



Universidad Politécnica
de Madrid

**Escuela Técnica Superior de
Ingenieros Informáticos**



Grado en Matemáticas e Informática

Trabajo Fin de Grado

**Estrategia y toma de decisiones en Los
Colonos de Catán: Un análisis desde la
teoría de juegos**

Autor: Ángel Alonso Escalante
Tutor(a): Agueda Mata Hernández

Madrid, Junio 2025

Este Trabajo Fin de Grado se ha depositado en la ETSI Informáticos de la Universidad Politécnica de Madrid para su defensa.

Trabajo Fin de Grado
Grado en Matemáticas e Informática

Título: Estrategia y toma de decisiones en Los Colonos de Catán: Un análisis desde la teoría de juegos

Junio 2025

Autor: Ángel Alonso Escalante
Tutor: Agueda Mata Hernández
Departamento de matemáticas aplicadas
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos
Universidad Politécnica de Madrid

Resumen

El objetivo de este trabajo es el estudio del comercio estratégico del juego de mesa *Los Colonos de Catán*, creado por Klaus Teuber en 1995. El foco del estudio es analizar cómo diferentes perfiles de jugador toman decisiones racionales frente a tratos, en un entorno competitivo y cambiante.

Se definen varios perfiles de jugadores con actitudes varios hacia el comercio, tales como la no cooperación, la aversión a la injusticia o el aprecio a las oportunidades de mercado. Para garantizar la coherencia del estudio, los jugadores seguirán una estrategia común de juego, que regirá sus comportamientos en aspectos alejados del comercio, como la construcción o la expansión territorial.

A partir de los perfiles de jugadores, la estrategia común y una serie de axiomas generales que definen cómo funciona el comercio en el juego, se construirá una función de recompensa. Esta función permite evaluar y comparar la utilidad que le da el jugador a cada trato posible. Posteriormente, se usarán las herramientas de la teoría de juegos para encontrar equilibrios de Nash, que nos den tratos deseables desde las dos partes.

Por último, se desarrollará un software de simulación donde se puedan enfrentar diferentes perfiles. A partir de los resultados de la simulación se podrán observar patrones, validar el modelo teórico y extraer conclusiones sobre las estrategias comerciales mas eficaces en Cátan.

Abstract

The aim of this study is to analyze the strategic trading mechanisms within the board game *The Settlers of Catan*, created by Klaus Teuber in 1995. The focus is on understanding how different player profiles make rational decisions regarding trade in a competitive and dynamic environment.

Several player profiles are defined, each characterized by distinct attitudes toward trading, such as non-cooperation, aversion to unfairness, or a preference for market opportunities. To ensure consistency throughout the analysis, all players follow a common game strategy that governs their behavior in non-trading aspects, such as construction and territorial expansion.

Based on the player profiles, the shared strategy, and a set of axioms that define how trading operates within the game, a reward function is constructed. This function allows for the evaluation and comparison of how valuable each trade is to a player. Then, game theory tools are applied to identify Nash equilibria, representing mutually desirable trades between players.

Finally, simulation software is developed to allow different profiles to interact across multiple games. The results of these simulations provide insights into behavioral patterns, validate the theoretical model, and help draw conclusions about the most effective trading strategies in *Catan*.

Tabla de contenidos

1. Introducción	1
2. Marco teórico	3
2.1. Valor esperado	3
2.2. Juegos competitivos	3
2.2.1. Teoría de elección	4
2.2.2. Juegos estratégicos y equilibrios de Nash	5
2.3. Reglas de los Colonos de Catán	10
2.3.1. Fases del juego	10
3. Desarrollo	15
3.1. Estrategia común de construcción	15
3.2. Matriz de materiales	16
3.2.1. Fase de expansión	17
3.2.2. Fase de especialización	17
3.2.3. Fase de conclusión	19
3.3. Desarrollo de fases	20
3.3.1. Fase inicial	21
3.3.2. Fase de expansión	24
3.3.3. Fase de especialización	25
3.3.4. Fase de conclusión	27
3.4. Axiomas de comercio	29
3.4.1. Axioma 1	29
3.4.2. Axioma 2	29
3.4.3. Axioma 3	29
3.4.4. Axioma 4	29
3.4.5. Axioma 5	30
3.4.6. Axioma 6	30
3.4.7. Axioma 7	30
3.5. Función de recompensa	32
3.5.1. VR	32
3.5.2. P	34
3.5.3. T	34
3.5.4. J	34
3.5.5. U	35
3.6. Perfiles de jugadores	35

TABLA DE CONTENIDOS

3.6.1. Pragmatico	36
3.6.2. Intercambista	36
3.6.3. Reservado	36
3.6.4. Dominante	37
3.7. Comercio en el modelo	37
4. Exposición y arquitectura de la simulación	39
4.1. Herramientas utilizadas	39
4.2. Componentes de la simulación	40
4.2.1. Tablero	40
4.2.2. Jugador	40
4.2.3. Partida	42
4.2.4. Monitorización	43
4.2.5. Experimento, tratar datos y tratar grafo	43
5. Conclusiones	45
5.1. Metodología	45
5.1.1. Información recogida e indicadores estadísticos	45
5.2. Experimentos realizados	49
5.3. Resultados	49
5.3.1. Perfil minoritario contra perfiles mayoritarios	49
5.3.2. Perfiles mayoritarios	68
5.3.3. Conclusiones finales	71
6. Repercusión y trabajo futuro	81
6.1. Repercusión	81
6.2. Trabajo futuro	81
Bibliografía	83
Anexos	87
A. Primer anexo	87
A.0.1. AAAA	87
A.0.2. AAAl	92
A.0.3. AAP	96
A.0.4. AAR	100
A.0.5. AAl	104
A.0.6. AAlP	108
A.0.7. AAlR	112
A.0.8. AAP	116
A.0.9. AAPR	120
A.0.10AARR	124
A.0.11Al	128
A.0.12AlP	132
A.0.13AlR	136
A.0.14AlPP	140

A.0.15AIPR	144
A.0.16AIRR	148
A.0.17APPP	152
A.0.18APPR	156
A.0.19ARRR	160
A.0.20III	164
A.0.21IIP	168
A.0.22IIR	172
A.0.23IIPP	176
A.0.24IIPR	180
A.0.25IIRR	184
A.0.26IPPP	188
A.0.27IPPR	192
A.0.28IPRR	196
A.0.29IRRR	200
A.0.30PPPP	204
A.0.31PPPR	208
A.0.32PPRR	212
A.0.33PRRR	216
A.0.34RRRR	220

B. Segundo anexo

225

Capítulo 1

Introducción

Los Colonos de Catán es un popular juego de estrategia creado en 1995 por el alemán Klaus Teber en el que distintos jugadores compiten por la colonización y extracción de recursos de una isla. Este trabajo se centra en el estudio del aspecto comercial que se desarrolla en el juego.

El comercio del catán ofrece un análisis interesante por diferentes razones. Por una parte, nos aporta un reflejo simplificado del comercio real, en una economía competitiva, donde, para evaluar una oferta, debemos tomar en consideración diferentes aspectos.

Nuestra situación, la de nuestro competidor, sus recursos y los nuestros son factores clave para determinar la idoneidad de un trato.

Además, aporta una visión de cómo las matemáticas pueden ser una potente herramienta para la resolución de situaciones que podrían parecer más alejadas de su ámbito original de estudio, como la economía o la sociología.

El presente trabajo se centrará en sacar conclusiones sobre cual es la mejor postura a seguir frente a la economía y el comercio de Los Colonos de Catán.

Para ello, se desarrollarán diferentes perfiles de jugador, cada uno con diferentes características. Entre estos perfiles se tendrá en cuenta su inclinación hacia el intercambio, su aversión a la injusticia o su interés en oportunidades de mercado.

Se tiene en consideración que el Catán no es únicamente un juego de comercio e intercambio, sino que también se tienen que tomar decisiones en otros ámbitos como la construcción y la colocación de tus estructuras a lo largo del mapa. Para que el estudio sea válido, todos los jugadores seguirán una estrategia común, que marcará sus objetivos a lo largo de la partida y como toman sus decisiones individuales. Esto, además de darle rigurosidad a las conclusiones, ayudará a definir los intereses de cada jugador en el mercado dependiendo del estado de la partida.

Una vez definidos los diferentes perfiles de jugadores y establecida la estrategia común que seguirán a lo largo de la partida, se formularán una serie de axio-

Capítulo 1. Introducción

mas que registrarán su comportamiento durante los intercambios. Estos axiomas proporcionan un conjunto de principios lógicos derivados del comportamiento racional humano que permitirán modelizar las diferentes situaciones que se dan en el transcurso de la partida.

A partir de estos axiomas, los perfiles de jugador y la estrategia común, se formulará una función de recompensa que asignará un valor numérico a los diferentes tratos propuestos, teniendo en cuenta los intereses del jugador.

Con esta función de recompensa se podrá modelar las fases de intercambio de los diferentes turnos como juegos estratégicos. Una vez hecho esto, se utilizarán las herramientas de teoría de juegos para encontrar equilibrios de Nash, que marcarán los tratos "deseables", que serán los que se acaben realizando.

Una vez hecho todo este análisis teórico, se desarrollará una simulación informática donde diferentes perfiles de jugadores se enfrentarán en un número significativo de partidas. En estas simulaciones se plantearán diferentes escenarios en los que los perfiles de los jugadores variarán y de los que se podrán extraer conclusiones.

Para el desarrollo de este trabajo debo explicar 3 conceptos: los valores esperados, los juegos competitivos, y por supuesto las reglas básicas de Los Colonos de Catán.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Valor esperado

El valor esperado (o esperanza matemática) es un concepto clave en este proyecto, que se repetirá muy a menudo a lo largo del trabajo. Por eso, es necesario dedicarle su sección propia.

El valor esperado de una variable aleatoria, aporta información acerca del valor medio de esta, o lo que podemos esperar que suceda si analizamos esta variable a lo largo del tiempo. Para valores discretos, la esperanza es el valor medio de los valores de la variable ponderados por su probabilidad, y su fórmula es esta:

$$E(X) = \sum_{x \in S} x f(x)$$

Donde X es una variable aleatoria que toma valores discretos dentro de $S \subset \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ los diferentes valores que toma y f su función de probabilidad.

2.2. Juegos competitivos

La teoría de juegos es una teoría relativamente moderna de las matemáticas, que estudia la toma de decisiones entre diferentes jugadores que interactúan entre sí. Esta teoría se considera que empezó a desarrollarse oficialmente en 1944 con la publicación del artículo "*Theory of Games and Economic Behavior*", y fue posteriormente perfeccionada y llevada al ojo de los círculos científicos con la tesis doctoral de John Nash, titulada "*Non Cooperative Games*" que introdujo el concepto de los equilibrios de Nash, crucial para resolver juegos competitivos, como el del presente trabajo.

Los juegos competitivos son juegos donde los diferentes jugadores, únicamente están interesados en su victoria, y colaborarán en la medida que eso les ayude en su objetivo. Ningún jugador está intrínsecamente interesado en "dañar" o "ayudar" al resto, lo harán en la medida que esto les haga aumentar su recompensa. Para formalizar esta idea, hace falta explicar varios puntos.

2.2.1. Teoría de elección

La teoría de elección es el estudio de qué acción tomará un único elector con preferencias racionales cuando se le presentan diferentes acciones. Este modelo se basa en dos elementos: por un lado, un conjunto de acciones que el sujeto puede tomar, y por otro, una función que modele las preferencias del elector, a la que a partir de ahora se llamará la función de recompensa u .

Lo que más interesa de esta Teoría de elección es el concepto de función de recompensa, esta función modela las preferencias de las elecciones, aportando un valor numérico a cada acción. De manera que $u(a) > u(b)$ si y solo si, el sujeto prefiere la acción a antes que la acción b .

Para ello se asume que el elector tiene preferencias ordinales, de manera que siempre podrá discernir entre si prefiere una acción u otra, o si es indiferente con el resultado. Además, la función de recompensa debe ser consistente, si el elector prefiere a antes que b y b antes que c , debe preferir a respecto a c .

Por otro punto, cabe destacar que la función de recompensa no tiene un valor cuantitativo, sino descriptivo. Es decir que $u(a) = 10$ y $u(b) = 1$ no significa que el elector prefiera 10 veces más la acción a que la acción b , simplemente podemos extraer que prefiere la acción a que la acción b . A efectos prácticos, el par $(u(a) = 1000, u(b) = 1)$ nos aporta la misma información que el par $(u(a) = 2, u(b) = 1)$.

2.2.2. Juegos estratégicos y equilibrios de Nash

Los juegos estratégicos son la base de la teoría de juegos, y el concepto sobre el que se construirá todo el análisis de este trabajo. Un juego estratégico está formado por:

- Un conjunto de jugadores $J = \{j_1, \dots, j_m\}$
- Para cada jugador, un conjunto de acciones $A_i = \{A_1^i, \dots, A_n^i\}, i \in \{1, \dots, m\}$
- Para cada jugador, una función de preferencias respecto a las acciones $u_i \rightarrow \mathbb{R}, i \in \{1, \dots, m\}$

[1] No se deben entender los juegos en el sentido clásico de la palabra, en el que el baloncesto, o los propios "Colonos de Catán" son juegos, sino como los diferentes escenarios en los que los participantes tienen que tomar una decisión. Un juego, en el contexto de esta teoría, puede ser un futbolista tomando la decisión de pasar el balón o chutar a portería, frente a su defensor, que por su parte decide entre quedarse a defender la posición o ir a cortar el pase.

Para facilitar la comprensión, cuando se hable de juego en el sentido matemático de la palabra (situación en la que varios actores con intereses toman una decisión), se usará la cursiva, mientras que cuando se hable de juego en el sentido clásico, no se hará ninguna distinción.

Los *juegos*, cuando es posible, se representan en forma normal o matricial. De esta manera se muestran los pagos que recibirán dependiendo de las estrategias. Para ilustrar los siguientes conceptos se utilizara el ejemplo mas famoso de los *juegos* competitivos, el dilema del prisionero.

En este *juego*, capturan a dos sospechosos de un crimen y les ponen en celdas separadas:

1. Si ambos confiesan, cada uno sera sentenciado a 3 años de prisión
2. Si solo uno de ellos confiesa, este sera liberado, y el que no haya confesado sera condenado a 4 años
3. Si ninguno confiesa ambos serán condenados por un delito menor a 1 año de prisión

Este *juego* se modela como $J = \{\text{sospechoso 1, sospechoso 2}\}$ $A_i = \{\text{Confesar, Callarse}\}$ $i \in \{1, 2\}$ y la función $u_i, i \in \{1, 2\}$ cuyo resultado son los años de cárcel que pasarán con cada situación. En esta matriz, las filas representan la decisión que toma el sospechoso 1 y las columnas las decisiones que toma el sospechoso 2. Además, cada elemento de la matriz indica los años de prisión que recibirán el jugador 1 y el jugador 2, representados por el primer y segundo valor de cada casilla, respectivamente.

[1] Para introducir los *juegos* competitivos, se debe hablar de estrategias. Una estrategia define cómo se comportará el jugador cuando se enfrenta a diferentes *juegos*.

Capítulo 2. Marco teórico

	Callarse	Confesar
Callarse	(-1, -1)	(-4, 0)
Confesar	(0, -4)	(-3, -3)

Cuadro 2.1: El dilema del prisionero

En las estrategias puras, cada jugador elegirá siempre la misma acción cuando se enfrente a un mismo problema. Esto quiere decir que da igual las veces que se haya planteado la situación, si el jugador tiene una estrategia pura x para un determinado *juego*, siempre jugará x llegado el momento.

Para describir este tipo de estrategias, se utiliza un conjunto vectorial de acciones tal que cada vector tiene el mismo número de componentes que de jugadores. Cada elemento de este vector será la decisión que tomará el jugador correspondiente. [1] Por ejemplo, en nuestro dilema del prisionero, una estrategia pura sería (Callarse, Confesar). Aquí sabemos que no importa cuántas veces se enfrenten los jugadores al *juego*, el jugador 1 siempre se callará y el jugador 2 siempre confesará.

Una estrategia mixta es una aproximación diferente, basada en la probabilidad. En este caso, cada jugador, en vez de elegir constantemente una misma acción cada vez que se enfrente a una situación idéntica, tomará diferentes acciones con diferentes probabilidades cada vez que juegue el *juego*.

Una estrategia mixta para un jugador que puede tomar n acciones diferentes de entre el conjunto $A = \{A_1, \dots, A_n\}$, sería un vector de n componentes $(\sigma_1(A_1), \dots, \sigma_1(A_n))$, tal que $\sum_{i=1}^n \sigma_1(A_i) = 1$. La componente i de este vector es la probabilidad que le asigna el jugador 1 a la acción i . Una estrategia mixta sería el conjunto de un vector como este para cada uno de los jugadores.

De esta manera, no se puede saber con certeza qué elegirá el jugador, pero sí se conoce el peso que le otorga a cada una de las acciones, en función de la distribución de las probabilidades. [1] Siguiendo con el ejemplo propuesto, una estrategia mixta para el jugador 1 podría ser (0.7,0.3) lo que indica que permanecerá en silencio un 70 por ciento de las veces y confesará el 30 por ciento restante.

Una vez explicado el concepto de las estrategias, se introducen los equilibrios de Nash. Conceptualmente, un equilibrio de Nash es un conjunto de estrategias, tal que cada estrategia del conjunto corresponde a un jugador y que cumple la siguiente condición: Si todos los jugadores mantienen la estrategia del equilibrio, menos uno que cambia a cualquier otra estrategia, este jugador se verá en una situación peor respecto a la función de recompensa u .

Los equilibrios de Nash son el principal elemento de la teoría de juegos, y el objetivo de modelizar problemas como *juegos* es encontrar estos equilibrios. Estos conjuntos de estrategias no son necesariamente la mejor situación para cada jugador, sino un punto en el que el cambio individual de un jugador no mejorará su situación, llegando a un estado de "*tablas*", en el que todos los jugadores están de acuerdo en mantener esta estrategia. Una vez encontrado un equilibrio de

2.2. Juegos competitivos

Nash, se dice que se ha *resuelto* un juego, y el *valor* del juego será la recompensa de cada jugador en ese equilibrio.

[1] Una vez explicado de manera conceptual la motivación y la importancia de la búsqueda de los equilibrios de Nash, se verán algunas de sus propiedades. Un conjunto de estrategias a^* es un equilibrio de Nash si para cada jugador i , y para cada acción a_i del jugador i , la recompensa es, como mínimo, igual de buena de acuerdo a las preferencias de ese jugador que al conjunto de acciones (a_i, a_{-i}^*) , en el que el resto de jugadores se ajusta a la estrategia del conjunto a^* menos el jugador i que elige a_i . Esto significa que a^* es un equilibrio de Nash si y solo si:

1. $u_i(a^*) \geq u_i(a_i, a_{-i}^*)$ para cada acción a_i del jugador i
2. $u_j(a^*) > u_j(a_j, a_{-j}^*)$ para al menos una acción a_j de un jugador j

[1] En este punto se definen las estrategias dominantes y dominadas. Si cada primer elemento de una fila X es mayor o igual a cada primer elemento en la misma columna de una fila Y, se dice que la fila X domina a la fila Y. De igual manera, si cada segundo elemento de una columna V es mayor o igual a cada segundo elemento en la misma fila de una columna W, se dice que la columna V domina a la columna W. Tanto Y como W son estrategias dominadas. Un jugador no tiene ningún aliciente en jugar una estrategia dominada, ya que existe una estrategia que siempre le proporcionará mayor o igual beneficio. Sabemos que en un equilibrio de Nash nunca se podrá encontrar una estrategia dominada, por el simple hecho de que el jugador con la estrategia dominada, haciendo el cambio a la estrategia dominante, mejoraría su situación, impidiendo que este conjunto de estrategias sea un equilibrio de Nash. [1] Sabiendo esto, se puede simplificar el análisis de los *juegos* eliminando las filas y columnas con estrategias dominadas, ya que allí nunca se encontrarán equilibrios de Nash.

Existe una técnica muy sencilla para encontrar todos los equilibrios de Nash en un *juego* de 2 personas. Primero, por cada fila se marcará con un # todos los segundos componentes que sean el elemento máximo entre los segundos componentes de esa fila. En cada columna se marcarán con un # a todos los primeros componentes que sean el elemento máximo entre los primeros componentes de esa columna. Cualquier par de elementos marcados ambos con un # es un equilibrio de Nash. [1] Para ejemplificar esta técnica se probará con el dilema del prisionero. Primero se marcará por fila el segundo elemento máximo:

	Callarse	Confesar
Callarse	(-1, -1)	(-4, #0)
Confesar	(0, -4)	(-3, #-3)

Cuadro 2.2: Dilema del prisionero con filas marcadas

Tras esto, se marcarán por columnas los elementos máximos:

Tras aplicar esta técnica se puede ver que hay un único equilibrio de Nash en esta situación donde los dos jugadores confiesan. Se ha *resuelto* el dilema del prisionero, con un *valor* de $(-3, -3)$.

Capítulo 2. Marco teórico

	Callarse	Confesar
Callarse	(-1, -1)	(-4, #0)
Confesar	(#0, -4)	(#-3, #-3)

Cuadro 2.3: Dilema del prisionero con filas y columnas marcadas

Es importante explicar que no todos los *juegos* tendrán un equilibrio de Nash que consista en estrategias puras. Se mostrará con el *juego* de *matching pennies* otro famoso ejemplo en teoría de juegos, donde dos jugadores eligen entre cara o cruz. Si ambos eligen lo mismo, el jugador 1 pierde y el jugador 2 gana; si difieren en su elección, el jugador 1 gana y el jugador 2 pierde. El *juego* se modeliza como $J = \{\text{Jugador 1, Jugador 2}\}$, $A = \{\text{Cara, Cruz}\}$ y una función u que dará un punto positivo al jugador que gane y un punto negativo al jugador que pierda. La forma normal quedaría así:

	Cara	Cruz
Cara	(-1, 1)	(1, -1)
Cruz	(1, -1)	(-1, 1)

Cuadro 2.4: "Matching pennies"

Una vez aplicada la técnica de marcar con #, la matriz se queda así:

	Cara	Cruz
Cara	(-1, #1)	(#1, -1)
Cruz	(#1, -1)	(-1, #1)

Cuadro 2.5: *Matching pennies* tras aplicar la técnica de marcado

No sorprenderá a nadie observar que no existe ningún equilibrio de Nash en el *juego* de *matching pennies*, por tanto no sería recomendable para ningún jugador seguir una estrategia pura y repetir constantemente la misma acción al jugar a este *juego*.

Para seguir estudiando este tipo de *juegos*, se introduce el concepto de la extensión mixta de un *juego* estratégico. La principal diferencia con la forma normal será cómo evaluamos la recompensa de cada jugador. Sea un perfil de estrategias mixtas $(\theta_1, \dots, \theta_n)$, se define el valor esperado de utilidad para el jugador i como:

$$\mathbb{E}[u_i((\theta_1, \dots, \theta_n))] = \sum_{a \in A} (\prod_{j=1}^n \theta_j(a_j)) u_i(a)$$

Donde A es el conjunto de acciones posibles, $\theta_j(a_j)$ es la probabilidad de que el jugador j elija la acción a_j y $u_i(a)$ es la utilidad que obtiene el jugador i con el perfil $a = (a_1, \dots, a_n)$. A partir de ahora, para hablar del valor esperado de utilidad de cada jugador i se usará simplemente \mathbb{E}_i .

De esta manera se pueden evaluar el valor esperado de cada jugador dependiendo del perfil de estrategias mixtas utilizado. Ejemplifíquese con la extensión mixta de *matching pennies*. Suponiendo que el jugador 1 elige cara con probabilidad x y cruz con probabilidad $1 - x$ y el jugador 2 elige cara con probabilidad y

y cruz con probabilidad $1 - y$, las probabilidades de estrategias mixtas quedarían así:

		y	1-y
		Cara	Cruz
x	Cara	xy	x(1-y)
1-x	Cruz	(1-x)y	(1-x)(1-y)

Cuadro 2.6: Probabilidades de estrategias mixtas de *matching pennies*

Una vez creada la extensión mixta del *juego*, se explicará qué es un equilibrio de Nash en estrategias mixtas y la técnica que se utilizará para encontrarlo. Un conjunto de estrategias mixtas $\theta^* = (\theta_1^*, \dots, \theta_n^*)$ es un equilibrio de Nash si:

1. $\mathbb{E}_i(\theta^*) \geq \mathbb{E}_i(\theta_i, \theta_{-i}^*)$ para cada estrategia mixta θ_i de cualquier jugador i
2. $\mathbb{E}_j(\theta^*) > \mathbb{E}_j(\theta_j, \theta_{-j}^*)$ para al menos una estrategia mixta θ_j de un jugador j

Como se puede observar, la definición es muy parecida a la definición de equilibrios de Nash con estrategias puras, pero usando el concepto de valor esperado de utilidad y el de estrategias mixtas en vez de acciones.[1]

Encontrar los equilibrios de Nash mixtos no es una tarea tan simple como la búsqueda de los equilibrios puros, sobre todo con matrices complicadas de tamaños más grandes. En *juegos* con más de dos jugadores, la dificultad computacional se dispara; por ello, en nuestro trabajo analizaremos solo juegos de 2 jugadores.

El objetivo es encontrar un equilibrio de Nash (X^*, Y^*) , donde $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ y $Y^* = (y_1^*, \dots, y_m^*)$. Para ello se necesita que la recompensa esperada $\mathbb{E}_1(X^*, Y^*)$ sea la máxima entre todas las recompensas esperadas $\mathbb{E}_1(X, Y^*)$. Con el fin de encontrar esta estrategia se fijará un valor arbitrario y^* y maximizaremos $\mathbb{E}_1(x, y^*)$. En un máximo en el intervalo $0 \leq x \leq 1$, la derivada parcial $\frac{\partial \mathbb{E}_1}{\partial x_i}$ se anula para todos los $x_i \in X$. Esto nos dará un sistema de ecuaciones lineales de donde sacaremos los valores de Y^* . Repetimos el proceso para maximizar $\mathbb{E}_2(X^*, Y)$ y encontraremos todos los equilibrios mixtos de Nash con sus respectivos valores.

Si se lleva esta técnica a nuestro ejemplo, sea $X = (x, 1-x)$ y sea $Y = (y, 1-y)$ dos estrategias mixtas se tiene que $\mathbb{E}_1(X, Y) = -xy + x(1-y) + (1-x)y - (1-x)(1-y)$. De igual manera, $\mathbb{E}_2 = xy - x(1-y) - (1-x)y + (1-x)(1-y)$. El objetivo es encontrar un equilibrio (X^*, Y^*) tal que $X^* = (x^*, 1 - x^*)$ e $Y^* = (y^*, 1 - y^*)$. Primero hay que maximizar $\mathbb{E}_1(X, Y^*)$, dado un valor y^* , se tiene que $\frac{\partial \mathbb{E}_1}{\partial x} = -4^*y + 2$. Igualando la derivada a 0, se llega a que $y^* = 1/2$, por tanto $Y^* = (1/2, 1/2)$. Repitiendo este proceso de maximización con $\mathbb{E}_2(X^*, Y)$, $\frac{\partial \mathbb{E}_2}{\partial y} = 4x^* - 2$, al igualar a 0, $x^* = 1/2$, por tanto $X^* = (1/2, 1/2)$. Así se ha encontrado el equilibrio de Nash mixto (X^*, Y^*) . [1]

Este será el método que se use para la búsqueda de equilibrios mixtos en juegos a partir de ahora. La complejidad computacional, dependiendo del tamaño del *juego*, puede ser más elevada, pero con técnicas como la eliminación de estrategias dominadas y la ayuda de programas informáticos, no será un problema.

Tras la aclaración de estos conceptos, se entra en la última sección de la introducción, en la que se explicarán las reglas básicas de los Colonos de Catán.

2.3. Reglas de los Colonos de Catán

Los Colonos de Catán es un juego en el que 4 jugadores compiten por conseguir 10 puntos de victoria mediante la construcción de asentamientos, ciudades y carreteras en un mapa hexagonal.



Figura 2.1: Tablero de los "Colonos de Catán"

Cada casilla del mapa representa un recurso diferente: madera (en las casillas de bosque), arcilla (en las casillas de colinas), piedra (en las casillas de montaña), trigo (en las casillas de campo de trigo) y ovejas (en las casillas de pasto).

Encima de cada casilla hay una ficha numerada que servirá para decidir cuándo se otorgan cada tipo de recursos en función de las tiradas de los dos dados de 6 caras. Además, hay una pieza central de desierto, que no aporta ningún recurso y es la posición inicial de la pieza de ladrón. El objetivo del juego es conseguir 10 puntos de victoria, realizando diversas tareas que se explicarán más adelante.

2.3.1. Fases del juego

Inicio de la partida

Se colocan de manera aleatoria las fichas del tablero con la única condición de que la casilla del desierto sea la pieza central. Una vez colocadas estas casillas, se realiza la colocación de las piezas numeradas, también de manera aleatoria.

2.3. Reglas de los Colonos de Catán

Tras haber colocado el tablero, se lanzarán los dados para decidir quién empieza colocando su primer asentamiento. Esta fase es clave, ya que condicionará completamente la primera etapa del juego.

El jugador que haya sacado los dados más altos empezará colocando su primer asentamiento en cualquiera de las encrucijadas libres (esquina de un hexágono) respetando siempre la regla de la distancia (debe haber mínimo dos aristas entre un asentamiento y otro). Después, colocará una carretera en una de las aristas adyacentes al asentamiento colocado. En sentido horario, todos los jugadores repetirán este proceso.

Posteriormente, el último jugador que haya colocado el asentamiento volverá a colocar otro asentamiento y carretera siguiendo las mismas reglas. Ahora en sentido antihorario, de manera que el jugador que primero colocó su asentamiento también colocará el último, irán colocando sus segundos asentamientos con sus respectivas carreteras. Además, recibirán los recursos correspondientes a los hexágonos adyacentes a su segundo asentamiento. Con esto acaba la fase inicial del juego.

Desarrollo de la partida

A partir de aquí, todas las rondas serán iguales. En su turno, el jugador lanzará dos dados de 6 caras la suma de los resultados obtenidos será un valor entre 2 y 12 que corresponderá a dos (o a un único hexágono en el caso del 2 y el 12) hexágonos del tablero. Todos los jugadores que tengan asentamientos en alguna de las esquinas de ese hexágono recibirán una unidad de la materia prima representada, o dos unidades en el caso de que el jugador posea una ciudad.

Posteriormente, el jugador pasará a la fase de comercio, donde podrá hacer tratos por sus materias primas con otros jugadores. Además, podrá hacer tratos con la “banca” por una proporción 4:1, el jugador devuelve 4 unidades de una misma materia prima y recibe 1 de otra. Por otra parte, en los exteriores del mapa hay ciertos hexágonos con una arista que tienen dibujado un ícono de puerto; si se consigue construir un poblado en una de estas aristas, se tendrá acceso a tratos especiales con la banca, como proporciones 3:1, o proporciones 2:1 de una materia prima en específico. Es importante remarcar que solamente se puede comerciar con el jugador que tenga el turno actual.

Una vez acabada la fase de comercio, se entra en la fase de construcción, donde se pueden construir con las materias primas que se disponga estos 4 elementos, los cuales permitirán conseguir puntos de victoria.

Pero antes de explicar los elementos, se enumerarán las reglas de construcción:

- Solo se puede construir un asentamiento en una esquina del hexágono conectada por carreteras de color propio, no se podrán construir asentamientos “aislados” (no conectados por ninguna carretera), o conectados por carreteras de otro color.

Capítulo 2. Marco teórico

- Solo se pueden construir asentamientos a una distancia de dos o más aristas de cualquier otro poblado, independientemente de su color.
- Solo se pueden construir ciudades en un asentamiento de color propio previamente construido, es decir, las ciudades solo funcionan como mejoras de los asentamientos y no como construcciones independientes.

Ahora, estos son los 4 elementos que se pueden adquirir en la fase de construcción:

- Caminos (1 madera, 1 ladrillo): No proporcionan puntos de victoria por sí solos, pero permiten conectar asentamientos
- Asentamientos (1 madera, 1 ladrillo, 1 trigo, 1 lana): Proporcionan 1 punto de victoria, además de la posibilidad de conseguir 1 unidad de recurso cada vez que salgan los números de los hexágonos adyacentes
- Ciudades (2 trigo, 3 minerales): Proporcionan 2 puntos de victoria, además de la posibilidad de conseguir 2 unidades de recursos cada vez que salgan los números de los hexágonos adyacentes.
- Carta de desarrollo (1 trigo, 1 lana, 1 piedra): Cartas aleatorias con efectos que se explicarán más tarde.

Una vez finalizada la fase de construcción, se acaba el turno del jugador, y empieza el turno del siguiente. Importante recalcar que una vez empezada la fase de construcción no se puede volver a la fase de comercio.

Otras reglas

El ladrón

El ladrón es una mecánica especial basada en la figurilla que empieza en la casilla de desierto. Hay dos maneras de activar el ladrón: o sacando un 7 en los dados o jugando una carta de caballero. Veamos las dos posibilidades:

- Sacando un 7 en los dados: El jugador que haya sacado un 7 moverá el ladrón de su hexágono actual al que desee. Los efectos del ladrón son dos, primero y con efecto inmediato el jugador que haya movido el ladrón podrá robarle una materia prima al azar a cualquier jugador con un asentamiento o ciudad en el hexágono donde haya situado el ladrón. A la vez (y hasta que se vuelva a mover el ladrón), no se podrá recolectar ninguna materia prima del hexágono donde esté el ladrón situado.

Además, todo jugador con más de 7 cartas en su mano deberá descartarse de la mitad (en caso de que el n^o de cartas de un jugador sea impar se redondea el descarte de manera favorable al jugador).

- Jugando una carta de caballero: Jugar una carta de caballero tiene el mismo efecto que sacar un 7, excepto la regla de descartarse en el caso de tener más de 7 cartas.

Cartas de desarrollo

2.3. Reglas de los Colonos de Catán

Hay 3 tipos de carta de desarrollo, que son: cartas de progreso, cartas de victoria y cartas de caballero. Estas cartas se pueden jugar en cualquier momento dentro del turno del jugador que las posea, y se pueden conservar sin jugar el tiempo que se desee.

- Cartas de progreso: estas cartas pueden ser de 3 tipos diferentes, tipo *carretera*; que permite construir 2 carreteras sin coste alguno, tipo *invento*; que permite conseguir 2 cartas de materia prima de la reserva y tipo *monopolio*; el jugador que juega esta carta elige una materia prima y todos los jugadores le deben dar todas las cartas que tengan de ese tipo a la persona que la haya jugado.
- Cartas de victoria: El jugador que posea esta carta tiene automáticamente un punto de victoria, que no es necesario revelar al resto de jugadores hasta el final de la partida.
- Cartas de caballero: Estas cartas, que ya han sido explicadas previamente, son las que permiten activar el ladrón.

Otras formas de conseguir puntos de victoria

Mayor ejército

Al primer jugador que consiga jugar 3 cartas de caballero se le proporcionará el título de mayor ejército, que le otorga dos puntos de victoria. Sin embargo, estos puntos se pueden perder posteriormente si otro jugador consigue un ejército mayor (más caballeros jugados que el actual poseedor del título), quitándole los puntos al antiguo dueño del título y dándoselos al nuevo.

Mayor ruta comercial

Al primer jugador que consiga construir cinco carreteras conectadas de manera consecutiva se le proporcionará el título de mayor ruta comercial, que le otorga dos puntos de victoria. Sigue las mismas reglas que los enunciados para mayor ejército, donde en definitiva este título puede ser “robado” por otro jugador con una ruta más larga, es decir, más carreteras consecutivas conectadas.

Fin de la partida

El juego acabará cuando algún jugador consiga 10 puntos de victoria en su turno. Como aclaración, todos los jugadores empiezan ya con 2 puntos de victoria, por los dos asentamientos iniciales, así que realmente el juego se juega a 8 puntos.

Capítulo 3

Desarrollo

Durante este capítulo, se abordará el análisis y la modelización de una partida de los colonos de Catán. Primero, se explicará la estrategia común de construcción. A continuación, se establecerán una serie de axiomas y reglas lógicas que describan el comportamiento de los jugadores en el mercado. Posteriormente, se formulará una función de recompensa que condensará todos estos conceptos para poder modelizar nuestros juegos estratégicos. Por último, se enumerarán los diferentes perfiles de jugadores que enfrentaremos para poder sacar conclusiones.

3.1. Estrategia común de construcción

Durante esta sección, se explicará la estrategia que cada jugador, independientemente de su perfil, seguirá a la hora de construir y marcarse objetivos en la partida. Dado que el propósito de este trabajo es el análisis del comercio de Los Colonos de Catán, es crucial que todos los jugadores se comporten igual en los aspectos que se alejen del comercio. Que cada uno de los jugadores siguiera una estrategia diferente de construcción sembraría dudas sobre las conclusiones. No se podría dilucidar si el factor determinante para la victoria de un cierto perfil es su actitud ante el comercio o si, por el contrario, han sido determinantes las decisiones en el ámbito de la construcción.

Una vez aclarado este hecho, se expone que se considera una estrategia de construcción.

Una estrategia de construcción es una serie de reglas lógicas que definen los objetivos del jugador durante el transcurso de la partida

Para poder hacer una hoja de ruta clara para el jugador, se ha dividido la partida en 4 fases diferenciadas. La fase inicial, la fase de expansión, la fase de especialización y la fase de conclusión. Primero, se resumirá la estrategia de forma general. Posteriormente, se introducirá el concepto de matriz de materiales, clave para diferenciar las prioridades de cada participante en un intercambio. Por

Capítulo 3. Desarrollo

último, se profundizará en las reglas lógicas que regirán las decisiones de los jugadores.

La fase inicial consistirá en la colocación de los primeros dos poblados y sus respectivos caminos en el tablero. Los jugadores tratarán de obtener los cinco recursos posibles en casillas con una probabilidad asociada lo más alta posible. Además, colocarán los caminos en dirección a las casillas más interesantes por tener recursos que no hayan conseguido de manera satisfactoria con los dos primeros poblados.

Posteriormente, en la fase de expansión, los jugadores deberán construir dos asentamientos en las casillas más cercanas con recursos que les falten tras la fase inicial. La fase de expansión abarcará desde el final de la fase inicial hasta que el jugador en cuestión haya conseguido construir los dos asentamientos.

Durante la fase de especialización, se le asignará un objetivo a cada jugador, ya sea la mayor ruta comercial o el mayor ejército. Para ganar una partida de los Colonos de Catán es completamente necesario tener uno de estos dos títulos, ya que sin ellos es difícil llegar a los 10 puntos de victoria. Se le asignará este objetivo dependiendo de la colocación de los asentamientos de las fases anteriores. Para acabar la fase de especialización, se deberán cumplir 2 de estas 3 tareas:

1. Cumplir tu objetivo (Mayor ruta o mayor ejército)
2. Construir dos ciudades
3. Construir un asentamiento en un puerto

Tras la fase de especialización, el jugador tendrá 7 u 8 puntos, dependiendo de las tareas que haya logrado. Entonces se entrará en la fase de conclusión. Durante esta fase tratará de conseguir la tarea que no realizó durante la fase de especialización. Además, aunque se logren las 3 tareas, seguiría haciendo falta un punto de victoria adicional, que deberán conseguir, mediante una carta de desarrollo o una ciudad, en el caso de que su objetivo sea el mayor ejército; o con un asentamiento o una carta de desarrollo en el caso de que su objetivo sea la mayor ruta comercial.

3.2. Matriz de materiales

Para especificar cómo se valoran los recursos en un intercambio, se deben tomar en cuenta diferentes puntos; lo cerca que esté un jugador de la victoria, la escasez de ese recurso, su acceso por puertos, etc. Pero todo esto son modificadores a la pregunta esencial: ¿Interesa tener ese recurso? ¿Cuánto interesa?. Para dar respuesta a estas preguntas, hay que fijarse en la esencia del juego, que es preguntarse que es lo que se quiere construir. Por esa razón, se delimitó qué quiere construir cada jugador dependiendo del momento de la partida en el apartado anterior. Por tanto, solamente se deberá diseccionar punto a punto los diferentes recorridos del jugador para crear nuestra "Matriz de materiales".

Para ello, se han usado estas reglas:

3.2. Matriz de materiales

1. Para cada objetivo se establecerán el número mínimo de construcciones necesarias para su cumplimiento
2. Se enumerarán los recursos necesarios para cada construcción agrupándose por tipos de recursos
3. Al recurso más necesario se le asignará 1 punto, al menos necesario 0.2 puntos, y al resto 0.5 puntos. En caso de empate como más necesario o menos necesario, se le asignarán a ambos 1 punto o 0.2 puntos respectivamente.

Mediante estas reglas se podrá consultar qué valora más cada jugador dependiendo del momento de la partida. Se entiende que esta matriz da el comportamiento general del jugador de una fase. Evidentemente, cambia la valoración de una oveja si se quiere construir un camino o un asentamiento, pero para no sobrecomplicar el análisis y poder centrarse en el comercio, se utilizará este método.

Durante los siguientes párrafos se seguirá un mismo procedimiento para la creación de los diferentes apartados. Primero, se enumerarán los diferentes casos de la fase. Después, se expondrán las construcciones necesarias para completar ese caso. Por último, se listarán los materiales necesarios para construir esos edificios y se otorgarán los puntos a cada material.

3.2.1. Fase de expansión

Casos: En esta primera fase, todos los jugadores tienen una estrategia común, por lo que no se puede distinguir entre casos.

Construcciones: Hará falta construir, como mínimo, 2 caminos y 2 asentamientos.

Materiales: Se necesitarán 4 unidades de madera, 4 unidades de arcilla, 0 unidades de piedra, 2 unidades de trigo y 2 unidades de oveja.

Puntuación: 1 madera, 1 arcilla, 0.5 oveja, 0.5 trigo, 0.2 piedra.

3.2.2. Fase de especialización

Durante esta fase se puede observar, que aunque solo haya dos casos (caminos o caballeros), se puede completar esta fase de 3 diferentes maneras por caso. O bien consiguiendo la tarea de las ciudades y la tarea del asentamiento, o bien la tarea de las ciudades y el objetivo, o bien la tarea del asentamiento y el objetivo. Por ello, se enumerarán dentro de cada caso los 3 diferentes subcasos y los materiales para cada uno de ellos. Para la puntuación final haremos una media entre los 3 subcasos y se les otorgarán las puntuaciones correspondientes a cada material. La media será redondeada hacia arriba, teniendo en cuenta la incertidumbre de la partida. Para la fase de especialización de caminos se tomará como necesario la construcción de mínimo 5 caminos, ya que aunque se hayan construido obligatoriamente y como mínimo una red de 2 carreteras en

Capítulo 3. Desarrollo

la fase anterior, se tomará a consideración el entorno competitivo con el resto de jugadores.

Casos: En esta primera fase podemos distinguir el caso de que tu objetivo sea caballeros o que tu objetivo sea caminos.

Caminos

Construcciones:

1. 2 ciudades y 5 caminos.
2. 2 ciudades, 2 caminos y 1 asentamiento.
3. 5 caminos y 1 asentamiento (No hacen falta caminos adicionales para el asentamiento, ya que se construirá en algún lugar de la red creada para el objetivo)

Materiales

1. 5 unidades de madera, 5 unidades de arcilla, 6 unidades de piedra, 4 unidades de trigo y 0 unidades de oveja.
2. 3 unidades de madera, 3 unidades de arcilla, 6 unidades de piedra, 5 unidades de trigo y 1 unidad de oveja.
3. 6 unidades de madera, 6 unidades de arcilla, 0 unidades de piedra, 1 unidad de trigo y 1 unidad de oveja.

Esto hace una media de 5 unidades de madera, 5 unidades de arcilla, 4 unidades de piedra, 4 unidades de trigo y 1 unidad de oveja.

Puntuación: 1 madera, 1 arcilla, 0.5 piedra, 0.5 trigo, 0.2 oveja.

Caballeros

Construcciones

1. 2 ciudades y 3 cartas de desarrollo.
2. 2 ciudades, 2 caminos y 1 asentamiento.
3. 3 cartas de desarrollo, 2 caminos y 1 asentamiento.

Materiales

1. 0 unidades de madera, 0 unidades de arcilla, 9 unidades de piedra, 7 unidades de trigo y 3 unidades de oveja.
2. 3 unidades de madera, 3 unidades de arcilla, 6 unidades de piedra, 5 unidades de trigo y 1 unidad de oveja.
3. 3 unidades de madera, 3 unidades de arcilla, 3 unidades de piedra, 4 unidades de trigo y 4 unidades de oveja.

Esto hace una media de 2 unidades de madera, 2 unidades de arcilla, 6 unidades de piedra, 6 unidades de trigo y 3 unidades de oveja.

Puntuación: 0.2 madera, 0.2 arcilla, 1 piedra, 1 trigo, 0.5 oveja.

3.2.3. Fase de conclusión

Para esta fase, se debe completar la tarea no realizada, más un punto de victoria. Este punto de victoria se debe conseguir mediante la construcción de una ciudad o una carta de desarrollo en el caso de que tu objetivo sea caballeros, o mediante un asentamiento o una carta de desarrollo en el caso de que tu objetivo sea caminos. Se hará una media de la carta de desarrollo con la ciudad o el asentamiento y se sumará a los materiales necesarios para completar esta fase. En el caso de los caballeros se sumarán 0 unidades de madera, 0 unidades de arcilla, 2 unidades de piedra, 2 unidades de trigo y 1 unidad de oveja. En el caso de los caminos, se sumarán 1 unidad de cada material. Se vuelve a tener en cuenta que no será necesaria la construcción de caminos para el nuevo asentamiento, ya que se incorporará en algún punto de la red creada para lograr la mayor ruta comercial. En todos los casos al enumerar las construcciones necesarias se omitirán las construcciones necesarias para el punto de victoria extra, ya que será igual en todos los casos; sin embargo, sí se añadirán los materiales para que las puntuaciones tengan coherencia.

Casos Se dividen entre 6 casos. Que tu objetivo sean caballeros, con cada uno de sus 3 subcasos dependiendo de qué tarea te falta por conseguir y su equivalente con el objetivo de los caminos.

Caballeros tarea ciudades Construcciones: Hará falta la construcción de dos ciudades.

Materiales: 0 unidades de madera, 0 unidades de arcilla, 8 unidades de piedra, 6 unidades de trigo, y 1 unidad de oveja.

Puntuación: 0.2 madera, 0.2 arcilla, 1 piedra, 0.5 trigo, 0.2 oveja.

Caballeros tarea asentamiento Construcciones: Hará falta la construcción de dos caminos y un asentamiento.

Materiales: 3 unidades de madera, 3 unidades de arcilla, 2 unidades de piedra, 3 unidades de trigo, y 2 unidades de oveja.

Puntuación: 1 madera, 1 arcilla, 0.2 piedra, 1 trigo, 0.2 oveja.

Caballeros tarea objetivo

Construcciones: Hará falta la construcción de 3 cartas de desarrollo.

Materiales: 0 unidades de madera, 0 unidades de arcilla, 5 unidades de piedra, 5 unidades de trigo, y 4 unidades de oveja.

Puntuación: 0.2 madera, 0.2 arcilla, 1 piedra, 1 trigo, 0.5 oveja.

Caminos tarea ciudades Construcciones: Hará falta la construcción de dos ciudades.

Materiales: 1 unidades de madera, 1 unidades de arcilla, 7 unidades de piedra, 5 unidades de trigo, y 1 unidad de oveja.

Puntuación: 0.2 madera, 0.2 arcilla, 1 piedra, 0.5 trigo, 0.2 oveja.

Capítulo 3. Desarrollo

Caminos tarea asentamiento Construcciones: Hará falta la construcción de 1 asentamiento.

Materiales: 2 unidades de madera, 2 unidades de arcilla, 1 unidad de piedra, 2 unidades de trigo, y 2 unidades de oveja.

Puntuación: 1 madera, 1 arcilla, 0.2 piedra, 1 trigo, 1 oveja.

Caminos tarea objetivo Construcciones: Hará falta la construcción de 5 caminos.

Materiales: 6 unidades de madera, 6 unidades de arcilla, 1 unidad de piedra, 1 unidad de trigo, y 1 unidad de oveja.

Puntuación: 1 madera, 1 arcilla, 0.2 piedra, 0.2 trigo, 0.2 oveja.

Con esto, se completa la explicación de la matriz de materiales que queda de esta forma:

Cuadro 3.1: Puntuación de los materiales por fase y subtarea

Material	Exp	Esp Cam	Esp Cab	Con Cam Ciu	Con Cam Ase	Con Cam Obj	Con Cab Ciu	Con Cab Ase	Con Cab Obj
Madera	1	1	0.2	0.2	1	1	0.2	1	0.2
Arcilla	1	1	0.2	0.2	1	1	0.2	1	0.2
Piedra	0.2	0.5	1	1	0.2	0.2	1	0.2	1
Trigo	0.5	0.5	1	0.5	1	0.2	0.5	1	1
Oveja	0.5	0.2	0.5	0.2	1	0.2	0.2	0.2	0.5

Donde las abreviaciones se explican de esta forma: exp, fase de expansión; esp, fase de especialización; cam, objetivo de caminos; cab, objetivo de caballeros; ciu, tarea de construir dos ciudades; ase, tarea de asentamientos; obj, tarea de acabar el objetivo.

Gracias a esta matriz se tendrá una referencia clara acerca de qué material es más o menos valorado en cada fase de la partida, se puede notar que en la fase de especialización las necesidades son discontinuas dependiendo de tu objetivo, lo que es lógico. Además, en la última fase de conclusión, a pesar del gran número de casos, las necesidades se igualan, no destaca nada en específico, sino que hace falta más variedad de recursos.

Sabiendo esto, podemos entrar a un análisis más en profundidad de cómo se comportarán los jugadores en nuestra simulación.

3.3. Desarrollo de fases

Una vez resumida cómo se comportarán los jugadores respecto a la construcción a lo largo de la partida y qué material valorarán más y menos durante el transcurso de esta, se profundizará en cada fase. Esta parte es vital para el presente trabajo, ya que le dará fiabilidad a la simulación y servirá como base para la función de recompensa.

Para ello se debe definir formalmente el tablero de Los Colonos de Catán y sus componentes.

Sea $G = (V, E)$ el grafo no dirigido que representa el tablero de Catán, donde V = vértices (donde se pueden construir asentamientos) y E = aristas (donde se pueden construir caminos). En cada vértice inciden un conjunto de hexágonos tal que $v = \{h_1, \dots, h_m\}$, definiendo hexágono como el par $h_i = (n_i, r_i)$, siendo $n_i \in \{2, \dots, 12\}$ el número de hexágono asociado y $r_i \in R : R = \{T, A, O, P, M\}$ el recurso que proporciona este hexágono. Además, se define H como el conjunto de todos los hexágonos del tablero, $H = \{(n_1, r_1), \dots, (n_m, r_m)\}$. Por último se define $J = \{j_1, j_2, j_3, j_4\}$ como el conjunto de los jugadores participantes en el juego.

Además, aunque no sea estrictamente parte del tablero de juego, es importante explicar el concepto de foco. Para el modelado de una partida de Catán, se ha tenido en cuenta que el jugador cuenta con un objetivo esencial en cada uno de sus turnos; a este objetivo, para no solaparlo con otros conceptos, se le llamará foco. Este foco, como ya se explicará más adelante, puede depender de diferentes criterios: recursos en mano, construcciones disponibles, proximidad de la victoria, etc. En cada fase se definirán unos algoritmos que proporcionarán al jugador un foco dependiendo de la situación en que se encuentre en esa ronda.

Teniendo en cuenta esta definición de los elementos básicos del tablero del Catán, se empezará a desarrollar la fase inicial.

3.3.1. Fase inicial

Se define como fase inicial la colocación de los dos primeros asentamientos y sus respectivos caminos. Esta fase, en una partida normal, es esencial para la elección del planteamiento que se seguirá durante toda la partida. En el entorno competitivo de Los Colonos de Catán existen múltiples estrategias óptimas; centrarse en el monopolio de un recurso, en la ruta comercial, en el trigo y la piedra, etc. Para este trabajo se hará que todos los jugadores utilicen la estrategia más equilibrada y la más común en principiantes y jugadores de nivel intermedio: conseguir los cinco recursos.

A nivel conceptual, esta estrategia es simple; durante la colocación de los dos asentamientos se intentará conseguir mínimo una casilla de recurso de cada tipo.

Para el algoritmo de elección de asentamientos en la fase inicial, tenemos que hablar de dos nuevos conceptos, la utilidad media de un recurso y los multiconjuntos. Durante los siguientes capítulos, se establecerá un valor de utilidad a cada recurso por fase, teniendo en cuenta los materiales mínimos necesarios para lograr los objetivos de esa fase. Todos estos valores de utilidad se recogen en la matriz de materiales. Para hallar la utilidad media de un recurso, se realiza una media no ponderada de la utilidad de ese recurso en cada fase.

Por otro lado, un multiconjunto o bolsa se define como el par (A, m) donde A es un conjunto clásico y $m : A \rightarrow \mathbb{N}$, una aplicación en el A se conoce como el conjunto subyacente. Para cada $a \in A$, $m(a)$ es su multiplicidad, el número de

Capítulo 3. Desarrollo

apariciones del elemento en ese multiconjunto. Se denota \uplus como la suma de multiconjuntos, es decir, la unión donde se suman las multiplicidades de cada elemento.

Una vez aclarados estos conceptos, se puede exponer el algoritmo utilizado. Para cada jugador $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ y dado un orden $O = (J_x, J_y, J_z, J_t, J_t, J_z, J_y, J_x)$, siendo $L \subseteq V$ la lista de todos los vértices construibles (respetando las reglas de construcción del juego) y $R_i = \emptyset \forall i$.

En el orden O se hará:

1. $v^* = \operatorname{argmax}_{v \in L} (VI(v))$

Siendo:

$$VI(v) = \left(\sum_{h_i \in v} UM(r_i) P(n_i) \right) \left(1 - \frac{x(R_i \uplus R(v))}{10} \right)$$

Donde UM es la utilidad media de ese recurso, P es la función de probabilidad del resultado de la tirada de dos dados de 6. Por otro lado $R(v)$ es el multiconjunto con los recursos de los hexágonos de v , $R(v) = [r_i : h_i \in v]$ y x es la función:

$$x : \mathcal{M}(A) \rightarrow \mathbb{N}, \quad x(M) = \sum_{a \in A} m(a) - 1$$

2. $R_i := R_i \uplus R(v^*)$
3. $\hat{V} := \hat{V} \setminus \{v^*\}$

Con esta función se evalúan los mejores vértices teniendo en cuenta tanto la utilidad de los recursos que los rodean, como la probabilidad de que los hexágonos adyacentes produzcan recursos en cada ronda. Se podría decir que se calcula la utilidad media esperada por turno del vértice. Aparte, ya que se quiere conseguir los cinco recursos en esta fase inicial, se penaliza por cada recurso repetido al que se acceda con la elección de ese vértice.

En cada turno del orden O, se elige un asentamiento, pero también se debe colocar un camino en una arista; para ello se usará un método de elección de camino basado en objetivos que se utilizará para el resto de la partida.

Se partirá del razonamiento de que solamente hay dos razones para construir un camino, bien sea por querer construir un asentamiento o bien sea por querer hacer el camino más largo. El caso actual es la necesidad de construir un camino para empezar la ruta que acabará en un asentamiento. Primero, se necesita saber dónde colocar el asentamiento. Debido a la premisa de que al jugador le interesa tener en gran cantidad los cinco recursos, se escogerá a partir de una

fórmula que valore positivamente estos 3 puntos: escasez de los recursos proporcionados por el vértice para el jugador, mayor probabilidad de los hexágonos adyacentes y menor distancia desde el punto de partida.

La fórmula que permitirá analizar cuánto valoran los diferentes vértices cada jugador para construir un asentamiento es esta:

$$VC_j(v) = \sum_{h_i \in v} \frac{P(n_i)}{\max(VE_j(r_i), \epsilon)} - d(v_0, v)$$

siendo:

$$VE_j(r) = \sum_{h_i \in H, r_i=r} A_j(h_i)P(n_i)$$

$$D(d) = \begin{cases} d & \text{si } d < 4 \\ 10 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Tal que v es el vértice a evaluar, VE_j el valor esperado del jugador j al recurso r , $\epsilon=0.01$ y A_j el n° de asentamientos del jugador j en el hexágono + el n° de ciudades del jugador j en el hexágono multiplicado por 2. La incorporación del término ϵ a la fórmula, es debido a que en estas etapas tempranas de partida, habrá recursos de los que no se produzca nada, precisamente los que más le interesan al jugador, por ello la división entre un número cercano a 0, incrementando el valor de este hexágono respecto a otros.

El sentido de esta fórmula se puede explicar de esta manera: en el primer término, por cada hexágono del vértice, se enfrenta la probabilidad de que salga ese número (cuanto más alta, mejor) contra el valor esperado del recurso para el jugador (cuanto más bajo, más valoramos el vértice). Después, se le resta una penalización por la distancia. Se evaluaron diferentes pesos y fórmulas para que la distancia y la valoración del hexágono tuvieran una importancia que se correspondiera al pensamiento lógico de un jugador. Evidentemente, pocas veces una distancia mayor a 2 justificará la elección del hexágono, pero tampoco se debería convertir la decisión en un simple criterio de cercanía. Tras evaluar diferentes fórmulas en la simulación se apreció que muchas veces la simpleza es la solución, y que restando la distancia entre el vértice elegido y el vértice evaluado, los jugadores llegaban a decisiones óptimas. Los únicos puntos de discordancia eran en jugadores que no conseguían producir recursos de un tipo específico al principio de la partida, llevándoles a sacrificar gran cantidad de recursos en caminos con el objetivo de conseguir estos recursos ausentes en su producción. Por ello, se llegó al límite táctico de 3 caminos, ningún vértice justifica mediante su producción la construcción de más de 3 caminos, por lo que se aplicó una penalización prohibitiva, que en la práctica descartaba todos los vértices con distancia mayor a 3.

Una vez explicada la fórmula para elegir el vértice objetivo, se elegirá el camino a construir tras colocar cada asentamiento. En este algoritmo, v_0 tomará como

Capítulo 3. Desarrollo

valor el último asentamiento construido, desde el que partirá el principio de la red de carreteras del jugador.

1. $v^* = \operatorname{argmax}_{v \in L}(VC_j(v))$
2. $\gamma^* = (v_0, v_1, \dots, v^*)$ es el camino posible mas corto entre v_0 y v^* según el algoritmo de Dijkstra (sin ponderaciones). Este algoritmo trabajará sobre un subgrafo filtrado por cada jugador, eliminando aristas o vértices ocupados por otros jugadores.
3. El jugador j colocará el camino en la arista (v_0, v_1)

De esta manera, tras la edificación de los dos primeros asentamientos y los dos primeros caminos, se puede dar por concluida la explicación de la fase inicial.

3.3.2. Fase de expansión

Durante esta fase, se deberán construir dos asentamientos. Por suerte, el algoritmo para decidir en qué vértice construir el asentamiento sigue siendo el mismo que se usó en la fase anterior para decidir cuál sería el primer camino, pero con alguna adaptación.

Durante los turnos de la fase de expansión, cada jugador j seguirá esta lógica para tomar sus decisiones:

1. Decidirá cual es su vértice objetivo:

$$v^* = \operatorname{argmax}_{v \in L}(VC_j(v))$$

La diferencia con la fase inicial es que v_0 será cualquiera de los vertices donde haya construido un asentamiento del jugador.

2. Analizará si ese vértice es accesible mediante sus caminos actuales.
 - a) Si es accesible y tiene los recursos necesarios, su foco será "Asentamiento" en caso contrario será "Nada".
 - b) Si no es accesible, evaluará si tiene los recursos necesarios para construir un camino. Si es así, su foco será "Camino", si no será "Nada"

Sobre esta fase cabe decir que, aunque se decida en cada turno cuál es el vértice objetivo, la única razón para que un jugador cambie de vértice objetivo es porque deje de ser edificable en consecuencia de las acciones de otro jugador. En ese caso, se tratará de llegar a otro vértice objetivo que sea cercano a la estructura actual del jugador.

Esta primera fase de expansión es bastante simple tanto en estrategia de construcción como de intercambio; por tanto, no merece mayor análisis.

3.3.3. Fase de especialización

Esta es la fase central de la partida, donde los jugadores deberán enfocarse en uno de los dos objetivos principales del juego, además de conseguir 2 de las 3 tareas previamente mencionadas.

Primero, se discutirá cómo elegirá cada jugador cuál es su objetivo principal. Para ello se verá el valor esperado de cada recurso por turno usando la fórmula explicada en el punto de fase inicial de $VE_j(r)$. Para cada objetivo, tanto caballeros como caminos se usan de manera disjunta dos grupos de materiales. Si se tiene una mayor cantidad de piedra y de ovejas, es lógico que el objetivo sea el de tener el mayor ejército, pero si en cambio se posee una mayor cantidad de madera y arcilla, es mejor estrategia tratar de conseguir la mayor ruta comercial. Para resolver esta cuestión, se hará uso de esta sencilla fórmula.

Sea:

$$o = \frac{\sum_{r_0 \in \{M,A\}} VE_j(r_0)}{2} - \frac{\sum_{r_1 \in \{P,O,T\}} VE_j(r_1)}{3}$$

Este criterio enfrenta los valores esperados de los recursos necesarios para construir caminos (único requisito para conseguir la mayor ruta comercial), contra los recursos esperados para construir cartas de desarrollo (único requisito para conseguir el mayor ejército). Dividiendo por el número de recursos necesarios para conseguir cada uno de los dos elementos, y así poder equilibrar la comparación.

Si $o > 0$ el jugador esperará más madera y arcilla por turno, por tanto su objetivo a partir de ahora y hasta el final de la partida será la mayor ruta comercial, al que se referirá a partir de ahora como objetivo de caminos. Si $o < 0$ el jugador esperará más piedra y ovejas por turno, por tanto su objetivo será el del mayor ejército al que se referirá como el objetivo de caballeros. Si $o = 0$ el jugador espera exactamente lo mismo de ambos recursos y decidirá su objetivo de manera aleatoria.

Hasta ahora el jugador, a la hora de construir nuevos asentamientos, había dado exactamente la misma prioridad a todos los recursos. Pero ahora, en la fase de especialización, como su propio nombre indica, deberá darle mayor importancia a los recursos necesarios para conseguir su objetivo o especialidad. En los siguientes párrafos se explica cómo valora cada jugador dónde construir su asentamiento y ciudades.

Empezando por las ciudades, estos edificios solamente pueden construirse a partir de asentamientos pertenecientes al jugador, lo cual facilita mucho nuestro análisis. La construcción de una ciudad, aparte de un punto de victoria, dobla la producción del jugador en todas las casillas adyacentes, por lo que debe ser un vértice estratégico que esté alineado con su objetivo.

La fórmula para darle un valor a cada vértice donde se puede construir una ciudad es esta:

$$C_j(v) = \sum_{h_i \in v} U_j(r_i)P(n_i)$$

Esta fórmula tiene en cuenta que a partir de la fase de expansión, los jugadores pueden encontrarse en varios estados, donde valorarán de forma diferente los recursos. $U_j(r)$ es la entrada de la matriz del jugador j para el recurso r en su situación actual. Por tanto, con esta fórmula, el jugador buscará maximizar la utilidad esperada del vértice por turno.

Para no sobrecomplicar el análisis, el jugador buscará ir al puerto más cercano, siempre que pase unos requisitos mínimos. Para ver el valor que tiene un puerto de cara al comercio, se usará este indicador:

$$puerto_r = \frac{VE_j(r)}{U_j(r)}$$

Este indicador se utilizará solamente para los puertos 2:1, en el que el recurso r será el recurso que entregas. De esta manera se comparará la producción del recurso que se entregará contra lo que le interesa al jugador ese recurso específico. Evidentemente, el escenario ideal consiste en que el jugador posea un puerto en el que entrega un recurso con gran producción el cual valora poco. De cara a los puertos 3:1, el valor del indicador será 1, ya que se asume que a todos los jugadores les interesa por igual, aun sin ser el más óptimo.

Una vez que se consiguen estos 6 indicadores (1 por material más el neutral del 3:1) se ordenará de mayor a menor. Solamente serán aceptables los puertos que tengan un valor que los sitúe entre los 3 primeros.

Para construir el puerto, el jugador valorará el puerto más cercano, si su valor de puerto está entre los 3 primeros, será su puerto elegido. En caso contrario, pasará a analizar el siguiente. Hará esto con los 4 puertos más cercanos, si ninguno de los 4 puertos tiene un valor aceptable, escogerá el puerto con mayor valor dentro de los 4 más cercanos.

La elección de 4 puertos no es una elección arbitraria, dentro de una partida de los colonos de Catán, lo más común es tener dentro del grafo formado por tus construcciones (caminos, asentamientos y ciudades) dos componentes conexas. Cada una de estas componentes conexas estará cerca de lo que se llamará una "arista costera", es decir, una arista con dos puertos. Teniendo dos aristas cercanas, cada una con dos puertos adyacentes, lo común es que tenga 4 puertos con una diferencia de distancia poco considerable.

Una vez explicados estos criterios de decisión, se explicará cómo se comportará un jugador j en cada turno de la partida. Durante un turno, un jugador puede realizar dos acciones que se llamarán "conclusivas" ya que por sí solas completan tareas, y acciones "no conclusivas", ya que son el camino para conseguir una tarea, pero no la tarea como tal. Las acciones conclusivas serán construir una ciudad y un asentamiento en un puerto, mientras que las acciones no conclusivas serán construir un elemento para tu objetivo (camino o carta

de desarrollo) o bien construir un camino para poder llegar a un vértice objetivo de poblado.

Durante todos los turnos de la fase de especialización, cada jugador j se comportará de esta manera:

1. Si es capaz de llevar a cabo una acción conclusiva con los materiales a su alcance, lo hará. Siendo los dos diferentes focos posibles "Ciudad" o "Asentamiento"
2. Si no es capaz de llevar a cabo una acción conclusiva, pero es capaz de llevar a cabo una acción no conclusiva, realizará la acción no conclusiva. Aquí podrá tener foco como "Camino" o "Carta"
3. En cualquier otro caso, su foco será "Nada".

Con esto, queda desarrollado el comportamiento de los diferentes jugadores en la fase de expansión, pero quedan varios puntos por aclarar. En primer lugar, como usarán los jugadores las diferentes cartas de desarrollo. Estas reglas respecto a las cartas de desarrollo se mantendrán a lo largo de la partida:

1. Las cartas de punto de victoria no conllevan ninguna acción, por lo tanto, los jugadores simplemente las almacenarán.
2. Los jugadores jugarán la carta de caballero durante su turno si el ladrón se encuentra en una de sus casillas, o en dos turnos tras obtenerla en caso de que el objetivo del jugador sea el de mayor ejército.
3. En las cartas de progreso:
 - a) Los jugadores jugarán en su siguiente turno la carta de caminos, y construirán los dos caminos respecto a los mismos criterios que si fueran caminos conseguidos mediante compra.
 - b) Los jugadores jugarán tanto la carta de monopolio como de invento en su siguiente turno, y pedirán el recurso con el mayor indicador según la fórmula:

$$\frac{VE_j(r)}{U_j(r)}$$

Estas reglas respecto al uso de cartas de desarrollo se mantendrán durante todos los turnos de la partida, para todos los jugadores.

Por último, sobre esta fase hay que apuntar que los títulos de mayor ruta comercial y mayor ejército son transferibles; es posible avanzar a la siguiente fase de conclusión, pero tras perder cualquiera de estos dos títulos, retroceder de nuevo a la fase de especialización.

3.3.4. Fase de conclusión

Durante esta fase final de la partida, se asume que el jugador ya ha conseguido 2 de los 3 objetivos planteados en la fase de especialización. Además, deberán

Capítulo 3. Desarrollo

conseguir un punto de victoria extra mediante cartas de desarrollo o la construcción de una ciudad.

Durante esta fase final, no hace falta definir más criterios de construcción, ya que se usarán los de fases anteriores. Para elegir qué ciudad construir, se usará la función $C_j(v)$, explicada en la fase anterior, mientras que para construir un asentamiento, se priorizará el menor uso de recursos; por tanto, se construirá en el punto más cercano posible. Si hay varios puntos con la misma distancia, en los que es posible construir un asentamiento, se desempatará eligiendo al que tenga mayor valor en la función $C_j(v)$.

Por tanto, para esta última fase, el jugador se comportará siguiendo estas reglas:

1. Si puede realizar cualquier acción que le ayude a completar la tarea restante de la fase anterior, siendo esta la lista de acciones a tener en cuenta, dependiendo de la tarea a cumplir:
 - a) Construir una ciudad, en caso de que no se haya completado la tarea de construir dos ciudades, el foco será "Ciudad".
 - b) Construir un asentamiento en un puerto o un camino hacia el vertice elegido para este asentamiento, en caso de que no se haya completado la tarea de construir un asentamiento en un puerto, el foco será "Asentamiento" o "Camino".
 - c) Construir un camino si tu objetivo es caminos o comprar una carta de desarrollo si tu objetivo es caballeros, en caso de que no se haya completado la tarea de cumplir tu objetivo, el foco será "Camino" o "Carta".

En ese caso, se realizará la acción correspondiente a la situación específica del jugador.

2. En caso de que no se pueda realizar ninguna tarea acorde a la situación del jugador, y haya conseguido anteriormente con este flujo de acción (o con otro, como conseguir una carta de victoria en fases anteriores), el punto de victoria restante para acabar la partida se llegará a estos casos:
 - a) Si el jugador es capaz de construir una ciudad, su foco será "Ciudad".
 - b) Si el jugador es capaz de conseguir una carta de desarrollo, su foco será "Carta".
3. En cualquier otro caso, el foco será "Nada".

Tras la explicación de esta última fase, se puede entender cómo se comportará en nuestra simulación cada uno de los jugadores, de manera racional y unificada. Una vez explicado esto, se pasará a los siguientes puntos, donde se explicarán los axiomas que regirán a nivel conceptual el comportamiento de los jugadores respecto al comercio.

3.4. Axiomas de comercio

Una vez concluido el análisis de la estrategia común de construcción, empezaremos a construir el modelo sobre el que se basará el comercio de nuestras partidas. Para poder desarrollar la función de recompensa, piedra angular de nuestro modelo, debemos entender cómo se comportan respecto al comercio los jugadores. Estos axiomas tratarán de recoger el comportamiento general de los jugadores y arrojar unas conclusiones sobre las que poder hacer un análisis numérico.

Se enumerarán de forma de más a menos restrictiva, teniendo en cuenta cuántas acciones e intercambios limitan el cumplimiento de cada axioma.

3.4.1. Axioma 1

Los jugadores solo propondrán tratos que se puedan realizar con las cartas en juego

Este axioma puede parecer obvio, pero nos da una acotación para el modelo que se ajuste a las reglas del juego; ningún jugador propondrá ningún trato que no pueda realizar.

3.4.2. Axioma 2

Ningún jugador hará un trato con utilidad negativa

Esto es otro axioma evidente, pero que plantea grandes restricciones. Ningún jugador aceptará nunca un trato que empeore su situación, ya que el modelo propuesto no es un modelo cooperativo.

3.4.3. Axioma 3

El jugador preferirá siempre el mismo trato con la banca (4:1 o puertos) antes de con un jugador

Los jugadores prefieren no beneficiar al resto, teniendo en cuenta que su recompensa y utilidad serán las mismas. Por tanto, cualquier trato que se pueda realizar con la banca tendrá utilidad nula o negativa ante la perspectiva de hacerlo con otro jugador.

3.4.4. Axioma 4

Los jugadores prefieren negociar con jugadores que no estén cerca de la victoria

Esto es una dinámica muy común en los Colonos de Catán, un trato muy beneficioso deja de ser beneficioso ante la perspectiva de que ese mismo trato pueda

Capítulo 3. Desarrollo

otorgarle la victoria a un rival. Se tendrá en cuenta esto para aplicar penalizaciones a tratos con jugadores que están cerca de la victoria y recompensas a jugadores que estén lejos de ganar la partida.

3.4.5. Axioma 5

Los jugadores que poseán un título preferirán negociar con jugadores con los que no compitan por ese título

Este axioma, parecido al anterior, se centra en el entorno competitivo del modelo. Los jugadores que tengan en su poder un título, ya sea el de mayor ruta comercial o el de mayor ejército, tratarán de evitar negociar con competidores por ello. Además, beneficiarán los tratos con jugadores que no consideran competidores o que tengan un objetivo diferente.

3.4.6. Axioma 6

Todo jugador prefiere un trato con utilidad positiva a no hacer ningún trato

Este es el que puede parecer menos obvio de todos los axiomas, pero se deduce a partir de todo lo dicho anteriormente. Si un jugador considera que cierto trato le aporta una utilidad positiva, ha tenido en cuenta todos los axiomas mencionados anteriormente. Esto quiere decir que en el trato, aparte de recibir una mayor utilidad material a la que entrega, es beneficioso para él desde la perspectiva de la competición con el resto de jugadores. Por tanto, no beneficiará a un competidor directo, a un oponente a punto de ganar la partida, no se podrá realizar con un puerto y el resto de conclusiones sacadas de los anteriores puntos.

3.4.7. Axioma 7

Ningún jugador negociará con recursos necesarios para completar su foco

El concepto de foco, que se ha repetido mucho durante el desarrollo de las fases, cobra sentido aquí. No sería lógico que un jugador que planea construir un asentamiento en ese mismo turno entregue su única carta de madera, impidiéndole así evolucionar en la partida.

De estos axiomas, es interesante rescatar el segundo y el sexto, ya que nos conducen a una proposición crucial para la modelización del sistema. Si tenemos en cuenta que ningún jugador aceptará una propuesta con utilidad negativa y que todos los jugadores prefieren un trato con utilidad positiva a no hacer ningún trato, podemos concluir que ningún jugador tiene interés en proponer un trato que no tenga utilidad positiva para ambas partes.

Teniendo en cuenta que todos los jugadores proponen únicamente tratos con utilidad positiva para ellos, supongamos que un jugador propone un trato que

3.4. Axiomas de comercio

plantea utilidad positiva para él y negativa para su rival. El jugador que plantea el trato sabe que el rival rechazará la propuesta, ya que todos conocen las reglas por las que se rigen el resto de participantes. Esto implica que el jugador que propone el trato recibirá utilidad nula, lo que entra en conflicto con el último axioma que afirma que todos los jugadores prefieren un trato con utilidad positiva que con utilidad nula. Esto nos lleva a la conclusión de que ningún jugador planteará un trato con utilidad negativa para el rival, ya que se transformaría en un trato con utilidad nula para ellos.

3.5. Función de recompensa

En esta sección se transformarán las preferencias cuantitativas de los axiomas en una función numérica de recompensa que otorgará un valor numérico a cada trato. La función de recompensa analizará, por una parte, las materias intercambiadas, comparando lo que entrega y recibe el jugador, y por otro lado, el entorno de la partida, considerando la situación de ambos jugadores.

La función, cuyos términos se explicarán en los siguientes párrafos, es esta:

$$u(c_r, r_r, c_e, r_e, i, j) = (VR(c_r, r_r, i) - VR(c_e, r_e, i))P(j)T(i, j)J(i, j)U(i, j)$$

Donde r_r es el recurso recibido, r_e el recurso entregado, i el jugador que recibe la utilidad resultado de la función y j el rival, o el jugador con el que i realiza el trato.

3.5.1. VR

Esta función le da un valor numérico a un recurso; esto se usa dentro de la función de recompensa para analizar tanto el valor del recurso recibido como el del entregado; pero los términos de la función son los mismos para ambos casos.

$$VR(c, r) = V(r, i)(1,5 - \hat{E}(r))(1,5 - \hat{A}(r, i))c$$

Explicuemos punto por punto los diferentes términos. Primero tenemos $V(r, i)$, este término es el valor base de utilidad que le da el jugador al recurso. La función da como resultado la celda de la matriz de materiales correspondiente al recurso r y la fase en la que esté el jugador i . Este primer término funciona como la prioridad más fundamental que le da el jugador a ese recurso, sin tener en cuenta ningún otro factor económico.

Después tenemos $\hat{E}(r)$, que es un indicador de lo valioso que es ese recurso en la partida para todos los jugadores. Esta función nos va a decir, teniendo en cuenta la producción global de cada uno de los recursos, cuánto porcentaje de esa producción global es del recurso r . Para ello vamos a desarrollar la función E_r que nos indicará la producción global del recurso r , el indicador E_{max} que nos aporta la producción global de todos los recursos y por último la función $\hat{E}(r)$ que desarrollará el porcentaje de producción de r respecto a la producción total.

Entendemos producción global como el total esperado de producción de un recurso por turno. Es decir, no nos centramos en cuánto produce un jugador en específico, sino cuánto se espera producir en total de ese recurso cada turno por todos los jugadores. Cuanto mayor sea la producción global de ese recurso o $E(r)$ menos valioso será, pero hay que entender este indicador como una medida relativa, no absoluta. No nos interesa saber si se produce mucho o poco de un

recurso, sino cuánto se produce respecto al resto de recursos.

$$E(r) = \sum_{j \in J} V E_j(r)$$

$$E_{max} = \sum_{r \in R} E(r)$$

$$\hat{E}(r) = \frac{E(r)}{E_{max}}$$

Esta fórmula aporta un porcentaje que indica el valor de ese recurso a nivel global, pero no solamente interesa su importancia a nivel global, sino cuánto de lo que se genera, se genera gracias al jugador que está evaluando el trato. Esto quiere decir del total de la producción de ese recurso, cuánto porcentaje le llega a ese jugador. Este indicador se manifiesta a partir de la función $\hat{A}_i(r)$ y sigue una estructura similar a $\hat{E}(r)$.

$$A_{max} = \sum_{j \in J} V E_j(r)$$

$$\hat{A}_i(r) = \frac{V E_j(r)}{A_{max}}$$

Aquí se tiene como valor $A_{max}(r)$ la producción global del recurso r , por tanto $\hat{A}_i(r)$ es el porcentaje de cuánto produce el jugador i de ese recurso respecto al global.

Estos dos indicadores nos aportan información conceptualmente de dos áreas. Por una parte $\hat{E}(r)$ nos da información de escasez a nivel global, si hay poca fluidez de arcilla en la partida, la arcilla será mucho más valiosa respecto a otros recursos con mayor producción. Por otra parte, $\hat{A}_i(r)$ señala particularidades como necesidades individuales, monopolios o duopolios e inaccesibilidad a ciertos recursos. Cuando toda la producción viene por parte de un único jugador o grupo de jugadores, el precio de ese recurso sube para todos los participantes menos para los productores de ese recurso. Como otro ejemplo, cuando un jugador no tiene acceso a ese recurso de manera "natural" o tiene una baja producción, su única alternativa para llegar a ese recurso es el comercio, por lo que estará dispuesto a sacrificar más cartas a cambio de este recurso específico.

Por último, multiplicamos esta valoración sobre el material en específico por el número de recursos que se estén entregando o recibiendo.

Como análisis más general de la fórmula, todos los términos van de 0 a 1, con el objetivo de normalizar los valores y que no haya un indicador con mayor peso que otros. Además, en la fórmula se multiplican tanto $\hat{E}(r)$ como $\hat{A}_i(r)$ mediante la diferencia con 1.5 para que puedan actuar como potenciadores y penalizadores. Estos dos valores siguen una estructura común en el que 1 significa un valor mínimo, 0 un valor máximo y 0.5 un valor neutral. Al hacer la diferencia con 1.5 pueden llegar hasta a duplicar o dividir por la mitad la utilidad de este trato.

Capítulo 3. Desarrollo

3.5.2. P

Esta función nos indica la situación del jugador rival, básicamente lo cerca que esté de ganar la partida. Esta función es básica, cuanto más cerca esté de ganar, más penalización habrá por comerciar con él, por tanto:

$$P(j) = 1 - PV(j)/10$$

Donde $PV(j)$ son los puntos de victoria del jugador j , por tanto cuanto más altos sean los puntos de victoria, y consecuentemente más cerca esté de ganar la partida, se impondrán restricciones más fuertes al comercio con este jugador.

3.5.3. T

Esta función evalúa si el jugador con el que se está comerciando es una amenaza para la conservación de un título. Evidentemente, solamente actuará como penalizador en caso de que el jugador i , el jugador que está analizando el trato, posea un título.

$$T(i, j) = T_{caminos}(i, j) * T_{caballeros}(i, j)$$
$$T_{caminos}(i, j) = \begin{cases} 1 - \frac{L_j}{L_i} & \text{i tiene el título} \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
$$T_{caballeros}(i, j) = \begin{cases} 1 - \frac{K_j}{K_i} & \text{i tiene título} \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Donde L_j son el máximo de caminos consecutivos del jugador j y L_i el máximo de caminos consecutivos del jugador i . Por otro lado K_j y K_i son el número de caballeros jugados del jugador i y el jugador j , respectivamente.

Estos dos términos, tanto $T_{caminos}$ como $T_{caballeros}$ aportan información directa de cuántas acciones le quedan al otro jugador para superar al jugador i , esto solamente es una información interesante en caso de que el jugador i sea el poseedor del título. Haciendo esta diferencia respecto a la fracción, se garantiza que mayor sea la penalización cuanto más grande sea el resultado de la fracción, que a su vez crecerá cuanto menor sea la diferencia entre los caminos o caballeros del rival j y de i . Por tanto, se multiplicará toda la acción por 0 al llegar a su máxima penalización, que es cuando el rival j tiene exactamente las mismas acciones realizadas para el objetivo que i , y con una acción más le robaría este título. Además, cabe añadir que nunca se llegará al caso en el que un jugador tenga valor en ambos términos, tanto $T_{caminos}$ como $T_{caballeros}$, ya que por las mecánicas definidas en la estrategia común de construcción, cada jugador se centrará únicamente en uno de los dos títulos.

3.5.4. J

La función J tomará diferentes formas dependiendo del perfil de jugador. Esta idea es la base del trabajo, y lo que nos permitirá sacar conclusiones tras la simulación, por tanto se explicará más detalladamente en siguientes secciones, pero es importante mencionar que actuará como modificador o penalizador dependiendo del tipo de jugador que esté evaluando el trato.

3.5.5. U

Este término es un punto clave de la función y del modelo. Para que puedan existir equilibrios de Nash y el análisis funcione, la función debe tener un contrapeso en el que se tenga en cuenta la opinión del rival. Si esto no fuera así, los jugadores simplemente plantearían tratos donde su utilidad se disparase positivamente, los cuales serían los únicos equilibrios de Nash posibles, ya que siempre se podría mejorar la utilidad de la estrategia ofreciendo menos y pidiendo más. Esto imposibilitaría la existencia de equilibrios ya que todos los jugadores seguirían ese mismo planteamiento, no llegando a ningún punto de estabilidad.

La importancia de este contrapeso no implica que sea algo artificial o irreal, únicamente creado para el correcto funcionamiento del modelo. Al contrario, tiene su sustento conceptual en los axiomas y conclusiones previamente mencionados. A partir del axioma 6 y el axioma 2, se llegó a la conclusión de que al jugador solamente le interesaban los tratos con utilidad positiva para ambas personas, o lo que es lo mismo, no le interesaban los tratos que planteasen utilidad negativa para su rival, sabiendo a ciencia cierta que los rechazaría. Por tanto, $U(i,j)$ tiene esta forma:

$$U(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{si } u^*(r_e, r_r, j, i) > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Esta función analiza el comportamiento de u^* que básicamente es la función de utilidad del rival (por esa razón los términos están invertidos), quitando la $U(j,i)$, ya que nos llevaría a un razonamiento cíclico. Es decir, si el jugador j sin tener en cuenta la valoración del jugador i valora positivamente ese trato, U no tendrá ningún efecto. En caso contrario, el jugador i descartará automáticamente ese trato sabiendo que es inaceptable.

3.6. Perfiles de jugadores

La última pieza clave para el desarrollo de conclusiones son los diferentes perfiles de jugadores que enfrentaremos entre ellos. Estos diferentes perfiles tendrán funciones J únicas que modificarán la actitud del jugador ante sus rivales dependiendo de diferentes condiciones. Para el desarrollo de estos perfiles se ha tratado de modelar patrones de comportamiento reales y comunes, tanto en partidas de los colonos de Catán como en una economía real. En los siguientes puntos se explicarán los 4 perfiles que se han elegido para nuestro análisis.

3.6.1. Pragmatico

Este perfil se podría considerar como el básico o la media de la población de los participantes en el juego. No tiene ningún patrón de comportamiento reseñable ni que lo diferencie de otros jugadores, simplemente trata de jugar de la mejor manera posible, comerciar cuando le interesa y rechazar las ofertas que no mejoren su situación, por eso, su función $J(i, j) = 1$.

Puede parecer que este perfil no aporta en nada al análisis, pero es crucial para ver cómo diferentes estrategias más marcadas, como las que explicaremos más adelante, pueden dominar o ser dominadas en un entorno en el que la mayoría sigue un perfil pragmático. Que su comportamiento sea básico, no quiere decir que sea mejor ni peor respecto al resto de patrones, simplemente es lo que ocurre de forma más común estadísticamente, jugadores neutros ante el comercio.

3.6.2. Intercambista

Este jugador tiene una actitud muy positiva ante el comercio; para él, lo más importante es que el mercado siga funcionando y haya movimiento de recursos entre jugadores. Primará mucho más que existan tratos que generen utilidad positiva, sin tener en cuenta otros factores que pueden penalizar la visión de otros perfiles. Por ello, este jugador no tendrá en cuenta la circunstancia del otro jugador, aunque esté cerca de la victoria o le pueda arrebatar sus títulos.

$$J(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{P(j)T(i,j)} & \text{si } P(j) \neq 0 \text{ y } T(i,j) \neq 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

La existencia de $U(j)$ anula los penalizadores de $P(j)$ y $T(i,j)$ en casi todos los términos de $P(j)$ y $T(i,j)$. El único caso en el que esto cambia es cuando cualquiera de estos dos términos sea 0. El comerciante valora mucho la existencia de intercambios, pero no tiene una fe ciega en ellos. Cuando sus acciones le perjudicaran de una manera directa con un gran perjuicio, como puede ser que el otro jugador gane la partida o le quite 2 puntos mediante el robo del título, no realizará esos intercambios.

3.6.3. Reservado

El nombre de este perfil indica intuitivamente cómo se comportarán este tipo de jugadores en la simulación. Es muy común en partidas de Catán encontrarse con jugadores reacios al comercio y con una visión autocrática de la producción. Para este tipo de perfiles, el intercambio es algo negativo y prefieren abastecerse por su cuenta. Por ello, es más difícil que encuentren un trato como aceptable. Mientras que para el resto de jugadores el límite para aceptar un trato es que su utilidad sea mayor que 0, para estos jugadores este mínimo aceptable será mayor; no aceptarán ninguna oferta cuya utilidad esté por debajo del cuartil inferior de ofertas con utilidades positivas.

Sea T_i el conjunto de tratos posibles para el jugador i , se tomará como $T_i^+ = \{t \in T_i | \hat{u}_i(t) > 0\}$. Se toma \hat{u} como la función de utilidad u , sin tener en cuenta tanto

el término U, como el término J, ya que se quiere tener en cuenta únicamente la utilidad del trato sin tener en cuenta el perfil ni cómo reaccionará el otro jugador a la oferta. Después, se tomará $q = \text{percentil}_{25}(\hat{u}_i(t) | t \in T_i^+)$. El término J queda de esta manera:

$$J(i, j) = \begin{cases} 0 & \hat{u}(t)_i < q \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

La aversión al comercio de este tipo de jugador le hace no conformarse con que el trato tenga una utilidad positiva, sino que debe tener una utilidad suficiente para que abandone sus tendencias no colaboracionistas.

3.6.4. Dominante

Este perfil es uno de los más interesantes y que pueden plantear mayores conflictos. Mientras los otros 3 perfiles valoraban el cambio por su utilidad y creencias personales, este valora la utilidad relativa del trato respecto al rival. Esto quiere decir que aprecia tratos que le dejen a él con una mejor posición respecto a su oponente y penalizará tratos en los que ocurra lo contrario. Es el único jugador que actúa de esta manera "orgullosa" e hipercompetitiva, lo cual puede hacer que domine el tablero, o por el contrario, que otros jugadores dejen de intercambiar con él. Para reflejar este comportamiento, su término J tendrá esta forma:

$$J(i, j) = \frac{\hat{u}_i(t)}{u_j^*(t)}$$

De esta manera, el trato tendrá un mejor potenciador cuanto mejor sea su posición respecto al rival y un penalizador mayor cuanto mayor sea la desventaja respecto al contrario provocada por este trato.

3.7. Comercio en el modelo

Por último, una vez cerrado y expuesto todo el modelo sobre el que se realizarán los experimentos, queda un último punto por desarrollar: cómo funcionará en la práctica el comercio en nuestro modelo. El objetivo de todo este trabajo es aportar resultados sobre las dinámicas que se pueden encontrar durante la interacción de diferentes perfiles. Para ello, los perfiles conseguirán diferentes recursos mediante intercambios y completarán objetivos en la partida.

Para ello, durante cada ronda, el jugador que tenga el turno, evaluará todos los tratos posibles a realizar entre él y su oponente, es decir, todas las combinaciones posibles entre su set de recursos y el de cada uno de sus rivales. Cabe destacar que este no es un modelo de ultimátum ni de propuesta alternada de ofertas, sino un *juego* competitivo de información completa, ya que cualquier jugador con unas mínimas nociones del juego podrá contar perfectamente las cartas que cada uno de sus rivales posee.

Capítulo 3. Desarrollo

Por tanto, el transcurso de una fase de comercio en una ronda cualquiera de nuestra simulación es fácil. El jugador en turno construye 3 tablas diferentes, una para cada uno de sus rivales, las rellena con la evaluación de la función de recompensa (tanto su valor como el de su rival) y escoge el equilibrio de Nash que le aporte mayor utilidad. Se podría argumentar que el jugador rival tiene nula decisión sobre este tipo de tratos y que todo el poder durante el comercio lo tiene el jugador en turno, y efectivamente es así. Sin embargo, si se ha seguido el hilo del trabajo y se está de acuerdo con los axiomas presentados en puntos anteriores, se deberá también estar de acuerdo con este sistema, ya que el axioma 6 afirma que **Todo jugador prefiere un trato con utilidad positiva a no hacer ningún trato**, por tanto, aunque puede haber otro equilibrio de Nash dentro de una misma ronda e interacción entre dos jugadores que beneficie más al jugador sin turno, resistirse a hacer el trato elegido por la esperanza de hacer el otro trato, (sabiendo que el jugador en turno lo rechazaría por otorgarle menos utilidad), sería quebrantar este axioma y por tanto no está considerado en nuestro modelo. Además, esta decisión no le otorga ninguna ventaja a nadie en particular, ya que todos los jugadores están en posesión de esta capacidad de decisión en intervalos y cantidades iguales.

El último asterisco o aclaración que se debe hacer respecto al comercio concierne al axioma 7, del cual no se ha hecho uso hasta este momento. La restricción de comerciar con recursos necesarios para cumplir el foco de ese turno, obliga a tener en cuenta para la construcción de las tablas del *juego* otro tipo de set de materiales. Al que llamaremos set práctico de materiales. Este set consiste en los materiales en posesión del jugador, restando los recursos necesarios para conseguir el foco de ese turno. Es decir, restando 1 unidad de madera, 1 unidad de arcilla, 1 unidad de oveja y 1 unidad de trigo en el caso de que el foco sea "Asentamiento"; restando 1 unidad de madera y otra de arcilla en el caso de que el foco sea "Camino"; restando 1 unidad de piedra, otra de trigo y otra de oveja en el caso de que el foco sea "Carta", restando 3 unidades de piedra y 2 de trigo en el caso de que el foco sea "Ciudad" y por último, devolviendo el set sin modificar en caso de que el foco sea "Nada".

De esta manera, durante la fase de comercio, analizamos por una parte la interacción entre jugadores, con los términos P,T,J y U. Por otra parte, lo que valora cada jugador en el futuro un hipotético intercambio de recursos, con el enfrentamiento de los términos VR con parámetros invertidos. Pero además, como base, se tiene en cuenta cómo valora en el presente los tratos el jugador, restringiendo aquellos que considera críticos para que no se tengan en cuenta durante la ronda.

Capítulo 4

Exposición y arquitectura de la simulación

Durante el siguiente capítulo se abordarán las diferentes decisiones tanto teóricas como técnicas que se han tomado para construir la simulación que nos permitirá arrojar conclusiones sobre el modelo construido en la anterior sección.

Para encontrar puntos de interés en las dinámicas de enfrentamiento e interacción entre los diferentes perfiles de jugadores, se deberá simular una cantidad suficiente de partidas en diferentes escenarios (que se expondrán en el siguiente capítulo, conclusiones). Durante el transcurso de cada una de estas partidas, se irán acumulando datos sobre diferentes variables e hitos, que posteriormente serán analizados. Pero antes debemos responder a la principal pregunta de este capítulo, ¿cómo simular una partida?

Bien, se empezará la explicación de lo más específico a lo más general, es decir, de cómo simular el comportamiento de un único jugador, a cómo simular una partida con interacción entre múltiples jugadores, a, por último, cómo simular un gran número de partidas y recoger y analizar información sobre ellas. Pero antes se explicarán las herramientas utilizadas para la simulación y la visualización de conclusiones.

4.1. Herramientas utilizadas

El total de la simulación se ha desarrollado en el lenguaje de programación Python. Tanto las propias componentes de la simulación como los scripts auxiliares para el trato y análisis de los datos. A pesar de la existencia de otros lenguajes con mejor rendimiento y potencia, se acabó usando Python por su claridad y la familiaridad del autor con la herramienta. Además, se utilizaron diferentes herramientas muy útiles para las diferentes partes del desarrollo y análisis. La biblioteca Networkx, con diferentes métodos para la creación y recorrido de grafos, fue especialmente útil para el modelado del tablero y los diferentes algoritmos de búsqueda, fundamentales para la decisión de componentes cla-

Capítulo 4. Exposición y arquitectura de la simulación

ves, como dónde debían colocar los jugadores sus asentamientos. Por otro lado, la librería pandas, ofrecía una manera rápida y fácil de tratar tablas de datos, como las formas normales de los juegos donde se decidía qué trato llevar a cabo o los ficheros de análisis donde se guardaban todos los datos. Además, aportaba una vía muy útil para transformar estos datos en ficheros CSV.

Aparte, para la creación de gráficas se han utilizado principalmente 2 herramientas. Google spreadsheets para la creación de las gráficas de barra, de tarta y de línea. Por otro lado, para la visualización automática de grafos se ha utilizado la herramienta Gephi.

4.2. Componentes de la simulación

Durante el transcurso de la simulación existen diferentes componentes que interactúan entre sí. Durante esta sección los enumeraremos y explicaremos para posteriormente ilustrarlo en un diagrama que exponga con claridad la arquitectura de esta. Pasaremos de los componentes más básicos, el tablero y el jugador, a aquellos con más interacción, como el componente partida, para acabar con los que realmente dirigen la simulación, como son el componente experimento y análisis.

4.2.1. Tablero

Este componente es la base sobre la que se puede desarrollar la partida. Tiene dos funciones, por un lado la de almacenaje de información: qué número y recurso se le asigna a cada hexágono, dónde se ubica cada construcción y a quién le pertenece, en qué hexágono se encuentra el ladrón y el número de cartas de desarrollo disponibles. Por otro lado, pone a disposición de los jugadores diferentes métodos relacionados con la distancia.

Esta clase es esencial, ya que en cada simulación de una partida, se aleatoriza completamente el tablero, tanto el recurso como el número asociado a cada uno de los hexágonos. Además, mediante la modificación de los métodos aportados por Networkx, se han creado algoritmos de búsqueda con filtrado (cada jugador solamente tenía en cuenta los vértices y aristas libres u ocupados por ellos mismos).

4.2.2. Jugador

Esta clase es realmente el corazón de la simulación. Con más de 1000 líneas de código, ocupó el grueso del trabajo de desarrollo. Evidentemente, no se entrará a la explicación punto a punto de cómo funciona esta clase, ya que sería contraproducente y no aportaría ningún valor. Sin embargo, se pueden dividir sus métodos en 3 bloques principales. En esta sección se explicarán su concepto, la interacción entre ellos y los métodos más importantes dentro de estos.

Toma de decisiones: En este bloque se encuentran tanto el método que dirige el turno del jugador, como aquellos que eligen el foco del jugador en ese turno.

4.2. Componentes de la simulación

Por un lado, está el método `jugar_primer_turno` que dicta dónde colocará cada jugador sus 2 primeros asentamientos y sus respectivos caminos. Después, se tiene el método `turno_jugador`, que sigue este flujo de acción:

1. Encuentra cual es el foco de ese turno, dependiendo de la fase que se encuentre llamará a los métodos: `decision_construccion_expansion`, `decision_construccion_especializacion` o `decision_construccion_conclusion`.
2. Una vez definido el foco, el `turno_jugador` llama a aplicar equilibrio, tomando como parametro el foco obtenido.
3. Acabada la fase de comercio, `turno_jugador` realiza el foco correspondiente.

Este es el flujo del turno de cualquier jugador fuera de la fase inicial. Los métodos `decision_construccion` siguen los algoritmos explicados en el capítulo de desarrollo.

Comercio: La fase de comercio se compone de una serie de métodos que van llamándose unos a otros secuencialmente, se explicarán en orden de llamada:

- `aplicar_equilibrio`: Este método, que es el que inicia la secuencia de comercio llama a la función `equilibrio_maximo`, que le devuelve el intercambio (en caso de que haya) a realizar y lo realiza.
- `equilibrio_maximo`: Este método llama a `mejores_equilibrios_globales` que le devuelve todos los equilibrios de Nash encontrados con los diferentes jugadores. A partir de esta lista, devuelve aquel que aporte máxima utilidad al jugador con turno.
- `mejores_equilibrios_globales`: Este método, recorre la lista de rivales creando una tabla de comercio mediante el método `generar_tabla_de_comercio` y una vez creada busca posibles equilibrios de Nash con el método `equilibrios_Nash` y los almacena en una lista. Una vez tiene todos los equilibrios de Nash posibles los devuelve.
- Por último, tanto el método `generar_tabla_comercio` como el método `equilibrios_Nash`, hacen lo que su propio nombre indica. El primero genera la tabla de comercio entre el jugador con turno y uno de los rivales que se pase como parametro, mientras que el segundo encuentra todos los equilibrios de Nash de una determinada tabla.

Todos estos métodos controlan la creación y búsqueda de los equilibrios de Nash, pero dentro de los métodos relacionados con el comercio, existe otro tipo y son aquellos referentes a la función de utilidad. No se ahondará en la explicación de estos métodos, ya que es simplemente trasladar todas las funciones explicadas en el capítulo anterior a un contexto programático. Sin embargo, sí se listan todos los métodos relacionados:

- `utilidad`
- `utilidad_asterisco`
- `utilidad_gorro`

Capítulo 4. Exposición y arquitectura de la simulación

- `utilidad_pragmatico`: Único caso en el que se crea un método específico para un perfil de jugador, pero como se expone en el capítulo anterior era necesario para la recolección de datos relacionados con la utilidad.
- `VR`, junto con `A`, `E` y `E_total`
- `J`
- `P`
- `U`
- `T`

Por último, queda un bloque final dentro de la clase de jugador, todas aquellas funciones auxiliares que no entran dentro de ninguno de estos dos primeros bloques. Entre las dignas de mencionar son aquellas que ayudan en la toma de decisiones, como puede ser `C`, el método que seleccionaba el mejor asentamiento para convertir en ciudad, o `VC` la función que elegía el mejor vértice para construir el siguiente asentamiento.

Además de estos, también están los métodos de ejecución de acciones, como `construir_asentamiento`, `camino`, `ciudad` o `sacar_carta`. Estos últimos, se apoyan a su vez en la componente de tablero, para que no haya discordancia entre las informaciones almacenadas.

Por último, hay que mencionar aquellos que mueven la lógica de partida, como los que hacen que cada jugador reciba recursos en función de los números del dado, los que mueven el ladrón de un hexágono a otro, el método que obliga a descartar a los jugadores que tengan más de 7 cartas, etc...

4.2.3. Partida

Esta clase es la encargada de lanzar los procesos que simulan las diferentes partidas y recoger los resultados relacionados. Esta clase es más simple que las anteriores, ya que solamente se encargaba de orquestar los diferentes turnos. Poseía 3 componentes: un tablero, una lista de jugadores y un entero que almacenaba el turno de la partida.

En lo referente a funciones, estaba compuesta por 4, expuestas de la menos a la más importante:

- `fase_inicial`: Esta función se llamaba al principio de cada partida. De manera aleatoria, creaba un orden inicial y llamaba en ese orden a la función de los jugadores `jugar_primer_turno` que manejaba la fase inicial de estos.
- `actualizar_recursos`: Dado un número como parametro inicial, que conceptualmente era el correspondiente a tirar 2 dados de 6, llamaba por cada uno de los jugadores de la partida a la función `actualizar_recurso`, o en el caso de que el número fuera 7 a las funciones `descartar_si_exceso` y a la función `mover_ladron`.

- `avanzar_turno`: De manera aleatoria generaba un número correspondiente a tirar 2 dados de 6 y llamaba a la función `actualizar_recursos` pasándolo como parametro. Después dependiendo de a quien le correspondiera el turno, llamaba a la función `turno_jugador` del jugador con turno.
- `jugar`: Esta función es el corazón de la clase, primero llama al método `fase_inicial`. Posteriormente, entra en un bucle con un máximo de 500 iteraciones (únicamente por si se llega a algún estado de bloqueo, que en todos los experimentos nunca se llegó). Durante este bucle, empieza recorriendo los 4 jugadores para ver si la fase de alguno de estos es "fin", lo que significaría que habría un ganador en la partida. En caso contrario, llama al método `avanzar_turno`. Una vez finalizado el bucle, se almacena la información de cada jugador mediante llamadas a la clase `Monitorización`. En estas líneas se almacena todo aquello que no haya sido recopilado en la propia clase `jugador`.

4.2.4. Monitorización

Esta clase fue una herramienta fundamental para la recogida y almacenamiento de datos, a pesar de su simpleza, fue utilizada en todos los niveles del proyecto. Se componía de 3 atributos y 3 métodos. Los atributos consistían en una cadena de caracteres con el nombre del jugador al que estaba asociado el objeto `monitorización` en específico, un diccionario de sucesos, que guardaba como clave el nombre del suceso y como valor el dato. Por ejemplo, "tratos_totales": 45. Por último, una lista de partidas, donde se iban almacenando los diccionarios de sucesos de las diferentes partidas.

Los métodos se distinguen dependiendo del nivel de partida en el que se vayan a utilizar. Por un lado, tenemos `almacenar_suceso`, usado comúnmente en la clase `Jugador` para almacenar algún dato de relevancia o al final de la clase `Partida` para rescatar aquellos referentes al resumen de la simulación. Este método almacena o actualiza una entrada del diccionario de sucesos.

Por otro lado, tenemos el método `finalizar_partida`, que añade el diccionario de sucesos a la lista de partidas y reinicia el diccionario de sucesos a 0. Evidentemente, este método se llama al final de cada partida, para no mezclar los datos recogidos entre una simulación y otra.

Por último, `guardar_en_archivo`, empaqueta la lista de partidas en un fichero CSV con el nombre del jugador listo para ser analizado.

4.2.5. Experimento, tratar datos y tratar grafo

Estas 3 clases se agrupan en una única sección debido a su simplicidad. `Experimento`, crea 4 objetos `monitorización`, cada uno asociado a un id de jugador, toma como parametros los perfiles que se le pasen por terminal y empieza un experimento entrando en un bucle que por cada iteración crea una partida nueva y llama a su método `jugar`.

Capítulo 4. Exposición y arquitectura de la simulación

Por otro lado tanto `tratar_datos` como `tratar_grafo` hacen lo que su propio nombre indica. `Tratar_datos` realiza diferentes operaciones sobre cada uno de los ficheros en los que se guarda la información en bruto de cada jugador (medias, sumatorios etc...) y los transforma en un formato fácil de entender por las hojas de cálculo de Google. De la misma manera, `tratar_grafo` traduce los datos sobre el número de intercambios que ha realizado cada jugador en la red de comercio para que el software de Gephi pueda tratarlos y lo almacena en un fichero CSV.

Capítulo 5

Conclusiones

Durante este capítulo se expondrán la metodología utilizada para realizar diferentes experimentos y las conclusiones que estos arrojaron. Se dividirá el capítulo en dos partes; primero, metodología, segundo, experimentos realizados, y por último, conclusiones, donde se discutirán los resultados y qué información podemos sacar de ellos, además de apoyar las conclusiones con elementos visuales (tablas, mapas, gráficas, etc).

5.1. Metodología

Las diferentes pruebas realizadas, han seguido todas un mismo proceso. Primero se decidía una combinación de 4 jugadores elegidos entre los 4 perfiles posibles (pragmático, intercambista, reservado y dominante). Posteriormente, se simulaban 10 partidas, cada una con una situación inicial diferente, es decir, disposición del tablero y orden de salida aleatorio. Durante estas 10 partidas, se iban recogiendo diferentes datos que posteriormente serían objeto de análisis y las bases de nuestras conclusiones.

Se repite este proceso con cada uno de los diferentes experimentos expuestos en las siguientes secciones. Para entender mejor estas conclusiones, es necesario ahondar en cuáles son estos indicadores y en qué puntos clave del proceso se recauda la información.

5.1.1. Información recogida e indicadores estadísticos

Durante esta sección se explicarán los diferentes aspectos analizados para sacar conclusiones de manera conceptual y cómo se ha obtenido la información necesaria para estos con un enfoque más específico. Dependiendo del área de estudio del indicador, se han creado 4 bloques diferentes, expuestos empezando por los datos más generales hasta llegar a los más conclusivos.

Capítulo 5. Conclusiones

Es importante que para todos estos experimentos, se piense que los resultados serán mostrados por jugador individual, no por perfil. Es decir, si por ejemplo estamos midiendo el porcentaje de victorias, no se afirmará *el perfil intercambista ganó un 50% de las partidas de este experimento* ya que se podría llegar a esa conclusión en experimentos, en los que haya uno, dos o tres jugadores con perfil intercambista. Las conclusiones que se sacarán serán del tipo *Dentro de un experimento con 2 perfiles intercambistas, ... , cada uno de los jugadores con perfil intercambista gana un 25% de las partidas*

Volumen

Este bloque contiene 3 indicadores, **Nº medio de tratos ejecutados por partida y fase** y **Porcentaje de tratos por turno**. Son los resultados más básicos que se pueden medir, pero son muy útiles para darnos las primeras aproximaciones hacia conclusiones más complejas. El primer resultado no habla de una forma relativa y mediante porcentajes, sino de forma absoluta con números totales. Mientras que en el último se mostrará una medida clave como el porcentaje de uso del comercio. Además, sirven como confirmadores de que la simulación está funcionando como se espera y no hay ningún patrón extraño de comportamiento entre los diferentes perfiles.

Nº medio de tratos ejecutados por partida y fase: Este indicador se explica por sí solo. Durante cada una de las partidas, se almacenará el número total de tratos realizados por cada jugador, distinguiendo entre cada una de las fases. Después, al simular todas las partidas, se hará una media de todos estos datos acumulados, distinguiendo nuevamente entre fases.

Porcentaje de tratos por turno: Mide el uso que le ha dado al comercio, no de forma cuantitativa sino relativa al total. De todas las oportunidades que ha tenido para comerciar el jugador (turnos propios), ¿en cuántas de estas ha decidido hacerlo?

$$p_i = \frac{\text{nº total de tratos realizados en una partida}}{\text{nº de turnos propios en una partida}}$$

Calidad

Este último bloque analiza la calidad de los tratos realizados por cada jugador.

Para este análisis de calidad se tiene en cuenta que cada perfil de jugador analiza los tratos de una manera, por tanto, utilizar la función de utilidad de cada perfil no nos aportaría ningún valor comparativo. Teniendo en cuenta esto último, en este bloque, siempre que se hable de utilidad, se tomará como referencia la función de utilidad del perfil pragmático, perfil base del modelo.

Los dos indicadores de este bloque son: **Utilidad media por trato** y **Diferencial de utilidad**.

Utilidad media por trato: Como su propio nombre indica, en este indicador se almacenará un sumatorio de la utilidad de cada uno de los tratos realizados por

el jugador para después dividirlo entre el número total de tratos.

Diferencial de utilidad: Para esta variable se sumará el total de utilidad recibida y el total de utilidad recibida por el rival en cada uno de los tratos. Cuando acabe la partida se restará a la utilidad recibida la utilidad que recibieron los rivales. De esta manera se puede hacer una comparativa no solo de la utilidad que gana el jugador, sino de la posición relativa en la que queda respecto a sus rivales tras cada trato.

Dinámicas de comercio

Este bloque es interesante ya que nos muestra cómo se relacionan los diferentes jugadores en función del perfil asignado a lo largo de la partida. Estos indicadores traen información práctica inmediata a la hora de jugar a los colonos de Catán, ya que si uno sabe identificar los perfiles de sus rivales, sabrá cómo y cuánto deberá comerciar con cada uno de ellos.

Se muestran varios indicadores sobre el **grafo de red de comercio**.

Análisis de grafo de red de comercio: Para explicar este indicador, primero se tiene que mostrar qué se entiende por red de comercio.

Dado un conjunto de jugadores $J = \{j_0, j_1, j_2, j_3\}$ que participan en un conjunto de simulaciones de partidas y P el conjunto de los diferentes perfiles posibles que puede adoptar un jugador, se define la red de comercio como un grafo no dirigido y ponderado $G=(V,E,w)$ donde:

- $V=J$ el conjunto de vértices cada uno correspondiente a un jugador
- $E \subseteq V \times V$ es el conjunto de aristas. Una arista $(j_i, j_k) \in E$ si existe al menos un intercambio entre el jugador j_i y el jugador j_k .
- $w : E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ es la función de peso que asigna a cada arista un valor correspondiente al volumen de comercio desde j_i a j_k . Este volumen se define como la cantidad total de tratos entre los dos jugadores.
- $\theta : J \rightarrow P$, la función que identifica el perfil de cada jugador j .

Una vez definido cómo se forma esta red de comercio, se muestra la diferente información que se obtendrá de esta:

- Fuerza: se define la fuerza s_i como:

$$s_i = \sum_{k \in V, k \neq i} w(j_k, j_i)$$

La fuerza es el total de tratos en los que ha participado cada uno de los jugadores, y por tanto su importancia en el grafo.

- Centralización de fuerza:

$$C_s = \frac{\sum_{i \in V} S_{max} - S_i}{(n - 1)S_{max}}$$

Capítulo 5. Conclusiones

Donde S_{max} es la fuerza máxima de entre los 4 jugadores y n el número total de jugadores. Este indicador mide la desigualdad en el número de tratos realizados entre los diferentes jugadores. Cuanto mas se acerque a 0, mas equilibrado esta el mercado (todos comercian en igual medida), cuanto mas se acerca a 1 mas desequilibrado esta el mercado, hay un jugador que abarca el total de los tratos.

- Coeficiente de variación de pesos:

$$CV = \frac{\sigma_w}{\bar{w}}$$

donde:

$$\bar{w} = \frac{\sum_{(i,j) \in E} w_{i,j}}{m}, \quad \sigma_w^2 = \frac{\sum_{(i,j) \in E} (w_{i,j} - \bar{w})^2}{m}$$

tal que:

$$m = |E| = \binom{n}{2} = 6$$

Este indicador, es similar a la centralización de fuerza, ya que mide la desigualdad de peso entre aristas, es decir analiza si alguna de las vias de intercambio ha tenido un porcentaje mayor de uso respecto a la media del resto.

Aparte de todos estos indicadores, la propia visualización gráfica de la red de comercio nos aporta gran información, ya que el tamaño de la arista y el nodo será proporcional al volumen de tratos.

Progresión

Este bloque nos dará información sobre los resultados de la partida, tanto de la situación final de esta, como de la progresión que han seguido cada uno de los jugadores. Dentro del bloque de Progresión podemos distinguir tres medidas, **Resultados finales**, **Recorrido progresivo del jugador** y **Puntos de victoria por recurso comerciado**.

Resultados finales: Esta medición se expresará de forma porcentual. Sobre el total de 100 partidas y distinguiendo por fase, se mostrará cuántas veces ha ganado (completado antes las tareas) cada uno de los jugadores en las diferentes fases, además del dato crucial de qué jugador ha ganado más partidas.

Recorrido progresivo del jugador: Con este indicador se trata de adivinar si hay ciertos perfiles que, dependiendo de la situación, se atascan en períodos concretos, o por el contrario, si existen perfiles que funcionan mucho mejor dependiendo del momento temporal de la partida. Para ello, almacenaremos durante períodos de 5 turnos (personales de cada jugador, no globales) el número de puntos de victoria conseguidos, distinguiendo siempre entre fases para tener información adicional.

Puntos de victoria por tratos realizados: Este dato apoya al dato anterior, ya que no solo se visualiza cuántos puntos de victoria ha obtenido el jugador en

cada uno de estos intervalos de 5 turnos, sino que importancia ha tenido el uso del comercio en la obtención de los puntos. El dato es una métrica clave para apoyar la teoría de la importancia de la actitud al comercio para ganar partidas. Se dividirá el número de puntos de victoria obtenidos en cada ventana de 5 turnos por el número de tratos realizados en esos mismos 5 turnos.

Una vez explicados los diferentes indicadores que nos permitirán sacar conclusiones, se sigue con la explicación de los experimentos realizados.

5.2. Experimentos realizados

Se han realizado 35 experimentos, es decir, todas las posibles combinaciones permitiendo repetición con los diferentes perfiles de comercio expuestos en el capítulo anterior. De todos estos experimentos, se han observado diferentes dinámicas y resultados, que se expondrán a continuación. Igualmente, la extracción de todos los indicadores explicados de ese número de experimentos hace que los datos recogidos, si fuesen expuestos en bruto, ocuparan un porcentaje de este trabajo mayoritario. Por ello, y dado que no todos los indicadores de todos los experimentos han aportado información relevante, se decidió mostrar todos los resultados para que puedan ser consultados en el anexo 1. En los siguientes párrafos se expondrán las conclusiones y se rescatarán las gráficas y datos en los que se apoyan estas conclusiones.

5.3. Resultados

Para analizar todos los experimentos realizados, se han dividido las conclusiones en diferentes apartados. Por un lado, es interesante analizar cómo se comportan los diferentes perfiles cuando están en una minoría respecto a otro perfil mayoritario, como cuando ellos mismos son el perfil mayoritario. Por otro lado, para analizar tendencias que se repitan, se rescatarán bastantes casos con patrones parecidos en los que la mezcla de perfiles es más heterogénea.

5.3.1. Perfil minoritario contra perfiles mayoritarios

Durante los siguientes párrafos, se analizarán los casos en los que un perfil concreto se enfrentaba contra otros 3 perfiles iguales. Al jugador que no tiene rivales con su mismo perfil, se le denominará perfil minoritario, mientras que a los jugadores que comparten perfil se les llamará perfil mayoritario. Además, para distinguir qué número de jugador tiene cada perfil, se referirá al experimento mediante las siglas del perfil de los jugadores en orden numérico. Por ejemplo, si se habla del experimento APIR, el jugador 0 tendrá un perfil agresivo, el jugador 1 un perfil pragmático, el jugador 2 será intercambista, mientras que el jugador 3 será reservado.

Capítulo 5. Conclusiones

Pragmático

Como perfil minoritario, se empieza analizando al perfil pragmático. Se realizaron 3 experimentos, AAAP, IIIP y PRRR.

AAAP Al enfrentarle con 3 jugadores agresivos en el experimento AAAP, el perfil pragmático actuó de manera parecida a ellos en términos de comercio. Se puede observar en el gráfico cómo realizó un número parecido de tratos, tanto de manera absoluta como de manera porcentual. Sin embargo, se puede apreciar cómo durante la fase de especialización, realizó muchos menos tratos que la media de sus rivales, para luego ser el principal comerciante durante la fase de conclusión. Esto se puede atribuir claramente a la penalización que sufrían los jugadores agresivos al comerciar con rivales en la fase de conclusión, que aun estando presente en el jugador pragmático era menor. Además, estos datos explicarán resultados en los porcentajes de victoria.

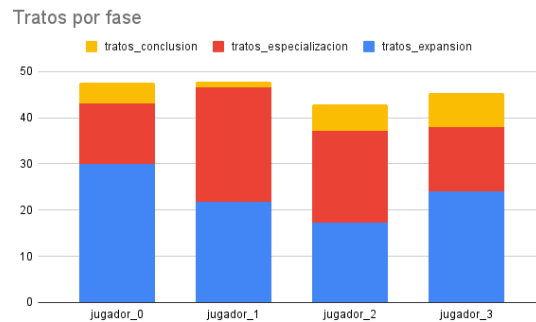


Figura 5.1: Tratos por fase del experimento AAAP

Por otro lado, respecto a la utilidad media y la diferencia de utilidad, el jugador pragmático mantuvo los mismos niveles que sus rivales, incluso teniendo una diferencia de utilidad negativa.

Respecto a las dinámicas de victoria, todos los jugadores tuvieron una fuerza parecida, llevando a una centralización de fuerza mínima de 0.065. Sin embargo, sí se observó una varianza mayor debido al comercio entre los jugadores 0 y 1 (ambos agresivos)

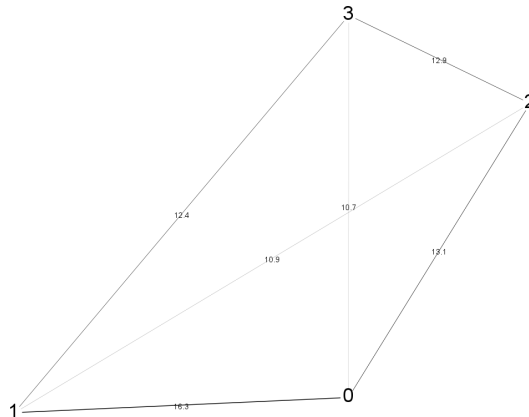


Figura 5.2: Dinámicas de comercio del experimento AAAP

Por último, analizando la progresión en la partida, el jugador pragmático solo ganó el 10 por ciento de estas, a pesar de ir ganando durante la fase de especialización el 30 por ciento de las ocasiones. Esto se puede explicar a través del uso del comercio en las diferentes fases. Mientras que el jugador pragmático fue autosuficiente y negoció menos durante la fase de especialización, a medida que los jugadores iban llegando a la fase de conclusión, se convertía en el foco de comercio al sufrir menos penalizaciones que otros perfiles. Esto hacía que perdiese esta ventaja respecto a sus competidores, y acabara teniendo un mal desempeño en el global de la partida.

IIIP Respecto al enfrentamiento de un jugador pragmático con un grupo de intercambistas en el experimento IIIP se pueden hacer diferentes observaciones. Primero, respecto al volumen de comercio, el jugador pragmático comercia en su línea respecto a otros experimentos (≈ 40 tratos), pero en la comparativa de sus rivales tanto a nivel absoluto como relativo, queda opacado por los números mucho más elevados de sus rivales.

Capítulo 5. Conclusiones

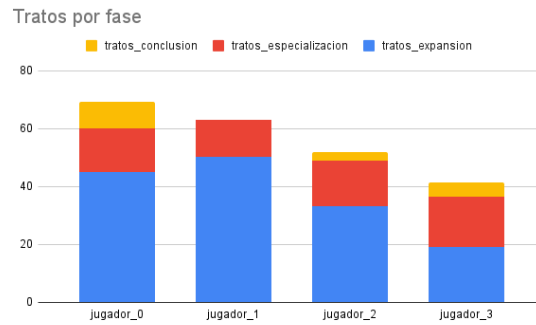
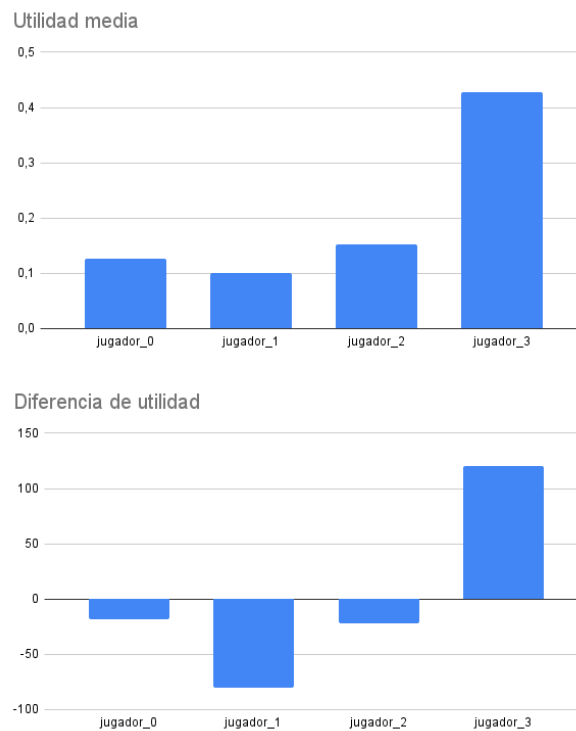


Figura 5.3: Tratos por fase del experimento IIP

Donde sí destacaba claramente era en los apartados de calidad, teniendo el mejor rendimiento en utilidad media (0.3 puntos mejor de media que sus rivales), como en diferencia de utilidad, siendo en este último apartado el único con diferencia de utilidad positiva.



El grafo de dinámicas de este experimento se vió marcado por la desigualdad, tanto en fuerza de los vértices como en peso de las aristas. Provocando una centralización de fuerza de 0.249 y una varianza de 0.364. En el grafo se puede observar cómo todos los jugadores intercambistas comerciaron entre ellos, dejando al jugador pragmático más aislado en nivel de tratos.

Por último, el desempeño de la partida fue el peor en el caso del jugador pragmático, no ganando ninguna de las partidas simuladas. Analizando el progreso de

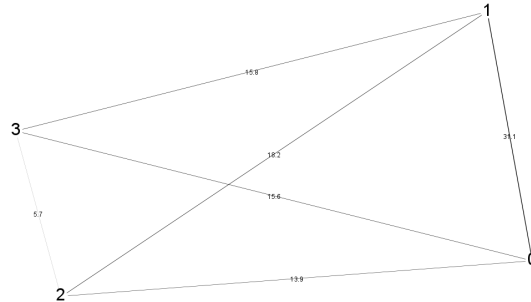


Figura 5.4: Dinamicas de comercio del experimento IIPP

puntos de victoria, se puede observar cómo el jugador 3, con perfil pragmático, se atasca al llegar a la fase de conclusión, bien pudiendo estar causado por la existencia de penalización al comercio en estas fases, en las cuales sus rivales no tenían este aspecto en cuenta.

PRRR El caso final donde se enfrenta al jugador pragmático a 3 jugadores reservados en el experimento PRRR, se puede considerar el exactamente opuesto al anterior. Debido por una parte, a las actitudes diametralmente opuestas al comercio del perfil intercambista y el reservado, como también de los resultados que obtuvieron en los diferentes indicadores. Aquí el jugador pragmático fue el que más intercambió respecto a sus rivales, pero también el que obtuvo peores métricas en calidad media y diferencia de calidad. Mientras que los jugadores reservados aceptaban menos tratos que el jugador pragmático, los tratos que aceptaban eran mejores en niveles de utilidad.

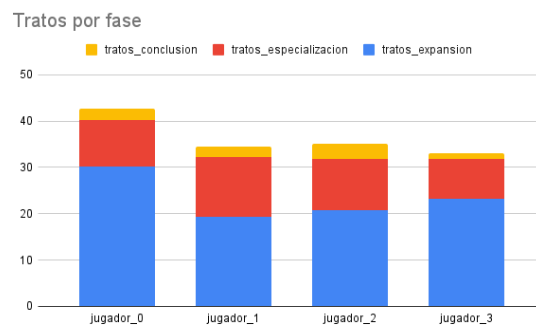


Figura 5.5: Tratos por fase del experimento PRRR

Capítulo 5. Conclusiones

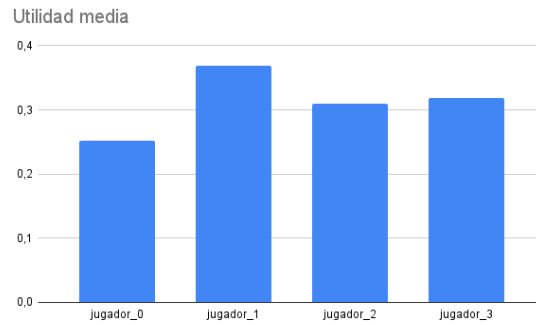


Figura 5.6: Utilidad media del experimento PRRR

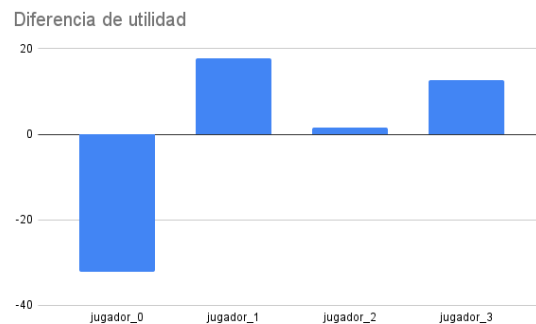


Figura 5.7: Diferencia de utilidad del experimento PRRR

Por otro lado, en la dinámica de comercio, hubo cierta desigualdad, ya que el jugador pragmático actuó como nodo principal de comercio y enlace entre los jugadores reservados, que no intercambiaron tanto entre sí. Esto claramente se debe a los menores estándares de aceptación de los jugadores pragmáticos, que facilitaron el encuentro de equilibrios de Nash. Entre los jugadores reservados es más difícil llegar a estos equilibrios, ya que ambos ven con peores ojos el comercio en general.

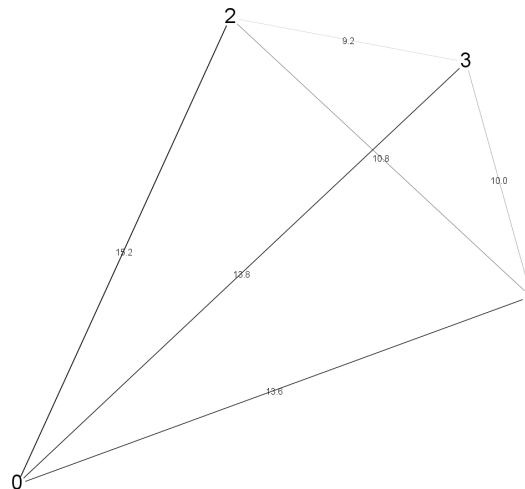


Figura 5.8: Dinámicas de comercio del experimento PRRR

Por último, se puede observar que este desempeño peor en utilidad no significó un peor desempeño en número de victorias, al igual que ser el principal nodo de comercio no facilitó el ganar las partidas. El jugador 0 salió vencedor en el 30 por ciento de las partidas simuladas. Un desempeño peor que el jugador 1, que ganó el 50, pero considerablemente mejor que los jugadores 2 y 3, que ganaron ambos un discreto 10 por ciento.

Conclusiones Como conclusiones al jugador pragmático como perfil minoritario, se puede observar que los datos confirman lo que se presuponía. Un jugador que solamente valora la utilidad base del trato actuará de manera adaptable dependiendo de los perfiles que se encuentre. Ante los jugadores agresivos, tuvo un enfoque discreto, llegando a los mismos niveles que ellos en casi todas las métricas. Al enfrentar a jugadores intercambistas, actuó como un jugador reservado, realizando menos tratos pero con mayor utilidad. Y al tener delante a jugadores reservados, se acercó más a la postura intercambista, siendo el centro de comercio.

Sin embargo, ninguna de estas aproximaciones tuvo fuerza suficiente para cambiar las dinámicas que generaban el resto de jugadores mayoritarios. Obteniendo un número de victorias discretos aun sin ser nada catastrófico, excepto en el caso de los jugadores con perfil intercambista.

Intercambista

IPPP Al enfrentar al jugador intercambista con 3 jugadores pragmáticos en el experimento IPPP, se observó cómo el número de tratos realizados era mucho mayor en el caso del intercambista que en el de los pragmáticos, que se mantuvieron en su constante de 40 tratos. Sin embargo, la utilidad media y

Capítulo 5. Conclusiones

la diferencia de utilidad obtenida eran mucho menores. Siendo una diferencia extremadamente negativa en el caso del intercambista.

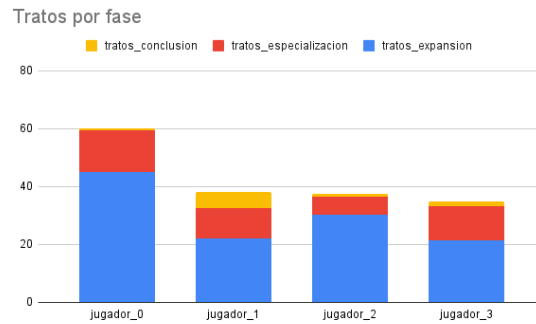


Figura 5.9: Tratos por fase del experimento IPPP

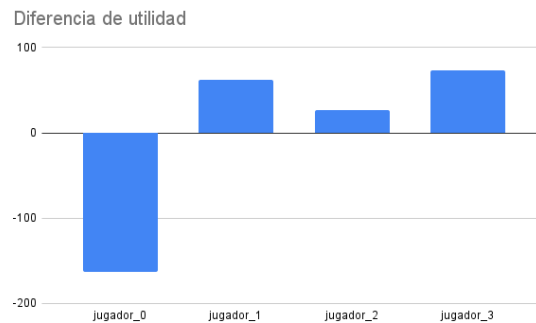


Figura 5.10: Diferencia de utilidad del experimento IPPP

En la dinámica de comercio ocurrió lo esperado, el jugador intercambista actuó como intermediario entre los jugadores pragmáticos que comerciaron mucho menos entre ellos. Los jugadores pragmáticos encontraban más beneficio en el comercio con un jugador intercambista, que encontraba equilibrios de Nash en tratos mucho más beneficiosos para el resto. La centralización de fuerza fue de 0.386 y la varianza de 0.424, siendo ambas de las más altas entre todos los experimentos.

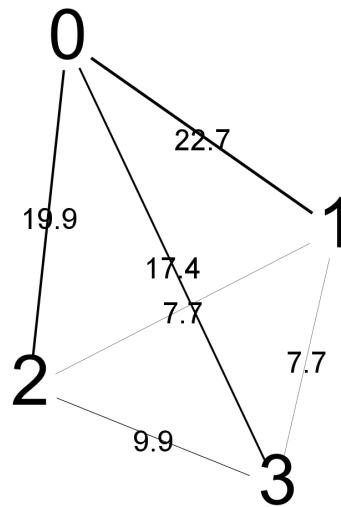


Figura 5.11: Dinámicas de comercio del experimento IPPP

Sorprendentemente, los resultados de la partida fueron muy igualitarios. El jugador intercambista ganó un 20 por ciento de las partidas, pero sus rivales pragmáticos ganaron un 30 por ciento, un 20 por ciento y un 30 por ciento cada uno. A pesar de tener tanta utilidad negativa y ser el mayor comerciante de todas las partidas, no consiguió desmarcarse positivamente ni negativamente.

IRRR En el siguiente experimento IRRR, se pueden sacar conclusiones parecidas que en el anterior. Las dinámicas observadas fueron similares, pero haciéndose más extremas debido al componente de negatividad respecto al comercio de los jugadores reservados. El número de tratos fue bastante parecido al experimento IPPP, pero se puede observar cómo el porcentaje de uso de comercio fue menor en IRRR. Lo que quiere decir que mantuvieron el mismo número de tratos, pero la proporción tratos respecto a turnos es menor; la consecuencia de incorporar 3 perfiles reservados a una simulación provoca partidas con mayor número de turnos, por tanto, más largas y atascadas.

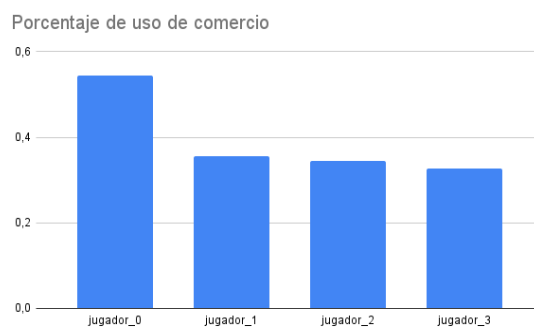


Figura 5.12: Porcentaje de uso de comercio del experimento IRRR

Capítulo 5. Conclusiones

El grafo de dinámicas es similar al grafo anterior, manteniéndose el jugador 0 como centro de comercio, pero teniendo un número incluso menor de tratos entre los jugadores reservados, con medidores de concentración de fuerza y varianza en 0.37 y 0.39. Similares al caso antes comentado, ya que aunque los jugadores reservados no comercian entre ellos, el número total de tratos también es menor.

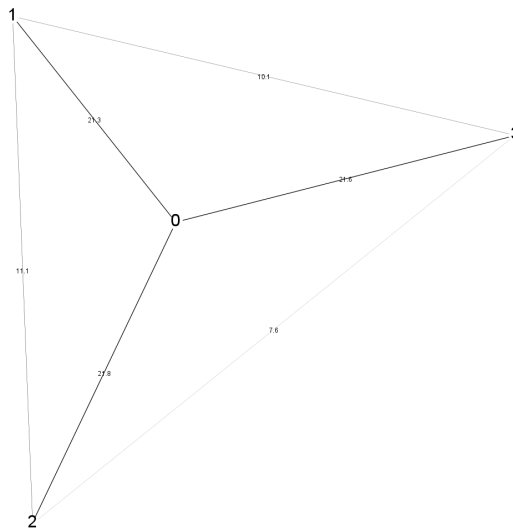


Figura 5.13: Dinámicas de comercio del experimento IRRR

Por último, el jugador intercambista ganó el 40 por ciento de las partidas, siendo el que más de entre sus rivales, además ganando también el 40 por ciento de las fases de expansión y especialización. Esto demuestra que, aunque el enfoque intercambista ante jugadores pragmáticos no cambiaba de manera radical la partida, al enfrentarse a jugadores con sesgos negativos ante el comercio, era una estrategia ganadora.

AAAI En último lugar, al enfrentar al jugador intercambista con 3 jugadores agresivos en el experimento AAAI, aquí el jugador intercambista alcanzó una de sus cotas más altas, llegando a una media de entre 80 y 90 tratos por partida. Siendo además muy notable el número de tratos realizados durante la fase de expansión; por otro lado, la fase donde más necesario es el uso del comercio al no poder todavía tener grandes producciones de la mayoría de materiales.

En el aspecto de utilidad, se observaron claramente los aspectos negativos de la actitud intercambista, teniendo un desempeño horrible en la diferencia de utilidad (el peor de todos los observados) y llegando a tener utilidad media negativa.

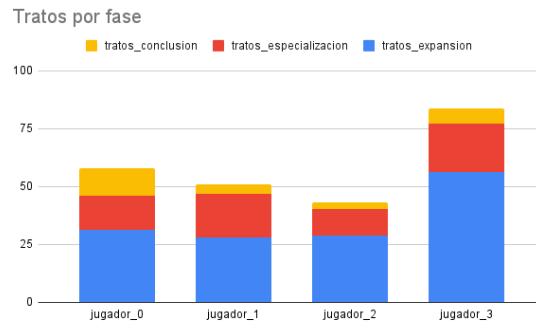


Figura 5.14: Tratos por fase del experimento AAI

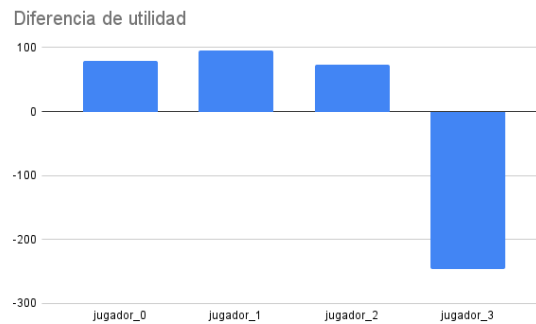


Figura 5.15: Diferencia de utilidad del experimento AAI

Respecto a la progresión en victorias, el jugador intercambista no ganó ninguna de las partidas, que se dividieron entre los jugadores agresivos de manera más o menos equitativa (2 de los jugadores ganaron el 30 por ciento de las partidas y el restante un 40 por ciento). Además, se observa claramente cómo el jugador intercambista no ganó ninguna vez la fase de expansión, la fase donde más tratos realizó.

Conclusiones Como conclusiones, el jugador intercambista tiene luces y sombras en su desempeño. Al enfrentarse a jugadores pragmáticos, la fuerza de la media es superior a sus esfuerzos por avivar el mercado, haciendo que no consiga un desempeño bueno ni malo. Durante sus partidas con jugadores reservados, ganó el 40 por ciento de ellas, siendo el que más ganó. Aun así, al enfrentarse a jugadores agresivos no ganó ninguna partida. Por tanto, la perspectiva intercambista se ha demostrado que puede ser útil, siempre teniendo en cuenta contra quién te enfrentes.

Como otros comentarios más generalistas, el jugador intercambista siempre obtuvo un mayor número de tratos a nivel absoluto y porcentual, pero un desempeño en el bloque de calidad pésimo. Además, se convirtió en el foco del comercio en cada uno de los experimentos realizados.

Capítulo 5. Conclusiones

Agresivo

AIII Se enfrentó al jugador agresivo con 3 intercambistas en el experimento AIII. Se observó cómo el número de tratos se mantenía igual tanto en el caso del jugador agresivo con 40 tratos de media como en el de los jugadores intercambistas, con entre 55 y 70 de media. En el ámbito de utilidad, se repitió la situación en la que el jugador agresivo llegaba a las mejores cuotas, con un impresionante 0.4 de utilidad por trato. Sin embargo, a diferencia de otros experimentos, tanto la utilidad media como la diferencia de utilidad de jugadores intercambistas fueron notablemente mejores que en otros experimentos.

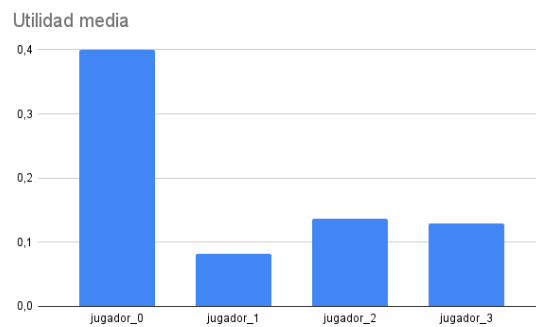


Figura 5.16: Utilidad media del experimento AIII

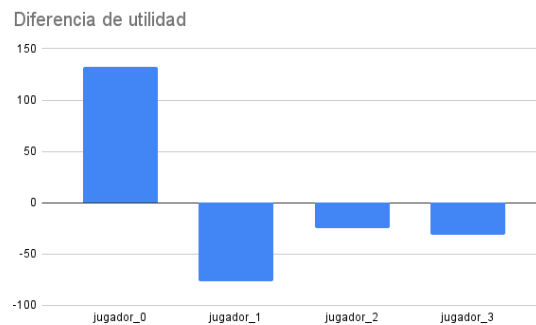


Figura 5.17: Diferencia de utilidad del experimento AIII

En la dinámica de comercio hubo sorpresas respecto a quienes se repartieron los tratos realizados. Evidentemente y como se esperaba, el jugador agresivo comerció lo mínimamente indispensable con sus rivales intercambistas, pero uno de los jugadores, el jugador 1 en específico se convirtió en el foco del comercio. Si se analizase el grafo sin mayor contexto, se podría llegar a la conclusión equívoca de que los jugadores 0,2 y 3 pertenecen a una misma población.

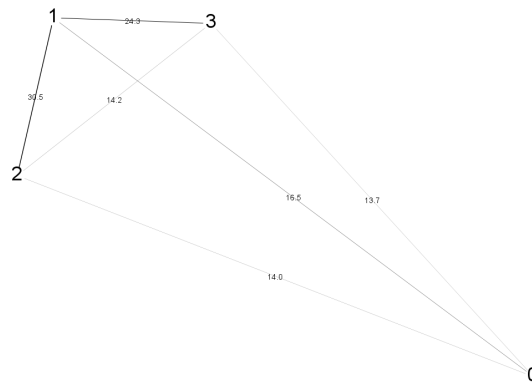


Figura 5.18: Dinámicas de comercio del experimento AIII

Por último, el jugador agresivo ganó únicamente un 20 por ciento de las partidas, a pesar de ganar el 60 por ciento de las fases de expansión y el 50 por ciento de las fases de especialización. La estrategia agresiva le daba mucho rendimiento durante las primeras fases, provocando una gran ventaja respecto a sus rivales, hasta que en la conclusión dejaba de intercambiar con ninguno de ellos. Esto provocaba que el comercio funcionase únicamente con el resto de actores, que se repartían la victoria en las partidas.

APPP Al enfrentar al jugador agresivo con 3 pragmáticos en el experimento APPP, se llegaron a conclusiones parecidas a las del experimento AAAP. Todos los jugadores efectuaron un número parecido de tratos, aun bajando de sus medias de 40 tratos. Se puede observar cómo el jugador 0 (agresivo) no realizó casi ningún trato en la fase de conclusión, mientras que el jugador 3 (pragmático) tuvo el mayor peso durante esa fase.

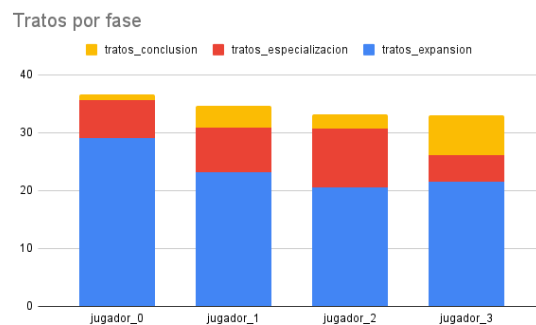


Figura 5.19: Tratos por fase del experimento APPP

Capítulo 5. Conclusiones

En cuestiones de utilidad, la utilidad media de los tratos fue parecida en los 4 perfiles, aun siendo la menor la del jugador agresivo. Sin embargo, los datos claves se observan en la gráfica de diferencia de utilidad, donde se puede ver cómo el jugador agresivo tiene una diferencia de utilidad negativa y menor que el resto. Esto se puede explicar debido a que el jugador agresivo, aun realizando tratos buenos, se centra en la ventaja respecto al resto, lo que hace que valore como mejores tratos que, desde las lentes de la perspectiva pragmática, son peores.

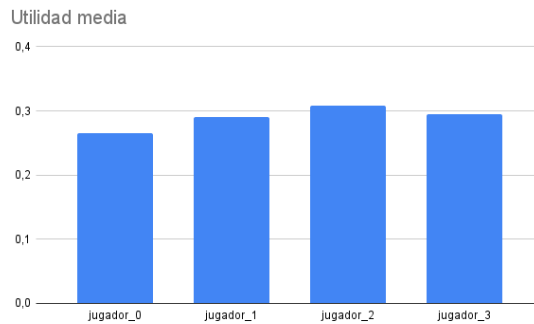


Figura 5.20: Utilidad media del experimento APPP

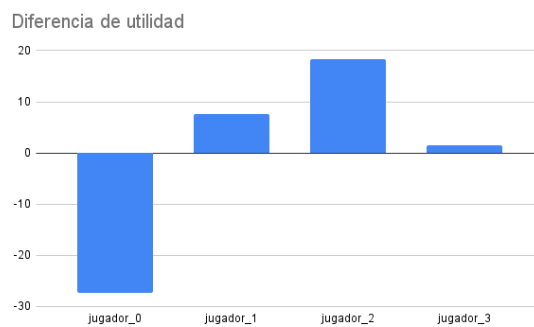


Figura 5.21: Diferencia de utilidad del experimento APPP

En las dinámicas de comercio, todos negociaron con todos a partes iguales, teniendo unas cifras de centralización de fuerza de 0.104 y de varianza de 0.099. Por último, el jugador agresivo ganó un 40 por ciento de las partidas, con un rendimiento notable. Esta cifra se consiguió aun ganando únicamente un 20 por ciento de las fases de especialización. Por otro lado, el jugador 3, que realizó una gran cantidad de intercambios en la fase de conclusión, no ganó ninguna de las partidas.

ARRR En el experimento ARRR, se observó un número parecido en tratos por fase para todos los jugadores. Sorprendentemente, el único jugador que realizó tratos en la fase expansión en una medida significativa fue el jugador agresivo,

pudiendo observarse el casi mínimo número de tratos realizados por cada uno de los jugadores reservados.

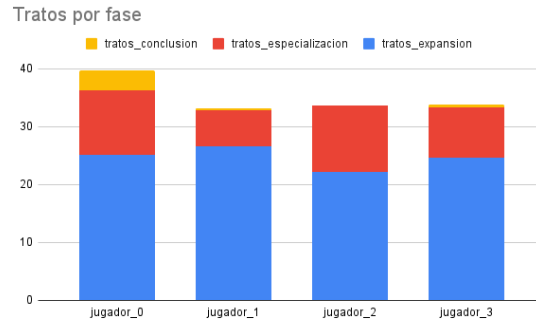


Figura 5.22: Tratos por fase del experimento ARRR

Respecto a la utilidad, el jugador agresivo fue el que menor utilidad media obtuvo, volviendo a tener una diferencia de utilidad negativa respecto a los jugadores reservados.

Contrario a lo que los principios de su perfil pudieran sugerir, en las dinámicas de comercio, el jugador agresivo actuó como nodo principal de tratos. Aún sin ser nada demasiado extremo (una centralización de fuerza de 0.156 y de varianza de 0.157) es interesante observar cómo las dinámicas de comercio y los perfiles se adaptan dependiendo de la situación de sus competidores.

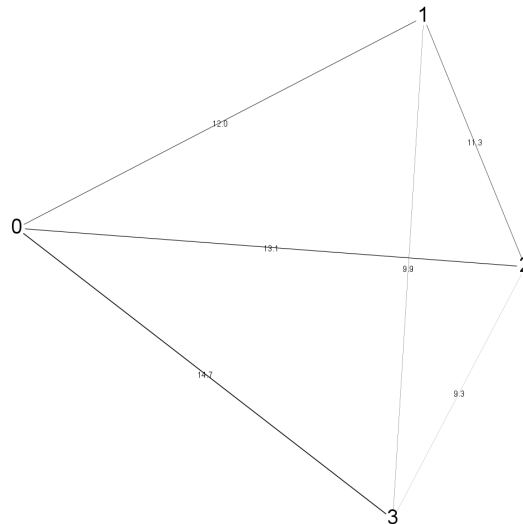


Figura 5.23: Dinamicas de comercio del experimento ARRR

Por último, el jugador agresivo ganó un 20 por ciento de las partidas, exactamente igual que el jugador 2 y el jugador 3; siendo el jugador 1 el mayor vencedor con un 40 por ciento. Se vuelve a observar el patrón de cómo el jugador agresivo

Capítulo 5. Conclusiones

ganó un 40 por ciento de las fases de especialización, volviendo a fracasar en la fase de conclusión, pero esta vez por razones diferentes. Mientras que con los jugadores intercambistas dejó de comerciar y eso provocó su derrota, en este caso fue justo lo contrario, siguió comerciando con el resto de jugadores, lo que provocó que acabara perdiendo la ventaja obtenida.

Conclusiones Como conclusión de este perfil minoritario, se puede observar cómo el jugador agresivo únicamente dominó en el enfrentamiento ante los pragmáticos. Como perfil minoritario, no consiguió superar a los reservados ni a los intercambistas (aún sin fracasar en ninguno de los dos experimentos, consiguiendo un rendimiento moderado). Además, se observó cómo la fase más crítica de este perfil era la conclusión, donde o rendía por encima de las posibilidades y ganaba la partida, como en el caso de los pragmáticos, o perdía toda su ventaja en esta fase como en los otros dos casos.

Como comentario general, no se pueden observar patrones ni en los bloques de calidad, ni en el bloque de dinámicas, que varían en función del contexto.

Reservado

AAAR Enfrentamos al reservado a 3 jugadores agresivos en el experimento AAAR. En este experimento se pueden hacer dos observaciones generales que explican las conclusiones de la partida. Por un lado, uno de los perfiles agresivos, el jugador 0, realizó más tratos que el resto de jugadores, con un rendimiento en utilidad mucho mejor que el resto. Por otro lado, el jugador reservado comenció menos y con una diferencia de utilidad negativa.

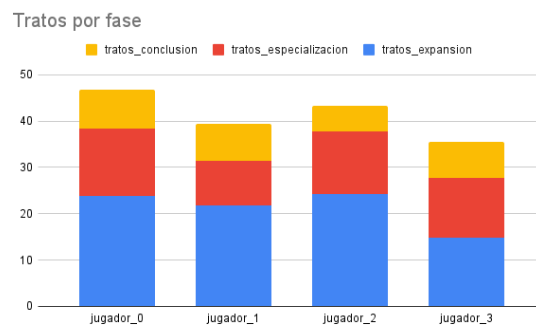


Figura 5.24: Tratos por fase del experimento AAAR

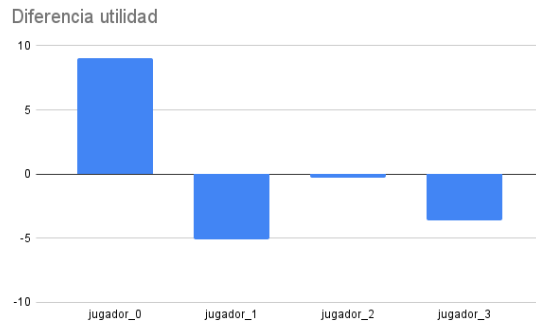


Figura 5.25: Diferencia de utilidad del experimento AAAR

En el grafo se puede observar cómo el jugador 0 fue el foco de comercio, y cómo el jugador 3 se mantuvo más aislado de estas dinámicas. Aun así, la centralización de fuerza fue pequeña, únicamente de 0.097.

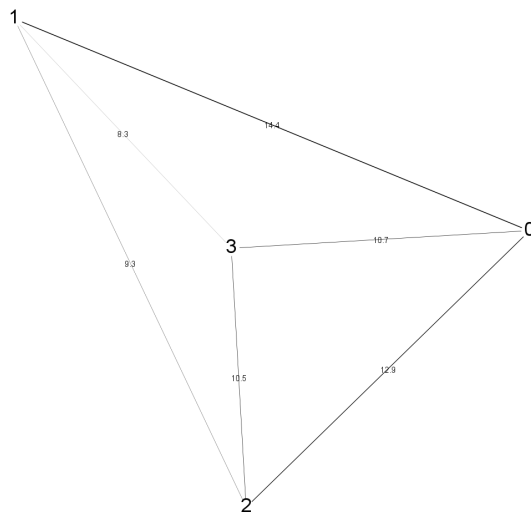


Figura 5.26: Dinamica de comercio del experimento AAAR

En los resultados finales, se reparte de manera más o menos equitativa la victoria de las partidas. El jugador reservado ganó un 30 por ciento de estas, mientras que los jugadores 0, 1 y 2 ganaron un 30, 10 y 30 por ciento, respectivamente.

IIIR Este experimento enfrenta a los dos perfiles más diferenciados. En cuestión de tratos totales, fue el que menos realizó; además, observando cómo la presencia de este hizo que bajase el número de tratos en la fase de conclusión como norma general.

Capítulo 5. Conclusiones

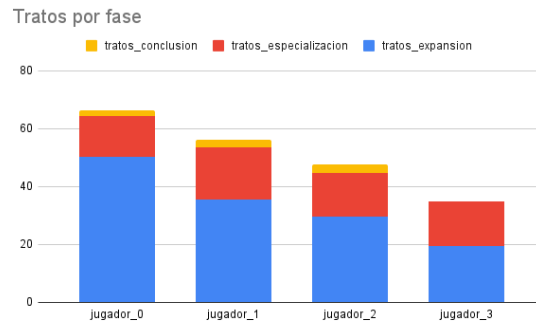


Figura 5.27: Tratos realizados por fase del experimento IIIR

En cuestiones de utilidad, se vuelve a observar este patrón de los jugadores reservados, en el que obtienen mucha más utilidad de media y diferencia de utilidad. Además, los jugadores intercambistas obtienen diferencias de utilidad negativas, pero mucho más moderadas que cuando el intercambista aparece individualmente.

Por otro lado, se puede observar cómo los intercambios realizados en la dinámica de comercio aislaron al jugador reservado. Dejando una centralización de fuerza de 0.303 y una varianza de 0.407.

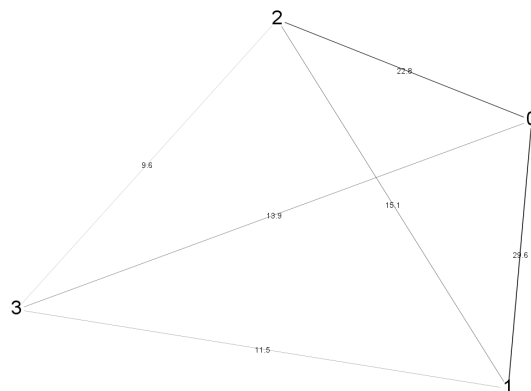


Figura 5.28: Dinámicas de comercio del experimento IIIR

A pesar de todo esto, al jugador reservista no le valió con tener la mayor utilidad, ya que únicamente ganó el 10 por ciento de las partidas, mientras que sus rivales ganaron cada uno el 30 por ciento de estas.

PPPR Como se ha podido analizar en anteriores experimentos, los perfiles pragmáticos y reservados son claramente similares, aun teniendo diferencias

en detalles que pueden decidir las partidas.

Respecto al número de tratos, todos realizaron más o menos una misma cantidad de tratos (aproximadamente 40), además de no realizar casi ningún trato en la fase de conclusión, demostrando que se llegan a partidas igualadas hasta las últimas fases.

En cuestiones de utilidad, el jugador 3 fue el que mayor utilidad media obtuvo, aun teniendo una diferencia de utilidad negativa. Esto quiere decir que el jugador reservado, al comerciar con otros jugadores, solamente aceptaba tratos que eran muy beneficiosos para él, aun pudiendo ser más beneficioso para el rival. Mientras que los jugadores pragmáticos, al comerciar entre ellos, realizaban tratos de todas las categorías de utilidad, explicando esta diferencia negativa.

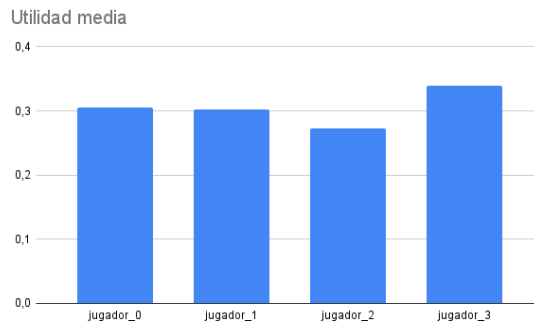


Figura 5.29: Utilidad media del experimento PPPR

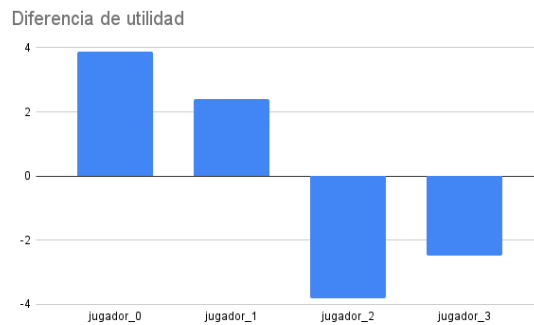


Figura 5.30: Diferencia de utilidad del experimento PPPR

El grafo no aporta gran información ya que únicamente confirma lo analizado en puntos anteriores. Todos los jugadores comercian de manera igual, como demuestra la centralización de fuerza de 0.091, aunque los jugadores pragmáticos negocian más entre ellos que con el jugador reservado.

Al llegar al análisis de victoria se puede observar cómo el jugador reservado domina esta situación con un 50 por ciento de victorias, aun ganando únicamente un 30 por ciento de las fases de especialización. Este gran desempeño puede

Capítulo 5. Conclusiones

ser explicado por su mayor utilidad media por trato, único indicador en el que difieren los 2 perfiles.

Conclusiones El jugador reservado, siendo un perfil minoritario, tiene un desempeño nada despreciable. Se observa cómo domina absolutamente a los jugadores pragmáticos y consigue plantar cara a los jugadores agresivos, aunque eso sí no logra competir contra los jugadores intercambistas. La incorporación de un jugador reservado en cualquier experimento tiene grandes probabilidades de cambiar la dinámica de la partida.

Estos jugadores, como regla general, realizan menos tratos en una partida, pero, como punto opuesto a este dato, los tratos realizados les garantizan siempre la mejor métrica de utilidad media.

5.3.2. Perfiles mayoritarios

Igual que se hace el análisis de los perfiles minoritarios, también se debe hacer este mismo análisis de como se comportan los jugadores cuando están rodeados de jugadores de su mismo perfil. Al haber hecho ya el análisis de los mismos experimentos en la sección anterior, y para no aumentar la ya demasiada extensión de este trabajo, no se volverán a mostrar los gráficos referidos.

Además, en esta sección se hará un breve repaso de qué ocurre cuando todos los jugadores de una partida tienen un mismo perfil.

Pragmático

Los jugadores pragmáticos se caracterizan por su adaptabilidad y su falta de sesgos. Incorporar un jugador pragmático en una partida significa estabilizar las dinámicas respecto al resto de perfiles con comportamientos más extremos. Por tanto, es lógico que una mayor cantidad de jugadores pragmáticos signifique partidas más estables y con menos sorpresas.

Por lo general, suelen realizar en torno a 40 tratos, con una media de utilidad positiva, pero sin soler estar entre las mejores. Respecto a las dinámicas de comercio, cuando se encuentran con un jugador agresivo o reservado se tienden a grafos con poca centralización de fuerza y, por tanto, más igualitarios, mientras que con el intercambista este último actuará como foco del comercio.

En cuestiones de victoria, la mayoría de los jugadores pragmáticos no consiguen imponer su visión teniendo un mal desempeño. Solamente son capaces de repartirse entre los 3 perfiles pragmáticos un 60 por ciento de victorias contra el jugador agresivo y un 50 por ciento de ellas ante el reservado. Únicamente tienen un mejor desempeño contra el jugador intercambista, dejándole ganar solamente un 20 por ciento de las partidas jugadas.

Por tanto, los jugadores pragmáticos, aunque pueden obtener buenos resultados en algunas situaciones, como veremos en los siguientes puntos, experimentos más homogéneos, tanto como perfil mayoritario como minoritario, no tienen un gran rendimiento.

Intercambista

Los intercambistas son el perfil más fácil de predecir como perfil mayoritario. El número de tratos realizados oscilaba por lo general entre 55 y 70 tratos. Esto es algo lógico ya que 3 jugadores dispuestos a comerciar hace que aumente de manera exponencial el número de intercambios. En situaciones en las que el intercambista estaba aislado de otros perfiles similares, el número de tratos observado estaba entre 50 y 60.

Por otro lado, se puede observar un patrón en la utilidad media y diferencia de utilidad. Para exponer diferencias en el comportamiento, compararemos la dinámica de calidad cuando actúa como perfil minoritario y como perfil mayoritario. Como perfil minoritario, el intercambista tiene utilidad media negativa y unas diferencias de utilidad pésimas, llegando hasta a superar los 200 puntos negativos de diferencia de utilidad. Sin embargo, esta tendencia se suaviza al actuar como perfil mayoritario, teniendo utilidad media baja pero no negativa y una diferencia de utilidad que sigue siendo negativa, pero que ronda los 50 puntos negativos. Esto no tiene porque ser algo estrictamente positivo, y se puede deber a que la interacción entre diferentes perfiles intercambistas provoca la enmascaración de los datos de utilidad, al no haber tantos perfiles que se pueden "aprovechar" de los intercambistas.

Los grafos siguen una tendencia común, no son grafos con una centralización de fuerza tan positiva, al tener 3 nodos con gran fuerza de comercio, pero sí con una mayor varianza. Esto se debe a que la acción de 3 intercambistas suele aislar del comercio al jugador restante, provocando que todos los tratos se realicen entre los intercambistas, ya que para ellos es mucho más fácil encontrar un equilibrio de Nash.

Por último, analizando los resultados de los experimentos, el jugador intercambista es el que mejor resultados obtuvo como perfil mayoritario. Ganaron el 100 por ciento de las partidas contra el perfil pragmático, el 80 por ciento de estas contra un jugador agresivo y un 90 por ciento contra el jugador reservado.

Agresivo

Analizando las dinámicas del jugador agresivo en presencia de otros jugadores agresivos, se llegaron a estas conclusiones. El número total de tratos suele ser similar al de los pragmáticos, rondando los 40 por partida de media. Sin embargo, en presencia de otros jugadores agresivos, el número de tratos realizados durante la fase de conclusión llega a unos mínimos cercanos a 0, lo cual no se observa tan claramente en experimentos con jugadores agresivos como perfil minoritario.

Respecto a la utilidad, se observó un patrón muy claro: el jugador agresivo en sus intentos de quedar siempre mejor que sus contrarios, no acaba obteniendo tanta utilidad como se podría pensar en una primera instancia. Su utilidad media es peor (tanto como perfil mayoritario como minoritario) que los jugadores pragmáticos y reservados, solamente siendo empeorada por los jugadores intercambistas. En términos de diferencia de utilidad, ocurre exactamente lo mismo,

Capítulo 5. Conclusiones

llegando incluso a diferencias de utilidad negativa, como ocurre en el caso del experimento AAAR, algo que se podría presuponer contrario a los principios de cómo funcionan este tipo de jugadores.

Las conclusiones como jugador mayoritario también fueron positivas como jugador agresivo, ganando el 90 por ciento de las partidas contra jugadores pragmáticos, el 100 por ciento de partidas contra jugadores intercambistas y un 70 por ciento contra jugadores reservados.

Reservado

Estos jugadores, analizándolos de manera individual, hacen muchos menos tratos pero de mayor utilidad. Por ello, es la conclusión lógica que en partidas con una población mayoritaria de jugadores reservados, se realicen muchos menos tratos. Las partidas que tuvieron jugadores reservados duraron más de media que el resto de los experimentos, sufriendo atascos en determinados puntos donde solamente se puede avanzar mediante el comercio.

El número de tratos estuvo en 30 tratos de media por partida, además siendo muy escasos (incluso nulos en ocasiones), el número de tratos realizados durante las fases de conclusión. Sin embargo, estos jugadores fueron los que mayor utilidad media encontraron, siendo muy improbable ver experimentos en los que su diferencia de utilidad fuese negativa como perfil mayoritario.

Por otra parte, la presencia mayoritaria de estos perfiles provocaba grafos donde existía un único nodo que cargaba con casi toda la fuerza del comercio. Esto se puede explicar debido a la complicación de encontrar equilibrios de Nash entre 2 perfiles reservados. Estos dos perfiles solamente tendrán en cuenta los tratos cuya utilidad esté por encima del cuartil 90 de los tratos realizados; por tanto, encontrar un punto en el que ambos jugadores estén de acuerdo con el intercambio era más complicado que con otros perfiles.

En cuestiones de victoria, un gran número de jugadores reservados no era ninguna garantía de victoria, ya que solamente ganó el 70 por ciento de las partidas contra un jugador pragmático, un 60 por ciento contra un jugador intercambista y un 80 por ciento contra un jugador agresivo.

Conclusiones

Como perfiles mayoritarios, se puede observar que las características de cada uno de los perfiles se acrecentan y retroalimentan entre ellas. El pragmático actúa de manera todavía más discreta; el intercambista utiliza el mercado de manera más salvaje; el agresivo es más reacio a beneficiar al resto de cualquier manera y el reservado realiza menos tratos en general.

Como consecuencia de esto, y tomando el perfil minoritario como una fuerza de oposición al perfil mayoritario, es mucho más difícil superar (o de la misma manera, es mucho más recomendable seguir la tendencia) a los perfiles intercambistas cuando se encuentra en una población mayoritaria de este tipo de

jugadores. La motivación colaboracionista de estos jugadores puede explicar estas conclusiones, ya que aunque el perfil minoritario decida actuar de manera distinta al resto y no colaborar, sigue habiendo una mayoría que no necesita al perfil minoritario para que el comercio siga fluyendo, lo cual no se puede decir lo mismo con perfiles mayoritarios de jugadores agresivos o reservados.

5.3.3. Conclusiones finales

AIPR

El interés de este experimento es obvio, enfrentando a cada uno de los diferentes perfiles, ¿cuál sería el vencedor?

Además, este experimento nos introducirá las conclusiones finales sobre las diferentes áreas que se introducirán en el siguiente párrafo.

En cuestión de tratos realizados, los jugadores mantienen su media ya mencionada: el jugador pragmático y agresivo realiza 40 tratos, el reservado está por debajo de esta cota y el intercambista supera claramente los 60.

Además se puede observar, como solamente el pragmático realiza más cantidad de tratos durante la fase de conclusión, lo que lo diferencia del jugador agresivo.

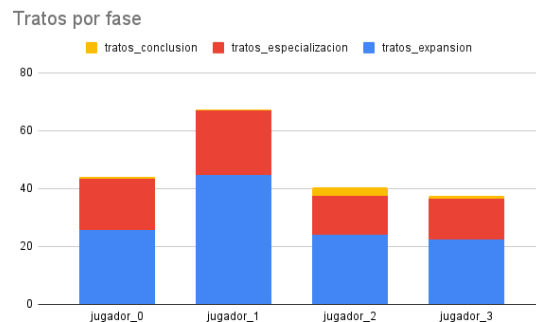


Figura 5.31: Tratos por fase en el experimento AIPR

En cuestiones de calidad, se vuelven a observar las tendencias mencionadas. Tanto en utilidad media como en diferencia de utilidad, el jugador reservado tiene las estadísticas más positivas; el jugador pragmático y reservado tienen cotas parecidas (aunque en este caso rinde mejor el jugador agresivo que el pragmático) pero por detrás del reservado. El intercambista repite los mismos patrones que en los experimentos en los que era un perfil minoritario, con una utilidad media muy baja y una diferencia de utilidad altamente negativa.

Capítulo 5. Conclusiones

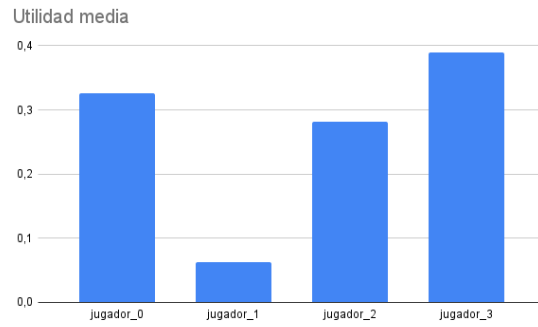


Figura 5.32: Utilidad media del experimento AIPR

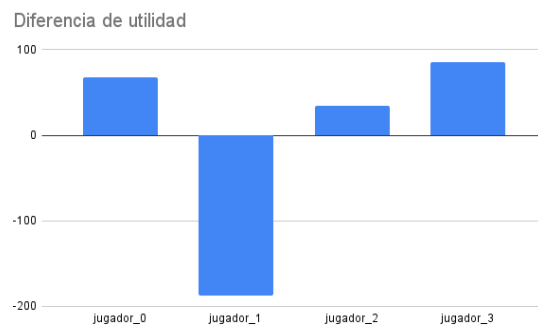


Figura 5.33: Diferencia de utilidad del experimento AIPR

En cuestiones de dinámica de comercio, se registró el mayor valor de centralización de fuerza con 0.395. El jugador intercambista acaparó el mayor peso del comercio, teniendo una fuerza de hasta 27 puntos mayor que sus rivales.

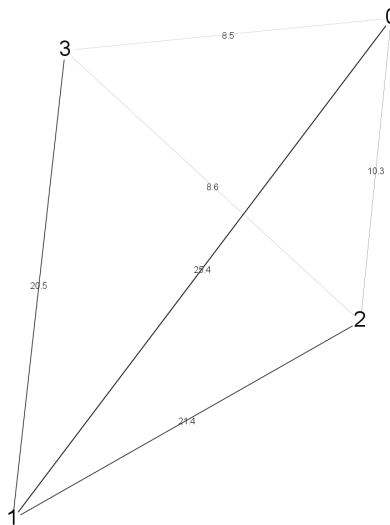


Figura 5.34: Dinámica de comercio del experimento AIPR

Por desgracia, en cuestiones de victoria no se llegaron a unas conclusiones que diferenciaron o nos permitieran ordenar de manera clara los diferentes perfiles.

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	30 %	30 %	30 %
Jugador 1	0 %	0 %	10 %
Jugador 2	60 %	40 %	30 %
Jugador 3	10 %	30 %	30 %

Cuadro 5.1: Porcentaje de victorias por fase

El único que rindió de manera diferente al resto fue el jugador intercambista, que ganó únicamente un 10 por ciento de las partidas del experimento. Se puede observar cómo diferentes jugadores rinden mejor en diferentes fases, como por ejemplo las complicaciones del jugador reservado en la fase de expansión, o cómo el jugador pragmático domina hasta el final de las partidas.

Tendencias de volumen

El número de tratos es, por lo general, el ya repetido varias veces, por encima de los 60 en el caso de los intercambistas, casi igual a 40 en pragmáticos y agresivos y por debajo de esta cifra con los jugadores reservados, normalmente entre los 30 y los 35. La tendencia del porcentaje de uso de comercio suele ir de la mano con este indicador de tratos totales, excepto en casos más extremos como cuando varios jugadores reservados aumentan el número de tratos y, por tanto, el porcentaje de uso baja.

Respecto a la diferencia de fases, la tendencia es general. La mayor parte del comercio sucede en la fase de expansión donde los jugadores están más necesi-

Capítulo 5. Conclusiones

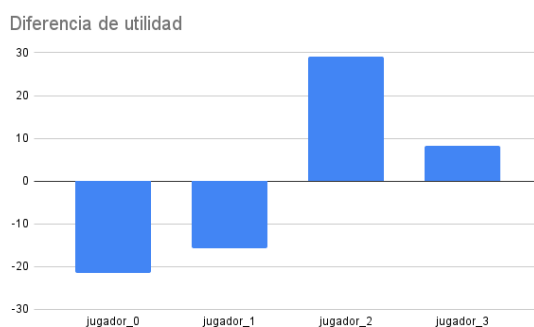


Figura 5.35: Diferencia de utilidad del experimento AAPP

tados de los recursos de otros. Durante la fase de expansión, se mezclan 2 factores: por una parte, los jugadores han construido asentamientos y su producción es mayor y más diversificada. Por otro lado, se empiezan a ver penalizaciones sobre otros jugadores con objetivos similares y puntuaciones más altas. En la última fase de conclusión, el comercio es casi inexistente, excepto aquel que se tenga con jugadores de fases anteriores.

Estas tendencias amplifican los sesgos de los jugadores, aunque se hagan más tratos en la fase de expansión el jugador reservado seguirá haciendo un número menor de ellos en comparación, igual que el jugador intercambista realizará una cantidad impensable para otros jugadores en la fase de especialización.

Calidad

Aún con la posibilidad de ser redundante, se hará un pequeño resumen de la utilidad obtenida por los diferentes jugadores en los experimentos.

Los jugadores más estables en cuestiones de utilidad son el perfil reservado. Independientemente de los perfiles que les rodeen, obtienen buenos tratos, quedando siempre como los que mejor utilidad media obtienen y una diferencia de utilidad mucho más positiva respecto al resto de los perfiles.

En cuestión de calidad, jugadores pragmáticos y agresivos actúan de manera parecida. Como norma general, el jugador agresivo obtiene menor utilidad que el jugador pragmático, aunque todo esto puede cambiar dependiendo del resto de perfiles. En el enfrentamiento de 2 jugadores agresivos con 2 jugadores pragmáticos AAPP, esta diferencia se ve clara.

Sin embargo, encontrándose en diferentes situaciones, como en el experimento AIPP en el que un jugador pragmático y uno agresivo se enfrentan a 2 jugadores intercambistas, esta tendencia puede revertirse.

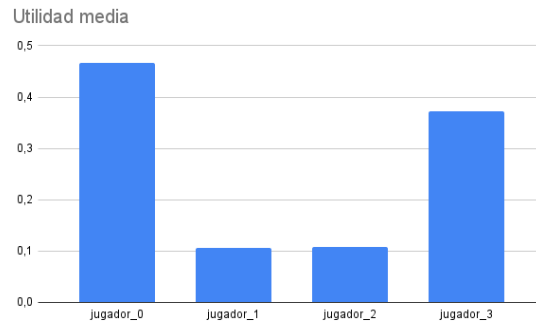


Figura 5.36: Utilidad media del experimento AIIP

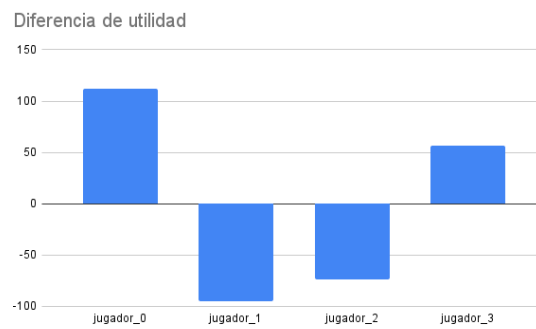


Figura 5.37: Diferencia de utilidad del experimento AIIP

Por tanto, esta afirmación sobre la calidad de los tratos de jugadores agresivos y pragmáticos, aunque sea cierta en la mayoría de los casos, no puede ser tomada como regla, ya que la presencia de elementos disruptivos como los jugadores intercambistas puede cambiarlo todo.

En último lugar, los jugadores intercambistas también tienen una tendencia clara. Siempre obtienen el peor resultado tanto en utilidad media como en diferencia de utilidad, pero esto es proporcional al número de jugadores intercambistas presentes en la partida. Cuantos más jugadores intercambistas, más se suavizará esta tendencia y, por tanto, mejores parámetros de utilidad media y diferencia de utilidad se obtendrán.

Esto se puede observar claramente en la comparativa entre los 2 primeros gráficos del experimento AIIR donde la utilidad media era positiva y cercana a 0.1 y la diferencia de utilidad no llegaba a 100 puntos negativos. Por otro lado, en los 2 siguientes gráficos del experimento IPRR, la utilidad media está lejos del 0.1 del gráfico anterior y la diferencia de utilidad supera los 100 puntos negativos sobradamente.

Capítulo 5. Conclusiones

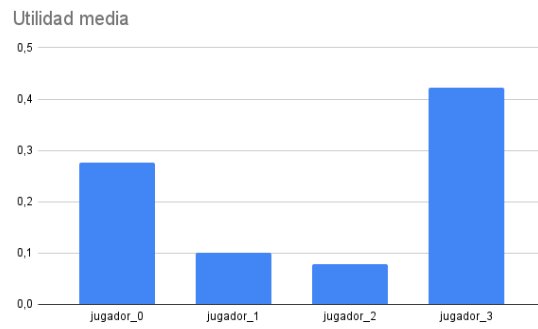


Figura 5.38: Utilidad media del experimento AIIR

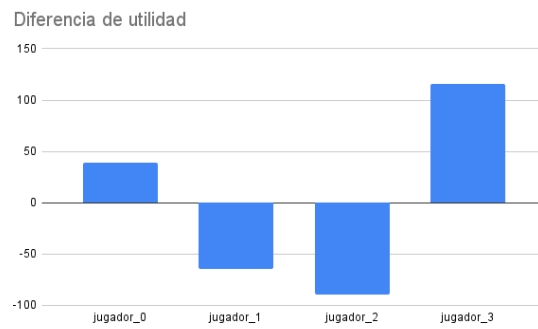


Figura 5.39: Diferencia de utilidad del experimento AIIR

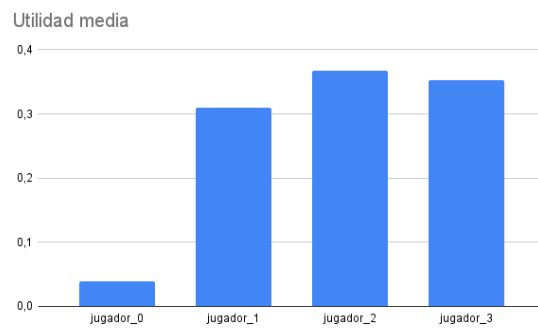


Figura 5.40: Utilidad media del experimento IPRR

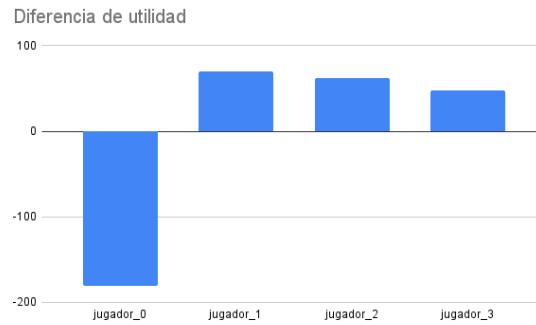


Figura 5.41: Diferencia de utilidad del experimento IPRR

Dinámicas

Las dinámicas de comercio no siguen un patrón tan claro como en los apartados anteriores; sin embargo, sí se han llegado a diferentes conclusiones sobre la centralización de fuerza y el reparto del peso del comercio.

Hay dos factores que alteran la centralización de fuerza. Por un lado, la presencia de jugadores intercambistas y, por otro, la presencia de jugadores agresivos y reservados.

La centralización de fuerza aumenta notablemente con la presencia de un jugador intercambista. Esto es algo obvio, ya que la presencia de un único jugador intercambista hace que todos los tratos pasen por él. Esto se puede observar en experimentos como IPRR con una centralización de 0.374.

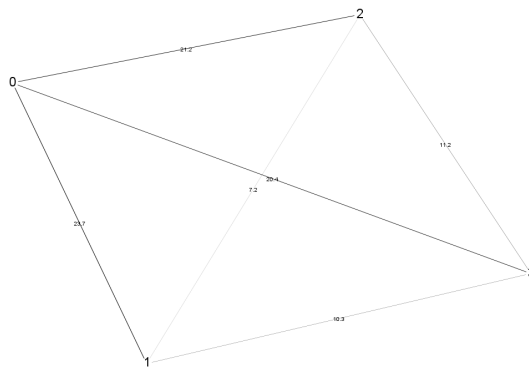


Figura 5.42: Grafo de dinámicas de comercio en partidas con un único intercambista

Sin embargo, el que haya más de un jugador intercambista en el mercado, pro-

Capítulo 5. Conclusiones

porciona al resto de jugadores una alternativa al comercio que no existía en el caso anterior. Por tanto, los jugadores no intercambistas comercian más y los intercambistas dividen su fuerza de comercio. Por ejemplo, en el experimento IIPP se observa un grafo mucho menos saturado por áreas y una centralización de fuerza menor de 0.306.

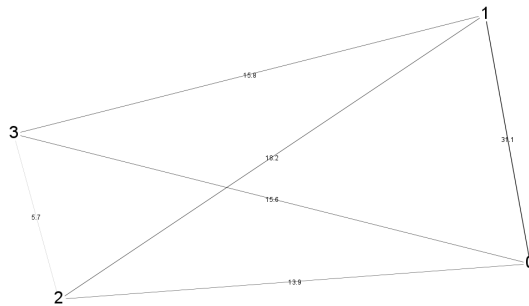


Figura 5.43: Grafo de dinámicas de comercio en partidas con dos intercambistas

Por otro lado, la incorporación de jugadores agresivos y reservados también modifica las dinámicas de comercio. En entornos en los que se incorporan jugadores agresivos y reservados, por regla general, la centralización de comercio es más baja. Esto se puede observar en experimentos como AAPR, donde la centralización alcanzó un mínimo fuera de todos los experimentos donde no había un perfil mayoritario, con un valor de 0.108.

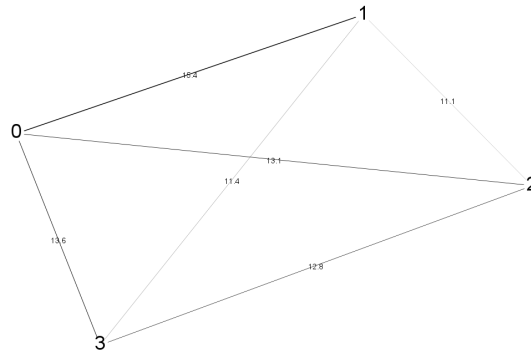


Figura 5.44: Dinámica de experimentos con jugadores agresivos y reservados

Progreso

Esta sección, de la que por una parte sería la más interesante de sacar resultados en claro, también es en la que más difícil es encontrar patrones y tendencias. Con la ayuda de algoritmos y sistemas de aprendizaje, este trabajo sería mucho más sencillo; aún así, se han podido rescatar diferentes observaciones sobre el reparto de victorias en los experimentos.

Los jugadores reservados y pragmáticos rindieron mejor de lo que se podía esperar en un primer momento, en especial el jugador reservado.

Consiguió una gran cota de victoria en el experimento AAIR, AAPR, AIIR y PPPR, además de empatar frente al resto de perfiles en los experimentos AIRR, AARR e IIRR. De media, se encontró que el jugador reservado rendía mejor cuantos menos jugadores reservados hubiera en la partida.

Por otro lado, el jugador pragmático, incorporado en primera instancia al experimento para que funcionara como perfil comparativo, acabó ganando más de lo que se esperaba. En experimentos donde actuaba como perfil individual como AIIP o IPRR, tuvo el mayor número de victorias respecto a sus rivales, mientras que en experimentos donde había 2 jugadores pragmáticos como APPR, IPPR, AIPP, PPRR, los pragmáticos tuvieron mejor cuota que sus dos rivales. En este perfil, se encontraron los mejores resultados cuando había 2 jugadores pragmáticos en el tablero.

El perfil agresivo no cosechó demasiados éxitos en los experimentos. En experimentos en los que aparecían 2 jugadores agresivos, solamente superaron a sus rivales en AAII, AAIP y AAPP. Además, en experimentos con un único jugador agresivo no consiguió ser el jugador con más cuota de victorias en ningún caso.

Por último, el perfil intercambista. Este perfil siguió una clara tendencia, con-

Capítulo 5. Conclusiones

siguiendo un mayor número de victorias cuanto más perfiles intercambistas tenían alrededor. Como fuerza mayoritaria, consiguió el mayor número de victorias, pero como perfil minoritario fue el que peor rindió, consiguiendo en muchas ocasiones el 0 o el 10 por ciento de las victorias.

Capítulo 6

Repercusión y trabajo futuro

6.1. Repercusión

El objetivo de este trabajo era analizar las dinámicas que pueden surgir con diferentes actitudes ante el comercio, usando un divertido juego como los colonos de Catán. Además de ello, era utilizar las herramientas de la teoría de juegos en la modelización de la toma de decisiones y el análisis de un sistema económico dinámico.

Evidentemente, los resultados obtenidos no son suficientes para poder tener repercusiones significativas en áreas como la economía o la ciencia. El problema modelado es, nunca mejor dicho, "de juguete"; sin embargo, sí nos muestra diferentes puntos interesantes como el uso de tecnología y herramientas matemáticas para sacar conclusiones sobre problemas del mundo real. O, refiriéndose a los resultados, como diferentes perfiles pueden rendir más o menos en un ambiente competitivo dependiendo de los diferentes sesgos presentados ante diferentes ámbitos como el comercio, la colaboración o el altruismo.

A nivel personal, este trabajo me ha resultado muy interesante y satisfactorio. La modelización de problemas y el uso de la matemática en el mundo real son las principales razones por las que elegí este grado. Poder pasarme tiempo reflexionando y experimentando en un área que me apasiona y sobre mi juego de mesa favorito me ha proporcionado una experiencia muy enriquecedora y ha avivado mis ganas de seguir ahondando en el conocimiento matemático.

6.2. Trabajo futuro

Hay varios puntos en los que me hubiera gustado poder invertir más tiempo y recursos. Por una parte, tuve una clara limitación técnica a la hora de realizar las simulaciones. Mi ordenador tiene ya una cierta antigüedad y no soportaba las cargas de trabajo para realizar experimentos superiores a 10 partidas sin sobrecalentarse y malfuncionar. Esto supuso una decepción para mí, ya que considero que 10 partidas es un espacio muestral pequeño para sacar conclusiones.

Capítulo 6. Repercusión y trabajo futuro

Después, la larga extensión de este trabajo (modelado matemático, desarrollo de la simulación y análisis de los resultados), me dejó muy poco tiempo para analizar más a fondo los resultados. Con más espacio para profundizar en el tema, podría haber desarrollado o utilizado diferentes herramientas tecnológicas para poder analizar a fondo todos los resultados de los experimentos a la vez, en vez de casos separados. De esta manera se podrían haber observado patrones más generales y conclusiones más potentes.

Por último, como trabajo futuro se propone: la creación de nuevos perfiles, el pulir los actuales, y la función de recompensa y el uso de herramientas para análisis a gran escala para la obtención de conclusiones.

Bibliografía

- [1] M. J. Osborne, *An Introduction to Game Theory*. Oxford University Press, 2004.

Anexos

Apéndice A

Primer anexo

A.0.1. AAAA

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, agresivo; jugador 3, agresivo.

Volumen

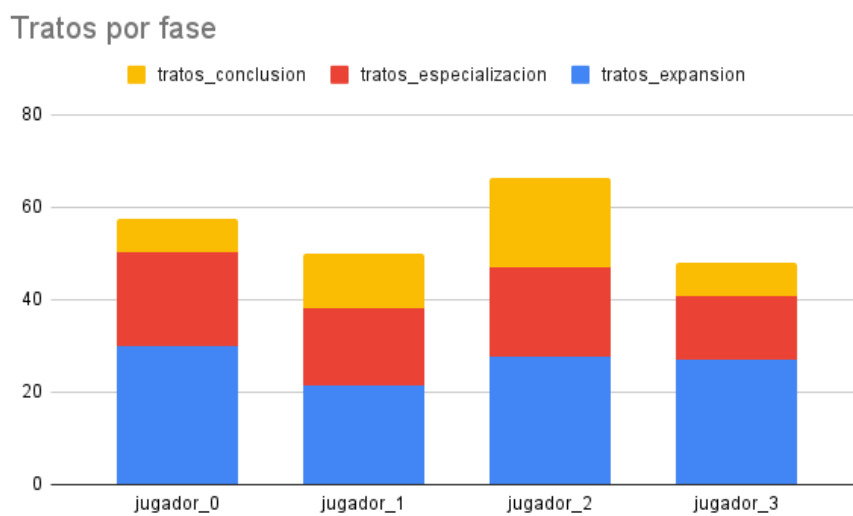


Figura A.1: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

Capítulo A. Primer anexo

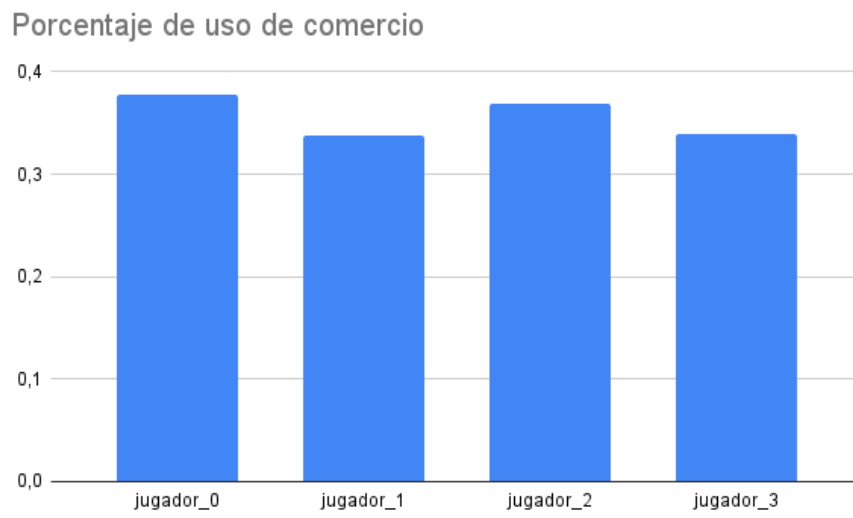


Figura A.2: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

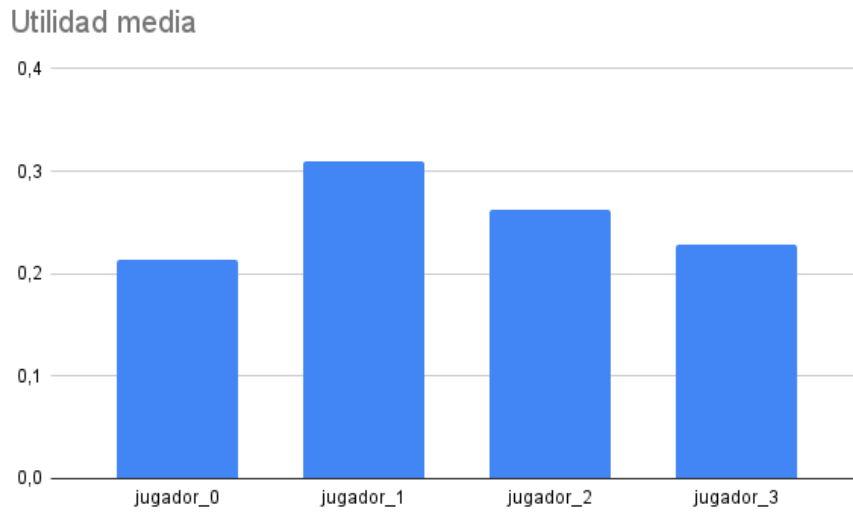


Figura A.3: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

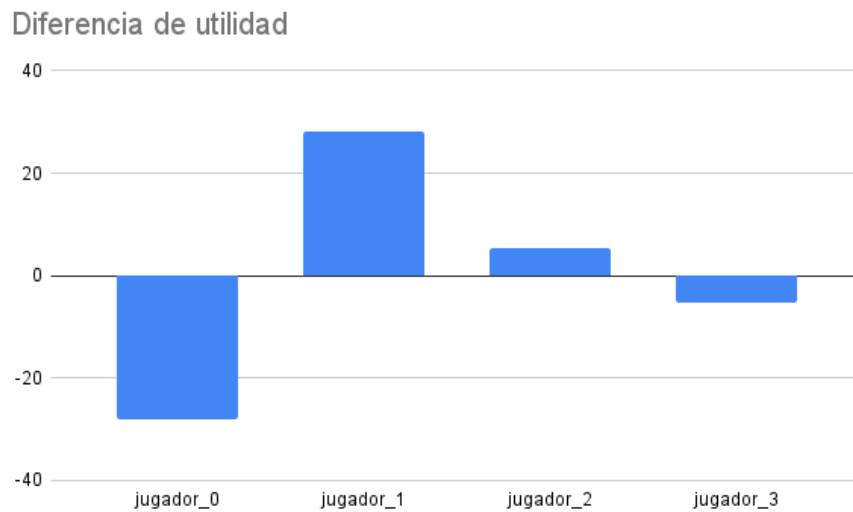


Figura A.4: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

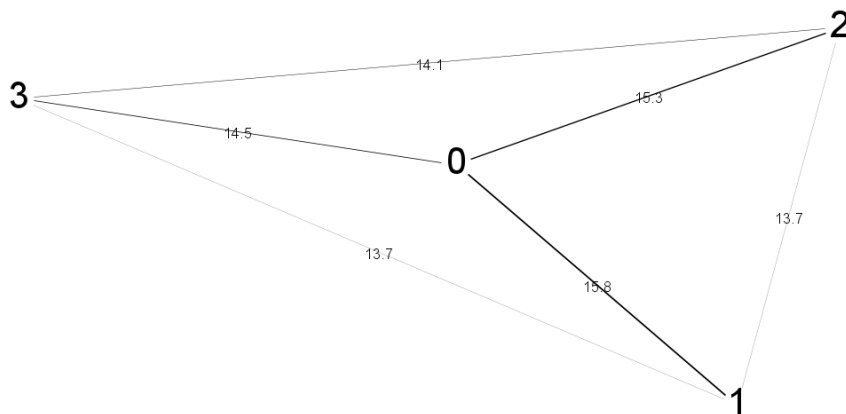


Figura A.5: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo:

Fuerza jugador 0: 45.6

Fuerza jugador 1: 43.2

Fuerza jugador 2: 43.1

Fuerza jugador 3: 42.3

Centralización de fuerza: 0.060

Varianza: 0.055

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20%	20% 20	%
Jugador 1	20%	20%	20%
Jugador 2	30%	30%	30%
Jugador 3	30%	30%	30%

Cuadro A.1: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

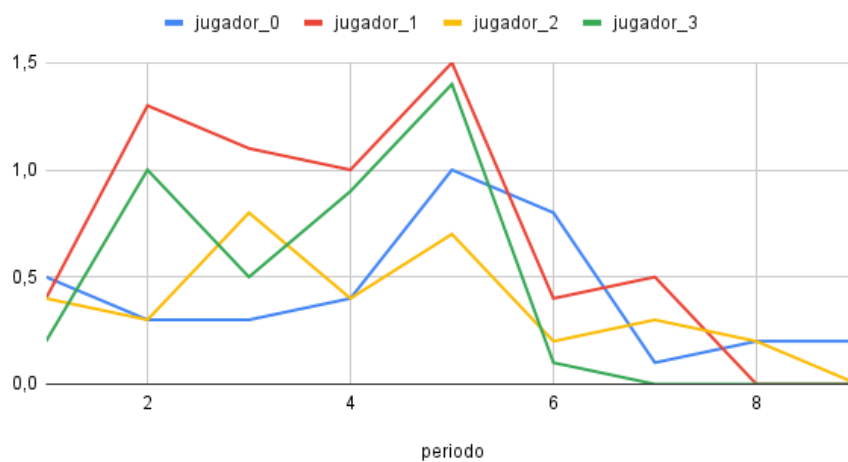


Figura A.6: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por platos realizados

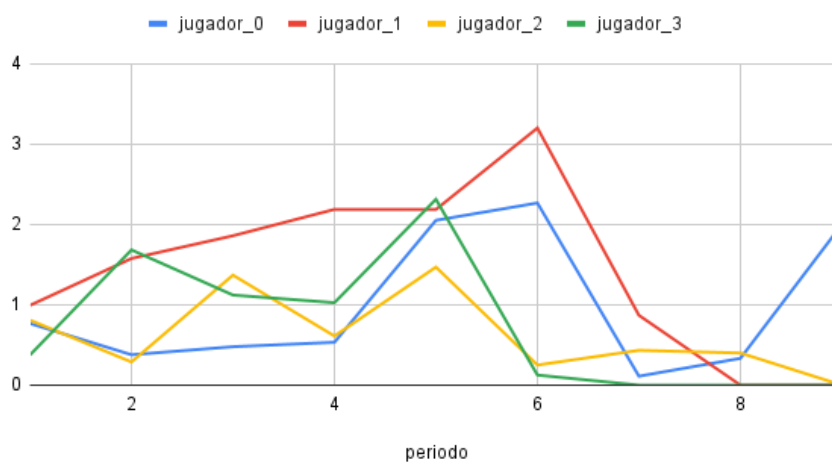


Figura A.7: Puntos de victoria por platos realizados

Capítulo A. Primer anexo

A.0.2. AAI

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, agresivo; jugador 3, intercambista.

Volumen

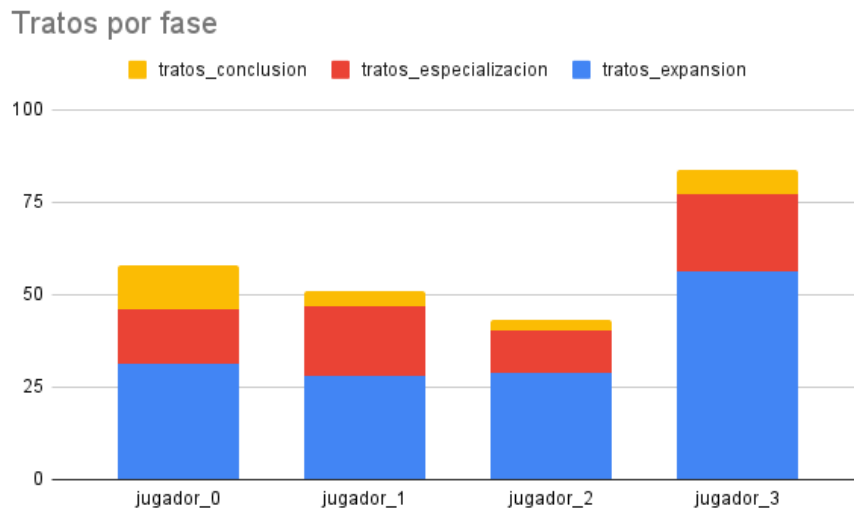


Figura A.8: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

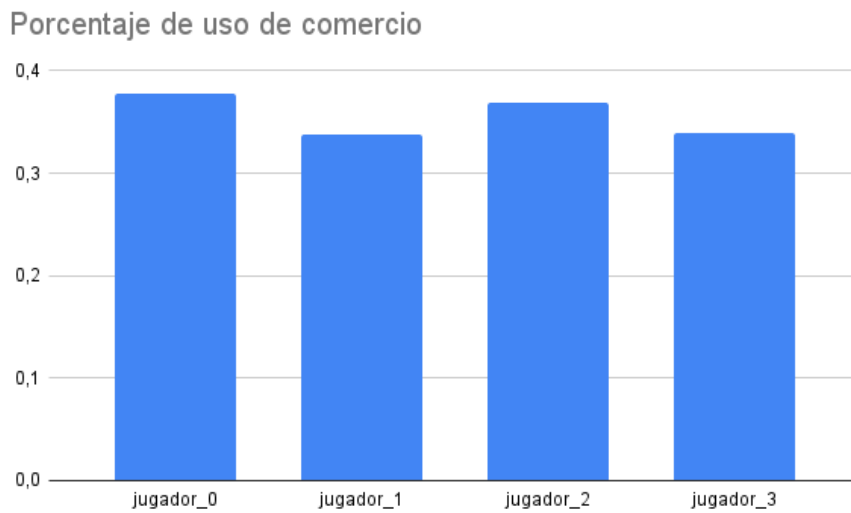


Figura A.9: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

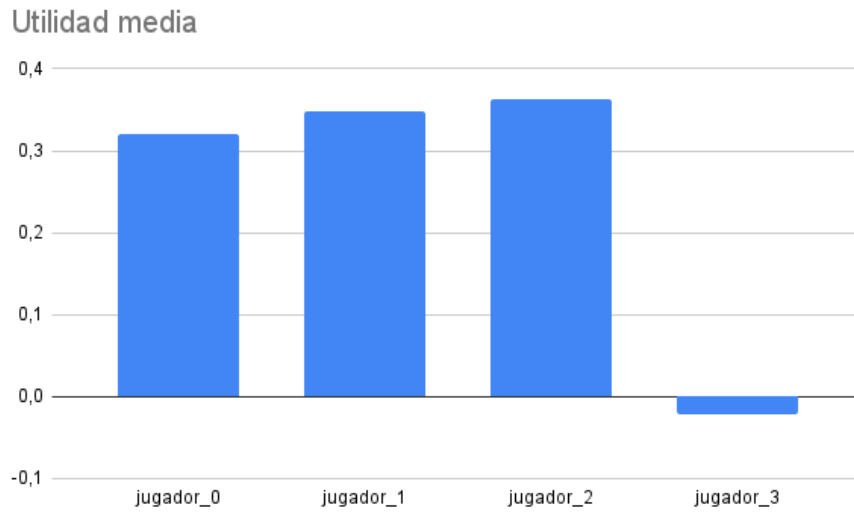


Figura A.10: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

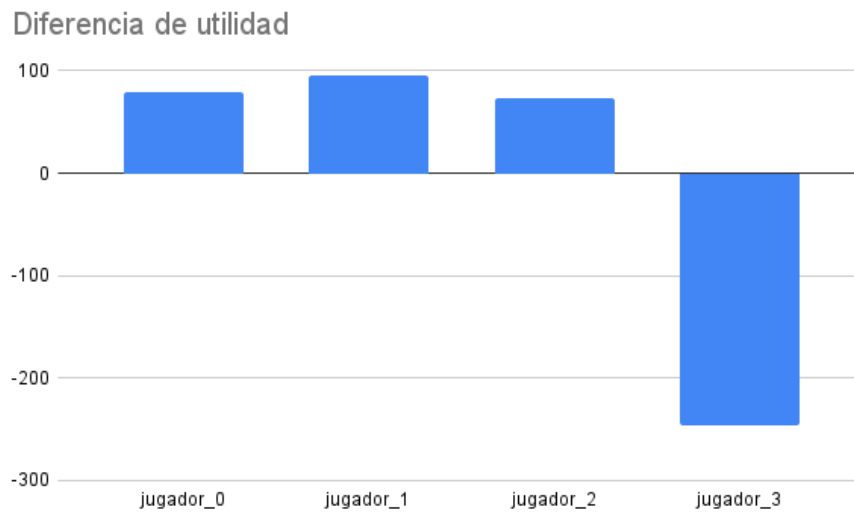


Figura A.11: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

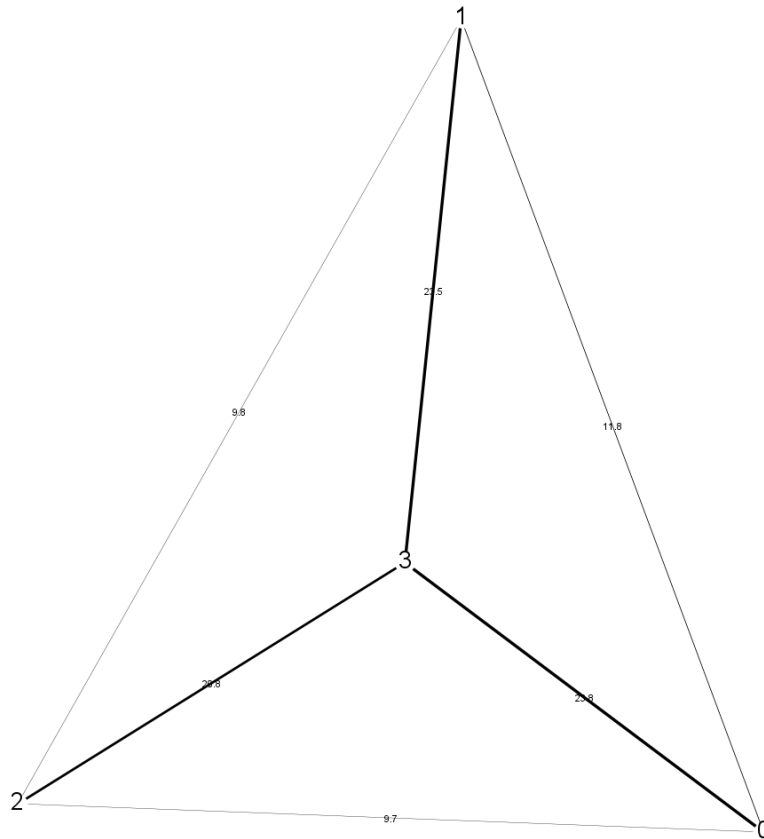


Figura A.12: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo:

Fuerza jugador 0: 45.3

Fuerza jugador 1: 45.1

Fuerza jugador 2: 40.3

Fuerza jugador 3: 68.1

Centralización de fuerza: 0.360

Varianza: 0.377

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	30 %
Jugador 1	30 %	30 %	40 %
Jugador 2	50 %	30 %	30 %
Jugador 3	0 %	20 %	0 %

Cuadro A.2: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

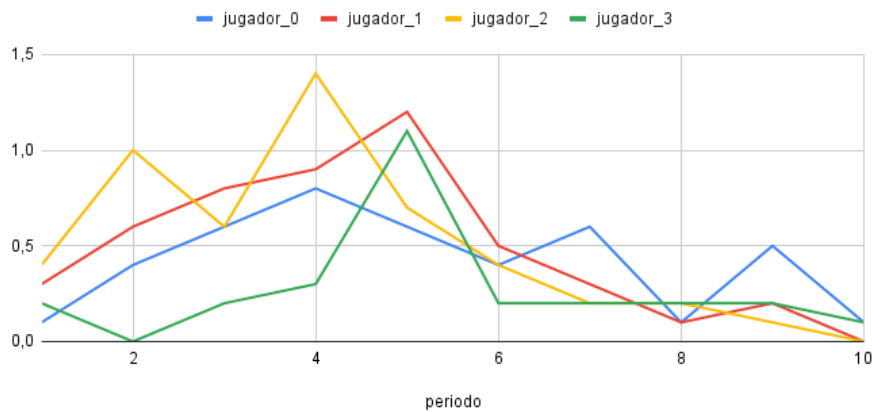


Figura A.13: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

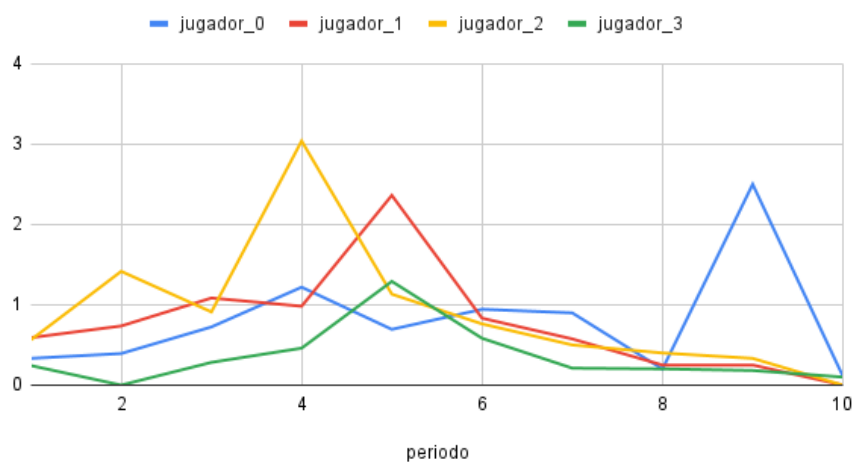


Figura A.14: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.3. AAAP

Volumen

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, agresivo; jugador 3, pragmático.

Volumen

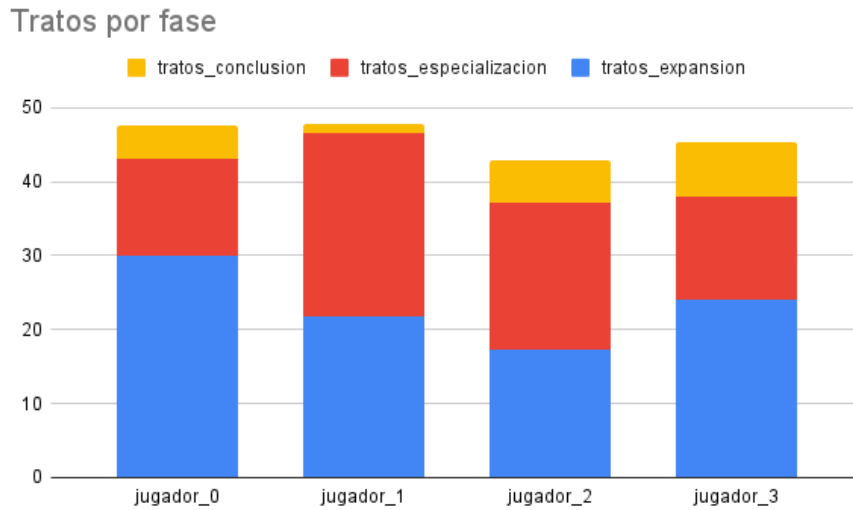


Figura A.15: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

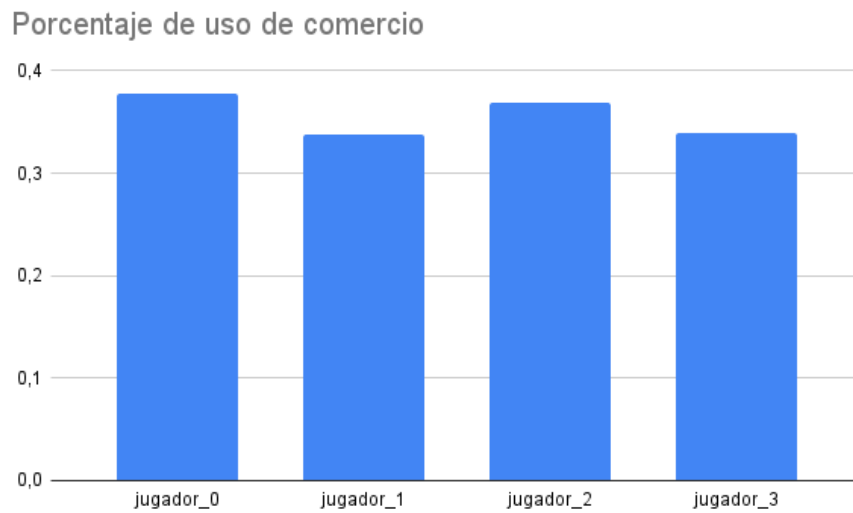


Figura A.16: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

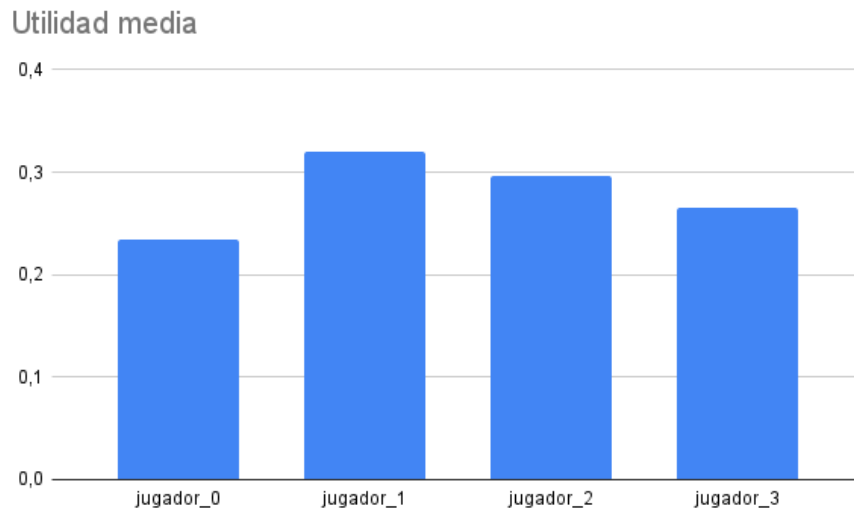


Figura A.17: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

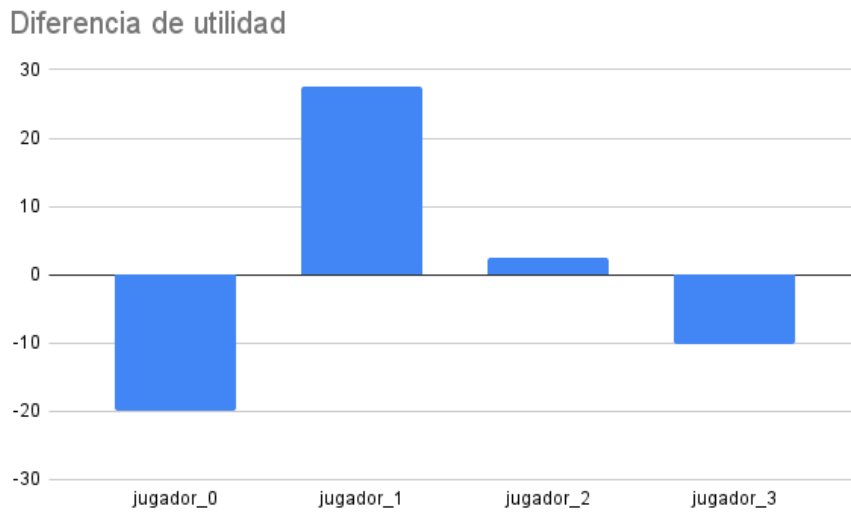


Figura A.18: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

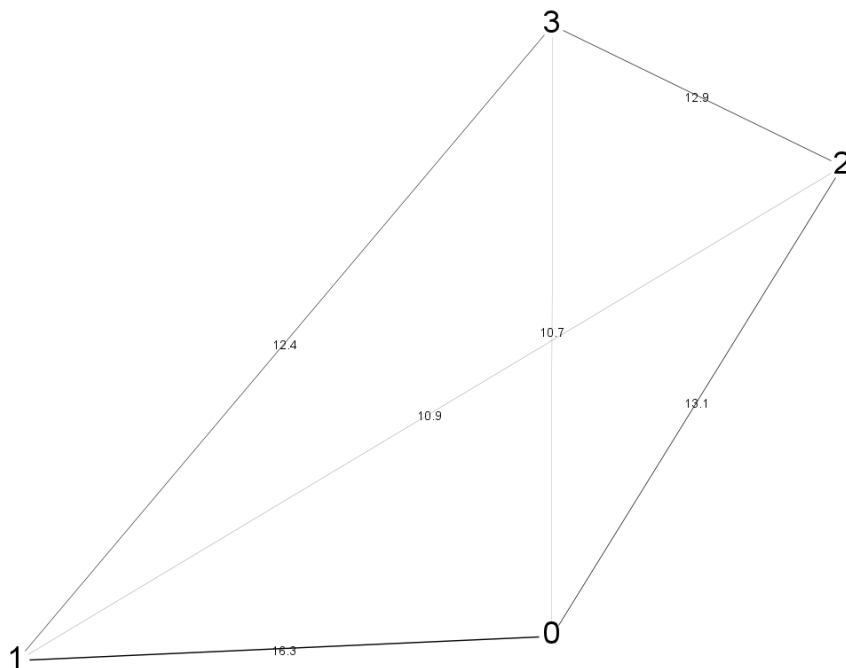


Figura A.19: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo:

Fuerza jugador 0: 40.099999999999994

Fuerza jugador 1: 39.6

Fuerza jugador 2: 36.9

Fuerza jugador 3: 36.0

Centralización de fuerza: 0.065

Varianza: 0.145

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	0%	20%	10%
Jugador 1	40%	20%	40%
Jugador 2	50%	30%	40%
Jugador 3	10%	30%	10%

Cuadro A.3: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

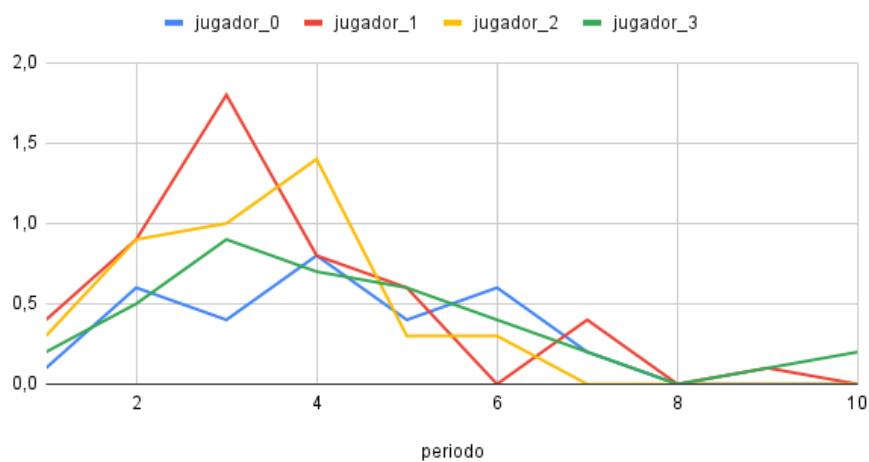


Figura A.20: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

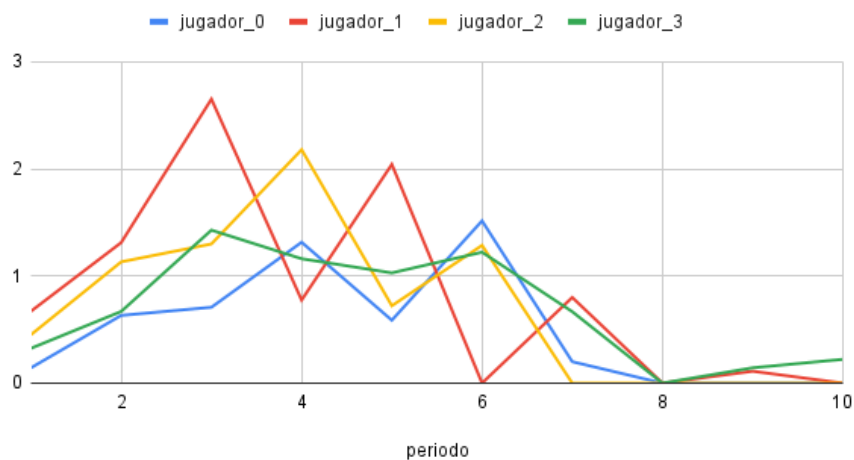


Figura A.21: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.4. AAAR

Volumen

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, agresivo; jugador 3, reservado.

Volumen

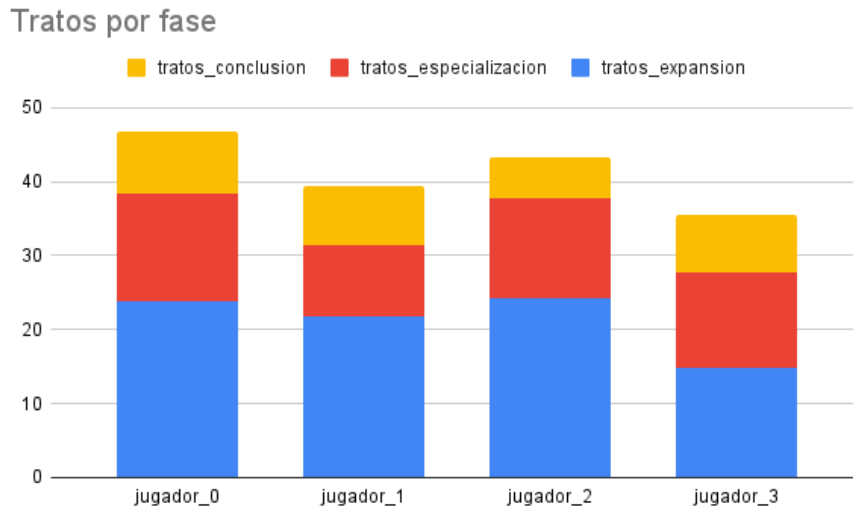


Figura A.22: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

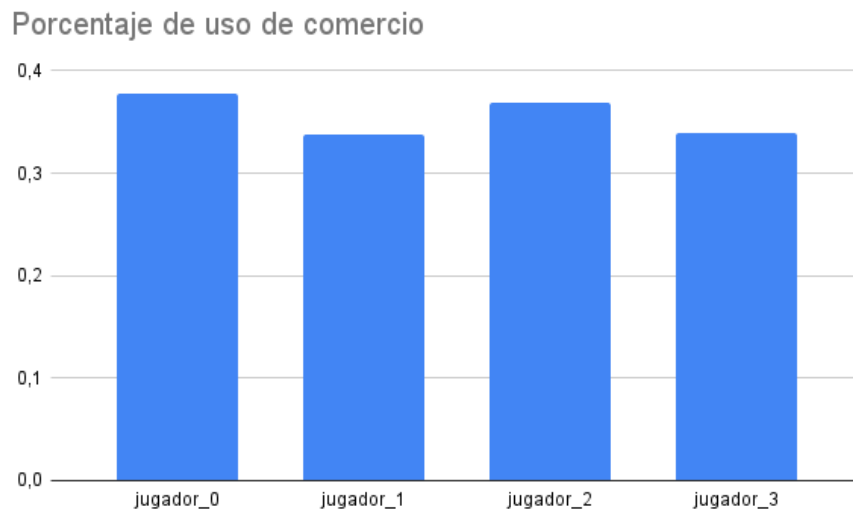


Figura A.23: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

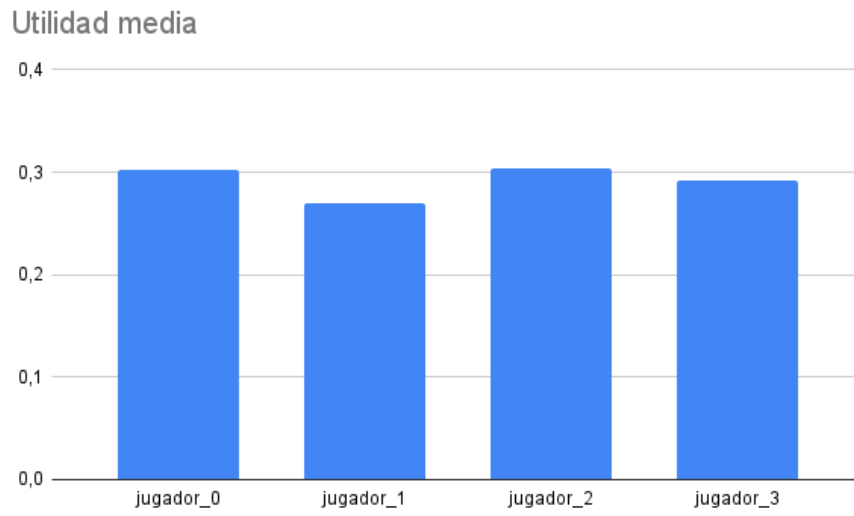


Figura A.24: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

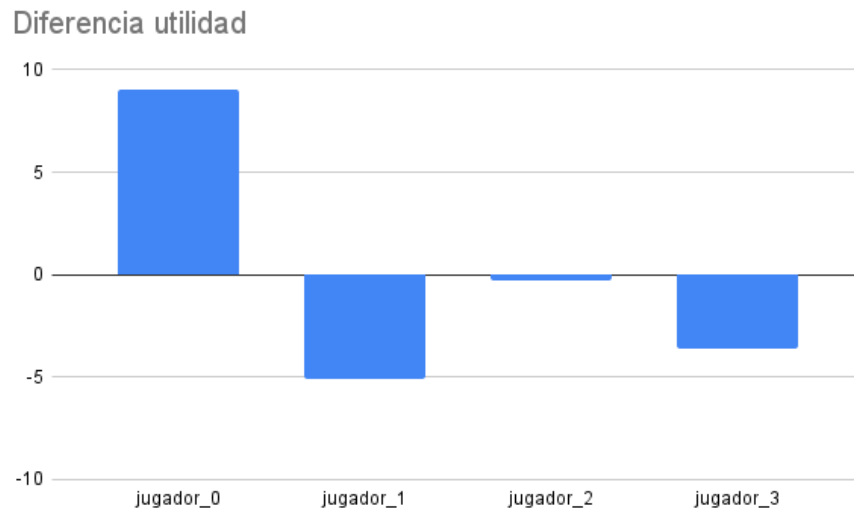


Figura A.25: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

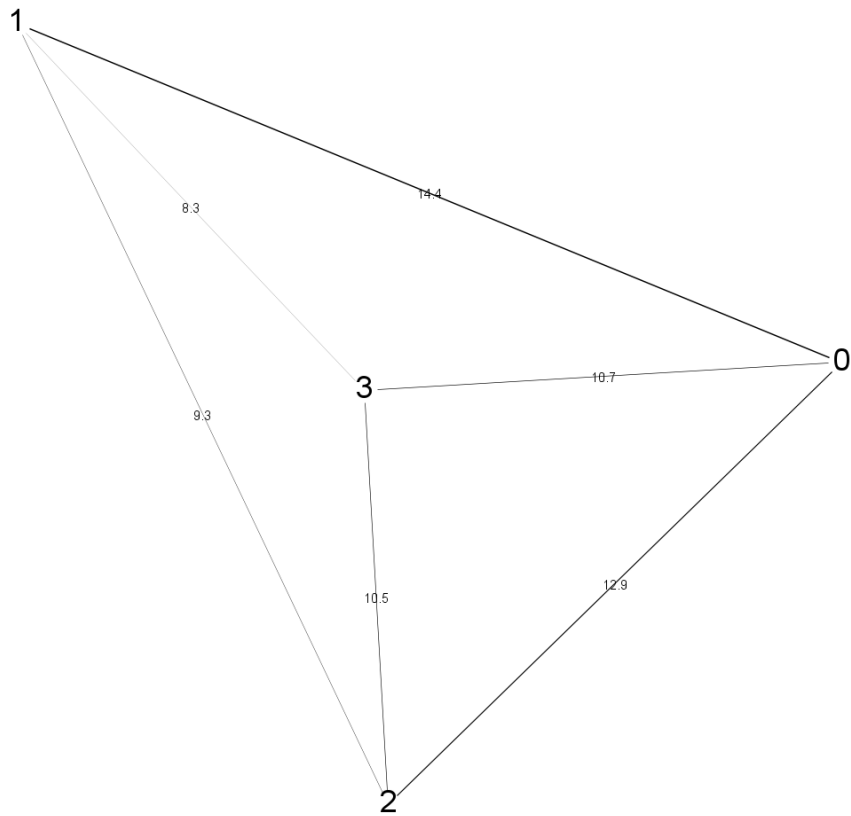


Figura A.26: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo:

Fuerza jugador 0: 39.1

Fuerza jugador 1: 37.5

Fuerza jugador 2: 40.6

Fuerza jugador 3: 33.4

Centralización de fuerza: 0.097

Varianza: 0.129

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	30 %
Jugador 1	20 %	20 %	10 %
Jugador 2	20 %	20 %	30 %
Jugador 3	40 %	40 %	30 %

Cuadro A.4: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria



Figura A.27: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por platos realizados

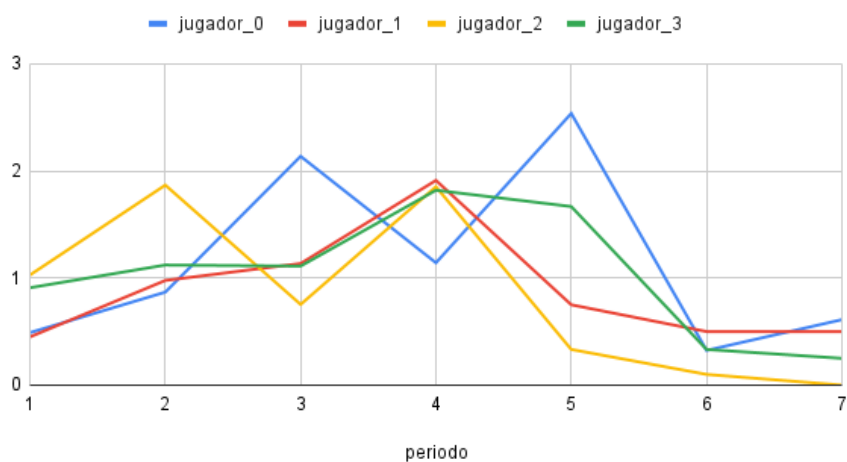


Figura A.28: Puntos de victoria por platos realizados

A.0.5. AAI

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, intercambista; jugador 3, intercambista.

Volumen

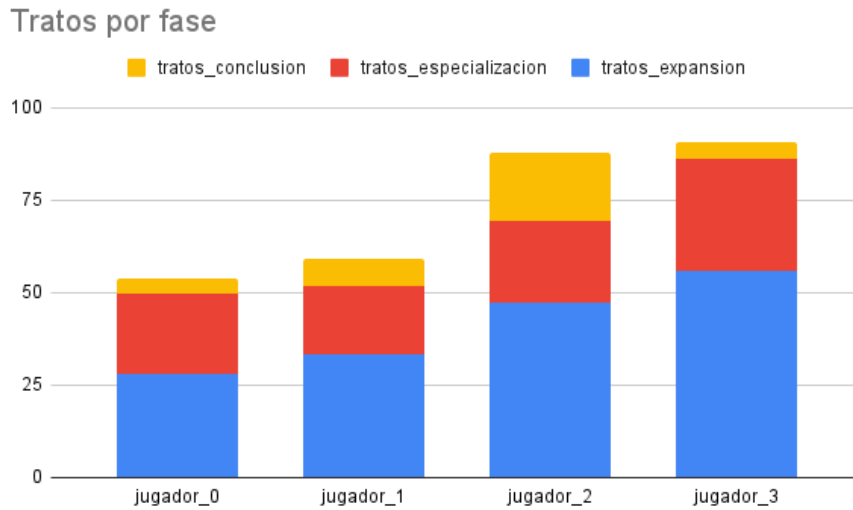


Figura A.29: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

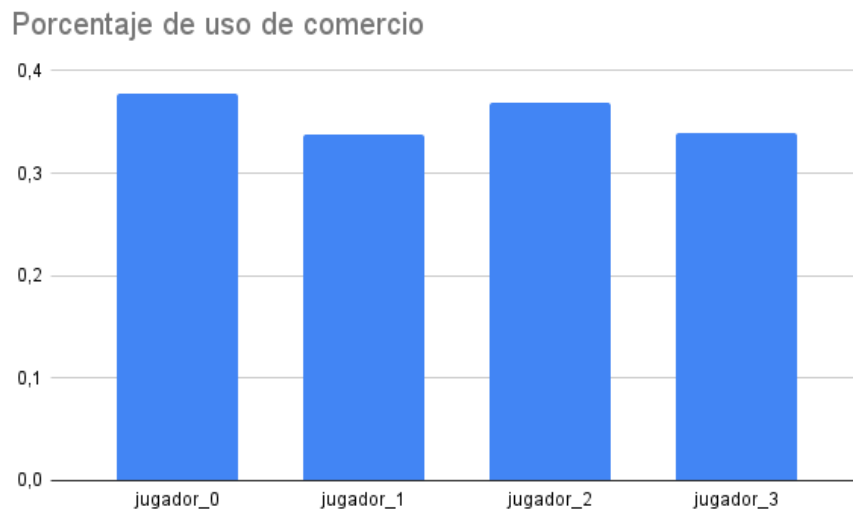


Figura A.30: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

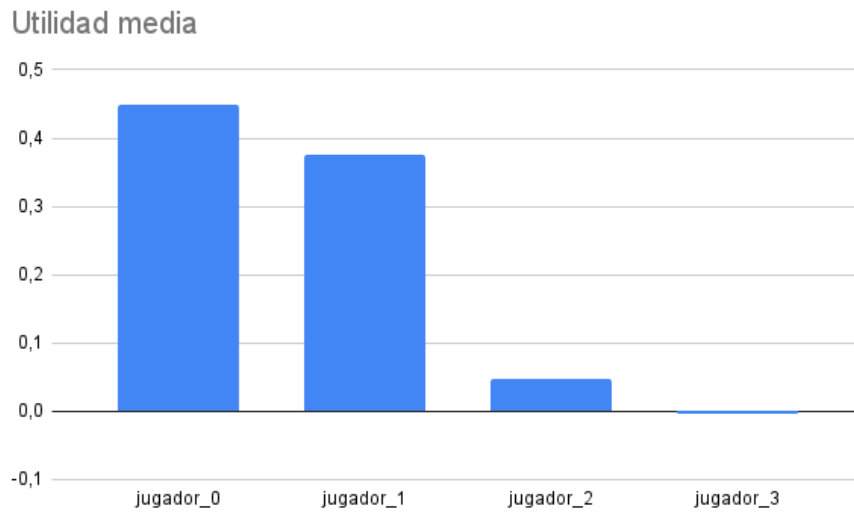


Figura A.31: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

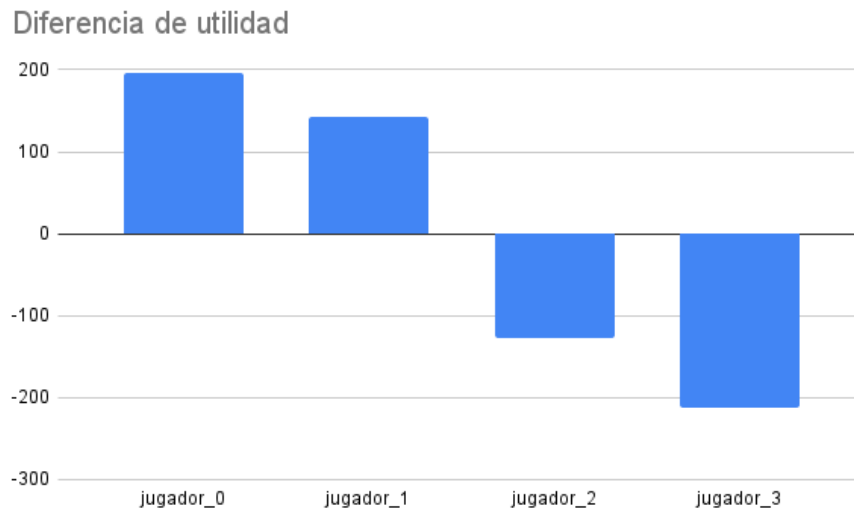


Figura A.32: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

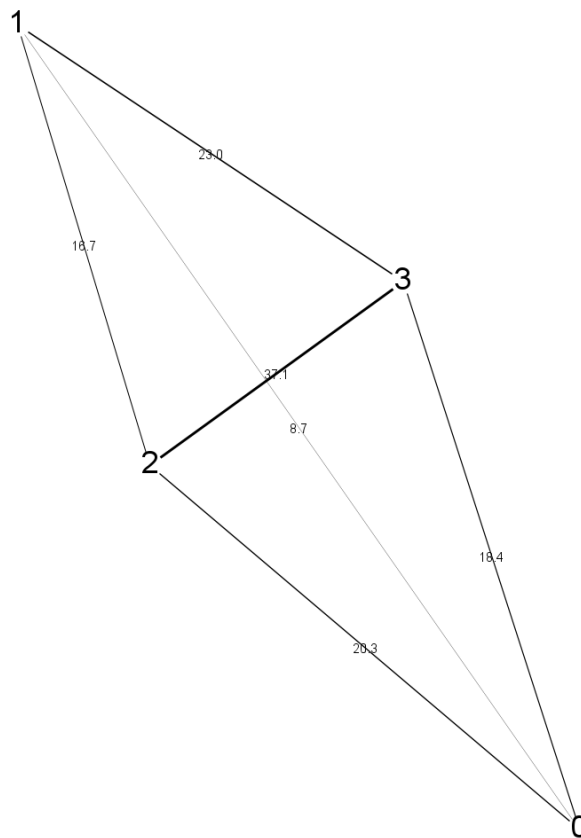


Figura A.33: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 38.0

Fuerza jugador 1: 35.1

Fuerza jugador 2: 50.2

Fuerza jugador 3: 32.1

Centralización de fuerza: 0.301

Varianza: 0.307

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	10 %	10 %	40 %
Jugador 1	50 %	40 %	40 %
Jugador 2	40 %	30 %	10 %
Jugador 3	0 %	20 %	10 %

Cuadro A.5: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

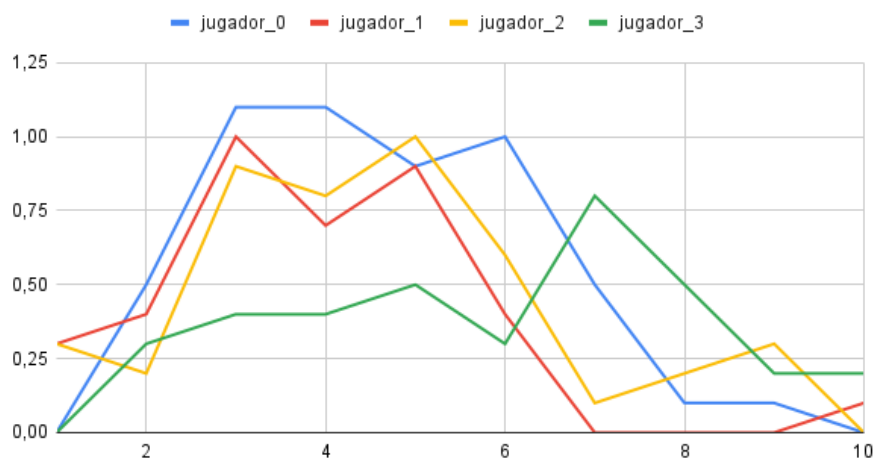


Figura A.34: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

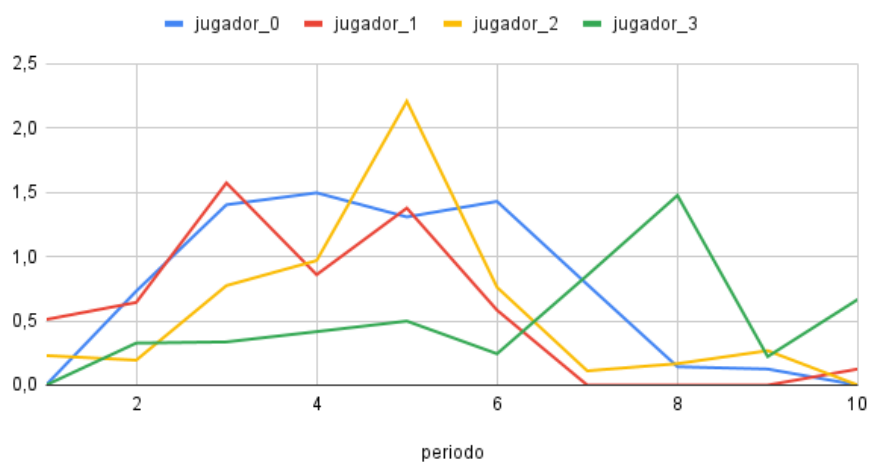


Figura A.35: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.6. AAIP

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, intercambista; jugador 3, pragmático.

Volumen

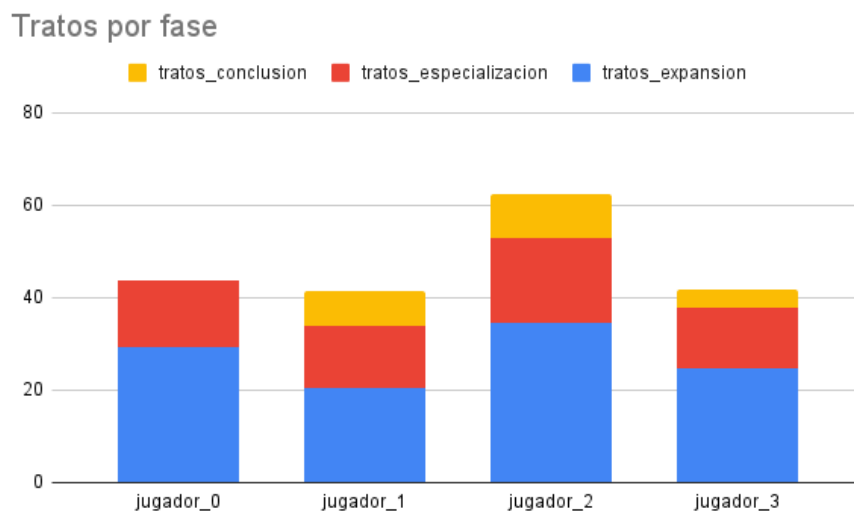


Figura A.36: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

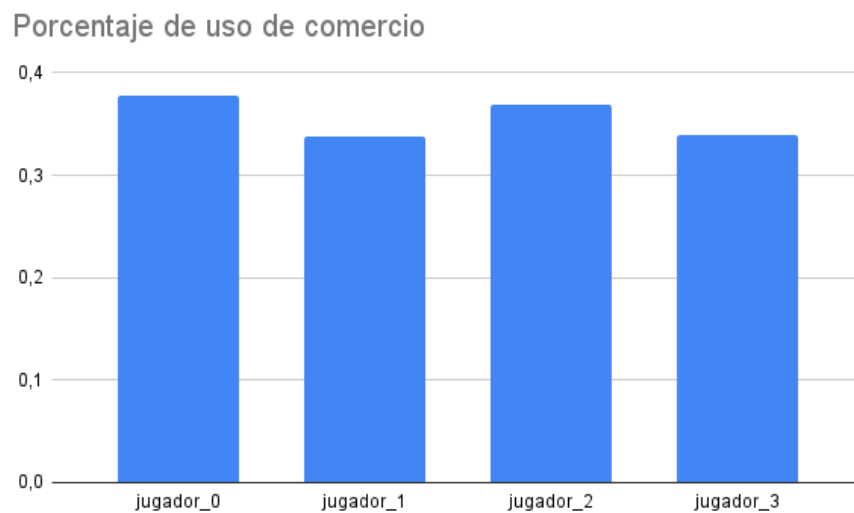


Figura A.37: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

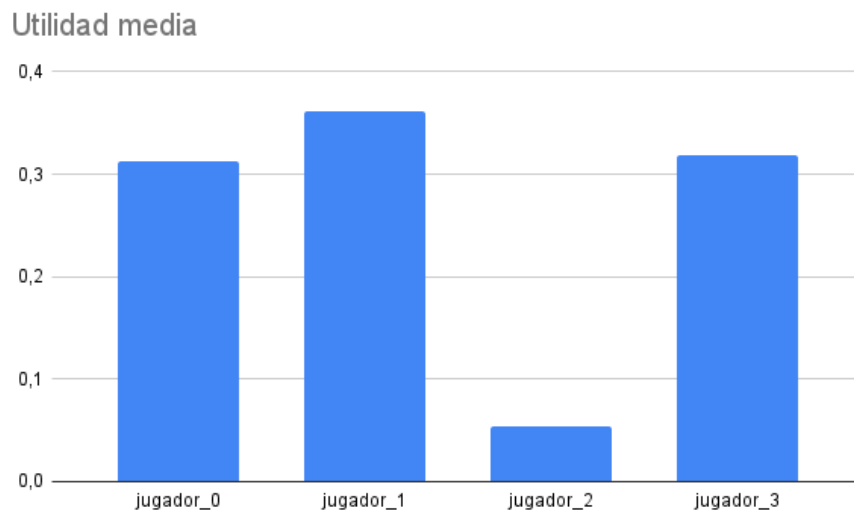


Figura A.38: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

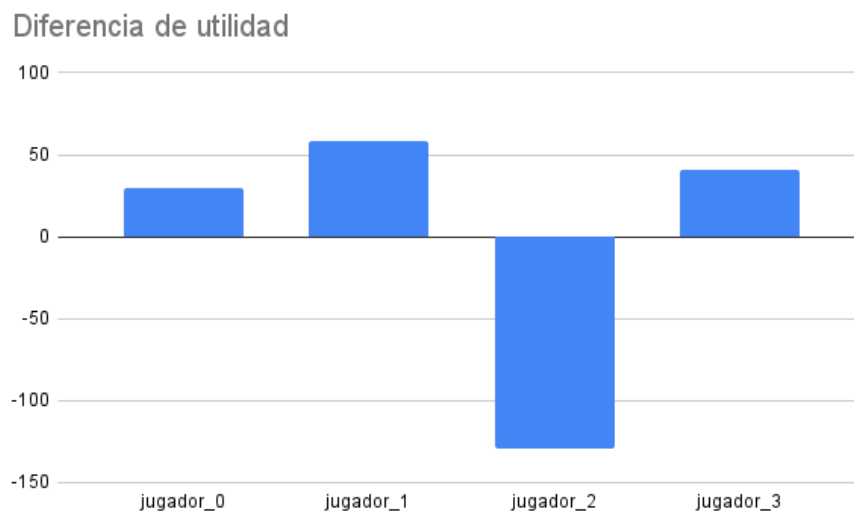


Figura A.39: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

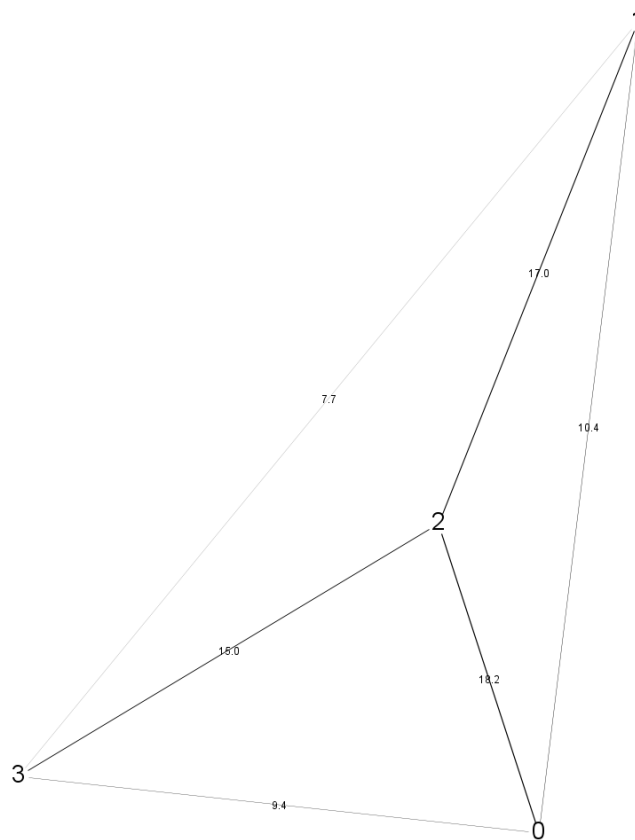


Figura A.40: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 38.0

Fuerza jugador 1: 32.0

Fuerza jugador 2: 32.7

Fuerza jugador 3: 29.5

Centralización de fuerza: 0.174

Varianza: 0.188

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	30 %	40 %
Jugador 1	30 %	20 %	30 %
Jugador 2	30 %	30 %	20 %
Jugador 3	20 %	20 %	10 %

Cuadro A.6: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

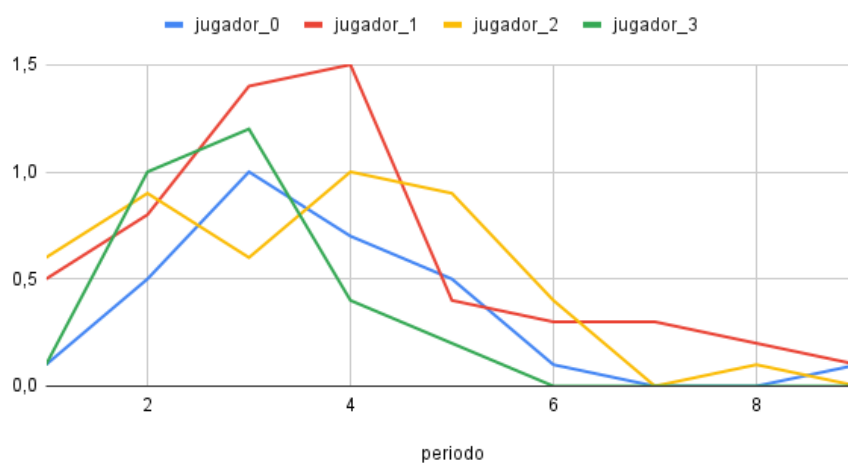


Figura A.41: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por platos realizados

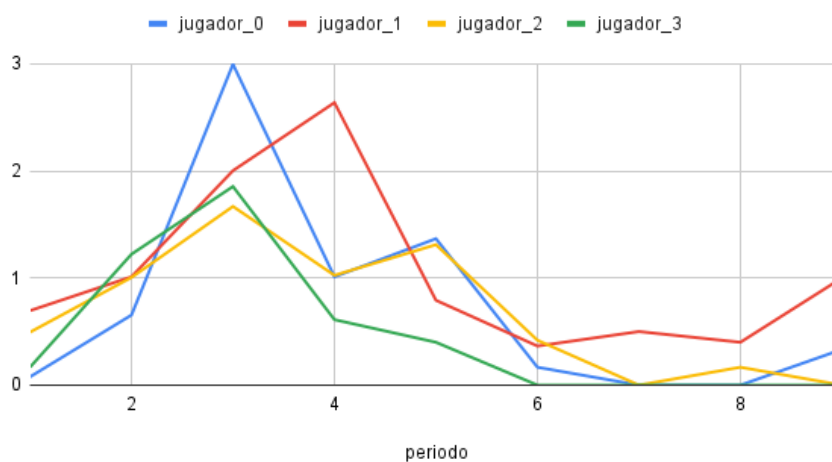


Figura A.42: Puntos de victoria por platos realizados

A.0.7. AAIR

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, intercambista; jugador 3, reservado.

Volumen

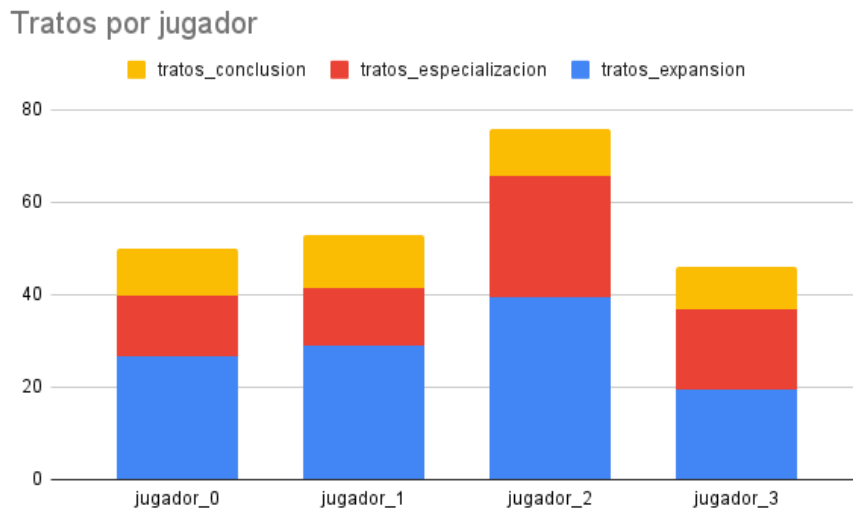


Figura A.43: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

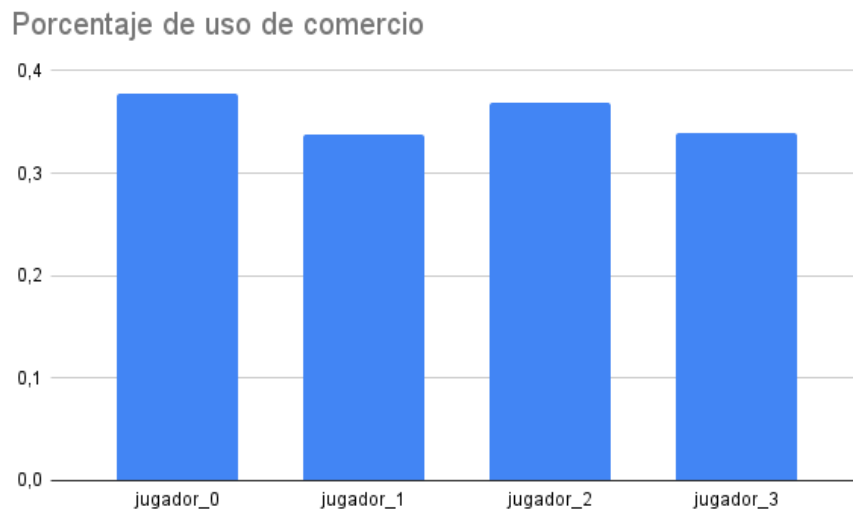


Figura A.44: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

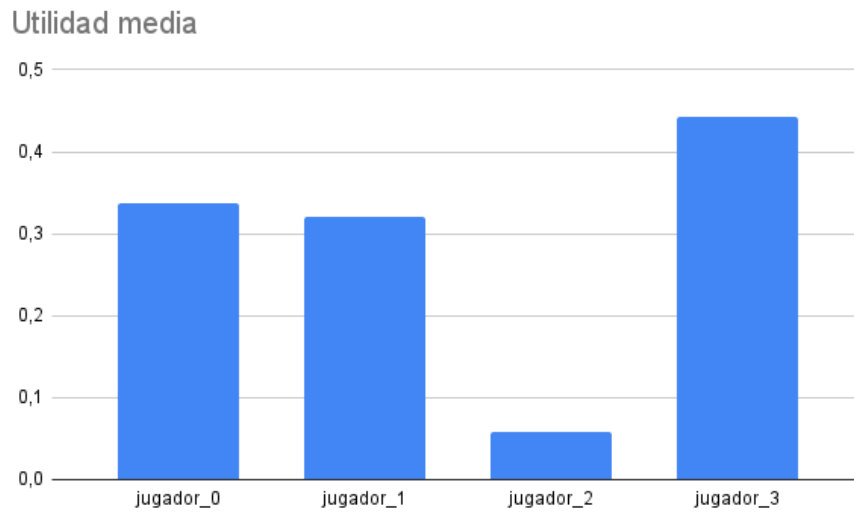


Figura A.45: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

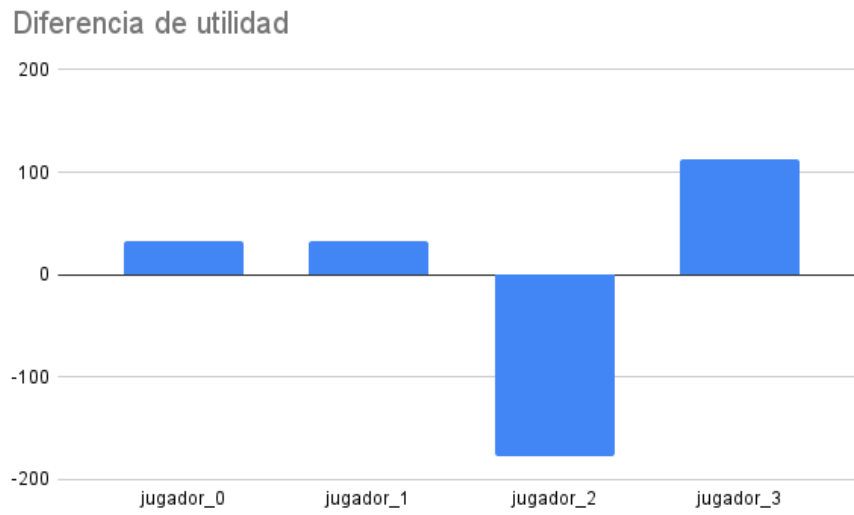


Figura A.46: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

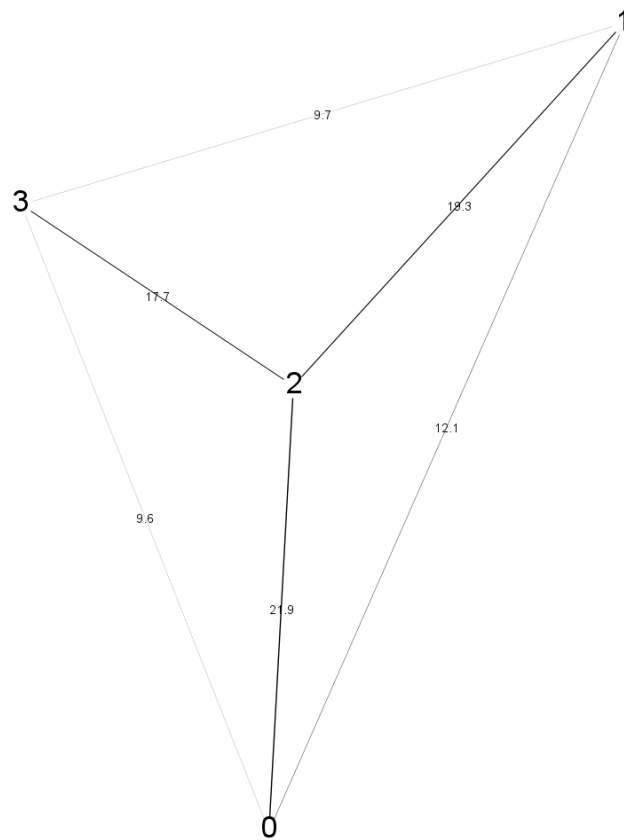


Figura A.47: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 43.6

Fuerza jugador 1: 41.099999999999994

Fuerza jugador 2: 58.900000000000006

Fuerza jugador 3: 37.0

Centralización de fuerza: 0.311

Varianza: 0.320

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	50 %	20 %
Jugador 1	0 %	20 %	30 %
Jugador 2	30 %	0 %	10 %
Jugador 3	50 %	30 %	40 %

Cuadro A.7: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

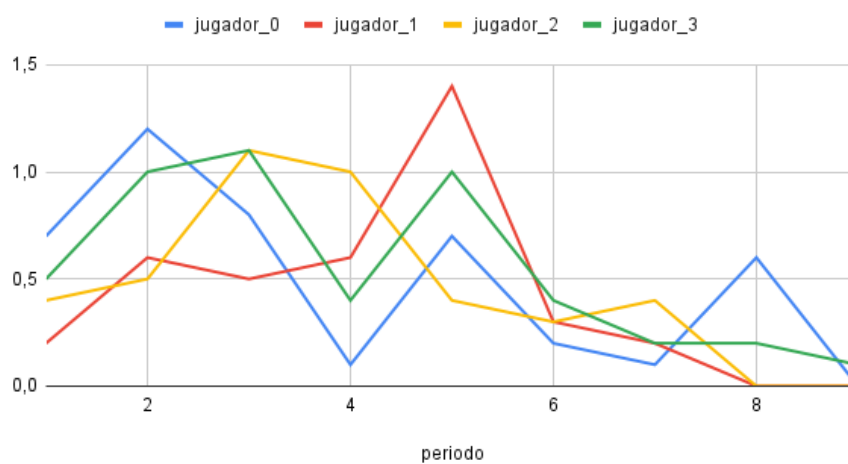


Figura A.48: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por platos realizados

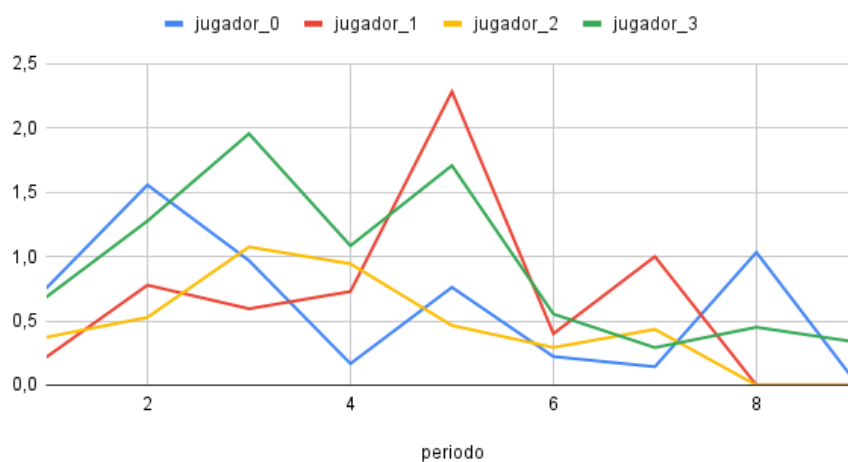


Figura A.49: Puntos de victoria por platos realizados

A.0.8. AAPP

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, pragmático; jugador 3, pragmático.

Volumen

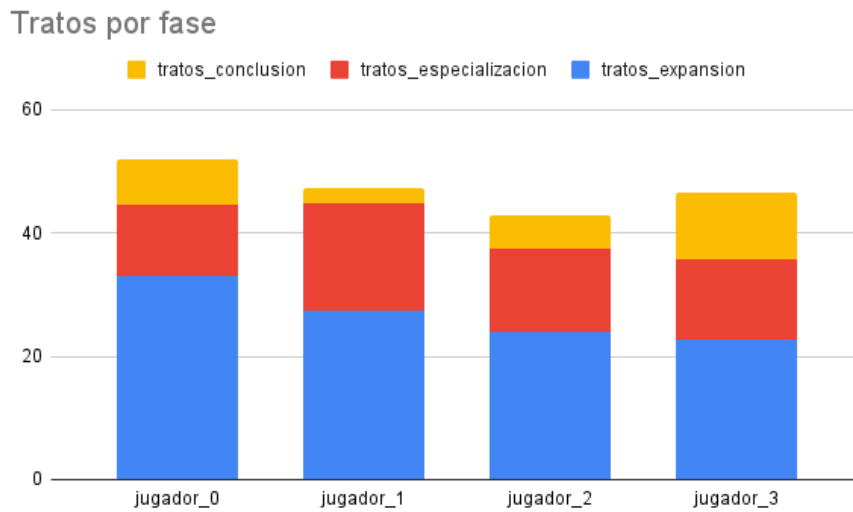


Figura A.50: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

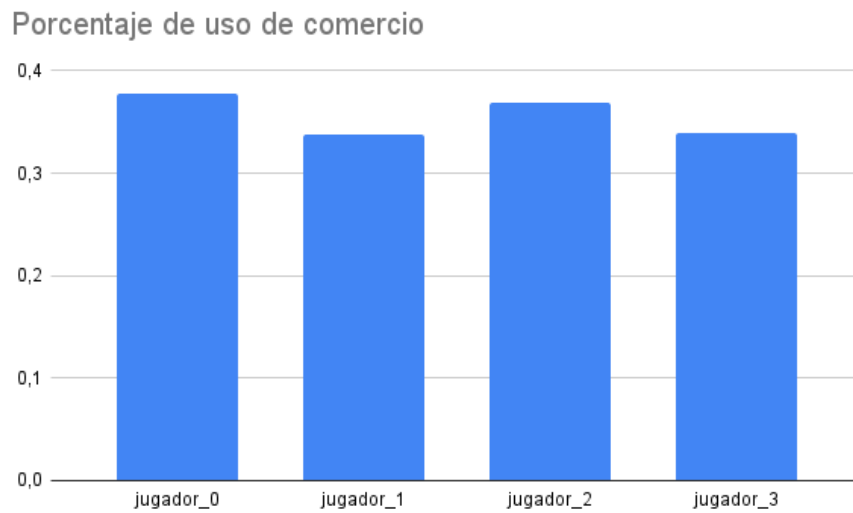


Figura A.51: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

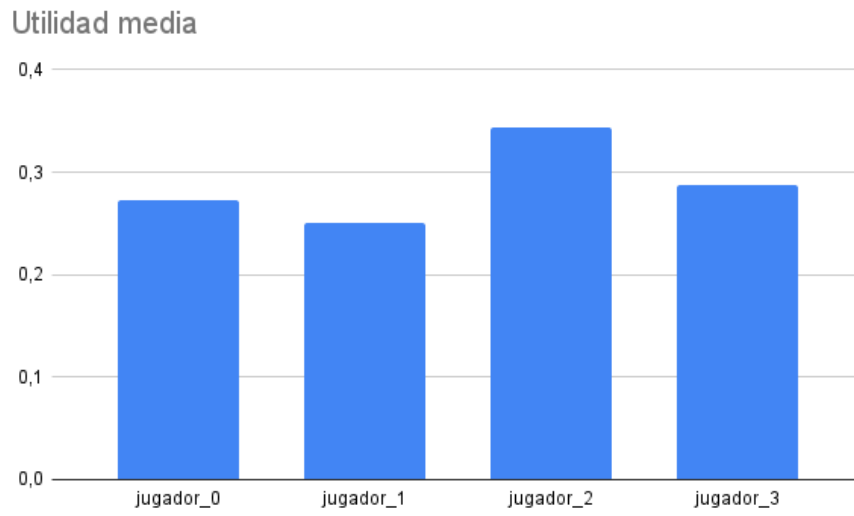


Figura A.52: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

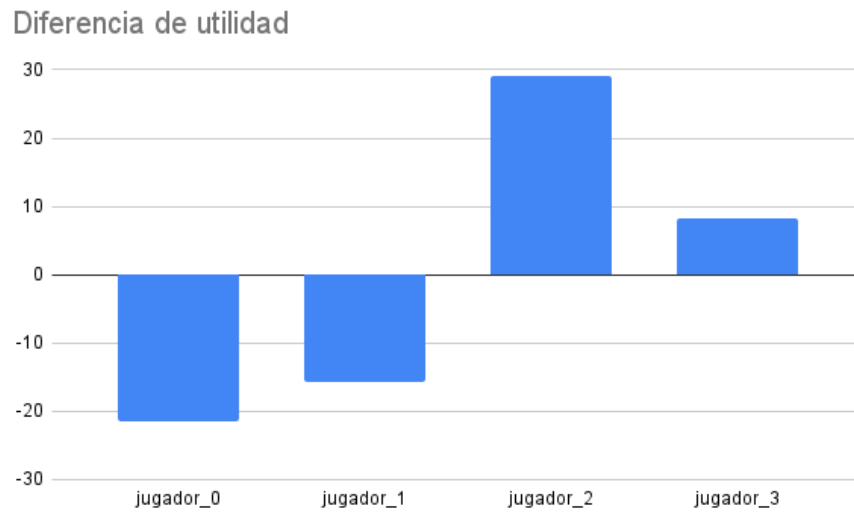


Figura A.53: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

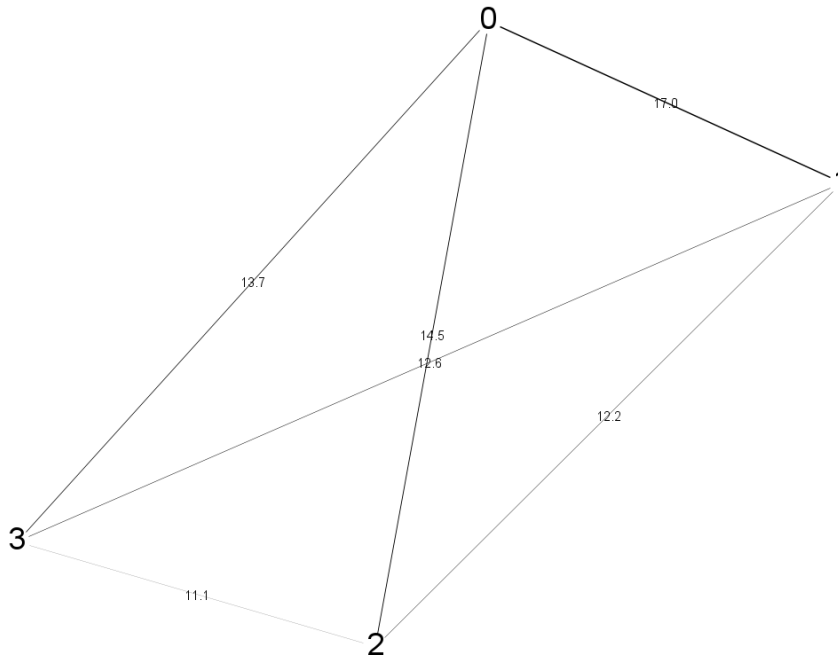


Figura A.54: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 45.2

Fuerza jugador 1: 41.8

Fuerza jugador 2: 37.8

Fuerza jugador 3: 37.4

Centralización de fuerza: 0.137

Varianza: 0.140

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	30 %	40 %
Jugador 1	20 %	10 %	20 %
Jugador 2	30 %	20 %	10 %
Jugador 3	30 %	40 %	30 %

Cuadro A.8: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

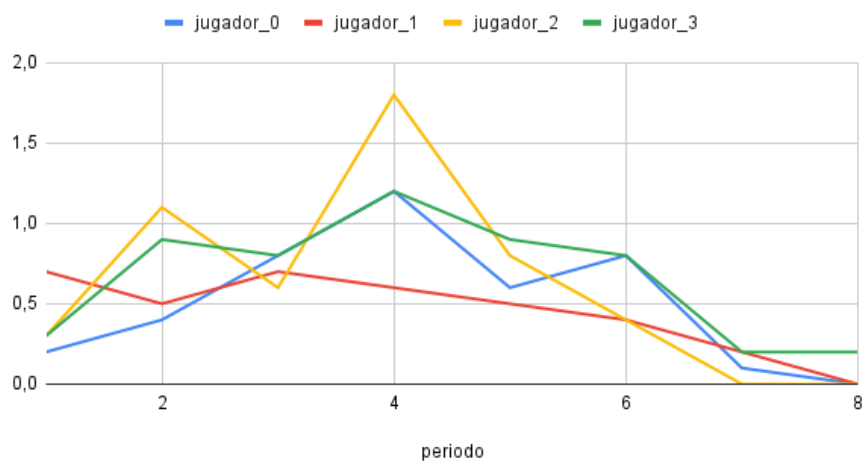


Figura A.55: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por platos realizados

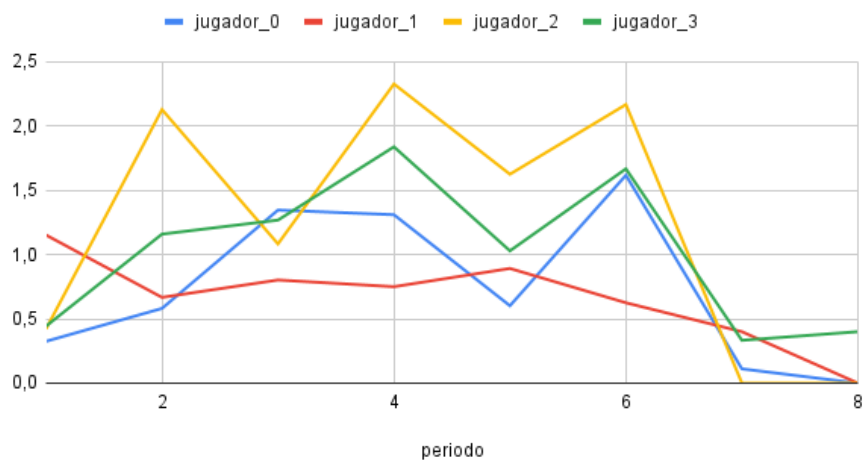


Figura A.56: Puntos de victoria por platos realizados

A.0.9. AAPR

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, pragmático; jugador 3, reservado.

Volumen

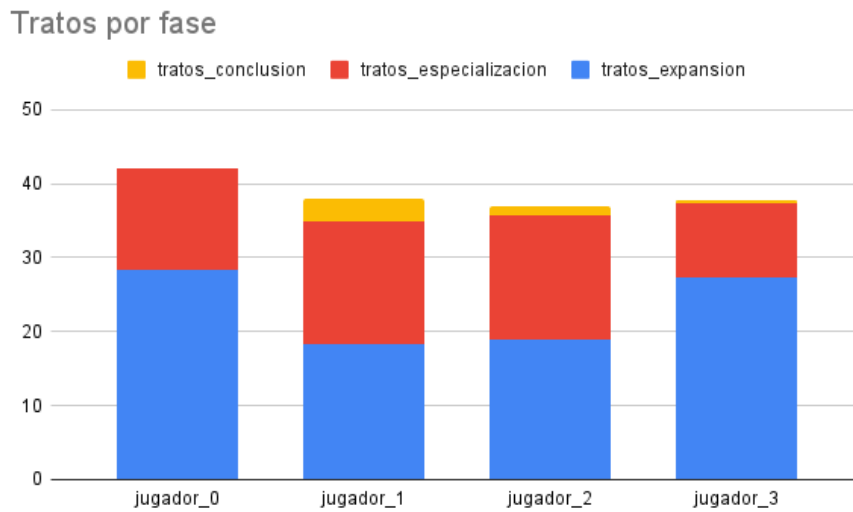


Figura A.57: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

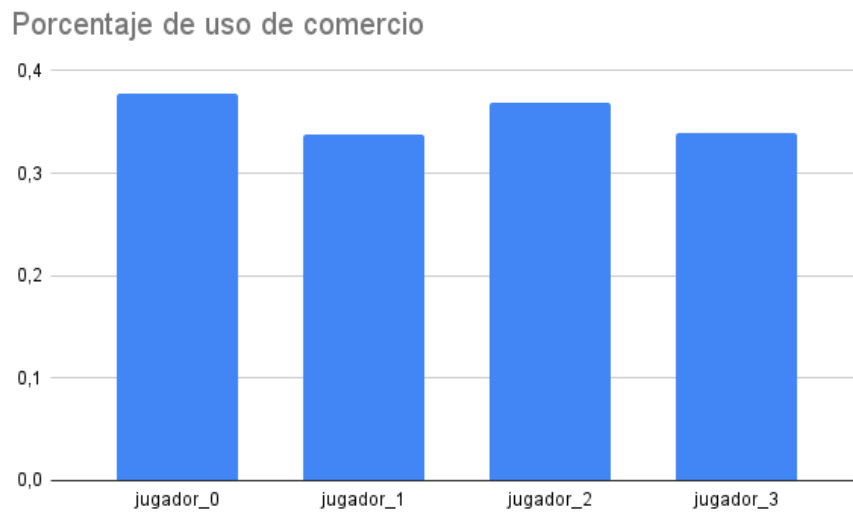


Figura A.58: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

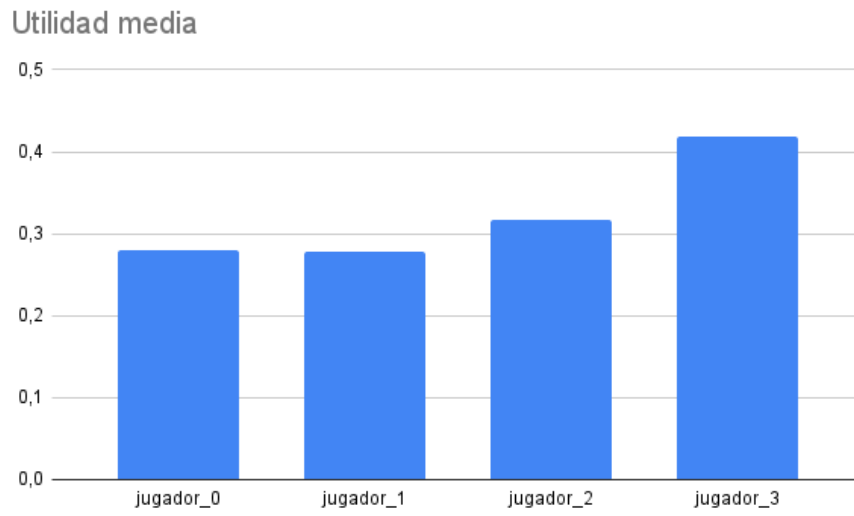


Figura A.59: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

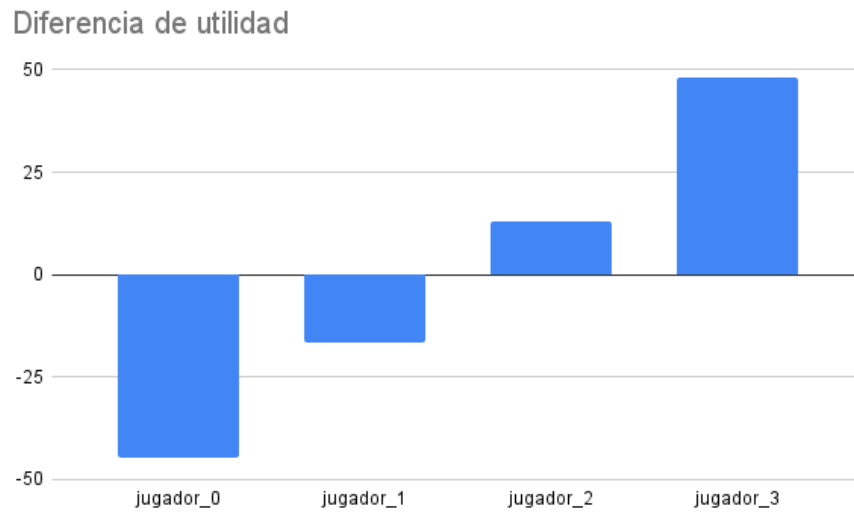


Figura A.60: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

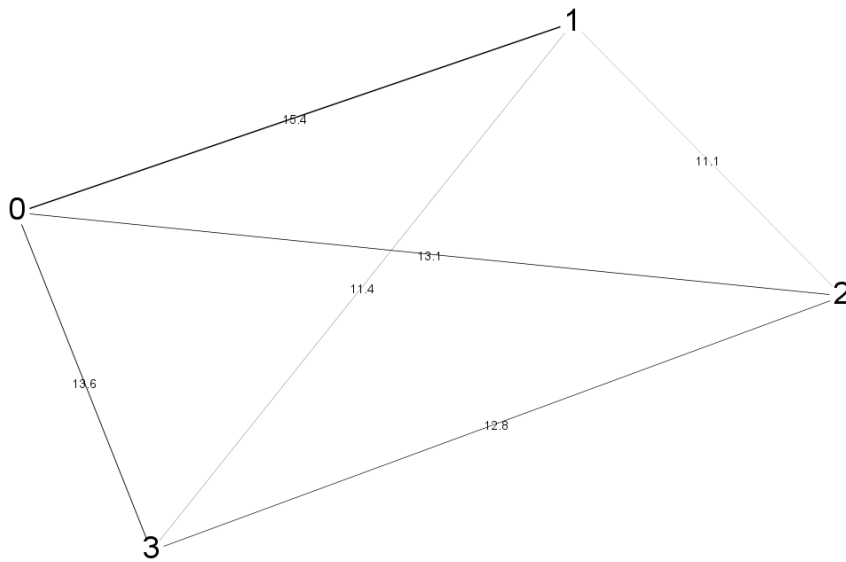


Figura A.61: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 42.1

Fuerza jugador 1: 37.9

Fuerza jugador 2: 37.0

Fuerza jugador 3: 37.8

Centralización de fuerza: 0.108

Varianza: 0.111

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	20 %
Jugador 1	30 %	30 %	30 %
Jugador 2	40 %	20 %	10 %
Jugador 3	10 %	30 %	40 %

Cuadro A.9: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

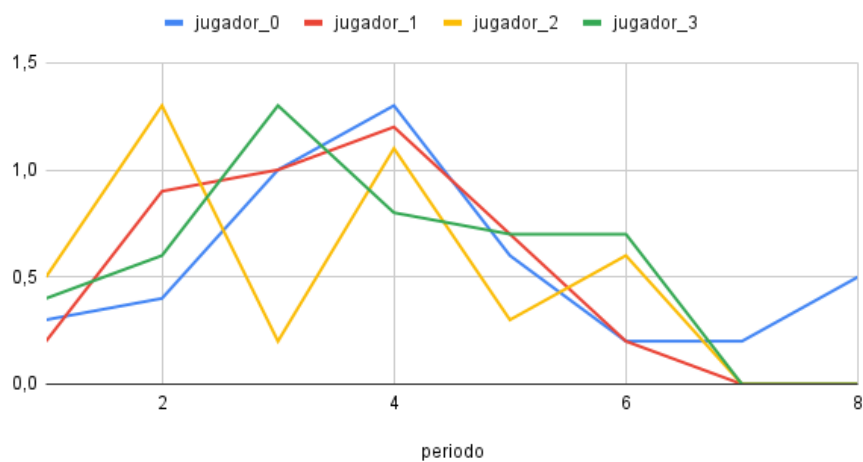


Figura A.62: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por platos realizados

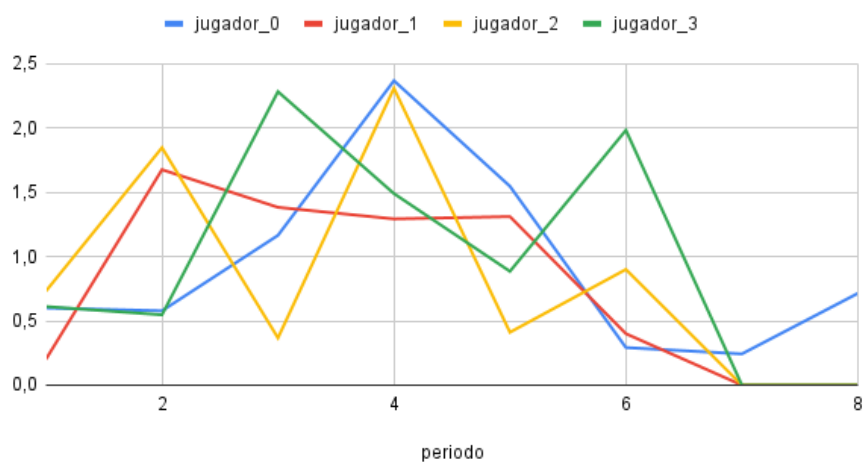


Figura A.63: Puntos de victoria por platos realizados

A.0.10. AARR

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, agresivo; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

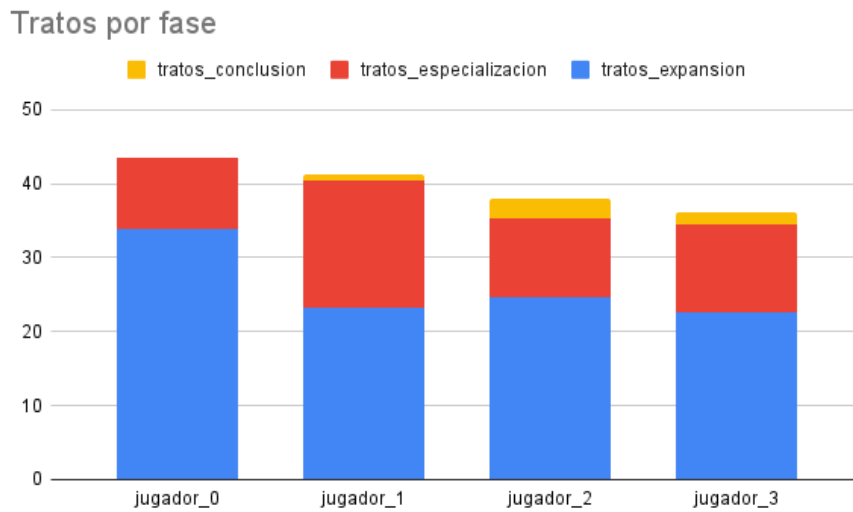


Figura A.64: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

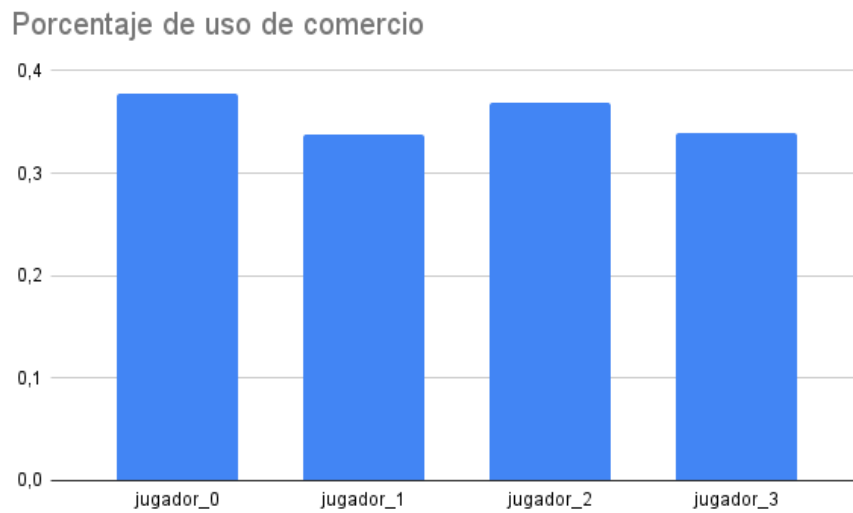


Figura A.65: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

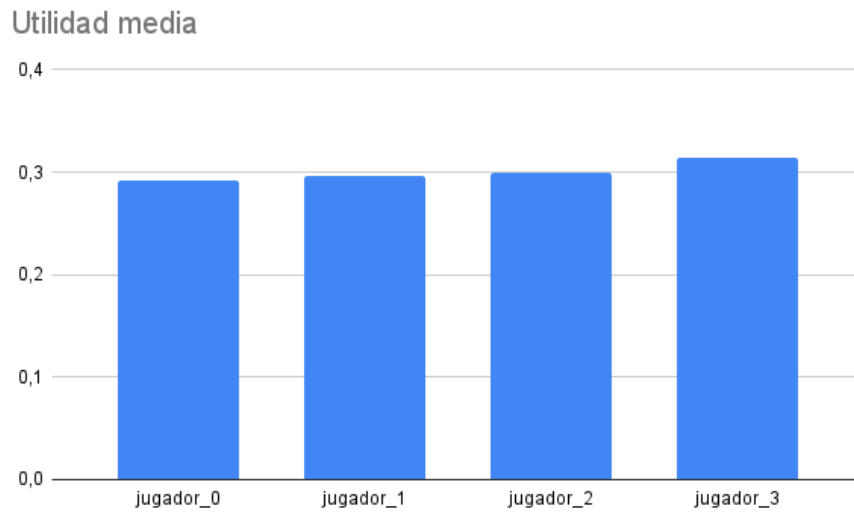


Figura A.66: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

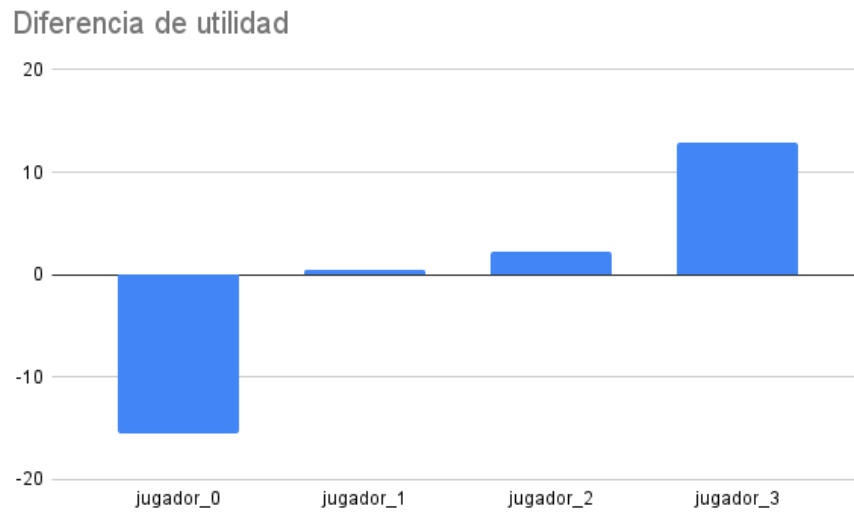


Figura A.67: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

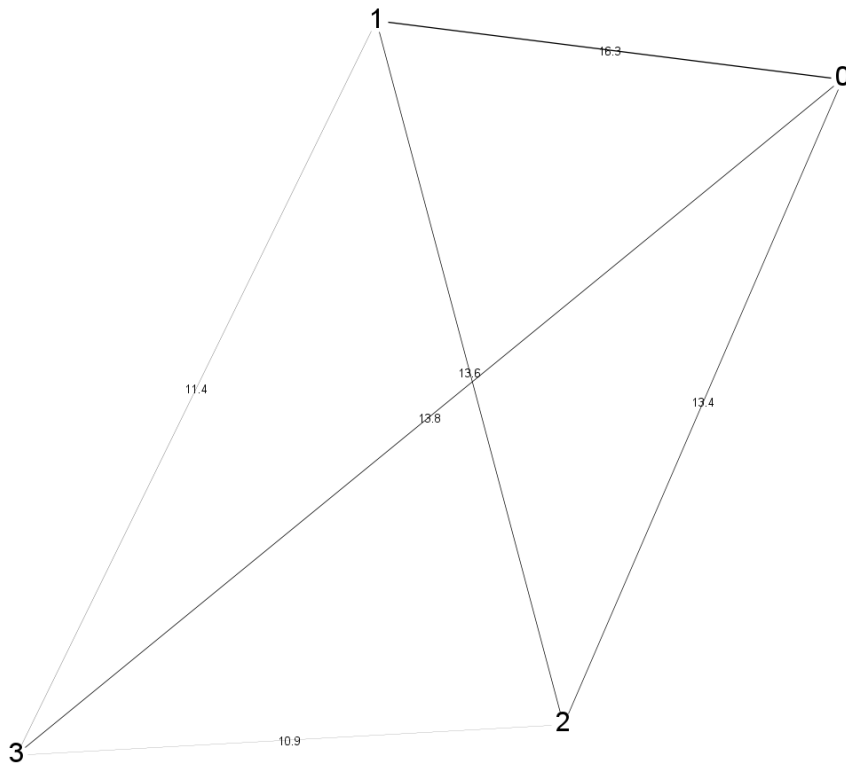


Figura A.68: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 42.1

Fuerza jugador 1: 37.9

Fuerza jugador 2: 37.0

Fuerza jugador 3: 37.8

Centralización de fuerza: 0.108

Varianza: 0.111

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	20 %
Jugador 1	30 %	20 %	30 %
Jugador 2	40 %	30 %	10 %
Jugador 3	10 %	30 %	40 %

Cuadro A.10: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

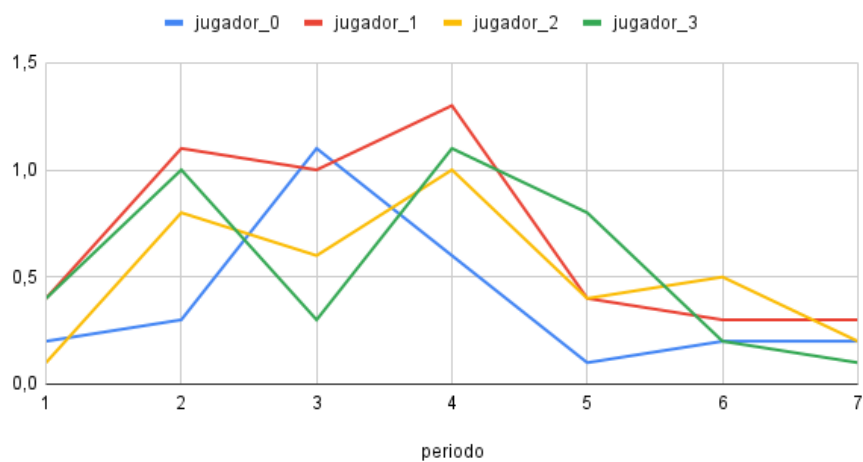


Figura A.69: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

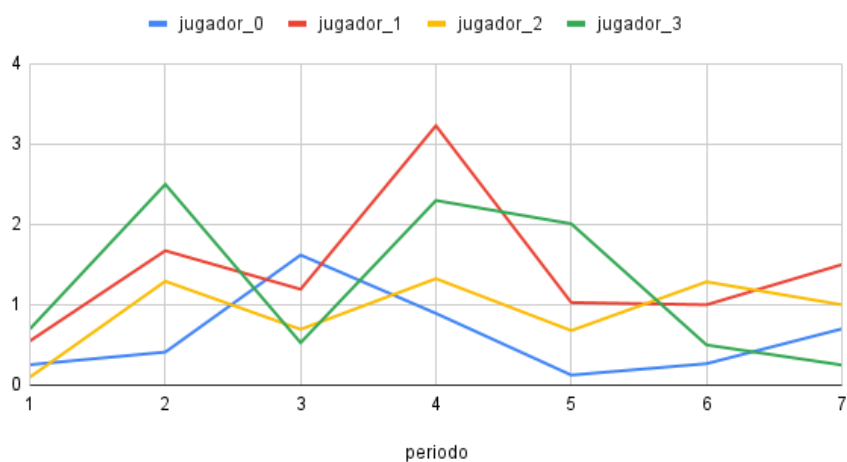


Figura A.70: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.11. AIII

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, intercambista; jugador 2, intercambista; jugador 3, intercambista.

Volumen

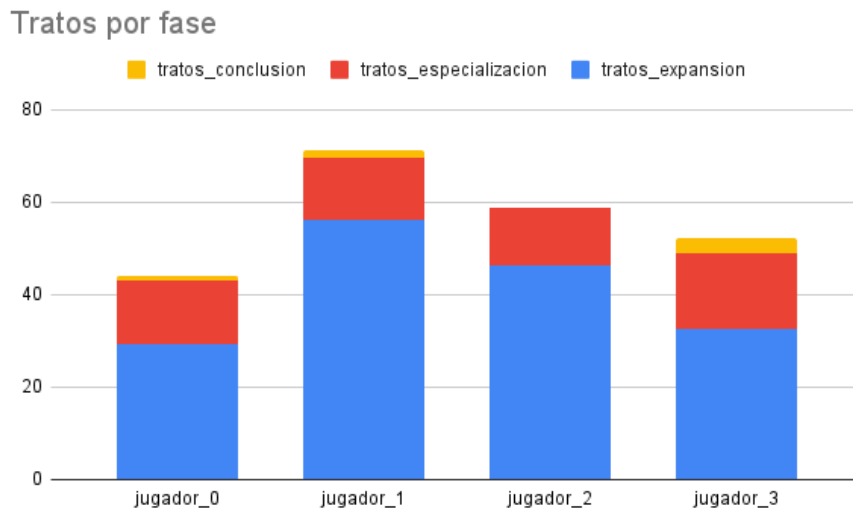


Figura A.71: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

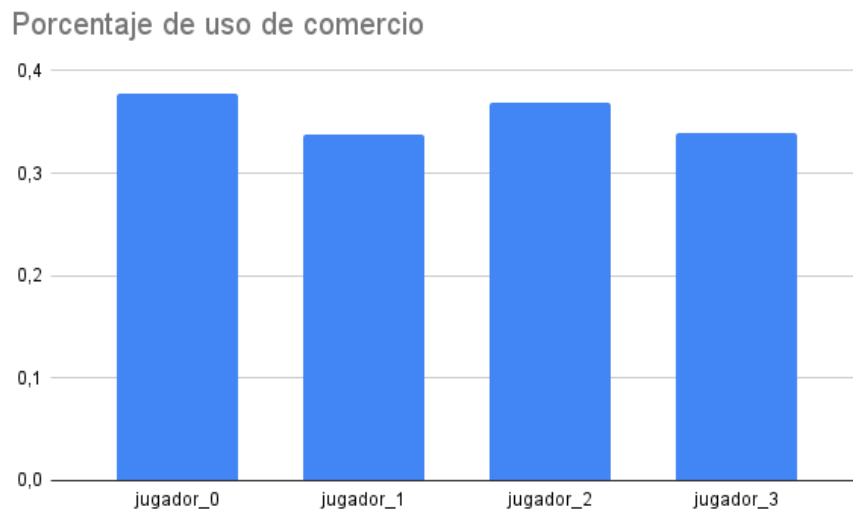


Figura A.72: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

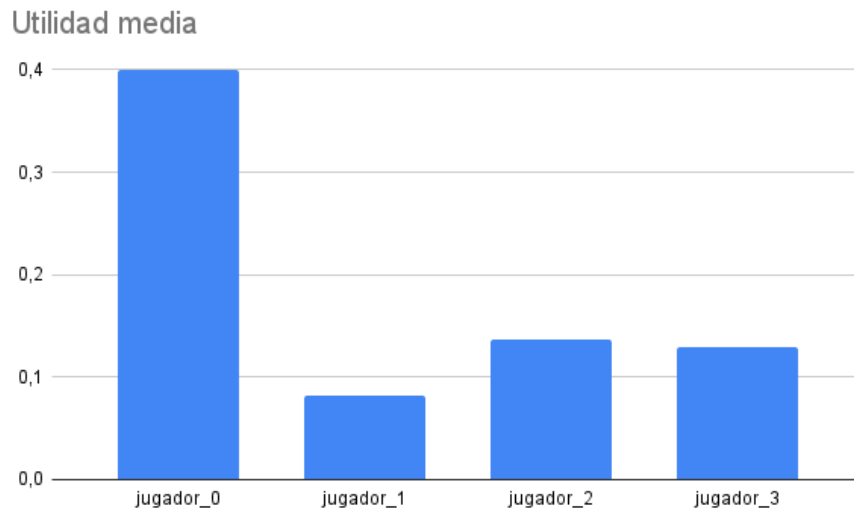


Figura A.73: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

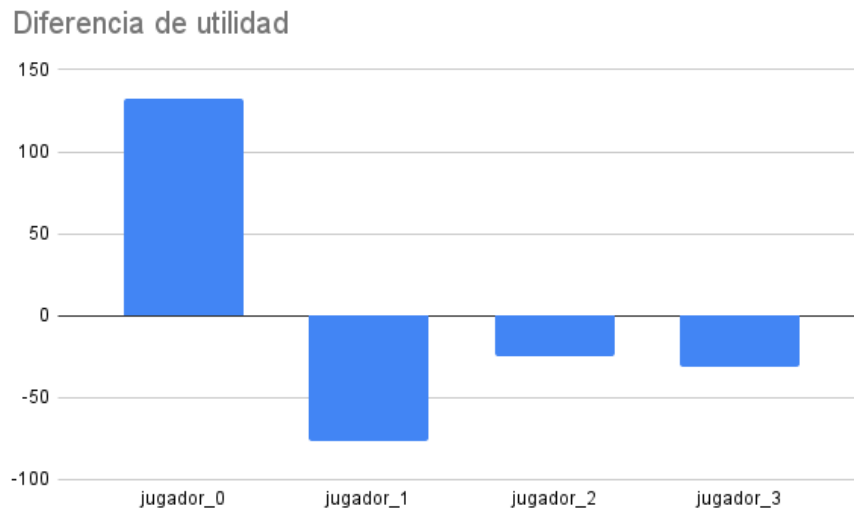


Figura A.74: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

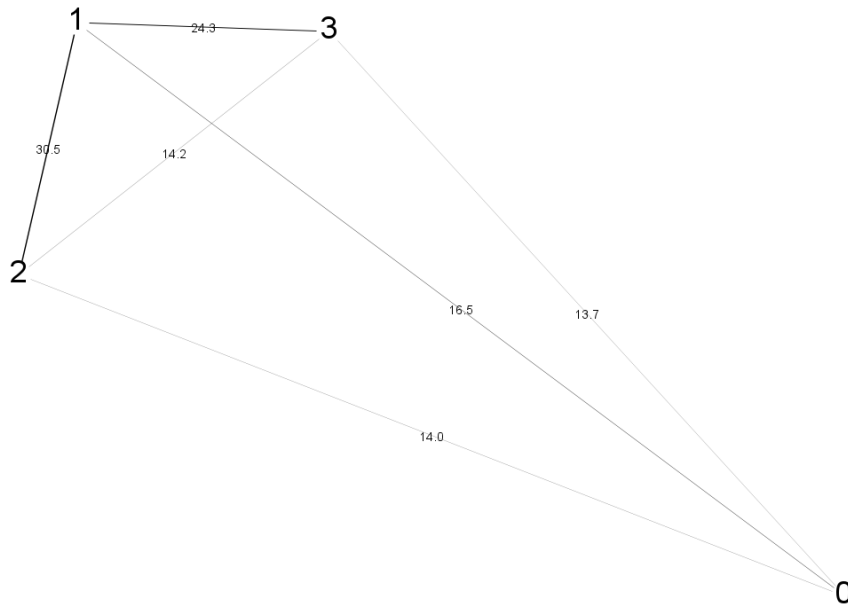


Figura A.75: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 44.2

Fuerza jugador 1: 71.3

Fuerza jugador 2: 58.7

Fuerza jugador 3: 52.2

Centralización de fuerza: 0.275

Varianza: 0.337

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	60 %	50 %	20 %
Jugador 1	0 %	10 %	30 %
Jugador 2	10 %	10 %	10 %
Jugador 3	30 %	20 %	40 %

Cuadro A.11: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

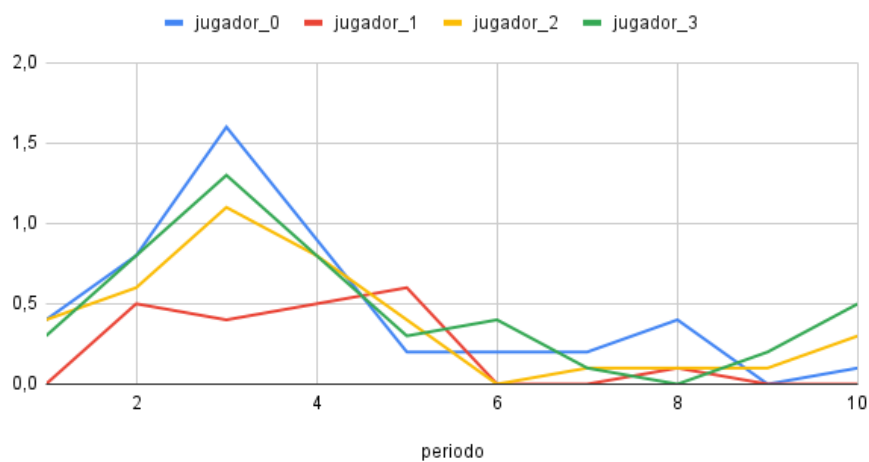


Figura A.76: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

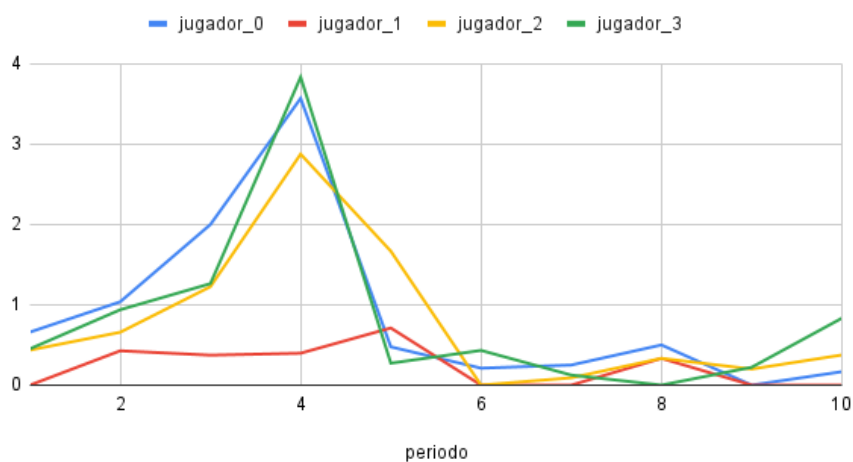


Figura A.77: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.12. AIIP

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, intercambista; jugador 2, intercambista; jugador 3, pragmático.

Volumen

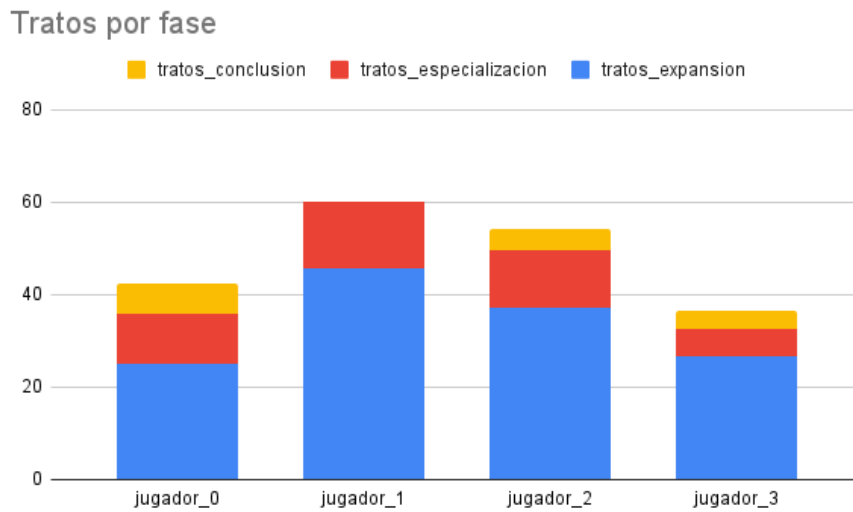


Figura A.78: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

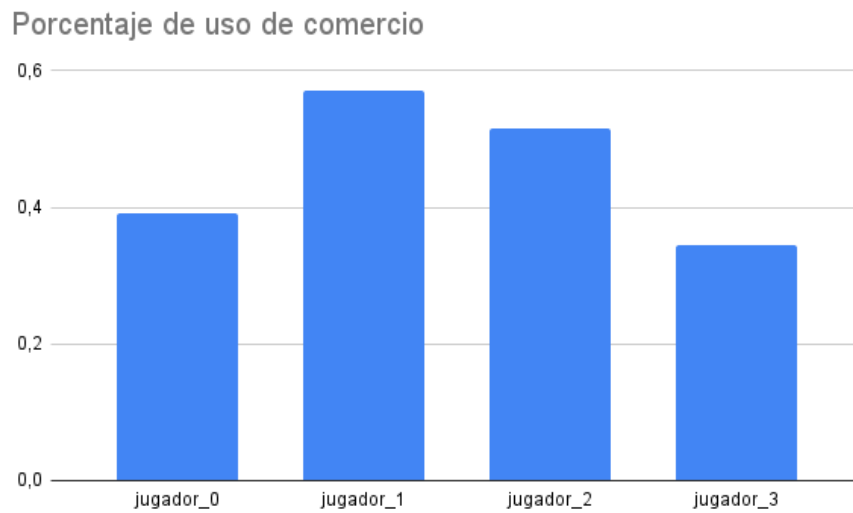


Figura A.79: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

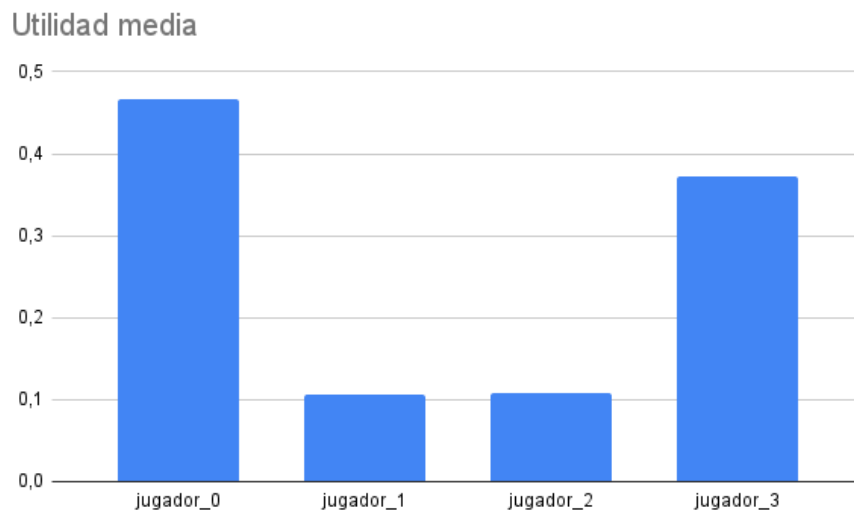


Figura A.80: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

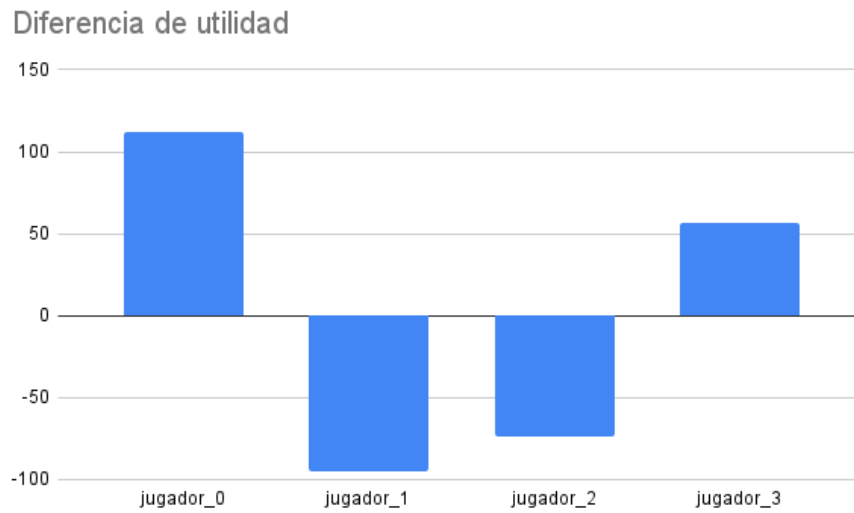


Figura A.81: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

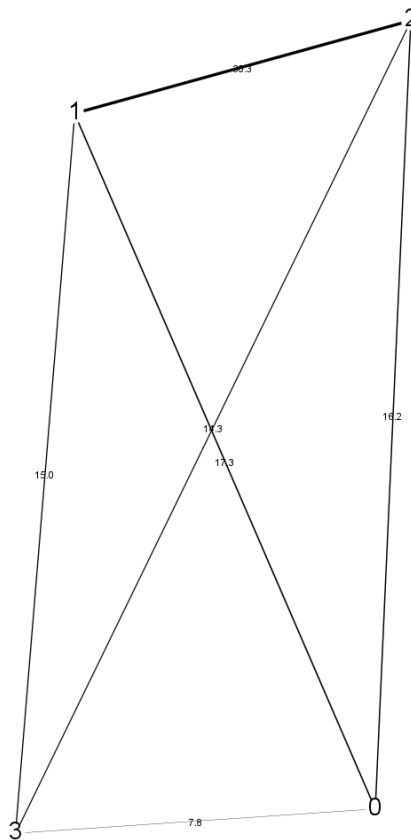


Figura A.82: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 41.3

Fuerza jugador 1: 62.6

Fuerza jugador 2: 60.8

Fuerza jugador 3: 37.1

Centralización de fuerza: 0.259

Varianza: 0.401

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	40 %	20 %	10 %
Jugador 1	30 %	20 %	20 %
Jugador 2	20 %	20 %	20 %
Jugador 3	10 %	40 %	50 %

Cuadro A.12: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

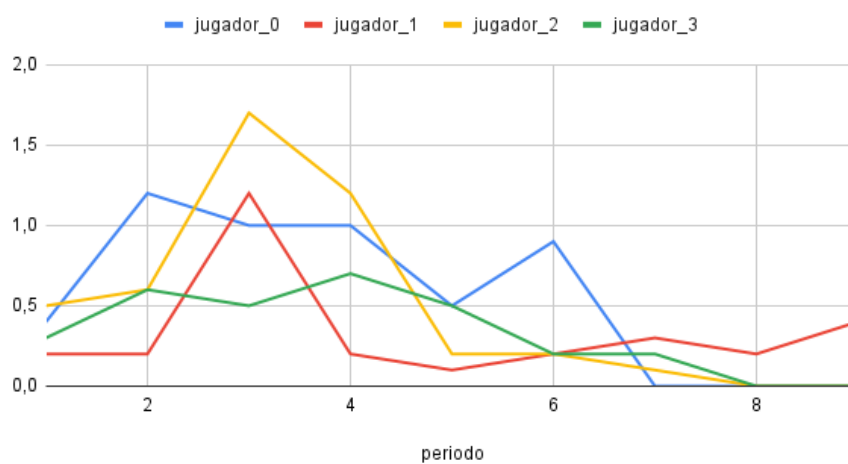


Figura A.83: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

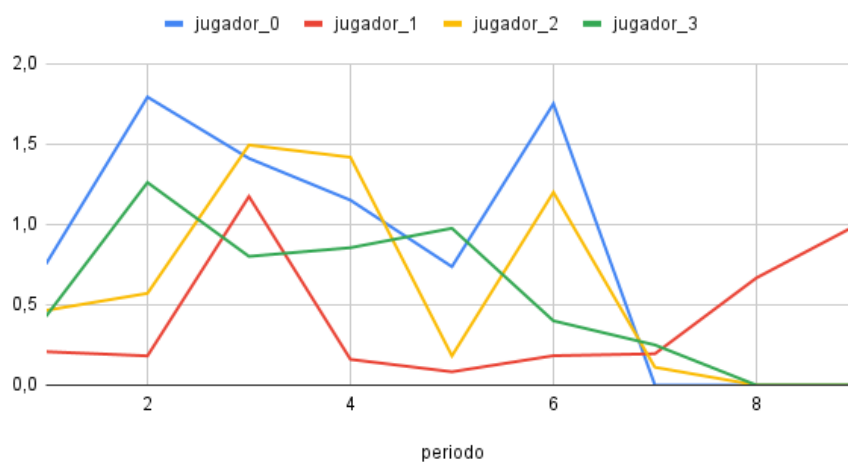


Figura A.84: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.13. AIIR

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, intercambista; jugador 2, intercambista; jugador 3, pragmático.

Volumen

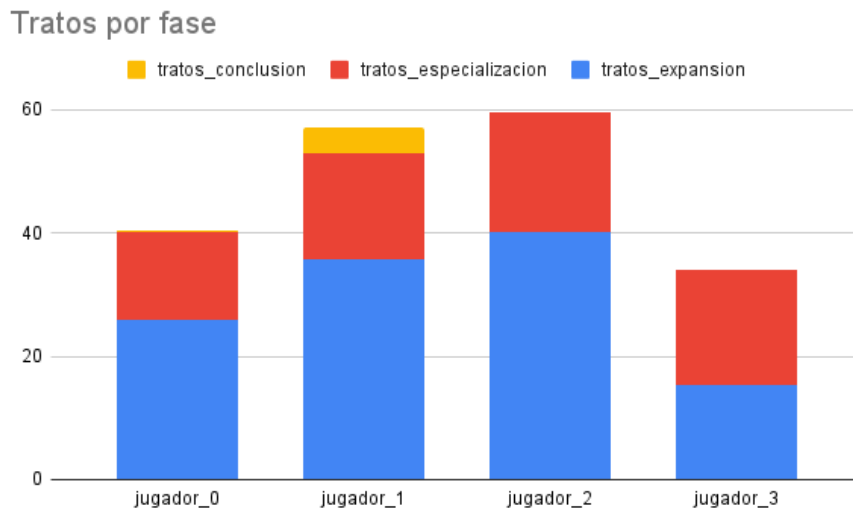


Figura A.85: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

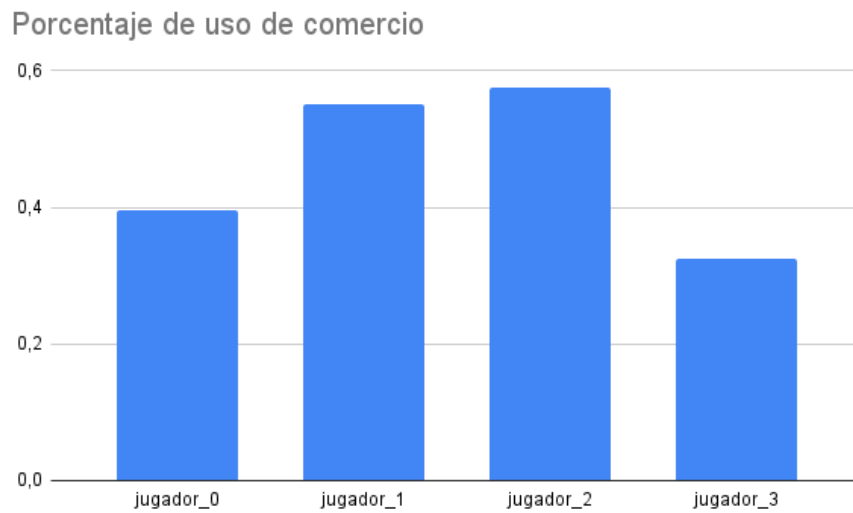


Figura A.86: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

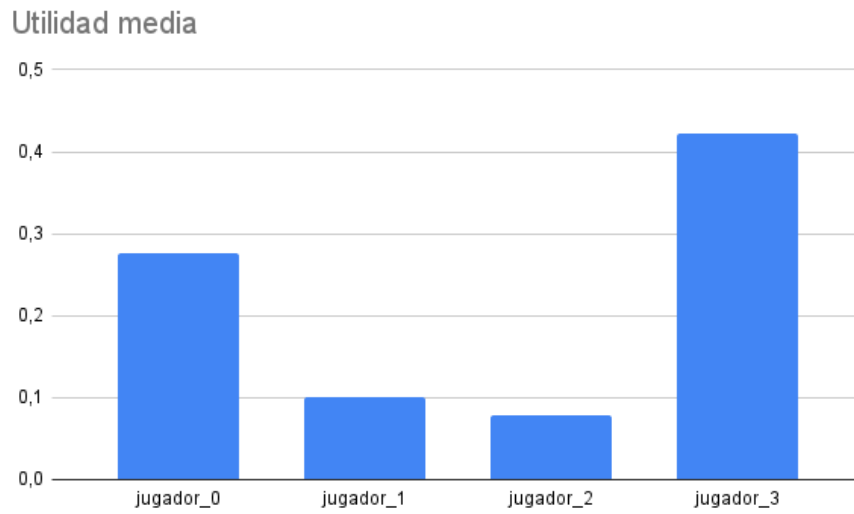


Figura A.87: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

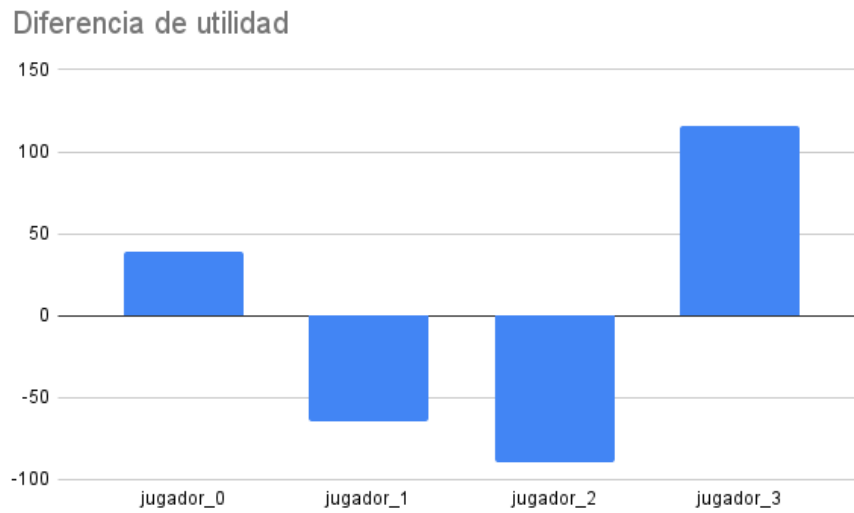


Figura A.88: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

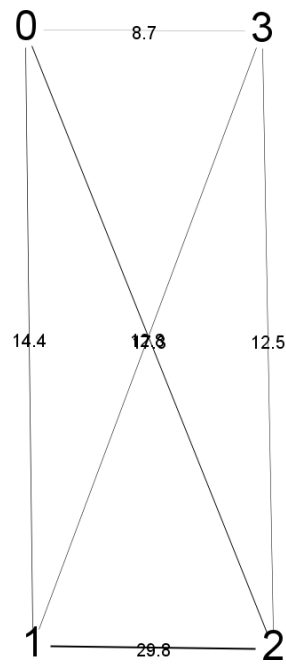


Figura A.89: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 41.3

Fuerza jugador 1: 62.6

Fuerza jugador 2: 60.8

Fuerza jugador 3: 37.1

Centralización de fuerza: 0.259

Varianza: 0.401

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	30 %	20 %	30 %
Jugador 1	20 %	30 %	20 %
Jugador 2	10 %	10 %	10 %
Jugador 3	40 %	30 %	40 %

Cuadro A.13: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

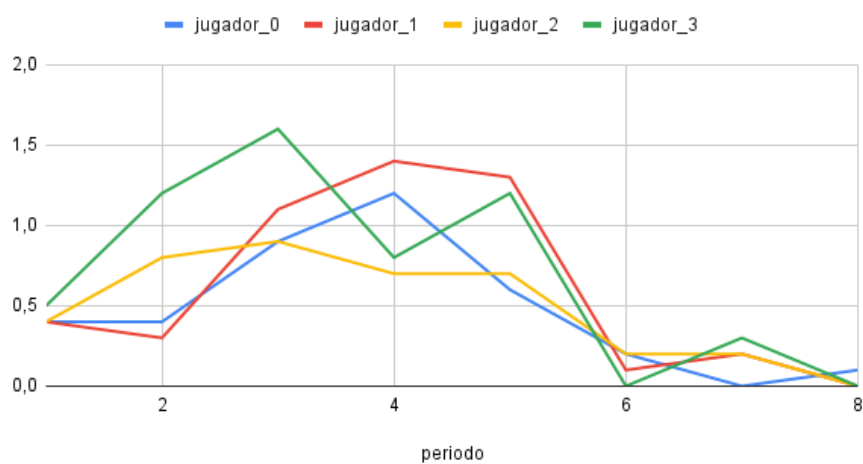


Figura A.90: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

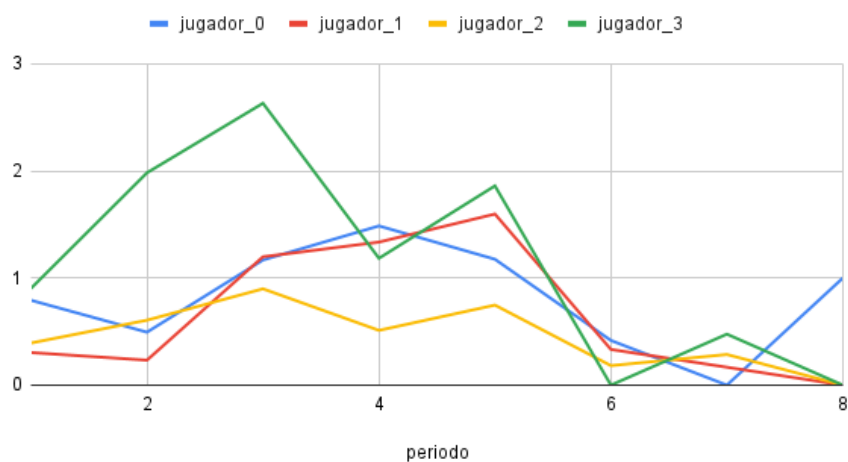


Figura A.91: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.14. AIPP

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, intercambista; jugador 2, pragmático; jugador 3, pragmático.

Volumen

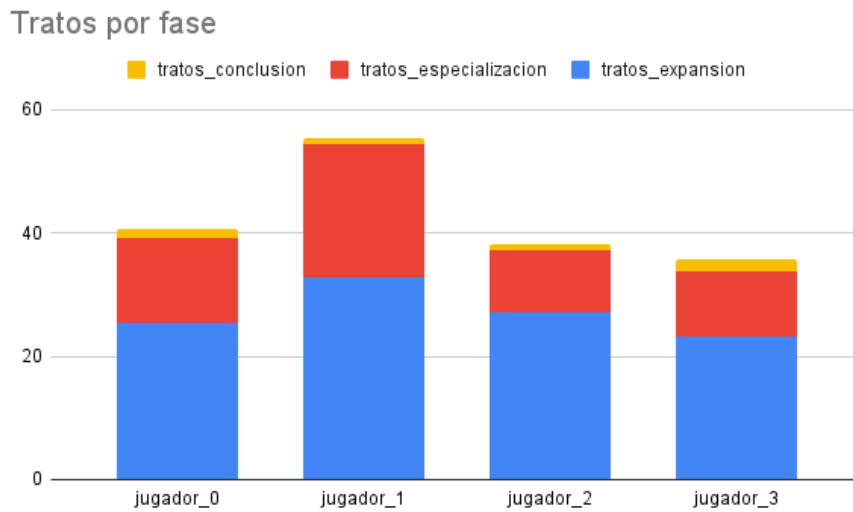


Figura A.92: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

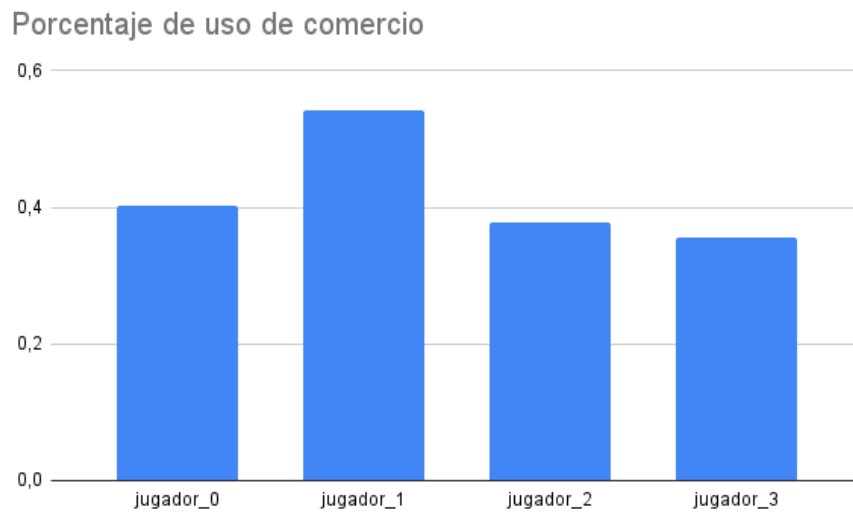


Figura A.93: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

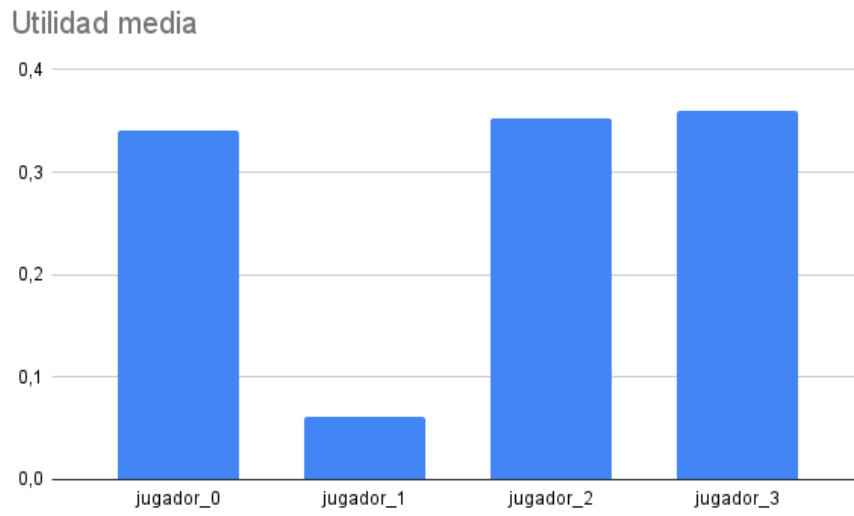


Figura A.94: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

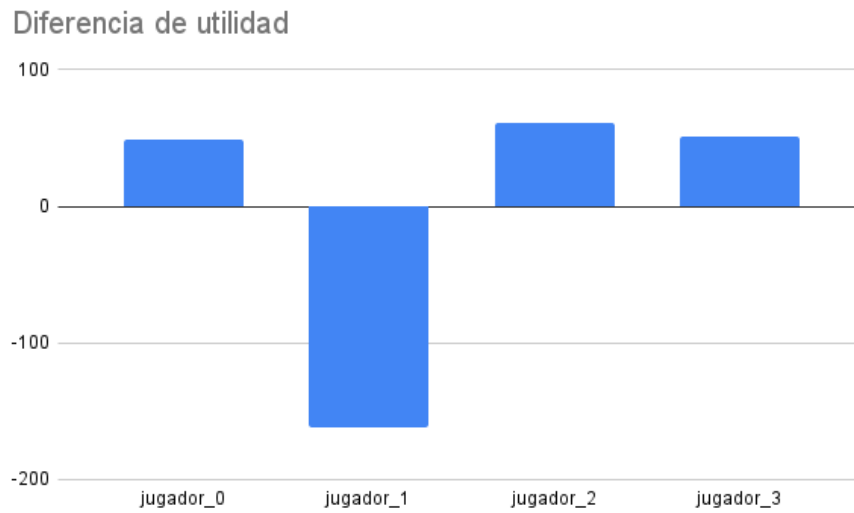


Figura A.95: Diferencia de utilidad por trato

Dinámicas

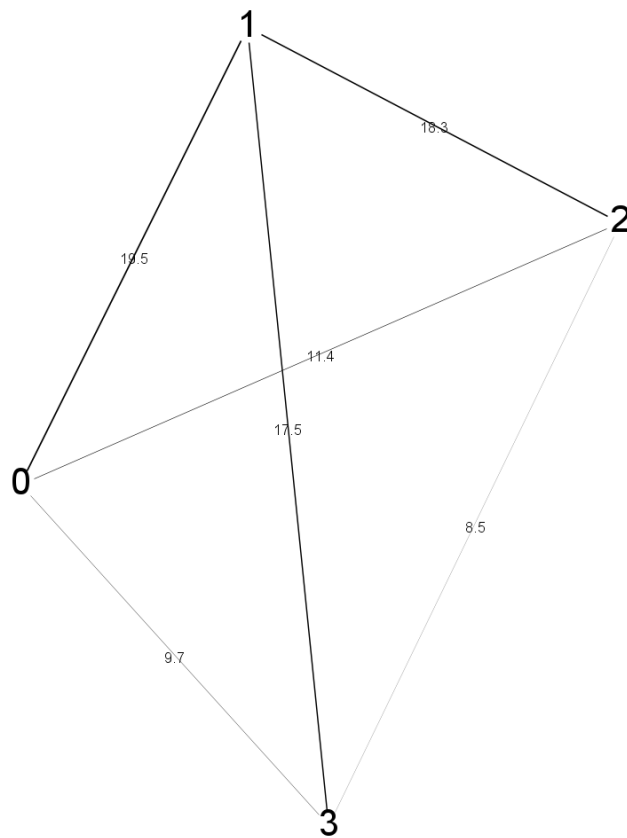


Figura A.96: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 40.59

Fuerza jugador 1: 55.3

Fuerza jugador 2: 38.2

Fuerza jugador 3: 35.7

Centralización de fuerza: 0.310

Varianza: 0.311

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	30 %	30 %	40 %
Jugador 1	40 %	10 %	0 %
Jugador 2	20 %	40 %	40 %
Jugador 3	10 %	20 %	20 %

Cuadro A.14: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

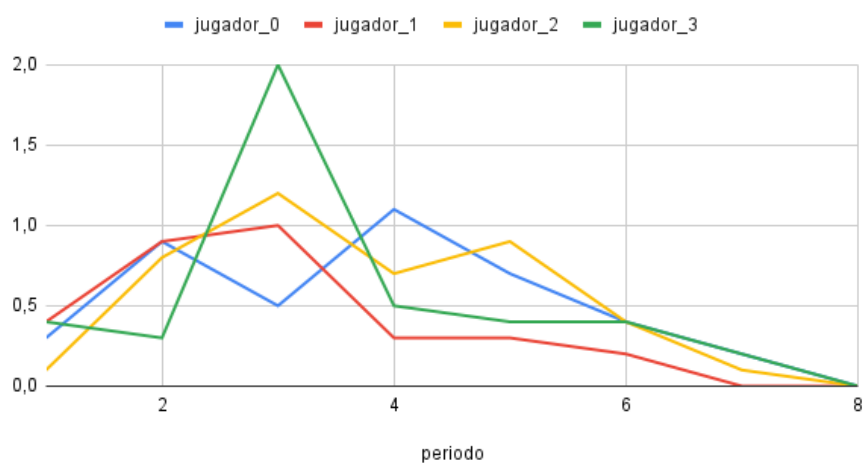


Figura A.97: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por platos realizados

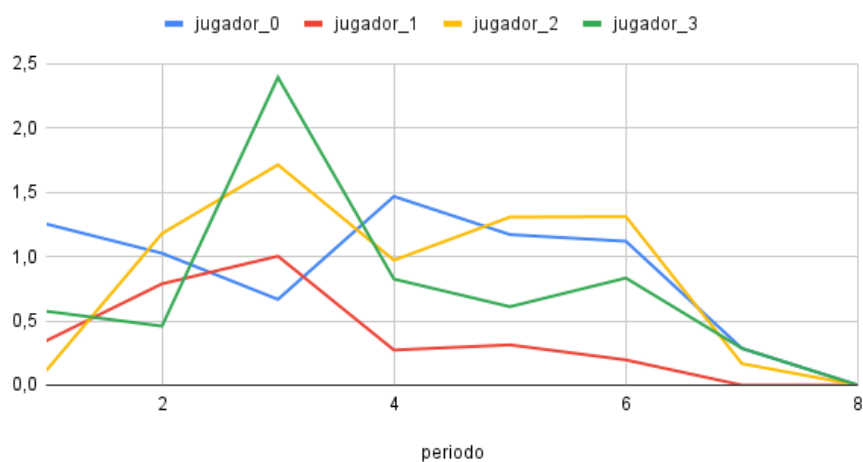


Figura A.98: Puntos de victoria por platos realizados

A.0.15. AIPR

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, intercambista; jugador 2, pragmático; jugador 3, reservado.

Volumen

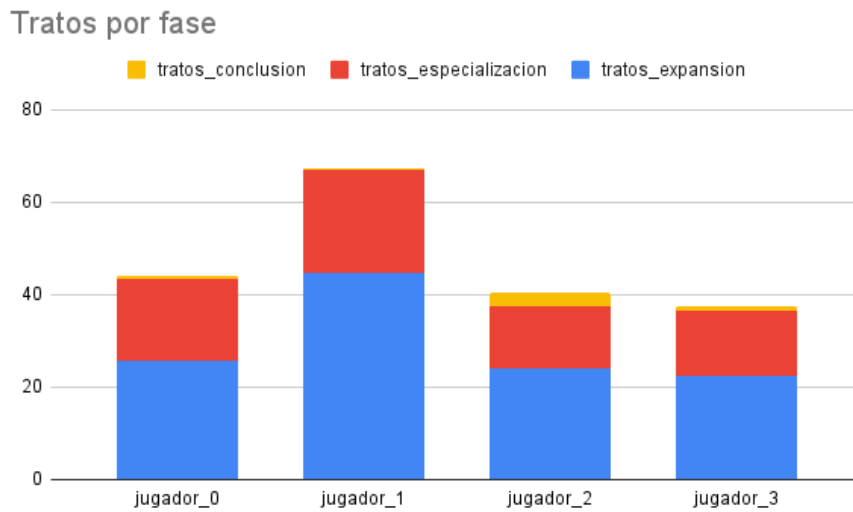


Figura A.99: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

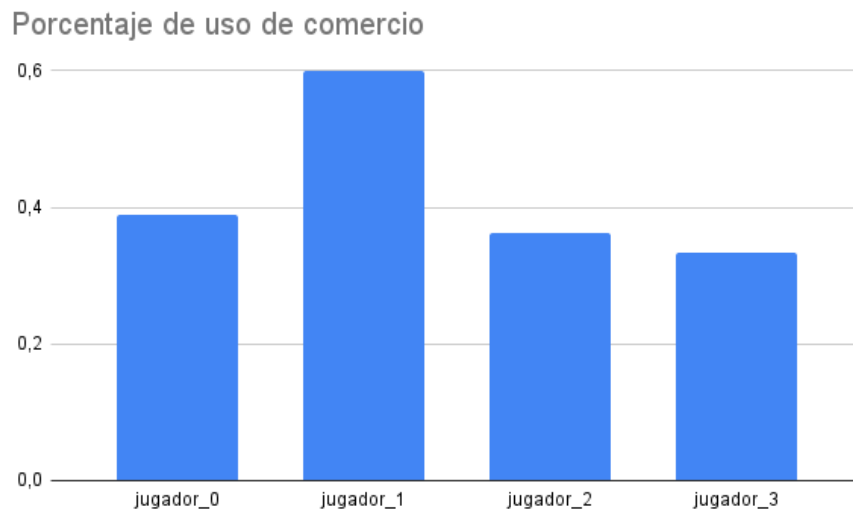


Figura A.100: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

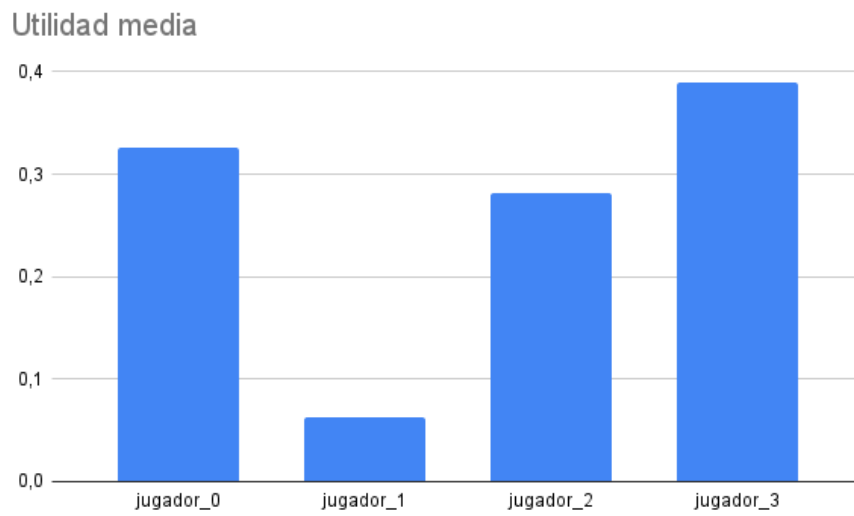


Figura A.101: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

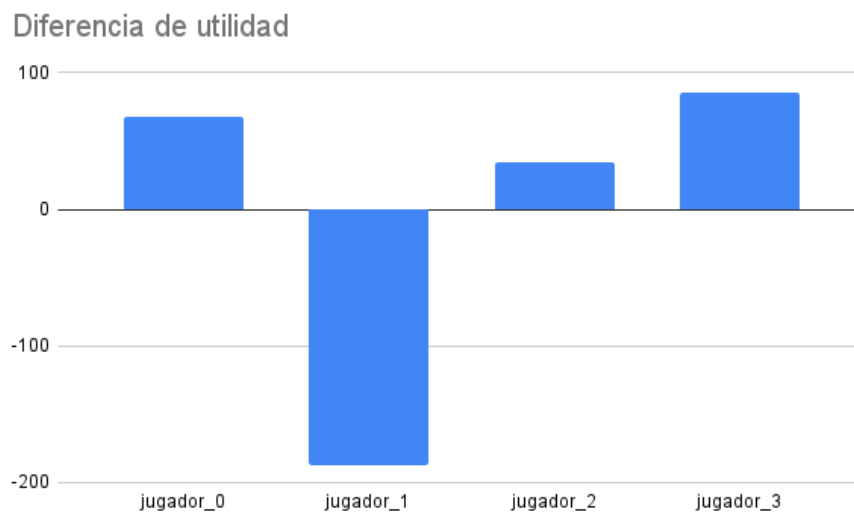


Figura A.102: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

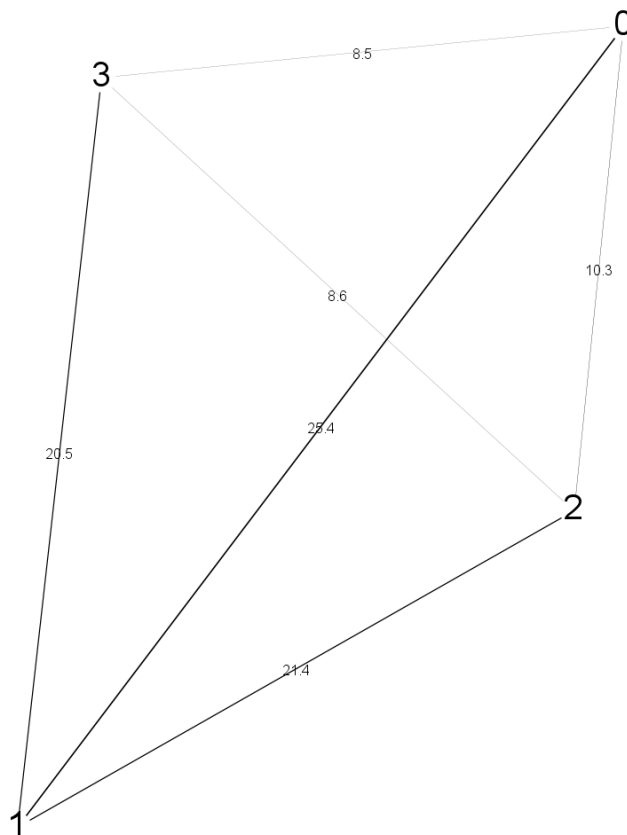


Figura A.103: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 44.2

Fuerza jugador 1: 67.3

Fuerza jugador 2: 40.3

Fuerza jugador 3: 37.6

Centralización de fuerza: 0.395

Varianza: 0.434

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	30 %	30 %	30 %
Jugador 1	0 %	0 %	10 %
Jugador 2	60 %	40 %	30 %
Jugador 3	10 %	30 %	30 %

Cuadro A.15: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

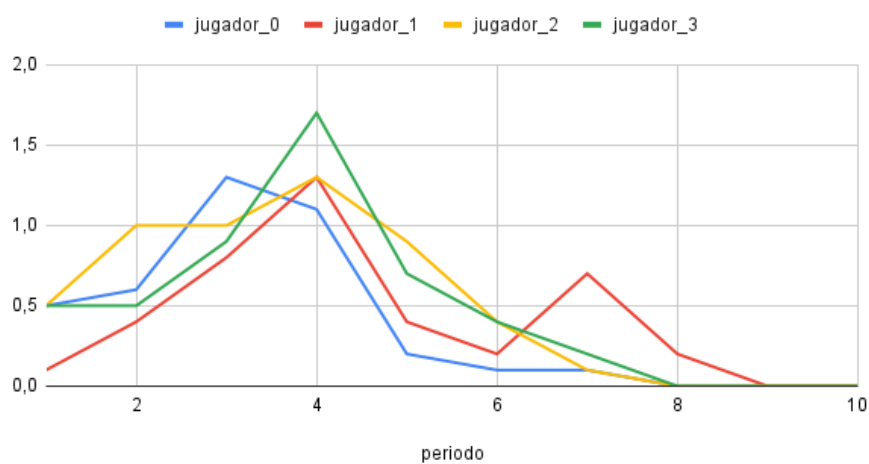


Figura A.104: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

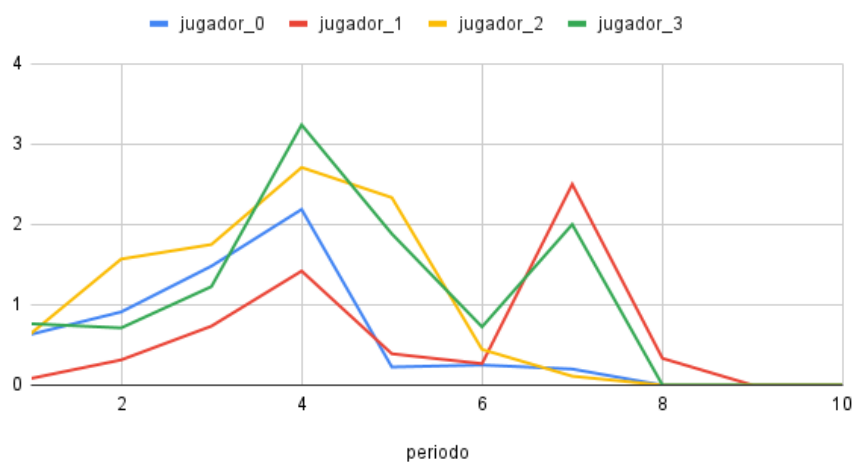


Figura A.105: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.16. AIRR

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, intercambista; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

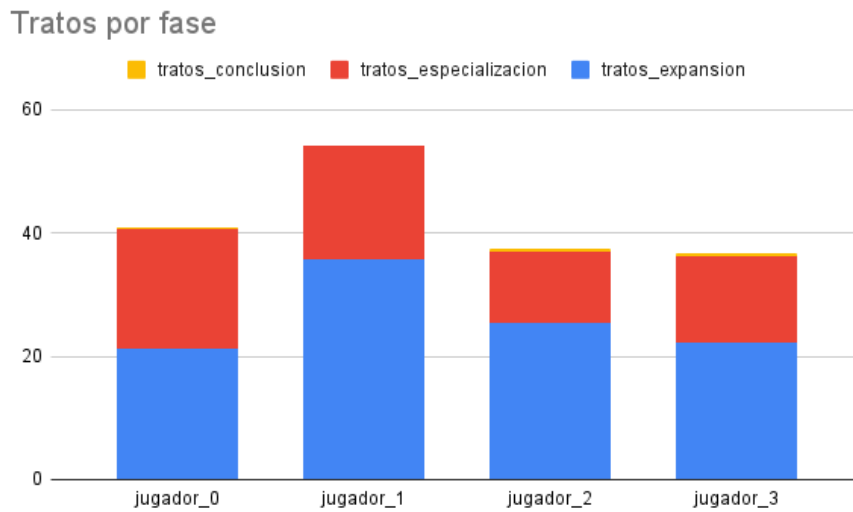


Figura A.106: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

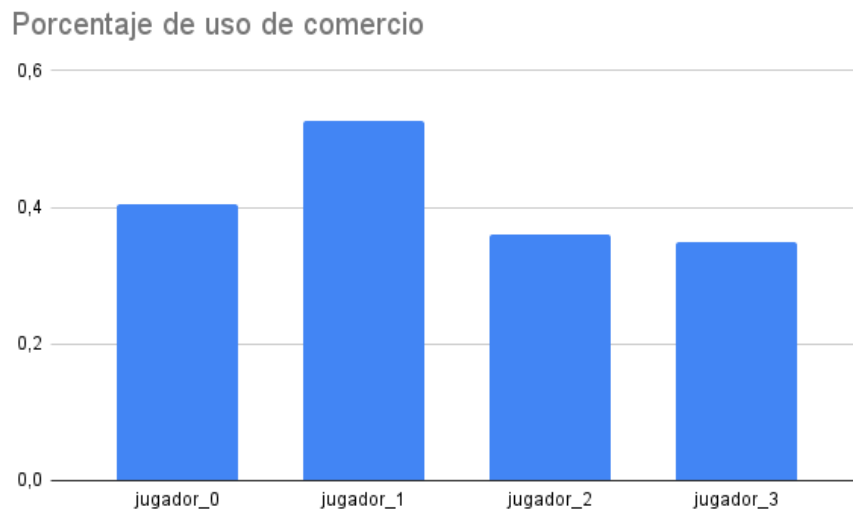


Figura A.107: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

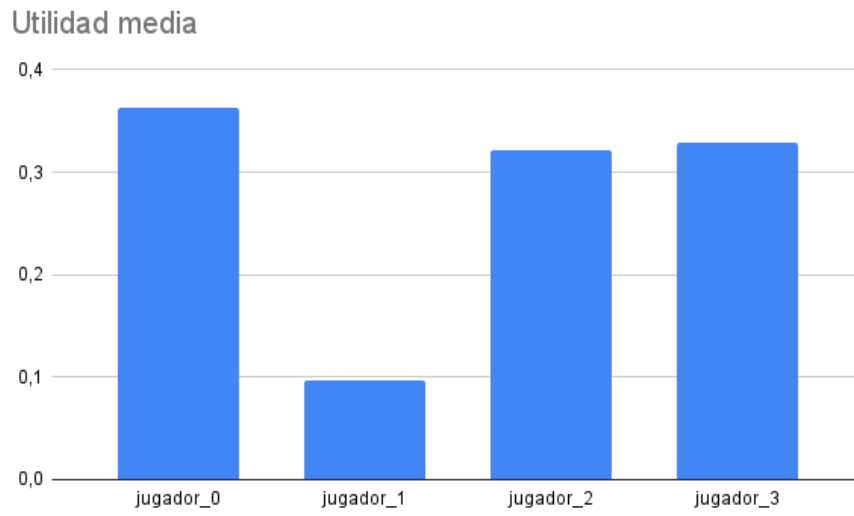


Figura A.108: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

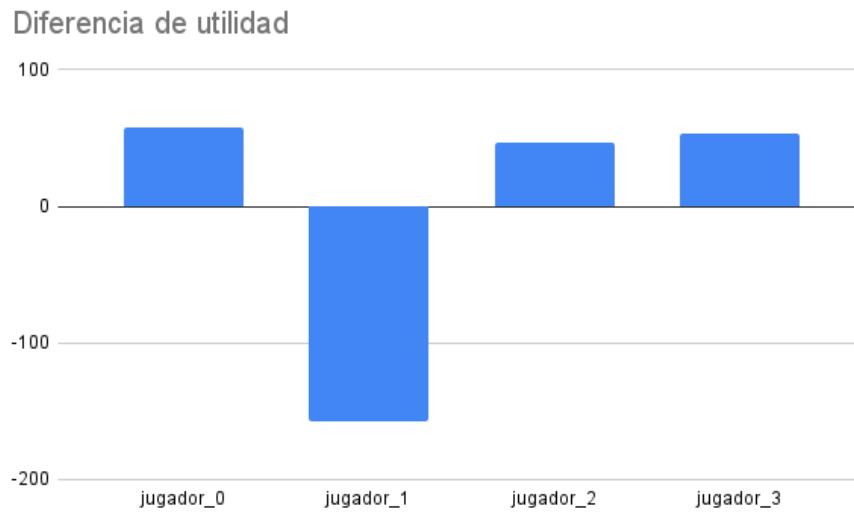


Figura A.109: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

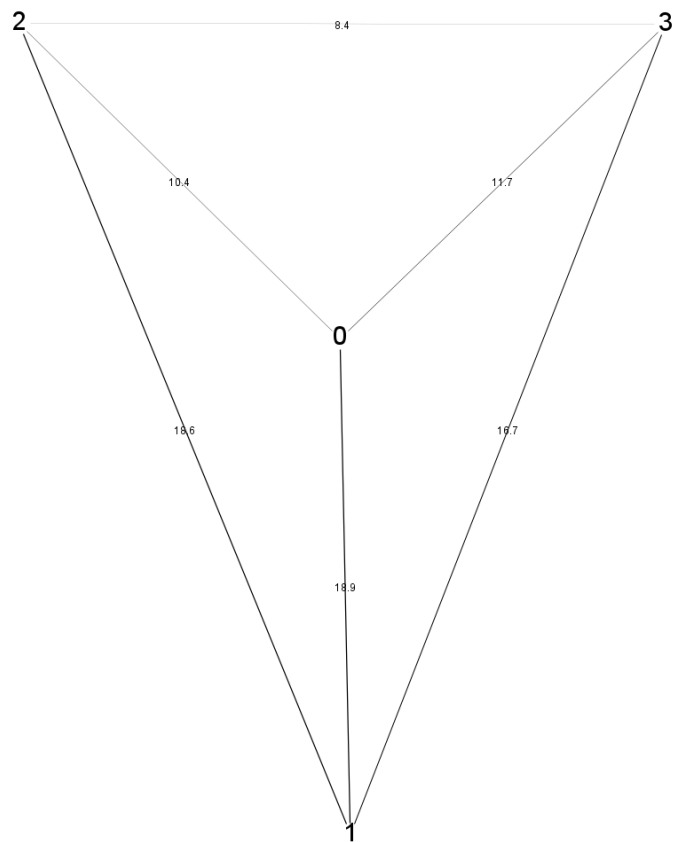


Figura A.110: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 36.599999999999994

Fuerza jugador 1: 34.7

Fuerza jugador 2: 33.1

Fuerza jugador 3: 33.0

Centralización de fuerza: 0.082

Varianza: 0.089

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	20 %
Jugador 1	30 %	30 %	30 %
Jugador 2	30 %	30 %	30 %
Jugador 3	20 %	20 %	20 %

Cuadro A.16: Porcentaje de victorias por fase

Progresion en puntos de victoria

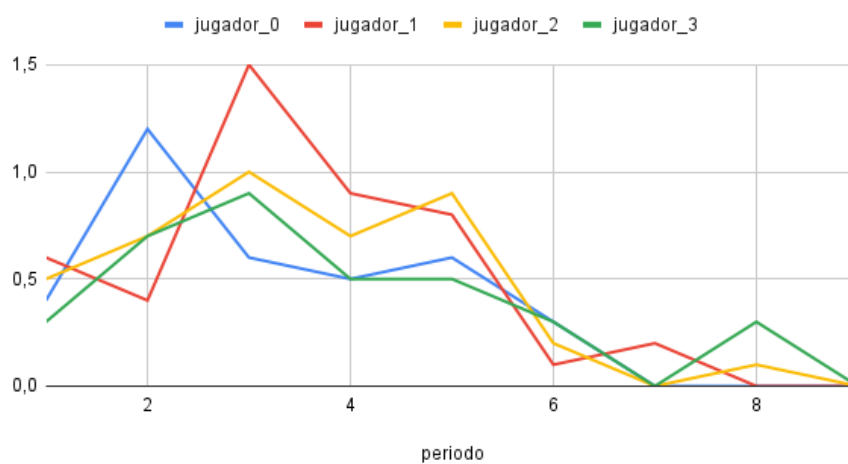


Figura A.111: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

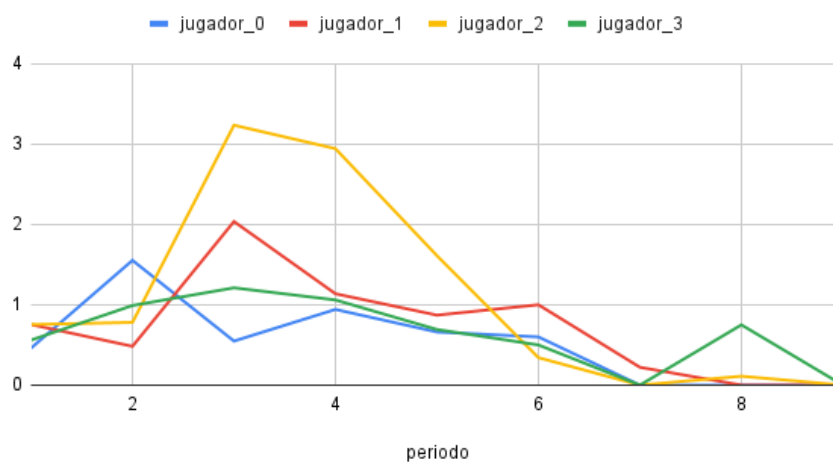


Figura A.112: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.17. APPP

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, pragmático; jugador 2, pragmático; jugador 3, pragmático.

Volumen

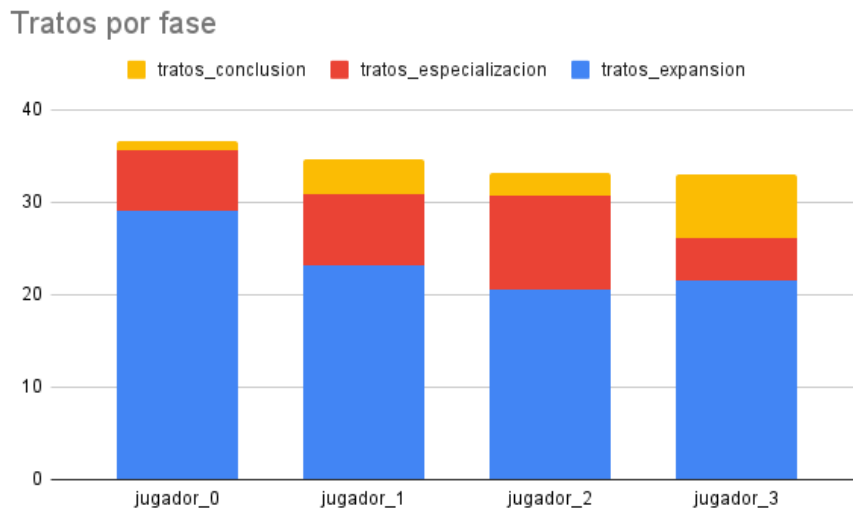


Figura A.113: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

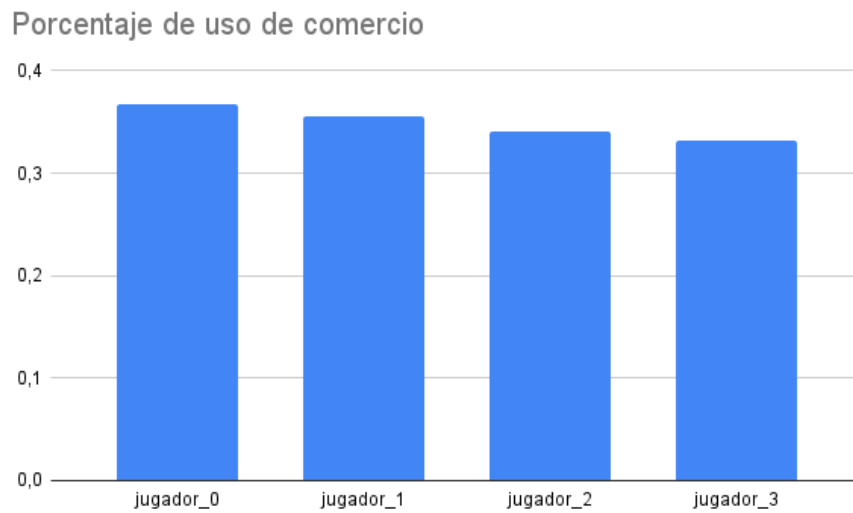


Figura A.114: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

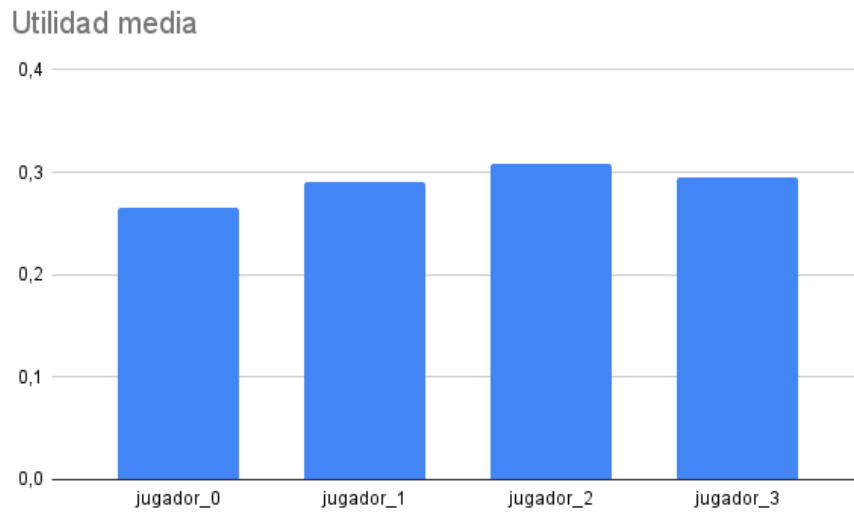


Figura A.115: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

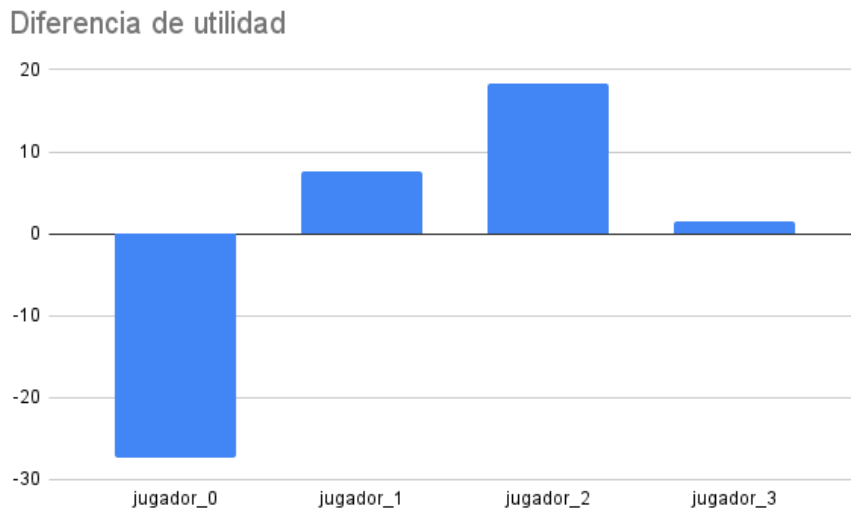


Figura A.116: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

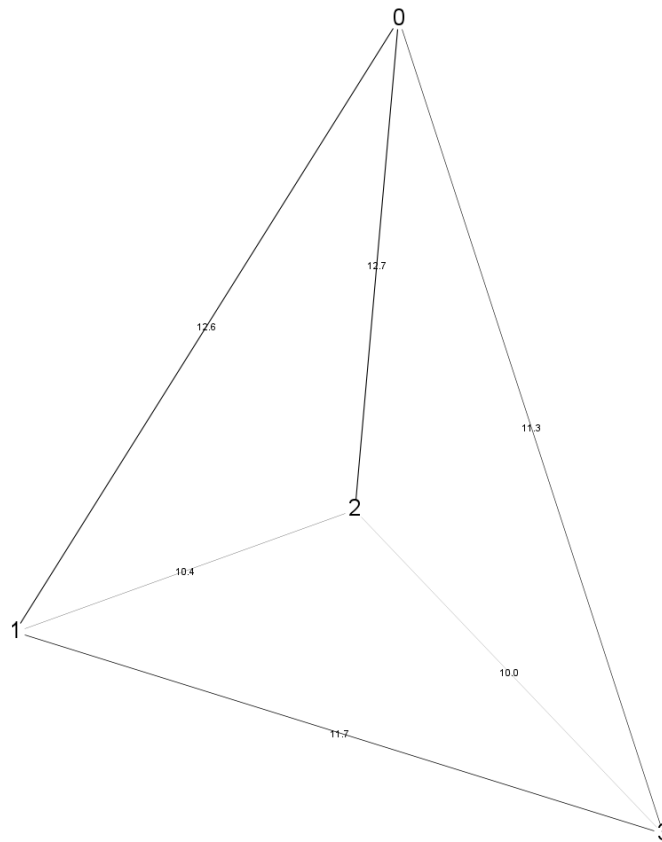


Figura A.117: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 46.7

Fuerza jugador 1: 42.5

Fuerza jugador 2: 42.400000000000006

Fuerza jugador 3: 40.6

Centralización de fuerza: 0.104

Varianza: 0.099

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	30 %	20 %	40 %
Jugador 1	40 %	40 %	40 %
Jugador 2	10 %	30 %	20 %
Jugador 3	20 %	20 %	0 %

Cuadro A.17: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

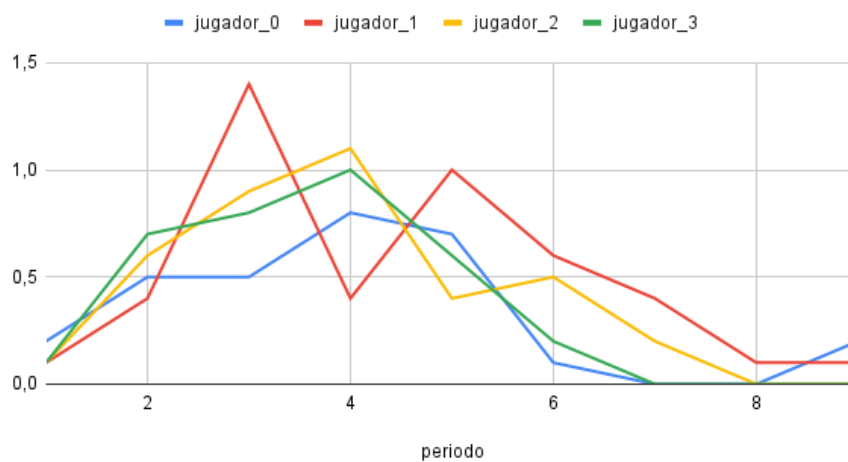


Figura A.118: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

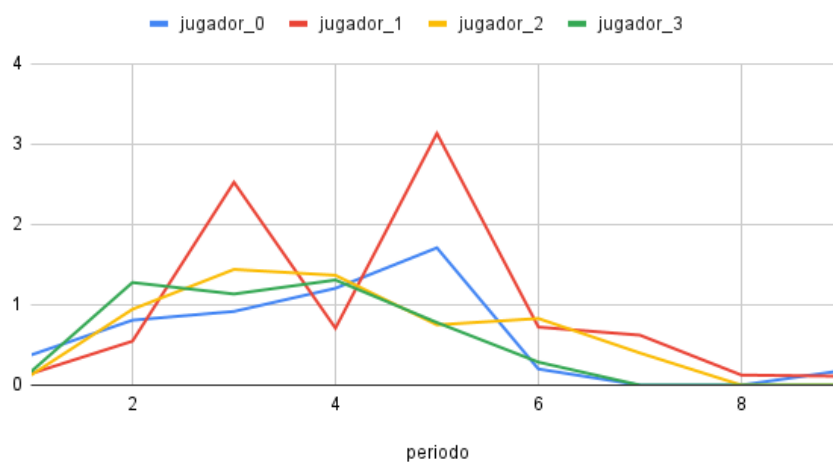


Figura A.119: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.18. APPR

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, pragmático; jugador 2, pragmático; jugador 3, reservado.

Volumen

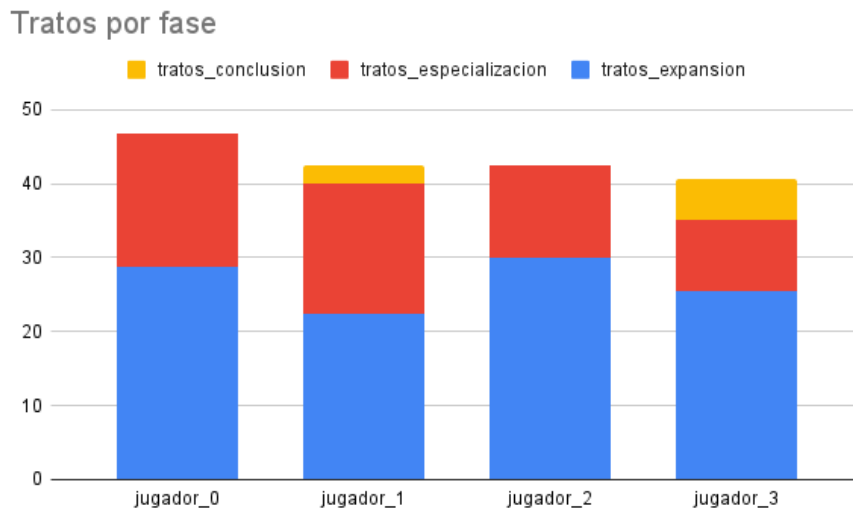


Figura A.120: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

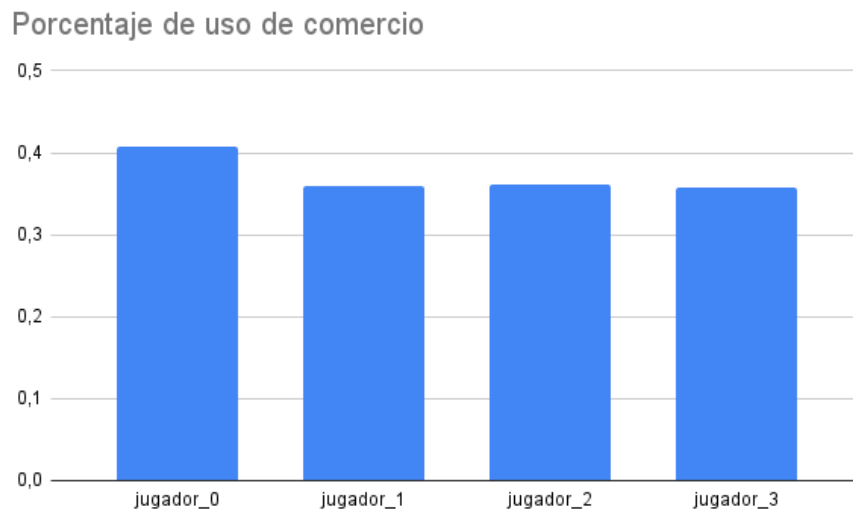


Figura A.121: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

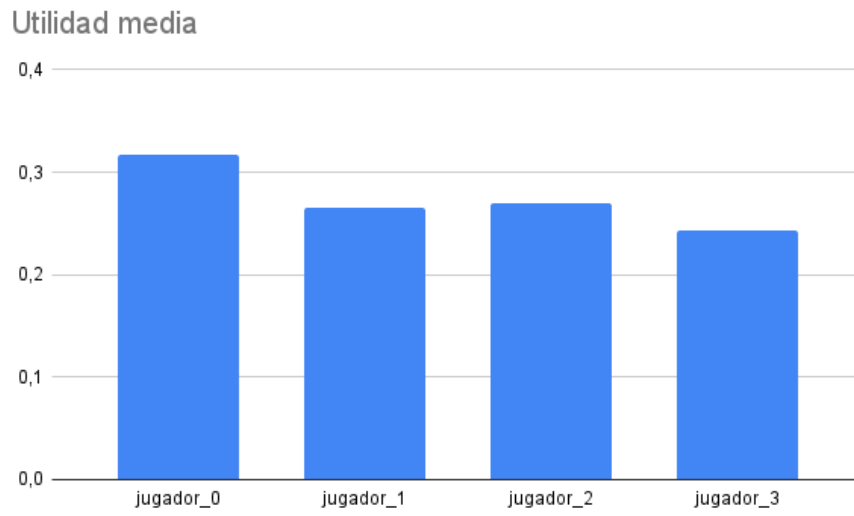


Figura A.122: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

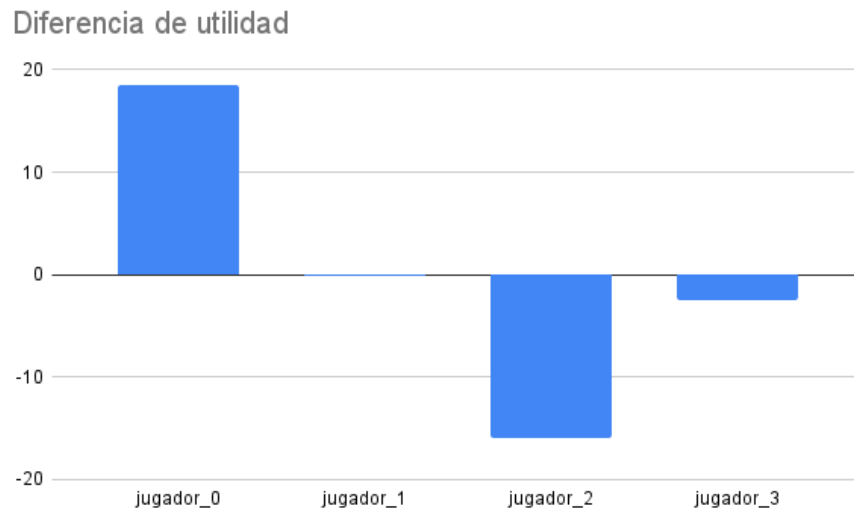


Figura A.123: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

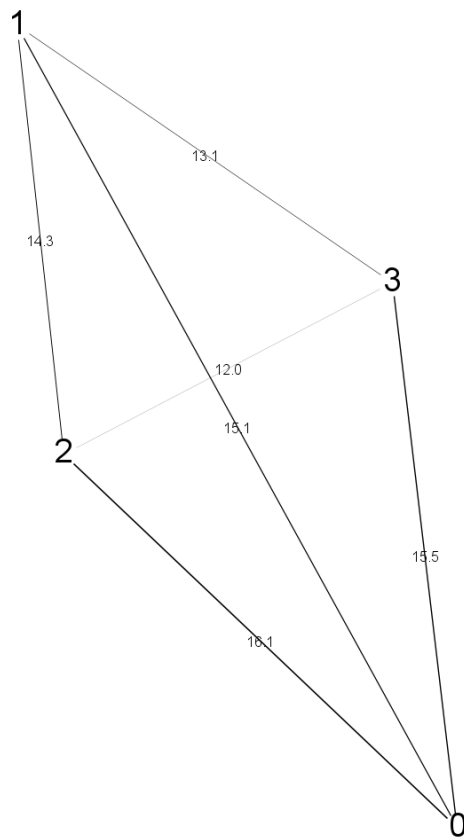


Figura A.124: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 41.0

Fuerza jugador 1: 54.2

Fuerza jugador 2: 37.4

Fuerza jugador 3: 36.8

Centralización de fuerza: 0.292

Varianza: 0.292

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	10 %
Jugador 1	30 %	20 %	50 %
Jugador 2	30 %	30 %	20 %
Jugador 3	20 %	30 %	20 %

Cuadro A.18: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

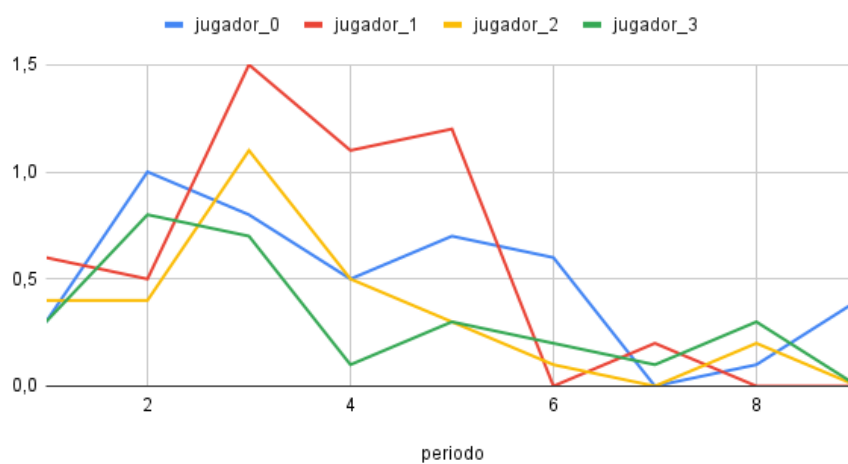


Figura A.125: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

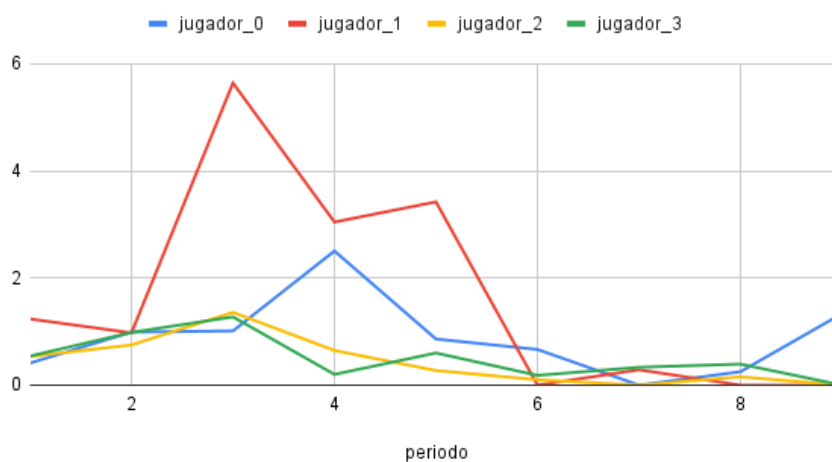


Figura A.126: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.19. ARRR

Participantes: Jugador 0, agresivo; jugador 1, reservado; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

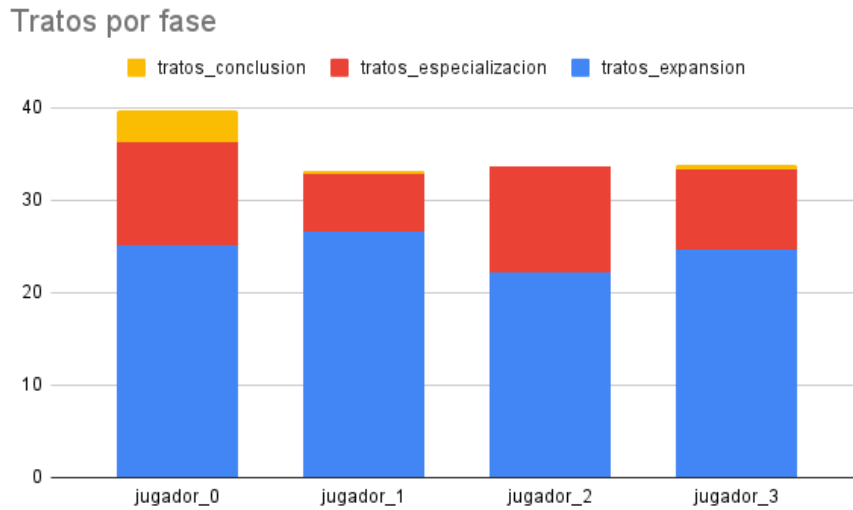


Figura A.127: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

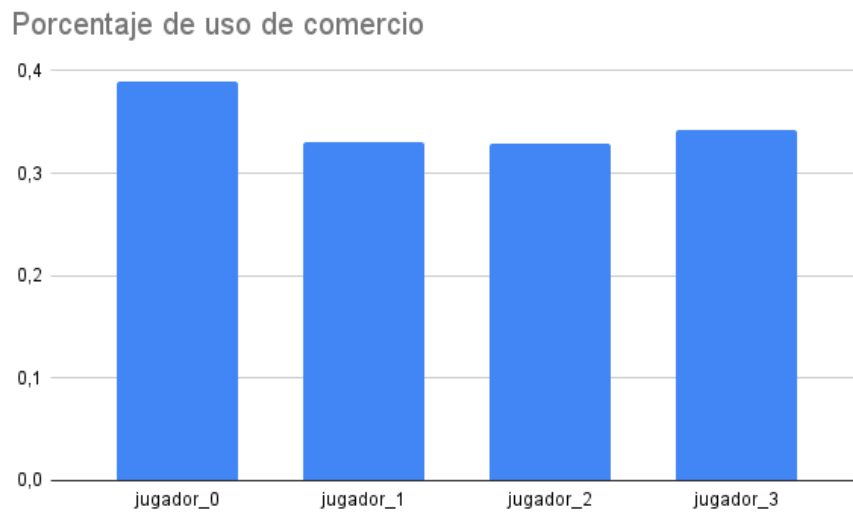


Figura A.128: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

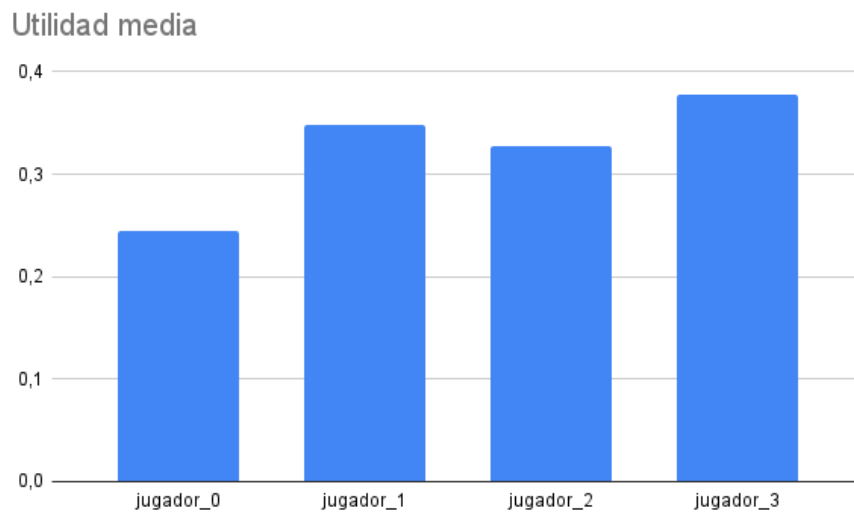


Figura A.129: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

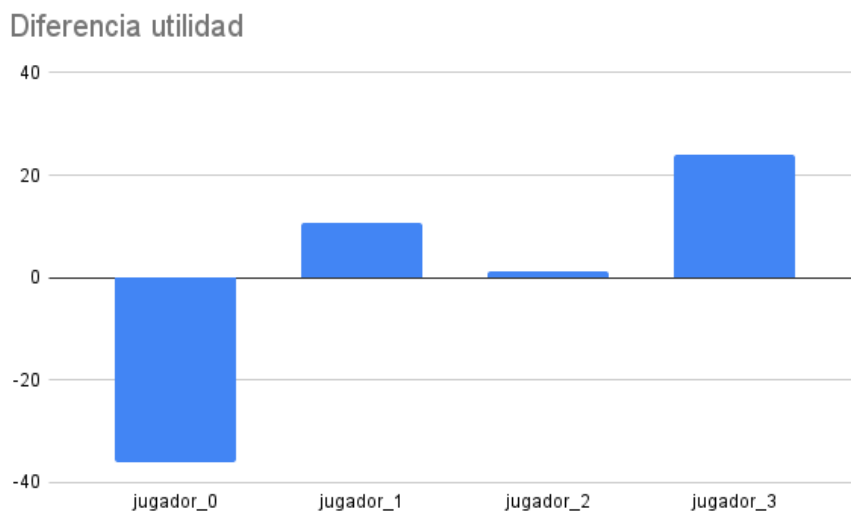


Figura A.130: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

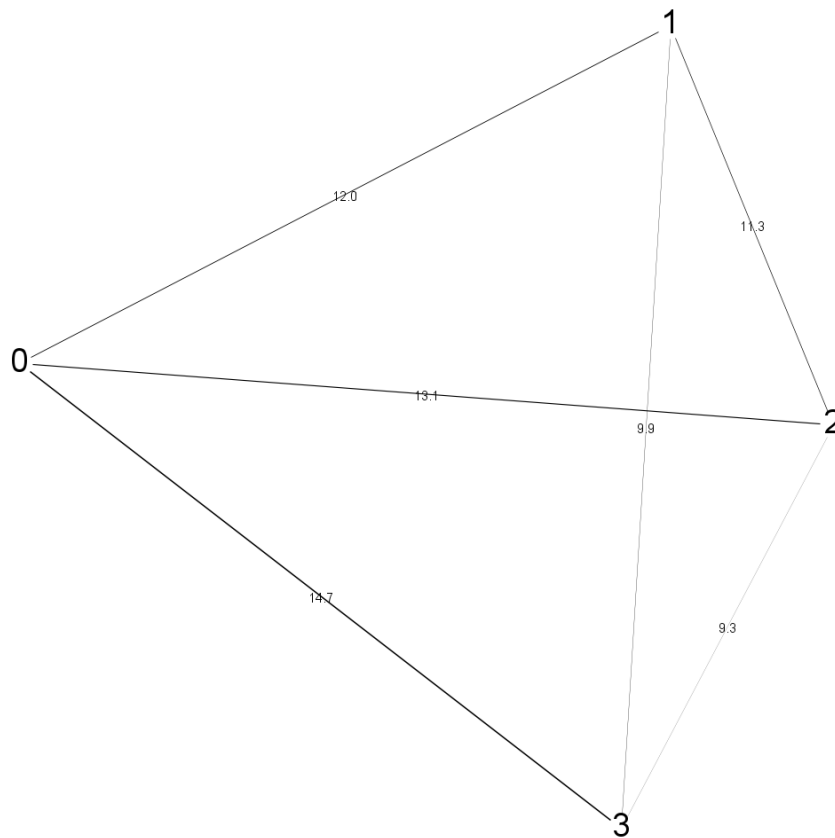


Figura A.131: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 39.8

Fuerza jugador 1: 33.2

Fuerza jugador 2: 33.7

Fuerza jugador 3: 33.900000000000006

Centralización de fuerza: 0.156

Varianza: 0.157

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	40 %	40 %	20 %
Jugador 1	20 %	20 %	40 %
Jugador 2	20 %	10 %	20 %
Jugador 3	20 %	30 %	20 %

Cuadro A.19: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

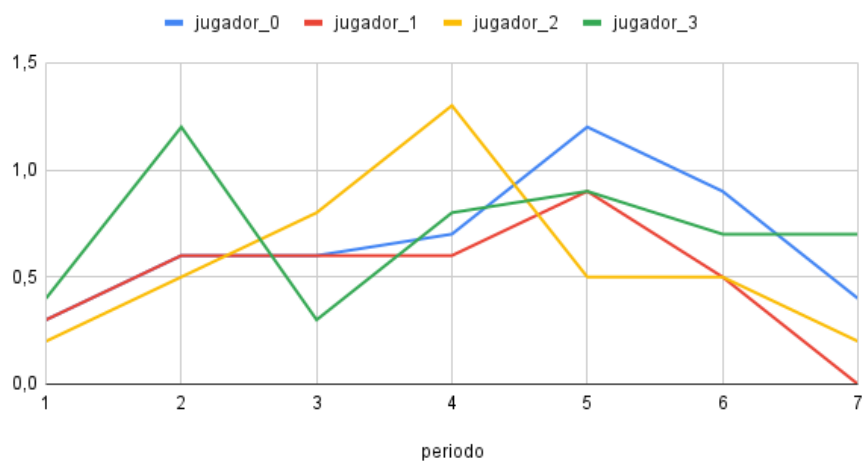


Figura A.132: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

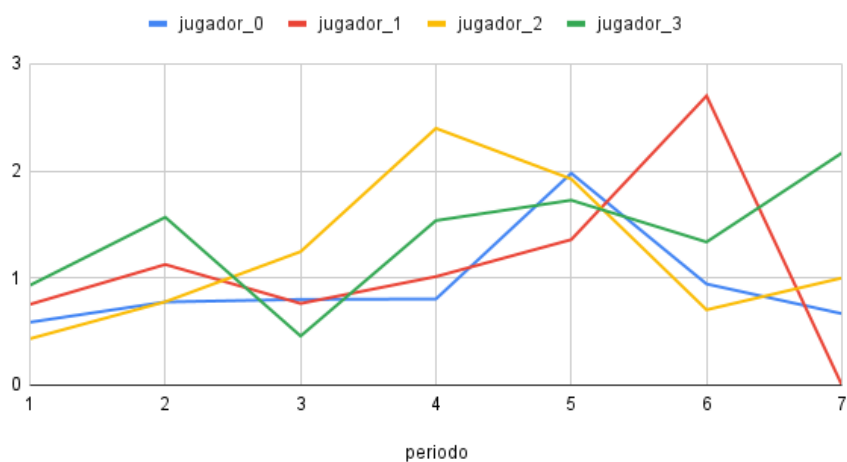


Figura A.133: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.20. IIII

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, intercambista; jugador 2, intercambista; jugador 3, intercambista.

Volumen

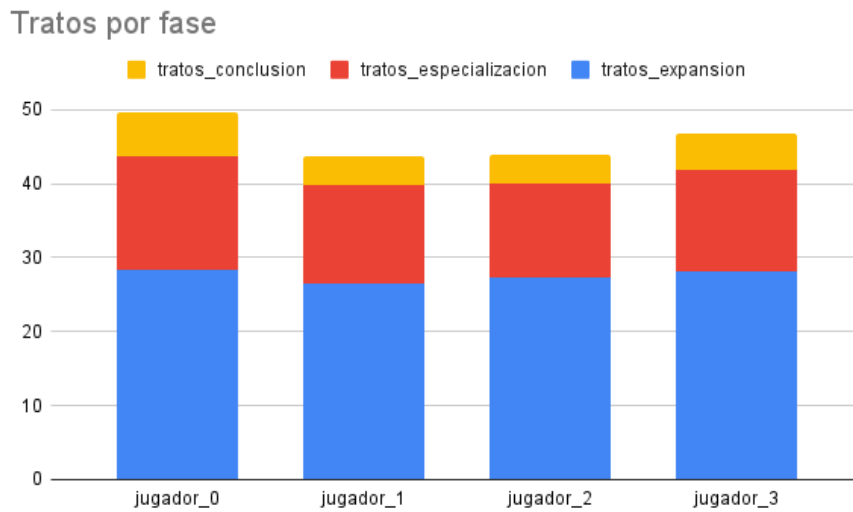


Figura A.134: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

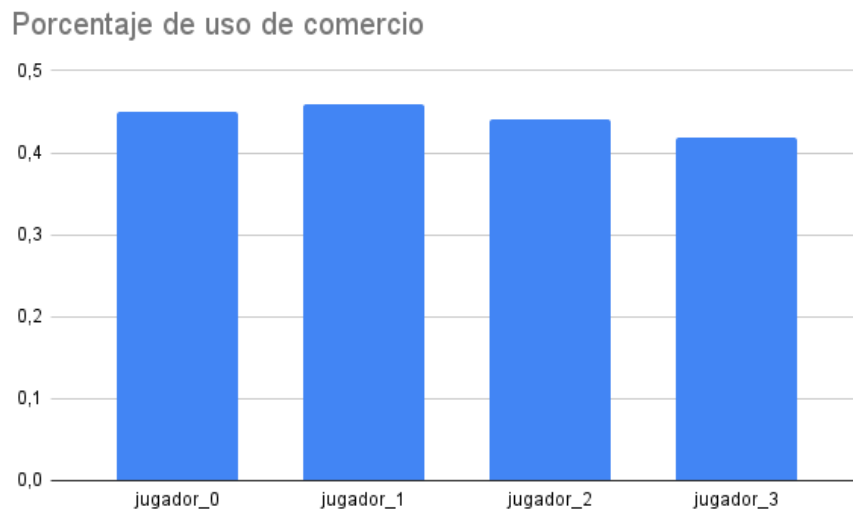


Figura A.135: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

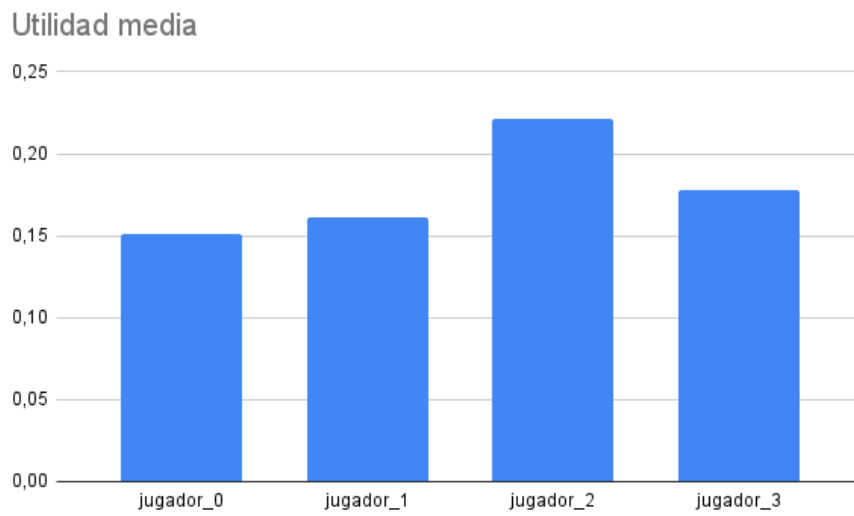


Figura A.136: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

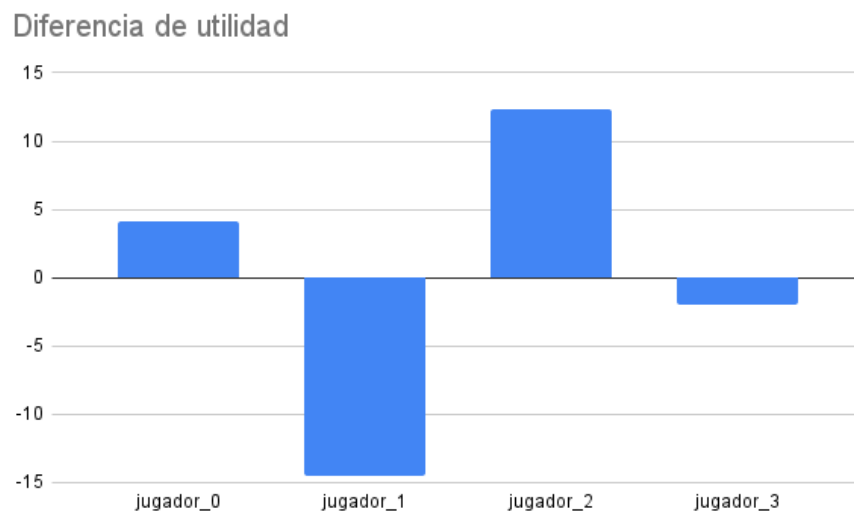


Figura A.137: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

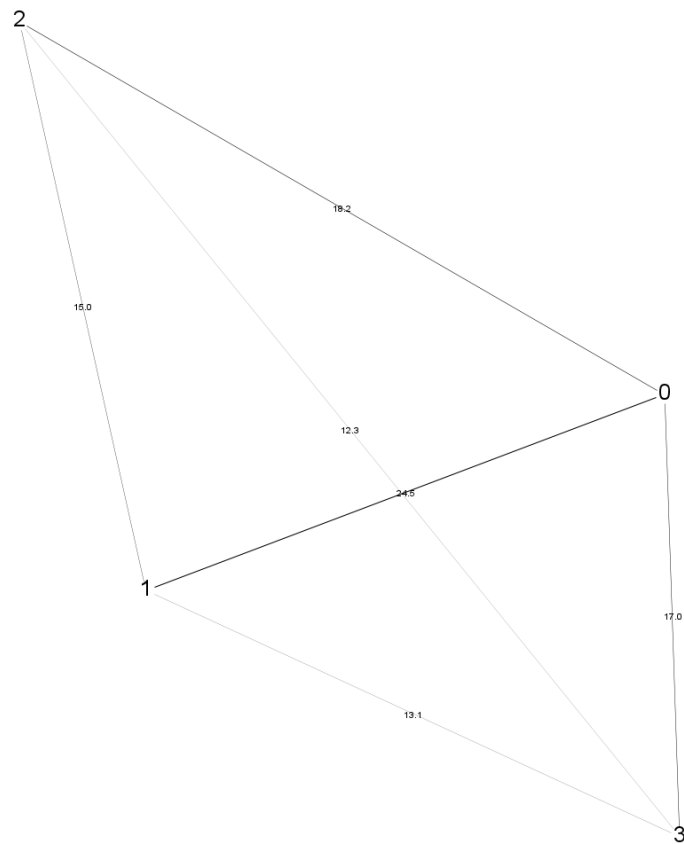


Figura A.138: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 42.7

Fuerza jugador 1: 42.6

Fuerza jugador 2: 45.5

Fuerza jugador 3: 42.400000000000006

Centralización de fuerza: 0.017

Varianza: 0.143

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	40 %	20 %	30 %
Jugador 1	20 %	20 %	20 %
Jugador 2	20 %	40 %	30 %
Jugador 3	20 %	20 %	20 %

Cuadro A.20: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

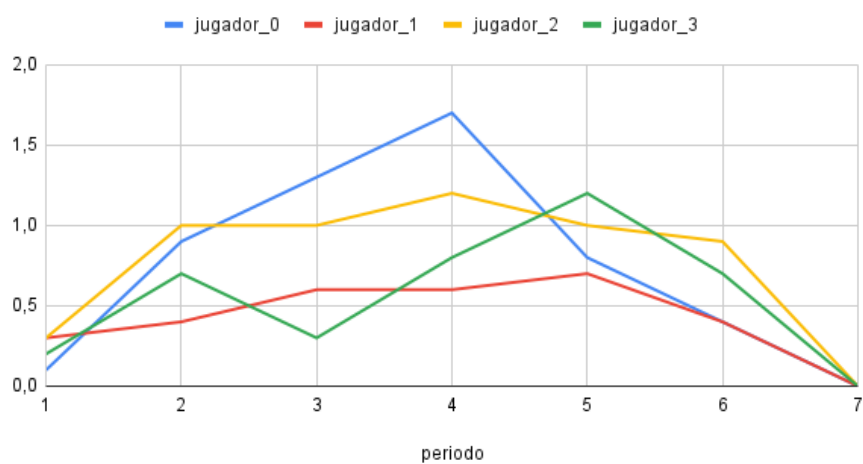


Figura A.139: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

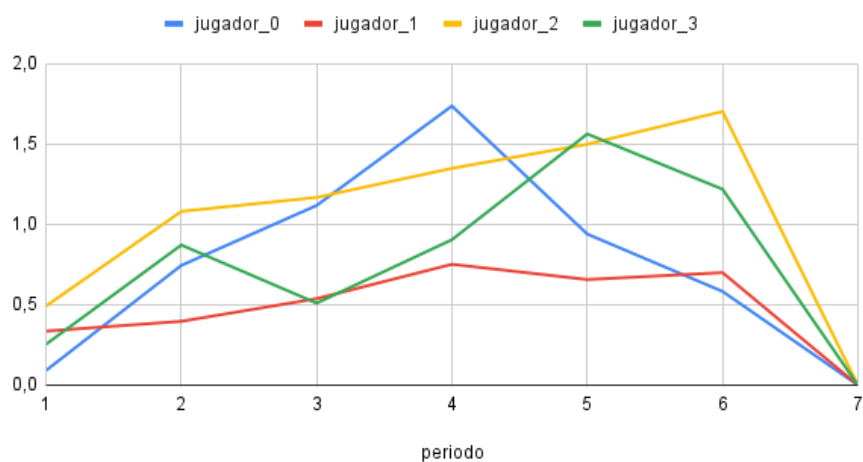


Figura A.140: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.21. IIIP

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, intercambista; jugador 2, intercambista; jugador 3, pragmático.

Volumen

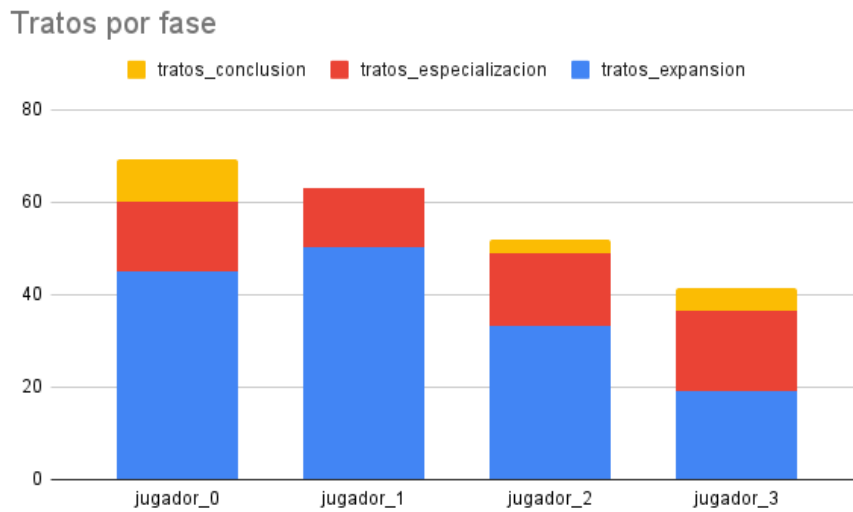


Figura A.141: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

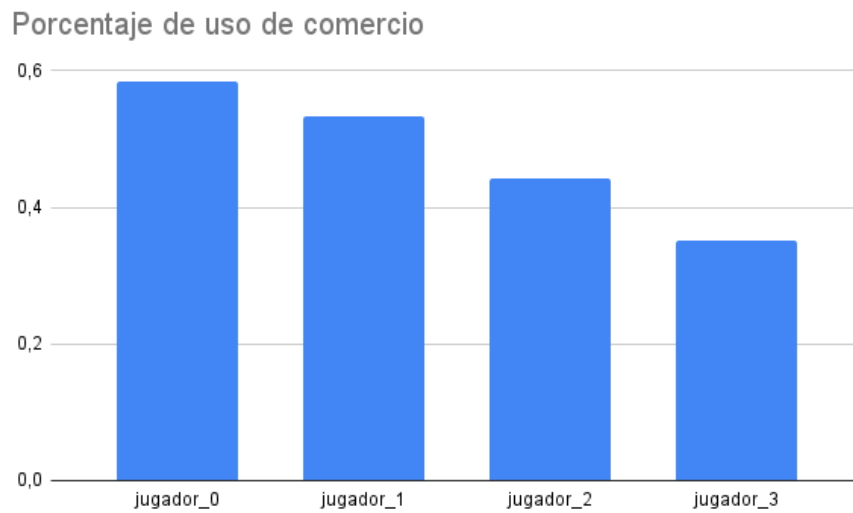


Figura A.142: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

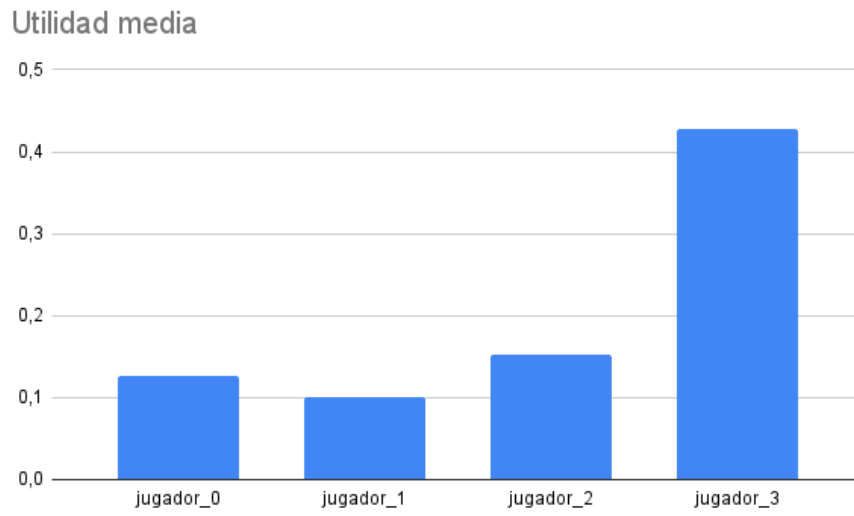


Figura A.143: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

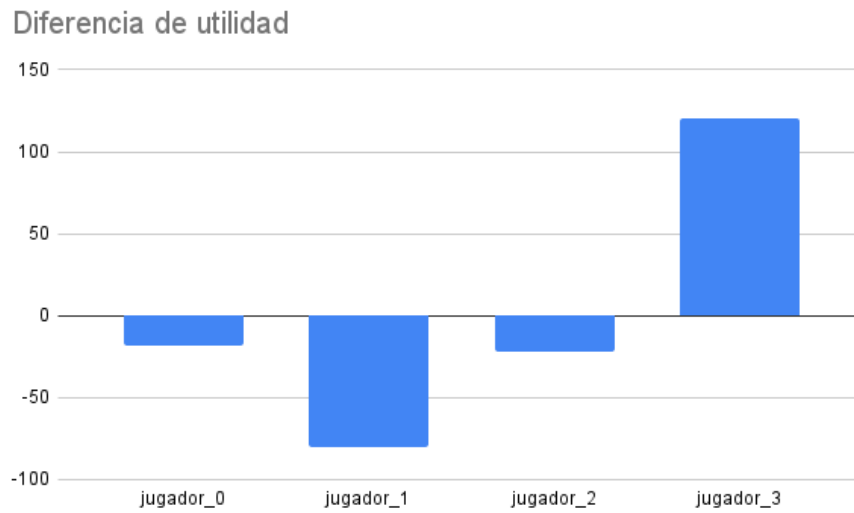


Figura A.144: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

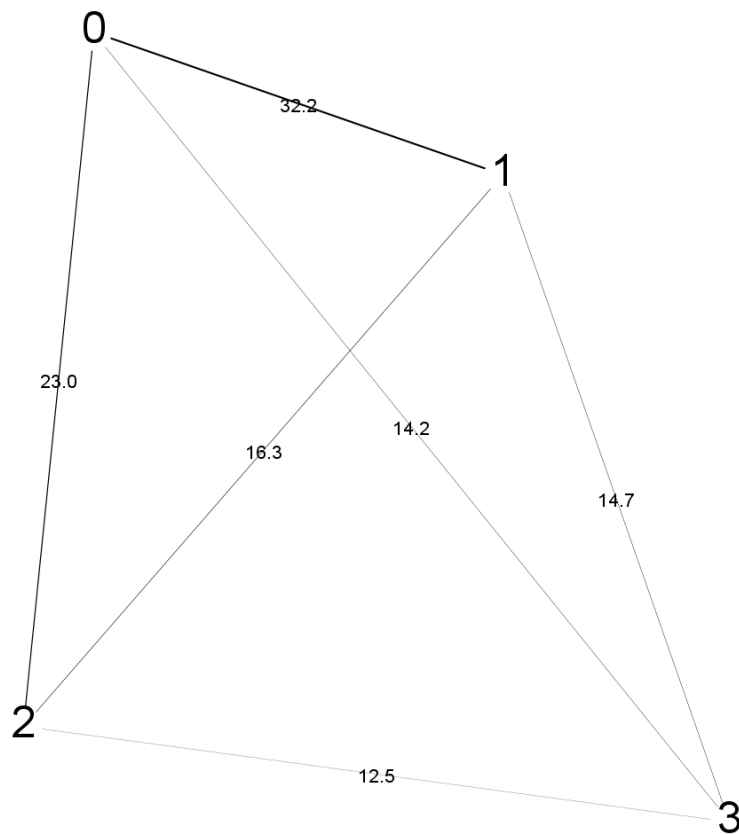


Figura A.145: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 69.4

Fuerza jugador 1: 63.2

Fuerza jugador 2: 51.8

Fuerza jugador 3: 41.4

Centralización de fuerza: 0.249

Varianza: 0.364

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	30 %	40 %
Jugador 1	10 %	10 %	30 %
Jugador 2	40 %	30 %	30 %
Jugador 3	30 %	30 %	0 %

Cuadro A.21: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

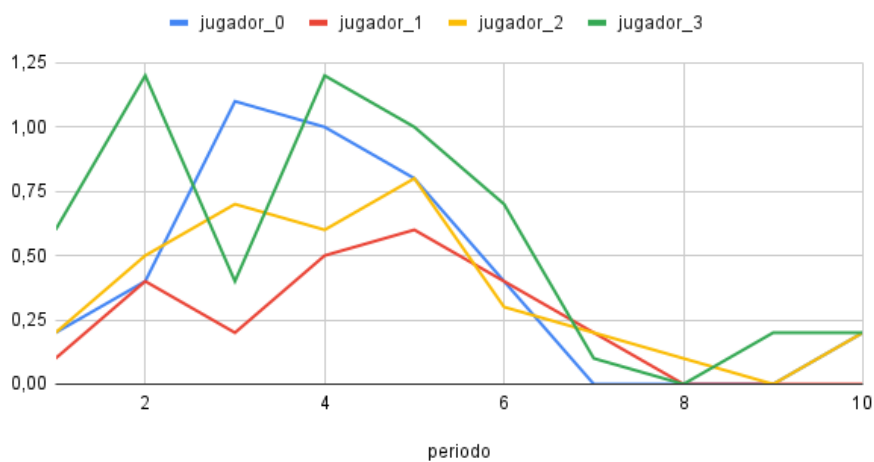


Figura A.146: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

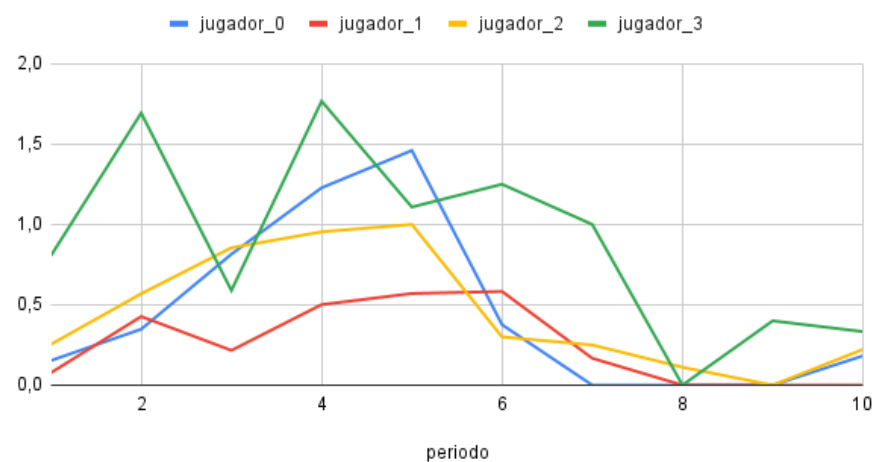


Figura A.147: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.22. IIIR

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, intercambista; jugador 2, intercambista; jugador 3, reservado.

Volumen

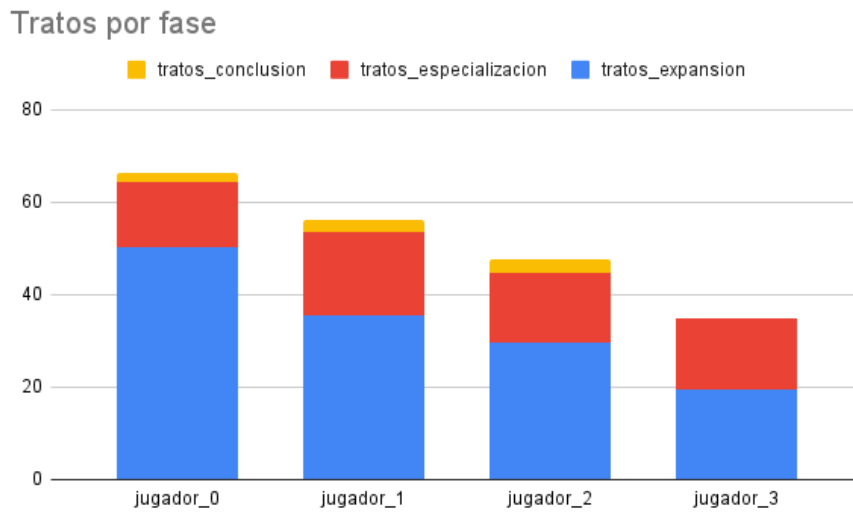


Figura A.148: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

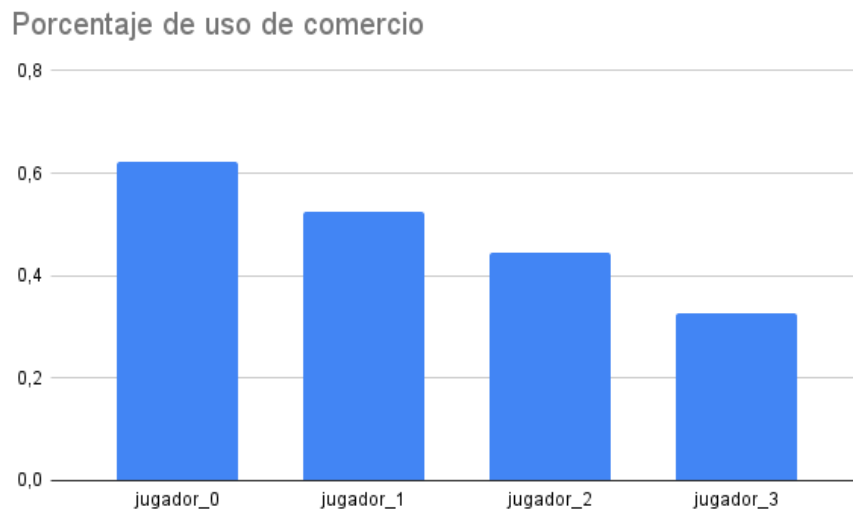


Figura A.149: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

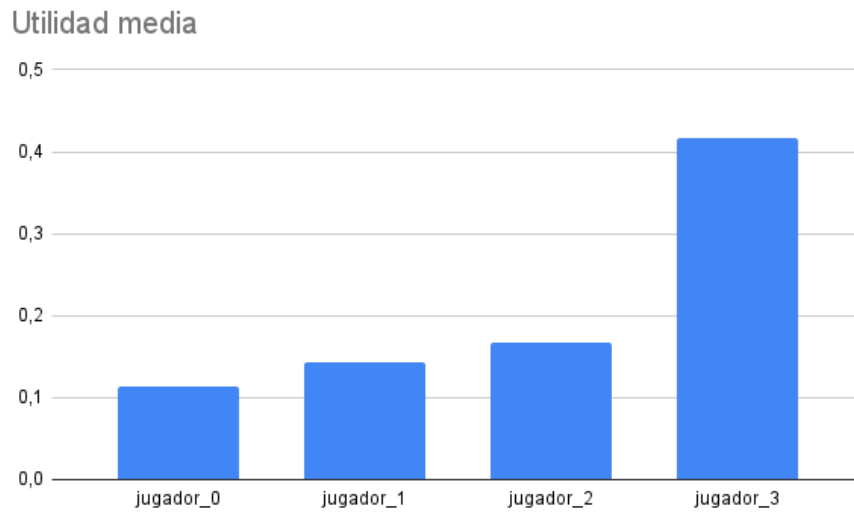


Figura A.150: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

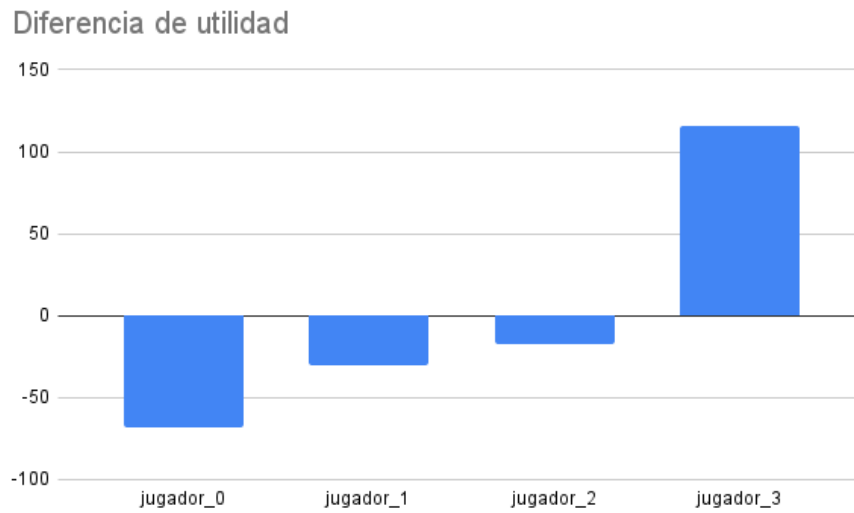


Figura A.151: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

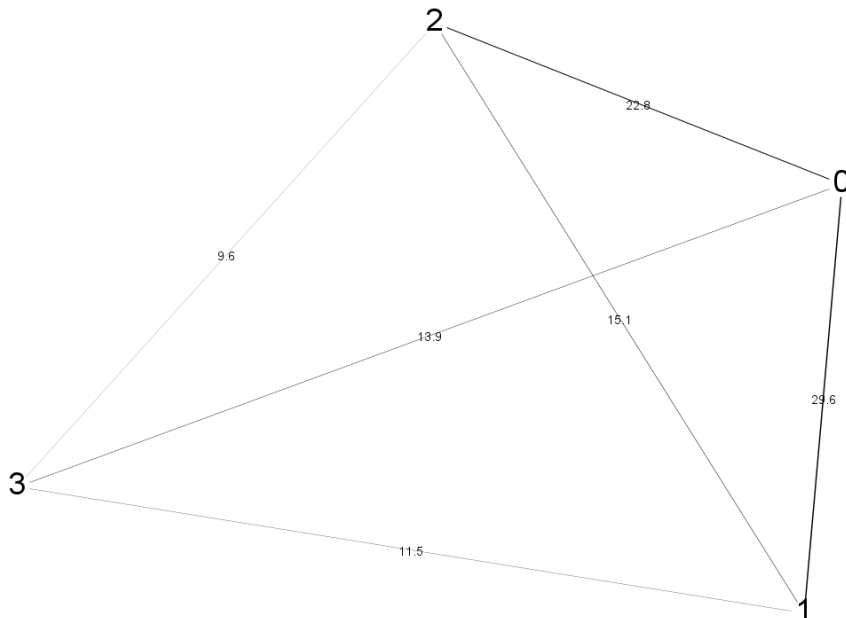


Figura A.152: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 66.30000000000001

Fuerza jugador 1: 56.2

Fuerza jugador 2: 47.5

Fuerza jugador 3: 35.0

Centralización de fuerza: 0.303

Varianza: 0.407

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	30 %	30 %
Jugador 1	10 %	30 %	30 %
Jugador 2	40 %	30 %	30 %
Jugador 3	30 %	10 %	10 %

Cuadro A.22: Porcentaje de victorias por fase

Progresion en puntos de victoria

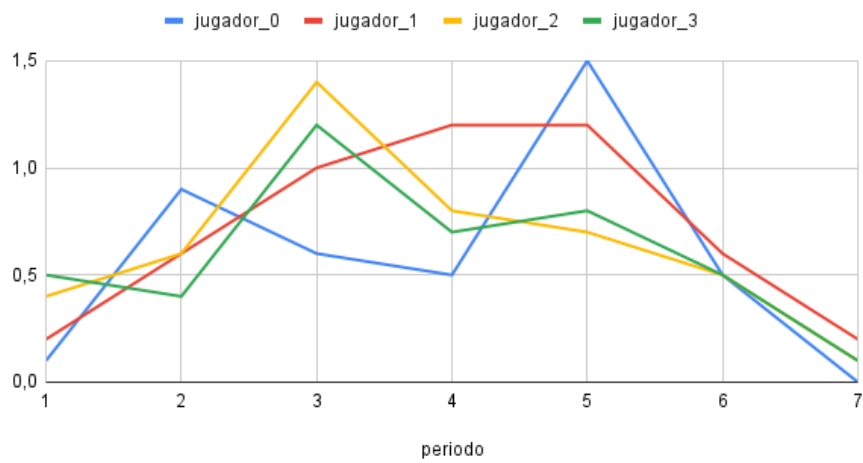


Figura A.153: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

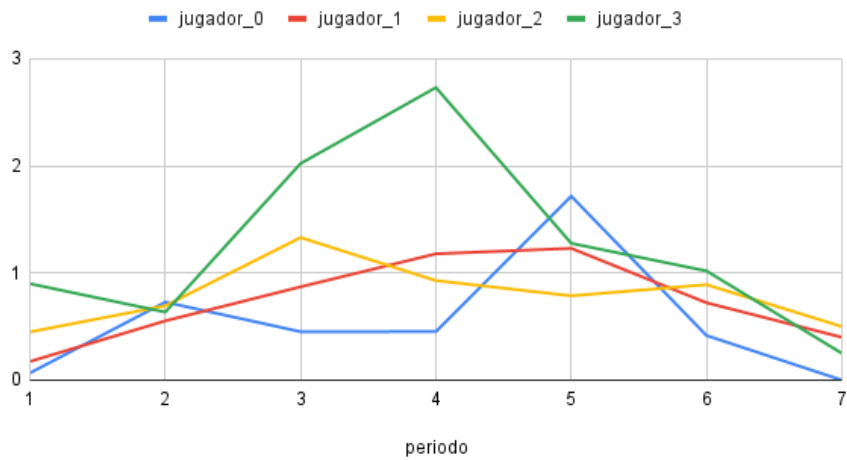


Figura A.154: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.23. IIPP

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, intercambista; jugador 2, pragmático; jugador 3, pragmático.

Volumen

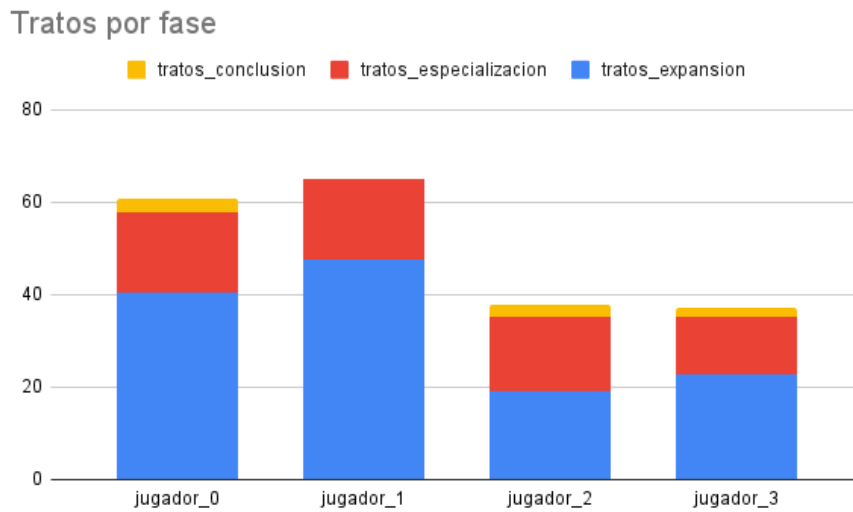


Figura A.155: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

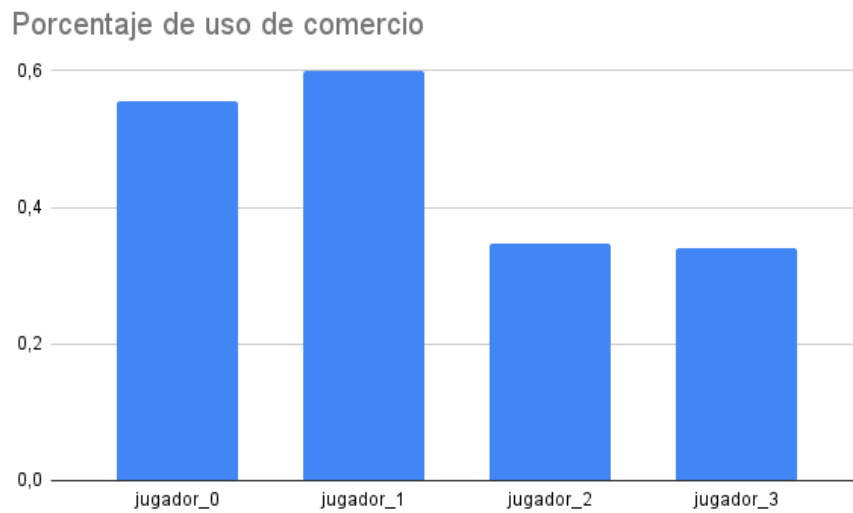


Figura A.156: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

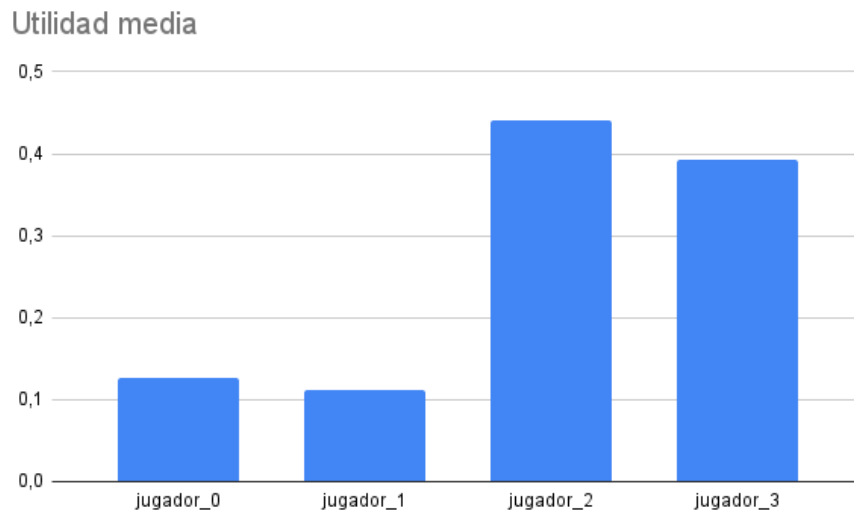


Figura A.157: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

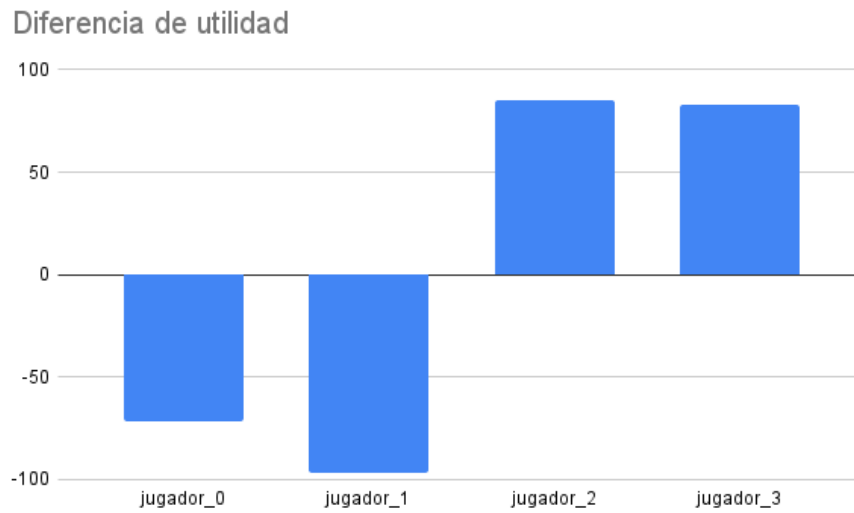


Figura A.158: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

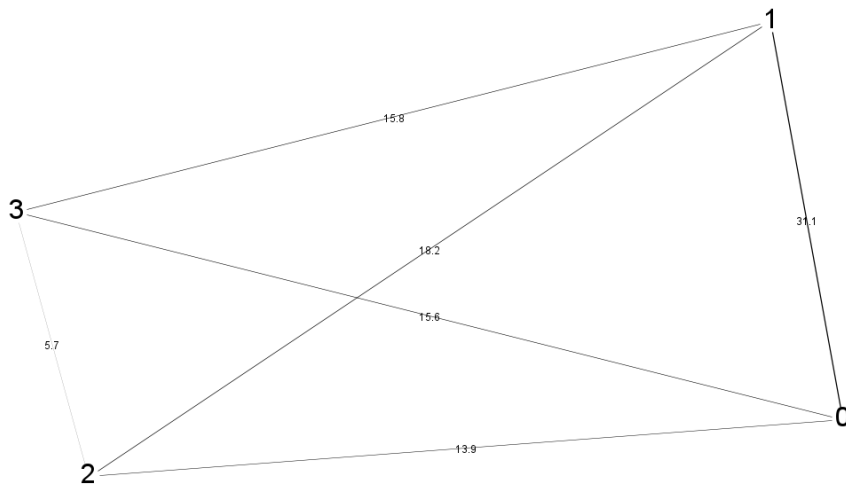


Figura A.159: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 60.6

Fuerza jugador 1: 65.1

Fuerza jugador 2: 37.800000000000004

Fuerza jugador 3: 37.1

Centralización de fuerza: 0.306

Varianza: 0.451

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	30 %	50 %	30 %
Jugador 1	10 %	10 %	20 %
Jugador 2	50 %	30 %	30 %
Jugador 3	10 %	10 %	20 %

Cuadro A.23: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

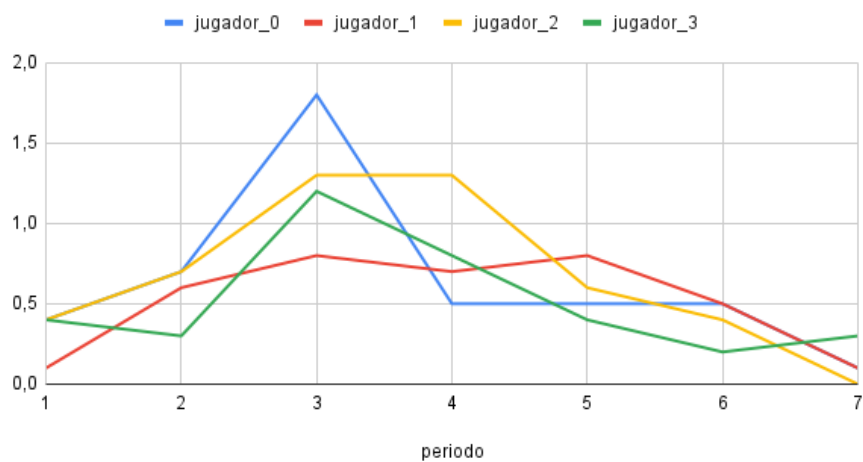


Figura A.160: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

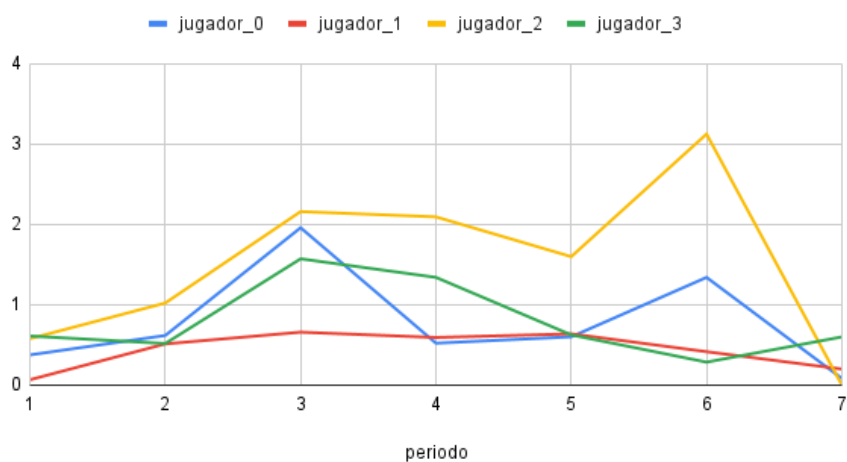


Figura A.161: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.24. IIPR

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, intercambista; jugador 2, pragmático; jugador 3, reservado.

Volumen

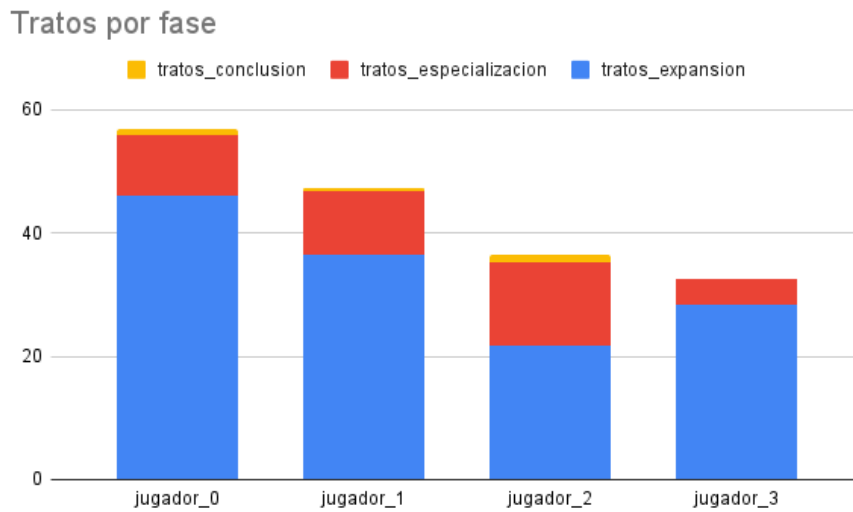


Figura A.162: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

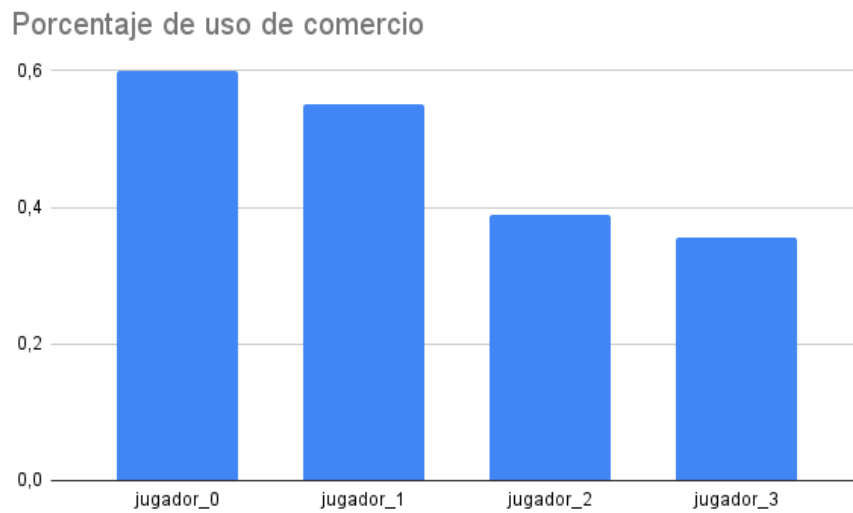


Figura A.163: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

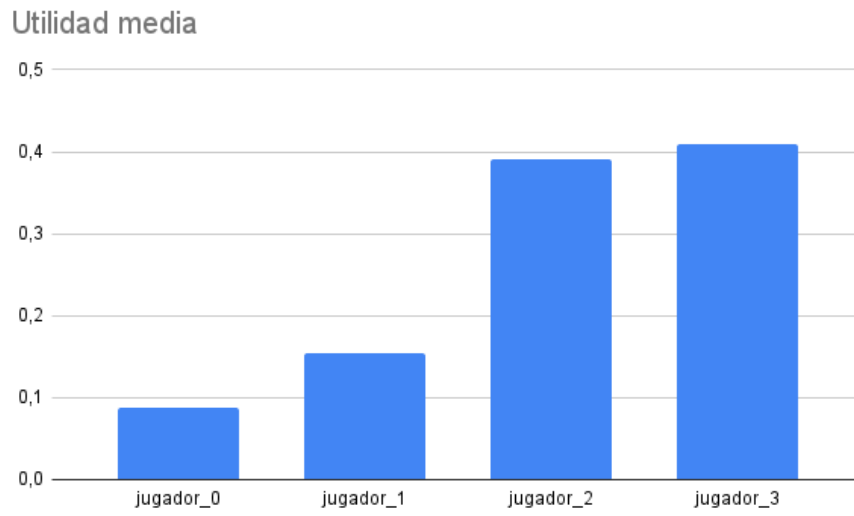


Figura A.164: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

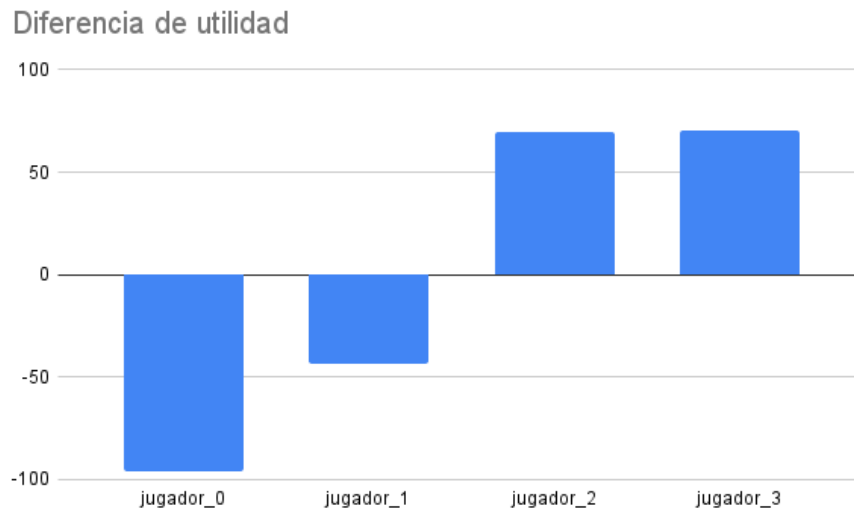


Figura A.165: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

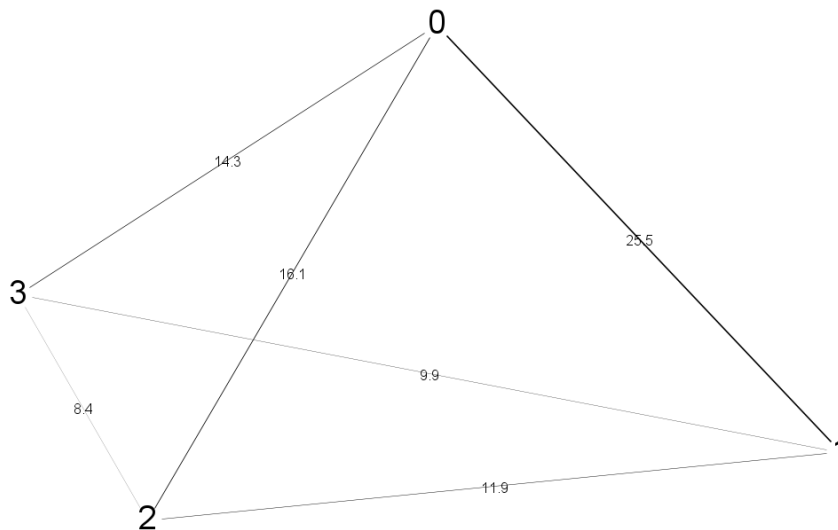


Figura A.166: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 55.900000000000006

Fuerza jugador 1: 47.3

Fuerza jugador 2: 36.4

Fuerza jugador 3: 32.6

Centralización de fuerza: 0.306

Varianza: 0.391

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	0%	10%	20%
Jugador 1	40%	30%	30%
Jugador 2	50%	40%	40%
Jugador 3	10%	10%	10%

Cuadro A.24: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

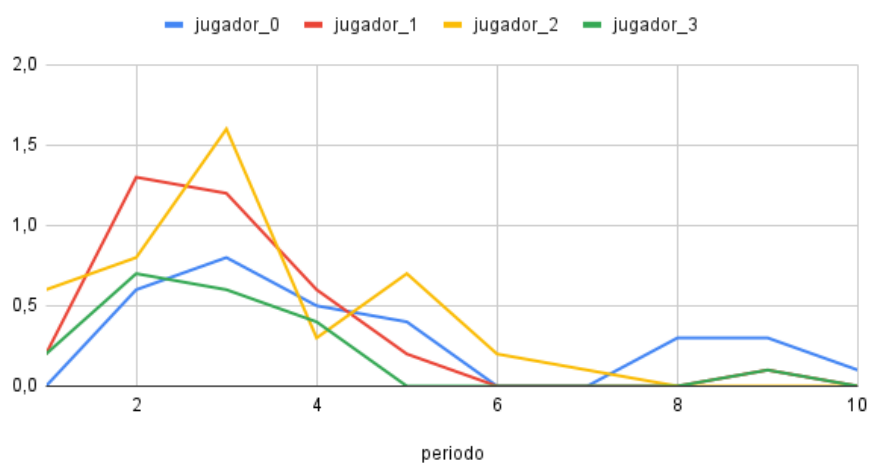


Figura A.167: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

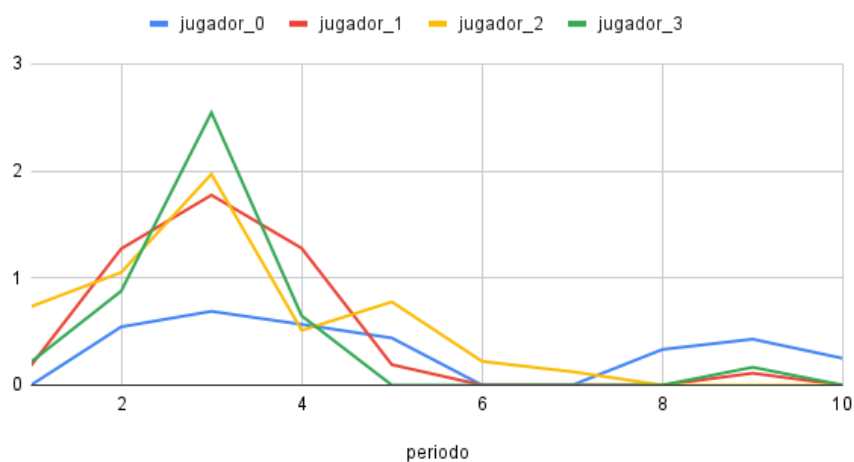


Figura A.168: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.25. IIRR

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, intercambista; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

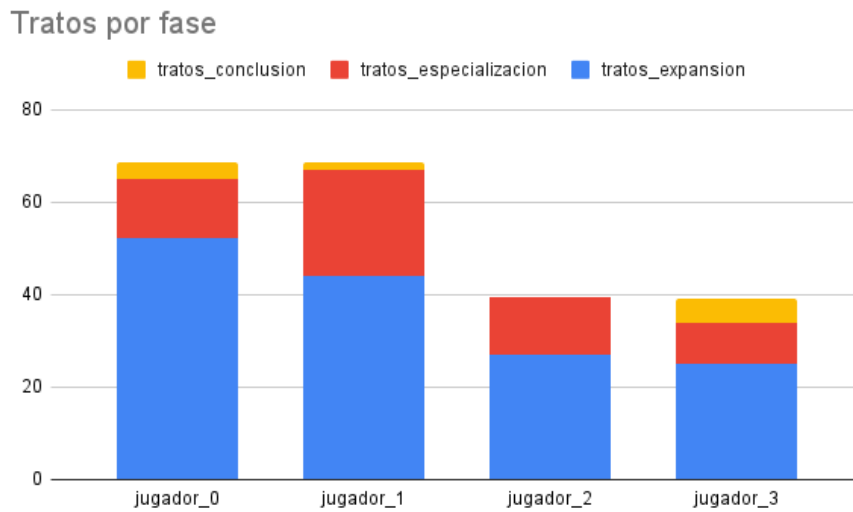


Figura A.169: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

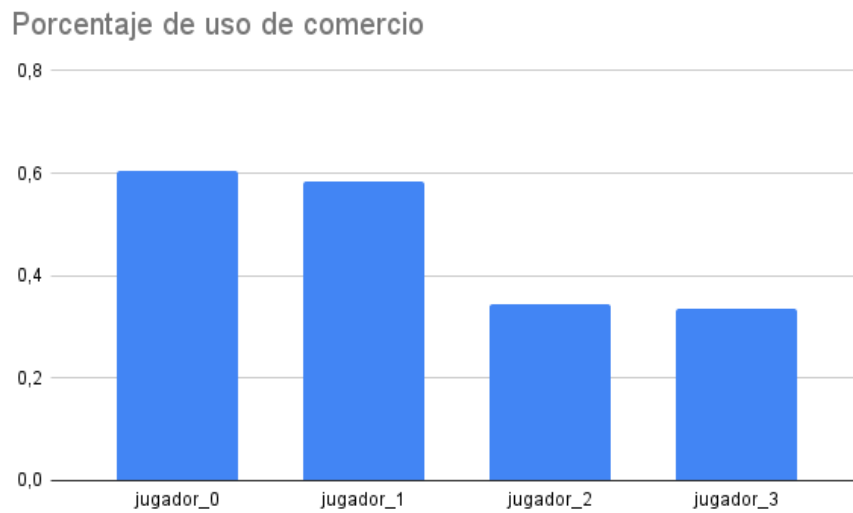


Figura A.170: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

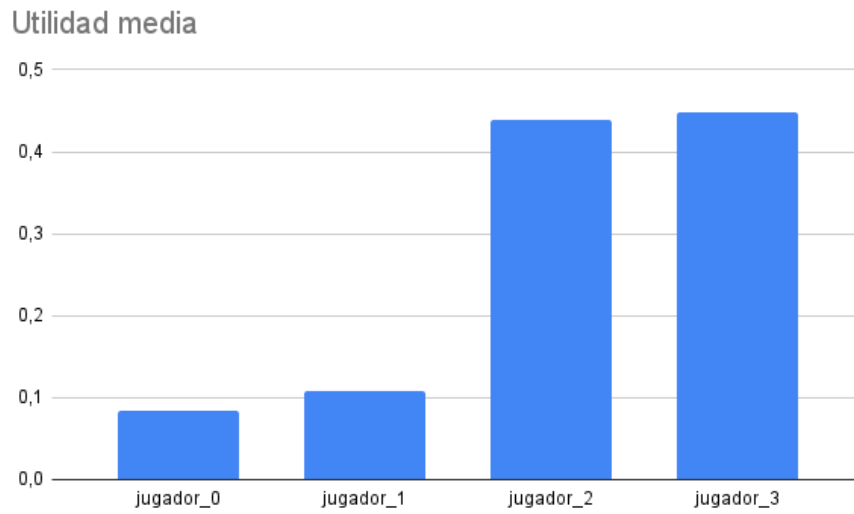


Figura A.171: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

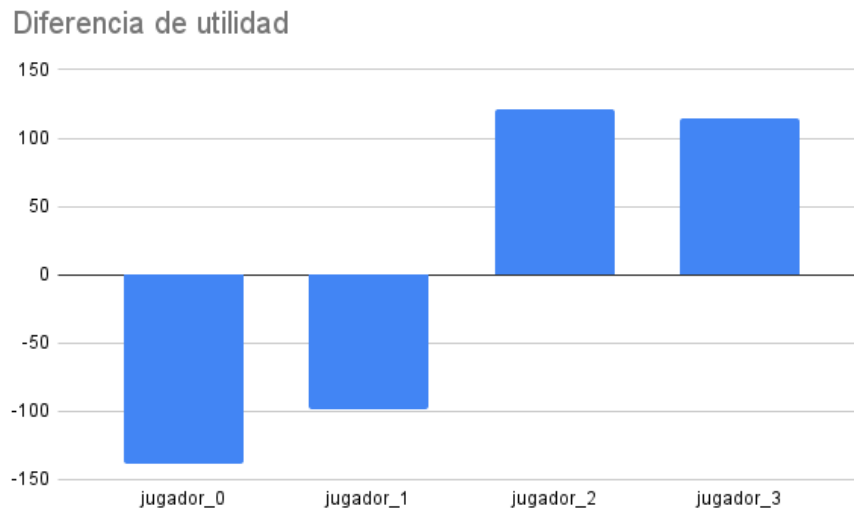


Figura A.172: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

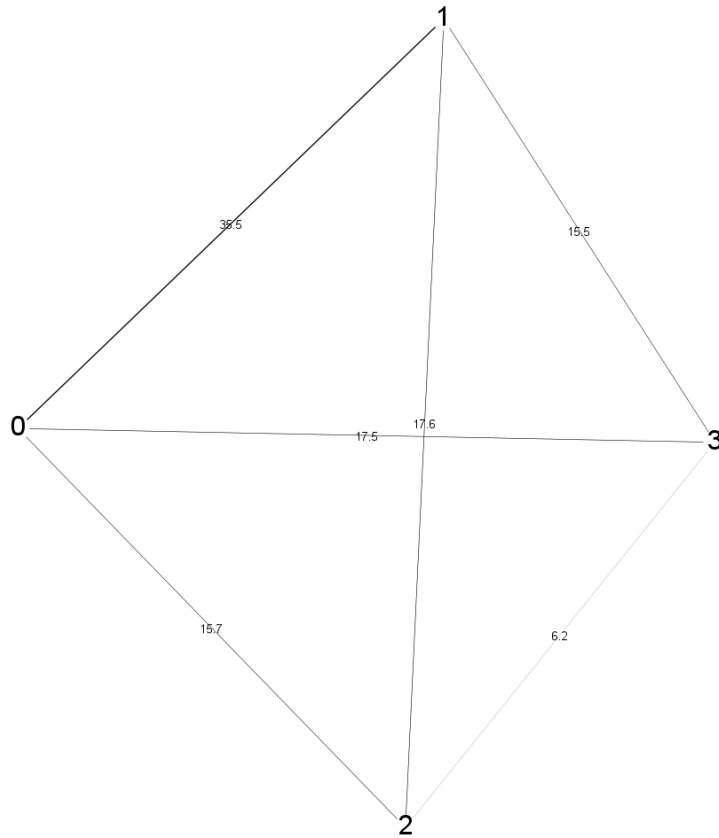


Figura A.173: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 68.7

Fuerza jugador 1: 68.6

Fuerza jugador 2: 39.5

Fuerza jugador 3: 39.2

Centralización de fuerza: 0.285

Varianza: 0.485

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	30 %	20 %	20 %
Jugador 1	30 %	30 %	30 %
Jugador 2	20 %	40 %	30 %
Jugador 3	20 %	10 %	20 %

Cuadro A.25: Porcentaje de victorias por fase

Progresion en puntos de victoria

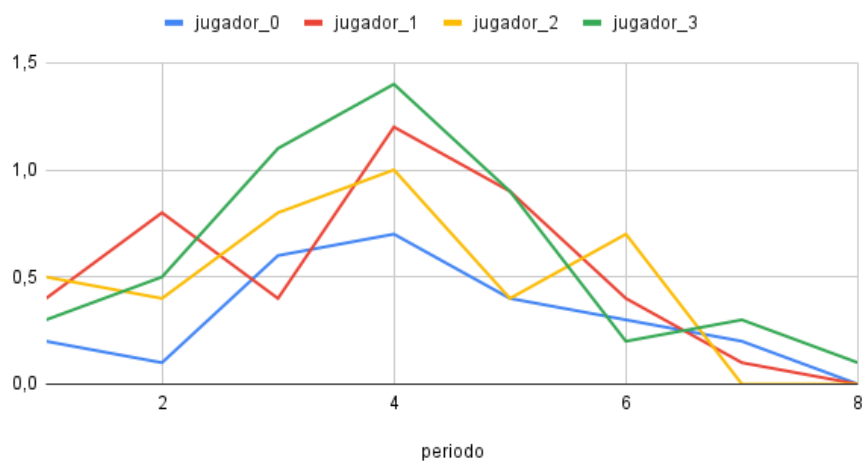


Figura A.174: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

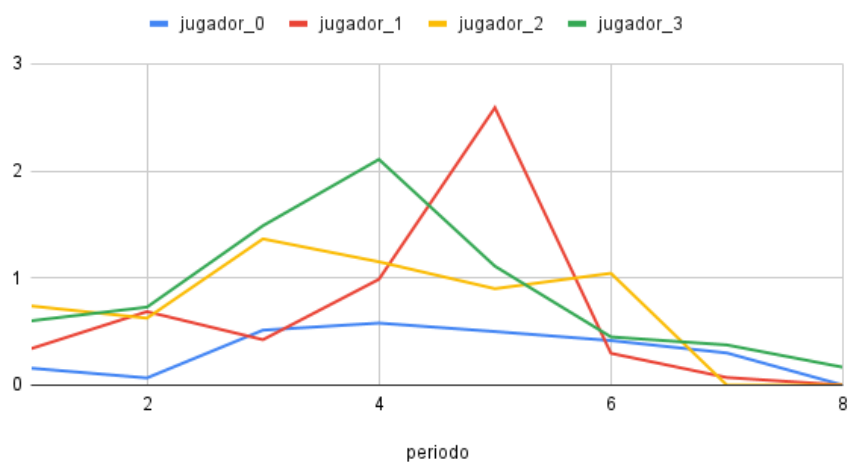


Figura A.175: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.26. IPPP

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, pragmático; jugador 2, pragmático; jugador 3, pragmático.

Volumen

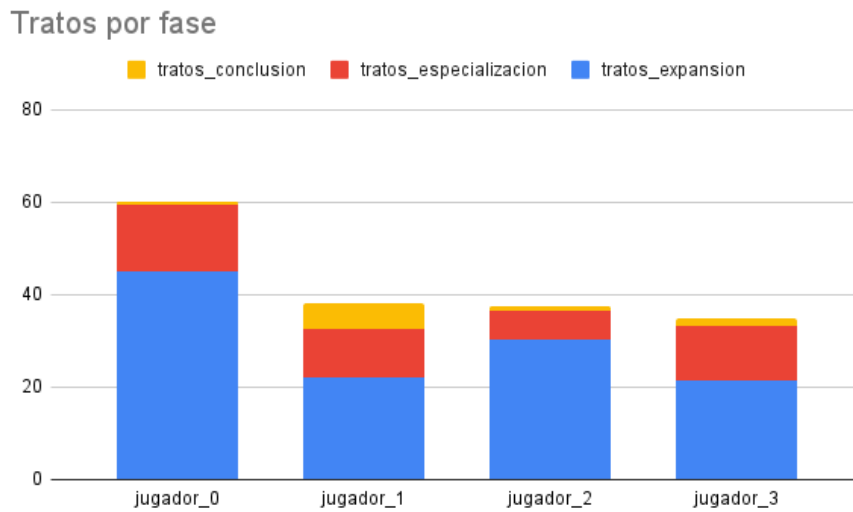


Figura A.176: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

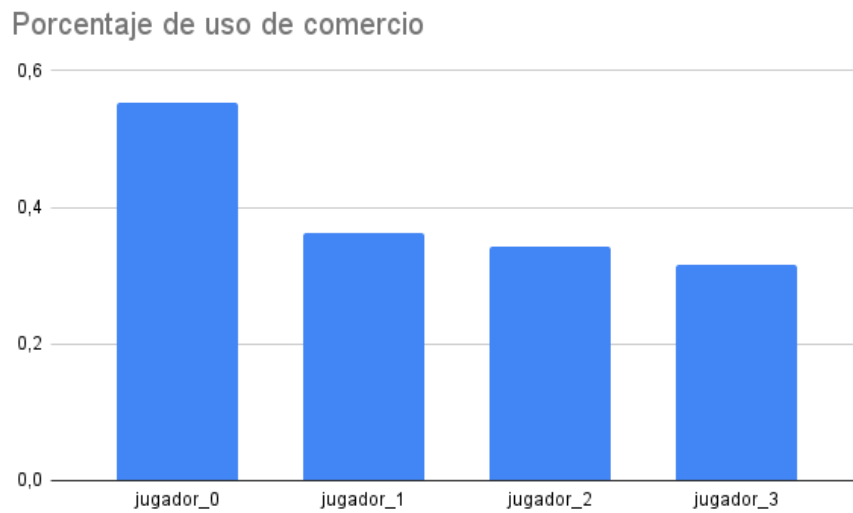


Figura A.177: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

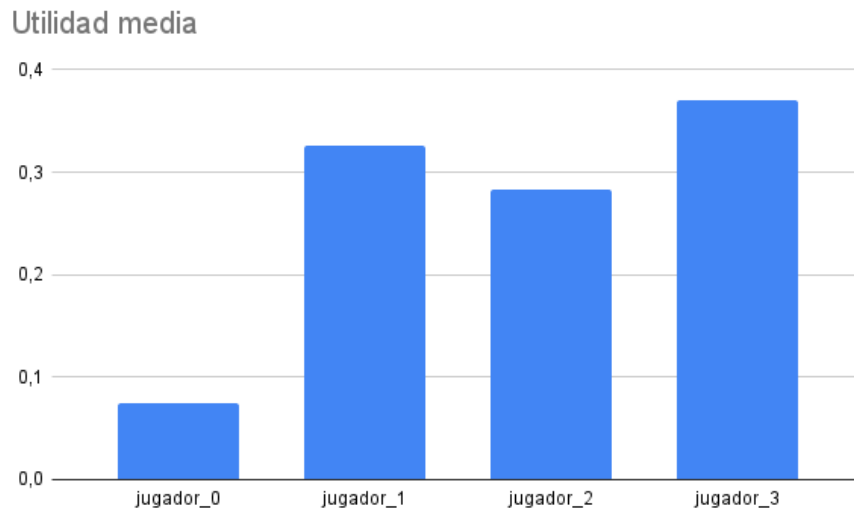


Figura A.178: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

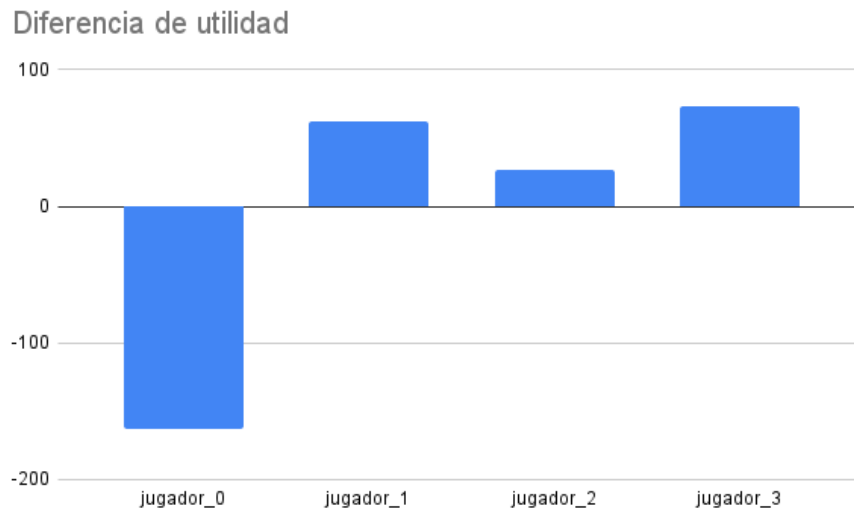


Figura A.179: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

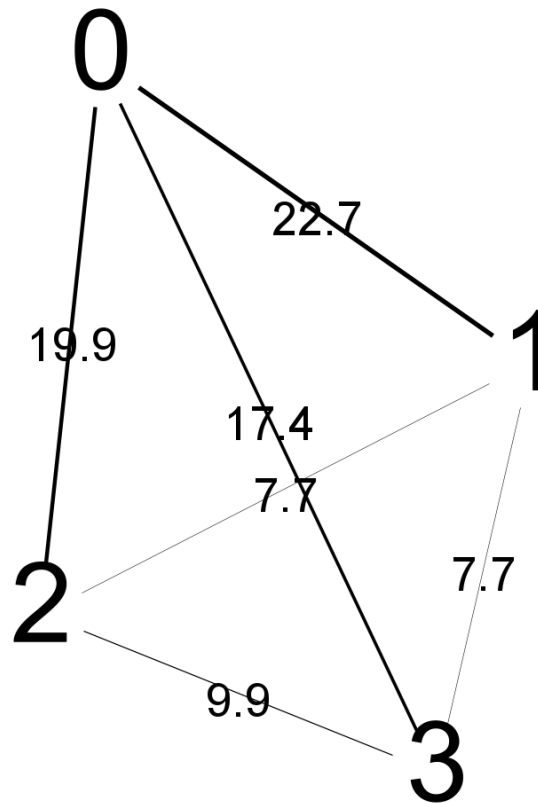


Figura A.180: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 59.99999999999999

Fuerza jugador 1: 38.1

Fuerza jugador 2: 37.5

Fuerza jugador 3: 35.0

Centralización de fuerza: 0.386

Varianza: 0.424

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	20 %
Jugador 1	40 %	40 %	30 %
Jugador 2	10 %	20 %	20 %
Jugador 3	30 %	10 %	30 %

Cuadro A.26: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

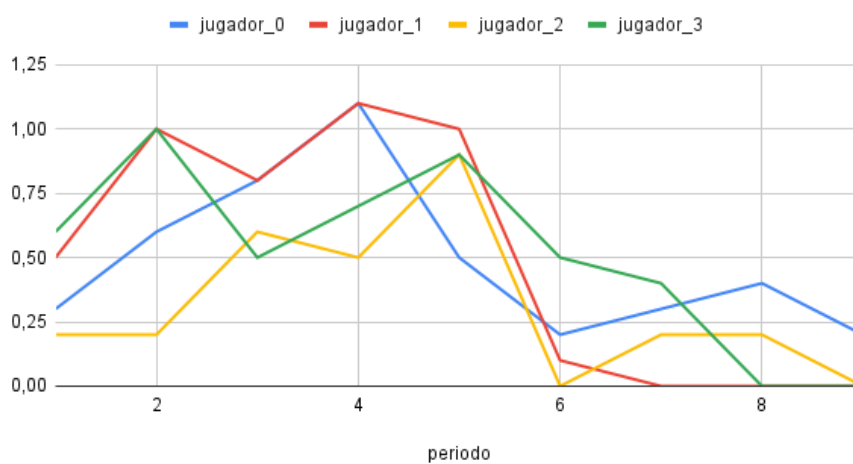


Figura A.181: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

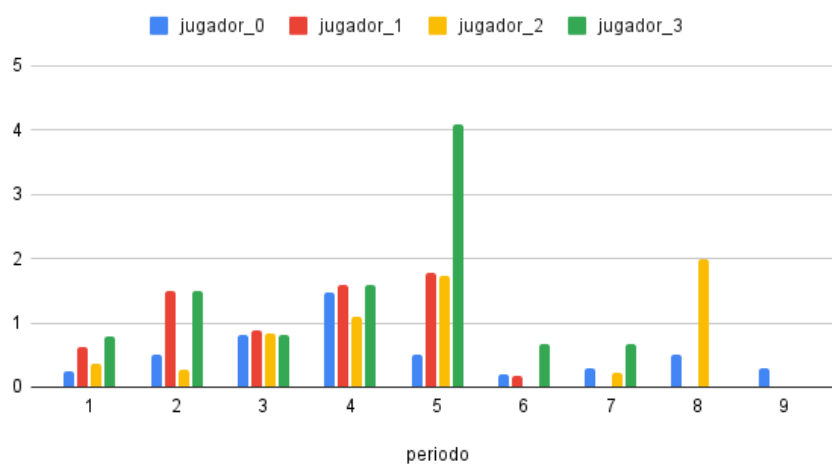


Figura A.182: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.27. IPPR

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, pragmático; jugador 2, pragmático; jugador 3, reservista.

Volumen

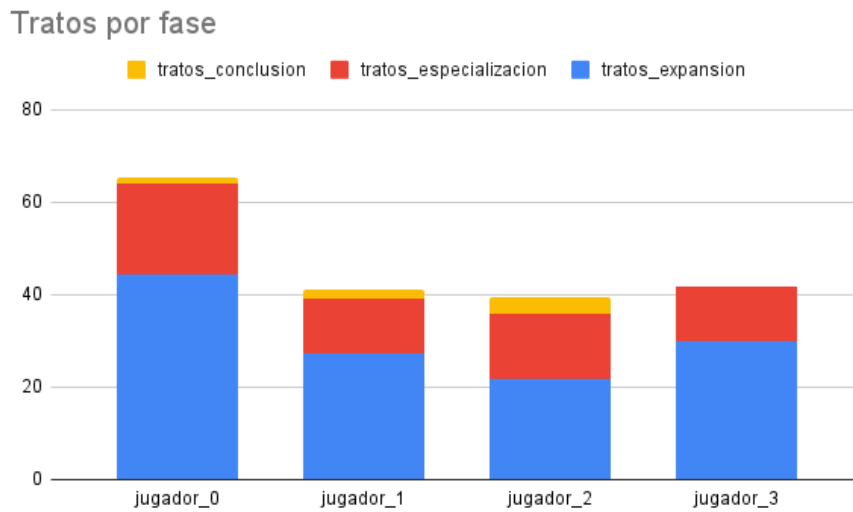


Figura A.183: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

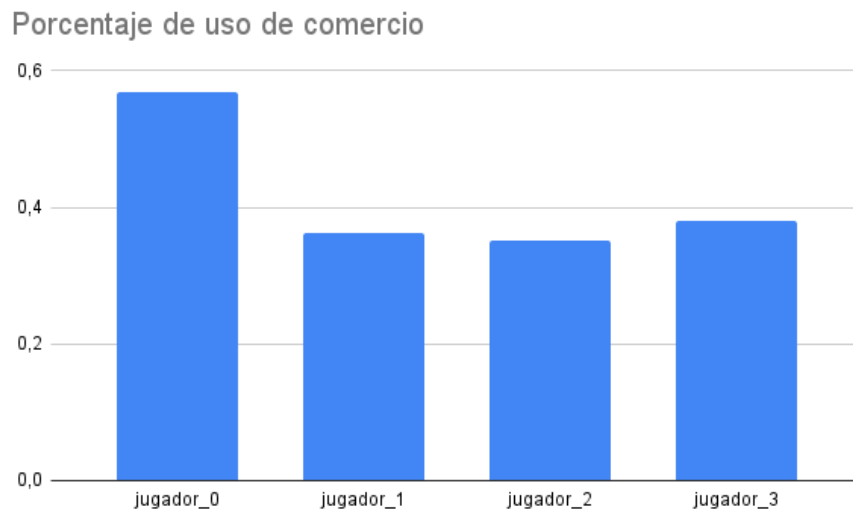


Figura A.184: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

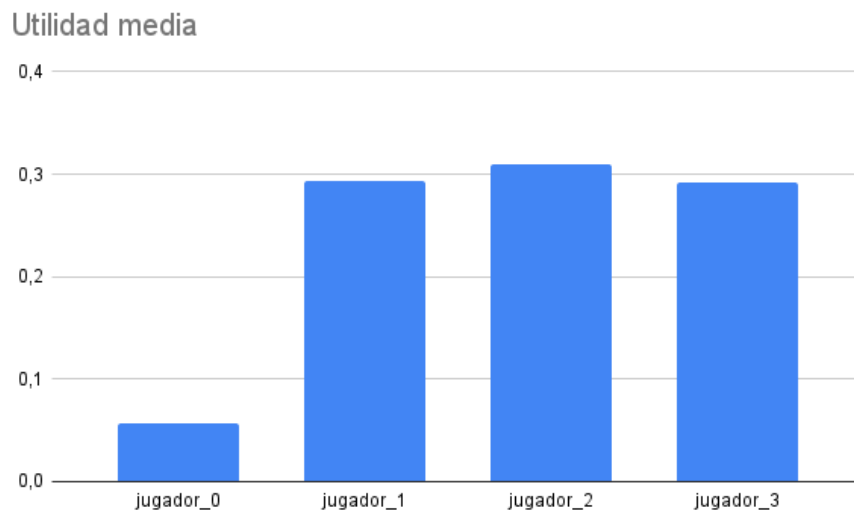


Figura A.185: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

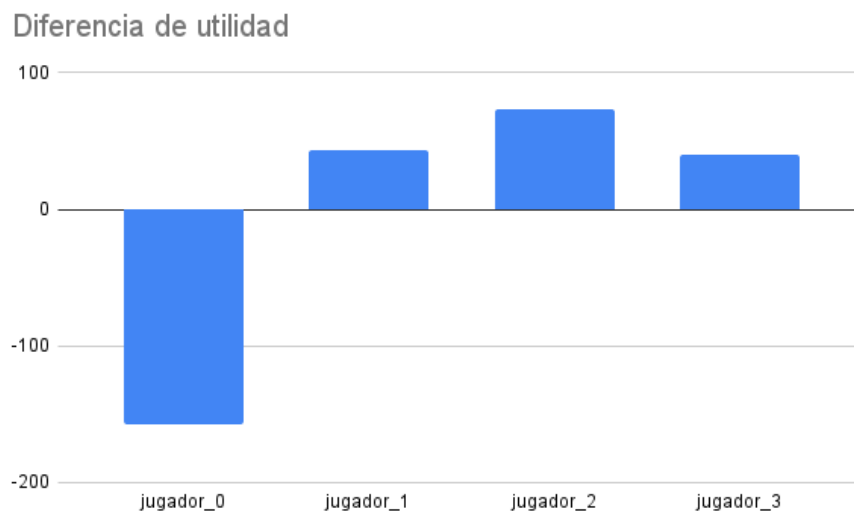


Figura A.186: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

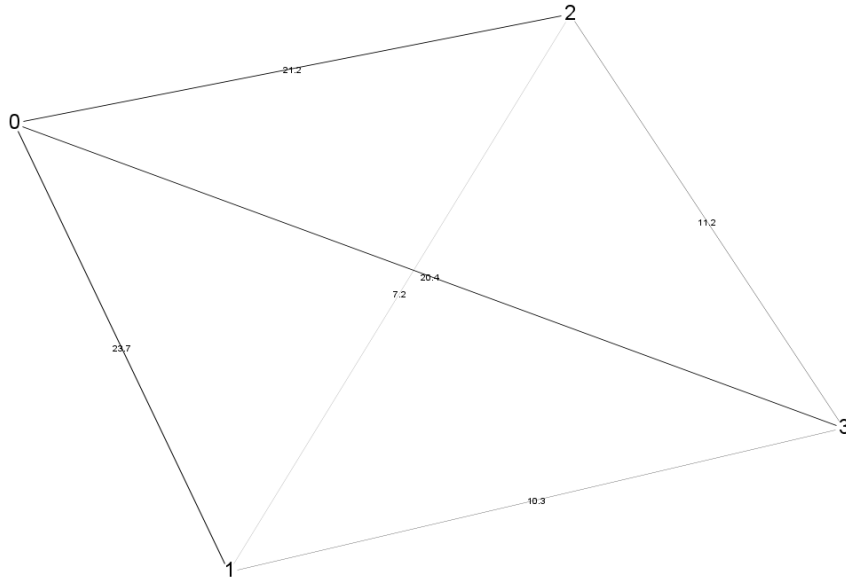


Figura A.187: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 58.5

Fuerza jugador 1: 43.8

Fuerza jugador 2: 38.0

Fuerza jugador 3: 37.099999999999994

Centralización de fuerza: 0.323

Varianza: 0.345

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	10%	10%	10%
Jugador 1	20%	40%	50%
Jugador 2	30%	10%	20%
Jugador 3	40%	30%	20%

Cuadro A.27: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

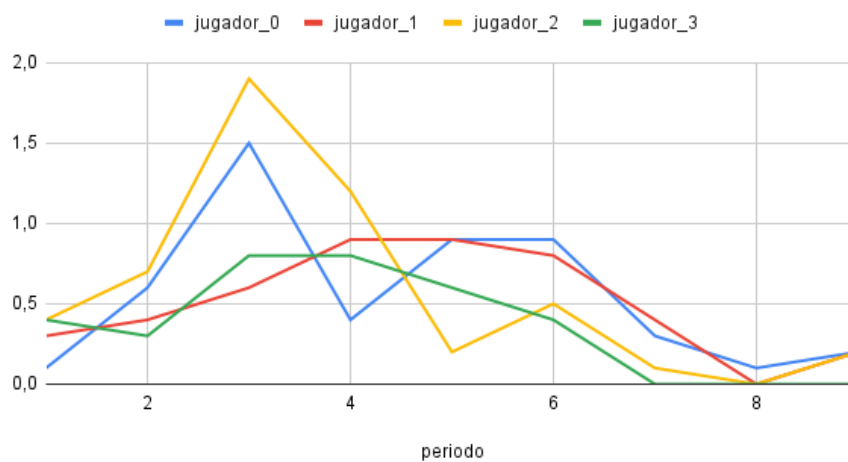


Figura A.188: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

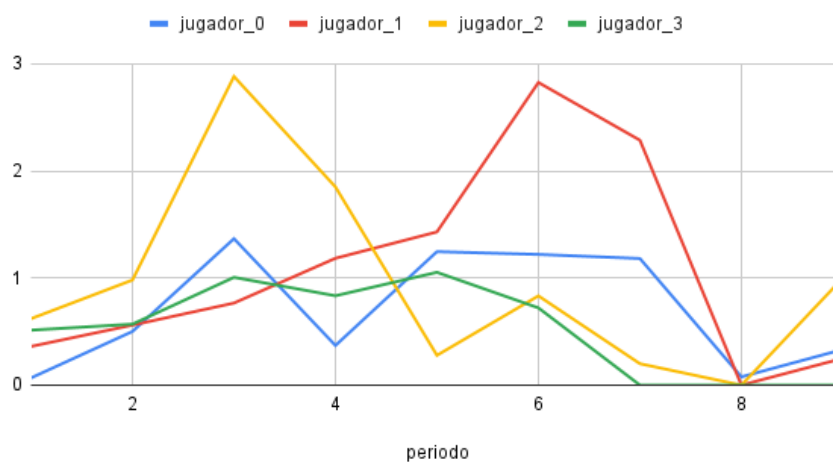


Figura A.189: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.28. IPRR

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, pragmático; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

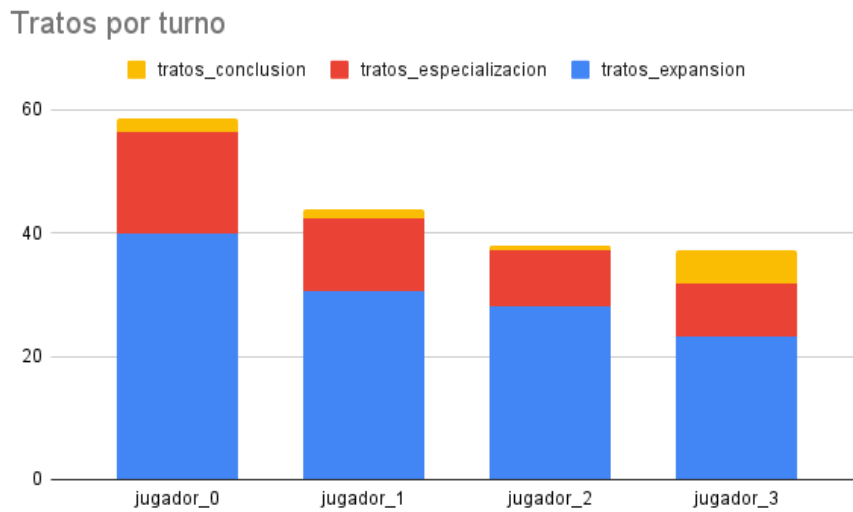


Figura A.190: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

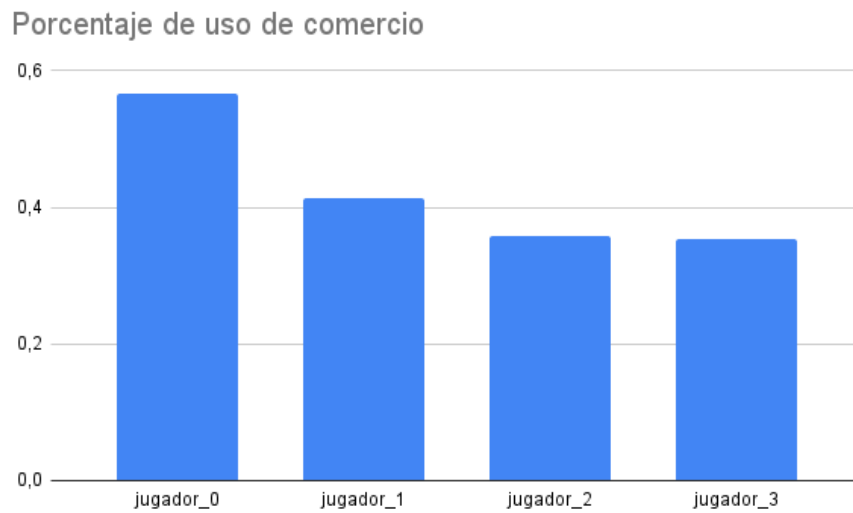


Figura A.191: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

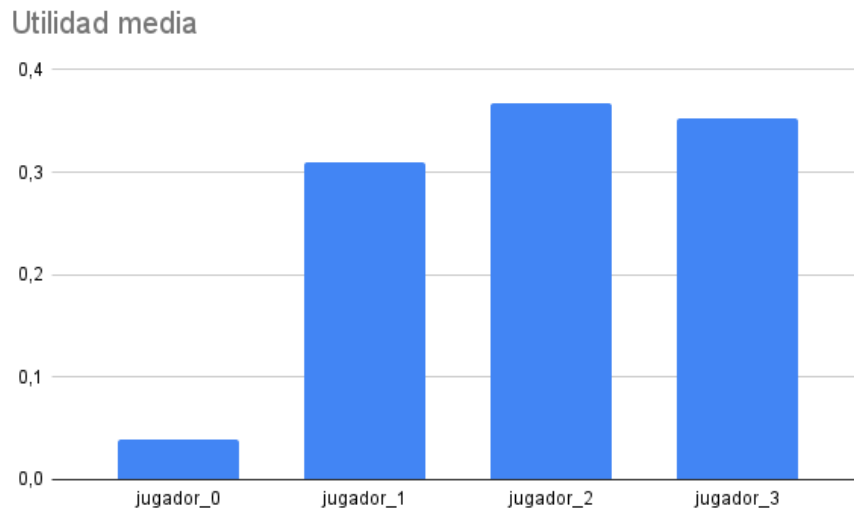


Figura A.192: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

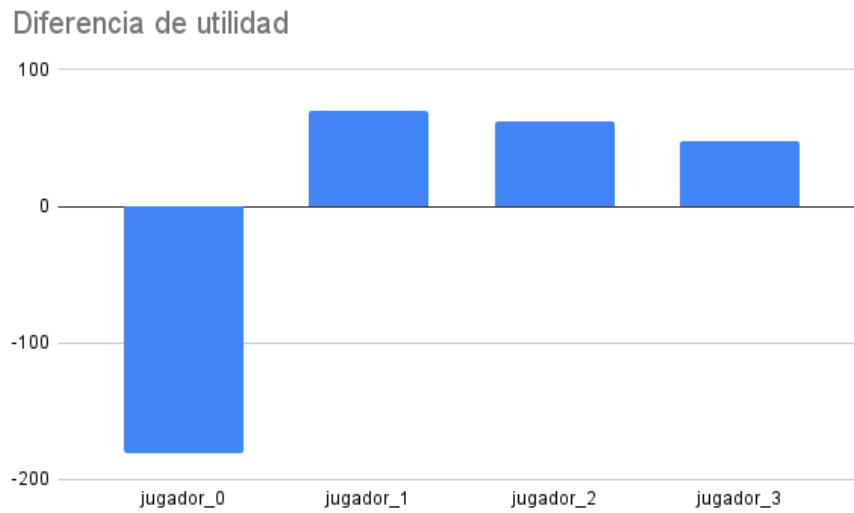


Figura A.193: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

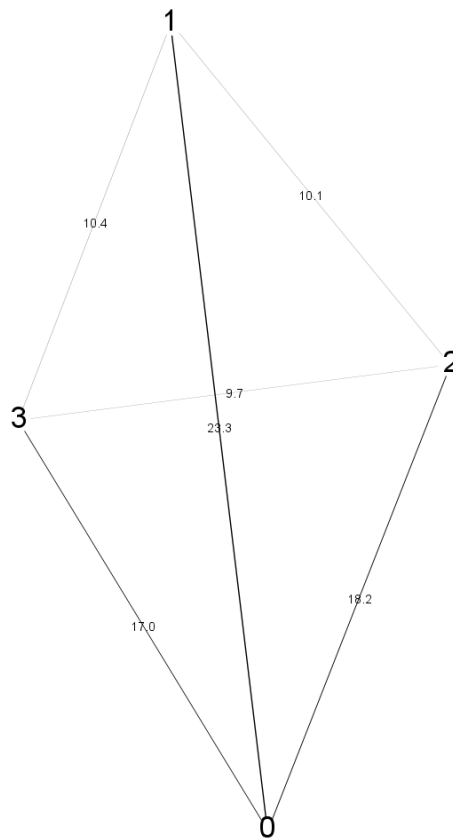


Figura A.194: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 65.3

Fuerza jugador 1: 41.2

Fuerza jugador 2: 39.599999999999994

Fuerza jugador 3: 41.9

Centralización de fuerza: 0.374

Varianza: 0.402

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	30 %
Jugador 1	20 %	30 %	40 %
Jugador 2	50 %	50 %	30 %
Jugador 3	10 %	0 %	0 %

Cuadro A.28: Porcentaje de victorias por fase

Progresion en puntos de victoria

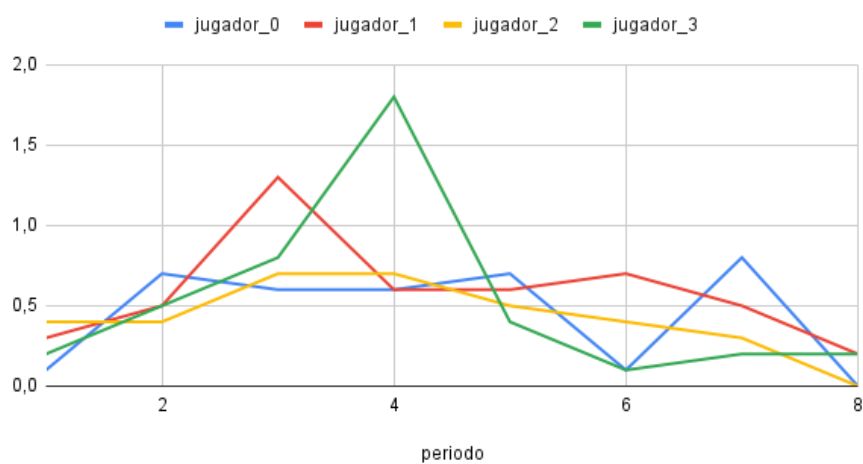


Figura A.195: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

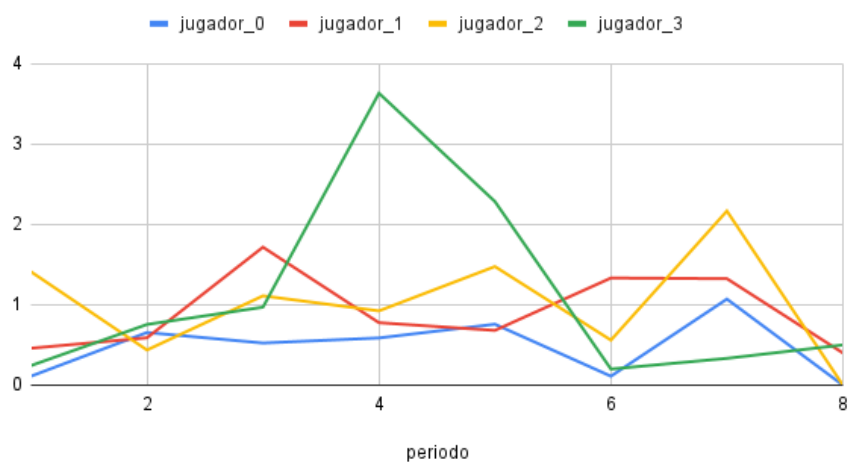


Figura A.196: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.29. IRRR

Participantes: Jugador 0, intercambista; jugador 1, reservado; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

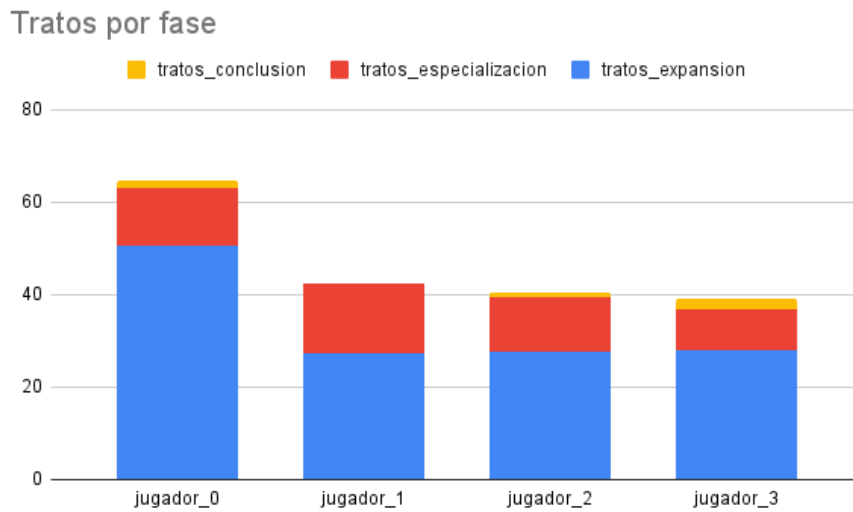


Figura A.197: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

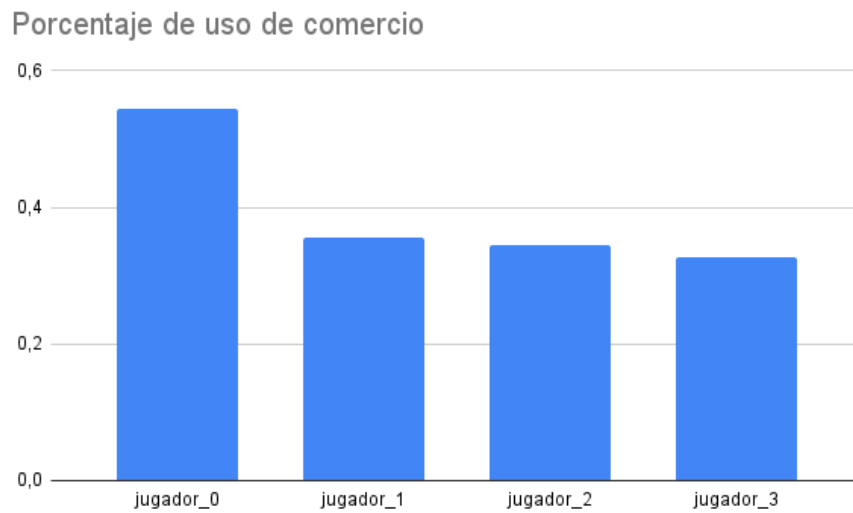


Figura A.198: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

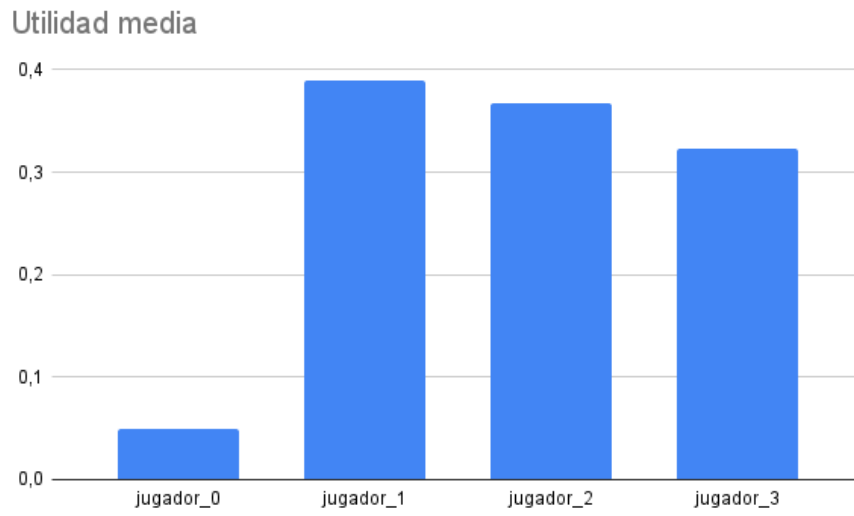


Figura A.199: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

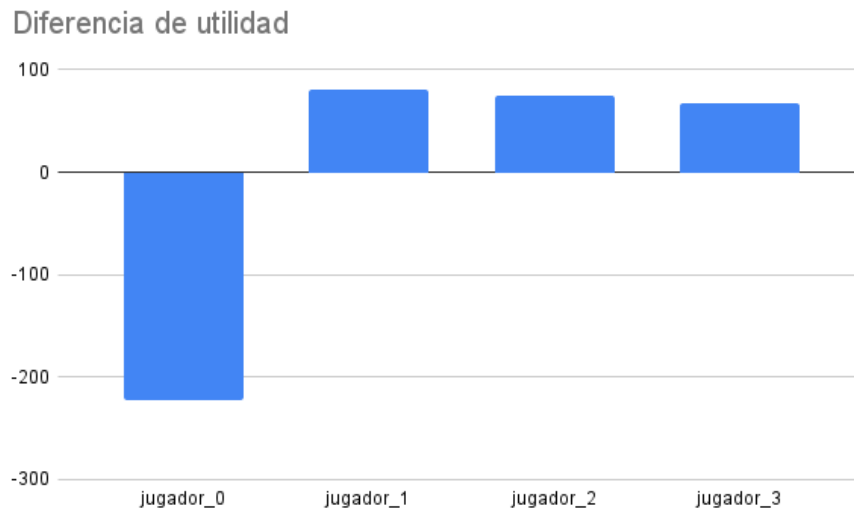


Figura A.200: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

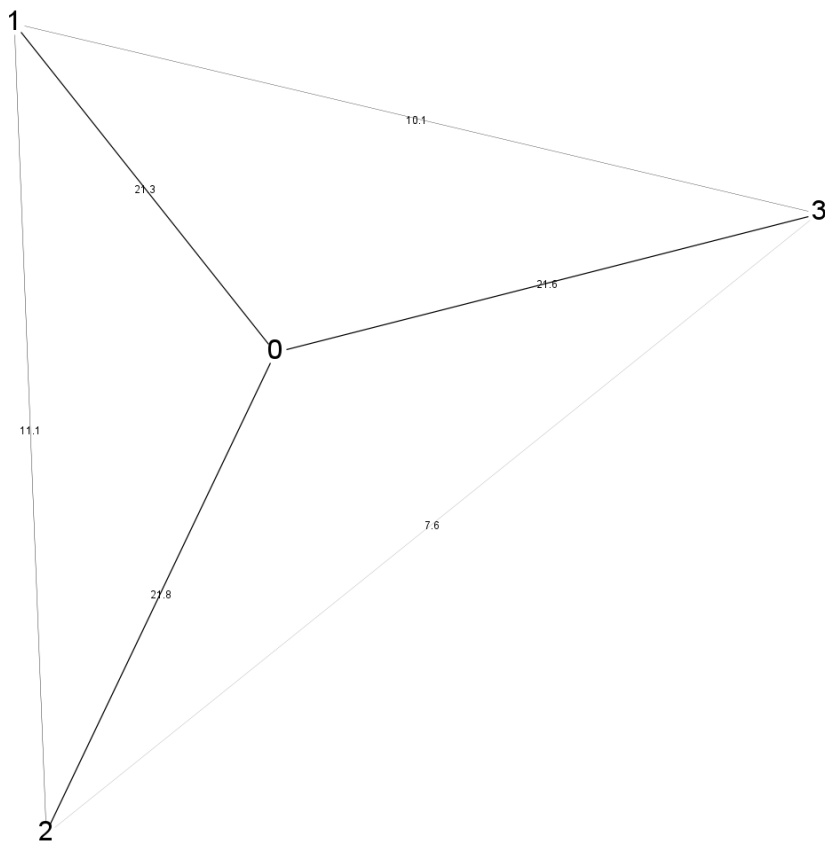


Figura A.201: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 64.7

Fuerza jugador 1: 42.5

Fuerza jugador 2: 40.5

Fuerza jugador 3: 39.300000000000004

Centralización de fuerza: 0.370

Varianza: 0.390

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	40 %	40 %	40 %
Jugador 1	50 %	20 %	30 %
Jugador 2	0 %	10 %	20 %
Jugador 3	10 %	30 %	10 %

Cuadro A.29: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

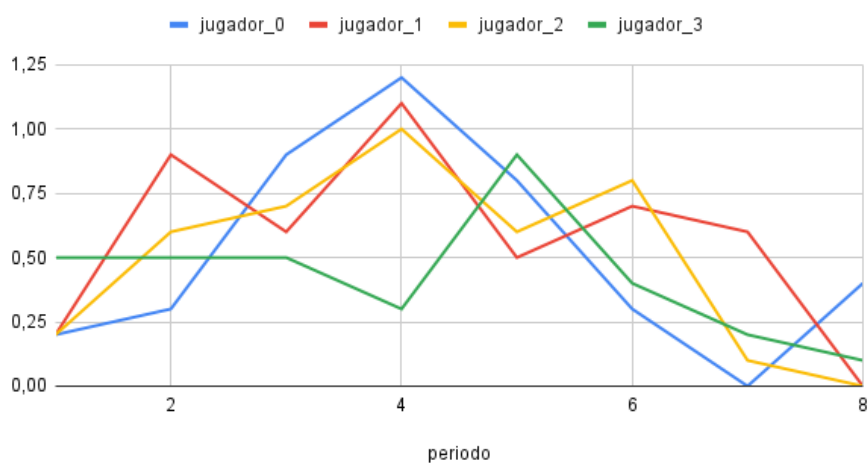


Figura A.202: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

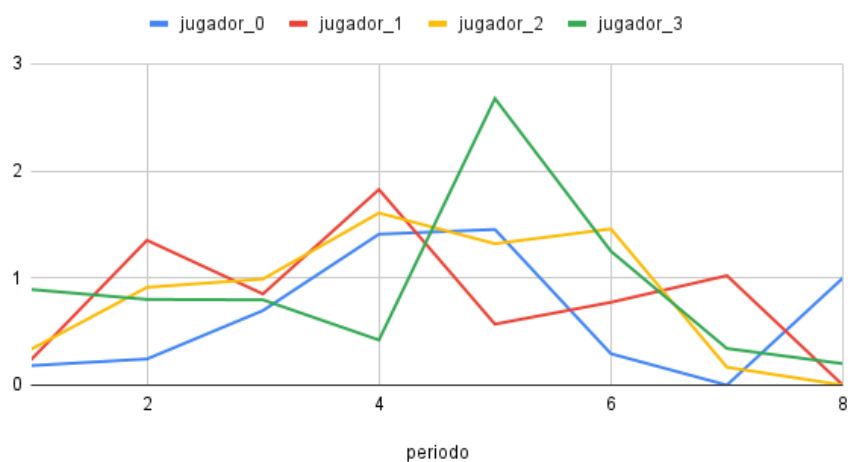


Figura A.203: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.30. PPPP

Participantes: Jugador 0, pragmático; jugador 1, pragmático; jugador 2, pragmático; jugador 3, pragmático.

Volumen

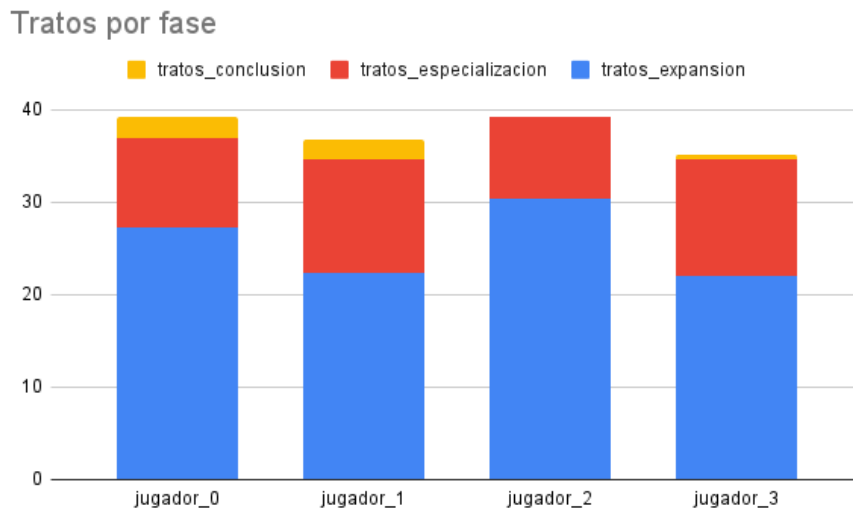


Figura A.204: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

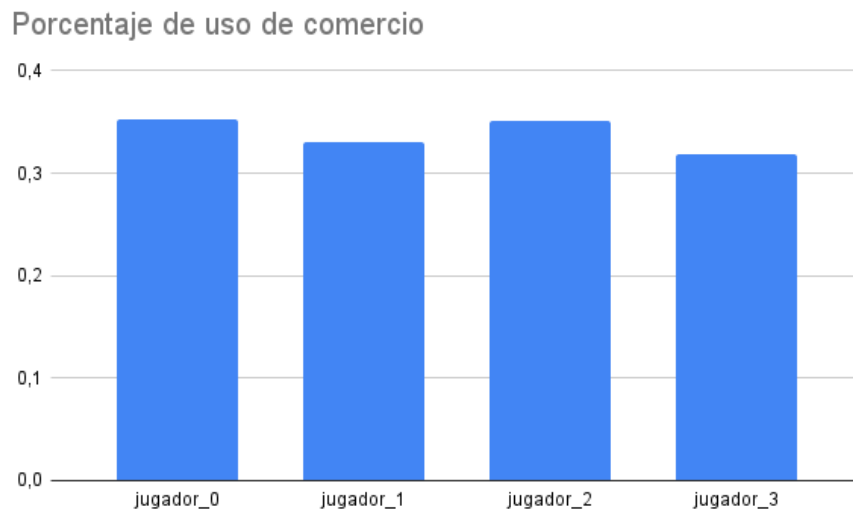


Figura A.205: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

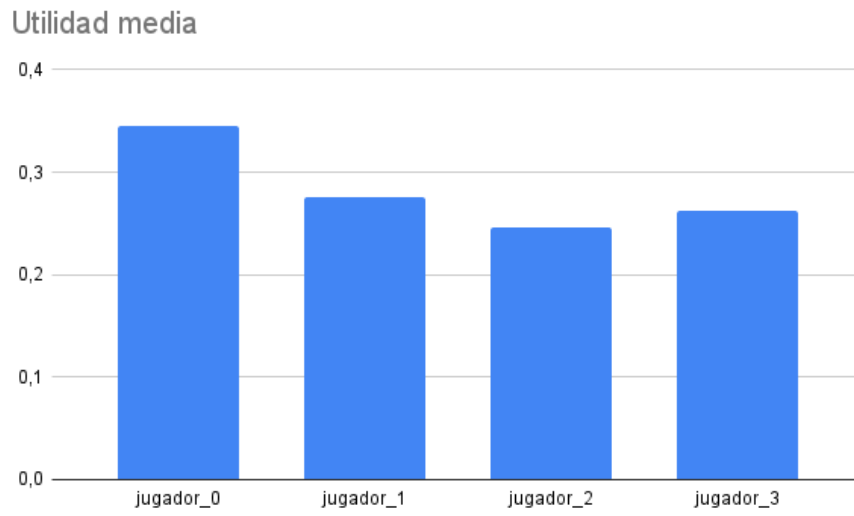


Figura A.206: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

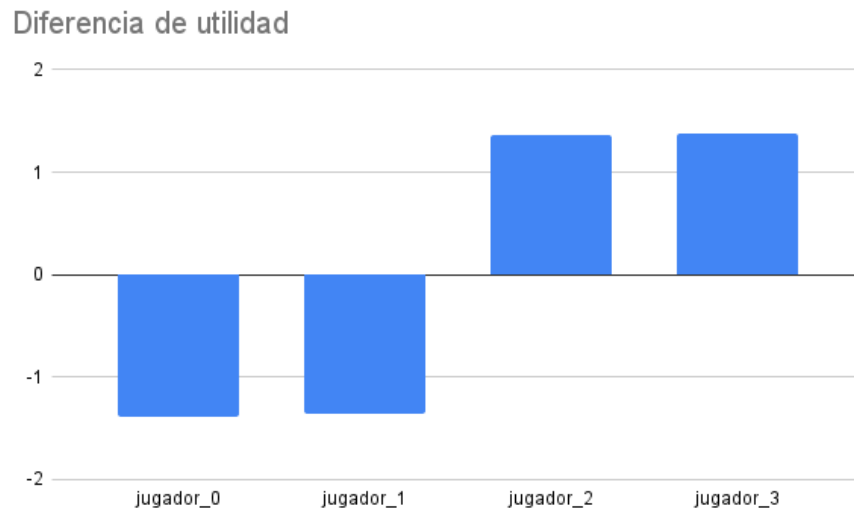


Figura A.207: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

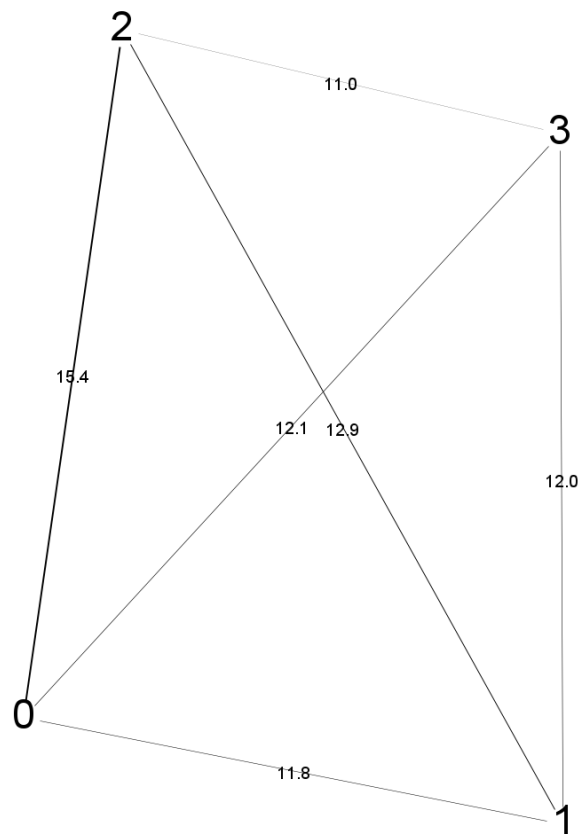


Figura A.208: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 39.300000000000004

Fuerza jugador 1: 36.7

Fuerza jugador 2: 39.3

Fuerza jugador 3: 35.1

Centralización de fuerza: 0.058

Varianza: 0.111

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	30 %	40 %
Jugador 1	50 %	60 %	20 %
Jugador 2	20 %	10 %	20 %
Jugador 3	10 %	0 %	20 %

Cuadro A.30: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

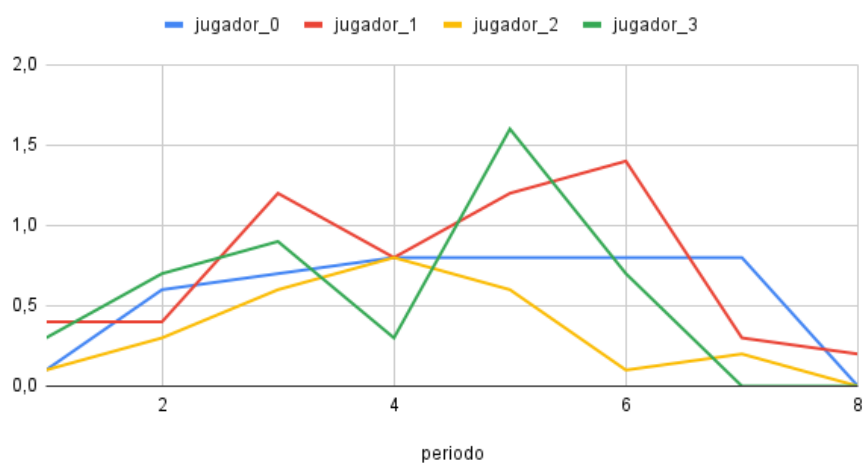


Figura A.209: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

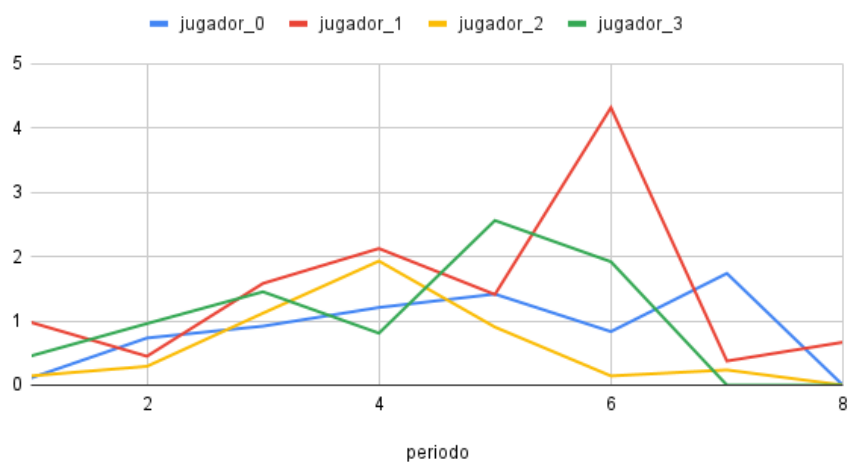


Figura A.210: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.31. PPR

Participantes: Jugador 0, pragmático; jugador 1, pragmático; jugador 2, pragmático; jugador 3, reservado.

Volumen

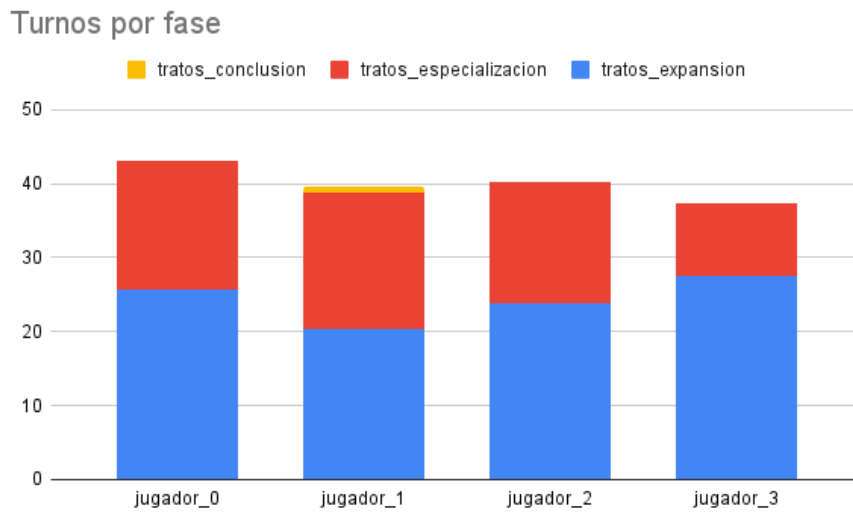


Figura A.211: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

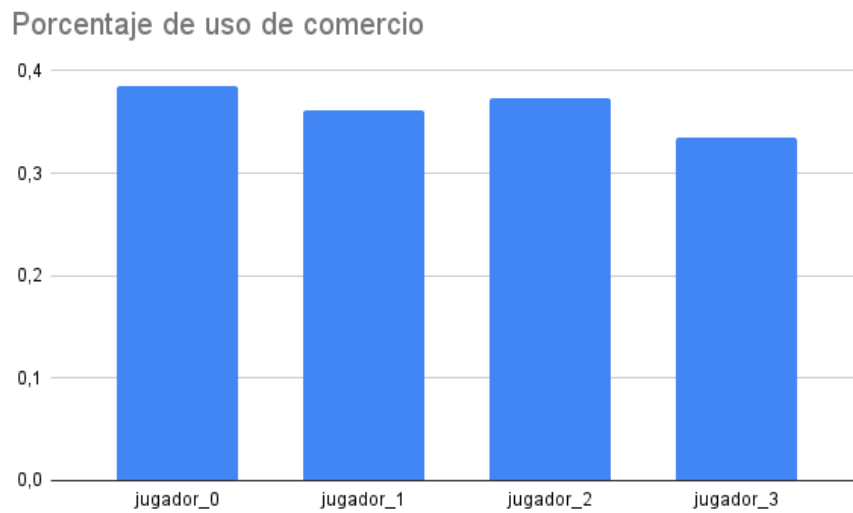


Figura A.212: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

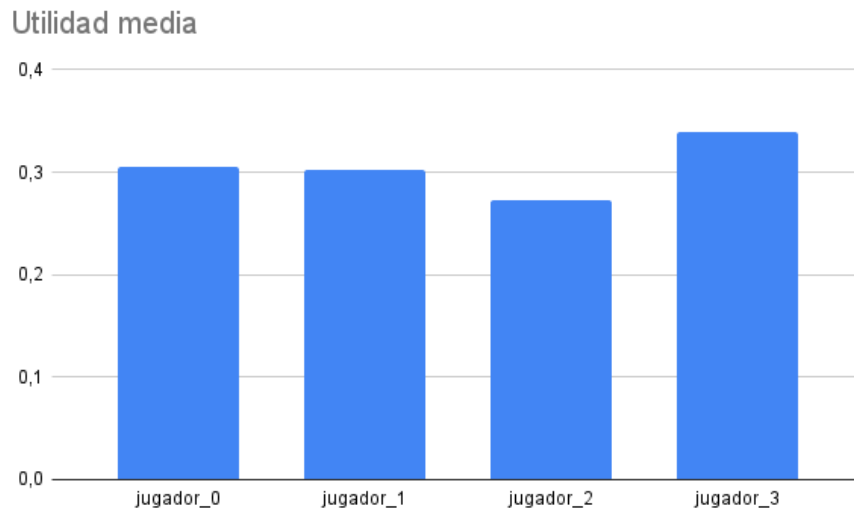


Figura A.213: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

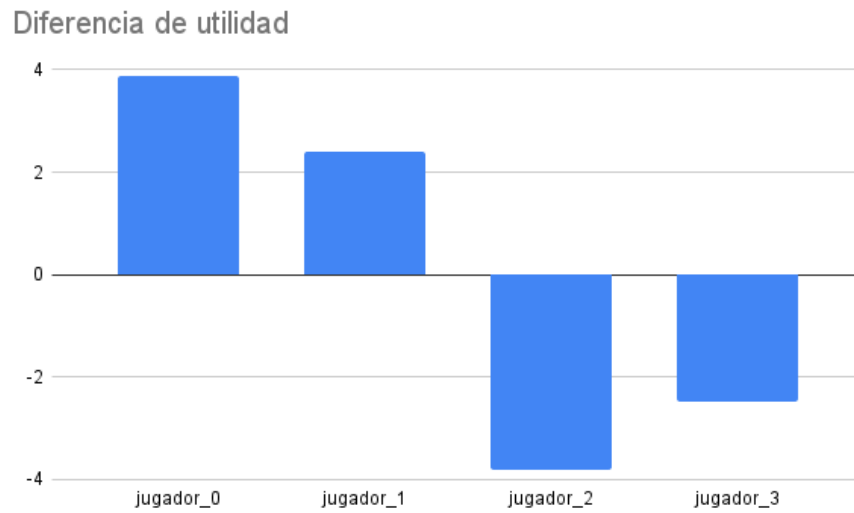


Figura A.214: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

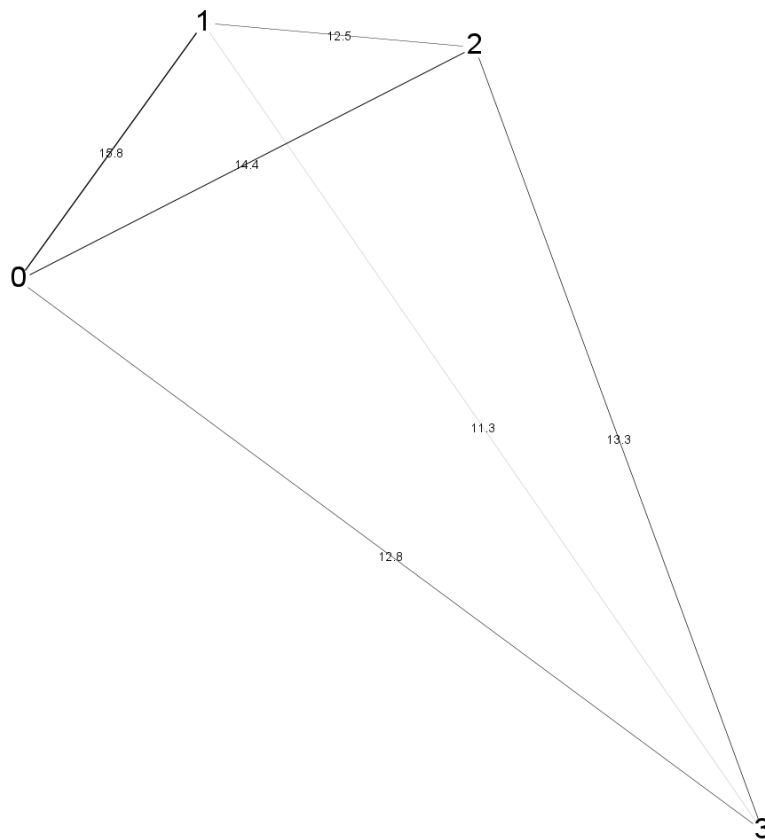


Figura A.215: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 43.0

Fuerza jugador 1: 39.6

Fuerza jugador 2: 40.2

Fuerza jugador 3: 37.400000000000006

Centralización de fuerza: 0.091

Varianza: 0.107

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	20 %	20 %	10 %
Jugador 1	50 %	40 %	30 %
Jugador 2	20 %	10 %	10 %
Jugador 3	10 %	30 %	50 %

Cuadro A.31: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

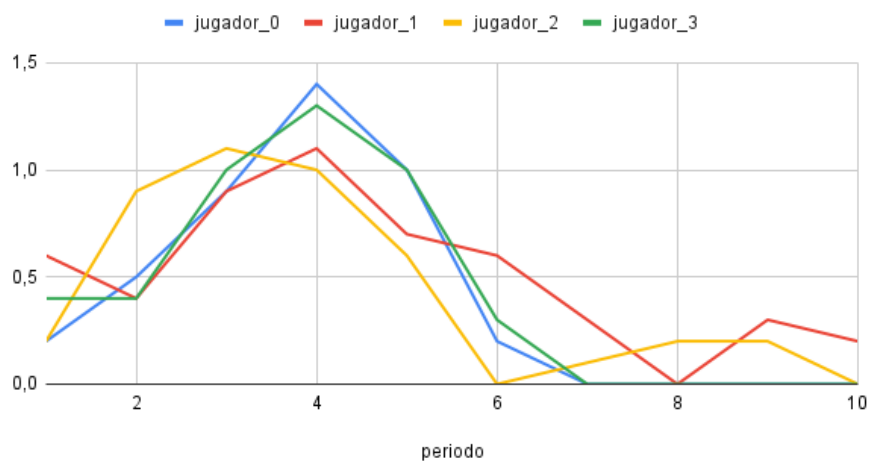


Figura A.216: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por platos realizados

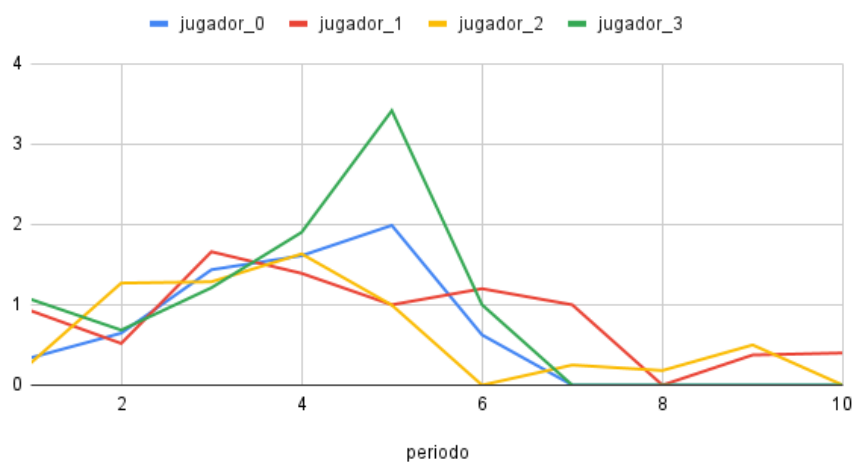


Figura A.217: Puntos de victoria por platos realizados

A.0.32. PPRR

Participantes: Jugador 0, pragmático; jugador 1, pragmático; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

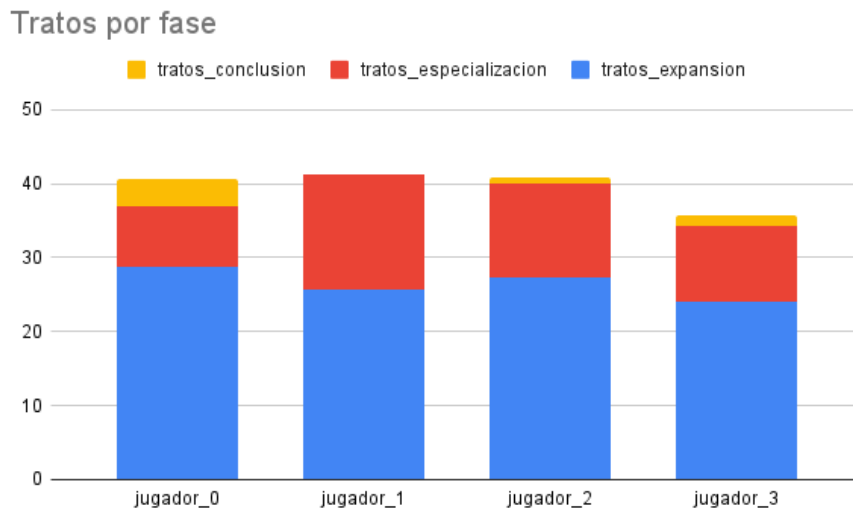


Figura A.218: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

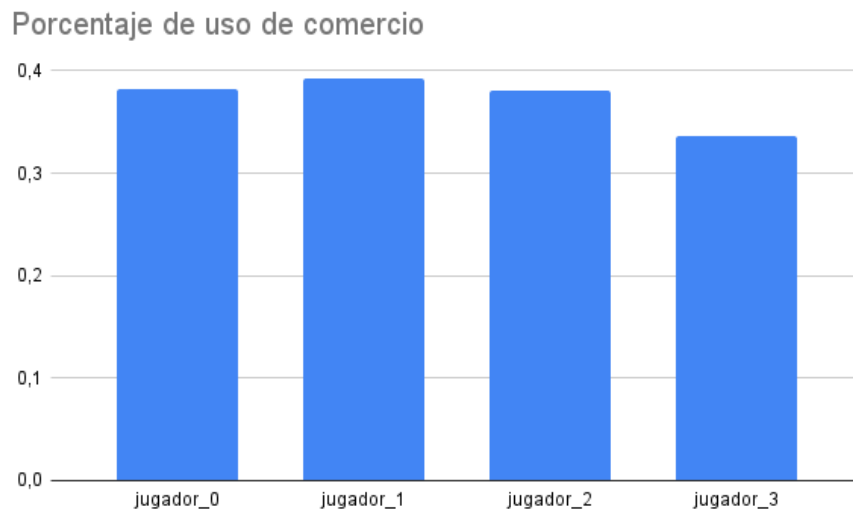


Figura A.219: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

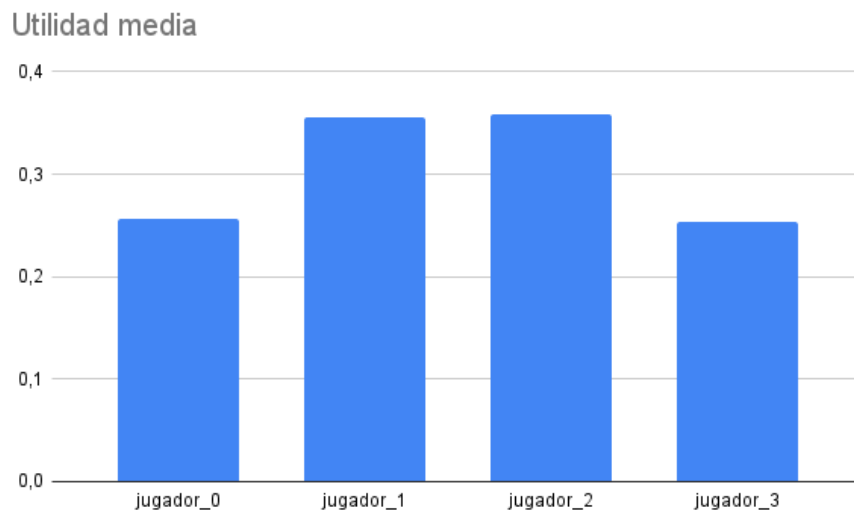


Figura A.220: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

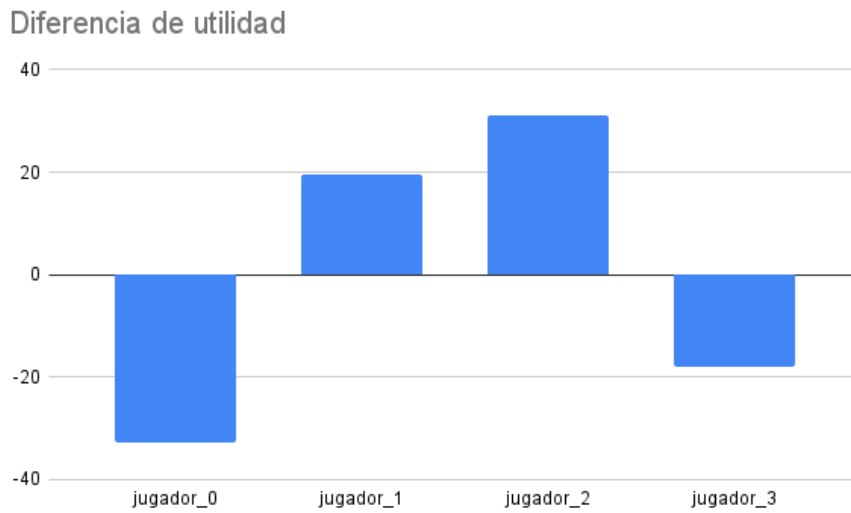


Figura A.221: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

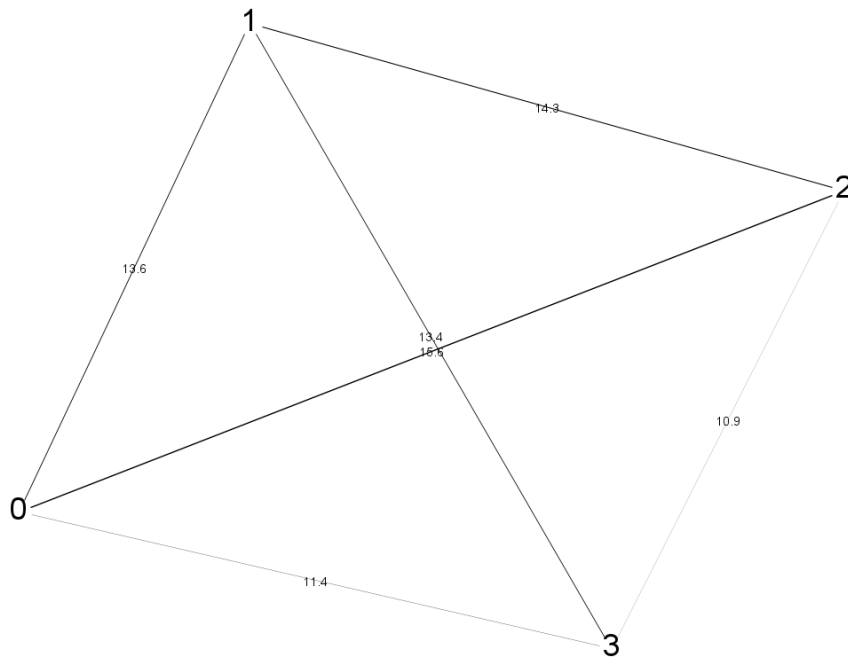


Figura A.222: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 40.6

Fuerza jugador 1: 41.3

Fuerza jugador 2: 40.8

Fuerza jugador 3: 35.7

Centralización de fuerza: 0.055

Varianza: 0.123

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	30 %	10 %	30 %
Jugador 1	10 %	40 %	30 %
Jugador 2	30 %	30 %	10 %
Jugador 3	20 %	20 %	30 %

Cuadro A.32: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

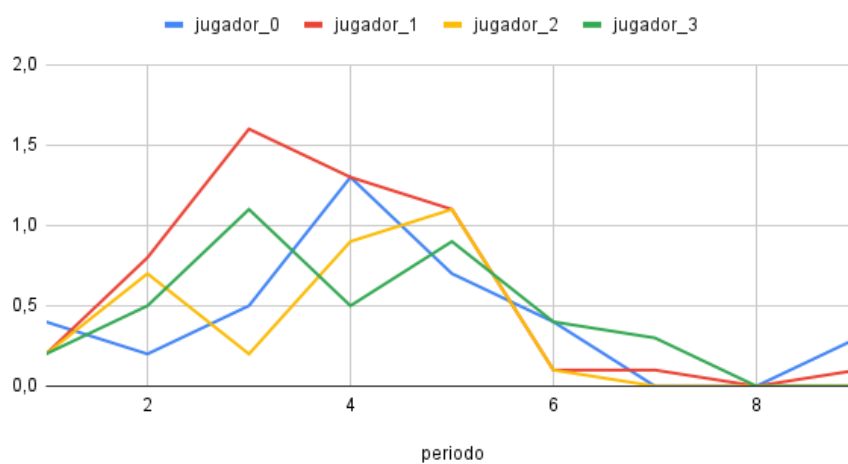


Figura A.223: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

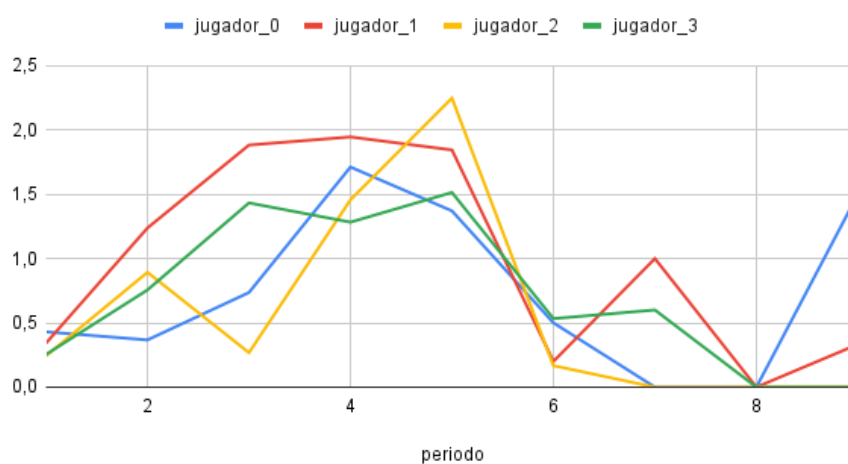


Figura A.224: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.33. PRRR

Participantes: Jugador 0, pragmático; jugador 1, reservado; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

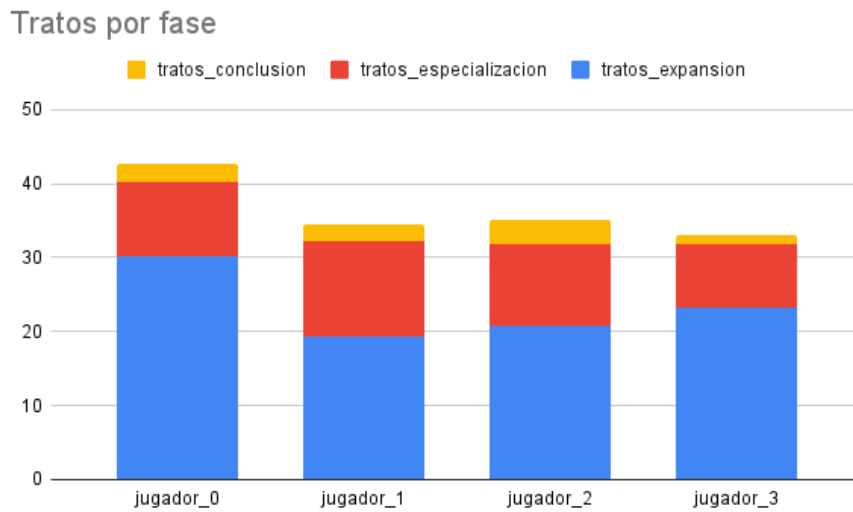


Figura A.225: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

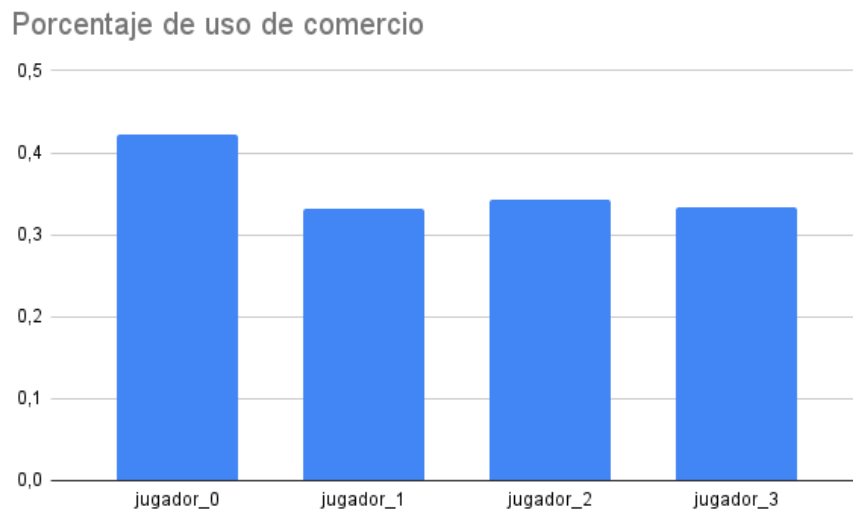


Figura A.226: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

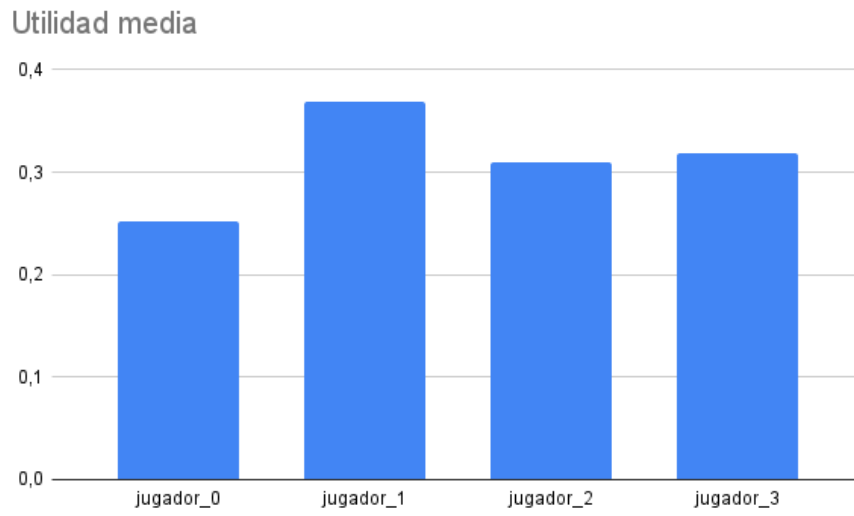


Figura A.227: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

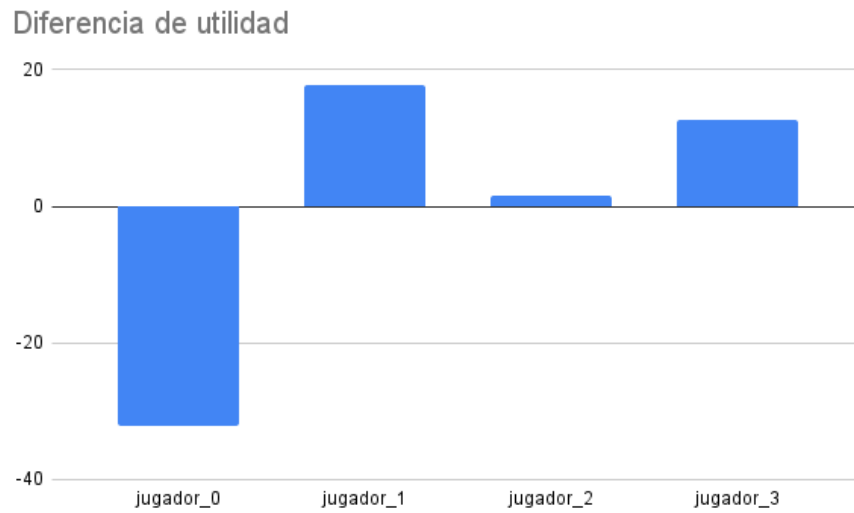


Figura A.228: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

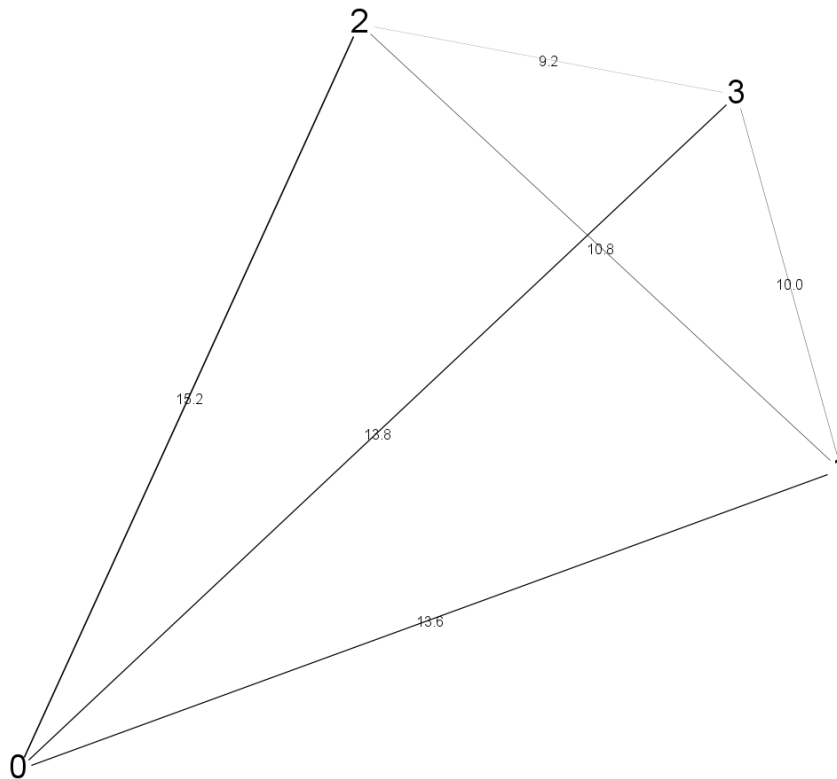


Figura A.229: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 42.599999999999994

Fuerza jugador 1: 34.4

Fuerza jugador 2: 35.2

Fuerza jugador 3: 33.0

Centralización de fuerza: 0.197

Varianza: 0.183

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	10%	30%	30%
Jugador 1	50%	50%	50%
Jugador 2	20%	10%	10%
Jugador 3	20%	10%	10%

Cuadro A.33: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

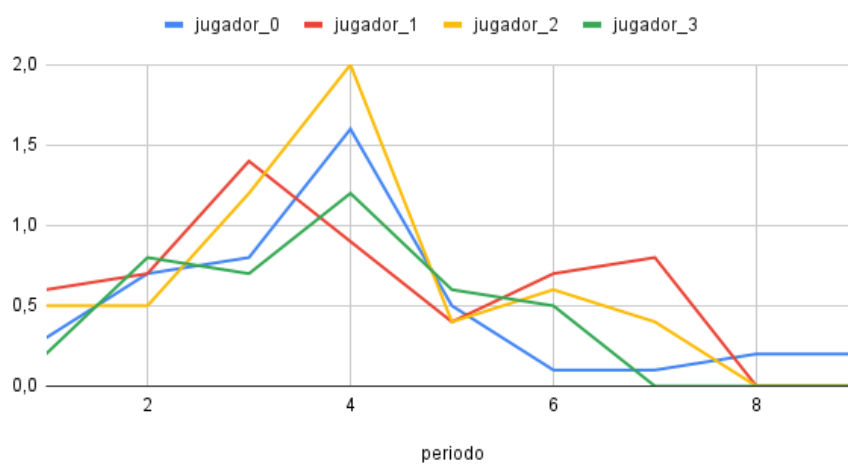


Figura A.230: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

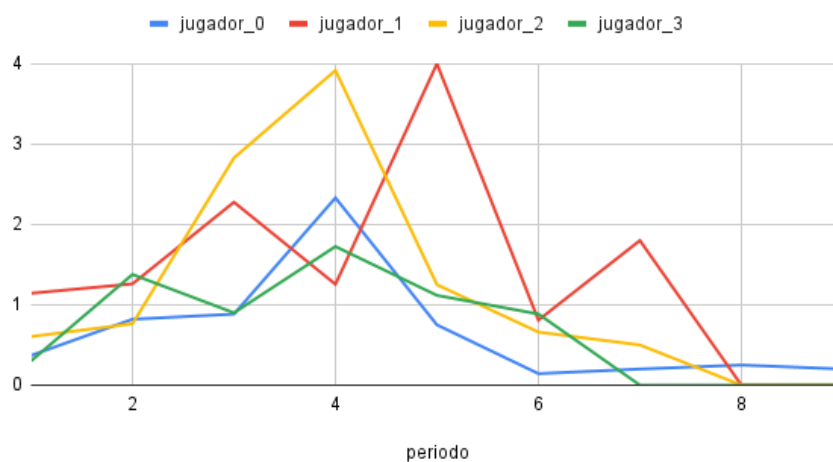


Figura A.231: Puntos de victoria por tratos realizados

A.0.34. RRRR

Participantes: Jugador 0, reservado; jugador 1, reservado; jugador 2, reservado; jugador 3, reservado.

Volumen

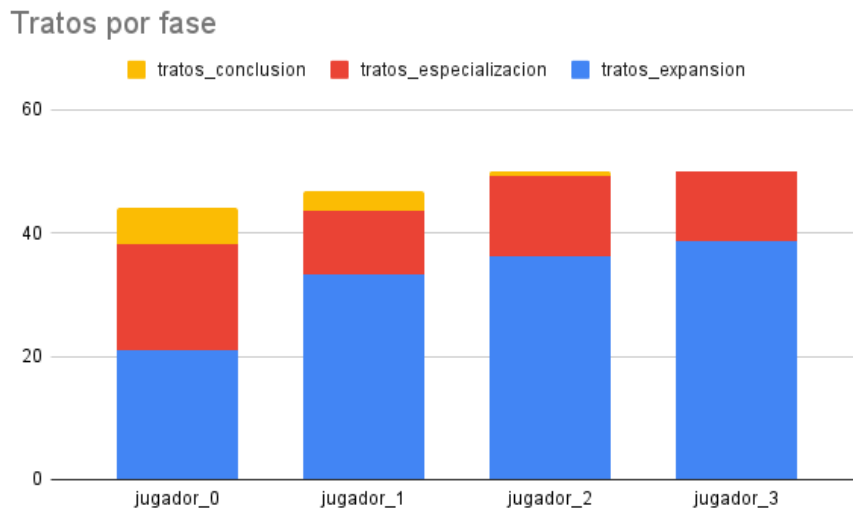


Figura A.232: Tratos totales de cada jugador diferenciados por fase

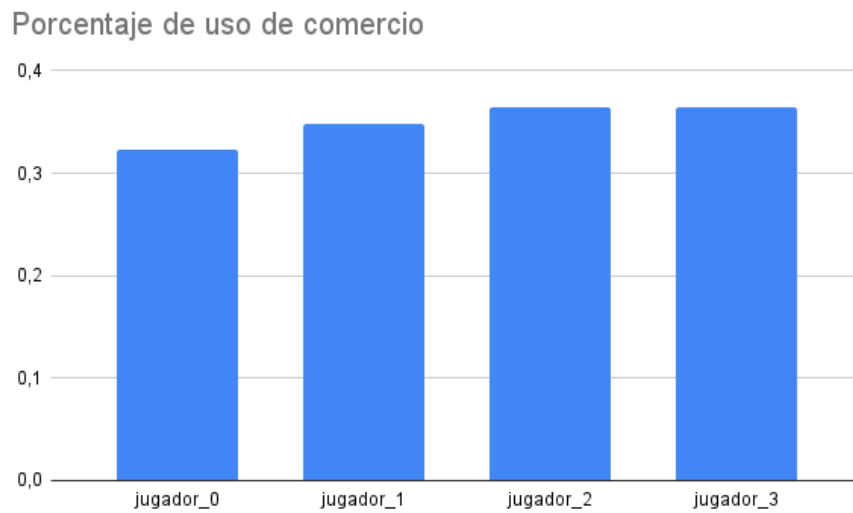


Figura A.233: Porcentaje de turnos en los que uso el comercio sobre el total

Calidad

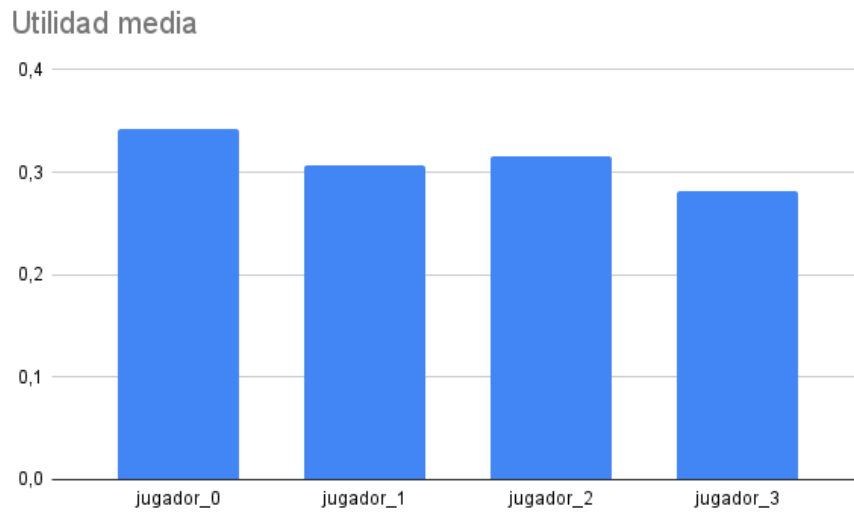


Figura A.234: Utilidad media desde una visión pragmática de cada trato

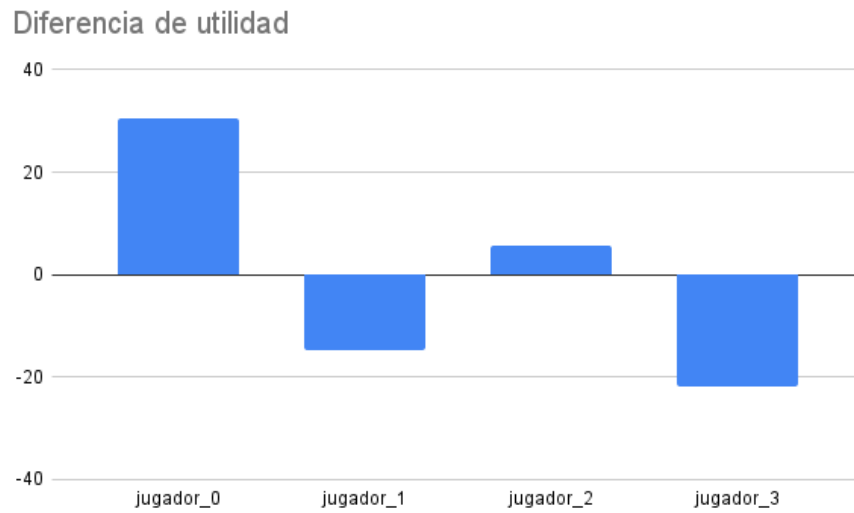


Figura A.235: Diferencia de utilidad por trato

Dinamicas

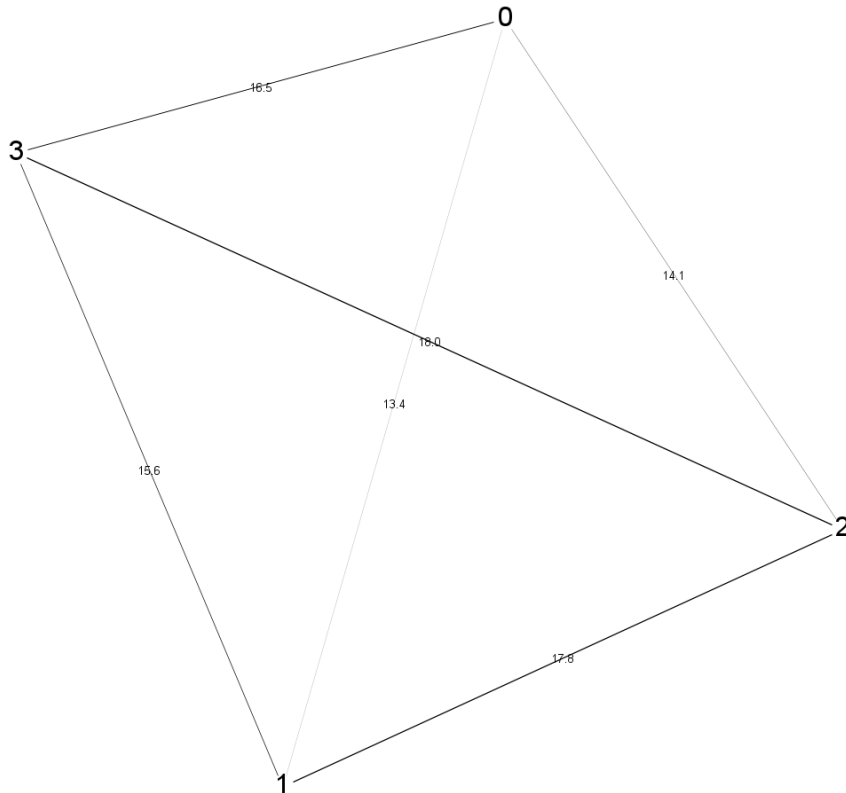


Figura A.236: Grafo de dinámicas

Datos sobre el grafo: Fuerza jugador 0: 44.0

Fuerza jugador 1: 46.800000000000004

Fuerza jugador 2: 49.9

Fuerza jugador 3: 50.1

Centralización de fuerza: 0.064

Varianza: 0.109

Progreso

Jugadores	Expansión	Especialización	Partida
Jugador 0	60%	40%	30%
Jugador 1	20%	30%	30%
Jugador 2	10%	20%	30%
Jugador 3	10%	10%	10%

Cuadro A.34: Porcentaje de victorias por fase

Progreso en puntos de victoria

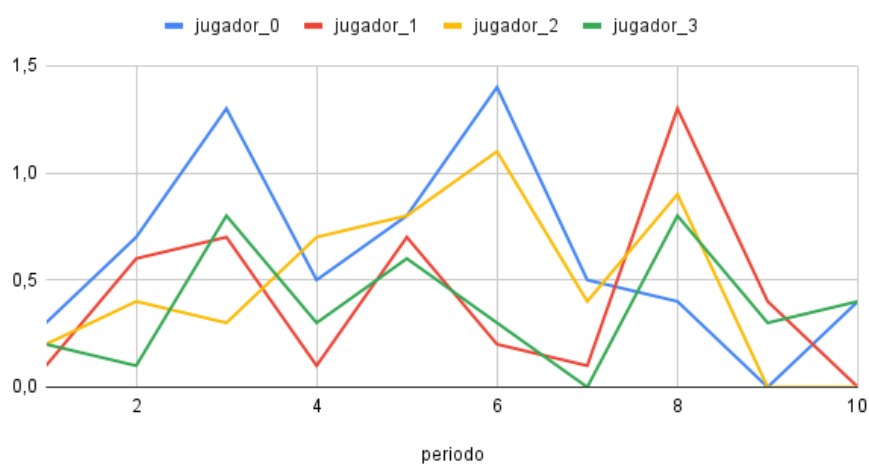


Figura A.237: Progreso en puntos de victoria cada 5 turnos

Puntos de victoria por tratos realizados

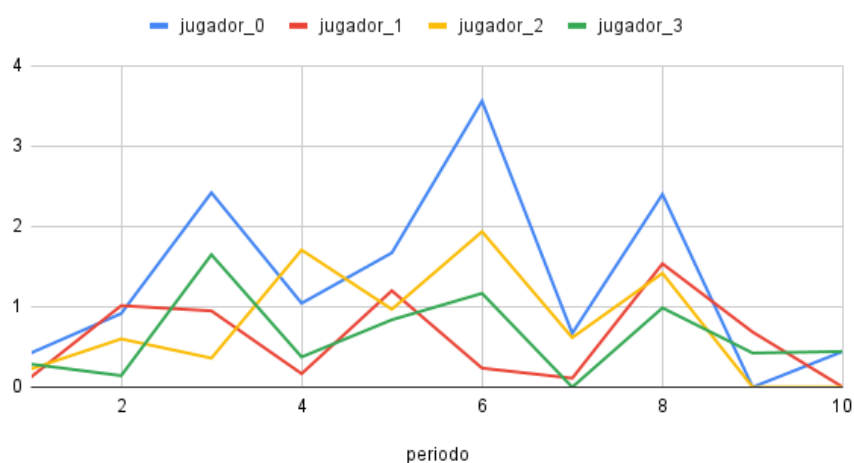
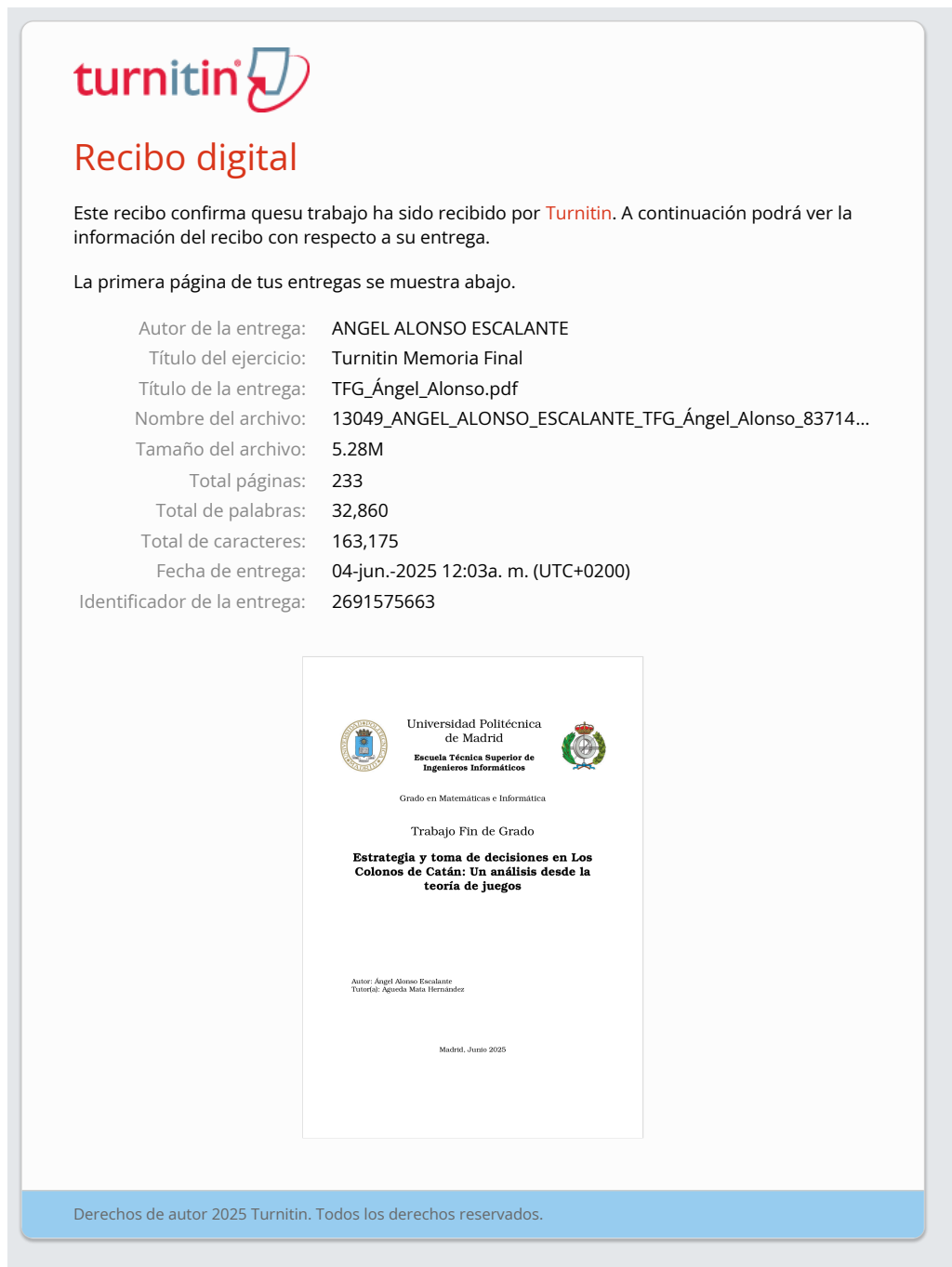


Figura A.238: Puntos de victoria por tratos realizados

Apéndice B

Segundo anexo

En este anexo figura el recibo generado por la herramienta Turnitin, donde mostró únicamente un 2 % de plagio:



The image shows a digital receipt from Turnitin. At the top left is the Turnitin logo. Below it is the heading "Recibo digital". The main text states that the work has been received and provides information on how to view the receipt. A list of submission details follows, including author, title, filename, size, page count, word count, character count, date, and ID. Below this is a thumbnail of the document cover page, which includes the logos of the Universidad Politécnica de Madrid and the Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos, the degree name, the title of the thesis, the author's name, the tutor's name, and the date.

turnitin

Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por **Turnitin**. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.


Autor de la entrega: ANGEL ALONSO ESCALANTE
Título del ejercicio: Turnitin Memoria Final
Título de la entrega: TFG_Ángel_Alonso.pdf
Nombre del archivo: 13049_ANGEL_ALONSO_ESCALANTE_TFG_Ángel_Alonso_83714...
Tamaño del archivo: 5.28M
Total páginas: 233
Total de palabras: 32,860
Total de caracteres: 163,175
Fecha de entrega: 04-jun.-2025 12:03a. m. (UTC+0200)
Identificador de la entrega: 2691575663

Universidad Politécnica de Madrid
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos
Grado en Matemáticas e Informática
Trabajo Fin de Grado
Estrategia y toma de decisiones en Los Colonos de Catán: Un análisis desde la teoría de juegos
Autor: Ángel Alonso Escalante
Tutor(a): Agueda Mata Hernández
Madrid, Junio 2025

Derechos de autor 2025 Turnitin. Todos los derechos reservados.

Figura B.1: Caption

Este documento esta firmado por



Firmante	CN=tfgm.fi.upm.es, OU=CCFI, O=ETS Ingenieros Informaticos - UPM, C=ES
Fecha/Hora	Wed Jun 04 12:27:06 CEST 2025
Emisor del Certificado	EMAILADDRESS=camanager@etsiinf.upm.es, CN=CA ETS Ingenieros Informaticos, O=ETS Ingenieros Informaticos - UPM, C=ES
Numero de Serie	561
Metodo	urn:adobe.com:Adobe.PPKLite:adbe.pkcs7.sha1 (Adobe Signature)