar posibles patrones de correlación y comportamiento conjunto, visibles en la Figura 3.

	Iberdrola	Santander
Iberdrola	1.00000	0.32426
Santander	0.32426	1.00000

Figura 3. Matriz de correlación de Iberdrola y Santander. Fuente: Elaboración propia, 2025.

La correlación entre Iberdrola y Santander es de aproximadamente 0,32, lo cual se sitúa en un nivel moderado-bajo. Esto quiere decir que, aunque tienen cierta relación, no tienden a moverse de forma muy parecida. En principio, no habría una razón evidente para excluir a Santander solo por su relación con Iberdrola.

Por otro lado, se recogen los precios de cierre de ambos activos a fecha 1 de enero de cada año entre 2015 y 2025. A partir de estos valores, se calculan los retornos anuales normalizados de cada activo, empleando la fórmula habitual.

### 6.2.2 Estimación del modelo VAR(1)

El modelo VAR(1) permite modelizar simultáneamente las series de retornos de ambos activos, considerando su comportamiento conjunto en el tiempo. La especificación general del modelo es:

$$\mathbf{r}_t = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Phi}\mathbf{r}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

donde:

- $\mathbf{r}_t$  es el vector de retornos de ambos activos en el año  $t$ .
- $\boldsymbol{\alpha}$  es el vector de constantes.
- $\boldsymbol{\Phi}$  es la matriz de coeficientes autoregresivos (2x2).
- $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  es un vector de perturbaciones aleatorias con covarianza conjunta.

La estimación del modelo se realiza mediante regresión lineal multivariante, ajustando cada variable como función de los valores rezagados de ambas.

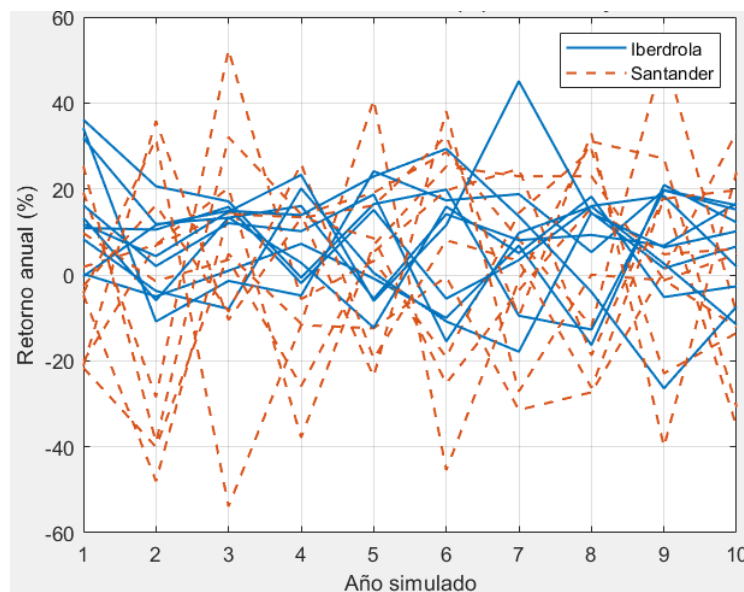
Se obtiene así un conjunto de parámetros que describe cómo evoluciona cada activo en función de su propio comportamiento pasado y del del otro activo.

### 6.2.3 Simulación de trayectorias conjuntas

Con los parámetros estimados, se generan 10 trayectorias simuladas de retornos anuales conjuntos durante un periodo de 10 años. Cada simulación representa un escenario posible del comportamiento futuro conjunto de los dos activos, integrando los efectos de dependencia temporal y los shocks aleatorios que incorpora el modelo VAR.

La simulación se realiza partiendo del último vector de retornos reales observado (correspondiente al año 2025), y aplicando de forma iterativa la estructura del modelo con perturbaciones generadas aleatoriamente según la matriz de varianzas y covarianzas estimada.

Puede observarse en la Gráfica 6 cómo varía el retorno anual de cada una de las simulaciones, tanto para Iberdrola como para Santander.



Gráfica 6. Simulaciones de retornos anuales de Iberdrola y Santander. Fuente: Elaboración propia, 2025.

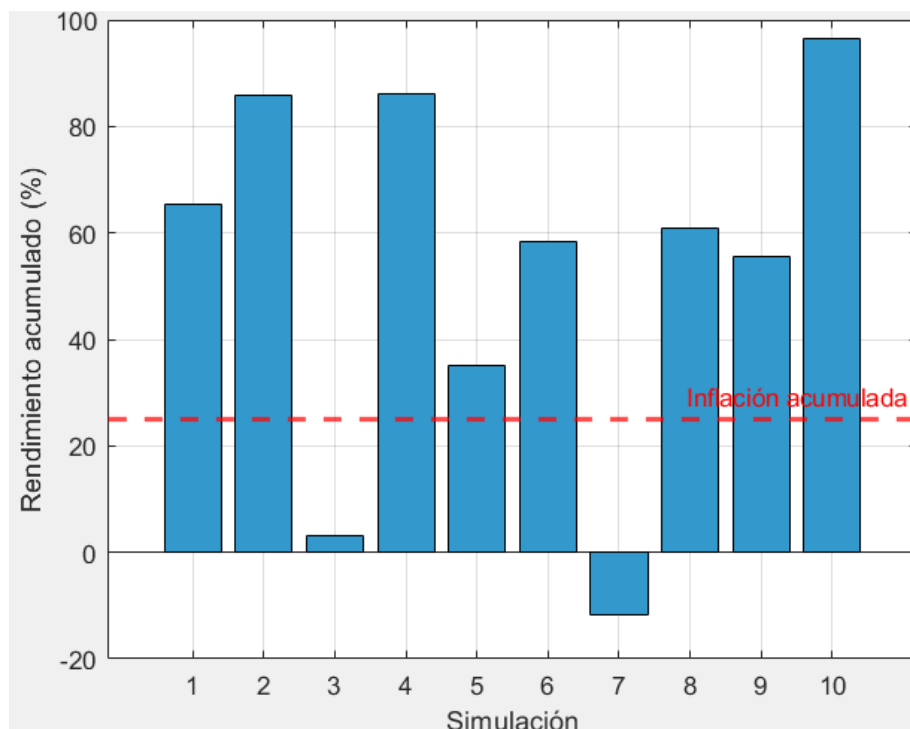
Las trayectorias simuladas de los retornos anuales, expresados en porcentaje, para ambos activos. Se aprecia que Iberdrola tiende a presentar una evolución más estable y acotada, mientras que Santander muestra una mayor volatilidad a lo largo del horizonte simulado. Esta diferencia en la dispersión de resultados anticipa el impacto que tendrá cada activo en la composición de la cartera, especialmente en relación con el riesgo de *shortfall*. La mayor variabilidad de Santander, observable en sus oscilaciones más pronunciadas, refuerza la conveniencia de asignar un peso mayor a Iberdrola en contextos conservadores.

### 6.2.4 Composición de la cartera y cálculo del rendimiento acumulado

A cada trayectoria simulada se le aplica una estructura de cartera fija con pesos iniciales iguales (50 % Iberdrola y 50 % Santander). Para cada año y simulación se calcula el retorno combinado de la cartera, y a partir de ellos se obtiene el rendimiento acumulado total en el periodo de 10 años según la fórmula:

$$R_{\text{acumulado}} = \prod_{t=1}^{10} (1 + r_t^{\text{cartera}}) - 1$$

Este resultado permite evaluar el desempeño de la cartera en cada escenario simulado. Visualmente queda recogido en la Gráfica 7.



Gráfica 7. Rendimientos acumulados de la cartera equitativa de Iberdrola y Santander. Fuente: Elaboración propia, 2025.

Se observa que, si bien la mayoría de las simulaciones superan el umbral de inflación acumulada, existen 2 casos en los que la cartera incurre en *shortfall* (probabilidad de *shortfall* del 20%), con rendimientos incluso negativos en uno de los escenarios. Esto pone de manifiesto que, bajo una asignación equitativa y sin optimizar, la exposición a activos con alta volatilidad puede comprometer

la preservación del poder adquisitivo en ciertos contextos económicos simulados.

### 6.2.5 Optimización de la cartera

Una vez obtenidas las trayectorias simuladas de retornos anuales para ambos activos (Iberdrola y Banco Santander) mediante el modelo VAR(1), se procede a aplicar el problema de optimización para minimizar la probabilidad de *shortfall* mediante un *grid search*.

#### 6.2.5.1 Implementación numérica

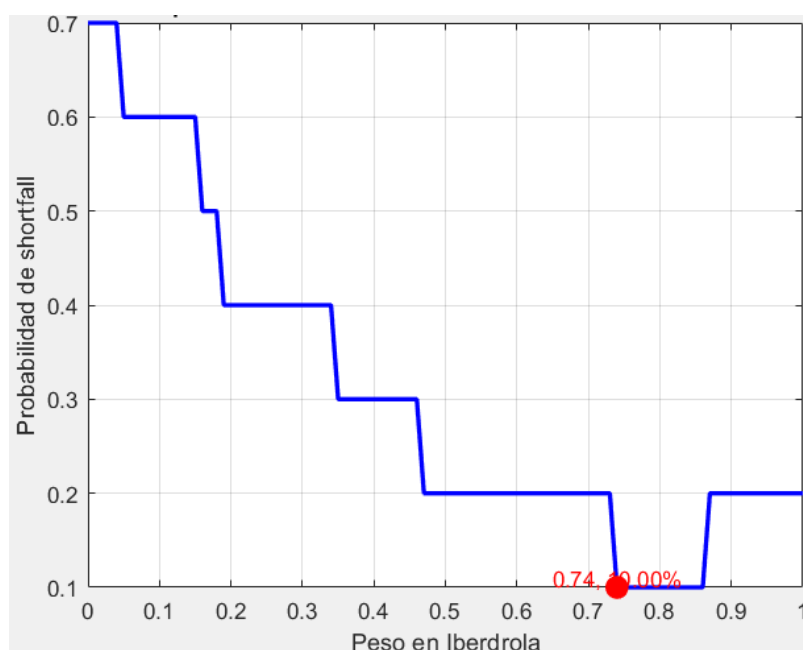
Dado que se dispone de un número limitado de simulaciones y que las restricciones del problema son sencillas, se opta por una búsqueda exhaustiva sobre un grid de pesos posibles para Iberdrola, con incrementos del 1%. Para cada combinación  $w = [w_1, 1 - w_1]^T$ , se calcula el retorno acumulado de la cartera en cada simulación, y posteriormente se estima la probabilidad de *shortfall* como el porcentaje de simulaciones en las que el rendimiento es inferior a la inflación acumulada.

Este enfoque permite evaluar de forma directa y transparente la relación entre la asignación de activos y el nivel de riesgo inflacionario.

### 6.2.6 Análisis de resultados

Los resultados se presentan en forma de una curva que relaciona el peso en Iberdrola con la probabilidad de *shortfall* obtenida. La forma de la curva refleja cómo diferentes asignaciones afectan al comportamiento agregado de la cartera frente al riesgo de no alcanzar la rentabilidad real deseada.

En dicha curva se identifica un mínimo global, que representa la combinación óptima de pesos entre los dos activos. Este punto corresponde al nivel más bajo de probabilidad de *shortfall* observado entre todas las combinaciones analizadas. Se muestra gráficamente mediante un marcador destacado, acompañado de su valor numérico, como puede observarse en la Gráfica 8.



Gráfica 8. Optimización de la cartera de Iberdrola y Santander. Fuente: Elaboración propia, 2025.

Se observa una clara tendencia decreciente: a medida que se incrementa la participación de Iberdrola, la probabilidad de no superar la inflación acumulada disminuye de forma significativa.

El punto mínimo de la curva se alcanza cuando el peso en Iberdrola es aproximadamente del 74 %, momento en el cual la probabilidad de *shortfall* es mínima. Esto indica que, en el contexto simulado, asignar una mayor proporción del capital a Iberdrola mejora la capacidad de la cartera para superar el umbral de inflación, posiblemente debido a una combinación de mayor estabilidad o mejor comportamiento esperado del activo frente a Santander.

No obstante, es importante señalar que este resultado debe interpretarse con cautela. El análisis se ha basado en un número muy reducido de datos históricos (diez observaciones anuales por activo), lo que limita la representatividad estadística del modelo. Además, se ha observado una elevada variabilidad entre los rendimientos anuales simulados, lo que refleja la sensibilidad del modelo VAR a pequeñas fluctuaciones cuando la muestra es limitada.

A pesar de estas limitaciones, el ejercicio cumple su objetivo principal: mostrar de forma sencilla el funcionamiento del modelo VAR y la lógica del problema de optimización probabilística, así como la interpretación de la función objetivo basada en la minimización de la probabilidad de *shortfall*.

Si hacemos un análisis desde el punto de vista de las correlaciones entre activos, La asignación del 74 % a Iberdrola y 26 % a Santander se justifica por su correlación moderada-baja (0,32), lo que indica que no se mueven del todo juntos, pero tampoco son completamente independientes. Esto permite que convivan en la cartera sin duplicar riesgos. Iberdrola actúa como el núcleo estable, mientras que Santander complementa con cierta diversificación, aunque baja.

Estos resultados constituyen una primera aproximación al problema de asignación óptima bajo criterios probabilísticos, y sienta las bases para extender la metodología a carteras con un mayor número de activos, múltiples restricciones y escenarios económicos más realistas, tal como se abordará en el ejercicio siguiente.

## **6.3 Cartera de tres activos**

El objetivo de este punto es construir un modelo más cercano a la realidad del mercado financiero, que permita evaluar el riesgo de *shortfall* desde un enfoque probabilístico aplicado a una cartera multiactivo. Para ello, se incorporan datos reales de precios diarios, retornos mensuales, un horizonte temporal de 10 años, tres activos del IBEX 35 representativos de diferentes sectores, y se integra la inflación como referencia de rentabilidad mínima deseada.

### **6.3.1 Selección de activos y recopilación de datos**

Se seleccionan tres acciones cotizadas del IBEX 35 que aportan diversidad sectorial a la cartera:

- Iberdrola (IBE), sector energético.
- Banco Santander (SAN), sector financiero.
- Inditex (ITX), sector consumo/distribución.

A partir de fuentes financieras fiables ([12] Investing.com, 2025), se descargaron los precios mensuales históricos de cada activo entre enero de 2015 y enero de 2025. Los estadísticos básicos de estos tres activos quedan recogidos en la Tabla 3.

	Media mensual (%)	Desviación típica mensual (%)	Volatilidad anualizada (%)	Retorno máximo mensual (%)	Retorno mínimo mensual (%)
<b>Inditex</b>	0,79	7,51	26,02	31,43	-17,5
<b>Santander</b>	0,34	9,62	33,33	47,45	-33,33
<b>Iberdrola</b>	1,14	5,53	19,15	17,63	-17,25

Tabla 3. Estadísticos básicos considerados de Inditex, Santander e Iberdrola para el periodo 2015-2025. Fuente: Elaboración propia, 2025.

Adicionalmente, la correlación entre estos activos queda recogida en la Figura 4.

	Inditex	Santander	Iberdrola
Inditex	<b>1.00000</b>	<b>0.49972</b>	<b>0.34314</b>
Santander	<b>0.49972</b>	<b>1.00000</b>	<b>0.32426</b>
Iberdrola	<b>0.34314</b>	<b>0.32426</b>	<b>1.00000</b>

Figura 4. Matriz de correlación entre Inditex, Santander e Iberdrola. Fuente: Elaboración propia, 2025.

Lo primero que destaca es la correlación moderada entre Inditex y Santander (0,50). Este valor sugiere que, aunque pertenecen a sectores distintos (consumo y financiero, respectivamente), sus rendimientos han tendido a moverse en la misma dirección en el periodo analizado. Esta relación puede explicarse por una sensibilidad compartida a factores macroeconómicos amplios, como el crecimiento del consumo, los tipos de interés o el entorno económico global.

En cuanto a Iberdrola, sus correlaciones con los otros dos activos son algo más bajas: 0,34 con Inditex y 0,32 con Santander. Estos valores se sitúan en un rango bajo-moderado, lo que indica que Iberdrola tiene una dinámica algo más independiente, probablemente ligada a su perfil como empresa del sector energético, más defensiva y menos cíclica que las otras dos.

### 6.3.2 Transformación a retornos mensuales

Dado que los precios diarios contienen ruido y pueden ser excesivamente volátiles para un análisis estructural, se opta por una frecuencia mensual, más adecuada para evaluar decisiones de inversión a largo plazo.

Para cada activo, se seleccionó el último precio disponible de cada mes, y se calcularon los retornos mensuales normales mediante la fórmula habitual.

El resultado es una matriz de tres series temporales con más de 100 observaciones mensuales cada una, lo que proporciona una base estadística sólida para la modelización posterior.

### 6.3.3 Estimación del modelo VAR(1)

Con los retornos mensuales como punto de partida, se estima un modelo VAR(1) para capturar la dinámica conjunta de los activos. Este tipo de modelo permite tener en cuenta tanto la autodependencia temporal de cada activo como las interacciones cruzadas entre ellos.

La estimación se realiza mediante regresión multivariante, obteniéndose la matriz de coeficientes y la matriz de varianzas-covarianzas de los residuos.

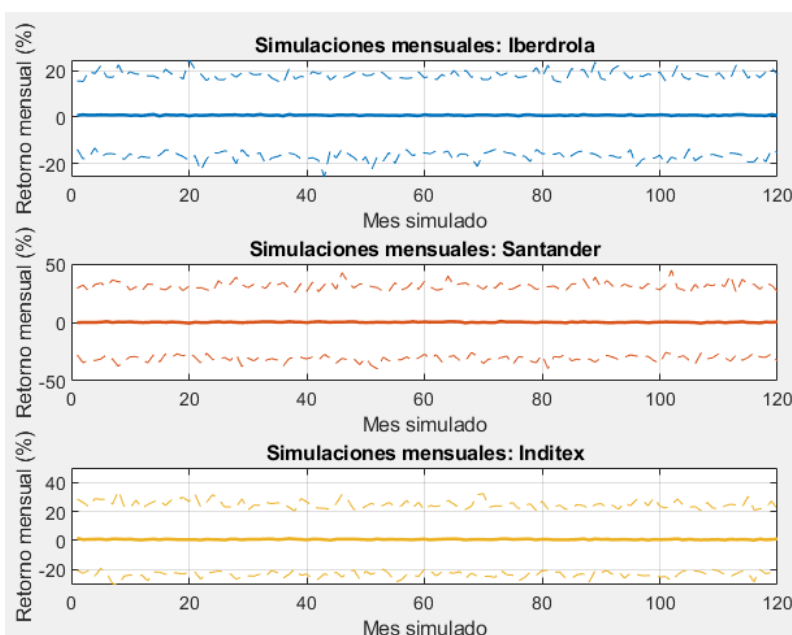
La formulación matemática del modelo VAR(1) ya ha sido presentada en el capítulo anterior, por lo que en esta sección se omite su reiteración y se procede directamente a la estimación de sus parámetros a partir de los datos disponibles.

### 6.3.4 Simulación de trayectorias estocásticas

A partir del modelo VAR(1) estimado, se procede a generar 1.000 trayectorias simuladas de retornos mensuales para los tres activos, a lo largo de un horizonte de 10 años (120 meses).

En cada simulación, los retornos se generan de forma iterativa utilizando la estructura del modelo estimado, incorporando perturbaciones aleatorias generadas según la matriz de covarianza de los residuos. Esto permite reflejar la incertidumbre inherente al comportamiento futuro de los activos, dentro de un marco estadísticamente fundamentado.

Dado que el número de simulaciones es elevado, se presentan de forma agregada las trayectorias medias, mínimas y máximas por activo en la Gráfica 9.



Gráfica 9. Simulaciones de retornos mensuales de Iberdrola, Santander e Inditex. Fuente: Elaboración propia.

### 6.3.5 Construcción de la cartera y cálculo del rendimiento acumulado

Se considera una primera asignación de referencia: una cartera con pesos iguales (1/3) en cada activo. A partir de los retornos mensuales generados en cada simulación, se calcula el retorno mensual de la cartera y posteriormente su rendimiento acumulado al final del horizonte de 10 años, mediante la fórmula:

$$R_{\text{acumulado}} = \prod_{t=1}^{120} (1 + r_t^{\text{cartera}}) - 1$$

Este procedimiento se repite para las 1000 simulaciones, obteniéndose una distribución completa de posibles resultados para la cartera bajo esta asignación.

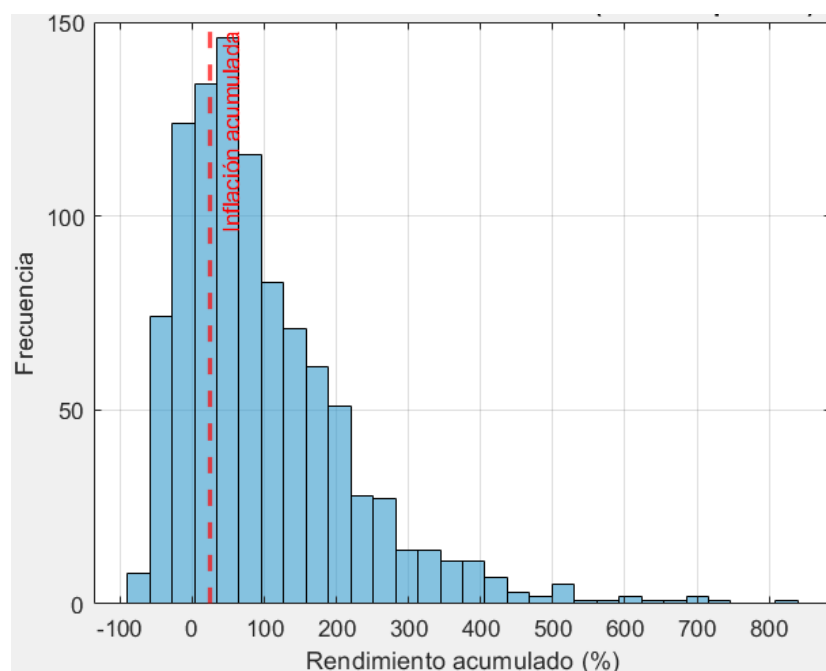
### 6.3.6 Evaluación del *shortfall* frente a la inflación

Una vez calculado el rendimiento acumulado para cada trayectoria, se compara nuevamente con un umbral de inflación acumulada del 25 %, que representa el objetivo mínimo de rentabilidad real.

Se identifican aquellas simulaciones en las que el rendimiento acumulado no alcanza este umbral, considerando que incurren en *shortfall*. A partir de ello, se estima la probabilidad empírica de *shortfall* como la proporción de escenarios desfavorables respecto al total de simulaciones realizadas, como se ha realizado en los ejemplos anteriores.

### 6.3.7 Visualización e interpretación de resultados

Se presenta a continuación el histograma de los rendimientos acumulados, que permite observar la frecuencia con la que se obtienen distintos niveles de rentabilidad en un plazo de 10 años.



Gráfica 10. Distribución del rendimiento acumulado de la cartera equitativa: Santander, Iberdrola e Inditex. Fuente: Elaboración propia, 2025.

La distribución presenta una asimetría positiva, con una larga cola derecha, lo que significa que, aunque existen algunos escenarios altamente rentables, la mayoría de los resultados se concentran en un rango moderado, e incluso negativo en algunos casos. Esta distribución justifica la hipótesis de no asumir normalidad.

La cartera equitativa presenta una probabilidad de *shortfall* del 29,90 %, lo que indica que en casi un tercio de las simulaciones el rendimiento acumulado no logra superar la inflación. Este resultado pone de manifiesto que, pese a la diversificación, la asignación uniforme no garantiza una cobertura adecuada frente a la pérdida de poder adquisitivo, y refuerza la necesidad de optimizar la distribución de activos.

### **6.3.8 Problema de optimización**

En este apartado se retoma el problema de optimización definido previamente, cuyo objetivo es minimizar la probabilidad de *shortfall*. Se mantienen las restricciones ya establecidas: los pesos deben ser no negativos y su suma igual a uno. No se introduce ninguna modificación adicional respecto al planteamiento teórico ya expuesto.

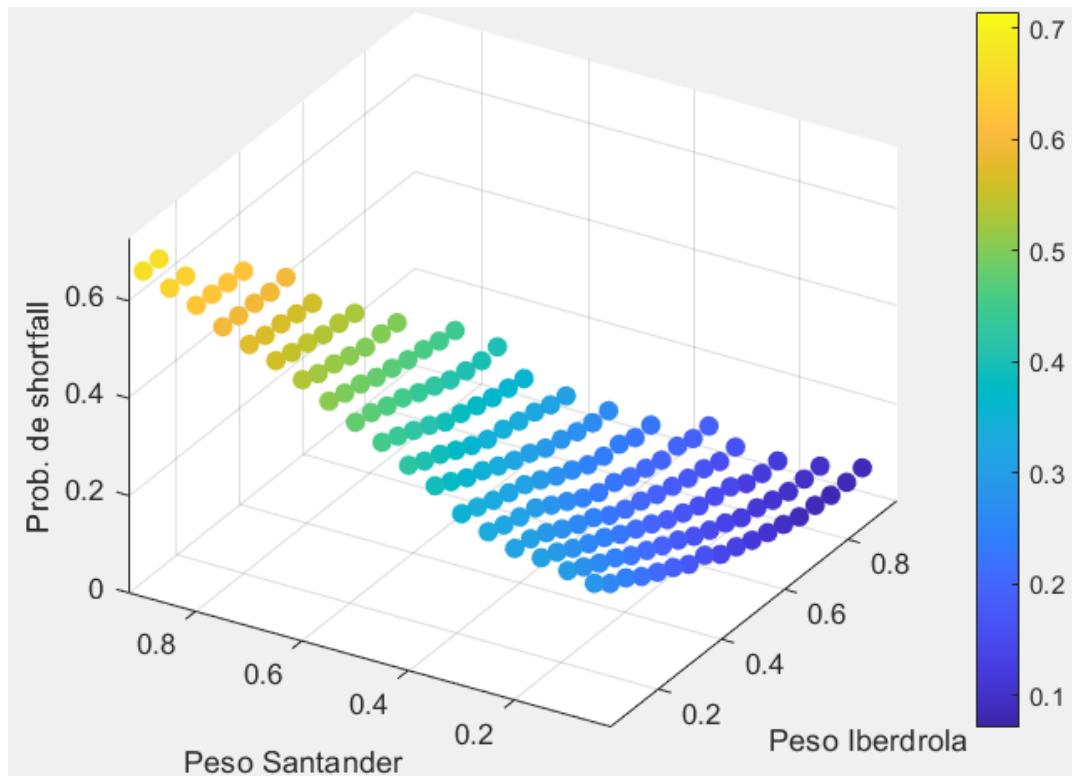
#### **6.3.8.1 Estrategia de resolución**

Dado que se dispone de simulaciones completas y que el conjunto de soluciones factibles está acotado y de baja dimensión (tres activos), se opta por una búsqueda exhaustiva en una malla discreta de pesos factibles. Se evalúan combinaciones posibles de  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  que sumen 1 y respeten la restricción de no negatividad.

Para cada combinación de pesos, se calcula el rendimiento acumulado de la cartera en las 1000 simulaciones y se estima la probabilidad empírica de *shortfall*.

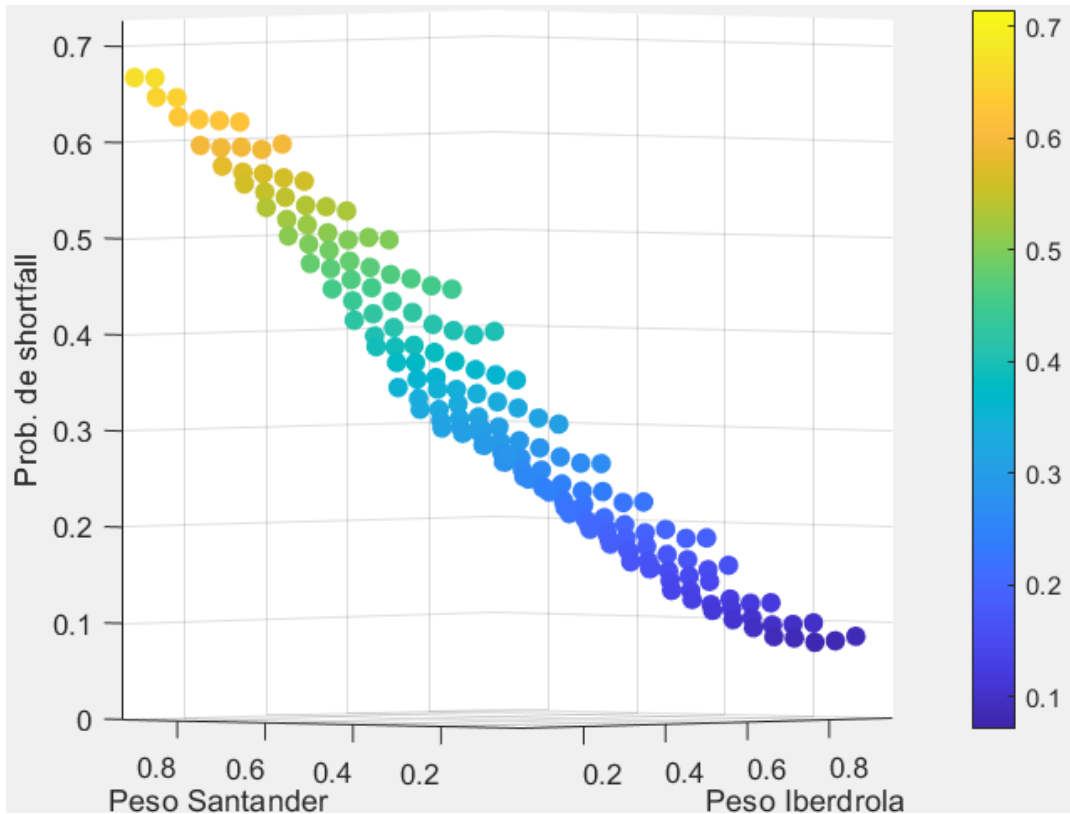
#### **6.3.8.2 Análisis de resultados**

Para entender mejor cómo varía el riesgo de *shortfall* en función de la composición de la cartera, se ha generado una malla de puntos que representa las diferentes combinaciones de pesos entre dos activos: Santander e Iberdrola. Se analiza cómo cambia la probabilidad de que la rentabilidad acumulada en diez años no supere una inflación del 25 %, en función de cómo se distribuyen los pesos entre ambos valores. Visualmente se puede ver en las gráficas 11, 12 y 13.



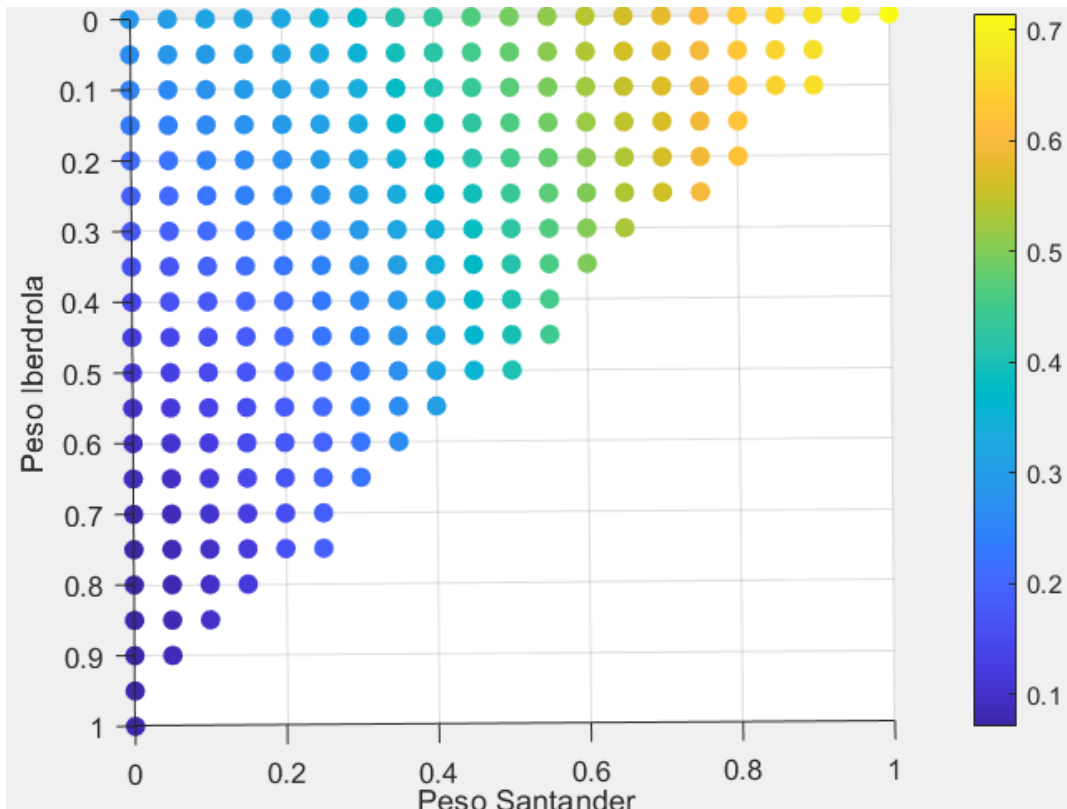
Gráfica 11. Superficie tridimensional de la probabilidad de *shortfall* de la cartera: Inditex, Santander e Iberdrola. Fuente: Elaboración propia, 2025.

El eje horizontal representa el peso asignado a Santander, el eje lateral el peso de Iberdrola, y el eje vertical muestra la probabilidad de *shortfall* asociada a cada combinación. A cada punto de la malla le corresponde un color según su nivel de riesgo, desde tonos azules para las probabilidades más bajas, hasta verdes y amarillos para las más altas. Esta vista permite apreciar claramente cómo se forma una especie de “valle” en la superficie, indicando que hay una zona donde la probabilidad de *shortfall* es sensiblemente menor.



Gráfica 12. Superficie tridimensional de la probabilidad de shortfall de la cartera: Inditex, Santander e Iberdrola. Vista frontal. Fuente: Elaboración propia, 2025.

Desde un ángulo más frontal se puede observar mejor la inclinación de la pendiente. Aquí se ve con claridad que a medida que se reduce el peso de Santander y se incrementa el de Iberdrola, el riesgo de *shortfall* disminuye de forma significativa. El punto más bajo de la superficie, donde el color tiende al azul oscuro, indica la combinación de pesos con menor riesgo de no superar la inflación acumulada.



Gráfica 13. Superficie tridimensional de la probabilidad de *shortfall* de la cartera: Inditex, Santander e Iberdrola. Vista en planta. Fuente: Elaboración propia, 2025.

Los resultados reflejan que el modelo tiende a favorecer configuraciones con mayor peso en Iberdrola, penalizando aquellas en las que Santander tiene más presencia. En concreto, el análisis ha identificado que la combinación óptima de activos (aquella que minimiza la probabilidad de *shortfall*) está compuesta por:

- Iberdrola: 75 %
- Santander: 0 %
- Inditex: 25 %

Esta asignación revela varios aspectos relevantes. En primer lugar, el modelo ha excluido completamente a Santander, lo que indica que, bajo las simulaciones realizadas, su comportamiento no resultó favorable en términos de estabilidad ni en su capacidad para superar la inflación. Por el contrario, Iberdrola recibe el mayor peso, lo que sugiere que presenta un perfil de rentabilidad más consistente o menos volátil, más alineado con el objetivo de preservar el poder adquisitivo. Inditex, con un peso moderado, complementa la cartera y aporta diversificación, aunque en menor medida.

La probabilidad mínima de *shortfall* obtenida con esta asignación es del 7,10 %, una mejora significativa respecto al 29,90 % registrado con la cartera equitativa (repartida al 33,3 % entre los tres activos). Este resultado respalda la validez del enfoque probabilístico adoptado en el trabajo, al mostrar que una correcta combinación de activos, basada en simulaciones estocásticas, puede mejorar sustancialmente la capacidad de una cartera para cubrir la inflación.

Al comparar estos resultados con el ejercicio anterior, donde la cartera estaba compuesta por un 74 % en Iberdrola y un 26 % en Santander, se observa un patrón consistente: Iberdrola vuelve a situarse como el activo predominante,

alcanzando ahora un 75%, mientras que el porcentaje restante ha sido asignado a Inditex en lugar de Santander. Esta coincidencia en el peso de Iberdrola sugiere que, a partir de ese umbral del 75 %, una mayor concentración en dicho activo comienza a ser contraproducente en términos de cobertura frente a la inflación. Aunque Iberdrola mantiene un perfil sólido, el modelo detecta que incrementar aún más su peso no aporta beneficios adicionales y, por el contrario, puede comprometer la diversificación y aumentar el riesgo de concentración.

No obstante, si bien una probabilidad de *shortfall* del 7 % representa un avance considerable, no puede considerarse despreciable desde la perspectiva de un inversor conservador. Además, la fuerte concentración en un único activo puede resultar contradictoria con el principio de diversificación que normalmente se asocia a este tipo de perfil inversor. Esta concentración, aunque óptima desde un punto de vista estadístico en este caso simplificado, puede limitar la robustez de la cartera ante escenarios adversos específicos.

Desde el punto de vista de las correlaciones, lo primero que llama la atención es que Santander, a pesar de no estar fuertemente correlacionado con Iberdrola (solo 0,32), se ha quedado fuera de la cartera. Esto podría explicarse por su relación más estrecha con Inditex, con quien tiene una correlación de 0,50. Como el modelo ya ha incluido a Inditex con un 25 %, añadir Santander habría supuesto meter un activo con un comportamiento bastante parecido, lo que al final resta valor en términos de diversificación. En cierto modo, parte del comportamiento de Santander ya estaría recogido a través de Inditex.

Inditex, por su parte, mantiene una correlación de 0,34 con Iberdrola. Aunque no es bajísima, sí es lo bastante contenida como para que el modelo haya considerado que ambos pueden convivir en la cartera sin que eso suponga una concentración excesiva. Esto permite que Inditex aporte algo distinto, sin pisar demasiado el terreno de Iberdrola, que además concentra el grueso de la inversión con un 75 %.

En definitiva, las correlaciones ayudan a entender bien esta decisión: Iberdrola actúa como el núcleo de la cartera, Inditex añade cierta variedad sin romper el equilibrio, y Santander queda fuera no porque esté muy correlacionado con Iberdrola, sino porque se parece demasiado a Inditex, que ya está dentro. Parece que el modelo ha intentado no repetir perfiles parecidos para evitar meter "más de lo mismo", aunque eso implique dejar fuera a un valor como Santander.

Por estas razones, y con el objetivo de aproximarnos a un caso más realista, el siguiente capítulo abordará un análisis a un conjunto mayor de activos, incorporando las principales compañías del IBEX 35 en proporción a su peso en el índice, para evaluar el comportamiento de una cartera optimizada en un entorno más representativo del mercado español.

## 7 Aplicación del modelo a un caso real

### 7.1 Introducción

Una vez validada la metodología de simulación y optimización sobre carteras simples, este capítulo se centra en analizar la composición actual del IBEX 35 desde una perspectiva de protección frente a la inflación. En concreto, se compara el rendimiento de una cartera que replica los pesos reales del índice con una cartera alternativa optimizada para minimizar la probabilidad de *shortfall*.

El propósito es examinar si la estructura del índice, tal como está definida en términos de ponderaciones, resulta adecuada para preservar el poder adquisitivo del inversor en el largo plazo. Para ello, se utiliza el modelo VAR(1) previamente desarrollado, simulando escenarios económicos futuros y evaluando el comportamiento de ambas carteras ante un umbral de inflación real.

### 7.2 Objetivos del análisis

- Evaluar el comportamiento de una cartera que replica la ponderación real del IBEX 35 en sus 10 principales valores.
- Calcular la probabilidad de *shortfall* de dicha cartera frente a un umbral de inflación acumulada del 26,7 %, definido por el inversor conservador.
- Comparar esa distribución de pesos con una cartera optimizada, diseñada para minimizar dicha probabilidad.
- Analizar si la estructura actual del IBEX 35 cumple con criterios de protección frente a la inflación o si es necesario replantear la asignación de activos para cumplir ese objetivo.

### 7.3 Selección de activos y obtención de datos

Se seleccionaron las diez empresas con mayor peso en el IBEX 35, basándose en la distribución más reciente publicada por Bolsas y Mercados Españoles, disponible en [10] BME, 2025. Estas compañías concentran el 77,98% de la capitalización bursátil española, como queda reflejado en la Tabla 4.

NOMBRE VALOR	CÓDIGO	POND %
SANTANDER	SAN	14,29
IBERDROLA	IBE	13,59
INDITEX	ITX	12,80
BBVA	BBVA	11,03
CAIXABANK	CABK	6,17
AMADEUS IT	AMS	4,89
FERROVIAL SE	FER	4,41
AENA	AENA	3,82
TELEFONICA	TEF	3,60
CELLNEX	CLNX	3,38

Tabla 4. Ponderación al IBEX 35 de los 10 activos con mayor peso en este. Fuente: BME, 2025.

De cada empresa se obtuvieron los precios mensuales de las acciones desde enero de 2015 hasta enero de 2025, lo que permitió construir una serie de retornos mensuales a lo largo de una década. Además, se calcularon los estadísticos básicos de estos activos, como queda reflejado en la Tabla 5.

	Media mensual (%)	Desviación típica mensual (%)	Volatilidad anualizada (%)	Retorno máximo mensual (%)	Retorno mínimo mensual (%)
Inditex	0,79	7,51	26,02	31,43	-17,5
Santander	0,34	9,62	33,33	47,45	-33,33
Iberdrola	1,14	5,53	19,15	17,63	-17,25
Cellnex Telecom	1,2	7,8	27,04	26,41	-21,26
Telefónica	-0,57	7,41	25,67	30,33	-22,13
Aena	0,95	7	24,26	18,17	-31,37
Ferrovial	1,01	6,22	21,54	26,56	-15,49
Amadeus	0,91	7,89	27,32	40,18	-31,97
CaixaBank	0,72	8,96	31,03	37,45	-26,76
BBVA	0,77	10,49	36,33	59,59	-32,73

Tabla 5. Estadísticos básicos de los diez activos con mayor peso en el IBEX 35. Fuente: Elaboración propia, 2025.

La correlación entre estos diez activos queda recogida en la Figura 5.

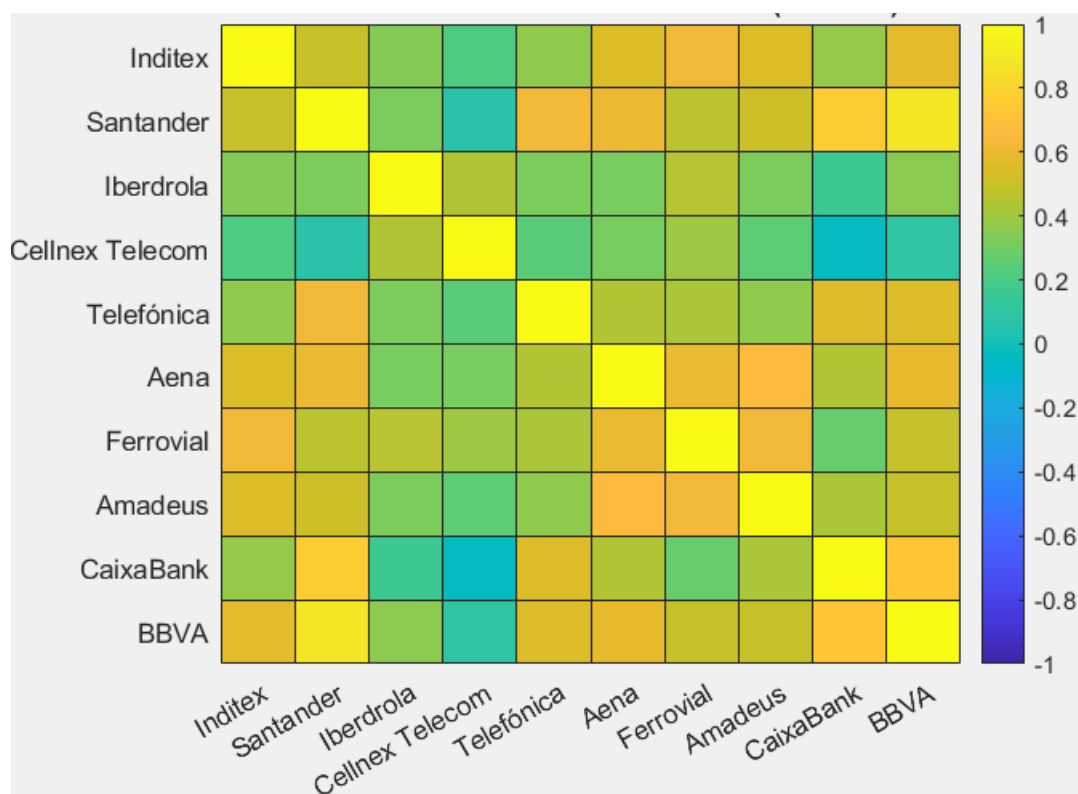


Figura 5. Matriz de correlación de los diez activos con mayor peso en el IBEX 35. Fuente: Elaboración propia, 2025.

El *heatmap* permite visualizar de forma rápida las correlaciones entre los principales activos del IBEX 35. Los colores indican el grado de relación entre los precios: los valores cercanos a 1 (tonos amarillos) reflejan una fuerte correlación positiva, mientras que los cercanos a -1 (tonos azules o púrpuras) muestran una relación negativa.

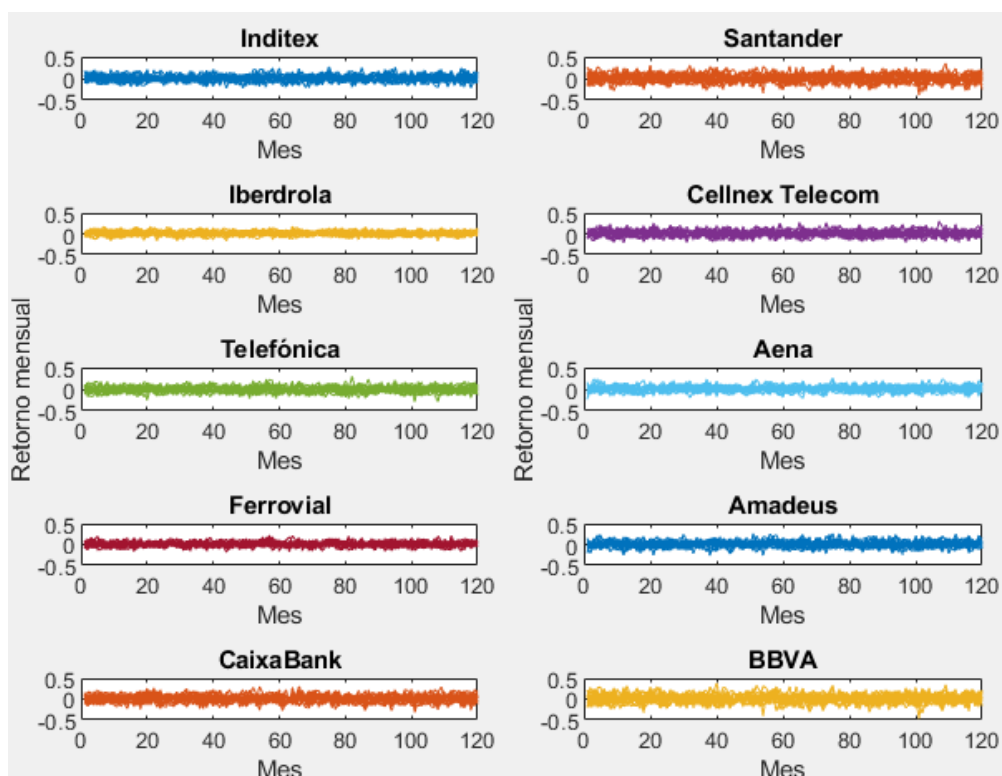
Se observa, por ejemplo, una alta correlación entre BBVA y Santander, algo esperable al pertenecer ambos al sector bancario. En cambio, activos como CaixaBank y Cellnex presentan correlaciones negativas, lo que puede indicar dinámicas opuestas en sus cotizaciones. También destacan relaciones intermedias, como entre Iberdrola y Ferrovial, que podrían responder a factores comunes del entorno económico.

Este tipo de representación es útil para identificar grupos de activos que se comportan de forma similar o distinta, lo cual será muy útil de cara al análisis de resultados que se verá en el capítulo 8.

## 7.4 Estimación del modelo VAR y simulación

A partir de los retornos mensuales obtenidos, se estimó un modelo VAR(1), capaz de modelizar las relaciones dinámicas entre los activos y reproducir escenarios conjuntos de comportamiento en el tiempo.

Posteriormente, se realizaron 1.000 simulaciones de trayectorias de 120 meses (equivalentes a 10 años) para cada activo, que quedan reflejadas en la Gráfica 14. Este enfoque permite aproximarse a la distribución esperada de rendimientos acumulados de una cartera construida sobre estos activos bajo condiciones económicas variables.

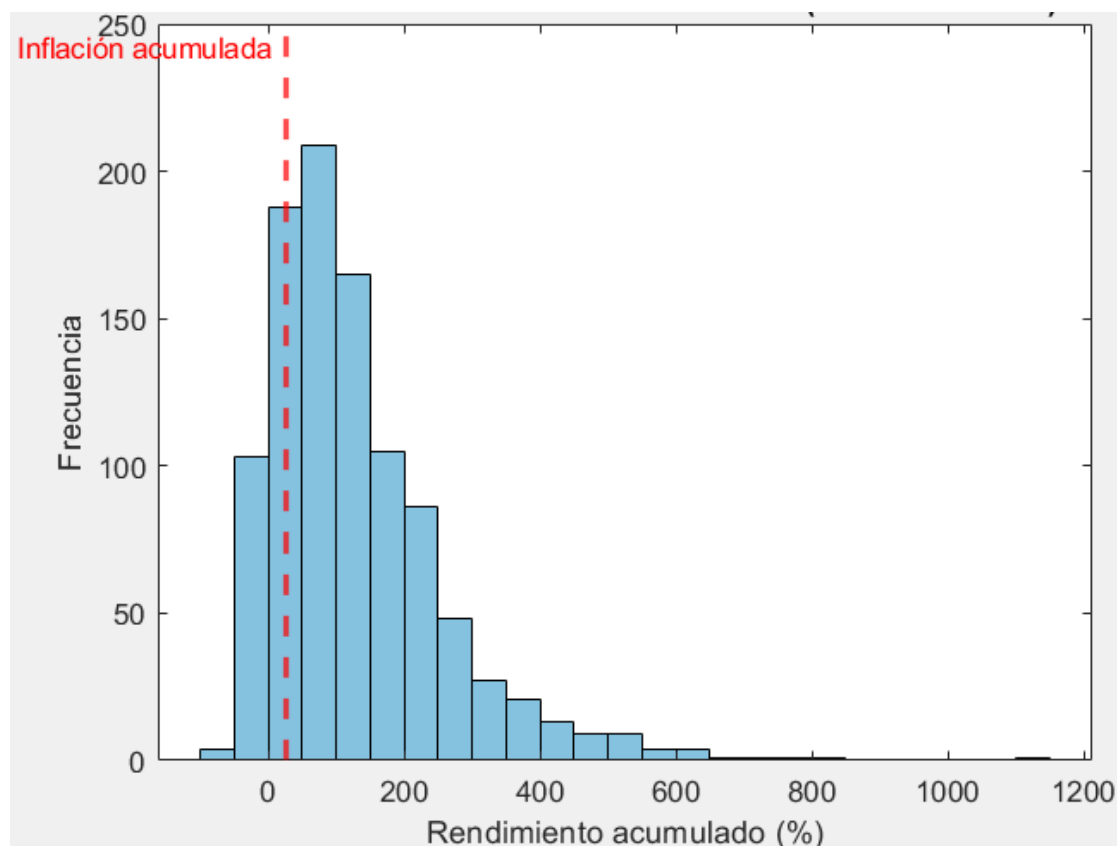


Gráfica 14. Retornos mensuales simulados de los diez activos con mayor peso en el IBEX 35.  
Fuente: Elaboración propia, 2025.

## 7.5 Evaluación de la cartera indexada al IBEX 35

Se construyó una cartera en la que los pesos de los activos coinciden con su ponderación real en el índice, normalizados para que la suma total sea del 100%. Esta cartera fue evaluada a lo largo de todas las simulaciones, calculando su rendimiento acumulado en cada escenario.

A continuación, se determinó la probabilidad de *shortfall* para una inflación acumulada durante el periodo de 26,7%. El resultado obtenido fue una probabilidad de *shortfall* del 21,30%, lo que indica que en más de una de cada cinco simulaciones la cartera no consiguió preservar el poder adquisitivo, como puede observarse en la Gráfica 15.



Gráfica 15. Distribución del rendimiento acumulado de la cartera indexada al IBEX 35 (top 10).  
Fuente: Elaboración propia, 2025.

## 7.6 Optimización de la cartera

Con el fin de mejorar este resultado, se aplicó un proceso de optimización exhaustiva, buscando la combinación de pesos que minimiza la probabilidad de *shortfall* bajo las mismas simulaciones, siguiendo el modelo estudiado en este trabajo. Para ello, se acotó el espacio de búsqueda y se generaron únicamente 25.000 combinaciones de pesos en pasos del 2%, para poder ejecutar la optimización sin comprometer la capacidad computacional del equipo empleado.

Este proceso permitió identificar una cartera alternativa, aunque no óptima, pues el resultado era un mínimo local. Esto se debe precisamente a las restricciones impuestas, que serán analizadas en el siguiente apartado, así como los resultados obtenidos.

### 7.6.1 Limitaciones técnicas en la optimización

En este trabajo, para hacer el problema computacionalmente tratable y compatible con los recursos disponibles, se optó por discretizar los pesos en incrementos del 2% (pasos de 0.02) y limitar el total de combinaciones analizadas a un máximo de 25.000 configuraciones viables.

Este enfoque de muestreo controlado permite mantener una cobertura razonable del espacio de soluciones sin comprometer la viabilidad computacional del análisis. Sin embargo, implica renunciar a una evaluación completamente exhaustiva del espacio de búsqueda, lo que puede derivar en resultados subóptimos.

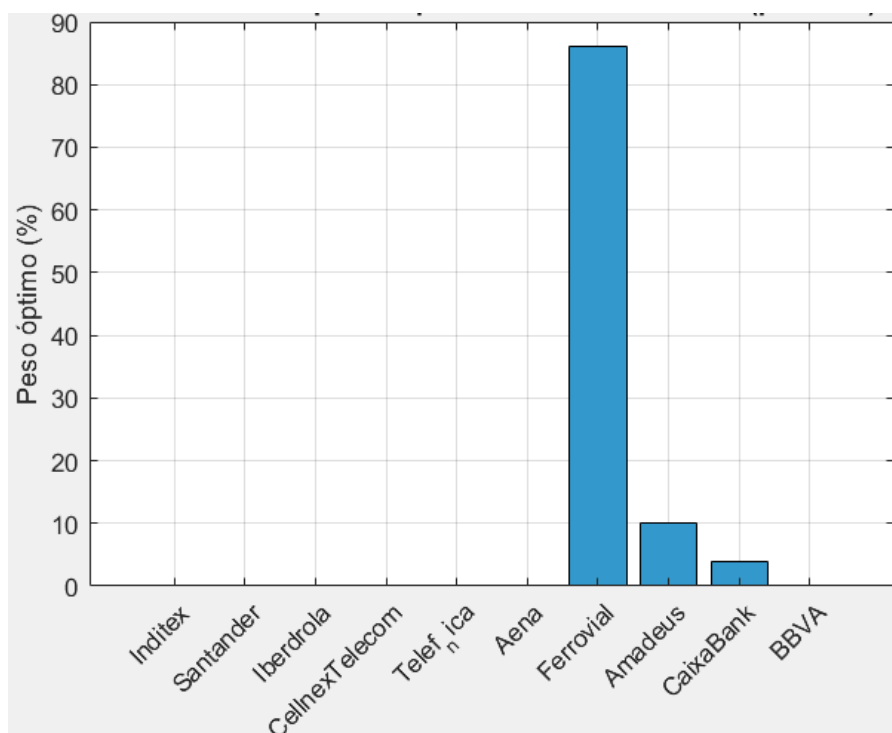
Para ilustrar la magnitud del problema, si se hubiesen considerado todos los posibles repartos de peso entre 10 activos con incrementos del 1% (paso de 0.01), bajo la restricción de que los pesos deben sumar exactamente 1, el número total de combinaciones únicas posibles es de más de 4.270 millones de carteras, algo inviable en entornos convencionales.

En contraste, en este estudio se han evaluado únicamente 25.000 combinaciones, lo que representa aproximadamente el 0,0006% del espacio total de soluciones posibles si se hubiera adoptado un paso del 1% sin restricciones de muestreo.

Aunque es altamente probable que existan combinaciones más eficientes dentro del espacio completo, el enfoque adoptado permite extraer conclusiones relevantes dentro de un margen razonable de coste computacional.

### 7.6.2 Resultados de la optimización de la cartera

La cartera obtenida bajo este enfoque asigna el peso de manera altamente concentrada en tan solo tres activos: Ferrovial (86%), Amadeus (10%) y CaixaBank (4%), dejando fuera al resto de componentes.



Gráfica 16. Distribución de pesos optimizados mediante grid-search de la cartera indexada al IBEX 35 (top 10). Fuente: Elaboración propia, 2025.

Esta configuración alcanza una probabilidad mínima de *shortfall* del 11,20% lo que representa una mejora sustancial respecto a la cartera indexada al IBEX 35, cuya probabilidad de *shortfall* se situaba en el 21,30% para el mismo periodo y condiciones simuladas.

Sin embargo, al comparar este resultado con el ejercicio anterior de optimización restringida a tres activos (donde se alcanzaron niveles aún más bajos de *shortfall*: 7,10%), se observa una paradoja: el aumento del universo de inversión no ha producido una mejora en la protección frente a la inflación. Este comportamiento no se debe necesariamente a la inexistencia de una combinación más eficiente, sino a las limitaciones técnicas que impiden evaluar de forma exhaustiva todas las posibles configuraciones, como se comentaba en el punto anterior de limitaciones en la optimización. Por tanto, los resultados aquí presentados deben entenderse como derivados de una muestra representativa, pero no exhaustiva, del espacio total de combinaciones posibles.

Un patrón consistente que se ha repetido en los distintos escenarios analizados es la tendencia del modelo a concentrar la inversión en unos pocos activos, lo cual parece contradecir la visión tradicional que asocia la diversificación con una mejor defensa frente a la pérdida de poder adquisitivo. Esto es algo conocido en este tipo de optimizaciones, como ocurre en el artículo de "Inflation Hedging Portfolios: Economic Regimes Matter" de Marie Brière y Ombretta Signori, publicado en 2010, consultable en [4] Brière, M., & Signori, O, 2010.

Así, una conclusión interesante del presente análisis es que, bajo el modelo y el enfoque utilizado, la diversificación no necesariamente ofrece la mayor protección contra la inflación. No obstante, esta afirmación debe matizarse, ya que está condicionada por varios factores: el periodo de estudio, el conjunto de activos disponibles y la propia estructura del modelo. Estas consideraciones serán abordadas en mayor profundidad en el próximo capítulo.

Dado que la probabilidad de *shortfall* no pudo reducirse de forma satisfactoria mediante el método de *grid search*, se decidió explorar otros enfoques de optimización más adecuados para este tipo de problema, los cuales se detallan en los apartados siguientes.

## **7.7 Optimización de cartera por *Simulated Annealing***

Este método, inspirado en procesos físicos de enfriamiento lento de materiales, resulta especialmente útil cuando se trabaja con funciones objetivo no derivables o con múltiples óptimos locales, como es el caso de la probabilidad de *shortfall*, que se comporta de forma discontinua y escalonada.

*Simulated Annealing* es una técnica de búsqueda estocástica que permite aceptar soluciones peores temporalmente, con el objetivo de escapar de mínimos locales y explorar con mayor profundidad el espacio de soluciones. A medida que avanza el proceso, la "temperatura" del sistema disminuye, lo que reduce progresivamente la probabilidad de aceptar soluciones subóptimas, guiando la búsqueda hacia una solución final estable. Este comportamiento se controla mediante una serie de parámetros: la temperatura inicial, la tasa de enfriamiento (factor alpha), el número de iteraciones por ciclo, y la temperatura mínima que determina el fin del algoritmo.

Se puede consultar más información sobre este método de optimización en [11] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P, 1983.

### **7.7.1 Parámetros empleados**

Para este trabajo, se utilizó *Simulated Annealing* con un conjunto de 200 iteraciones por ciclo y una tasa de enfriamiento del 90 %, partiendo de una distribución equitativa de pesos. A lo largo del proceso, se evaluaron múltiples combinaciones posibles de pesos para los diez activos seleccionados, buscando

aquella que minimizara la probabilidad de que la rentabilidad acumulada de la cartera fuese inferior a la inflación acumulada estimada (26,7%).

### 7.7.2 Resultados

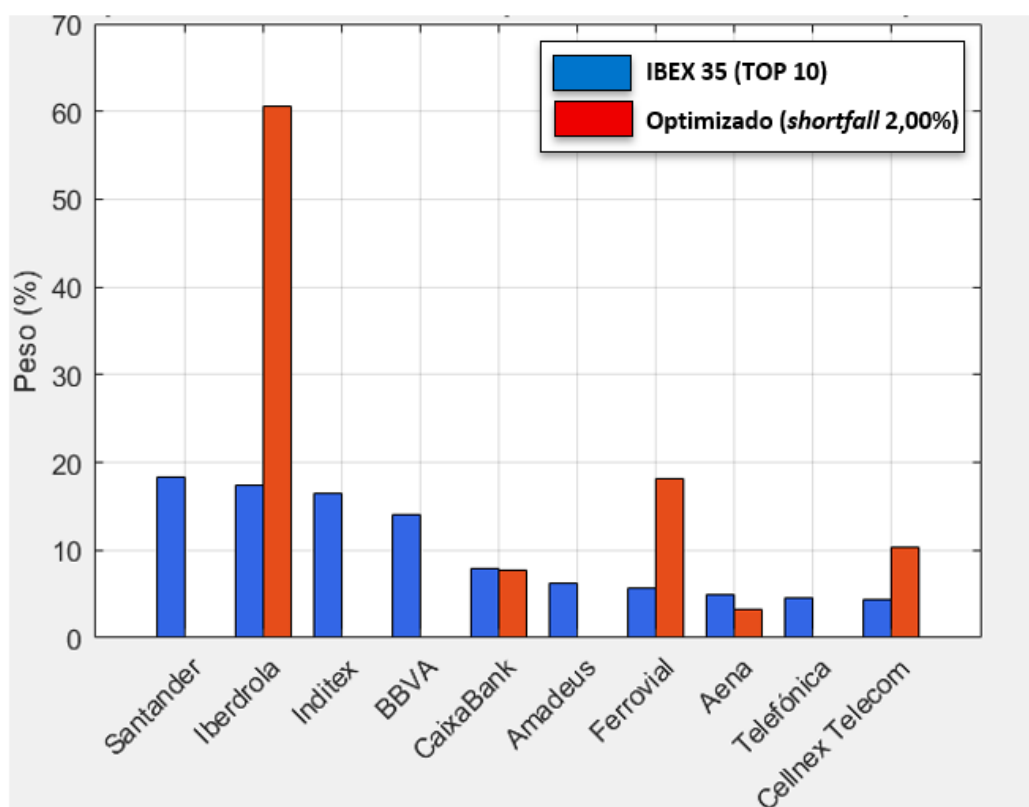
El resultado final obtenido con este método fue una cartera optimizada con la siguiente asignación de pesos:

- Iberdrola: 60,6 %
- Cellnex Telecom: 10,4 %
- Ferrovial: 18,2 %
- CaixaBank: 7,6 %
- Aena: 3,2 %

El resto de los activos recibieron un peso nulo, lo que indica que fueron descartados por el modelo como contribuyentes positivos en términos de protección frente a la inflación.

Esta combinación permitió reducir la probabilidad de *shortfall* al 2,00 %, es decir, solo 20 de cada 1.000 escenarios simulados arrojaron un rendimiento acumulado inferior al de la inflación. Esta mejora es significativa frente a la cartera indexada al IBEX 35, cuya probabilidad de *shortfall* era superior. Además, el resultado sugiere que, bajo los supuestos y el perfil conservador asumido, es más eficiente concentrar la inversión en unos pocos activos con características específicas (como baja correlación o mayor resiliencia inflacionaria) que replicar pasivamente un índice general del mercado.

A continuación, se presenta una gráfica que permite comparar la distribución de pesos actual del IBEX 35 en comparación con la cartera que minimiza la probabilidad de *shortfall*:



Gráfica 17. Comparación de la distribución de pesos entre la cartera indexada al IBEX 35 y la cartera optimizada para minimizar la probabilidad de *shortfall*. Fuente: Elaboración propia, 2025.

### 7.7.3 Análisis de resultados

Los resultados obtenidos muestran que la cartera optimizada mediante el método de *Simulated Annealing* presenta una asignación altamente concentrada en unos pocos activos, en contraste con la distribución más equilibrada de la cartera IBEX 35 (Top 10). En concreto, el modelo otorga más del 60 % del peso a Iberdrola y asignaciones relevantes a Ferrovial, Cellnex Telecom, CaixaBank y Aena, mientras que excluye completamente a otros activos importantes como Santander, Inditex, BBVA y Telefónica. Para explicar esta concentración es necesario hacer un análisis de los estadísticos básicos de cada activo, así como un análisis de sus correlaciones.

#### 7.7.3.1 Análisis de los estadísticos básicos

Los activos seleccionados por el modelo se muestran en azul y ordenados de mayor a menor peso asignado, mientras que los activos descartados se muestran en naranja, como puede verse en la Tabla 6.

	Media mensual (%)	Desviación típica mensual (%)	Volatilidad anualizada (%)	Retorno máximo mensual (%)	Retorno mínimo mensual (%)
Iberdrola	1,14	5,53	19,15	17,63	-17,25
Ferrovial	1,01	6,22	21,54	26,56	-15,49
Cellnex Telecom	1,2	7,8	27,04	26,41	-21,26
CaixaBank	0,72	8,96	31,03	37,45	-26,76
Aena	0,95	7	24,26	18,17	-31,37
Inditex	0,79	7,51	26,02	31,43	-17,5
Santander	0,34	9,62	33,33	47,45	-33,33
Telefónica	-0,57	7,41	25,67	30,33	-22,13
Amadeus	0,91	7,89	27,32	40,18	-31,97
BBVA	0,77	10,49	36,33	59,59	-32,73

Tabla 6. Estadísticos básicos de los activos escogidos y descartados por el modelo tras la optimización. Fuente: Elaboración propia, 2025.

Se pueden identificar algunos patrones comunes entre los activos elegidos por el modelo:

- Rentabilidad media elevada: Todos los activos seleccionados presentan una media mensual superior al 0,70 %, destacando Cellnex (1,20 %), Iberdrola (1,14 %) y Ferrovial (1,01 %). Este es un factor clave, ya que el modelo busca minimizar la probabilidad de no superar la inflación, lo cual requiere activos con buen rendimiento esperado.
- Volatilidad moderada: En general, los activos seleccionados tienen una desviación típica y volatilidad anualizada inferiores a la media del grupo. Por ejemplo, Iberdrola y Ferrovial tienen desviaciones del 5,53 % y 6,22 %, respectivamente, y volatilidades anualizadas por debajo del 22 %. Esto indica un perfil más estable, lo que reduce el riesgo de obtener retornos extremos por debajo del umbral de inflación.
- Menor exposición a pérdidas extremas: Otro aspecto relevante es que estos activos presentan retornos mínimos mensuales menos severos que otros descartados. Por ejemplo, Ferrovial tiene un mínimo de -15,49 %, muy por debajo del de Santander (-33,33 %), BBVA (-32,73%) o Amadeus (-31,97 %). Esto reduce la probabilidad de que una mala racha arrastre la cartera por debajo del umbral crítico.

Por el contrario, los activos que no fueron seleccionados por el modelo tienden a mostrar:

- Menores medias mensuales (como Santander: 0,34 %).
- Mayores volatilidades (BBVA: 36,33 %, Santander: 33,33 %).
- Mayores pérdidas en meses extremos, lo que eleva el riesgo de *shortfall*.
- Mayores desviaciones típicas mensuales.

El retorno máximo mensual no presentó ninguna ventaja, ya que vemos activos con valores muy elevados, como BBVA (59,59%) o Santander (47,45%) que fueron descartados, mientras que el activo con menor retorno máximo mensual (Iberdrola, con 17,63%) fue asignado el mayor peso dentro de la cartera.

Un caso que llama la atención es el de Inditex, que ha sido descartado pese a que presenta valores bastante coherentes para ser escogido por el modelo, según los patrones identificados. Por ello, resulta necesario realizar un análisis de correlaciones para determinar si la causa de su exclusión puede estar relacionada con una elevada dependencia estadística con otros activos.

En definitiva, el modelo tiende a favorecer activos con buen equilibrio entre rentabilidad y estabilidad, y a penalizar aquellos con alta volatilidad o riesgo de pérdidas extremas, aunque estos puedan ofrecer ocasionalmente retornos elevados. Esta lógica es coherente con el objetivo planteado: minimizar la probabilidad de que el rendimiento acumulado de la cartera quede por debajo del crecimiento de la inflación.

### 7.7.3.2 Análisis de las correlaciones entre activos

También resulta interesante hacer un análisis de las correlaciones entre los activos seleccionados, así como con aquellos que no fueron seleccionados por el modelo. Se puede ver la correlación entre activos en la Figura 9.

Inditex	1.00	0.50	0.34	0.21	0.37	0.55	0.62	0.55	0.38	0.57
Santander	0.50	1.00	0.32	0.07	0.63	0.61	0.46	0.51	0.75	0.89
Iberdrola	0.34	0.32	1.00	0.44	0.32	0.32	0.46	0.33	0.16	0.36
Cellnex Telecom	0.21	0.07	0.44	1.00	0.24	0.31	0.39	0.26	-0.03	0.10
Telefónica	0.37	0.63	0.32	0.24	1.00	0.44	0.43	0.36	0.56	0.56
Aena	0.55	0.61	0.32	0.31	0.44	1.00	0.60	0.67	0.44	0.59
Ferrovial	0.62	0.46	0.46	0.39	0.43	0.60	1.00	0.63	0.28	0.49
Amadeus	0.55	0.51	0.33	0.26	0.36	0.67	0.63	1.00	0.42	0.50
CaixaBank	0.38	0.75	0.16	-0.03	0.56	0.44	0.28	0.42	1.00	0.73
BBVA	0.57	0.89	0.36	0.10	0.56	0.59	0.49	0.50	0.73	1.00

Figura 6. Matriz de correlación de los diez activos con mayor peso en el IBEX 25. Fuente: Elaboración propia, 2025.

La correlación es una medida estadística que indica en qué medida dos activos financieros tienden a moverse juntos. Esta relación varía entre -1 y 1. Una correlación cercana a 1 implica que los activos tienden a moverse en la misma dirección, es decir, si uno sube, el otro probablemente también lo hará. Por ejemplo, una correlación de 0,85 sugiere un comportamiento casi paralelo entre ambos activos. En cambio, una correlación cercana a 0 indica independencia, es decir, que no existe una relación sistemática en sus movimientos. Finalmente, una correlación cercana a -1 implica que los activos se mueven en direcciones opuestas: cuando uno sube, el otro tiende a bajar, lo cual es especialmente útil desde el punto de vista de la diversificación.

De forma general, una correlación inferior a 0,3 se considera débil; entre 0,3 y 0,6, moderada; y por encima de 0,6, fuerte o alta. Las correlaciones negativas, especialmente si son inferiores a -0,3, pueden ser valiosas porque permiten compensar el riesgo conjunto de la cartera.

Aplicando esto a nuestro caso, donde el modelo ha elegido una cartera compuesta por Iberdrola (60,6 %), Ferrovial (18,2 %), Cellnex Telecom (10,4 %), CaixaBank (7,6 %) y Aena (3,2 %), puede parecer que a primera vista la variedad sectorial es adecuada, pero la revisión de sus correlaciones reales sugiere que la diversificación efectiva es limitada.

### **Correlación entre los activos seleccionados**

Iberdrola, que domina la cartera con más del 60 % del peso, mantiene correlaciones moderadas con varios de los otros activos seleccionados: 0,46 con Ferrovial, 0,44 con Cellnex y 0,32 con Aena. Aunque no son excesivamente altas, estas cifras reflejan una sensibilidad compartida que podría comprometer la capacidad de la cartera para reducir el riesgo conjunto. Con CaixaBank, sin embargo, la correlación es bastante baja (0,16), lo que le otorga cierto valor diversificador.

Cellnex Telecom, por su parte, muestra una correlación de 0,39 con Ferrovial y de 0,31 con Aena, pero prácticamente nula con CaixaBank (-0,03). Este vínculo casi inexistente sugiere que Cellnex podría haber desempeñado un papel útil en términos de diversificación, aunque su peso limitado en la cartera reduce ese efecto. CaixaBank también mantiene correlaciones bajas con Iberdrola (0,16) y Ferrovial (0,28), lo que refuerza su perfil como activo que aporta independencia, aunque de nuevo su escasa presencia atenúa su impacto real.

Aena, con el peso más bajo del grupo, se comporta de forma similar, con correlaciones de entre 0,31 y 0,39 con los principales componentes. Aunque no incrementa las correlaciones, tampoco introduce una ruptura significativa con la dinámica conjunta del resto.

### **Correlación entre activos seleccionados y no seleccionados**

Telefónica, por ejemplo, presenta una correlación de solo 0,10 con Cellnex y de 0,32 con Iberdrola, valores similares o incluso inferiores a algunos presentes entre activos seleccionados. Sin embargo, su relación con BBVA (0,56) y Santander (0,63) indica que forma parte de un bloque estadísticamente cohesionado, lo que puede haber restado atractivo a su inclusión.

Santander y BBVA están fuertemente correlacionados con CaixaBank, con valores de 0,75 y 0,73, respectivamente. Dado que CaixaBank sí ha sido seleccionado, tiene sentido que el modelo optara por no añadir más bancos

altamente relacionados entre sí. Incluir tanto a BBVA como a Santander habría supuesto una duplicación del riesgo vinculado al sector financiero, sin una ganancia clara en términos de diversificación.

Amadeus, aunque no tan correlacionado como los bancos, muestra valores moderados con todos ellos, como 0,55 con Santander, 0,49 con BBVA y 0,36 con Telefónica. Esto la sitúa también en una posición poco diferenciada respecto al resto de activos no seleccionados.

### **Caso particular de Inditex**

Inditex resulta especialmente interesante porque, a pesar de haber sido excluido, muestra relaciones moderadas o bajas con varios de los activos seleccionados. Tiene una correlación de 0,34 con Iberdrola, 0,38 con CaixaBank y apenas 0,21 con Cellnex, lo que sugiere que podría haber contribuido a diversificar la cartera. Sin embargo, también presenta valores más elevados con Ferrovial (0,62) y Aena (0,60), dos activos ya presentes en la selección, lo que podría haber limitado su valor añadido desde un punto de vista estadístico. En ese sentido, su inclusión habría reforzado un grupo de activos con dinámicas relativamente parecidas.

Además, Inditex mantiene correlaciones relativamente altas con varios de los activos no seleccionados: 0,57 con BBVA, 0,50 con Santander y 0,55 con Amadeus. Esta posición intermedia, sin vínculos especialmente bajos ni claramente negativos, puede haber hecho que el modelo optara por descartarlo, priorizando otros valores con menor dependencia cruzada.

### **Correlación entre activos no seleccionados**

La interconexión entre los activos descartados parece ser uno de los factores clave que explican su exclusión. La relación entre Santander y BBVA destaca especialmente, con una correlación de 0,89, lo que refleja un movimiento casi idéntico entre ambos. Esta redundancia estadística es poco deseable en una cartera bien diversificada, especialmente cuando ya se ha incluido un activo con perfil similar, como CaixaBank.

Además, tanto Santander como BBVA muestran correlaciones significativas con Amadeus y Telefónica, con valores que oscilan entre 0,49 y 0,63. Aunque no tan extremas como en el caso de los bancos, estas cifras sugieren una sensibilidad compartida, posiblemente ligada a factores macroeconómicos comunes. La correlación entre Telefónica y Amadeus (0,36) también confirma que hay cierta coherencia estadística entre ellos, aunque más moderada.

En conjunto, estos activos conforman un grupo bastante cohesionado desde el punto de vista estadístico. Sus relaciones superan en la mayoría de los casos el umbral del 0,5, lo que limita su utilidad individual como activos diversificadores. Más aún, ninguno de ellos aporta una correlación claramente negativa o una ruptura significativa con la estructura de dependencias del resto del universo analizado.

### **Conclusión**

El análisis de correlaciones sugiere que la cartera construida por el modelo presenta una diversificación más aparente que real. Aunque se incluyen activos de distintos sectores, muchos de ellos mantienen correlaciones moderadas entre sí. Además, los activos que podrían aportar más independencia estadística (como Cellnex o CaixaBank) tienen pesos reducidos, mientras que Iberdrola,

con correlaciones medias con varios otros activos, concentra más del 60 % de la cartera.

Los activos descartados, por su parte, muestran patrones internos de dependencia que justifican su exclusión conjunta. Lejos de ser decisiones aleatorias, estas omisiones parecen responder a una estrategia que evita agrupar activos con dinámicas demasiado similares, lo que habría limitado la capacidad de la cartera para mitigar riesgos sistémicos. En definitiva, aunque no se observan correlaciones extremadamente altas en todos los casos, sí se identifica una lógica clara basada en la estructura estadística de los rendimientos.

## 7.8 Discusión

A lo largo de este capítulo, el desarrollo progresivo de ejercicios y simulaciones ha servido para entender mejor cómo cambian los resultados según el número de activos analizados, el tipo de modelo usado y la estrategia de asignación de pesos, ya sea equitativa o ajustada por optimización. Aunque el objetivo siempre ha sido el mismo: minimizar la probabilidad de *shortfall*, los caminos para llegar a esa meta han sido variados, y con ello también los resultados.

Uno de los patrones más claros que se ha repetido ha sido la tendencia del modelo a **concentrar la inversión** en unos pocos activos, sobre todo en aquellos que, según las simulaciones, ofrecían un perfil de rentabilidad más sólido. Este comportamiento se ha observado tanto en los ejercicios más simples como en el análisis realista con diez activos. Y aunque en un primer momento pueda parecer extraño, es una reacción bastante común en este tipo de optimizaciones, donde se prioriza reducir el riesgo de no alcanzar un umbral concreto. Por tanto, los resultados no son una excepción, sino algo esperable dentro de este marco, como se comentaba anteriormente que ocurría en el artículo *Inflation hedging portfolios*, [4] Brière, M., & Signori, O, 2010.

En cambio, cuando se usa la optimización clásica de Markowitz, lo normal es que se acabe con carteras bastante diversificadas. Esto tiene sentido, porque ese modelo intenta encontrar un equilibrio entre rentabilidad y riesgo, y parte de esa lógica es combinar activos que no se muevan igual para reducir la volatilidad total.

Por último, conviene tener en cuenta que, aunque los resultados obtenidos siguen una lógica clara y han mostrado tendencias consistentes, están condicionados por factores como el periodo histórico analizado, los activos seleccionados y los supuestos del modelo utilizado. No se trata de errores ni fallos, sino de elementos que hay que considerar al interpretar las conclusiones.

El siguiente capítulo recogerá las conclusiones generales del trabajo, destacará los aprendizajes más importantes, evaluará la utilidad del enfoque usado y propondrá algunas ideas para futuras investigaciones o aplicaciones prácticas.

## 8 Conclusiones

Este trabajo se ha centrado en cómo construir carteras para inversores conservadores que, más que buscar la máxima rentabilidad, quieren asegurarse de que su dinero no pierda valor con el paso del tiempo, especialmente frente a la inflación. En lugar de usar modelos clásicos como el de Markowitz, que se apoyan mucho en la volatilidad y en la rentabilidad media, aquí se ha planteado una alternativa más realista para este tipo de perfil: minimizar la probabilidad de que la rentabilidad final de la cartera no supere la inflación.

Como no es posible calcular esta probabilidad de forma directa, se han utilizado simulaciones para generar posibles escenarios futuros y así poder estimarla. Esto permite tener una visión mucho más cercana a lo que realmente le importa a este tipo de inversor: evitar situaciones donde, tras muchos años, el capital invertido valga menos en términos reales.

Durante el trabajo se han probado carteras con 1, 2, 3 y hasta 10 activos. En todos los casos se ha visto un patrón claro: las carteras optimizadas suelen concentrarse en unos pocos activos, lo cual puede parecer arriesgado desde el punto de vista de la diversificación tradicional, pero tiene sentido en este contexto. A largo plazo, la volatilidad pierde protagonismo y lo que realmente marca la diferencia es que el activo tenga una rentabilidad sólida y estable. Así, aquellos activos con mejor comportamiento acumulado acaban teniendo más peso en la cartera.

Otra conclusión importante es que las carteras equi-repartidas, tan comunes por su simplicidad, no son una buena opción en estos casos. En las pruebas realizadas, este tipo de carteras tienen una probabilidad de *shortfall* mucho más alta, es decir, fallan con bastante frecuencia en su objetivo de proteger frente a la inflación. En cambio, las carteras optimizadas logran reducir ese riesgo de forma muy significativa.

También se ha observado que las distribuciones de rentabilidad generadas en las simulaciones son claramente asimétricas. No se parecen nada a las distribuciones normales que se suelen asumir en muchos modelos clásicos. Esto refuerza la idea de que utilizar herramientas que parten de esa suposición (como el modelo de Markowitz) puede dar una visión muy distorsionada del riesgo real que enfrenta un inversor conservador.

Por último, se ha analizado el papel de las correlaciones entre activos. Aunque la diversificación tradicional parte de que combinar activos poco correlacionados ayuda a reducir el riesgo, en este enfoque centrado en el *shortfall*, esa lógica no se cumple del todo. El modelo tiende a favorecer activos que, por sí solos, ya tienen un comportamiento estable, incluso si están correlacionados con otros. Para un inversor que busca ante todo seguridad, lo que importa es que cada activo sea fiable en el largo plazo, más que su contribución a la diversificación global.

En definitiva, este trabajo muestra que, si se utilizan las herramientas adecuadas, es posible construir carteras mucho más adaptadas a quienes quieren proteger su capital sin asumir riesgos innecesarios. Alejarse de los modelos tradicionales y adoptar enfoques más centrados en la realidad del inversor conservador no solo es posible, sino también recomendable.

## 8.1 Propuestas de futuras líneas de investigación

De cara a seguir desarrollando este enfoque, hay varias líneas de investigación que podrían explorarse. Una de las más evidentes sería ampliar el universo de activos disponibles, incorporando productos tradicionalmente considerados como refugio frente a la inflación. Por ejemplo, letras del Tesoro, bonos indexados al IPC o activos reales como el oro. Incluir estos instrumentos podría enriquecer el modelo y permitir comparar si su presencia mejora aún más la probabilidad de mantener el poder adquisitivo del capital en el largo plazo. Sería interesante observar cómo se redistribuyen los pesos de la cartera cuando se da entrada a activos con características muy distintas a las acciones, como menor volatilidad pero también menor rentabilidad esperada.

En esa misma línea, se podrían construir carteras mixtas que combinen renta variable y renta fija, o incluso introducir fondos monetarios y depósitos estructurados. Este tipo de combinaciones son habituales en la práctica para perfiles conservadores, y analizar su comportamiento dentro del modelo permitiría validar o cuestionar muchas de las estrategias tradicionales de preservación de capital.

Otra posible línea de trabajo sería estudiar cómo cambia el rendimiento del modelo en función del horizonte temporal. Hasta ahora, el análisis se ha centrado en un plazo de diez años, pero podría ser muy útil explorar qué ocurre cuando el objetivo se acorta a cinco años o incluso a uno solo. En horizontes más cortos, la volatilidad tiene un peso mucho mayor y la capacidad del modelo para evitar el *shortfall* podría verse más limitada. Esta comparación permitiría adaptar mejor las estrategias según el perfil temporal del inversor, ya que no es lo mismo planificar la jubilación que proteger unos ahorros a corto plazo.

En conjunto, todas estas propuestas buscan mejorar el modelo para que no solo sea sólido desde el punto de vista matemático, sino también útil y realista en escenarios complejos, acercándose más a las necesidades reales de un inversor que busca proteger su patrimonio en el largo plazo.

## 9 Bibliografía

- [1] **Markowitz, H.** (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- [2] **Joshi, M. S., & Paterson, J. M.** (2013). *Introduction to Mathematical Portfolio Theory*. International Series on Actuarial Science, Cambridge University Press.
- [3] **Sharpe, W. F. (1964)**. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.
- [4] **Brière, M., & Signori, O.** (2010). Inflation hedging portfolios: Economic regimes matter. *European Journal of Finance*. <https://research-center.amundi.com/files/nuxeo/dl/cf6c135e-33e5-4ee2-911c-8fe2ebe9df55?inline=>
- [5] **Jaffe, J.** (1989). Gold and Gold Stocks as Investments for Institutional Portfolios. *Financial Analysts Journal*.
- [6] **Campbell, J. Y., & Viceira, L. M.** (2001). Who should buy long-term bonds?. *American Economic Review*.
- [7] **Krishnamurthy, A., & Vissing-Jorgensen, A.** (2012). The aggregate demand for Treasury debt. *Journal of Political Economy*.
- [8] **Detemple, J., Garcia, R., & Rindisbacher, M.** (2003). A Monte Carlo method for optimal portfolios. *Journal of Finance*.
- [9] **Fleming, M. J., & Sporn, J.** (2013). Trading activity and price transparency in the inflation swap market. Federal Reserve Bank of New York.
- [10] **Bolsas y Mercados Españoles (BME).** (2025). *Ficha técnica del IBEX 35*. [https://www.bolsasymercados.es/bme-exchange/docs/SB/FS-Ibex35\\_ESP.pdf](https://www.bolsasymercados.es/bme-exchange/docs/SB/FS-Ibex35_ESP.pdf)
- [11] **Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P.** (1983). *Optimization by Simulated Annealing*. *Science*, 220(4598), 671–680. <https://www2.stat.duke.edu/~scs/Courses/Stat376/Papers/TemperAnneal/KirkpatrickAnnealScience1983.pdf>
- [12] **Investing.com.** (2025). *Precios históricos de los activos del IBEX 35*. <https://es.investing.com>
- [13] **Economipedia.** (s.f.). Gráfica de la frontera eficiente, *Modelo de Markowitz*. <https://economipedia.com/definiciones/modelo-de-markowitz.html>
- [14] **MathWorks.** (2025). *MATLAB*.
- [15] **OpenAI.** (2025). *ChatGPT*.
- [16] **DeepSeek AI.** (2025). *DeepSeek AI*.