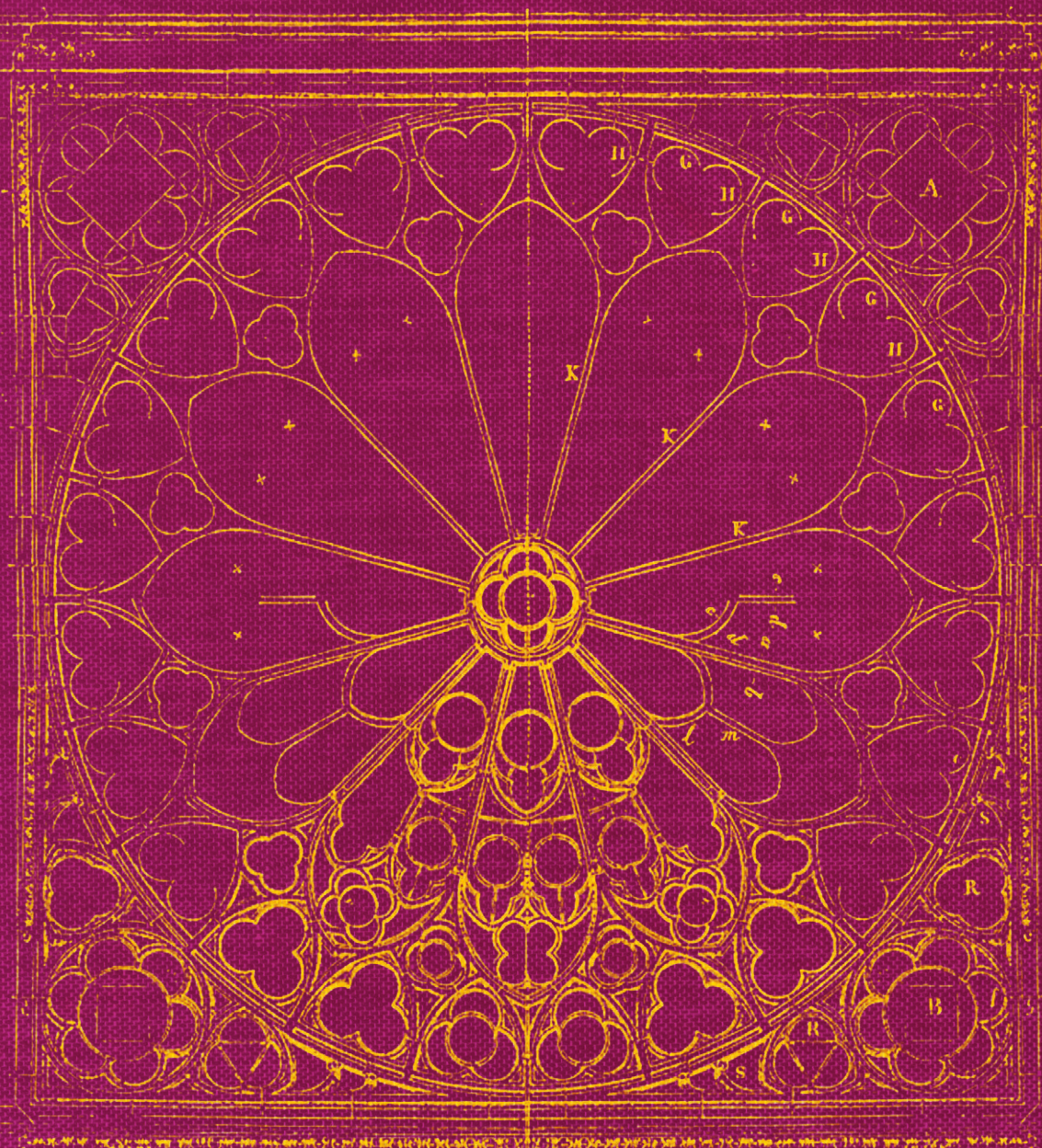


Análisis límite de rosetones

Geometría, equilibrio y compatibilidad

Sergio Panadero



Análisis límite de rosetones:

Geometría, equilibrio y compatibilidad

Sergio Panadero Bautista

Tutor
César de Santos Berbel
Departamento de Estructuras y Física de Edificación

Aula TFG 1
Esther Moreno Fernández | Coordinadora
Raquel Álvarez Rodríguez | Adjunta

Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid
Universidad Politécnica de Madrid
Enero 2026



*“It seems clear that a hole may be punched
through a masonry wall with relative impunity”*

Jacques Heyman

Resumen

Los rosetones son una de las imágenes más icónicas de muchos templos, tales como catedrales góticas, convierten la luz exterior en un juego de colores que ilumina el interior de las naves. Sin embargo, no se ha prestado tanta atención al análisis estructural de los rosetones como al de otros elementos estructurales históricos de fábrica, tales como arcos, bóvedas, cúpulas o estribos, ya que no constituyen una estructura principal, sino que solamente deben resistir a las acciones que inciden sobre ellos. La acción principal a la que se enfrenta un rosetón es la del viento, que es resistida por los maineles formando un entramado de arcos planos, que en conjunto desarrolla un comportamiento de bóveda plana. En este trabajo se aborda la historia de la construcción de este elemento, su evolución formal y las claves constructivas de los rosetones. Se estudia el análisis límite de los rosetones, su comportamiento, movimientos, estabilidad, equilibrio y mecanismos de colapso. Se han construido modelos físicos de rosetones, consistentes en maquetas, para su estudio y comparación con modelos analíticos. Además, se ha utilizado la estática gráfica para comprender los fundamentos de los modelos analíticos de rosetones. Los modelos analíticos se han estudiado utilizando un programa en MATLAB desarrollado por profesores del Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Este programa utiliza los fundamentos de programación lineal matemática, cuya función objetivo a minimizar es el empuje en el entramado de arcos planos formado por los maineles del rosetón, sujeto al cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio en el espacio y que los esfuerzos axiales resultantes sean de compresión. Se ha verificado el funcionamiento y los resultados de este programa mediante un caso de estudio sencillo a partir de la comprobación de equilibrio y un ensayo sobre una maqueta. Los resultados de los modelos analíticos permiten comprobar que las uniones entre maineles frecuentemente constituyen secciones en las que las juntas tienden a abrirse, lo que los canteros conocían empíricamente, por eso colocaban claves monolíticas en estas secciones. Los resultados también evidencian que la subdivisión y ramificación de los maineles proporciona mayor estabilidad a los rosetones.

Palabras clave: historia de la construcción, rosetones, estructuras de fábrica, análisis límite, mecanismos de colapso, modelos físicos.

Índice

Resumen	iv
Prólogo.....	vii
1 Introducción.....	1
1.1. Contexto histórico.....	2
1.2. Construcción. Estereotomía	9
Primeros rosetones.....	11
Rosetones de placa.....	12
Rosetones góticos	15
Generalidades y datos históricos.....	20
2 Desarrollo de la materia.....	25
2.1. Las hipótesis de las estructuras de fábrica	27
2.2. Mecánica de rosetones	28
El arco plano	28
Equilibrio de rosetones	29
2.3. Thrust Network Analysis	33
2.4. Otros trabajos.....	36
3 Objetivos y metodología.....	39
4 Análisis límite de rosetones	41
4.1. Investigaciones previas	41
4.2. Movimientos, grietas y colapsos.....	45
Movimientos perpendiculares al plano	46
Movimientos paralelos al plano	50
4.3. El rosetón como mecanismo	53
4.4. Análisis límite mediante Matlab	55

Programación lineal.....	55
Funcionamiento del programa.....	56
4.4.1. Caso piloto	61
4.4.2. Rosetón con óculo central	67
4.4.3. Rosetón con radios girados.....	71
4.4.4. Caso de estudio: rosetón Puerta del Sarmental, Burgos	76
5 Conclusiones	87
Trabajos futuros.....	89
Bibliografía	91
Glosario.....	95
Índice de figuras.....	101

Prólogo

El presente trabajo surge gracias al Dr. Santiago Huerta, que propuso la idea de hacer un análisis estructural de los rosetones. Sin embargo, el deseo de realizarlo nace a partir de la inquietud propia, gracias a la asignatura de Intensificación de Estructuras, donde descubrí el mundo de las estructuras históricas y el de la estática gráfica.

El análisis de estructuras históricas está presente en la actualidad, hay que mantener aquellas estructuras que nos han dejado nuestros antepasados, verdaderas hazañas de la construcción. Sin embargo, es un mundo con falta de profesionales y de relevancia en las escuelas, y me atrevería a decir, que solos somos conscientes de la existencia de esta rama de las estructuras gracias a las asignaturas de Intensificación de Estructuras y Taller de Bóvedas Tabicadas.

Desde el primer momento en el que empecé a pensar en el Trabajo de Fin de Grado, solo sabía que quería investigar algo poco estudiado. No quería analizar un edificio existente que probablemente decenas de personas hayan investigado, o un sistema estructural que lleva existiendo y funcionando desde antes de que yo naciera. No sabía nada más, tan solo mi motivación por aprender cosas nuevas y hacer un trabajo que no se quede en algo anecdótico, sino que pueda servir a otros, o a mí mismo para futuras investigaciones o trabajos.

Es por ello, que, entre todos los temas relacionados con las estructuras, surge la motivación de analizar los rosetones. En el curso de Intensificación en Estructuras de Edificación, aprendimos a analizar arcos, cúpulas, bóvedas de crucería, arcos planos, arbotantes, rosetones, escaleras, agujas y torres, unos con más detalles que otros, pero, los rosetones, se quedaron algo escuetos.

Por todo lo anterior, decido realizar este trabajo, el cual se centra en el análisis límite de rosetones. El objetivo es analizar los mecanismos de colapso de estas construcciones cuando se les impone ciertas condiciones de contorno y pequeños movimientos, intentado analizar situaciones que se puedan dar en la vida real, y no en un modelo. También se aborda el contexto histórico del rosetón, al igual que se estudiará el estado de la teoría de las estructuras de fábrica, en especial a la teoría desarrollada para rosetones.

No querría empezar este trabajo sin dar las gracias al Dr. César de Santos por su continuo apoyo y las constantes tutorías que hemos tenido a lo largo de este trabajo, y, también, al Dr. José Ignacio Hernando, que me despertó esta motivación por las estructuras, y también ha ayudado en el desarrollo de este trabajo.

1

Introducción

El rosetón, esa ventana circular que ilumina de forma tan única, especial y de color las catedrales, particularmente las góticas, es una parte característica de muchas de ellas. Junto con las bóvedas, arcos, torres, agujas, arbotantes, contrafuertes, forman un sistema que nos llega hasta nuestros días. Siglos han pasado, y siglos pasarán, y las estructuras históricas, griegas, romanas, góticas, entre muchas otras, seguirán en pie. Han sobrevivido tanto a catástrofes naturales, como terremotos, incluyendo a catástrofes artificiales, tales como guerras. Templos y catedrales, construidos con piedra, ladrillo o mampostería, han perdurado en el tiempo, mientras que sus vecinos de madera, hormigón, o acero, se iban reemplazando y derrumbando, y todo debido a la gran estabilidad de las estructuras de fábrica.

Dejando de lado las acciones sísmicas, las acciones principales sobre las edificaciones, incluyendo las construcciones de fábrica antiguas, son las cargas gravitatorias y las cargas de viento en las construcciones en altura. En las estructuras de fábrica, los elementos más estudiados y comprendidos son los arcos y las bóvedas. Sin embargo, el rosetón, este elemento tan representativo, en lo que a historia, construcción y belleza se refiere, es uno de los grandes olvidados de la teoría estructural de las construcciones históricas, probablemente por no ser un elemento estructural de primer grado.

Un artículo, que podría definirse un tanto anecdótico (Heyman, 2003), es el que impulsa este estudio. Anecdótico por su poca difusión, no por su contenido, ya que se expone claramente el funcionamiento estructural de un rosetón, pero no se adentra en temas constructivos, y se queda en el modelo.

En este texto se aborda el contexto histórico del elemento y su evolución constructiva y formal. Además, se estudian las decisiones empíricas que tomaban los canteros, con el fin de hacer más estables estas estructuras. Se estudia la teoría básica de estructuras basada en estática gráfica y su aplicación a los rosetones.

A partir de un programa de programación lineal desarrollado en Matlab por profesores del departamento, se estudia el comportamiento, equilibrio, estabilidad y mecanismos de colapso de los rosetones, mediante la imposición de condiciones

de contorno. Se estudian 4 casos, 1 piloto, 2 de prueba un poco más complejos, y, por último, un caso de estudio, el rosetón de la Catedral de Burgos.

1.1. Contexto histórico

El rosetón es un elemento característico de las catedrales, especialmente las góticas. Hay documentación sobre la construcción de los rosetones, pero debido a la antigüedad de estas, está llena de hipótesis que, aunque parecen bastante plausibles, no existe un consenso absoluto sobre el desarrollo cronológico de este elemento constructivo. Una de las razones es que son elementos muy vulnerables a la intemperie, y los primeros rosetones, de madera y piedra, se deterioraban. Los de madera son elementos excepcionales y los de piedra están restaurados total o parcialmente. (Kobler, 1988)

El rosetón tal y como lo conocemos ahora, se define como una ventana circular formada por tracería de piedra, que estructuran las vidrieras que contienen. Aunque los había de madera (Fig. 1) como de metal (Fig. 2), pero ante su escasez en la actualidad, nos centramos en aquellos de fábrica.

Se encontraban principalmente en edificios religiosos, en los hastiales y fachadas de las naves. En Francia, España e Inglaterra se ubican en el claristorio, casi siempre justo debajo de las bóvedas. En Italia también en la fachada principal, aunque eran más libres respecto a su posición vertical y no estaban debajo de la bóveda con carácter general. En países de habla alemana se ubicaba generalmente sobre el portal, aunque este no estuviera en la fachada principal (Kobler, 1988).

Estas construcciones nacen en el románico, como pequeñas aperturas circulares que no pasaban del metro de diámetro, que permitían la entrada de luz a distintos espacios (Cowen, 1979).

Su aparición en las catedrales tiene como origen en los triforios. Se quería aligerar la construcción y a su vez proporcionar luz bajo el tejado de la galería tras el triforio (Viollet-le-Duc, 1854), en caso de tenerla. Abrir un hueco en forma de ventana rectangular no era muy estético, y surgía el problema de, al no tener muro entre pilares, arriostrar los pilares. Entonces, la idea de abrir huecos para iluminar y de arriostrar los pilares al mismo tiempo, llevó en muchas ocasiones a la forma circular (Viollet-le-Duc, 1866). Como ejemplo de estas pequeñas aperturas que no encabezaban la catedral, tenemos los de la Catedral de Notre Dame de París. En la nave principal encontramos estos rosetones en el triforio (J en Fig. 3), que daban luz al bajo el techo tras ellos (E en Fig. 3) (Viollet-le-Duc, 1854).

Estas aperturas a medida que fueron creciendo de tamaño, resultaron en ser sobrias, por lo que los maestros de la época los rellenaban con tracería más o menos elaborada (Viollet-le-Duc, 1866). Además, frente al aumento de su diámetro, que permitía iluminar mejor el espacio, las inclemencias climáticas, como la lluvia y el viento, se agravaban (Cowen, 1979), y surge la necesidad de vidriar los rosetones, los cuales son estructurados por la tracería en el interior de la apertura.

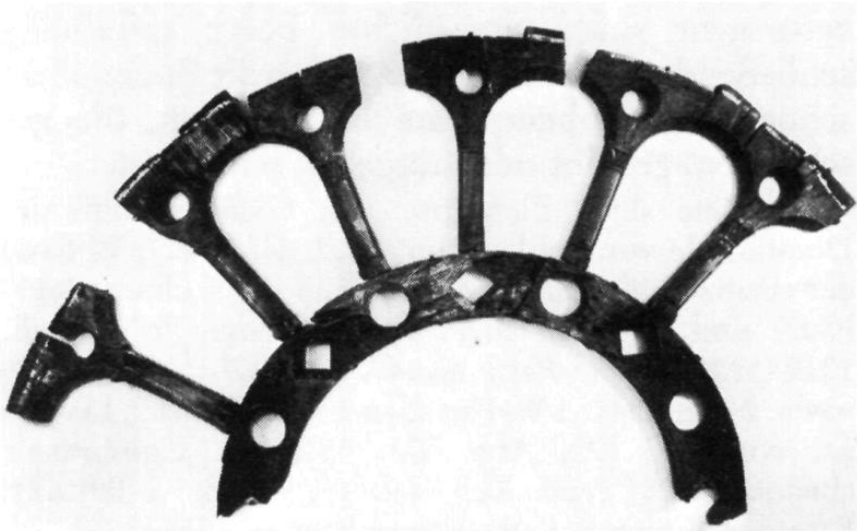


Fig. 1 Fragmento del rosetón de madera de la Catedral de Basilea (Basler Münster). Anterior a 1213. Museo Municipal de Basilea (s.f.).



Fig. 2 Rosetón Catedral de Gadebusch, de bronce fundido. Catedral de Gadebusch (s.f.)

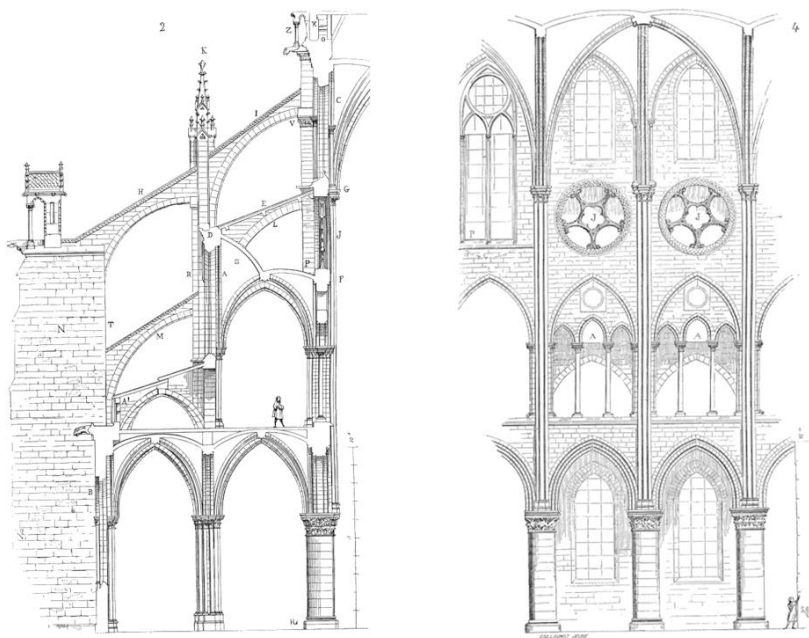


Fig. 3 Catedral de Notre Dame de París. Izq.: sección transversal. Der.: sección longitudinal. Viollet-le-Duc (1854).

Los rosetones empezaron a verse en las fachadas de las catedrales, todavía en el románico, principalmente como rosetones de placa, pero no adquieren relevancia hasta su integración en la arquitectura gótica, participando y siendo un elemento principal del desarrollo formal de este estilo. La alta capacidad técnico-artesanal de los maestros canteros de la época contribuyó a las configuraciones tan complejas que se dan en esta época (Kobler, 1988).

El sistema estructural de las catedrales góticas se caracteriza principalmente por prescindir de los muros. Las bóvedas de crucería transmitían todos sus empujes directamente a los pilares y a los arbotantes mediante los arcos cruceros, los perpiaños y los formeros. Esto hacía a los muros un lienzo en blanco para los canteros, donde los primeros rosetones góticos todavía no ocupan toda la luz de la bóveda, sino que quedaban restos residuales del muro entre el rosetón, el arco formero y los pilares (Viollet-le-Duc, 1866). Sin embargo, estas partes de muro eran tan pequeñas, que medida que se fue desarrollando el sistema, se tendía a la eliminación de estos. Los tímpanos bajo los arcos formeros desaparecieron, y estos empezaron a ser el propio marco de los rosetones.



Fig. 4 Rosetón de la Catedral de Laon, inscrito en un arco de medio punto, finales s. XII - inicios s. XIII. Andrew Tallon, para Mapping Gothic France (2008).

Los primeros rosetones góticos (mediados del s. XII) se inscribían bajo un arco apuntado (Fig. 4), por la facilidad constructiva que es esto conllevaba, teniendo ya la mitad de la circunferencia exterior construida. Sin embargo, esto significaba una incoherencia con la estructura que se encontraba tras el rosetón, ya que las bóvedas de crucería estaban compuestas por arcos formos apuntados. Los maestros entonces empezaron a inscribir los rosetones en arcos apuntados (Fig. 5). Más tarde, surgen los rosetones inscritos en cuadrados (Fig. 6). Surgieron principalmente en París y alrededores, a mitad del s. XIII. Era común que las esquinas superiores del cuadrado quedaran ciegas, al estar el trasdós de la bóveda tras ellas, y las esquinas inferiores se completasen con vidrieras (Viollet-le-Duc, 1866).

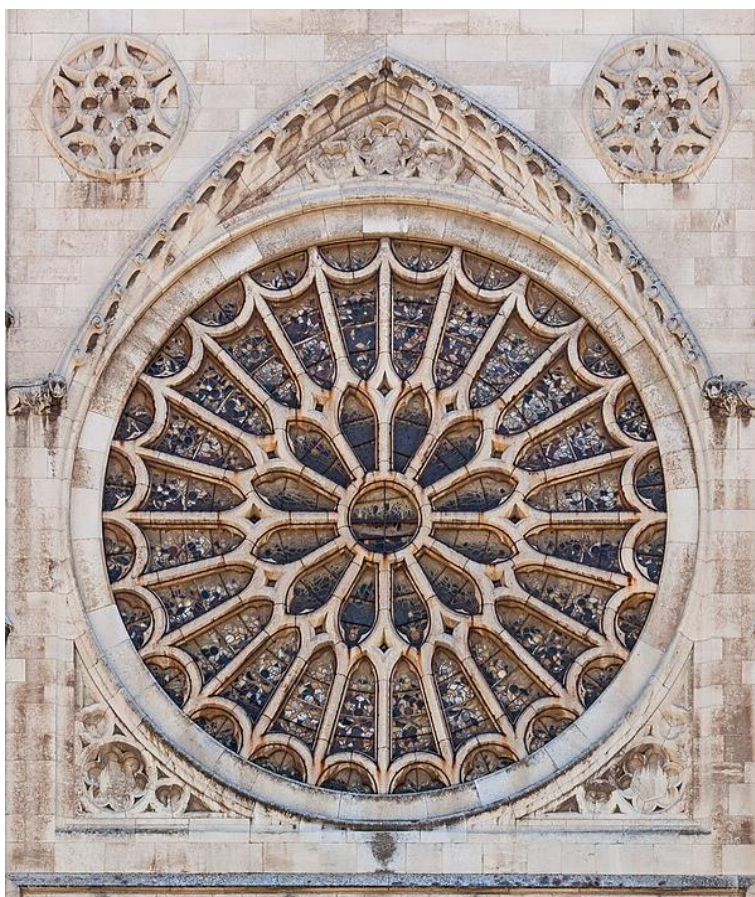


Fig. 5 Rosetón de la catedral de León, inscrito en un arco apuntado, s. XIII.
Luis Miguel Bugallo (2014).

El culmen de los rosetones se produce en el gótico radiante, de hecho, el nombre de este período, se le debe al diseño de los grandes rosetones radiales, que son la principal característica de esta época (idea desarrollada por historiadores franceses como Henri Focillon y Fernand de Lasteyrie, que poco a poco fue asentándose), y es donde estas estructuras alcanzan un nivel de complejidad y esbelteces no vistos hasta el momento. Los rosetones más representativos de este período, y probablemente de la historia, son los ubicados en las ambas fachadas del transepto de la catedral de Notre Dame de París (Fig. 7, en la página 8). Los últimos rosetones que surgen en el gótico, en la época flamígera entre los s. XIV y s. XVII, tienen geometrías bastante complejas y recargadas.

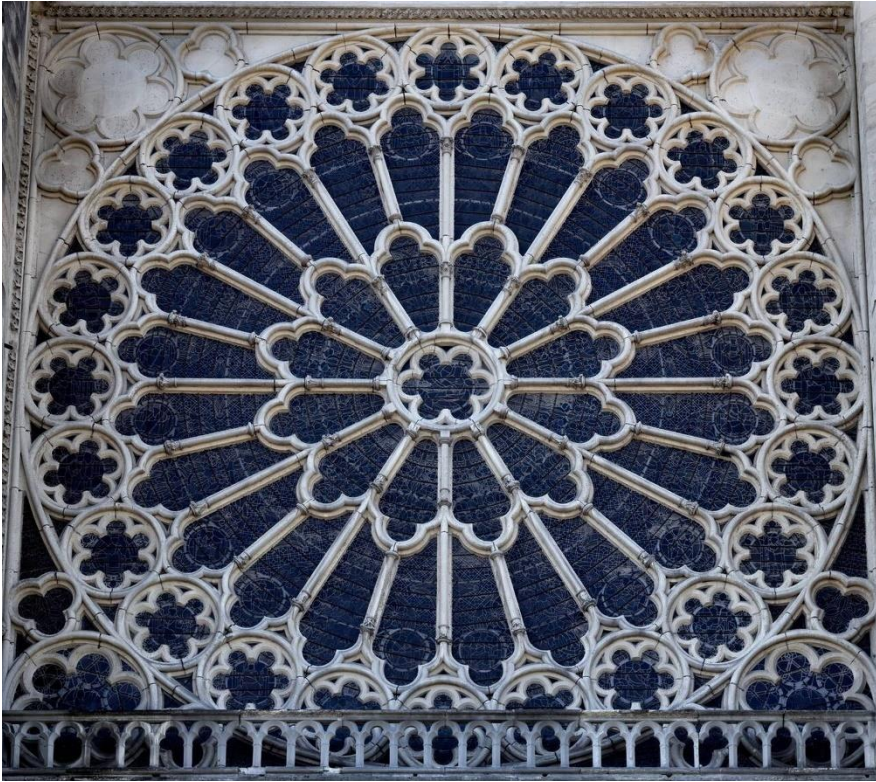
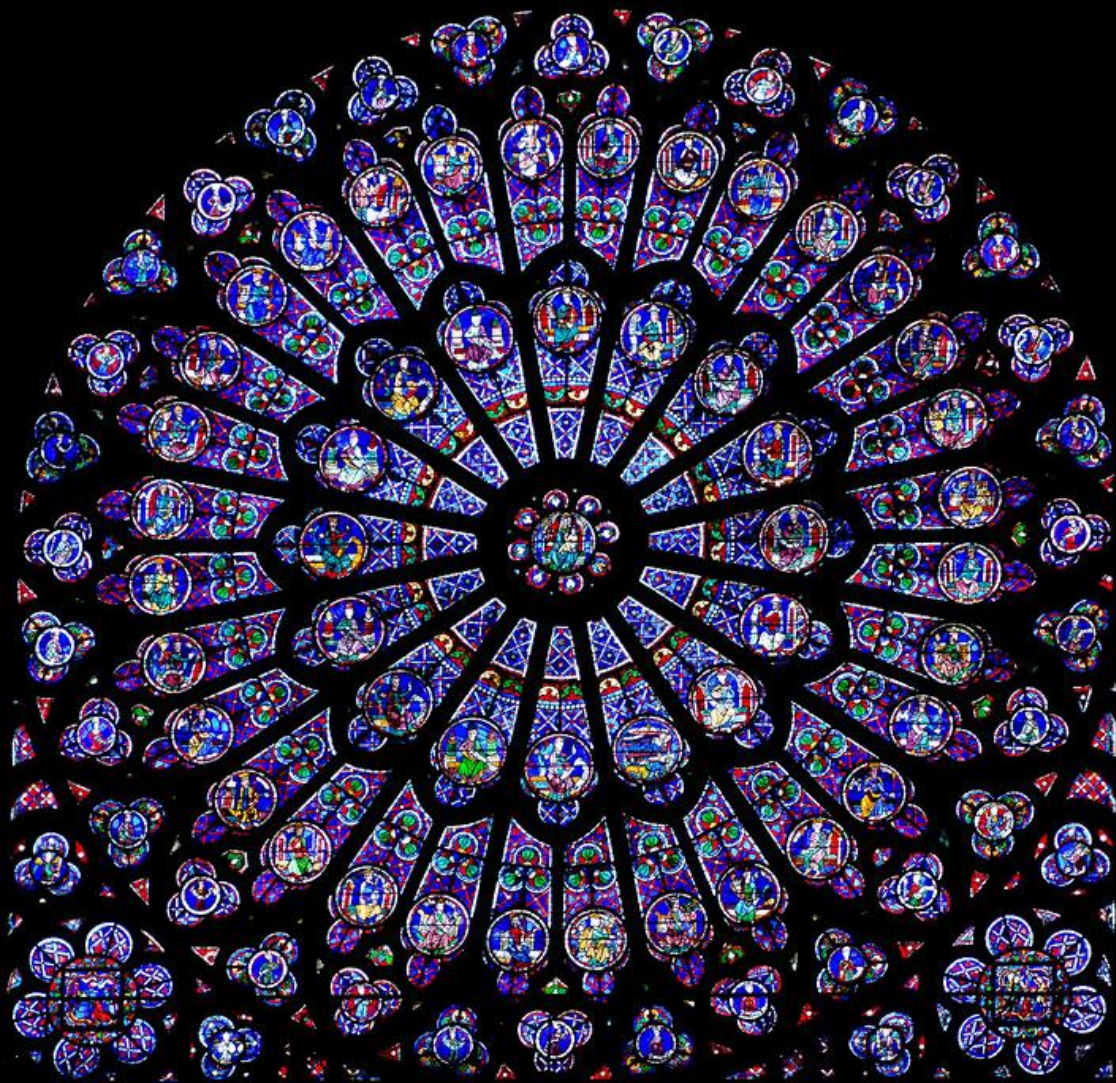


Fig. 6 Rosetón de la Basílica de St. Denis, inscrito en un cuadrado, s. XIII. Devis M (s.f.).

Ya hacia finales del s. XVII el número de rosetones construidos es, en comparación con la Alta y Baja Edad Media, insignificante. Durante el s. XVIII desaparecen prácticamente de cualquier edificio de nueva planta, resurgiendo de nuevo a final de este siglo, y durante el s. XIX, con la vuelta de las formas medievales, gracias a la escenografía teatral de la época (Kobler, 1988).

Desde entonces, los rosetones han desaparecido por completo de las nuevas edificaciones, produciéndose nuevas creaciones en restauraciones o reformas en algunas catedrales, como en la Iglesia de Santa Margalida en Mallorca en el s. XX (Cowen, s. f.).



1.2. Construcción. Estereotomía

Una vez definida la evolución histórica del rosetón, hace falta analizar la construcción y proyección de estos elementos. La estereotomía se define como la técnica de cortar piedras (u otros materiales) para su uso en la construcción.

Antes de todo, sería de utilidad definir y enunciar las propiedades de la fábrica, ya que es por sus características el por qué y el cómo construimos con ellas, pero queda fuera del alcance de este trabajo. Con carácter básico, para poner en contexto, cuando hablamos de fábrica nos referimos a “cualquier construcción o parte de ella hecha con piedra o ladrillo y argamasa” (Huerta, 2004). El elemento pétreo es la base de construcción, mientras que el mortero o la argamasa servían únicamente para llenar las juntas entre piezas (Huerta, 2004). Para más información sobre este material, puede consultarse el capítulo 2 de esta misma referencia.

En lo que respecta a la materia que nos concierne, aunque hay documentación histórica donde tenemos dibujos de rosetones, por ejemplo, en el álbum de Honnecourt (ca. s. XIII) (Fig. 9), el cual lo denomina “verrière reonde”, hay pocos documentados y solo se sacan medidas con exactitud en restauraciones (Kobler, 1988), o en contados rosetones. No existe una referencia, reglas o proporciones que puedan usarse para generalizar o identificar distintas tipologías, como sí lo hay para otras estructuras, como por ejemplo las reglas aritméticas de Rodrigo Gil de Hontañón (García & Gil de Hontañón, 1681), entre otras referencias. Sin embargo, sí tenemos material de estereotomía (Palacios Gonzalo, 2003; Simonin, 1795) y de tracería en general (Binding, 1989), aunque no estén fundamentalmente aplicados a rosetones.

La base para tallar la piedra era el de dibujar los patrones a escala real sobre el bloque, para descantillar el volumen sobrante mediante una maceta y cincel. Además de la maceta y el cincel, otras herramientas usadas frecuentemente eran el saltarreglas y el baibel. El primero de estos, se usaba para transportar los ángulos, y el segundo, para obtener la curvatura interior de los arcos y bóvedas (Palacios Gonzalo, 2003).

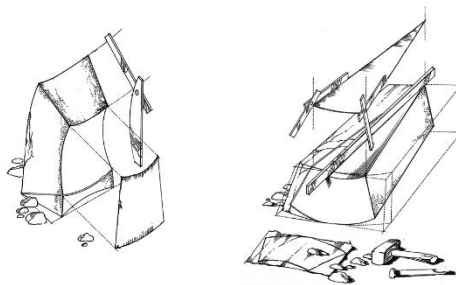


Fig. 8 Corte de piedras. A la izquierda, con un baibel. A la derecha, con un saltarreglas. Palacios Gonzalo (2003).

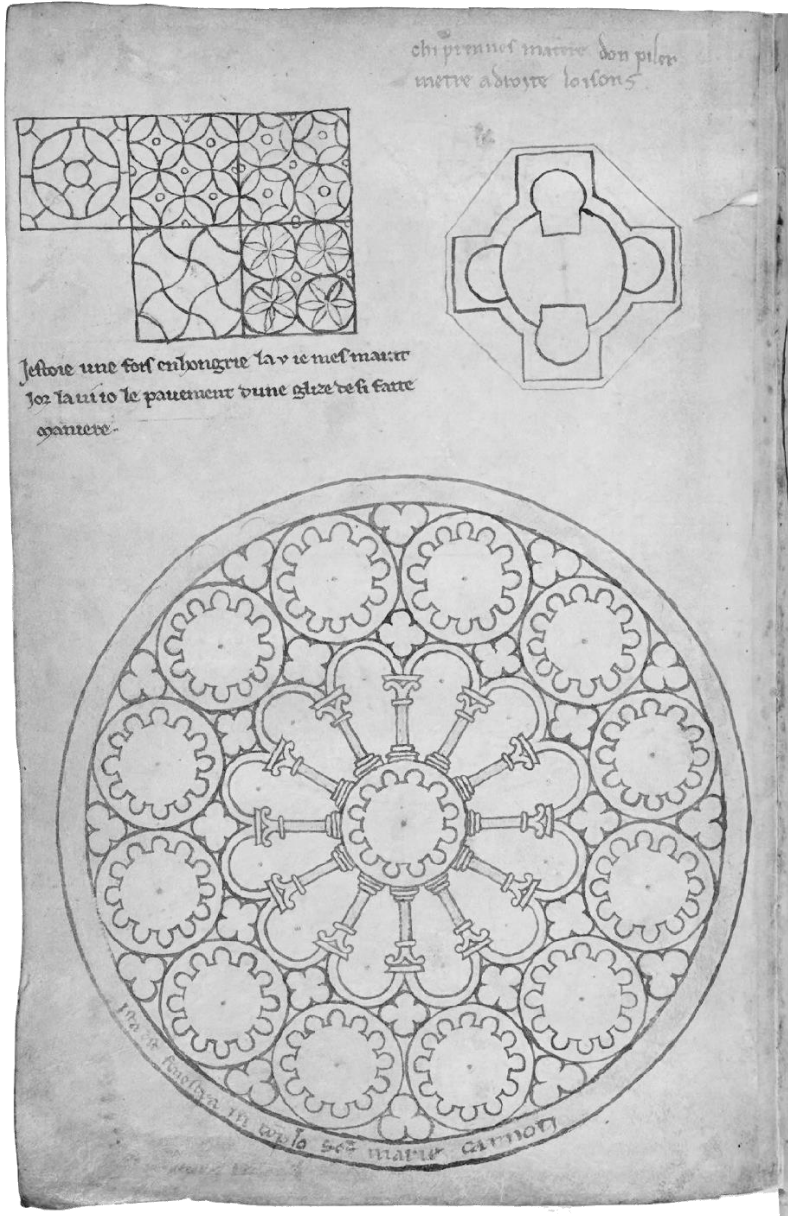


Fig. 9 Página del álbum de Villard de Honnecourt en la que parece que se dibuja un rosetón. Villard de Honnecourt ca. s. XIII.

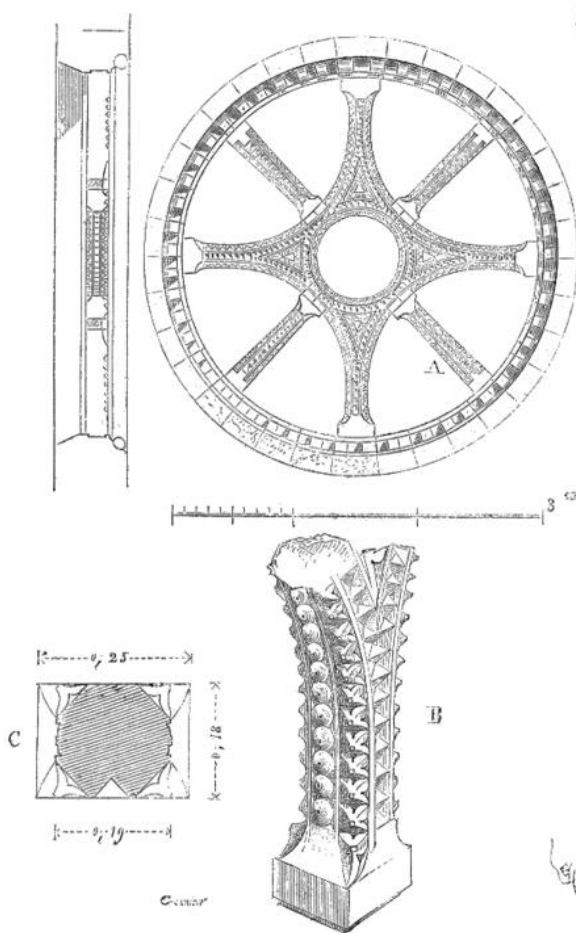


Fig. 10 Detalle de uno de los rosetones interiores de la Catedral de Notre Dame de París.
Viollet-le-Duc (1866).

Primeros rosetones

Como se ha mencionado en el contexto histórico, los primeros rosetones se trataban de aperturas huecas, con una tracería interior que podía ser más o menos elaborada. Uno de los primeros ejemplos que disponemos, es uno de los rosetones interiores de la Catedral de Notre Dame de París (Fig. 10), documentado por Viollet-le-Duc (1866). Este solo cumplía una función ornamental, y

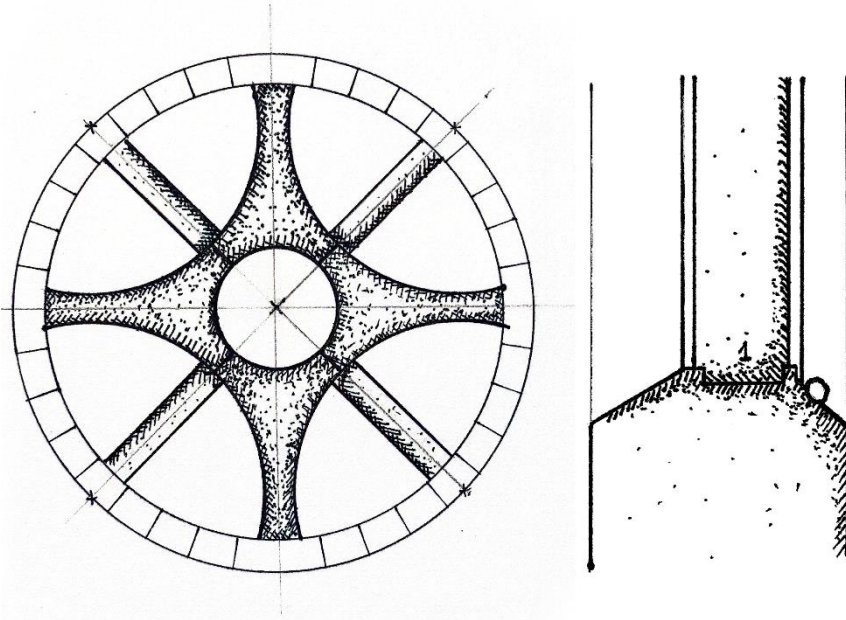


Fig. 11 Esquemas de los dibujos realizados por Viollet-le-Duc. Elaboración propia.

estructuralmente el de sostenerse a sí mismos, pero no tenía que resistir las cargas de viento a las que normalmente trabajaban los rosetones (el funcionamiento estructural de estas construcciones será explicado en detalle más adelante). Este rosetón, de 2,95 m de diámetro (8 pies franceses y 9 pulgadas de la época) está compuesto por tan solo de 8 piezas (Fig. 11 izq.), las 4 que forman el óculo central y los 4 que los arriostran, para evitar la apertura de juntas. Esta disposición de juntas (justo en el nudo entre dovelas) es un caso especial, como se verá en la construcción de los rosetones góticos, el nudo solía ser una pieza única. Estos radios, están encajados unos centímetros en el intradós del círculo exterior, se puede apreciar tanto en B en Fig. 10 (parte inferior de la dovela), como en 1 en Fig. 11 der. Las piezas estaban decoradas con puntas de diamante hundidas o salientes en forma de hoja o botón (Viollet-le-Duc, 1866).

Rosetones de placa

Junto con los rosetones como el anterior, formado por pocas piezas y poco complejas, otra tipología pionera son los rosetones de placa. Que sean los precursores de los rosetones góticos no quiere decir que surgieran en la misma época. Por ejemplo, mientras que en París o Laon ya estaban construyendo

rosetones de 8 – 10 m de diámetro, con formas complejas y muy esbeltas, en regiones como la de Borgoña estaban realizando todavía rosetones de placa (Viollet-le-Duc, 1866). Estas construcciones están formadas por dovelas bastante sencillas de labrar, como las de un arco, las cuales se calaban (Viollet-le-Duc, 1866), formando lóbulos basados en círculos dentro de un círculo (Kuilman, 2013).

Para construcciones con solo un nivel de aperturas, Netz (1982) (Fig. 12) propone una geometría basada en los ejes que forman la pieza. Nótese que no he usado el término “rosetón”, ya que no se le puede considerar a este tipo de construcciones como tal, aunque podríamos definir las como “rosetas” caladas. Sin embargo, lo que nos interesa es la geometría con la que se trazaban, y puede ser un sistema perfectamente aplicado a aquellas construcciones que si podemos definir como rosetones de placa.

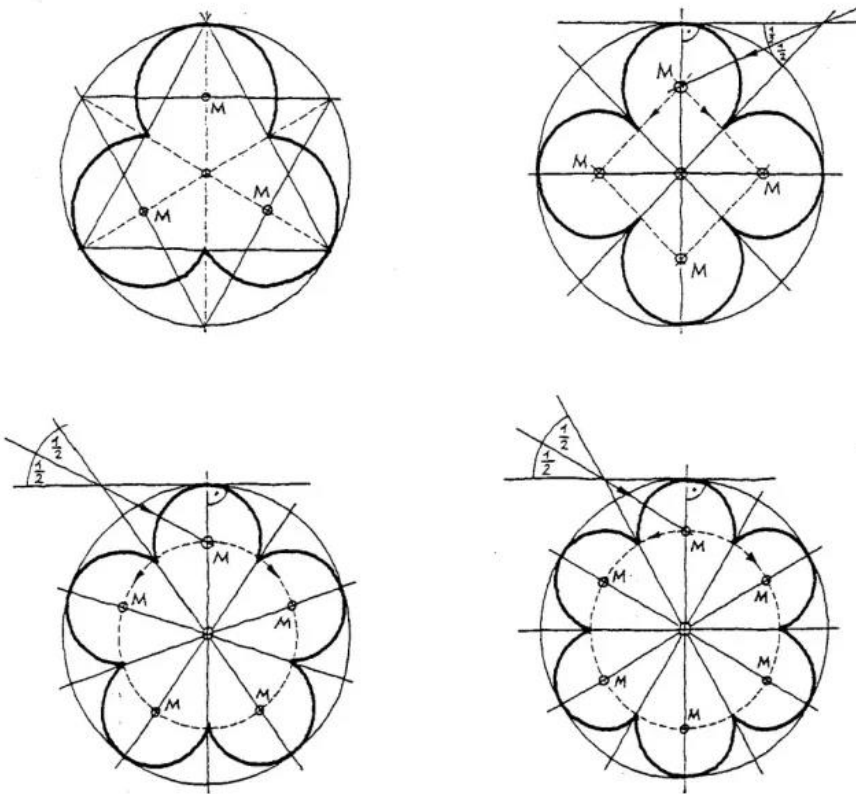


Fig. 12 Construcción de rosetas caladas. Netz (1982).

Aunque parezca que hay distintos métodos para cada número de círculos interiores, el método es el mismo para todos, y se puede seguir con la Fig. 13.

Diremos que hay dos tipos de ejes, los que contienen los centros de los lóbulos, representados con 1, y los que contienen la intersección de estos, representados con 2. Fijese que, para un número impar de aperturas, los ejes son dobles, una mitad del eje representa el tipo 1 y la otra el tipo 2. Tras fijar los ejes, se traza una perpendicular al eje vertical y tangente a la circunferencia exterior (eje de centro), y se prolonga el eje inmediatamente adyacente a este (eje de intersección). Esto nos dará un punto de intersección y un ángulo, la bisectriz de este ángulo corta al primer eje vertical en el centro del lóbulo. La posición del resto de centros está ubicada en la misma posición de sus respectivos ejes.

Esta hipótesis podría aplicarse de alguna forma en rosetones de placa, como el de una iglesia en Montreal (Yonne) (Fig. 14), haciendo para cada uno de los arcos, un sistema similar.

A parte de la geometría, podemos deducir con bastante precisión como se realizaban las dovelas que conformaban el rosetón. Al ser dovelas como las que puede tener un arco, el proceso probablemente sería el mismo que el mencionado en la parte de estereotomía.

En la Fig. 14 también podemos apreciar uno de los sistemas de sujeción de vidrieras de los rosetones. Según (Viollet-le-Duc, 1866), había dos formas de hacerlo, o como la de la figura, con un canal donde se encajaba la vidriera, o con pasadores empotrados directamente por el interior. Fuentes como la restauración del rosetón de la puerta de San Frutos (Catedral de Segovia, 2022) respaldan esto, al menos la representada en la Fig. 14, sistema que será usado también en los rosetones góticos.

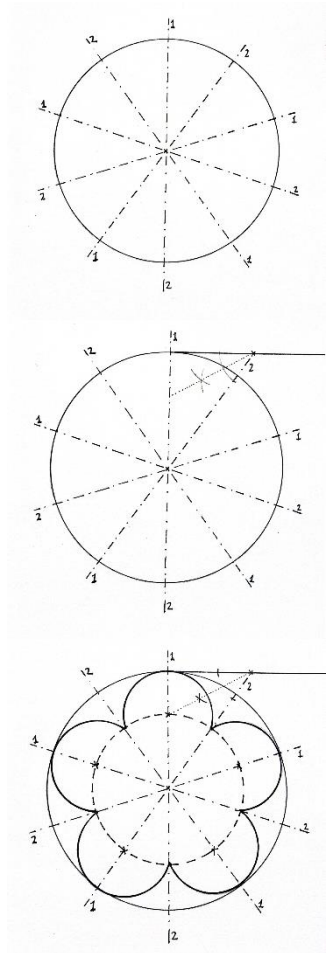


Fig. 13 Proceso de construcción de la geometría, basado en "círculos en círculo". Elaboración propia a partir de la idea de Netz (1982).

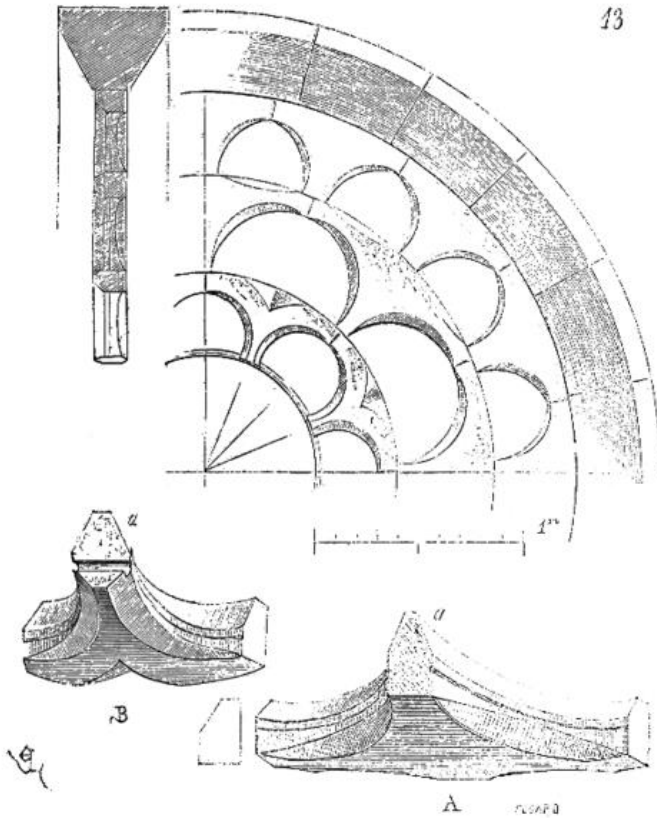


Fig. 14 Rosetón de placa. Iglesia en Montreal (Yonne), s. XII. Viollet-le-Duc (1866).

Rosetones góticos

El gótico fue una época que se caracteriza por el avance estructural y por la ornamentación de sus catedrales, siendo los rosetones unas de las características más representativas de la época. Los rosetones de placa de 1 – 2 m de radio se quedan atrás y evolucionan a construcciones que llega a los 4 – 5 m de radio, con muy poco espesor comparado con su luz, haciendo de los rosetones unas de las estructuras más esbeltas y ligeras.

El cambio del rosetón románico, pequeño, al gótico, más grande y esbelto, no fue un cambio radical, si no progresivo. Y como se ha definido en el contexto

histórico, el sistema estructural gótico hacía prescindible a los muros (estructuralmente), ya que los empujes de las bóvedas se transmitían directamente a pilares y arbotantes mediante los nervios, los arcos formeros y los perpiñanos, lo que permitió rosetones más grandes (Viollet-le-Duc, 1866).

La evolución de los tipos de rosetones, que también se ha expuesto en el contexto histórico, y aquí se indaga en los temas constructivos, podemos seguirla en la Fig. 15. Los primeros rosetones, hacia mitad del siglo XII, fruto de ir aumentando la luz hasta abarcar toda la luz de la bóveda, se inscribieron en el arco formero de la bóveda, que servía de marco. Sin embargo, estos formeros eran apuntados, pero por facilidad constructiva para el rosetón, se empezaron a proyectar como arcos de medio punto, en vez de la proyección de los arcos cruceros de las bóvedas (A en Fig. 15 y Fig. 4) . En esta primera época los ejes de los rosetones estaban formados por los huecos (Viollet-le-Duc, 1866).

Aunque los arcos de medio punto facilitaban la construcción, en la región de Campaña, se quiso evitar esa mezcla de tipos, y se inscribían los rosetones en arcos apuntados (B en Fig. 15 y Fig. 5), siguiendo los tipos formales del periodo gótico. El tímpano (a en B de la Fig. 15, podía ser ciego, como en la Catedral de León (Fig. 5) o vidriado, como en la Catedral de Reims (Viollet-le-Duc, 1866).

A mediados del s. XIII surgen los rosetones inscritos en cuadrados (C en Fig. 15). El área superior entre el rosetón y el marco rectangular era ciega (b en C de la Fig. 15), ya que el tras ella se encontraba el trasdós de la bóveda. El área inferior estaba calada y se vidriaba (c en C de la Fig. 15), un ejemplo es la Basílica de St. Denis (Fig. 6), la Catedral de Notre Dame de París (Fig. 7) o la Sainte-Chapelle. En este tipo de rosetones era más común encontrar que los radios de la tracería eran los ejes de los rosetones (Viollet-le-Duc, 1866).

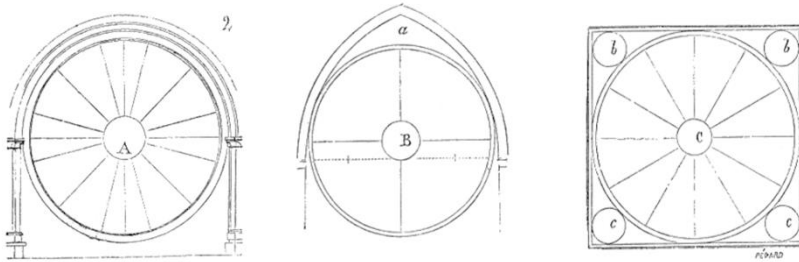


Fig. 15 Evolución constructiva de los rosetones.

- A) Rosetones inscritos en arcos de medio punto. Los huecos en esta primera época son los ejes. B) Rosetones inscritos en arcos apuntados. C) Rosetones inscritos en cuadrados. En esta época más tardía, la tracería son los ejes.

Uno de los primeros rosetones de los que tenemos constancia es el de la Catedral de Notre Dame de Mantes (Fig. 17), formado por columnillas con capitel y basa, un sistema que será muy repetido. Además, los nudos donde apoyan las

columnillas son piezas únicas. Como se puede apreciar en la sección A de la Fig. 17, el apoyo de la vidriera no es como en la Fig. 14, en el canto de la pieza, sino que está colocado con pernos por el interior del rosetón. El diámetro de este son unos 8 metros, y los huecos B tienen un área razonablemente mayor que los huecos C. El gran área de los huecos B hacía más inestable la estructura, las varillas que forman la vidriera no aportaban mucha resistencia al viento y gran parte de esta carga se transmitía únicamente a las columnillas exteriores, teniendo poco reparto de cargas en el rosetón. Esto hacía muy complicado poder aumentar el diámetro siguiendo la misma división (Viollet-le-Duc, 1866).

Una de las formas que desarrollaron los canteros para aumentar la luz era la subdivisión de la tracería y la adición de piezas de hierro entre dovelas (Kobler, 1988) que evitaba el deslizamiento (Heyman, 2003) y aseguraba una mayor estabilidad. Así evitaban un fenómeno de giro del óculo que se daba en rosetones demasiados esbeltos (Fig. 16).

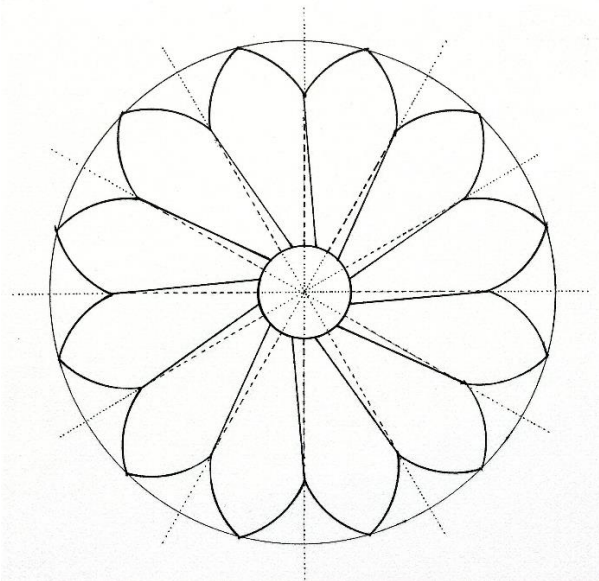


Fig. 16 Rotación del óculo en rosetones muy esbeltos. Elaboración propia a partir de Viollet-le-Duc (1866).

Un ejemplo de esta subdivisión lo podemos encontrar en el rosetón de la Catedral de Notre Dame de París, pero esta vez el de la fachada occidental (Fig. 18). Al igual que en Mantes, está dividido en 12 tramos iguales, pero en los radios más exteriores, se ha dispuesto columnillas intermedias, dividiéndolo en 24 partes, repartiendo la carga de viento de manera más homogénea. El nuevo óculo intermedio funciona como un “arriostamiento lateral” que reduce la esbeltez y

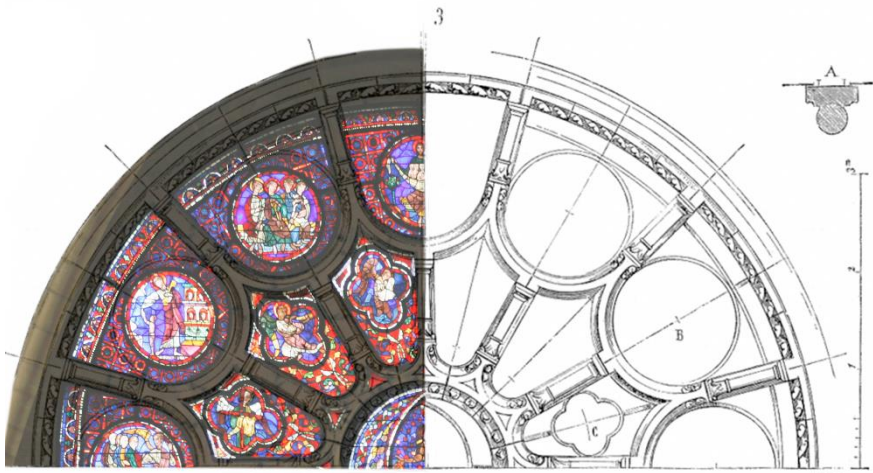


Fig. 17 Rosetón de la Catedral de Notre Dame de Mantes. Elaboración propia sobre imagen de Thomas Schwob (2007) y dibujo de Viollet-le-Duc (1866).

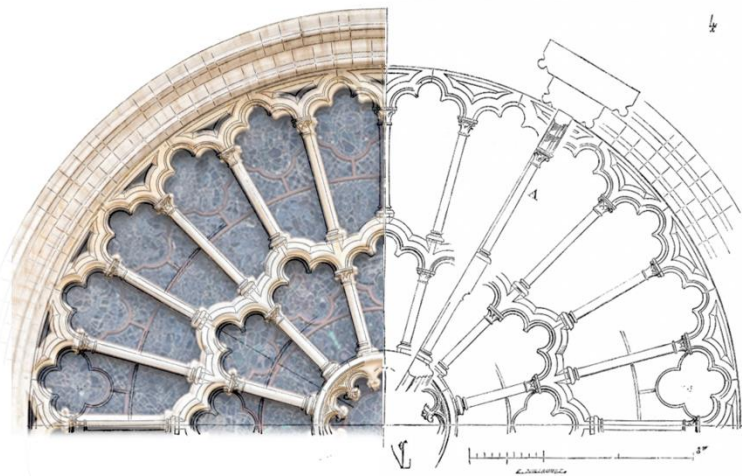


Fig. 18 Rosetón occidental de la Catedral de Notre Dame de París. Elaboración propia sobre imagen de Olivier Bruchez (2007) y dibujo de Viollet-le-Duc (1866).

transfiere los empujes de las columnillas interiores que no continúan hasta el centro del rosetón.

En la Fig. 19 se explica por qué esta subdivisión funciona. Imaginemos una línea recta que tiene que estar totalmente contenida en el espesor de la tracería (línea de empujes, que se definirá más adelante). Para ambas piezas, a y b , se mantiene el punto central en el eje para facilitar el ejemplo. Las figuras punteadas representan una figura y colocación perfecta de la tracería, y aunque eran muy precisos en la época, no dejaba de ser un trabajo manual, susceptible a imprecisiones. La figura deformada, en línea continua, tiene que seguir en contacto con la tracería y que siga manteniendo esa línea en su interior. El ángulo máximo que podría girar a es α , y el de b , arriostrado por la pieza c , es β . Es notable la diferencia de “imperfeción” que puede tener la pieza arriostrada, que se puede ver en el centro de ambos dibujos. Hay que mencionar que es tan solo una representación gráfica, con unas piezas bastante menos esbeltas que en la práctica. El caso representado es el caso extremo para ambas situaciones, pero la idea es representar que una pieza arriostrada tiene mayor estabilidad, ya que pequeños cambios de forma no comprometen tanto el paso de esta línea de empujes.

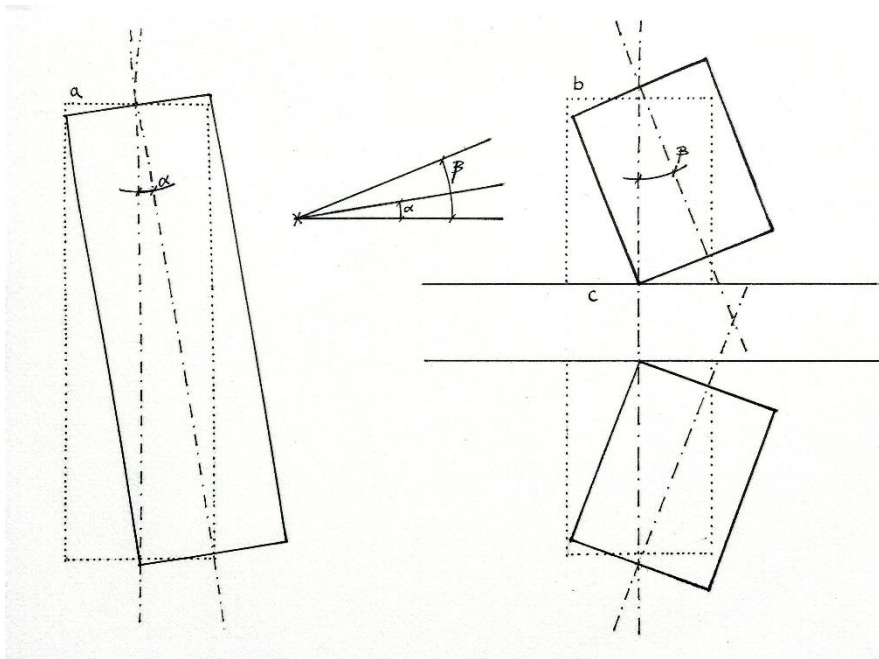


Fig. 19 Esquema comparativo entre un radio de un rosetón sin arriostrar lateralmente (izq.) y arriostrado (der.). Elaboración propia

Esta idea llevó a soluciones muy esbeltas y ligeras, el rosetón que acabamos de ver (Fig. 18) tiene un total de $10,5 \text{ m}^3$ de piedra, que, con una superficie de $71,56 \text{ m}^2$, hace que el volumen de piedra por metro cuadrado sea de $0,146 \text{ m}^3$, una ligereza que no se alcanzó ni cuando esta se buscaba (Viollet-le-Duc, 1866).

Este sistema se repite y también evoluciona durante el gótico flamígero, la idea de arriostrear mediante subdivisiones se complejizó, y se empezaron a hacer rosetones con radios que no conflúan en el centro, para dotarlos de esa resistencia oblicua (Viollet-le-Duc, 1866) necesaria en rosetones tan esbeltos. Esta configuración podemos verlos en rosetones como en el “Rosetón del Apocalipsis”, de la Sainte-Chapelle (Fig. 20).

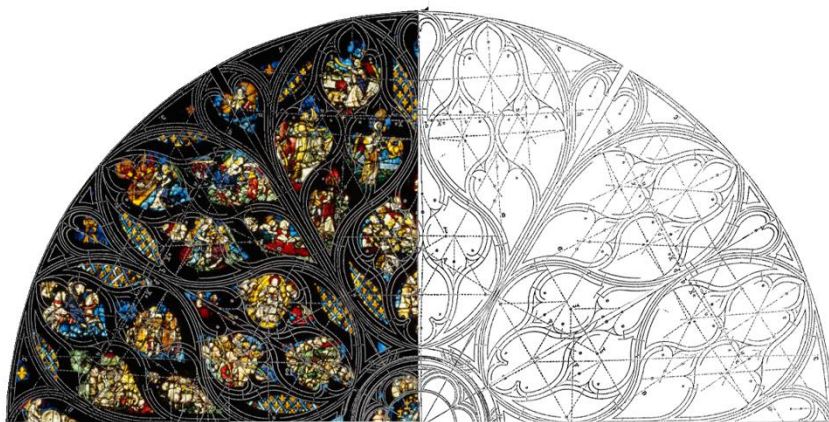


Fig. 20 Rosetón del Apocalipsis de la Sainte-Chapelle. Elaboración propia sobre imagen de Peter Willi (s.f.) y dibujo de Viollet-le-Duc (1866).

Generalidades y datos históricos

Los rosetones eran uno de los pocos elementos que se replanteaban a escala 1:1 antes de su puesta en la construcción. Este dato es difícil de corroborar, pero el profesor Santiago Huerta me contó esto durante una charla al inicio del estudio de este tema, y no hay mejor referencia que él para datos históricos sobre la construcción y la arquitectura. La única fuente que he podido encontrar es el de una restauración en Lincoln, Inglaterra (Clifton, 2007) (Fig. 21).

Era común en esta época la traza de montañas, dibujos a escala real para plantear la estructura en obra, pero a diferencia de bóvedas, estribos, cúpulas, arcos o arbotantes, los rosetones se construían directamente en el suelo, comprobando el trabajo del cantero y ajustando la geometría para acercarse a la perfección. La complejidad geométrica y la esbeltez de sus elementos, un tema recurrente en el

trabajo, no son comparables a ninguna otra estructura de la época, y era necesario ese planteamiento previo.



Fig. 21 Montea del Ojo del Deán, rosetón en la Catedral de Lincoln. Clifton (2007).

Durante el trabajo no se han llegado a definir las unidades clásicas que los canteros usaban en la época. Las medidas clásicas eran principalmente el pie y la pulgada (duodécima parte del pie). No eran medidas fijas y cambiaban según la región, el *pied du roi* era el usado en Francia, y equivale a 32,5 cm actuales, y se dice que equivalía a la longitud del pie del rey (de la época). 1 toesa equivale a 6 *pied du roi* (1,95 m), y 1 pie a 12 pulgadas (la longitud de la primera falange del pulgar de un hombre) (Fig. 22).

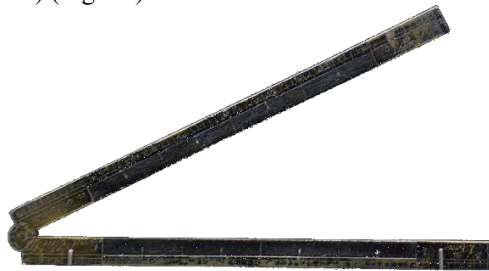


Fig. 22 Antigua toesa, dividida en dos reglas de 6 pies, unidas mediante una bisagra. A su vez, los pies estaban divididos en pulgadas. Aly Abbara (s.f.), del Museo de Artes y Oficios de París.

Parecen medidas triviales, pero podríamos decir lo mismo del sistema métrico. La construcción tradicional se basaba en proporciones (1 toesa = 6 pies, 1 pie = 12 pulgadas), y se hablaba de la relación entre elementos, como entre su espesor o la luz y su flecha. Esta idea se recoge en Aroca (2025), el cual hace una analogía con la forma de medir actual: “Realmente, cuando medimos, lo que hacemos es establecer la proporción entre la dimensión del objeto y la dimensión entre dos rayas de una barra de platino guardada en un sótano de París”. Podemos ver estas proporciones medievales en la Fig. 23.

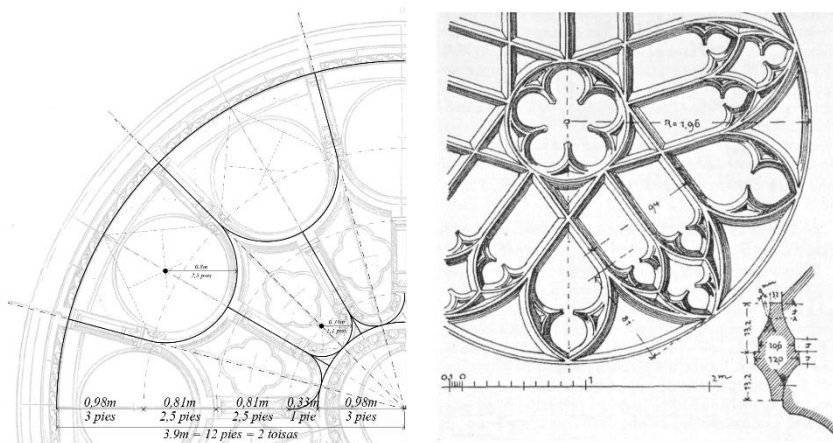


Fig. 23 Medidas medievales en rosetones. Izq.: Catedral de Mantz, con las medidas medievales. Elaboración propia sobre dibujo de Viollet-le-Duc (1866). Der.: Rosetón desconocido de una antigua catedral agustiniana, el radio equivale a una toesa, el ancho de la tracería a unos 3 pies y la flecha de los arcos interiores a unos 2,5 pies. Kobler (1988)

Hemos visto unos cuantos rosetones a lo largo de este subcapítulo, y muchos de ellos están divididos en 12 particiones (Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6, Fig. 9, Fig. 17, Fig. 18). Esto no es una casualidad, y es que la mayoría de los rosetones construidos usan esta división (Kuilman, 2013), debido al simbolismo religioso que tiene este número, que representa la “elección”, y es muy repetido durante la Biblia (12 tribus de Israel, 12 profetas menores, 12 apóstoles, 12 legiones de ángeles, 12 puertas de Jerusalén, 12 frutos del árbol de la vida) (Álvarez, s. f.).

Por último, hay que mencionar la realización de los nudos como piezas únicas (Fig. 24, Fig. 25). Siendo un punto donde confluyen múltiples maineles, fallos en la geometría de estas piezas podían generar unas juntas indeseadas en puntos de concentración de tensiones. En vez de hacer que los arcos se unieran en un punto, se cortaban los nudos como piezas únicas, y haciendo que las juntas sean entre dos piezas únicamente.



Fig. 24 Despiece del Rosetón de León. Elaboración propia sobre imagen de Luis Miguel Bugallo (2014).



Fig. 25 Despiece del Rosetón de Durham. Elaboración propia sobre imagen de Stephen Murray, para Mapping Gothic France (2015).

2

Desarrollo de la materia

Antes del análisis de equilibrio de rosetones, es preciso hablar de las estructuras de fábrica en general. La fábrica es un elemento que resiste bien las compresiones, pero no las tracciones, es decir, es un material unilateral (Huerta, 2004), por lo que los esfuerzos resultantes tienen que contenerse dentro de la fábrica. Esto no es totalmente cierto, pues piezas monolíticas sí que tienen cierta resistencia a tracción, pero no las juntas que las une (Heyman, 1966), por lo que es razonable decir que una estructura de fábrica no resiste tracciones.

Dentro del análisis de equilibrio, hay muchas formas de estudiarlo, tanto numéricas como gráficas, y en estructuras de fábrica ha resultado ser el método gráfico una solución eficaz para el análisis. Mediante la *línea de empujes* uno es capaz de ver como los esfuerzos se transmiten dentro de la fábrica. Como las estructuras de fábrica son hiperestáticas, cada línea de empuje representa una solución satisfactoria a las ecuaciones de equilibrio (Huerta, 2004) (Fig. 26).

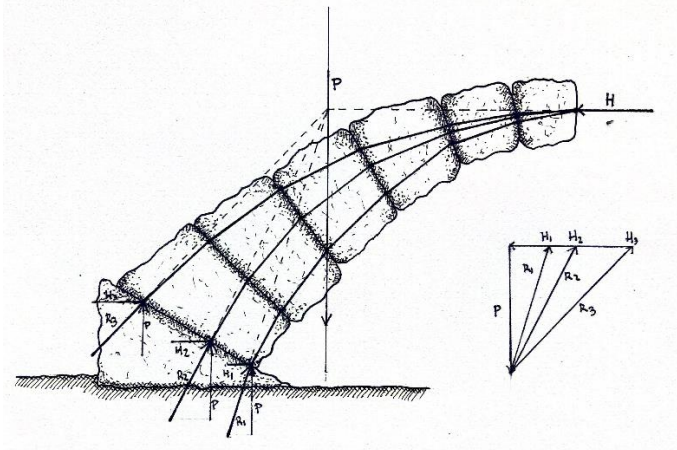


Fig. 26 Posibles líneas de empujes sobre el arco de Snell (1846), lámina 28. Elaboración propia a partir de Huerta (2004).

1874

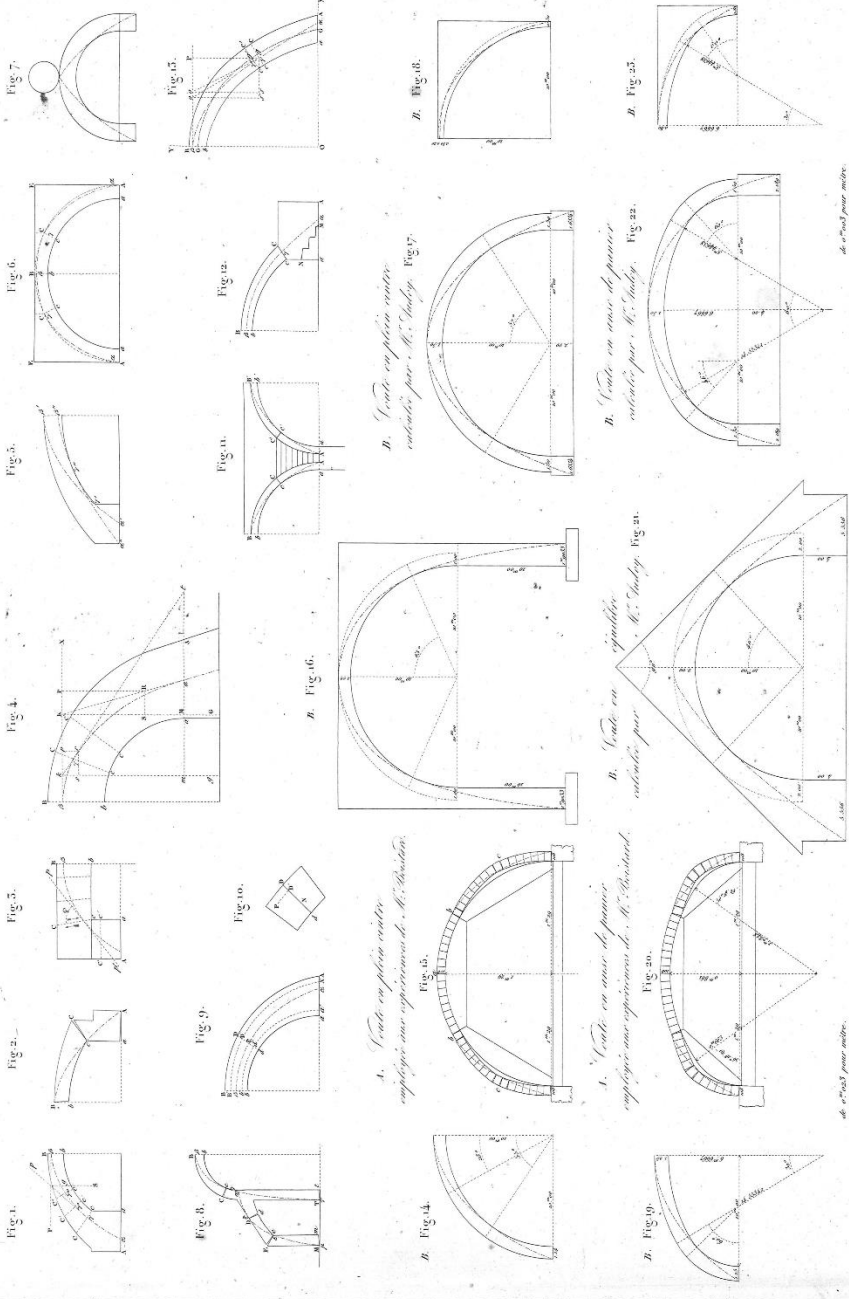


Fig. 27 Traza de las primeras líneas de empuje. Méry (1840), lámina 183.

La línea de empujes tiene origen en Moseley (1835) y Méry (1840) (Fig. 27), como algo más matemático que no entra en el ámbito de este trabajo, pero serán la base del análisis de los rosetones también.

2.1. Las hipótesis de las estructuras de fábrica

Como en el cálculo de cualquier estructura, hay que hacer hipótesis del comportamiento de los materiales, que no son estrictamente ciertas, pero sí razonables de tener en cuenta. En las estructuras de fábrica suponemos 3 hipótesis, planteadas por Heyman (1966).

1) La fábrica no tiene resistencia a tracción.

Esta es una hipótesis que va a favor de la seguridad, pues, aunque los bloques de piedra pueden soportar tracciones, el mortero que las une no. Si aplicamos tracciones las piedras se separarían entre sí (Fig. 28, izq.).

2) La fábrica tiene una resistencia a compresión infinita.

No va a favor de la seguridad, pero es razonable tenerla en cuenta para el cálculo. Las tensiones medias no suelen ser muy altas, en cambio, pueden producirse concentraciones de tensiones locales que produzcan desportilladuras superficiales que no llevan al colapso del edificio. Es una comprobación que hay que hacer localmente (Fig. 28, centro).

3) El fallo por deslizamiento es imposible.

Esta hipótesis tampoco va a favor de la seguridad. Generalmente no ocurre este fallo, pero los canteros solían tomar precauciones para reducir el ángulo de incidencia de los empujes respecto a la superficie, como aplicando cargas verticales (p. ej. pináculos) o labrando las piedras en ángulo (Fig. 28, der.).

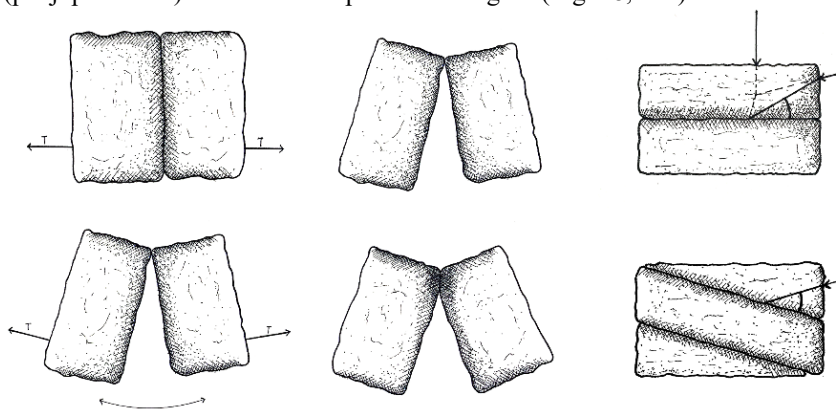


Fig. 28 Representación gráfica de las hipótesis. Izq.: separación de dovelas por tracciones.

Centro: desportilladura de la esquina superior. Der.: soluciones para evitar el fallo por deslizamiento. Elaboración propia.

Además de estas hipótesis, el cálculo de estructuras de fábrica se basa en el “teorema de la seguridad” (Heyman, 1966), o teorema del límite inferior. En vez de centrarse en hallar una combinación que lleve al colapso (análisis del límite superior), el objetivo es encontrar una solución de equilibrio satisfactoria dentro de los límites de la fábrica. Como dice a menudo Huerta sobre este tema, “las estructuras son al menos tan listas como el calculista, sino más”. Es decir, que, si hallamos una solución de equilibrio, la estructura se mantendrá en pie, ya sea con esa solución u otra.

2.2. Mecánica de rosetones

El rosetón como estructura no contribuye al equilibrio global de las estructuras de las catedrales. Puede ser esa la razón por la que la documentación técnica acerca de estos sea escasa y no muy profunda. Heyman (2003) plantea el funcionamiento del rosetón como estructura, cada mainel actúa como un arco plano, lo que hace que el rosetón se comporte como una bóveda plana.

El arco plano

Como su nombre infiere, un arco plano funciona gracias a la capacidad de poder contener un arco de descarga en el interior de la fábrica (Fig. 29). Los empujes se pueden sacar tanto gráficamente (Fig. 30, sup.) como analíticamente (Fig. 30, inf.), ambos basándose en la hipótesis de un arco parabólico.

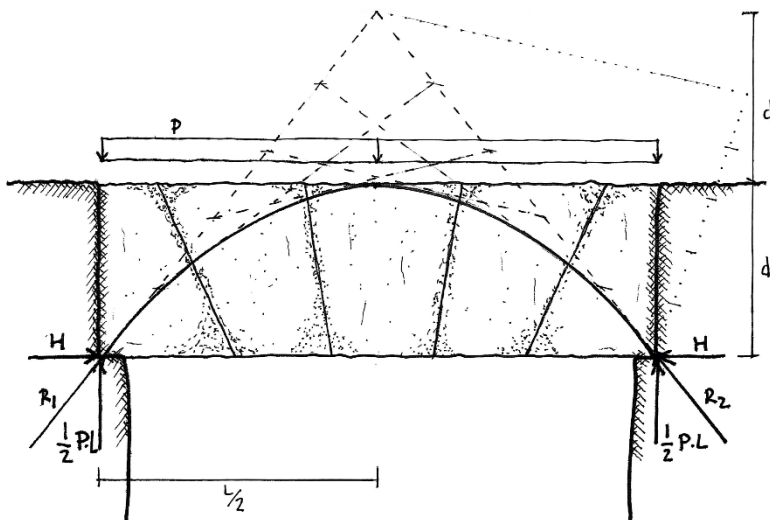


Fig. 29 Mecánica de un arco plano. Elaboración propia.

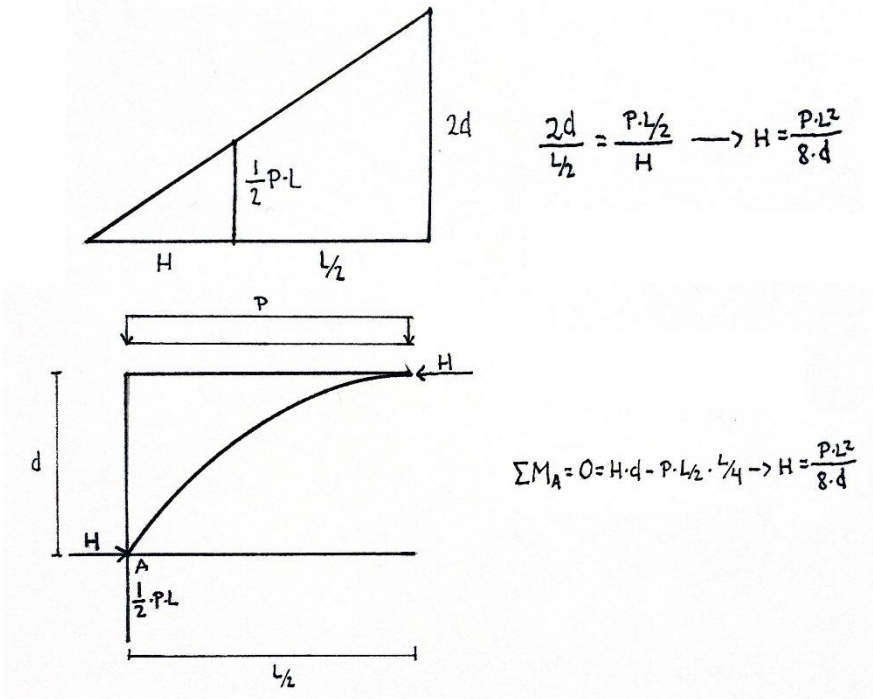


Fig. 30 Resultados del método gráfico, por semejanza de triángulos, y el analítico, por equilibrio de esfuerzos. Ambos resultados son iguales. Elaboración propia.

Equilibrio de rosetones

El rosetón se encarga de transferir las cargas de viento que inciden en las vidrieras (fuerza horizontal) a la fachada donde están contenidos, por lo que el peso propio de la tracería (fuerza vertical) se puede obviar, al ser críticas las cargas transversales de viento. Las piezas por las que están formados los maineles se unen por el centro mediante piezas de metal (como hierro, bronce fosforado o acero inoxidable), que no aportan casi resistencia a flexión (Heyman, 2003), pero si hacen que el fallo por deslizamiento no sea posible.

Entonces, el comportamiento desarrollado por la tracería es el de arcos planos perpendiculares al plano del rosetón, y Heyman (2003) explica de forma progresiva este comportamiento desde una ventana rectangular con montanes hasta el rosetón de la Catedral de Notre Dame de Mantas, pasando por una ventana con montantes y travesaños y por un rosetón simple sin óculo central.

Empecemos con un rosetón simple, como el de la Fig. 31, sin óculo central, y el ancho tributario de uno de los radios (el área de carga de viento que tiene que soportar).

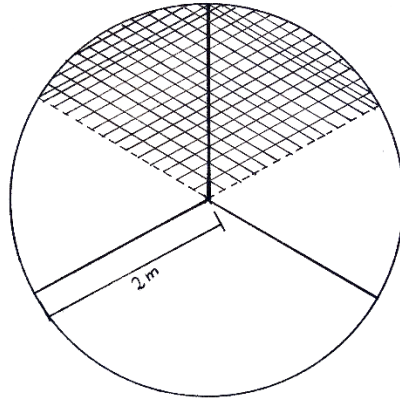


Fig. 31 Rosetón simple. Elaboración propia a partir de la Fig.7 de Heyman (2003).

Alguno puede darse cuenta de que, en efecto, parte de la carga se la lleva el círculo exterior donde está contenido el rosetón, pero el peor caso sería que toda la carga se lo lleven las barras interiores (Heyman, 2003). Heyman plantea el problema con una carga uniformemente distribuida a lo largo del radio (Fig. 32, izq.), pero como se puede ver en la Fig. 31, la carga tendría una distribución más lineal (Fig. 32, der.), en el borde interior de 0 kN/m, y en el borde exterior algo próximo a $2\pi \cdot r$ kN/m (y dividido entre 3 para el ejemplo de la Fig. 31, por tener 3 radios).

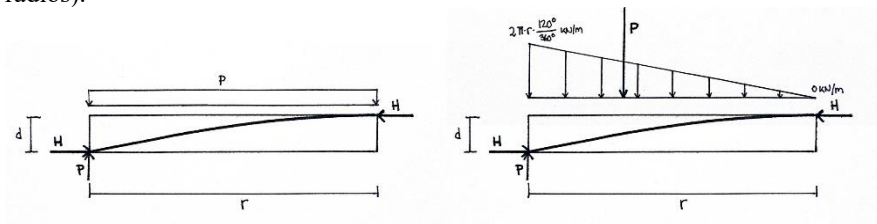


Fig. 32 Planteamiento de arco plano, a la izq. con carga uniforme (Heyman, 2003), a la derecha, distribución lineal. Elaboración propia.

Aplicando cualquiera de los métodos de la Fig. 30, obtenemos que el empuje, para el rosetón con la carga uniforme es:

$$H = \frac{P \cdot r^2}{2 \cdot d} \quad (1)$$

En el artículo la ecuación no es igual, porque Heyman dibuja una carga distribuida, para hacer el cálculo usa su resultante directamente, y en vez de usar el radio, usa el diámetro, por lo que para Heyman el empuje es:

$$H = \frac{P \cdot d}{4 \cdot t} \quad (1b)$$

Donde d es el diámetro y t el espesor, pero que Heyman representara la carga distribuida y luego usara la resultante me resultaba poco intuitivo, y tarde un rato en deducir por qué le salían estos resultados. Por ello, se usará la ecuación (1) aunque no es la de Heyman (2003).

Entonces, para el problema de la Fig. 31, con una carga W igual a 1 kN/m^2 , P_T es $4\pi \text{ kN}$ (W por el área del círculo), es decir, que por radio es $4\pi/3 \text{ kN}$, que, distribuidos linealmente, tenemos una carga de $2\pi/3 \text{ kN/m}$. Aplicando la ecuación (1):

$$H = \frac{(2\pi/3 \text{ kN/m}) \cdot (2 \text{ m})^2}{2 \cdot 0,2 \text{ m}} = 20,944 \text{ kN} \approx 21 \text{ kN}$$

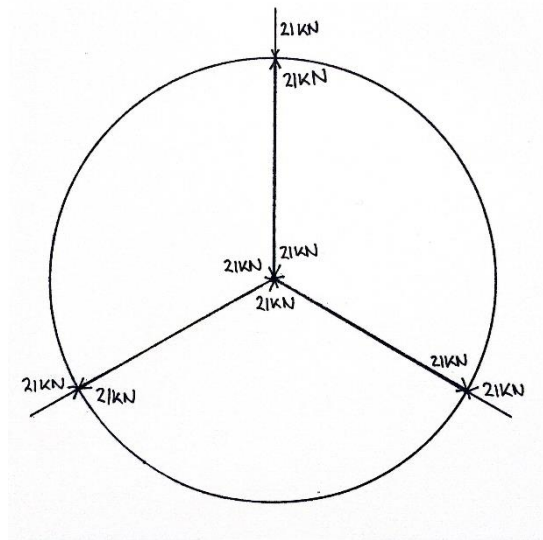


Fig. 33 Empujes en los nudos del rosetón. Elaboración propia a partir de la Fig. 9 en Heyman (2003).

Este método, que resulta completamente lógico para el rosetón recién calculado, es aplicable al resto de rosetones, aunque tengan un óculo central o subdivisiones interiores que cambien la forma de la línea de empujes. Esto es cierto ya que lo que nos interesa es el empuje en los apoyos, pudiendo simular un

entramado de arcos planos en el rosetón, para sacar los empujes en los apoyos, ya que, al fin y al cabo, por más o menos compleja que sea la tracería interior, al final van a acabar en estos puntos. Pongamos el ejemplo del rosetón de la Catedral de Mantas (Fig. 17), el cual está resuelto también en Heyman (2003).

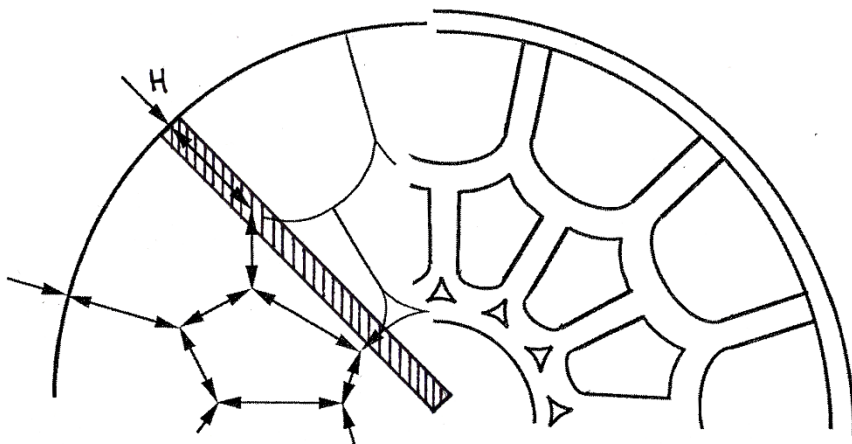


Fig. 34 Diagrama del rosetón de la Catedral de Mantas para el análisis de equilibrio.
Elaboración propia sobre Fig. 14 de Heyman (2003).

En la Fig. 34 podemos ver como los radios no llegan hasta el centro del rosetón, sino que tiene subdivisiones, pero podemos suponer un radio como el sombreado, para sacar el empuje H . Además, no hace falta que dividamos la carga total del viento según el área tributaria de cada radio, podemos hacer el cálculo para el total de la carga, y luego dividir ese número entre el número de apoyos. Esto es válido, ya que, si suponemos que todos los vectores de los empujes confluyen en el centro del rosetón, todos deben tener el mismo valor. Si no, no habría equilibrio de fuerzas exteriores.

Entonces, suponiendo una carga W igual a 2 kN/m^2 , un diámetro de 8 m , y un espesor de tracería de 250 mm obtenemos una carga P de:

$$P = W \cdot \pi \cdot r^2 = 32\pi \approx 100,5 \text{ kN}$$

Que, por 4 m de radio, tenemos una carga P de $8\pi \text{ kN/m}$, con un empuje H de:

$$H = \frac{(8\pi \text{ kN/m}) \cdot (4 \text{ m})^2}{2 \cdot 0,25 \text{ m}} = 256\pi \text{ kN} \approx 804 \text{ k}$$

Al tener 12 apoyos, el empuje H por radio es de 67 kN , y podemos sacar el resto de los esfuerzos componiendo en cada nudo, obteniendo el equilibrio en la Fig. 35.

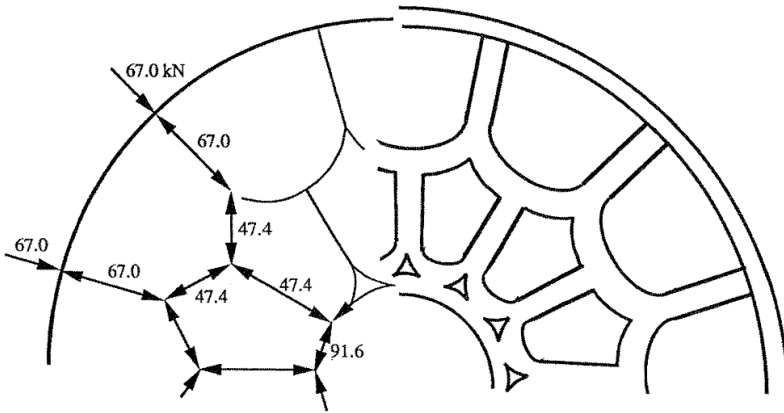


Fig. 35 Empujes de los nudos del rosetón de Mantes. Fig. 14 de Heyman (2003).

Si comprobamos las tensiones en el óculo central, normalmente el más comprimido, obtenemos unas tensiones de unos $1,5 \text{ N/mm}^2$. Para poner en contexto, la tensión media de rotura de una arenisca de calidad media es de unos 40 N/mm^2 (Heyman, 1966).

2.3. Thrust Network Analysis

El TNA, o Thrust Network Analysis (Block & Ochsendorf, 2007; Block, 2009), es un método de análisis basado en la estática gráfica. Tiene como precedente O'Dwyer (1999), cuyo trabajo se basa en el análisis de estructuras de fábrica abovedadas.

El TNA se basa en la relación entre figuras recíprocas (Maxwell, 1864), y principalmente nos interesa saber que, entre dos recíprocas, los vértices de uno se corresponden a polígonos en el otro y viceversa. Más adelante, Williams (1986) añadió a la formulación, que los esfuerzos de tracción formaban el polígono en sentido antihorario, por lo que los de compresión, estarán en sentido horario en la figura recíproca (Fig. 36).

El proceso del TNA consta de figuras; la línea de empujes de la estructura tridimensional, su proyección plana y su figura recíproca (Fig. 37). Y consiste en encontrar una situación de equilibrio entre los vectores de la línea de empujes G , que acometen en un nodo y la fuerza aplicada en ese nodo. La solución es más fácil de hallar mediante su proyección horizontal, la cual está en equilibrio si la geometría tridimensional G también lo está (Block & Ochsendorf, 2007; Block, 2009).

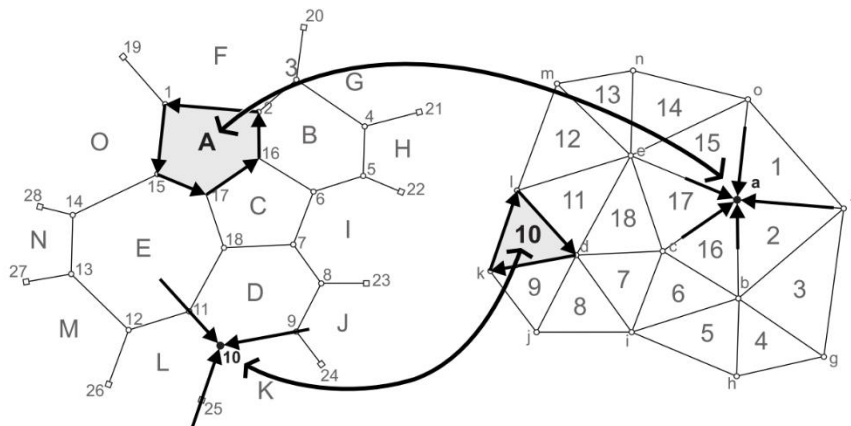


Fig. 36 Figuras recíprocas. El equilibrio de un nodo en la figura primal (izq.) representa un polígono cerrado en la figura dual (der.). (Block & Ochsendorf, 2007; Block, 2009).

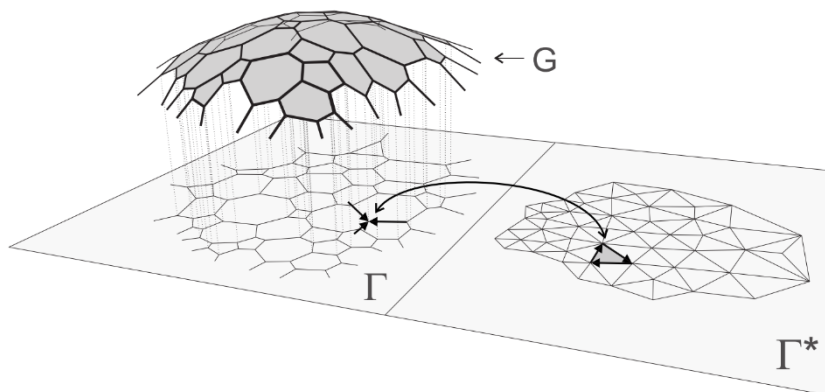


Fig. 37 Relación entre la forma de equilibrio en compresión, la red de empujes (G), la proyección plana (Γ) y su figura recíproca (Γ^*). (Block & Ochsendorf, 2007; Block, 2009).

El método ha sido verificado para múltiples estructuras históricas de fábrica, incluido rosetones, primero en Block (2009) y más tarde en Block & Lachauer (2014). En este último se profundiza más, poniendo distintos ejemplos de rosetones, y sus respectivos diagramas de geometría (Γ) y su figura recíproca de esfuerzos a escala (Γ^*). Analiza el rosetón de la Catedral de Notre Dame de Mantes, al igual que en Heyman (2003), verificando la acción de bóveda plana del rosetón (Fig. 38). El resultado del empuje en este caso es de 49,6 kN, al calcular el área tributaria de cada nodo, que se aproxima al obtenido por mí en el capítulo 4.

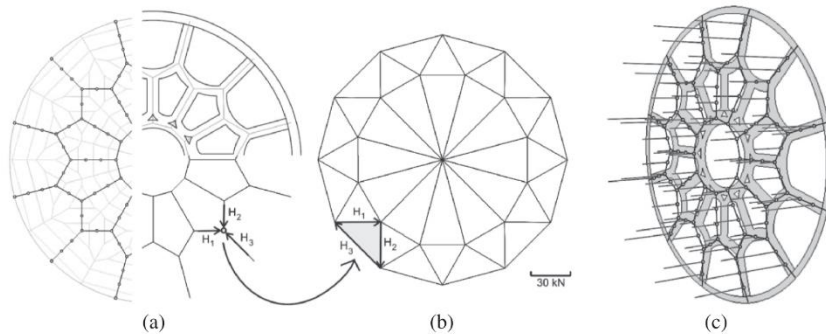


Fig. 38 Aplicación del TNA al rosetón de la Catedral de Notre Dame de Mantes: (a) la estructura se reduce a un sistema de barra-nodo; (b) los esfuerzos internos del rosetón debido a las cargas del viento se pueden medir directamente de la figura recíproca; (c) la red de equilibrio demuestra la acción de bóveda plana. Block & Lachauer (2014).

Block & Lachauer (2014) menciona las dificultades de cálculo en rosetones, debido a las restricciones de la geometría de estos, ya que la forma de la red de empujes está impuesta por la disposición de los maineles, los cuales tienen espesores muy bajos para la luz de estos. Además, menciona la necesidad de hacer un proceso iterativo de búsqueda de línea de empujes, ya que la solución no tiene por qué estar en los ejes de los parteluces. Añade que, debido a la esbeltez de estos, los rosetones son posibles candidatos para que, en el análisis de geometría y equilibrio, se tengan en cuenta en la elasticidad y los materiales de contorno. La razón es por la rapidez con la que la línea de empujes se hace horizontal cuando se producen descensos y grietas.

Sin embargo, aunque parece que los rosetones son estructuras que necesitan un estudio del proceso constructivo y del estado de la fábrica (Block & Lachauer, 2014), la idea de tener en cuenta elasticidad de materiales para un problema de estructuras de fábrica, no sigue la filosofía y las hipótesis en la que se basa el análisis de estas

2.4. Otros trabajos

A parte de Heyman (2003) y Block & Lachauer (2014), otros trabajos sobre rosetones se han realizado y, aunque no son tan relevante para el análisis, aportan información y sirven para hacerse preguntas y encaminar la investigación.

Caprili et al. (2011) propone un nuevo método de análisis basado en elementos rígidos, la tracería, y elementos flexibles, las juntas. Las uniones de la tracería las hacen suponiendo que son de plomo, y desarrollan un ejemplo sobre el rosetón de la Basílica de San Cristoforo en Lucca. Comparan el planteamiento de Heyman con el desarrollado en ese artículo, obteniendo tensiones unas 2,5 veces mayores que con el planteamiento de Heyman. Bajo mi punto de vista, esto se debe al planteamiento de Caprili et al. (2011), que supone que el rosetón se está deformando, teniendo un espesor efectivo menor, por lo que el empuje debe ser mayor para que siga contenido dentro de la tracería. Esto es, de nuevo, una hipótesis, y para saber el empuje real, habría que hacer un análisis más exhaustivo de la geometría y del estado de un rosetón.

Otro trabajo es el de Clifton (2007), que es sobre la restauración de un rosetón en Lincolnshire. Para justificar como se hace esta restauración, plantea un comportamiento del rosetón de bóveda plana, pero no entero, sino solo la parte interior de un óculo intermedio, que se apoya en el resto de tracería como si trabajara en voladizo (Fig. 39).

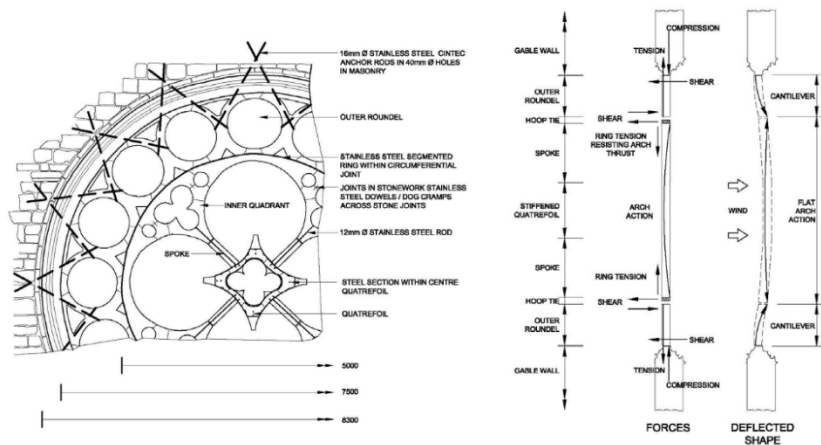


Fig. 39 Planteamiento de la solución estructural de la restauración del rosetón del Ojo del Deán. Clifton (2007).

La justificación es, que, según ellos, no es posible que se genere la acción de bóveda plana en un rosetón tan esbelto con una relación luz/canto de 35. Para poner

un orden de magnitud, el rosetón del Catedral de Notre Dame de Mantes tiene una relación de 32, y las tensiones generadas eran reducidas, como se ha comprobado anteriormente (Fig. 35). Uno se pregunta como desde 1220 que se construyó ese rosetón, se haya podido mantener en pie sin que hubieran sido necesarias esos refuerzos. Además, argumentan que el rosetón estaba ovalado, algo normal en rosetones, y que Heyman (2003) explica en su artículo y yo más adelante, en el capítulo 4, demuestro ese movimiento mediante una maqueta física. Exponen también que el rosetón había sido objeto de reformas durante su época, como si fuera un problema, y no algo necesario en cualquier estructura o construcción, sobre todo en una construcción de hace 800 años, como es este rosetón.

Por último, en Trombetti et al. (2014), hacen un análisis del rosetón de la Catedral en Módena, donde, nuevamente, se obvian las hipótesis de las estructuras de fábrica, y se hace un análisis mediante elementos finitos y teniendo en cuenta la resistencia a flexión de ciertos elementos, cuando no es seguro hacerlo. Los resultados son que las tensiones están muy por debajo de lo que admite el material.

Estos trabajos demuestran que el conocimiento sobre las estructuras de fábrica, y de los rosetones en este caso, sigue siendo escaso, y se hacen intervenciones y análisis que no tienen en cuenta las características de la fábrica, y se plantean soluciones en base a los cálculos y las hipótesis de materiales más modernos como la madera, el acero y el hormigón armado.

3

Objetivos y metodología

Como se deja entrever en el prólogo, este trabajo nace con el objetivo de estudiar un tema poco analizado. Cuando surgió la idea de estudiar rosetones y que Santiago Huerta me dijera que tan solo había dos artículos principales (Binding, 1989; Heyman, 2003) (de los cuáles uno es sobre tracería, no sobre rosetones), mi curiosidad se despertó. El artículo de Heyman (2003) era bastante sencillo en realidad, pero dejaba una cuestión abierta al final de su artículo, la ovalización de un rosetón.

Al principio pensé que ese iba a ser el objetivo del trabajo, pero tras investigar un poco y hablar con mi tutor César de Santos, y José Ignacio Hernando, vi que había mucho más. Ideas y conclusiones que se explicarán más adelante, pero que son, entre otras:

- el rosetón, cuando se modela como una estructura plana de barras articuladas, es un mecanismo,
- se tiene que poder modelizar como líneas rectas,
- los radios tienen que confluir en un mismo punto,
- si hay varios óculos interiores, los radios de cada una de las divisiones de los óculos puede confluir en puntos diferentes,
- la complejidad geométrica dificulta el análisis,
- hay dos movimientos típicos de los rosetones.

Estas son unas de las ideas que han surgido a lo largo del trabajo, y la intención es demostrar, investigar y analizarlas, con los siguientes objetivos:

- entender analíticamente lo que los canteros conocían empíricamente,
- comparar modelos analíticos con modelos físicos,
- profundizar en el modelo de análisis límite actual,
- visualizar mecanismos de colapso difíciles de predecir,
- comprobar el funcionamiento de bóveda plana,
- contribuir al estudio y entendimiento de los rosetones.

Aun que como tal, el trabajo “empieza” aquí, los capítulos 1 y 2 han contribuido a cumplir estos objetivos. La mejor forma de entender el funcionamiento de algo es sabiendo su proceso, como ha evolucionado y las decisiones que se han ido tomando para resolver distintas situaciones.

Todo se basa en estática gráfica y en cuestiones geométricas, tanto a mano como en ordenador y mediante modelos físicos que ayudan a visualizar los movimientos de los rosetones.

La primera parte del trabajo serán mis investigaciones previas que me ayudaron a comprender correctamente el funcionamiento de un rosetón, y curiosidades y preguntas que me surgían a medida que leía y me informaba. A continuación, será la verificación del uso de un programa de Matlab, desarrollado por profesores del Departamento de Estructuras, basado en programación lineal. El objetivo será encontrar el empuje mínimo, planteando el equilibrio en cada dovela. Las restricciones serán que los axiles resultantes sean menores de 0, es decir, de compresión, y que se cumplan las ecuaciones de equilibrio. El programa se usará para:

- verificar cuestiones que han salido en el trabajo, como que las subdivisiones interiores ayudan a la estabilidad del rosetón,
- visualizar mecanismos de colapso,
- aplicar a rosetones existentes, como el de la Catedral de Burgos.

Análisis límite de rosetones

4.1. Investigaciones previas

Tras estudiar y entender trabajos anteriores, mi trabajo empieza analizando el equilibrio básico de rosetones, siguiendo la teoría de rosetones de Heyman (2003), el cual parece que no, pero da para mucho si te pones a pensar. Lo primero que me di cuenta es la decisión de hacer el cálculo con una carga distribuida de forma uniforme, en vez de lineal, como ya mencioné en el equilibrio de rosetones. Decidí realizar el análisis del rosetón de la Catedral de Notre Dame en Mantes, pero con la carga distribuida linealmente, cuyo desarrollo se expresa en la Fig. 40.

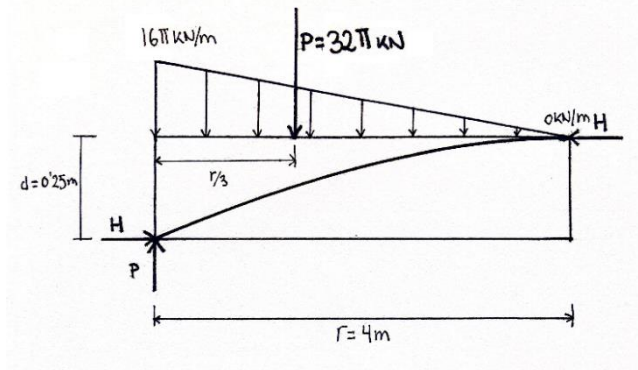


Fig. 40 Planteamiento del problema de Heyman (Fig. 34, Fig. 35), esta vez con la carga distribuida linealmente. Elaboración propia

La carga en el extremo se calcula según:

$$2\pi \cdot r \cdot W = 2\pi \cdot 4 \text{ m} \cdot 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 16\pi \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

donde W es la carga de viento, y la resultante calculando el área del triángulo:

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \text{ m} \cdot 16\pi \frac{\text{kN}}{\text{m}}}{2} = 32\pi \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

La cual está a $r/3$ del borde, por lo que la ecuación (1) en este caso sería:

$$H = \frac{P \cdot r}{3 \cdot d} \quad (2)$$

Y aplicándola obtenemos un empuje H de 536,17 kN, entre 12 apoyos que tiene, 44,68 kN, 1/3 menor que el calculado por Heyman (2003), por lo que el planteamiento de Heyamn es muy conservador. El resto de los esfuerzos se obtienen igual que antes, representados en la Fig. 41.

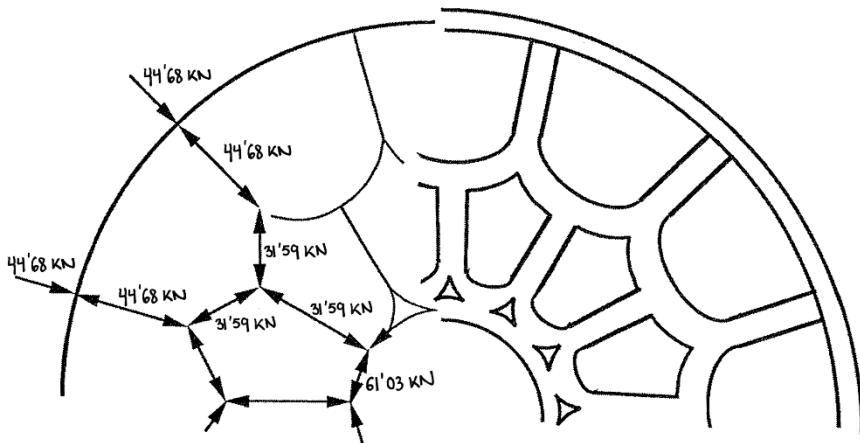


Fig. 41 Empujes de los nudos del rosetón de Mantes, con la carga distribuida linealmente. Elaboración propia sobre Fig.14 de Heyman (2003).

A continuación, me pregunté si había alguna forma de sistematizar el cálculo de empujes de un rosetón “tipo” como el de la Catedral de Notre Dame de Mantes que acabamos de calcular. Este caso tipo es el de parteluces que, llegados a un punto, se dividen simétricamente siguiendo el eje de ese mainel, hasta que se unen con el adyacente, y así sucesivamente, pudiendo repetirse hasta el infinito (Fig. 42). El sistema de ecuaciones para la Fig. 42, obtenido por equilibrio en los nudos es:

$$\left\{ \begin{array}{l} H - N_1 = 0 \\ N_1 - 2 \cdot N_2 \cdot \cos(\theta_1) = 0 \\ 2 \cdot N_2 \cdot \cos(\theta_1 + 180/n) - N_3 = 0 \\ N_3 - 2 \cdot N_4 \cdot \cos(\theta_2) = 0 \\ 2 \cdot N_4 \cdot \cos(\theta_2 + 180/n) - N_5 = 0 \\ N_5 - 2 \cdot N_6 \cdot \cos(\theta_3) = 0 \\ 2 \cdot N_6 \cdot \cos(\theta_3 + 180/n) - N_7 = 0 \\ N_7 - 2 \cdot N_6 \cdot \cos(90 - 180/n) = 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

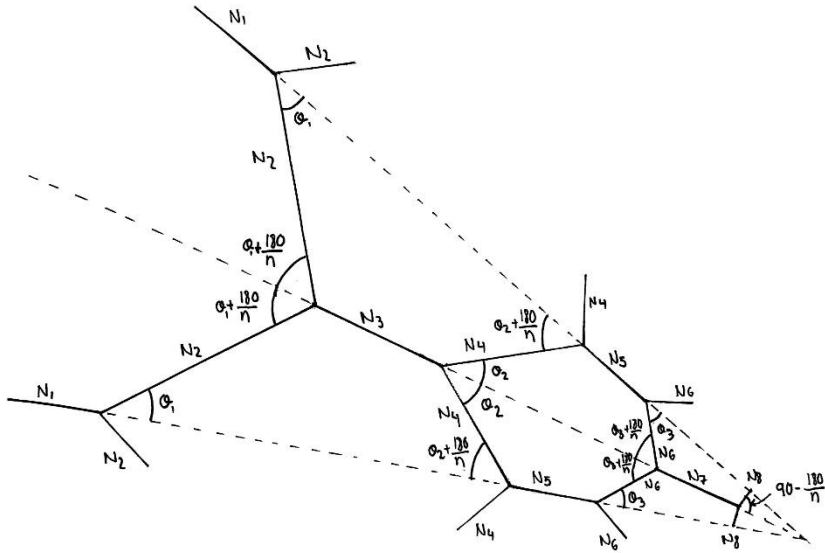


Fig. 42 Fragmento de un rosetón "tipo", con 3 niveles de división. Elaboración propia.

En el sistema de ecuaciones (3), n es el número de apoyos del rosetón. El método puede aplicarse al rosetón de la Catedral de Mantas, Laon, Notre Dame en Vaux o Chartres (St. Aignan), entre otros. Estos rosetones pueden verse en el archivo online de Cowen (2005). En el trabajo podemos ver las Fig. 17, Fig. 34, Fig. 35 o Fig. 41. Este método puede generalizarse, ya que es un sistema de ecuaciones análogas. Los datos de partida deben ser todos los ángulos y el empuje H . El sistema de ecuaciones se mostrará como la su forma matricial, que resulta más fácil para generalizar el sistema. La forma matricial tiene la expresión:

$$\mathbf{f} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \quad (4)$$

donde:

\mathbf{f} es el vector de fuerzas exteriores,

\mathbf{H} es la matriz de equilibrio,

\mathbf{s} es el vector de esfuerzos internos.

Como fuerzas exteriores solo tenemos el empuje H , la matriz de equilibrio son los coeficientes que multiplican a los esfuerzos internos, en este caso, los axiles. Entonces, si reescribimos la ecuación (3) como la forma matricial (4), el planteamiento sería:

$$\begin{bmatrix} H \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & b_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_5 & b_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & b_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_7 & b_7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \\ N_8 \end{bmatrix},$$

donde:

$$(a_1, b_1) = (1, -2 \cdot \cos(\theta_1)),$$

$$(a_2, b_2) = (2 \cdot \cos(\theta_1 + 180/n), -1),$$

$$(a_3, b_3) = (1, -2 \cdot \cos(\theta_2)),$$

$$(a_4, b_4) = (2 \cdot \cos(\theta_2 + 180/n), -1),$$

$$(a_5, b_5) = (1, -2 \cdot \cos(\theta_3)),$$

$$(a_6, b_6) = (2 \cdot \cos(\theta_3 + 180/n), -1),$$

$$(a_7, b_7) = (1, -2 \cdot \cos(90 - 180/n)),$$

La secuencia es clara, solo que es diferente entre ecuaciones con subíndice impar y par. Además, también tenemos dos ecuaciones distintas al resto, la primera y la última, ya que no son dependientes de ningún ángulo, sino de la propia geometría del rosetón. N_1 es igual al empuje, y N_n depende del número de apoyos, ya que esta última división no es un ángulo arbitrario, sino que son las cuerdas que forman la circunferencia que contiene al óculo, por lo tanto, su ángulo depende del número de apoyos del rosetón.

Si nombramos al par de (a_k, b_k) coeficientes de equilibrio, estos coeficientes serían:

$$(a_k, b_k) = \begin{cases} (1, -2 \cdot \cos(\theta_{\lceil k/2 \rceil}), & \text{si } k \text{ es impar} \\ (2 \cdot \cos(\theta_{\lceil k/2 \rceil} + \Delta\theta), -1), & \text{si } k \text{ es par} \end{cases} \quad (5)$$

donde:

$\lceil \]$ significa “techo”, que es el entero más pequeño mayor o igual que el número,
 $\Delta\theta$ es el incremento de ángulo $180/n$,
 n es el número de apoyos del rosetón.

Entonces, el sistema de ecuaciones de equilibrio final sería:

$$\begin{bmatrix} H \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0_{f-3} \\ 0_{f-2} \\ 0_{f-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & b_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & a_{f-2} & b_{f-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \cdot \cos(90 - \Delta\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \vdots \\ N_{f-2} \\ N_{f-1} \\ N_f \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_{m-1} \\ \theta_m \end{bmatrix}$$

donde:

f es el número de axiles del sistema,

k = 1, ..., f-2,

m = f/2 - 1.

Ahora, un problema con la geometría descrita anteriormente puede ser resuelto automáticamente planteando el sistema (6) mediante ordenador, y dando como valores conocidos la matriz de ángulos de los parteluces θ , el número de axiles f , la división del rosetón n y el empuje H . Sin embargo, aunque me pareció interesante hacer este desarrollo previo, y hay rosetones donde se podría aplicar este método, no todos se benefician de este planteamiento.

4.2. Movimientos, grietas y colapsos

Cuando una línea de empujes se aproxima al límite de la fábrica, se producen grietas debido a la apertura de las juntas. Estas no tienen por qué ser peligrosas, y se deben a la adaptación a las condiciones de contorno, o a la concentración de tensiones cerca de un borde, formando grietas en el otro (Heyman, 1982) (Fig. 43).

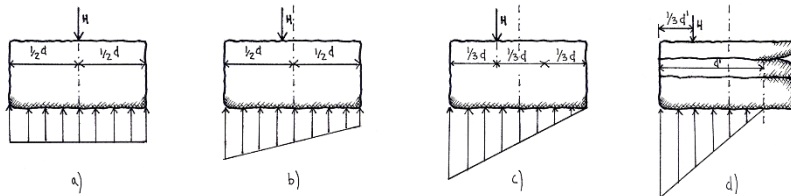


Fig. 43 Tensiones en la fábrica. a) Resultante en el centro de la dovela. b) Resultante con excentricidad $d/6$. c) Resultante a

En los rosetones, hay dos movimientos característicos, uno perpendicular a su plano, y otro en su mismo plano.

Movimientos perpendiculares al plano

Los movimientos en el plano perpendicular se producen tanto por la acción del viento, como por pequeñas deformaciones en la geometría. Se producen dos grietas tipo, una en el centro del rosetón, en el intradós, y otra en el borde, en el trasdós. Teóricamente, estas grietas deberían aparecer a la vez en todos los radios, pero debido a pequeñas deformaciones, aparecen en un arco antes que en el resto. Para mostrar este movimiento, se ha hecho una maqueta del rosetón de la Fig. 31. La maqueta (Fig. 44) está formada por 4 piezas, los 3 radios y nudo que los une en el centro. Para evitar el deslizamiento en las juntas, se han añadido unos pasadores metálicos entre las piezas, al igual que hacían los canteros. A medida que se presiona más sobre el rosetón (Fig. 45), el empuje es mayor, y el fallo se produce por la incapacidad de los apoyos de generar el empuje mínimo. El vídeo¹ se puede ver [aquí](#).



Fig. 44 Maqueta de un rosetón simple, para visualizar el colapso en un rosetón.
Elaboración propia.

¹Vídeo del proceso de carga para observar la formación del mecanismo de colapso: https://youtu.be/3qWP_M52T-8

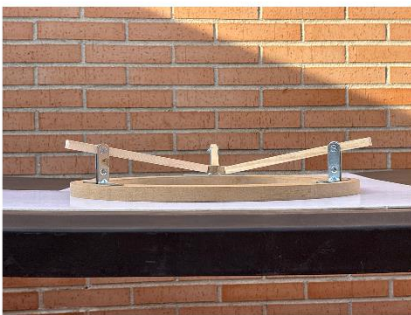
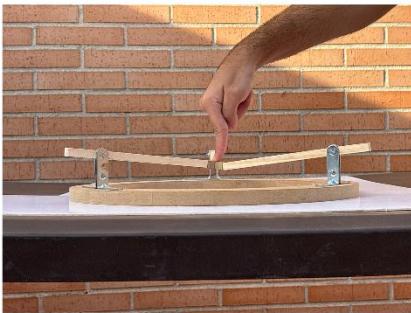
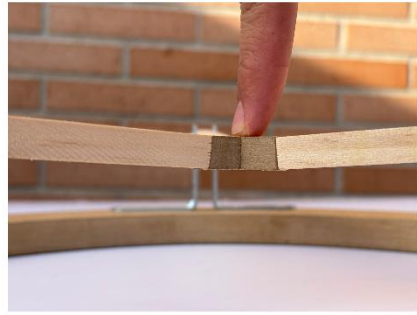
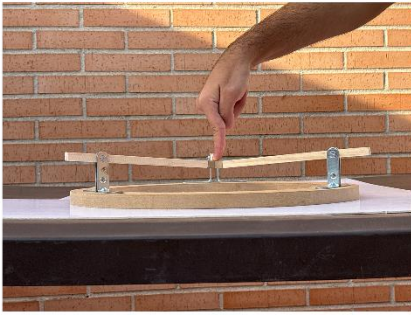
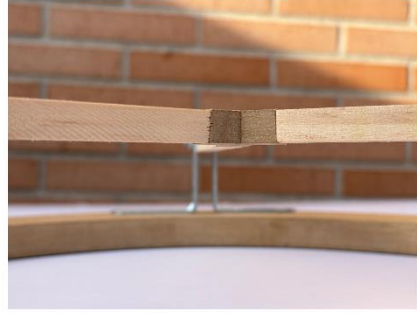


Fig. 45 Colapso de un rosetón, de arriba a abajo. 1) Rosetón sin carga. 2) Inicio del desplazamiento, grieta pequeña. 3) Rosetón a punto del colapso, grieta más visible. 4) Colapso del rosetón. Vídeo pulsando en la imagen. Elaboración propia.

El mecanismo de colapso límite de la maqueta se explica gráficamente en la Fig. 46, el desplazamiento vertical máximo teórico es aquel en el que una línea de empujes totalmente horizontal puede seguir contenida dentro de los límites de la fábrica. Esto requiere dos condiciones:

- 1) se puede desarrollar el empuje mínimo en cualquier situación antes de que la línea de empujes pase la horizontal,
- 2) está permitido el movimiento de los apoyos.

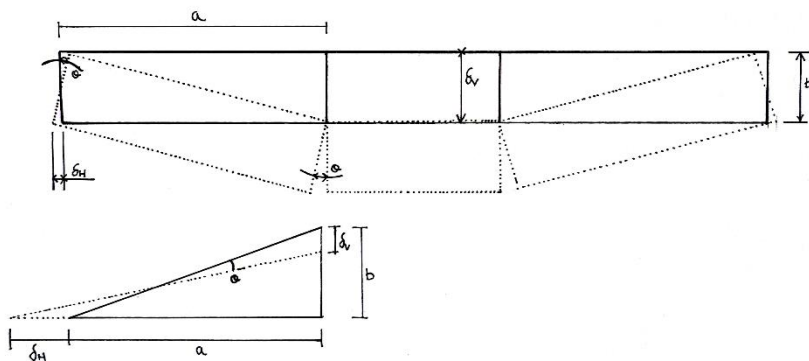


Fig. 46 Descenso de un rosetón debido a la apertura de los contrarrestos. Los radios giran y la clave descende. El punto límite es aquel en el que una línea de empujes horizontal puede ser contenida en la fábrica. Elaboración propia.

Sumadas obviamente a las 3 hipótesis de las estructuras de fábrica. El punto 1 se refiere a que si en algún momento del proceso de descenso del rosetón, este no es capaz de desarrollar el empuje mínimo para esa situación, la fábrica colapsará en ese momento. Al descender, el espesor donde puede contenerse la línea de empujes es menor, por lo que el empuje horizontal debe ser mayor. En la Fig. 47 vemos la gráfica del empuje en función al espesor, a medida que descende la clave, el espesor que existe para contener la línea de empujes, disminuye.

El segundo punto es necesario también, si la fábrica donde está contenido el rosetón es infinitamente rígida, no sería posible el movimiento horizontal en la dirección del radio, por ende, imposible el movimiento vertical, y la fábrica colapsaría en el momento que el empuje mínimo para una carga de viento dada provoque unas tensiones más altas que la de rotura del material. Ambas afirmaciones no son del todo compatibles al mismo tiempo, si se está produciendo un desplazamiento horizontal, es que el muro donde está contenido el rosetón no es lo suficientemente rígido como para poder admitir el aumento del empuje horizontal, el colapso estará en un punto medio entre unos contrarrestos totalmente flexibles y unos totalmente rígidos.

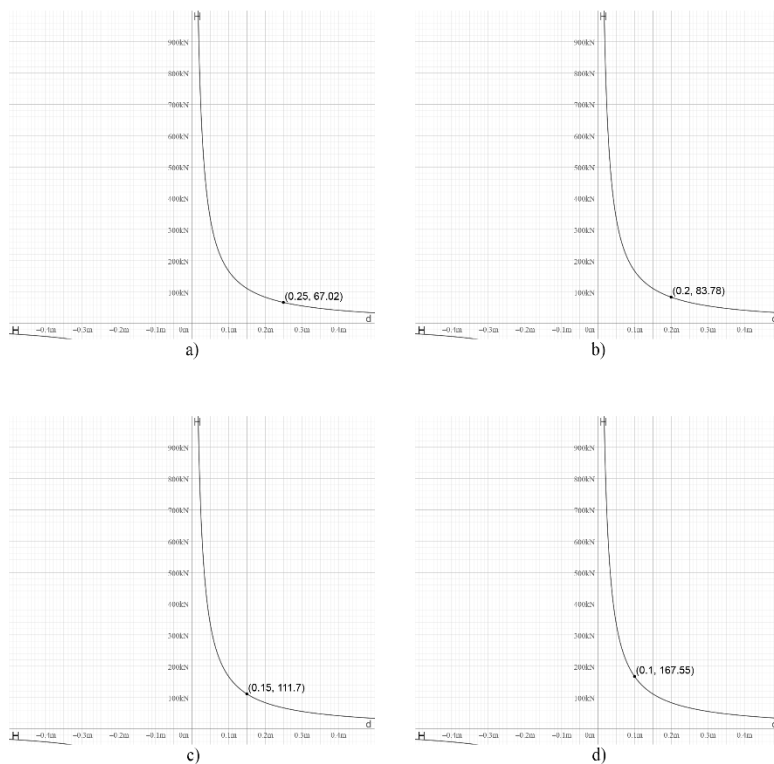


Fig. 47 Valores de empuje en relación con el espesor para la Catedral de Notre Dame de Mantes. a) Para 0,25 m de espesor, el empuje es de 67,02 kN. b) Para 0,20 m (descenso de 5 cm), 83,78 kN. c) Para 0,15 m (descenso de 10 cm), empuje de 111,70 kN. d) Para espesor de 0,10 m (descenso de 15 cm), empuje de 167,55 kN. Se ve como la gráfica tiende a infinito cuanto menor es el espesor. Elaboración propia.

Si comparamos el modelo físico (Fig. 45 y vídeo) con el analítico (Fig. 46), la diferencia más obvia es que el descenso de la maqueta antes del colapso indica que la línea de empujes ha pasado la horizontal. Esto se debe a que la maqueta es de madera y puede soportar tracciones, y a la pequeña colaboración que tiene el pasador metálico.

También se observa lo pronto que se abre una junta, debido a la esbeltez de los parteluces, y también lo pronto que se produce el colapso a partir de ese punto, por la misma razón. Al tener ese poco espesor, la altura efectiva (espesor menos descenso vertical) tiende a 0 muy rápido, y siguiendo la ecuación (1) y la Fig. 47 esto significa que el empuje aumenta rápidamente también.

Que el rosetón pueda o no generar este empuje, depende de las condiciones de contorno, es decir de cómo está construido los alrededores del rosetón. Si tiene unos buenos contrarrestos laterales, podrá generar ese aumento de empuje más fácil que sino los tuviera. El caso más desfavorable sería el que fueran flexibles, por eso, en el análisis límite que se hace mediante Matlab, se permitirá el libre movimiento en uno de los arcos y se hallará el empuje mínimo.

Movimientos paralelos al plano

Cualquier catedral tiene un sistema de contrarrestos lateral, que inevitablemente, tendrán algo de desplome lateral, y el círculo del rosetón se convertirá en un pequeño óvalo (Heyman, 2003), que puede ser que no se aprecie a simple vista. Horizontalmente, el rosetón tenderá a largarse, haciendo que el apoyo de estos radios no sea estable, y verticalmente se acortará, añadiendo compresiones a estos radios. Sin embargo, gracias a los óculos de los rosetones, el rosetón es capaz de deformarse para adaptarse a esta ovalización, como lo hace el rosetón de Lincolnshire (Clifton, 2007), pero que supuestamente era peligroso.

Para visualizar este movimiento, hice otra maqueta (Fig. 48), esta vez con cartón, sobre un marco. La parte trasera del marco servía de superficie de apoyo y el cristal frontal como tope para evitar que la maqueta pandeara fuera del plano, debido a la escasa sección transversal. El vídeo¹ se puede ver [aquí](#).

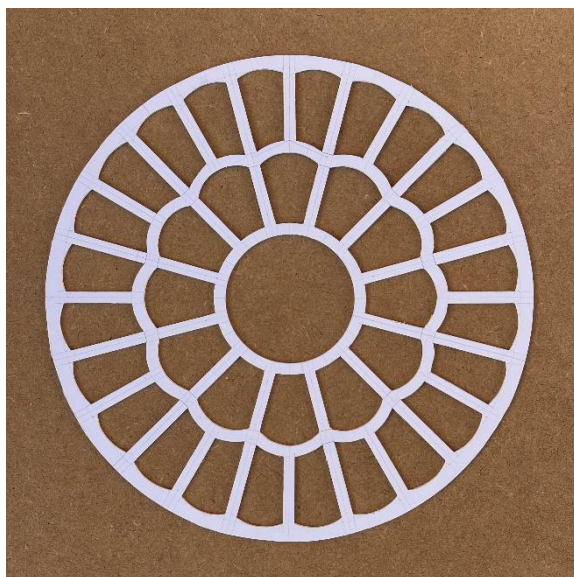


Fig. 48 Maqueta que representa el rosetón occidental de la Catedral de Notre Dame de París. Elaboración propia.

¹Vídeo del proceso ovalización para observar la adaptación del rosetón a esa geometría: <https://youtu.be/NCZ0Q-smtUk>

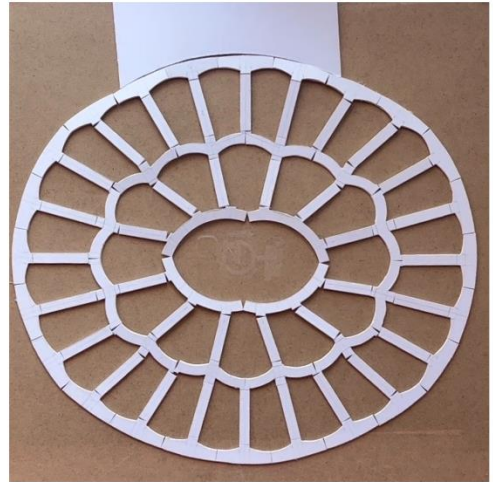
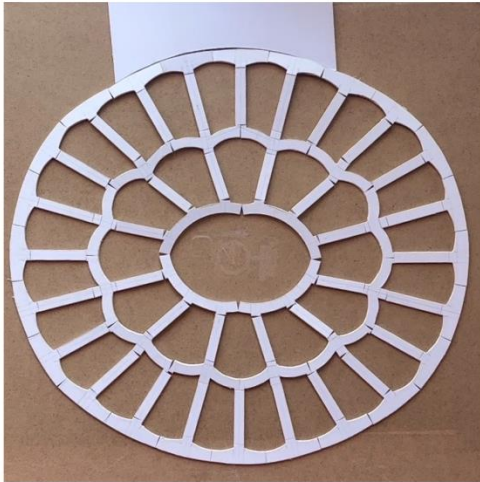
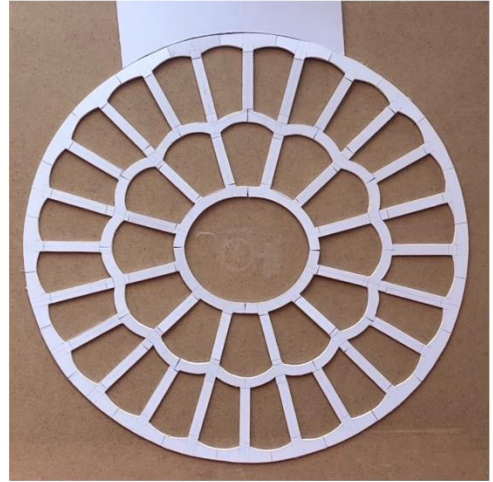
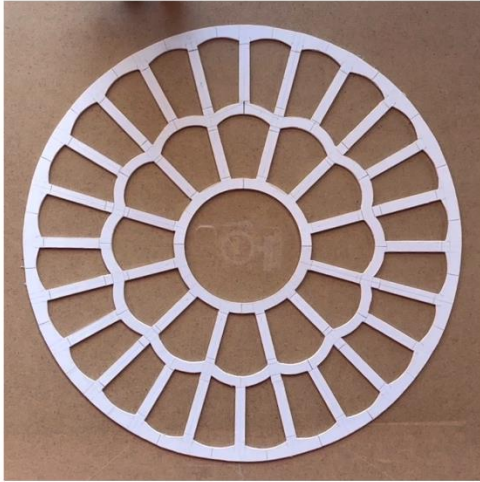


Fig. 49 Proceso de ovalización de un rosetón, desde arriba a la izquierda en sentido de las agujas del reloj. 1) Rosetón circular, sin deformar. 2) Inicio de la ovalización del rosetón, se aprecia como son los óculos, sobre todo el más interior, los que más se deforman para adaptarse a la ovalización. 3) Ovalización extrema, los parteluces interiores tienen que girar también para adaptarse a la ovalización. El óculo central está muy deformado. 4) Colapso, el radio interior que está el primero justo a la izquierda del eje central se ha separado. Vídeo pulsando en la imagen. Elaboración propia.

En la Fig. 49 podemos apreciar el proceso de ovalización del rosetón desde su forma inicial, circular, hasta su colapso. Por facilidad de la maqueta, en vez de abrir el rosetón horizontalmente, he presionado hacia abajo, para producir el mismo movimiento. Las dos imágenes inferiores muestran un extremo de la ovalización que se aleja de lo que puede suceder realmente, pero demuestra esa capacidad de acomodarse a las deformaciones impuestas que tiene el rosetón. La imagen superior derecha muestra un comportamiento que se asimila a la realidad, pequeñas deformaciones que adaptan al rosetón a la apertura de los contrarrestos que inevitablemente sucede. En este proceso de ovalización, por cada 1 cm que se achata verticalmente, se abre 1 cm aproximadamente. Esto lo deduzco tanto de mi maqueta física, como numéricamente.

La maqueta tiene unos 35,5 cm de diámetro, y medí sus diámetros principales cuando verticalmente se acortó 1 cm. El diámetro vertical era de unos 34,5 cm, y el diámetro horizontal de unos 36,5 cm. Numéricamente, si suponemos que el área interior tiene que ser constante, sacamos lo siguiente:

$$\begin{aligned} \pi \cdot r^2 &= \pi \cdot \frac{V}{2} \cdot \frac{H}{2} & (7) \\ 4r^2 &= V \cdot H \\ 4r^2 &= (2r - \delta) \cdot H \\ \frac{4r^2}{2r - \delta} &= H \\ \Delta H &= H - 2r \\ \Delta H &= \frac{4r^2}{2r - \delta} - 2r \\ \Delta H &= \frac{2r \cdot \delta}{2r - \delta} \\ \Delta H &= \delta + \frac{2r \cdot \delta}{2r - \delta} - \delta \\ \Delta H &= \delta + \frac{\delta^2}{2r - \delta} & (8) \end{aligned}$$

y si $r \gg \delta$, podemos afirmar que $\Delta H \approx \delta$, donde:
 r es el radio del círculo inicial,
 V el diámetro vertical tras la ovalización,
 H el diámetro horizontal tras la ovalización,
 δ el acortamiento vertical,
 ΔH el aumento de longitud del diámetro horizontal

Por ejemplo, si calculamos el área de mi maqueta sin deformar, obtenemos un área de $989,8 \text{ cm}^2$ (ecuación (7) izq.), y con las medidas que he obtenido midiendo en la maqueta $989,01 \text{ cm}^2$ (ecuación (7) der.), prácticamente lo mismo. Para las medidas de mi maqueta, un descenso de 1 cm tendría que haber supuesto un alargamiento horizontal de 1,029 cm (ecuación (8)), por lo que, para un diámetro vertical de 34,5 cm, tendría que haber medido 36,529 cm de diámetro horizontal prácticamente lo mismo que lo medido físicamente.

Si vemos el ejemplo real de Clifton (2007), donde el rosetón, con 7,5 m de diámetro teórico, mide 120 mm menos en vertical que en horizontal. Si suponemos que se acorta verticalmente lo mismo que se alarga horizontalmente (que acabamos de demostrar que es bastante razonable), tenemos un diámetro vertical de 7,44 m, y uno horizontal de 7,56 m. Si comparamos con la maqueta, es como si esta se hubiera acortado 0,3 cm, una deformación mínima, dentro de la capacidad que tiene el rosetón para deformarse.

4.3. El rosetón como mecanismo

Para obtener los esfuerzos en los maineles, el rosetón puede modelarse como una estructura de barras articuladas (Heyman, 2003), debido a la geometría y construcción del rosetón, por lo que para que haya equilibrio según el planteamiento de bóveda plana, los vectores de los empujes de los radios tienen que confluir en un punto (Fig. 50). Ante la falta de capacidad de soportar esfuerzos de flexión, si los empujes no confluyen en un mismo punto, el rosetón giraría.

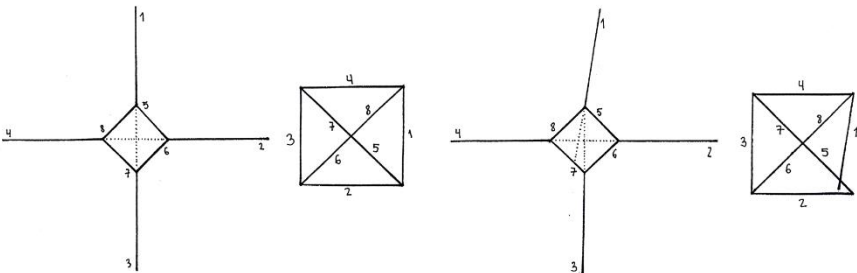


Fig. 50 Ejemplo de rosetón simple, a un lado el diagrama de forma, y a su lado el diagrama de esfuerzos, su figura recíproca. Izq.) Rosetón en equilibrio. Los radios confluyen en un punto. Der.) Rosetón sin equilibrio. El radio superior se ha girado y no hay equilibrio. Su diagrama de esfuerzos no se cierra, por lo que no hay una solución. Elaboración propia.

Esta propiedad se tiene que cumplir para todos los niveles de radios que tenga un rosetón. Un nivel de radios, son aquellos contenidos entre dos óculos. Cada nivel de radios tiene que confluir en un mismo punto, pero estos no tienen por qué ser el mismo punto (Fig. 51). Aparte de no girar, tampoco puede desplazarse, por lo que la solución solo puede ser la que se auto equilibra. Esta demostración la he hecho

mediante estática gráfica. Si se plantea analíticamente, hay igual número de incógnitas con un vector $f=0$ de acciones (no hay acciones en el plano del rosetón). Por tanto, al menos una de las ecuaciones de equilibrio es combinación lineal de las demás, es decir que las rectas de los radios confluyen en un punto. Entonces, la estructura planteada es un mecanismo.

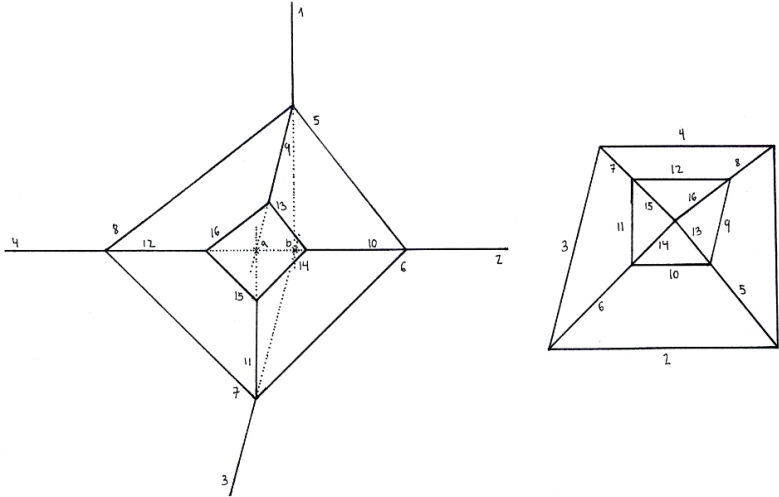


Fig. 51 Rosetón sencillo con dos óculos interiores. Cada nivel de radios tiene que confluir en un punto para que haya equilibrio. El interior confluye en a, mientras que el exterior confluye en b. Como se ve en su diagrama de esfuerzos, hay solución. Elaboración propia.

La Fig. 51 representa un diagrama de forma de la línea de empujes, pero no quiere decir que sean el eje de los radios del rosetón. Las líneas pueden ser contenidas dentro de la tracería de un rosetón con una geometría regular, pero que, para equilibrarse, tenga que desarrollar esos empujes que no estén en su eje. De hecho, en Block & Lachauer (2014), mencionan esta situación, que resuelven mediante un proceso iterativo de búsqueda de esa línea de empujes (Rippmann et al., 2012). Esa herramienta puede ser útil para rosetones con geometrías complicadas como el Rosetón del Apocalipsis de la Sainte-Chapelle, o el Ojo del Obispo de la Catedral de Lincoln. Para rosetones más normales, con saber la condición de que los radios tienen que confluir en un punto, es más que necesario para encontrar una solución de equilibrio.

En Heyman (2003) vimos como una opción correcta para sacar los empujes de un rosetón, podíamos sacar el empuje total y luego dividirlo entre el número de apoyos para sacar cada empuje. Esto, solo es válido para un rosetón que tenga simetría completamente radial, por ejemplo, la Fig. 50 izq. Sin embargo, un rosetón que no tenga una geometría simétricamente radial, por ejemplo, la Fig. 51 tiene que desarrollar empujes distintos por cada radio para poder auto equilibrarse.

4.4. Análisis límite mediante Matlab

Una vez comprendido el funcionamiento estructural de los rosetones, el objetivo era verificarlo y visualizar los colapsos mediante un programa de Matlab desarrollado por profesores del Departamento de Estructuras y Física de Edificación.

El programa calcula el empuje mínimo del rosetón dado, y dibuja las líneas de empujes correspondiente. Como hemos visto anteriormente, cuando se aplica el empuje mínimo, empieza la movilización del rosetón, por lo que se permite el movimiento en uno de los apoyos, en la dirección del radio, para visualizar ese mecanismo de colapso y ver donde se abren las juntas.

Programación lineal

El programa desarrollado se basa en la programación lineal, un método de maximización (o minimización) de una función lineal, sujeto a un sistema de condiciones lineales (Dantzig, 1949). Para mi trabajo, el planteamiento de la programación lineal es:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar:} & Z = H \\ \text{Sujeto a:} & \text{EQU}_i(N_i, V_i, H) = 0, \quad \forall i = 1 \dots k \\ & N_i < 0, \quad (\text{Compresión}) \end{array}$$

donde:

Z es la función objetivo,
H es el empuje horizontal,
EQU son las ecuaciones de equilibrio,
 N_i los axiles por dovela,
 V_i los cortantes por dovela,
k el número de dovelas.

Es decir, estamos buscando el empuje mínimo poniendo de restricciones que se cumplan las ecuaciones de equilibrio por cada dovela, y que los axiles resultantes sean de compresión, para evitar tracciones y flexiones. El planteamiento de las ecuaciones de equilibrio por dovela usará la notación de dos axiles y cortante, en vez de la notación de flector, axil y cortante (Fig. 52).

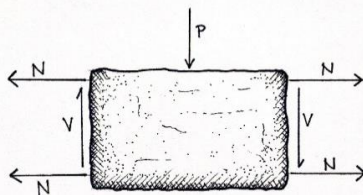


Fig. 52 Planteamiento del equilibrio por dovela. Elaboración propia.

Ya que el deslizamiento está impedido, ya sea por el mortero o por las barras que se introducían entre dovelas, las tensiones tangenciales son despreciables (Huerta, 2004) y no se hace una comprobación al respecto. El empuje H es la combinación de los axiles y del cortante a cada lado de la dovela.

Funcionamiento del programa

Los datos necesarios para la inicialización del programa es un archivo *.dxf* del modelo a analizar, en 3 dimensiones, donde cada dovela debe estar representada por una polilínea cerrada y cada arco plano en una capa de dibujo. Los maineles pueden ser modelados con tantas dovelas como se desee, cuantas más dovelas, más precisa será la línea de empujes y la ubicación de las juntas. Para modelizar los apoyos, dovelas más pequeñas se dibujan en los extremos de los radios, para filtrar por área y que el programa sepa dónde están ubicados los apoyos. Por último, hay que elegir la ubicación del apoyo con el movimiento permitido. El programa detecta donde se unen los distintos arcos, para generar los nudos, uniendo las dovelas entre sí en ese punto, aunque no sean partes del mismo parteluz. Se obtiene el empuje mínimo según el equilibrio de cada dovela, siendo los axiles siempre de compresión, dibuja su correspondiente línea de empujes, y los movimientos virtuales correspondientes al inicio del mecanismo de colapso. Los dibujos del colapso representan el movimiento, pero no se miden los desplazamientos ni los giros, al considerar un análisis de pequeños movimientos y que el colapso se produce nada más se inicia la movilización.

La carga modelizada es una carga distribuida uniformemente, como se hacía en Heyman (2003). Por último, aunque los rosetones están siempre en un plano vertical, y la carga a la que tienen que resistir es horizontal (el viento), se dibujarán en horizontal. Esto es para facilitar su lectura y asemejarlo al comportamiento de arco / bóveda plana que desarrolla el rosetón. En la siguiente página se ve una captura del programa de Matlab (Fig. 53) y a continuación el diagrama de flujo (Fig. 54), que explica el funcionamiento de este.

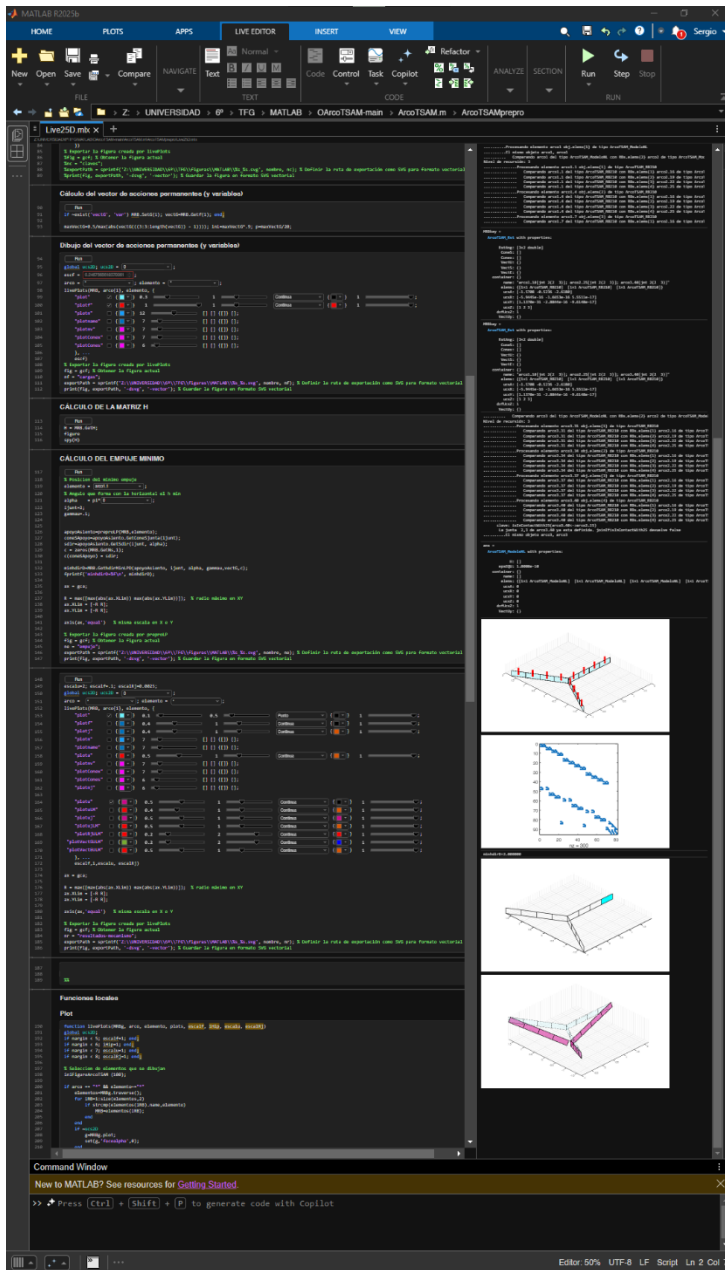
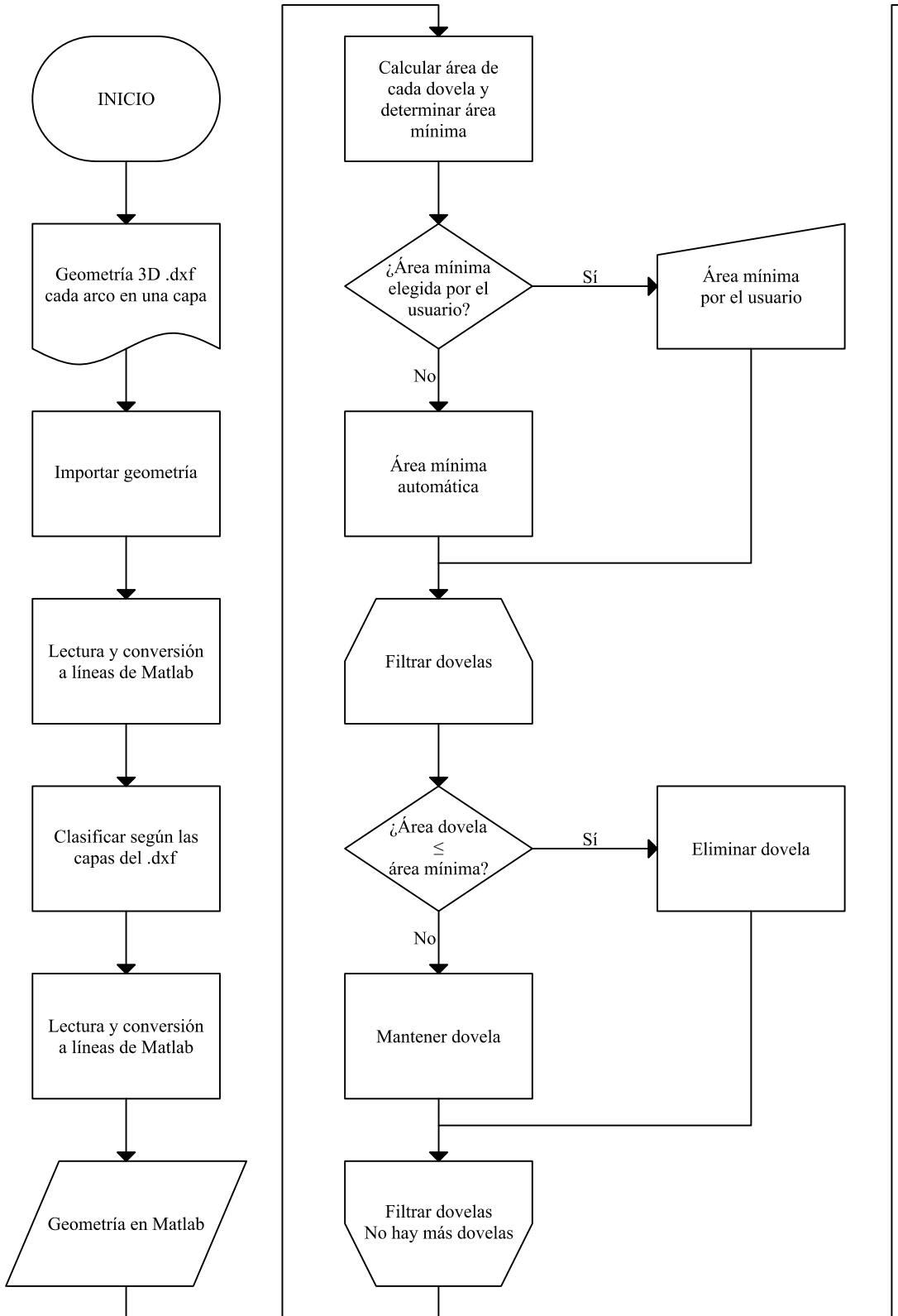


Fig. 53 Interfaz de Matlab R2025b. Está abierto el caso piloto. Elaboración propia.



INICIO

Geometría 3D .dxf
cada arco en una capa

Importar geometría

Lectura y conversión
a líneas de Matlab

Clasificar según las
capas del .dxf

Lectura y conversión
a líneas de Matlab

Geometría en Matlab

Calcular área de
cada dovela y
determinar área
mínima

¿Área mínima
elegida por el
usuario?

Sí

Área mínima
por el usuario

No

Área mínima
automática

Filtrar dovelas

¿Área dovela
≤
área mínima?

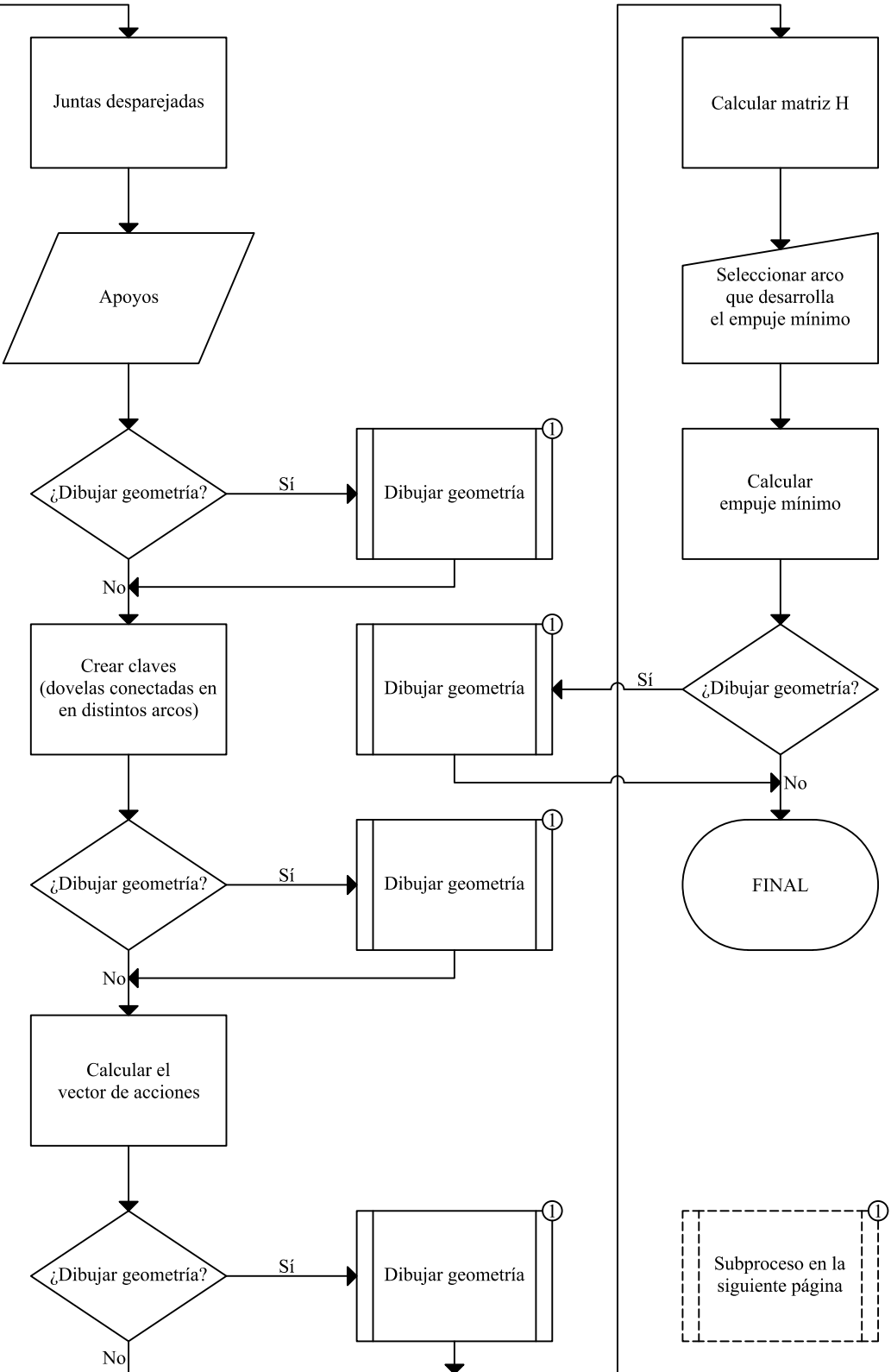
Sí

Eliminar dovela

No

Mantener dovela

Filtrar dovelas
No hay más dovelas



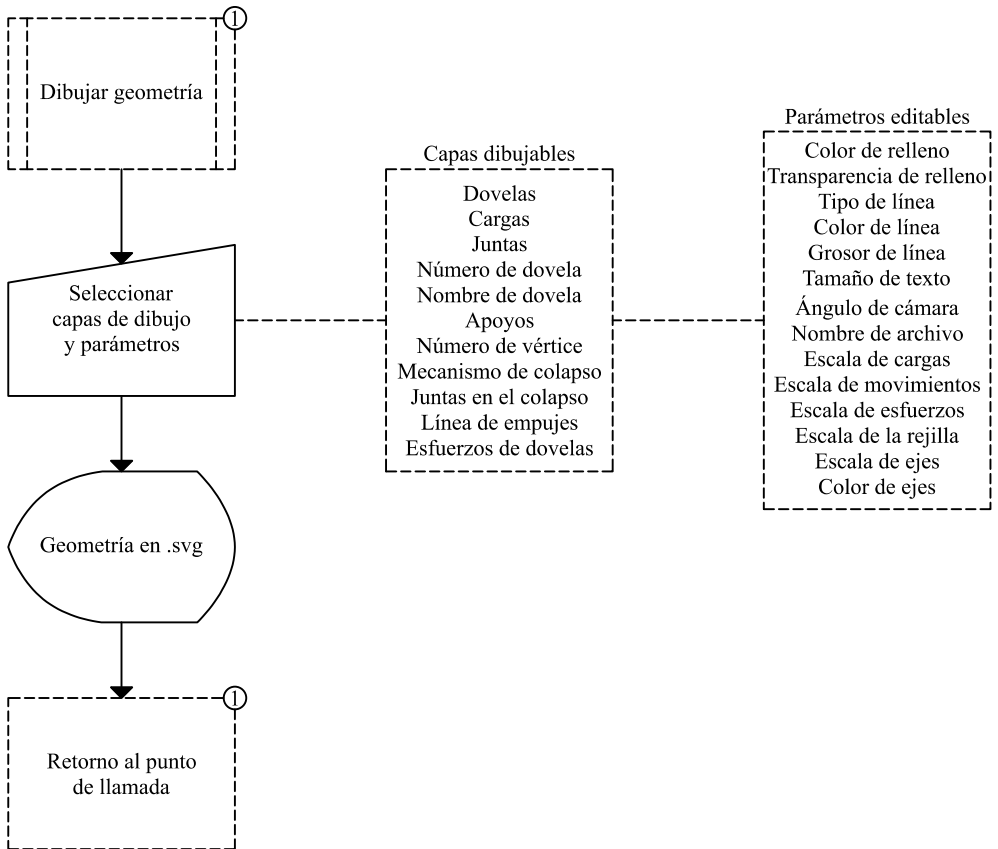


Fig. 54 Diagrama de flujo del programa de Matlab. Incluye las dos páginas anteriores y esta. Elaboración propia.

4.4.1. Caso piloto

Descripción del caso

Este primer rosetón será el de la Fig.7 de Heyman (2003), las Fig. 31, Fig. 33 y Fig. 44 en el trabajo, la geometría se observa en la Fig. 55.

Con esta geometría se quiere enseñar el funcionamiento del programa, entender los resultados con un caso sencillo y manejable, y compararlo con la maqueta realizada en madera explicada anteriormente.

Geometría

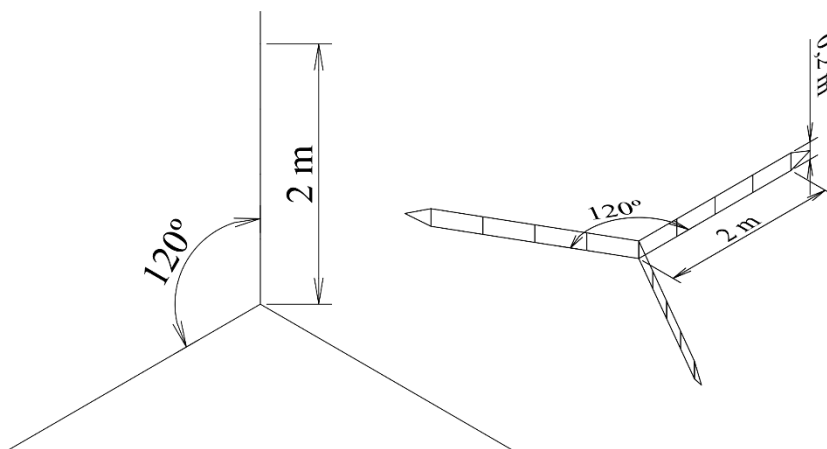


Fig. 55 Geometría del caso piloto para el análisis de Matlab. Izq.) Planta. Der.) Isométrica.
Elaboración propia.

Los radios se han dividido en 4 dovelas, para obtener una línea de empujes que se aproxime a la parábola, y al final de cada radio, se ha colocado una dovela de menor área para poder filtrar cuáles son los apoyos.

Proceso en Matlab

Tras exportar el archivo en *.dxf*, el programa lee la geometría y la convierte en una figura de Matlab, filtrando por el mínimo área de dovela, eliminando las dovelas auxiliares y fijando los apoyos (Fig. 56).

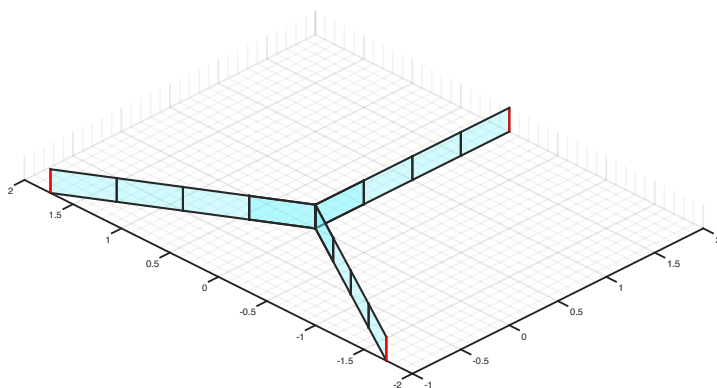


Fig. 56 Geometría en Matlab, en rojo los apoyos. Elaboración propia.

A parte de visualizar la geometría en 3 dimensiones, se puede ver el nombre de cada dovela, que es bastante útil para elegir más tarde la posición del apoyo donde está permitido el movimiento (Fig. 57).

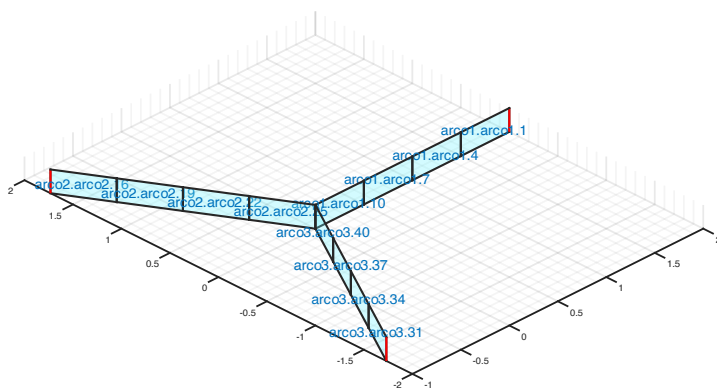


Fig. 57 Geometría en Matlab, con los nombres de cada dovela. Elaboración propia.

A parte de la visualización en 3 dimensiones, también se pueden visualizar en 2 dimensiones, tanto parteluces enteros, como dovelas individuales (Fig. 58).

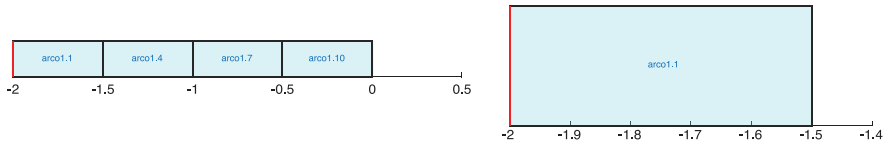


Fig. 58 Visualización en 2 dimensiones de la geometría en Matlab. Izq.) Un mainel entero. Der.) Una única dovela. Elaboración propia.

Tras importar la geometría, el siguiente paso es hallar las claves, que son aquellas dovelas que comparten una junta con otros maineles. Esto es para que haya continuidad entre los radios en esos puntos y no funcionen de manera independiente, sino como una estructura en conjunto.

A continuación, se calcula el vector de acciones permanentes, es decir la carga que tiene que soportar el rosetón. Esta se plantea como una carga distribuida uniformemente (Fig. 59), con una resultante en el centro de cada dovela. Se plantea así para asemejarlo al planteamiento de (Heyman, 2003).

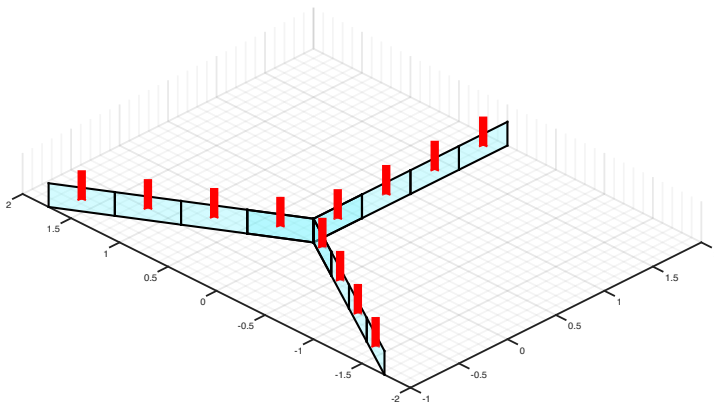


Fig. 59 Geometría en Matlab, con las cargas aplicadas en cada dovela. Elaboración propia.

Por último, se calcula la matriz H , y se selecciona la ubicación del arco que va a desarrollar el empuje mínimo (Fig. 60), cuyo movimiento en el sentido del radio, está permitido.

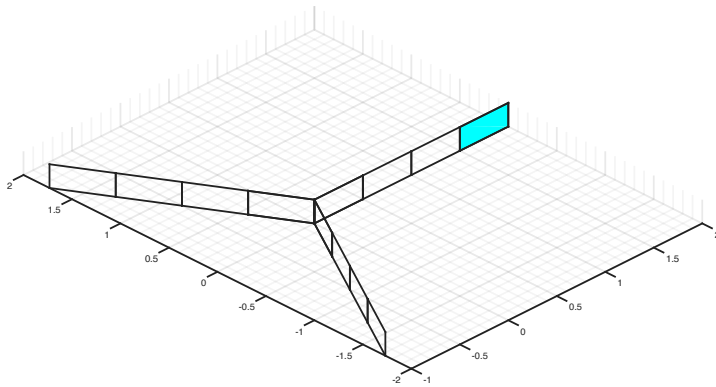


Fig. 60 Selección del arco con el empuje mínimo, en celeste, donde se iniciará el colapso del rosetón. Elaboración propia.

Resultados

Por último, ya se puede visualizar la red de empujes para el desplazamiento seleccionado (Fig. 62), y mecanismo de colapso (Fig. 63), e incluso ver el equilibrio en una dovela cualquiera (Fig. 61). Cuando una junta se abre en una clave, como en el caso piloto, la junta puede estar en cualquiera de los arcos que acometen en esa junta, porque, teóricamente, sucedería en todas a la vez.

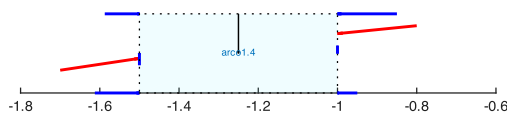


Fig. 61 Equilibrio en una dovela. En rojo, la línea de empujes (resultante); en azul, los esfuerzos internos (axiles superior e inferior en horizontal y cortante en vertical); en negro, la carga exterior. Elaboración propia.

El presente caso ha verificado el funcionamiento del programa, explicando el proceso paso a paso, y podemos usar el programa para verificar cuestiones y visualizar mecanismos de distintas geometrías. Además, podemos comprobar que el colapso de este caso es semejante al del modelo físico de movimientos perpendiculares al plano del rosetón.

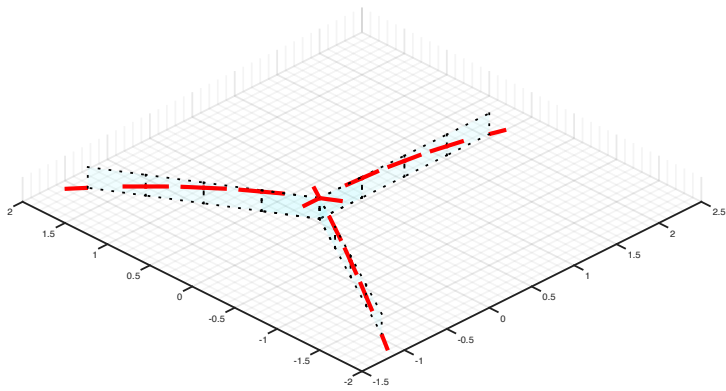


Fig. 62 Red de empujes del rosetón, se ve el funcionamiento de bóveda plana. Elaboración propia.

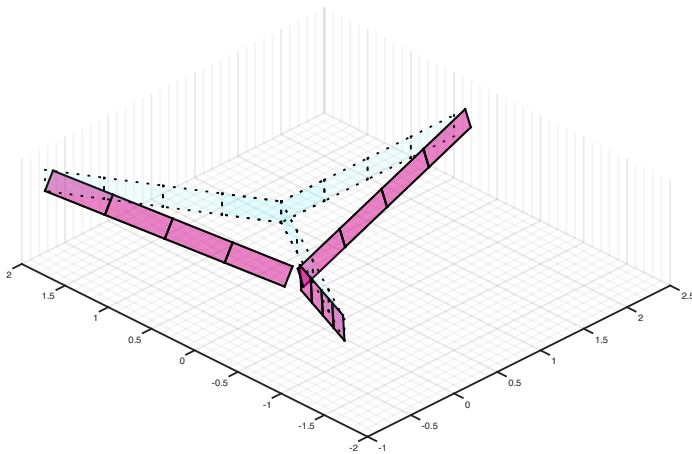


Fig. 63 Mecanismo de colapso del rosetón. En azul, geometría sin deformar; en morado, mecanismo. Se ve como el arco que habíamos seleccionado, se ha movido hacia afuera, y el centro del rosetón ha descendido. La junta se ha abierto en el nudo entre los 3 radios. Elaboración propia.

4.4.2. Rosetón con óculo central

Descripción del caso

Este rosetón se trata de un caso sencillo, con óculo central, se quiere visualizar el funcionamiento con un óculo central. Además, al desplazar uno de los radios, se quiere demostrar si la geometría es capaz de adaptarse mediante la deformación del óculo central.

Geometría

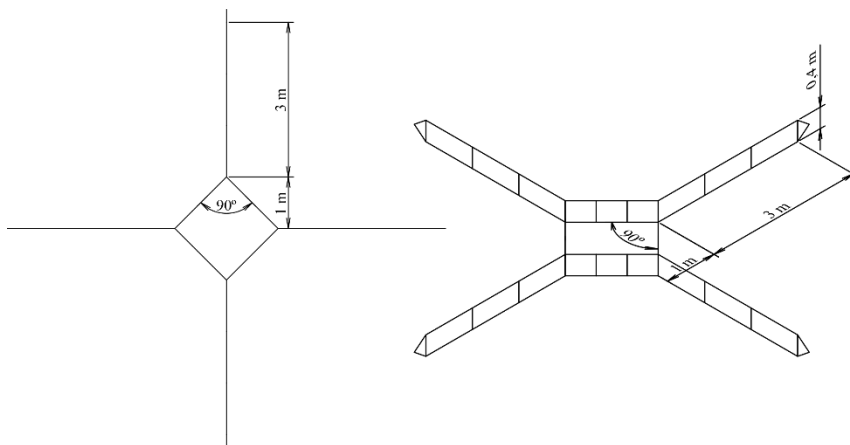


Fig. 64 Geometría del caso con óculo central para el análisis de Matlab. Izq.) Planta. Der.) Isométrica. Elaboración propia.

En este caso, se plantea un rosetón de 4 radios de 3 m, con un óculo central (Fig. 64). El rosetón tiene un diámetro total de 8 m, con un espesor de tracería de 40 cm. Esta geometría es similar a las Fig. 16 y 17 de Heyman (2003), donde plantea la ovalización de los rosetones debido al óculo central. Se ha dividido cada arco en 3 dovelas de 1 m de largo.

Resultados

En este caso, la línea de empujes (Fig. 65) no toca la parte superior de los nudos entre radios, sino que se produce la articulación en el centro de los arcos del óculo central, donde se abren las juntas en este caso (Fig. 66). Como esa línea de empujes toca la parte superior de la dovela del centro de los arcos que colapsan, la junta puede abrirse aleatoriamente a un lado o en otro, como se puede ver en las Fig. 67 y Fig. 68.

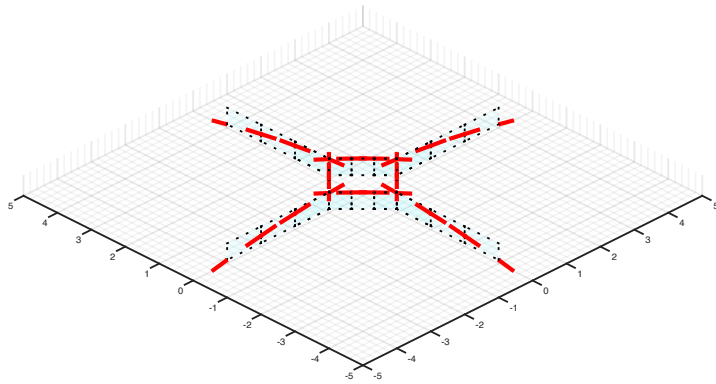


Fig. 65 Red de empujes del rosetón con óculo, donde se aprecia el comportamiento de bóveda plana. Elaboración propia.

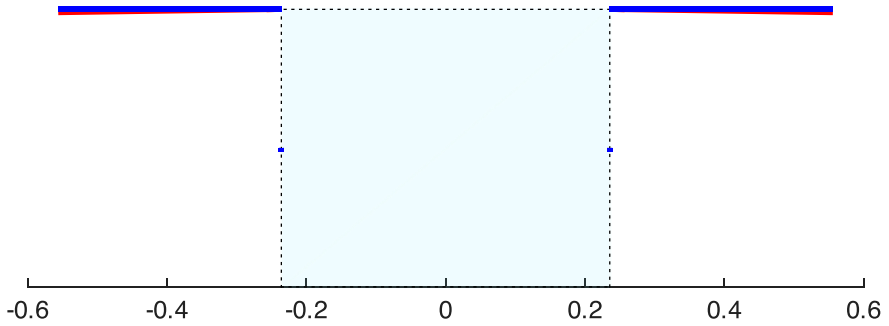


Fig. 66 Equilibrio en una dovela central del óculo. La línea de empujes pasa por la arista superior, pero la junta se abre a uno de los lados. Elaboración propia.

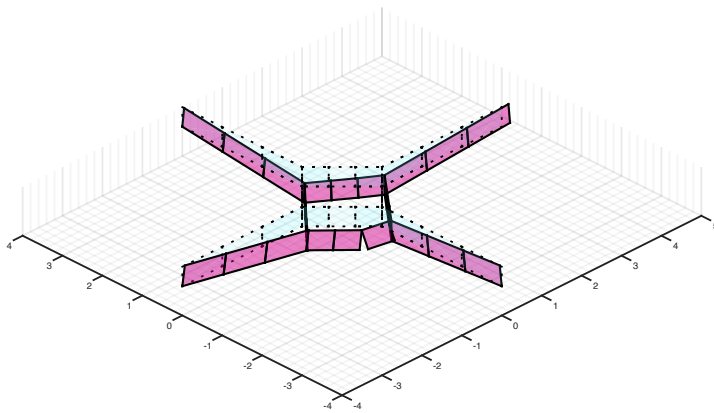


Fig. 67 Mecanismo de colapso del rosetón. Debido al movimiento hacia fuera del arco seleccionado, el óculo central se alarga. Por ello, se abren las juntas en los dos parteluces opuestos al radio que se desplaza. Elaboración propia.

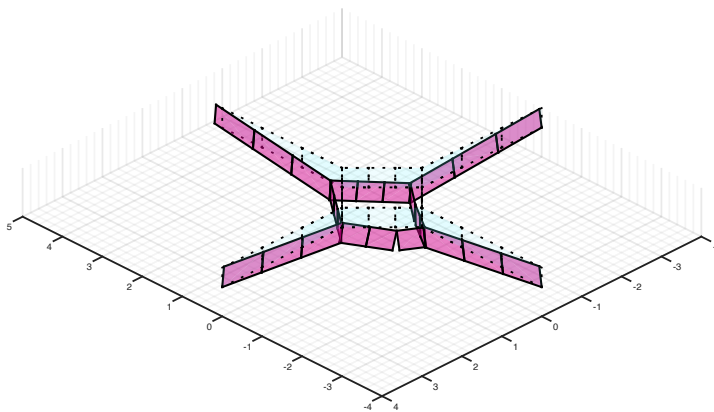


Fig. 68 Mecanismo de colapso del rosetón, visto desde el otro lado. En este parteluz, se ve como la junta se ha abierto en el otro lado. Elaboración propia.

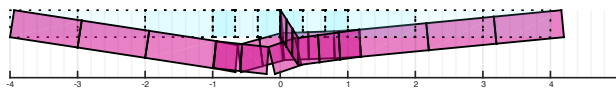


Fig. 69 Alzado del mecanismo de colapso. A la derecha, el radio que se desplaza; en el plano perpendicular a la imagen, los radios giran para adaptarse al movimiento. Para que haya continuidad, se abren unas juntas en los maineles de la izquierda. Elaboración propia.

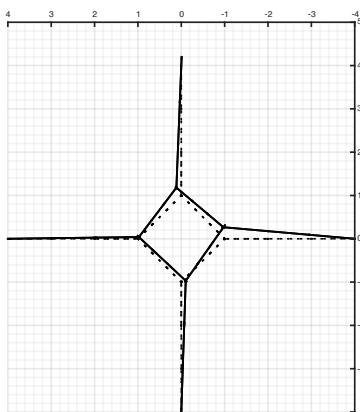


Fig. 70 Planta del mecanismo de colapso. El radio superior es el que se desplaza. Se aprecia como los radios inferiores se alargan debido al giro de los radios de los lados. El mecanismo es simétrico, por lo que podría haber sido lo mismo, pero en espejo. Elaboración propia.

En la Fig. 69 se muestra ese desplazamiento del radio, que provoca que el rosetón se adapte gracias al óculo central. Mientras, en la Fig. 70 podemos apreciar como los radios de los lados tienden a girar hacia la dirección del radio desplazado. Esto provoca que los parteluces inferiores se alarguen, y consiguen eso mediante la apertura de juntas. Además, se aprecia que el mecanismo de colapso no es simétricamente radial, aunque la geometría sí lo sea (Fig. 70). Se debe a que las condiciones de contorno no lo son, ya que en un radio está permitido el movimiento, y en los otros no. El resultado podría haber sido el mismo, pero simétrico respecto al radio desplazado, girando en mayor medida el radio izquierdo, y en menor el radio derecho.

Este caso ha verificado el comportamiento de bóveda plana, que se desarrolla en el interior de la tracería del rosetón, y ha demostrado la capacidad de un rosetón a adaptarse a desplazamientos impuestos mediante su óculo central.

4.4.3. Rosetón con radios girados

Descripción del caso

En esta geometría, similar a la Fig. 51, se pretende demostrar que un rosetón es estable solo si puede formar una red de empujes, donde sus radios confluyan en un punto. Este punto puede variar para cada nivel de radios entre óculos.

Geometría

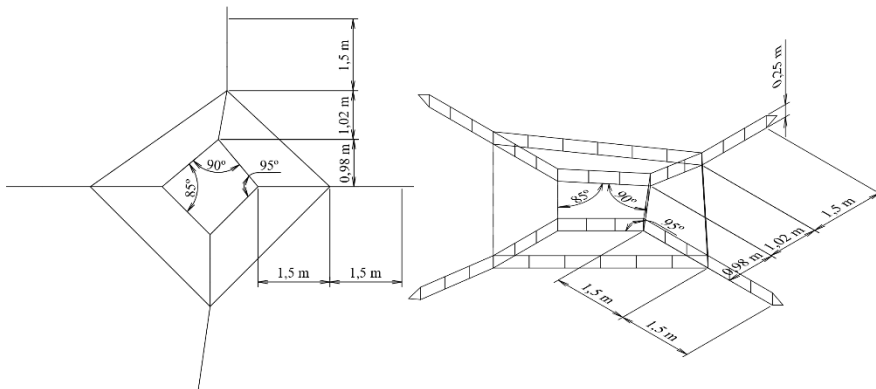


Fig. 71 Geometría del rosetón con radios girados para el análisis de Matlab. Elaboración propia.

En este caso (Fig. 71) la geometría no es tan importante, el objetivo es verificar que el rosetón puede desarrollar una línea de empujes aun cuando su geometría no es perfecta. En el nivel exterior, el radio inferior ha girado, y en el interior, el superior, como en la Fig. 51. Además, a diferencia de la Fig. 51, el óculo interior no está circunscrito, para verificar que el óculo no tiene por qué formar un círculo.

Resultados

Como la geometría de este caso no es simétricamente radial, podemos hacer el análisis permitiendo el movimiento en los 4 radios, cada uno por separado, para verificar que es válido para cualquier radio.

Obtenemos entonces 4 redes de empujes (Fig. 72) totalmente válidas para las distintas condiciones de contorno. Además, podemos ver como en los nudos entre radios y óculos, las líneas de empuje no confluyen en un punto (Fig. 74), sino que en varios. Esto no es ningún problema, ya que en esa junta sigue habiendo

equilibrio de esfuerzos. Esto es una diferencia respecto al planteamiento del TNA (Block, 2009; Block & Lachauer, 2014; Block & Ochsendorf, 2007), donde el planteamiento requería que los vectores de esfuerzos internos y fuerzas exteriores confluyeran en un punto. Esto también es posible en nudos con 3 radios, pero es más común en nudos con 4 o más radios.

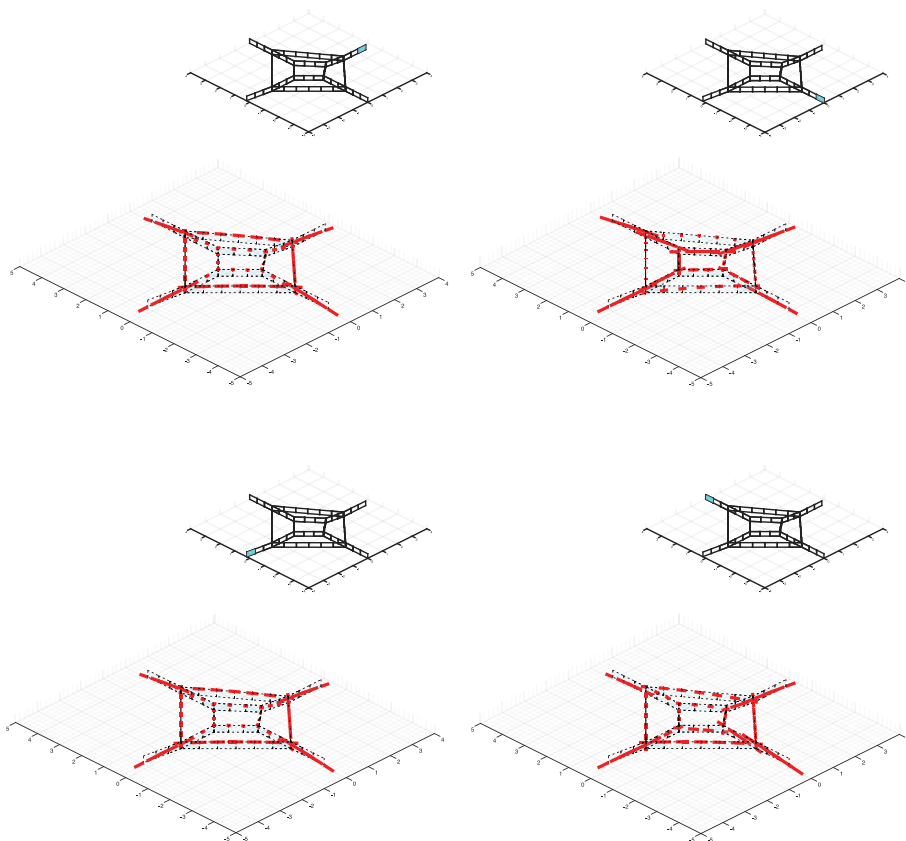


Fig. 72 Redes de empujes para cada caso. En cada uno, un radio distinto desarrolla el empuje mínimo. Elaboración propia.

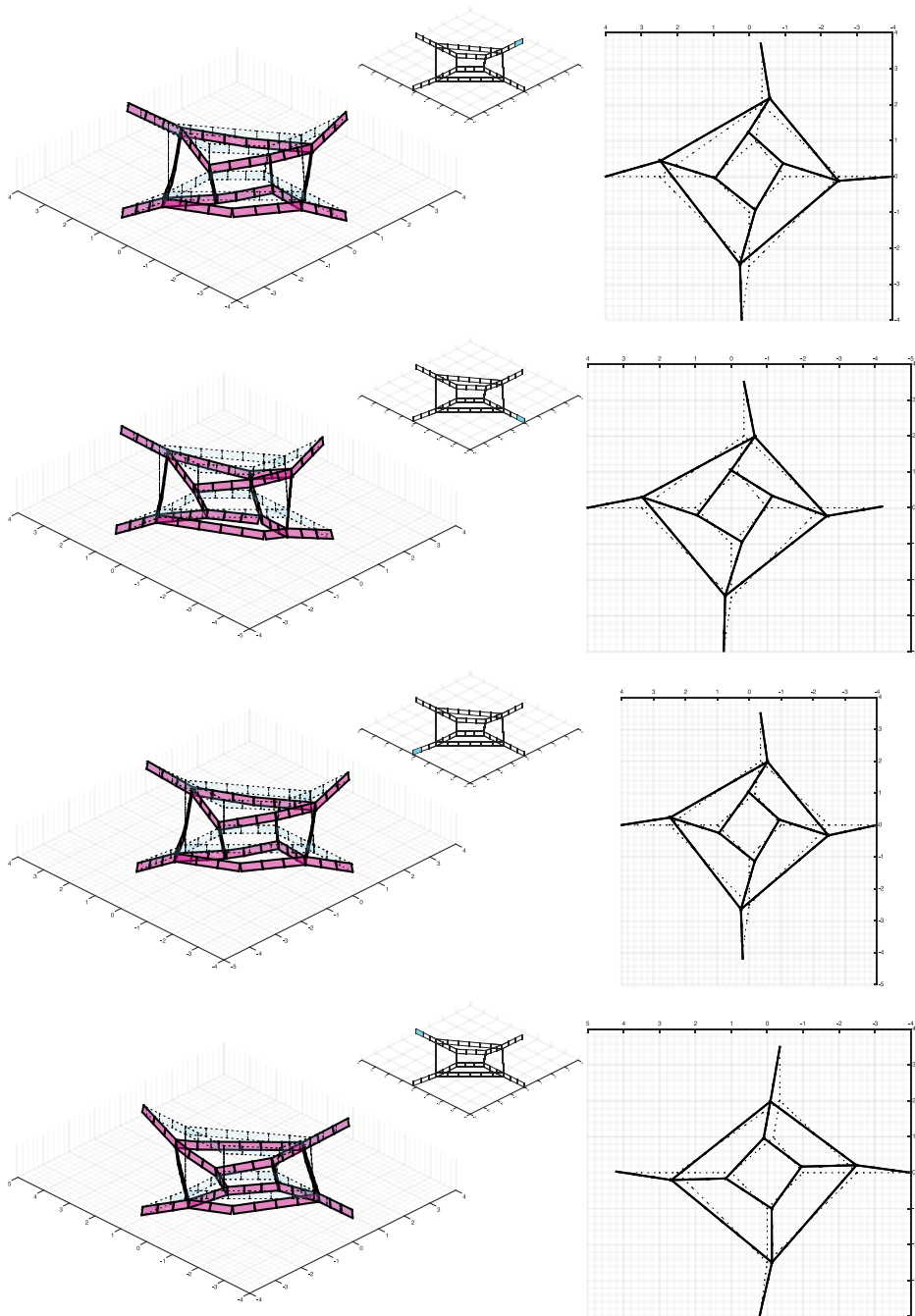


Fig. 73 Mecanismos de colapso para cada caso. Hay similitud entre ellos, aunque tienen ciertas diferencias. Podemos resaltar como las juntas se abren principalmente en los óculos. Elaboración propia.

Si comparamos las líneas de empujes en la Fig. 72, observamos que los maineles más solicitados son los radios y el óculo exteriores, mientras que los radios interiores y el óculo central están menos solicitados, ya que se ve en la imagen que los empujes son más pequeños. Parece como si fuera un rosetón dentro de otro rosetón.

Además, en este caso con geometría imperfecta, podemos observar cómo los óculos son por qué un rosetón es capaz de adaptarse a movimientos, y como los hace más estables. Sin los óculos que ayudan a corregir la geometría, sería imposible encontrar una solución, y tampoco podría deformarse como lo está haciendo (Fig. 73). En esta geometría, el rosetón tiende a girar todos los radios en sentido horario, sea cual sea el arco que se desplaza, a excepción del último caso. En este último, el arco que se desplaza es el izquierdo, y provoca que el giro sea antihorario.

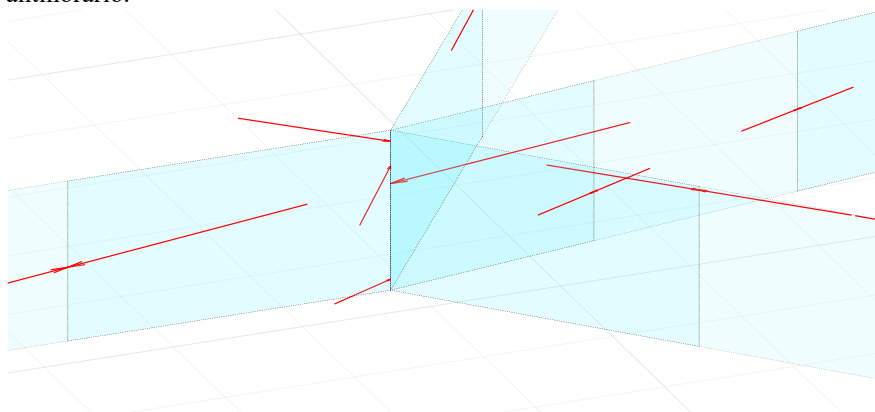


Fig. 74 Vista de cerca de un nudo. Se observa como las líneas de empuje no tienen por qué confluir en un punto, siempre que cumplan las ecuaciones de equilibrio. Elaboración propia.

En este último caso de prueba, hemos verificado la importancia de los óculos como elemento estabilizador, que ayuda a corregir imperfecciones geométricas que puedan tener los radios. En vez de tener que confluir todas las líneas de empujes en un único punto en la junta donde concurren al menos cuatro maineles (Fig. 74), por cada óculo más que tenga un rosetón, un punto extra podrá encontrarse. Como los óculos dividen a los maineles, estos reducen su esbeltez y es más fácil que encuentren ese punto, como ya se explicó en la Fig. 19.

4.4.4. Caso de estudio: rosetón Puerta del Sarmental, Burgos

Descripción del caso

En este último caso, se probará el programa aplicado a un caso real. El rosetón del transepto sur de la Catedral de Burgos (Fig. 75) es de estilo gótico y fue construido a mediados del s. XIII (Payo Hernanz & Rodrigo Matute, 2008).

La información acerca la Catedral la obtuve en mi visita a esta, tanto por los libros que tenían allí disponibles, como por el personal de la Catedral. Desafortunadamente, el archivo de la Catedral estaba cerrado durante mi visita, aunque creo que no hubiera encontrado nada de relevancia, ya que tienen un archivo online llamado “elcircular” (*Archivo Histórico de la Catedral de Burgos – elcircular*, s. f.).



Fig. 75 Puerta del Sarmental, Catedral de Burgos. Imagen tomada por mí (2025).

Geometría

La información sobre la geometría de este rosetón es escasa. No he encontrado ningún plano, medidas, ni fuentes fiables acerca de esta. El plano más fiable que encontré es el realizado por Enrique Barrio (Fig. 76), vidriero de Burgos, y encargado de restaurar las vidrieras del rosetón entre en 1998 y 1999 (Payo Hernanz & Rodrigo Matute, 2008).

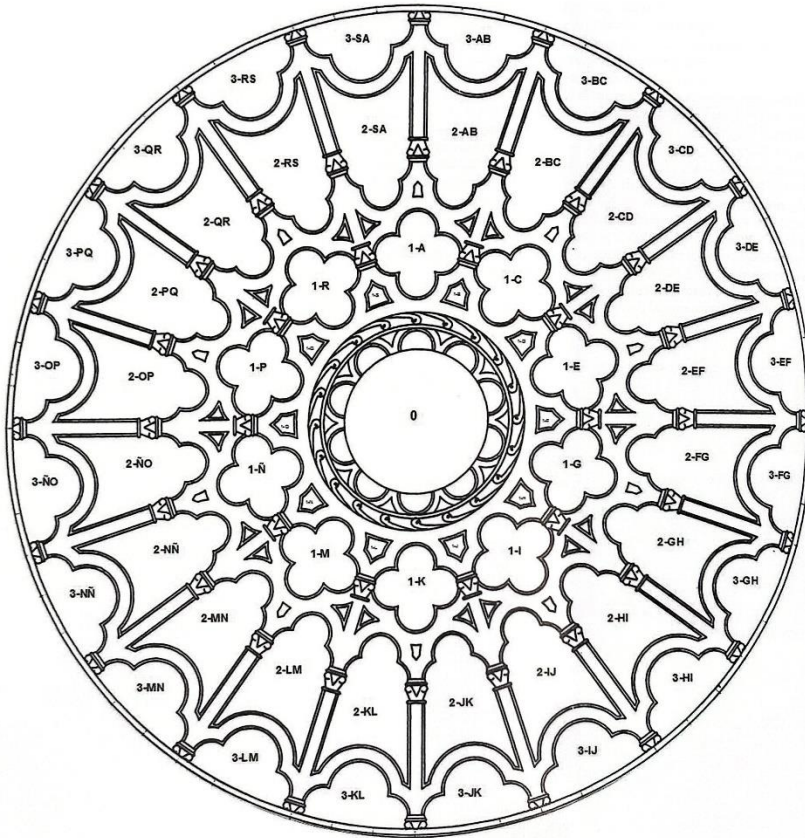


Fig. 76 Alzado del rosetón de la Puerta del Sarmental. Enrique Barrio (1997). Extraído de Payo Hernanz & Rodrigo Matute (2008).

El diámetro de este es de unos 6 m. No he encontrado ninguna fuente fiable que lo corrobore, pero es lo que medí cuando estuve en la Catedral. La tracería se modela según el plano de Barrio (Fig. 76) e imágenes del rosetón (Fig. 77 - Fig. 80). Lo único que no se modela son las semicircunferencias que hay entre apoyos.

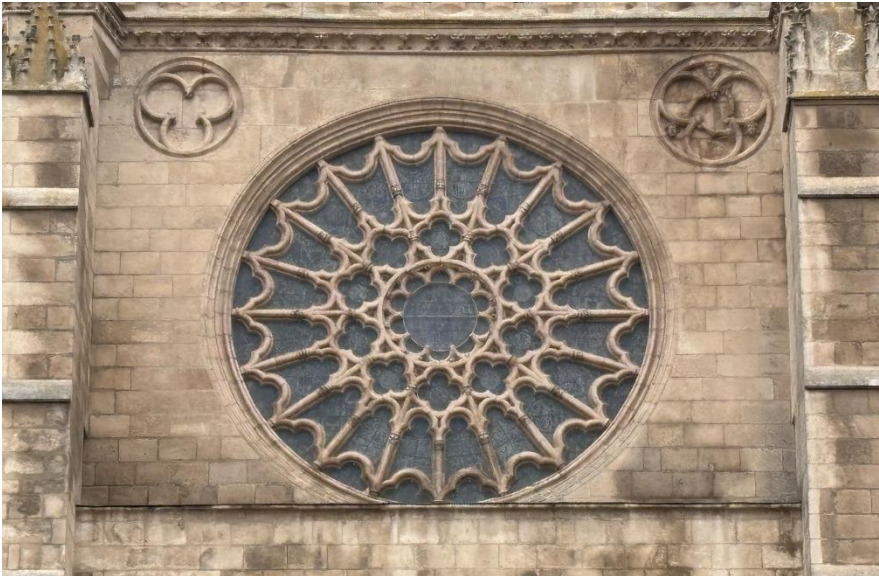


Fig. 77 Alzado del rosetón. Imagen tomada por mí (2025).



Fig. 78 Detalle de la tracería del rosetón. Imagen tomada por mí (2025).



Fig. 79 Imagen del rosetón desde el interior de la Catedral. Imagen tomada por mí (2025).

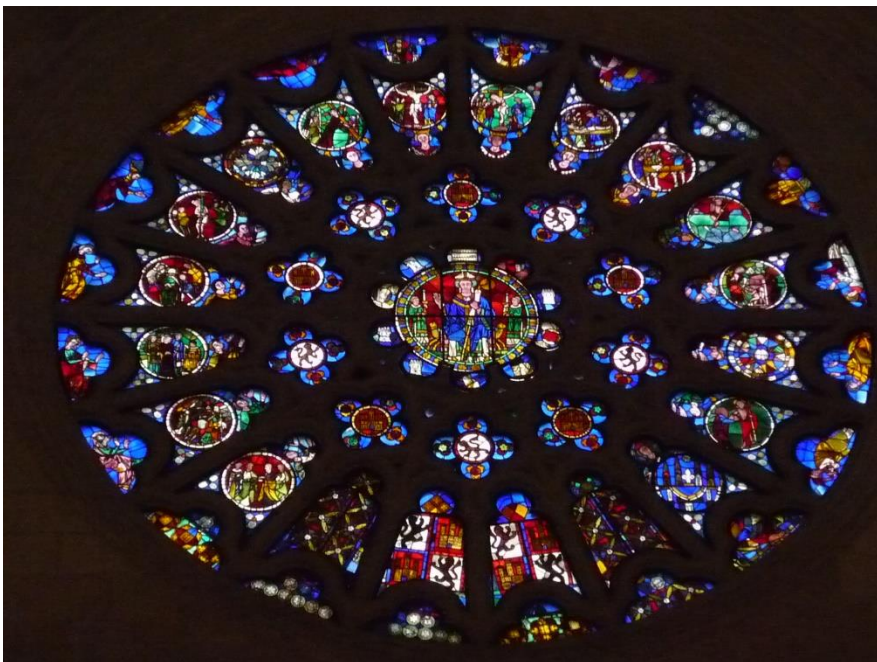


Fig. 80 Imagen de las vidrieras desde el interior de la Catedral. Imagen tomada por mí (2025).

La geometría la tracé en 2 dimensiones por encima de una imagen (Fig. 81), sabiendo que el diámetro era de 6 m. Una vez dibujado el diagrama de forma en planta, realicé la geometría en 3 dimensiones, y dividí los arcos en un número de dovelas adecuado para que la línea de empujes tuviera una forma correcta. Los parteluces lobulados del perímetro no se consideran en el modelo, ya que no contribuyen a la resistencia, según el modelo de barras articuladas y arcos planos. El rosetón es simétricamente radial, con 10 ejes principales, por lo que dibujé solo 1/10 de la geometría y apliqué una matriz polar para completar el resto. La geometría resultante está representada en las Fig. 81 y Fig. 82.

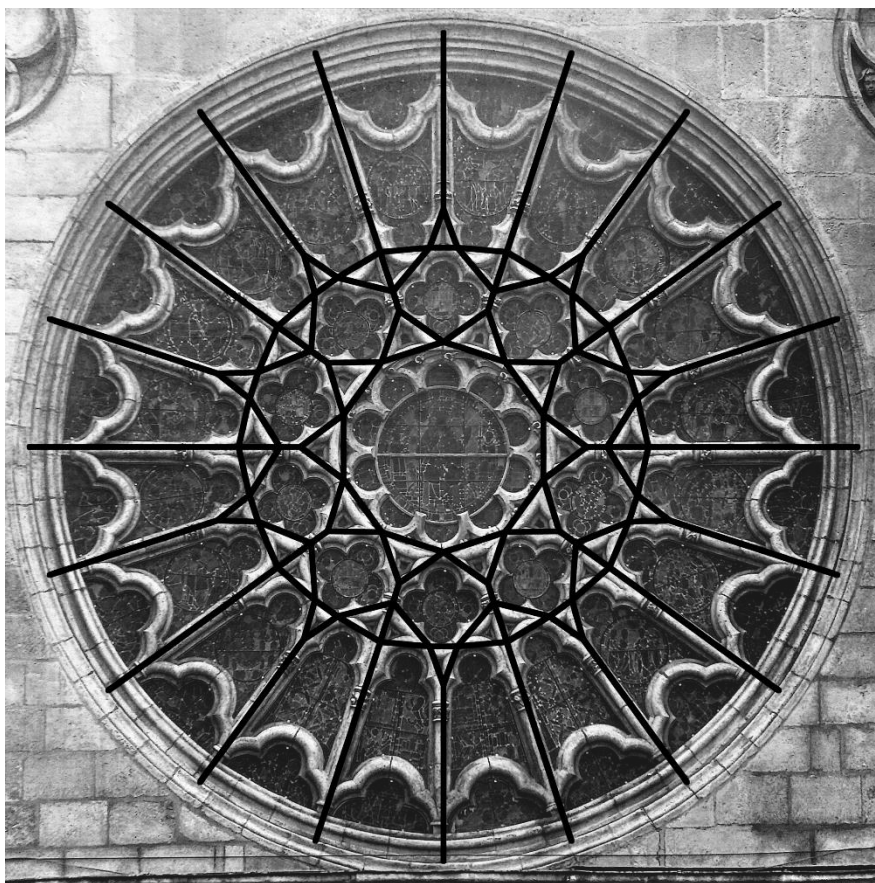


Fig. 81 Geometría del rosetón sobre imagen de este. Elaboración propia a partir de la imagen extraída de Payo Hernanz & Rodrigo Matute (2008).

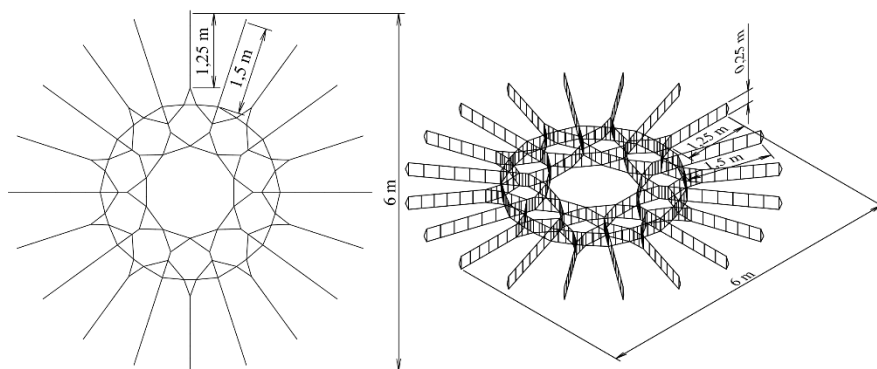


Fig. 82 Geometría del rosetón de Burgos, para el análisis de Matlab. Elaboración propia.

El resto de medidas se obtuvieron directamente del dibujo, y responden a un proceso de calco de la imagen, más que a cuestiones geométricas. El único requisito es que fueran líneas rectas dentro de la tracería.

Resultados

Hice el análisis permitiendo el movimiento primero en un radio corto (1,25 m) y después en uno largo (1,5 m) y los resultados son prácticamente idénticos.

En ambos casos, el radio simplemente colapsa como un arco plano (primer caso Fig. 83 y Fig. 84, segundo caso Fig. 85 y Fig. 86). El entramado del óculo exterior parece tener una geometría bastante buena, como para poder seguir siendo estable mientras se mueve el radio. Este se comporta apoyado en el borde del rosetón y apoyado en el óculo central. El empuje mínimo es tan bajo, que es suficiente para que el óculo se mantenga estable.

En la Fig. 87 se observa que los radios cortos no desarrollan tanto empuje como los radios largos. Esto se puede deber a que esos radios acometen a una zona del óculo con una subdivisión más optimizada. En ambos casos vemos el desarrollo de arco plano en los radios que colapsan (primer caso Fig. 88, segundo caso Fig. 90).

Aunque los resultados del caso de estudio no hayan sido tan llamativos como los casos de prueba, sacamos de resultado la estabilidad de los rosetones. En este caso el empuje mínimo que tiene que desarrollar el rosetón de Burgos para que colapse es muy bajo. Y como hemos visto en el trabajo, el problema surge cuando la estructura no es capaz de desarrollar ese empuje mínimo

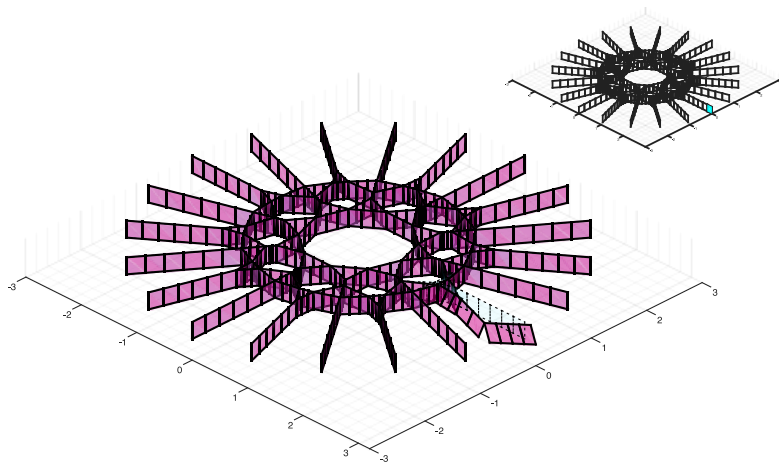


Fig. 83 Mecanismo de colapso para el movimiento del primer caso. El radio que se desplaza colapsa como un arco plano. Elaboración propia.

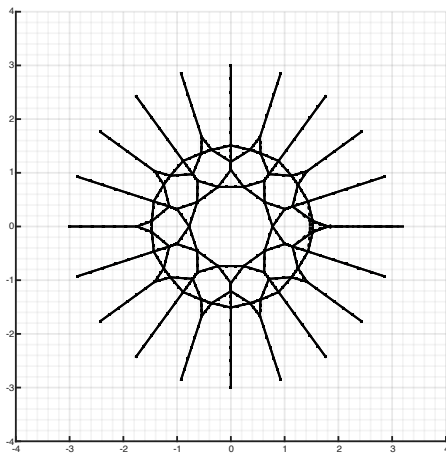


Fig. 84 Mecanismo de colapso para el movimiento del radio horizontal de la derecha. Solo colapsa ese radio como si fuera un arco plano. Elaboración propia.

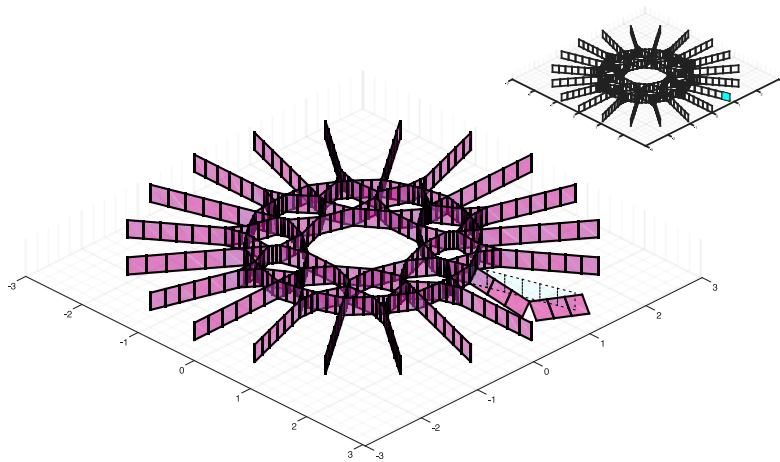


Fig. 85 Mecanismo de colapso para el movimiento del segundo caso. El radio que se desplaza colapsa como un arco plano. Elaboración propia.

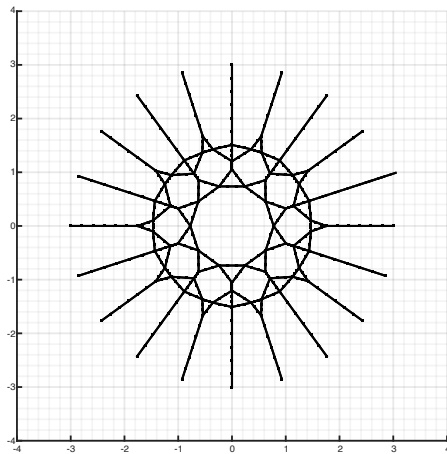


Fig. 86 Mecanismo de colapso para el movimiento del radio inmediatamente superior al horizontal de la derecha. Ese radio colapsa como un arco plano, y el movimiento es casi imperceptible. Elaboración propia.

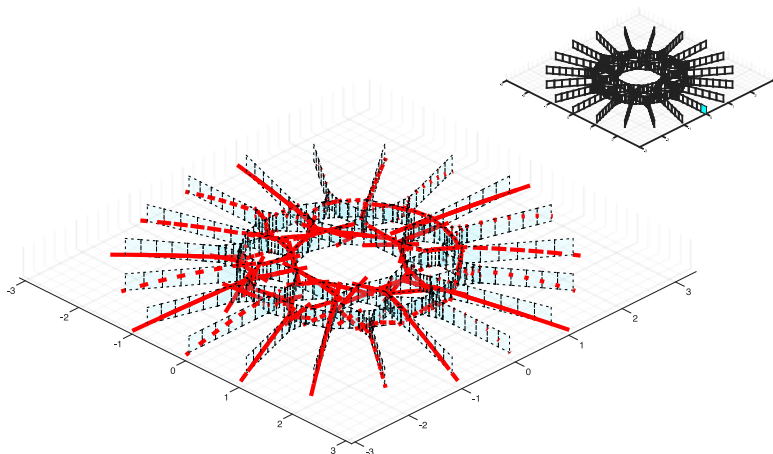


Fig. 87 Red de empujes para el primer caso. El arco que colapsa desarrolla un empuje muy bajo, lo que indica que es muy estable (el empuje tiene que ser muy pequeño para que colapse). Elaboración propia.

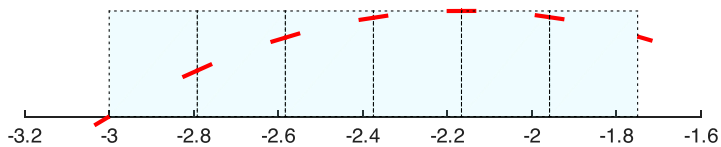


Fig. 88 Línea de empujes para el radio que colapsa en el primer caso (escala del empuje 4 veces mayor que en la Fig. 87). Elaboración propia.

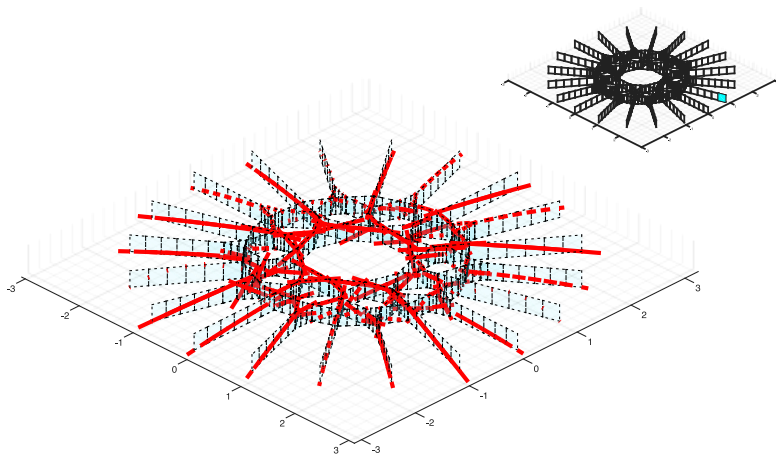


Fig. 89 Red de empujes para el segundo caso. El arco que colapsa desarrolla un empuje muy bajo, lo que indica que es muy estable (el empuje tiene que ser muy pequeño para que colapse). Elaboración propia.

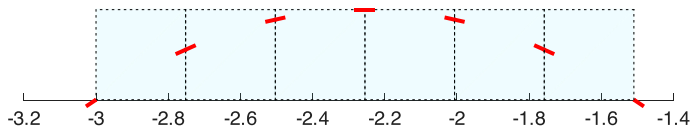


Fig. 90 Línea de empujes para el radio que colapsa en el segundo caso (escala del empuje 4 veces mayor que en la Fig. 89). En este caso se ve muy bien el funcionamiento de arco plano de este radio. Elaboración propia.

5

Conclusiones

Este trabajo ha consistido en una introducción inicial sobre la historia y construcción del rosetón, recopilando información sobre su nacimiento y su evolución formal. Además, se han expuesto las teorías de análisis de estructuras históricas, y como se aplican en los rosetones, que tiene que soportar las cargas que inciden sobre ellos, que son las del viento. Se han estudiado otros trabajos relacionados con el análisis de rosetones, que sirven de base para hacerse preguntas, como sus aplicaciones o sus limitaciones.

Los objetivos marcados en el capítulo 3 se han cumplido en el trabajo:

- Entender analíticamente lo que los canteros conocían empíricamente.

Los maestros canteros diseñaban los rosetones colocando piezas monolíticas en los nudos (claves), y gracias a los análisis de Matlab, y a los modelos físicos, observamos que donde se producen apertura de juntas y concentración de tensiones, son en los nudos, por lo que hacerlos una pieza única, mejora la estabilidad.

- Comparar modelos analíticos con modelos físicos.

Se ha visto cómo se comportan ciertamente parecido. El mecanismo de colapso del caso piloto es igual que el de la maqueta de madera, y también hemos visto como gracias al óculo central, el rosetón es capaz de adaptarse a movimientos. En el modelo analítico, los movimientos son virtuales, y consideramos que el mecanismo de colapso comienza cuando se moviliza el rosetón, mientras que el modelo físico no tiene unos apoyos completamente rígidos, sino con cierta flexibilidad. Esas condiciones de contorno no se tienen en cuenta en el modelo analítico ante la dificultad de aplicarlas, lo que hace que el comportamiento de ambas no sea exactamente igual, pero sean razonablemente parecidos.

- Profundizar en el modelo de análisis límite actual.

La breve teoría que Heyman había desarrollado y fue comprobada por Block con el TNA, ha sido verificada aquí también con el programa de Matlab. Además,

se ha sistematizado el análisis mediante modelo de barras articuladas en los extremos cuando la geometría consiste en radios que se bifurcan y se encuentran sucesivamente como es el de la Catedral de Notre Dame de Mantes. Los procesos de colapso de los rosetones han sido documentados y verificados numéricamente, tanto el aumento de empuje debido a movimientos perpendiculares al plano del rosetón, como la relación de alargamiento horizontal y acortamiento vertical en los movimientos en el plano. Además, se ha verificado la condición de isostatismo de los rosetones, es decir, los empujes de los radios tienen que confluir en un mismo punto, sino el rosetón giraría. Esta condición ha sido demostrada mediante estática gráfica, aplicando también el concepto de diagramas de forma y de sus figuras recíprocas. Por último, se ha avanzado en la precisión del análisis. Heyman hacía la composición de esfuerzos en planta; Block lo desarrolló a líneas de empujes tridimensionales que confluían en un punto. Aquí se ha demostrado que no tiene por qué confluir en un punto cuando al menos 4 maineles llegan a una junta y el rosetón puede desarrollar otras formas de empujes autoequilibrados. Esto verifica el teorema de la seguridad, ya que se ha encontrado una solución de equilibrio dentro de los límites de la fábrica.

- Visualizar mecanismos de colapso difíciles de predecir.

Hasta el momento, no se habían analizado los movimientos en rosetones, los cuales son complicados por las geometrías únicas que tienen cada uno de ellos. Con el programa de Matlab hemos podido visualizarlos y analizarlos, viendo las deformaciones en los óculos y la apertura de juntas.

- Comprobar el funcionamiento de bóveda plana.

Gracias a poder visualizar la línea de empujes en 3 dimensiones, hemos podido comprobar que un rosetón se comporta como un entramado de arcos planos, que en conjunto desarrollan un comportamiento de bóveda plana.

- Contribuir al estudio y entendimiento de los rosetones.

Se han abordado muchos puntos que ayudarán a continuar el progreso de análisis de los rosetones. Se ha sistematizado el cálculo de un tipo de rosetón a partir de estática gráfica y expresado en forma matricial. Se han estudiado los movimientos y la apertura de grietas. Se ha verificado la mejora estabilidad debido a la subdivisión y los óculos interiores, ya que reduce la esbeltez de los maineles, y no son tan sensibles a imprecisiones geométricas. Las líneas de acción de los empujes radios, vistos en alzado (en el plano del rosetón), tienen que confluir en un punto para que tenga solución. Se han relacionado con la construcción de los elementos, ligando los modelos físicos con los modelos analíticos.

Personalmente, el trabajo me ha hecho desarrollar una inquietud y cierto entusiasmo en los rosetones. Desde la introducción y el contexto histórico, hasta el análisis límite, he aprendido y descubierto cosas. Durante el desarrollo del trabajo

he tenido la oportunidad de viajar, y aprovechaba cada viaje para intentar visitar rosetones, ya sea en España o fuera de ella. Cada rosetón es verdaderamente único en cuanto a su apariencia, ya sea por costumbres de la zona en la época de construcción, los materiales disponibles o los gustos personales de cada cantero. Alcanzaron un nivel de complejidad y de conocimiento acerca del comportamiento de estas estructuras, sin números claro, muy alto, que hoy en día somos capaces de aprender y dar explicación numéricamente a esas decisiones de construcción que hacen funcionar a los rosetones.

Trabajos futuros

Durante el desarrollo del presente trabajo, he investigado muchas fuentes, pero el campo que queda por delante es muy amplio. Se pueden hacer análisis más específicos, por ejemplo:

- cómo se transmite la carga por medio de las vidrieras a los parteluces,
- el funcionamiento de los distintos anclajes y como repercuten en el rosetón,
- análisis detallado teniendo en cuenta las condiciones de contorno,
- análisis de rosetones reales, deformados y con imperfecciones, no de modelos,
- formas de restauración de rosetones,
- análisis de colapso de rosetones a escala, donde se puedan medir desplazamientos y ángulos de forma precisa,
- análisis de rosetones ya deformados, y verificar su seguridad.

El tema puede desarrollarse ampliamente, al punto de llegar a un desarrollo similar al del arco. Aunque no sea una estructura principal, su funcionamiento y forma son muy especiales y requieren de una mayor dedicación y teoría para su análisis. Además, no está nunca mal estudiar temas no muy desarrollados, porque pueden servir tanto de avance al tema principal, pero se pueden descubrir cosas que sirvan de utilidad para otros campos.

Bibliografía

- Álvarez, A. (s. f.). *El significado de los números en la Biblia*. Recuperado 9 de diciembre de 2025, de https://www.mercaba.org/FICHAS/BIBLIA/significado_numeros_biblia.htm
- Archivo Histórico de la Catedral de Burgos – elcirculo*. (s. f.). <https://elcirculo.es/fundacion-circulo-burgos/archivo-historico-de-la-catedral-de-burgos/>.
- Aroca, R. (2025). Qué es la estructura. En *Comprender las estructuras* (Vol. 1). Ediciones Asimétricas.
- Binding, G. (1989). *Masswerk* (1.a ed.). Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- Block, P. (2009). Thrust Network Analysis: exploring three-dimensional equilibrium. *S.M.Arch.S. in Design and Computation / Building Technology Massachusetts Institute of Technology*. <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/49539>
- Block, P., & Lachauer, L. (2014). Three-Dimensional (3D) Equilibrium Analysis of Gothic Masonry Vaults. *International Journal of Architectural Heritage*, 8(3), 312-335. <https://doi.org/10.1080/15583058.2013.826301>
- Block, P., & Ochsendorf, J. (2007). THRUST NETWORK ANALYSIS: A NEW METHODOLOGY FOR THREE-DIMENSIONAL EQUILIBRIUM. *JOURNAL OF THE INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR SHELL AND SPATIAL STRUCTURES: J. IASS*.
- Caprili, S., Royer-Carfagni, G., & Salvatore, W. (2011). *Rose windows: daring slender structures*. https://www.academia.edu/20579119/Rose_windows_daring_slender_structures
- Catedral de Segovia. (2022). *Restauración rosetón puerta de San Frutos (2022)*. <https://www.youtube.com/watch?v=yvrSpQLdU6A>
- Clifton, G. A. (2007). Deans Eye Window - Lincoln Cathedral, Lincolnshire, UK. *WIT Transactions on the Built Environment*, 95, 469-478. <https://doi.org/10.2495/STR070441>
- Cowen, P. (s. f.). *Sta Margalida*. <https://therosewindow.com/TheRoseWindow2/Type/sta-margalida.htm>. Recuperado 26 de octubre de 2025, de <https://therosewindow.com/TheRoseWindow2/Type/sta-margalida.htm>

- Cowen, P. (1979). *Rose Windows*. Thames and Hudson.
- Cowen, P. (2005). *The Online Stained Glass Photographic Archive*. <https://therosewindow.com/>
- Dantzig, G. B. (1949). Programming of Interdependent Activities: II Mathematical Model. *Econometrica*, 17(3/4), 200-211. <https://doi.org/10.2307/1905523>
- García, S., & Gil de Hontañón, R. (1681). *Compendio de arquitectura y simetría de los templos*.
- Heyman, J. (1966). The stone skeleton: Structural engineering of masonry architecture. *International Journal of Solids and Structures*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107050310>
- Heyman, J. (1982). *The Masonry Arch* (E. Horwood, Ed.). Chichester.
- Heyman, J. (1999). *El esqueleto de piedra* (S. Huerta, Ed.). Instituto Juan de Herrera.
- Heyman, J. (2003). Rose Windows. *Essays on the History of Mechanics*, 165-178. https://doi.org/10.1007/978-3-0348-8091-6_7
- Honnecourt, V. de. (s. f.). *Album de dessins et croquis*. Recuperado 18 de octubre de 2025, de <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b10509412z>
- Huerta, S. (2004). *Arcos, bóvedas y cúpulas Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Instituto Juan de Herrera.
- Kobler, F. (1988). Fensterrose. En O. Schmitt (Ed.), *Reallexikon zur Deutschen Kunstgeschichte* (Vol. 8, pp. 65-203). CHBECK. <https://www.rdklabor.de/wiki/Fensterrose>
- Kuilman, M. (2013). *Wind roses and rose windows*. <https://quadralectics.wordpress.com/3-contemplation/3-3-churches-and-tetradic-architecture/3-3-2-wind-roses-and-rose-windows/>
- Maxwell, J. C. (1864). On Reciprocal Figures and Diagrams of Forces. *The Philosophical Magazine and Journal of Science*, 4(27), 250-261.
- Méry, E. M. (1840). Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau. *Annales des ponts et chaussées*, 50-70.
- Moseley, H. (1835). On the Equilibrium of the Arch. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 5, 293-313.
- Netz, J. (1982). *Der Steinmetz: Fachbuch für Ausbildung und Praxis*. Callwey Verlag.
- O'Dwyer, D. (1999). Funicular analysis of masonry vaults. *Computers & Structures*, 73(1-5), 187-197. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(98\)00279-X](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(98)00279-X)
- Palacios Gonzalo, J. C. (2003). *Trazas y cortes de cantería en el Renacimiento español*. Munilla Lería.
- Payo Hernanz, R. J., & Rodrigo Matute, A. (2008). *La Catedral de Burgos: ocho siglos de Historia y Arte*. Diario de Burgos, Caja Círculo, Promecal.
- Rippmann, M., Lachauer, L., & Block, P. (2012). Interactive Vault Design. *International Journal of Space Structures*.

- Simonin, M. (1795). *Tratado elemental de los cortes de cantería o Arte de la montea* (M. Delagardette, Ed.; F. Martinez de la Torre & J. Asensio, Trads.).
- Snell, G. (1846). On the Stability of Arches. *Minutes of proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 5, 439-474.
- Trombetti, T., Silvestri, S., Gasparini, G., Palermo, M., & Baraccani, S. (2014). Analysis and Interpretation of the Structural Behavior of the Rose Window of the Cathedral of Modena (Italy). *SAHC2014*, 10.
- Viollet-le-Duc, E. (1854). Cathédrale. En *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle* (Vol. 2, pp. 279-391).
- Viollet-le-Duc, E. (1866). Rose. En *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle* (Vol. 8, pp. 38-67).
- Williams, C. J. K. (1986). Defining and designing curved flexible tensile surface structures. En J. A. Gregory (Ed.), *The Mathematics of Surfaces* (Número 6, pp. 143-177).

Glosario

agrietamiento (*fr. fissuration; de. Rissbildung; en. cracking*): forma y disposición de las grietas en una zona de la fábrica.

alineación (*fr. alignement; de. Ausrichtung; en. alignment*): la acción de colocar en línea o a nivel las piedras u otros materiales semejante con respecto de otros.

altura (*fr. hauteur; de. Höhe; en. height*): ver **flecha**.

análisis límite (*fr. analyse limite; de. Grenzzustandsanalyse; en. limit analysis*): análisis estructural que se ocupa de averiguar las carga de colapso de una estructura formada por un material perfectamente plástico. Si se verifican determinadas condiciones, puede aplicarse al análisis de estructuras de fábrica. Ver **principios del análisis límite, teoremas fundamentales**.

sin.: análisis plástico o a rotura.

arco (*fr. arc; de. Bogen; en. arch*): elemento estructural, generalmente curvo, que transmite esfuerzos por compresión mediante una línea de empujes.

— **adintelado** (*fr. Plate-bande; de. Scheitrechter Bogen; en. flat arch*): aquel cuyo intradós es una línea recta, y las dovelas están dispuestas radialmente en forma de cuña.

sin.: arco plano.

— **apuntado** (*fr. arc brisé; de. Spitzbogen; en. pointed arch*): aquel formado por dos arcos de mismo radio. Si son del mismo radio se le denomina **equilátero**. Si el radio es mayor a la luz, se le llama **alancetado**.

— **crucero, diagonal, ojival** (*fr. arc de croiséé; de. Kreuzrippenbögen; en. crossing arch*): el que, arrancando de un apoyo, pasa por la clave principal de una bóveda nervada.

— **fujón** (*fr. arc doubleau; de. Gurtbogen; en. transverse arch*): el volteado en un plano perpendicular al eje de la nave. Especialmente se llama así el que refuerza una bóveda de cañón seguido, dividiéndola en tramos.

— **formero** (*fr. arc formeret; de. Scheidbogen; en. longitudinal arch*): el que recibe la intersección de la bóveda con el muro de cerramiento.

— **de medio punto** (*fr. arc en plein cintre; de. Rundbogen; en. semicircular arch*): aquel cuyo intradós es una semicircunferencia completa, por lo que su flecha es igual a la mitad del vano.

— **perpiño** (*fr. arc doubleau; de. Gurtbogen; en. transverse arch*): en una bóveda de crucería, el que limita los tramos en sentido transversal al eje de la nave.

— **rebajado** (*fr. arc surbaissé; de. Segmentbogen; en. segmental arch*): aquel cuya altura o flecha es menor que la semiluz.

— **triararticulado** (*fr. arc à trois articulations; de. Dreigelenkbogen; en. three-hinged arch*): el que presenta tres articulaciones. Es una estructura isostática y los esfuerzos internos pueden hallarse mediante las ecuaciones de equilibrio.

arriostrar (*fr. contreventer; de. aussteifen; en. to brace*): poner riostras u otros elementos para hacer indeformable un elemento estructural, garantizando así su estabilidad global.

articulación (*fr. articulation; de. Gelenk; en. joint*): punto de una estructura que puede girar ligeramente, de modo que los elementos que acometen a este punto están libres de momento flector.

— **entre dovelas** (*fr. - entre voussoirs; de. - zwischen Keilstein; en. - between voussoirs*): la que se forma cuando el empuje entre dos dovelas se aproxima al exterior. Se forma una “bisagra”, apoyándose una dovela sobre otra en una superficie que se aproxima a un punto.

— **plástica** (*fr. plastique -; de. Plastikgelenk; en. plastic -*): la formada en una estructura de un material plástico cuando el momento en dicho punto alcanza el momento plástico de la sección.

baibel (*fr. équerre à intrados; de. Bügeleisen; en. bevel template/intrados template*): pieza similar al saltarregla, pero sin articulación. Es una especie de escuadra rígida, usada para obtener la curvatura interior del intradós. Se solía usar junto con la **maceta**, el **cinzel** y el **saltarregla** para labrar las piedras.

bóveda (*fr. voûte; de. Gewölbe; en. vault*): obra de fábrica arqueada que cubre el espacio entre muros o pilares.

— **de abanico** (*fr. voûte en éventail; de. Fächergewölbe; en. fan vault*): aquella cuyos nervios se abren a partir de los arranques como las ramas de una palmera o las varillas de un abanico.

sin.: palmeada.

— **de arista** (*fr. voûte d'arêtes; de. Kreuzgewölbe; en. groin vault*): la formada por la intersección de dos bóvedas de cañón de igual altura y con el mismo plano de arranque, siendo sus aristas salientes hacia el interior de la bóveda.

— **de cañón** (*fr. voûte en berceau; de. Tonnengewölbe; en. barrel vault*): aquella cuyo intradós es cilíndrico. La sección transversal puede ser un semicírculo o un arco apuntado. Si la superficie es continua se le dice de cañón seguido; pero es muy frecuente que presente resaltos en forma de arcos fajones que la dividen en tramos.

— **de crucería, nervada** (*fr. voûte d'ogives; de. Rippengewölbe; en. rib vault*): las formadas por arcos independientes que constituyen una de las características principales de la arquitectura gótica. Constan de dos elementos esenciales: los arcos que forman su esqueleto y los plementos o paños que cubren los espacios intermedios.

— **cuatripartita** (*fr. voûte quadripartite; de. Quadripartitgewölbe; en. quadripartite vault*): la de crucería sobre planta cuadrada o rectangular, dividida en cuatro paños fundamentales.

— **estrellada** (*fr. voûte étoilée; de. Sterngewölbe; en. stellar vault*): aquella en que se entrecruzan las nervaduras formando complicadas tracerías de estrellas.

— **de horno** (*fr. voûte en cul-de-four; de. Halbkuppel; en. semi-dome*): la que tiene forma de cuarto de esfera o media cúpula.

sin.: bóveda de cascarón, cuarto de esfera.

— **de ligaduras y terceletes** (*fr. voûte à liernes; de. Liernengewölbe; en. lierne vault*): Ver **bóveda de crucería**; **ligaduras**; **terceletes**.

— **reticulada** (*fr. voûte réticulée; de. Netzgewölbe; en. net vault*): bóveda nervada en la que los nervios forman una retícula o malla continua, habiendo desaparecido los arcos perpiaños que definen los sucesivos tramos.

— **sexpartita** (*fr. voûte sexpartite; de. Sexpartitgewölbe; en. sexpartite vault*): la de crucería que, en cada tramo, queda dividida en seis compartimentos, por llevar un arco transversal que pasa por la clave. Tiene a cada lado dos arcos formeros muy peraltados.

cantería (*fr. taille de pierre; de. Steinmetz; en. stonemasonry*): arte de labrar la piedra.

sin.: estereotomía.

cincel (*fr. ciseau; de. Steinmeißel; en. chisel*): herramienta de unos 20 - 30 cm de largo con boca de acero y recta de doble bisel, usada para labrar a golpe de martillo o maceta piedras y metales. Se solía usar junto con la **maceta**, el **baibel** y el **saltarregla** para labrar las piedras.

clave (*fr. clé; de. Schlussstein; en. keystone*): la dovela central que cierra un arco o bóveda.

colapso (*fr. effondrement; de. Einsturz; en. collapse*): hundimiento de la estructura.

condiciones de contorno (*fr. conditions aux limites; de. Randbedingungen; en. boundary conditions*): condiciones en las que la estructura está apoyada, sobre el terreno, sobre otras estructuras o sobre ambos.

contrarrestos (*fr. contrebutelements; de. Widerlager; en. counterthrusts*): en general, los elementos (contrafuertes, estribos, machones, etc.) destinados a oponer su peso al empuje de los arcos y las bóvedas. En la arquitectura gótica, se llama contrarresto al conjunto de arbotante y botarel.

deslizamiento (*fr. glissement; de. Gleiten; en. sliding*): fallo que se produce en la junta entre dos piedras cuando la resultante forma con el plano de la junta un ángulo superior al ángulo de rozamiento. En las fábricas terminadas este fallo se produce raramente.

desportillar (*fr. ébrécher; de. absplittern; en. to spall*): se dice particularmente de las piedras que hacen soltar trozos de sus cantos o aristas, y se usa generalmente en pronominal.

dovela (fr. *vousoir*; de. *Keilstein*; en. *vousoir*): cada una de las piedras en forma de cuña, generalmente con una cara convexa y otra cóncava, que constituyen un arco o bóveda. Toda dovela tiene seis caras: la boquilla o intradós, el trasdós, los lechos o juntas de los costados, y las caras verticales que cuando son aparentes se llaman cabezas.

empuje (fr. *poussée*; de. *Schub*; en. *thrust*): el esfuerzo que ejercen hacia fuera las fábricas. Se le llama con frecuencia la componente horizontal del empuje total inclinado.

— **activo** (fr. *poussée active*; de. *aktiver Schub*; en. *active thrust*): aquel que se produce en una fábrica cuando tratan de acercarse sus apoyos.

sin.: empuje máximo.

— **pasivo** (fr. *poussée passive*; de. *passiver Schub*; en. *passive thrust*): aquel que se produce en una fábrica cuando se separan ligeramente sus apoyos.

sin.: empuje mínimo.

estática (fr. *statique*; de. *Statik*; en. *statics*): ciencia que se ocupa del estudio del equilibrio de los cuerpos.

estereotomía (fr. *stéréotomie*; de. *Steinmetzkunst*; en. *stereotomy*): arte de cortar piedras y otros materiales para su uso en una construcción.

sin.: cantería.

fábrica (fr. *maçonnerie*; de. *Mauerwerk*; en. *masonry*): cualquier construcción o parte de ella hecha con piedra o ladrillo, recibidos con mortero o argamasa generalmente. También se llaman fábricas las construcciones de adobe o tierra y hormigón en masa.

flecha (fr. *flèche*; de. *Pfeilhöhe*; en. *rise*): altura, sagita o monte de un arco.

sin.: altura.

grieta (fr. *fissure*; de. *Riss*; en. *crack*): hendedura que se produce en una fábrica por el carácter unilateral del material, debido a pequeños movimientos de adaptación a las condiciones de contorno. En sí mismas no tienen por qué ser una señal de peligro o alarma.

sin.: fisura.

junta (fr. *joint*; de. *Fuge*; en. *joint*): espacio entre los distintos elementos de fábrica que componen una estructura. Se rellena con algún tipo de argamasa o mortero. Al abrirse una junta se produce una **grieta** o **articulación**.

intradós (fr. *intradós*; de. *Intradós*; en. *intradós*): superficie que limite por su parte inferior un arco o bóveda.

ligadura (fr. *lierne*; de. *Lierne*; en. *lierne*): arco o nervio secundario de una bóveda de crucería, que una la clave principal con la de los terceletes, y con las de los arcos de la cabeza (perpiaños y formeros). Son ligaduras curvas las que afectan a dicha forma y se entrelazan con los principales, formando complicadas tracerías, características, sobre todo, del último periodo de la arquitectura gótica.

línea de empujes (fr. *ligne de poussée*; de. *Schublinie*; en. *thrust line*): lugar geométrico de los puntos de corte de la resultante con un sistema de planos dado.

representa la trayectoria de fuerzas. En la fábrica, para ser estable, debe estar contenida entre el intradós y el trasdós.

maceta (*fr. massette; de. Fäustel; en. mason's hammer*): martillo con cabeza de dos bocas iguales y mango corto, usado por los canteros para golpear el cincel. Se solía usar junto con el **baibel**, el **cincel** y el **saltarregla** para labrar las piedras.

mainel (*fr. meneau; de. Pfosten/Fensterpfosten; en. mullion*): elemento que divide a un vano en vanos más pequeños.

sin.: parteluz.

mecanismo de colapso (*fr. mécanisme de ruine; de. Einsturzmechanismus; en. collapse mechanism*): mecanismo en que se convierte una estructura cuando ésta desarrolla un número suficiente de articulaciones que conducen a su hundimiento.

montea (*fr. épure; de. Anreißzeichnung; en. setting-out drawing*): dibujo a escala real de un elemento constructivo, trazado sobre el suelo o la pared, para realizar el despiece, obtener las plantillas y marcar los cortes.

nervio (*fr. nervure; de. Gewölberippe; en. rib*): cualquier resalto sobre una bóveda, como los terceletes, ligaduras y arcos cruceros, perpiaños y formeros.

pie (*fr. pied; de. Fuß; en. foot*): unidad tradicional para medir longitudes que mide aproximadamente un pie de hombre. Las medidas concretas variaban de un lugar a otro: el pie castellano medía unos 28 cm, el antiguo *pied du roi* francés medía 32,5 cm y el pie inglés estándar mide unos 30,5 cm.

polígono funicular (*fr. polygone funiculaire; de. Funicularpolygon; en. funicular polygon*): forma poligonal que toma un cable no pesante que soporta un sistema de fuerzas deslizantes. Es la herramienta que usamos para el análisis mediante estática gráfica.

principios del análisis límite (*fr. principes de l'analyse limite; de. Grundsätze der Grenzzustandsanalyse; en. principles of limit analysis*): las teorías del análisis límite o plástico convencional se pueden aplicar a las estructuras de fábrica si se acepta que el material cumple las siguientes propiedades: (a) la fábrica no tiene resistencia a tracción, (b) presenta una resistencia a compresión infinita y (c) el fallo por deslizamiento es imposible. En estas condiciones cuando una línea de empujes toca el límite de la fábrica, se produce una articulación.

pulgada (*fr. pouce; de. Zoll; en. inch*): unidad de longitud igual a la doceava parte de un pie. Equivale, aproximadamente, a la longitud de la primera falange del pulgar de un hombre.

roseta (*fr. rosace/rosette; de. Rosette; en. rosette*): decoración ornamental normalmente tallada con motivos vegetales, inscrita en un círculo, trébol o cuatrifolio.

rosotón (*fr. rose/rosace; de. Fensterrose/Radfenster; en. rose window*): ventana circular, normalmente ubicada en las fachadas de las naves principales, formada por tracería de piedra que estructuran las vidrieras que se encuentran en su interior.

saltarregla (*fr. sauterelle; de. Winkelschmiege; en. bevel gauge*): especie de compás, hecho de madera o metal que se usaba para transportar ángulos. Está

formados por dos reglas movibles. Se solía usar junto con la **maceta**, el **cinzel** y el **baibel** para labrar las piedras.

teoremas fundamentales del análisis límite (*fr. théorèmes fondamentaux de l'analyse limite; de. Grundtheoreme der Grenzzustandsanalyse; en. fundamental theorems of limit analysis*): si en una construcción de fábrica se cumplen los tres principios del análisis límite, pueden demostrarse tres teoremas fundamentales que constituyen la base para el análisis o el cálculo de estructuras de fábrica. Ver **principios del análisis límite**.

— **de la seguridad** (*fr. théorème de la sécurité; de. Sicherheitssatz des Grenzzustandes; en. safe theorem*): se ocupa de los estados de equilibrio de la estructura. Una estructura de fábrica es segura (estable) si es posible encontrar una situación de equilibrio compatible con las cargas que no viole la condición de límite (las cargas se transmiten siempre dentro de la fábrica). La potencia del teorema es que la solución no tiene por qué ser la “real”; basta con encontrar una solución para demostrar que la estructura es segura. Una estructura de fábrica es segura si es posible dibujar una línea de empujes en su interior.

sin.: análisis del límite inferior.

— **de la inseguridad** (*fr. théorème de l'instabilité; de. Unsicherheitssatz des Grenzzustandes; en. unsafe theorem*): se ocupa de los valores de carga que producen el colapso de la estructura. Una estructura se hundirá si desarrolla un número suficiente de articulaciones para convertirse en un mecanismo de colapso cinemáticamente inadmisibles.

sin.: análisis del límite superior.

terceletes (*fr. tiercerons; de. Tiercerons; en. tiercerons*): arcos secundarios de las bóvedas de crucería, que arrancan de los apoyos, entre las diagonales y los arcos de cabeza (perpiaños y formeros). En la última época del gótico se aumenta aún más su número, complicando grandemente la tracería formada por las nervaduras.

toesa (*fr. toise; de. Toise; en. toise*): unidad de medida antigua usada en Francia, que equivale a 6 pies o, aproximadamente, 1,95 m.

tracería (*fr. tracerie; de. Maßwerk; en. tracery*): elemento ornamental formado por diseños y combinaciones de figuras geométricas. Normalmente es calada, aunque puede estar resaltada sobre un fondo plano.

trasdós (*fr. intrados; de. Intrados; en. intrados*): en un arco o bóveda, la superficie que los limita por la parte superior y externa.

sin.: extradós.

triforio (*fr. triforium; de. Triforium; en. triforium*): galería abierta en el muro sobre las arcadas de las naves laterales, de menor anchura que dicha nave, a base de venatanas generalmente triforas. Es típico de la arquitectura gótica.

Nota: las definiciones han sido extraídas en su mayoría de Heyman (1999), con alguna incorporación personal. Se han incluido tanto palabras usadas en el trabajo, como términos generales sobre la historia de la construcción y de las fábricas.

Índice de figuras

Fig. 1 Fragmento del rosetón de madera de la Catedral de Basilea (Basler Münster). Anterior a 1213. Museo Municipal de Basilea (s.f.).	3
Fig. 2 Rosetón Catedral de Gadebusch, de bronce fundido. Catedral de Gadebusch (s.f.).	3
Fig. 3 Catedral de Notre Dame de París. Izq.: sección transversal. Der.: sección longitudinal. Viollet-le-Duc (1854).	4
Fig. 4 Rosetón de la Catedral de Laon, inscrito en un arco de medio punto, finales s. XII - inicios s. XIII. Andrew Tallon, para Mapping Gothic France (2008).	5
Fig. 5 Rosetón de la catedral de León, inscrito en un arco apuntado, s. XIII. Luis Miguel Bugallo (2014).	6
Fig. 6 Rosetón de la Basílica de St. Denis, inscrito en un cuadrado, s. XIII. Devis M (s.f.).	7
Fig. 7 Rosetón norte de la Catedral de Notre Dame de París, s. XIII. Autor desconocido.	8
Fig. 8 Corte de piedras. A la izquierda, con un baibel. A la derecha, con un saltarreglas. Palacios Gonzalo (2003).	9
Fig. 9 Página del álbum de Villard de Honnecourt en la que parece que se dibuja un rosetón. Villard de Honnecourt ca. s. XIII.	10
Fig. 10 Detalle de uno de los rosetones interiores de la Catedral de Notre Dame de París. Viollet-le-Duc (1866).	11
Fig. 11 Esquemas de los dibujos realizados por Viollet-le-Duc. Elaboración propia.	12
Fig. 12 Construcción de rosetas caladas. Netz (1982).	13
Fig. 13 Proceso de construcción de la geometría, basado en "círculos en círculo". Elaboración propia a partir de la idea de Netz (1982).	14
Fig. 14 Rosetón de placa. Iglesia en Montreal (Yonne), s. XII. Viollet-le-Duc (1866).	15
Fig. 15 Evolución constructiva de los rosetones.	16
Fig. 16 Rotación del óculo en rosetones muy esbeltos. Elaboración propia a partir de Viollet-le-Duc (1866).	17
Fig. 17 Rosetón de la Catedral de Notre Dame de Mantes. Elaboración propia sobre imagen de Thomas Schwob (2007) y dibujo de Viollet-le-Duc (1866).	18

Fig. 18 Rosetón occidental de la Catedral de Notre Dame de París. Elaboración propia sobre imagen de Olivier Bruchez (2007) y dibujo de Viollet-le-Duc (1866).	18
Fig. 19 Esquina comparativo entre un radio de un rosetón sin arriostrar lateralmente (izq.) y arriostrado (der.). Elaboración propia	19
Fig. 20 Rosetón del Apocalipsis de la Sainte-Chapelle. Elaboración propia sobre imagen de Peter Willi (s.f.) y dibujo de Viollet-le-Duc (1866).	20
Fig. 21 Montea del Ojo del Deán, rosetón en la Catedral de Lincoln. Clifton (2007).....	21
Fig. 22 Antigua toesa, dividida en dos reglas de 6 pies, unidas mediante una bisagra. A su vez, los pies estaban divididos en pulgadas. Aly Abbara (s.f.), del Museo de Artes y Oficios de París.	21
Fig. 23 Medidas medievales en rosetones. Izq.: Catedral de Mantas, con las medidas medievales. Elaboración propia sobre dibujo de Viollet-le-Duc (1866). Der.: Rosetón desconocido de una antigua catedral agustiniana, el radio equivale a una toesa, el ancho de la tracería a unos 3 pies y la flecha de los arcos interiores a unos 2,5 pies. Kobler (1988).....	22
Fig. 24 Despiece del Rosetón de León. Elaboración propia sobre imagen de Luis Miguel Bugallo (2014).....	23
Fig. 25 Despiece del Rosetón de Durham. Elaboración propia sobre imagen de Stephen Murray, para Mapping Gothic France (2015).	23
Fig. 26 Posibles líneas de empujes sobre el arco de Snell (1846), lámina 28. Elaboración propia a partir de Huerta (2004).	25
Fig. 27 Traza de las primeras líneas de empuje. Méry (1840), lámina 183. ...	26
Fig. 28 Representación gráfica de las hipótesis. Izq.: separación de dovelas por tracciones. Centro: desportilladura de la esquina superior. Der.: soluciones para evitar el fallo por deslizamiento. Elaboración propia.	27
Fig. 29 Mecánica de un arco plano. Elaboración propia.	28
Fig. 30 Resultados del método gráfico, por semejanza de triángulos, y el analítico, por equilibrio de esfuerzos. Ambos resultados son iguales. Elaboración propia.	29
Fig. 31 Rosetón simple. Elaboración propia a partir de la Fig.7 de Heyman (2003).....	30
Fig. 32 Planteamiento de arco plano, a la izq. con carga uniforme (Heyman, 2003), a la derecha, distribución lineal. Elaboración propia.	30
Fig. 33 Empujes en los nudos del rosetón. Elaboración propia a partir de la Fig. 9 en Heyman (2003).	31
Fig. 34 Diagrama del rosetón de la Catedral de Mantas para el análisis de equilibrio. Elaboración propia sobre Fig. 14 de Heyman (2003).....	32
Fig. 35 Empujes de los nudos del rosetón de Mantas. Fig. 14 de Heyman (2003).	33

Fig. 36 Figuras recíprocas. El equilibrio de un nodo en la figura primal (izq.) representa un polígono cerrado en la figura dual (der.). (Block & Ochsendorf, 2007; Block, 2009).	34
Fig. 37 Relación entre la forma de equilibrio en compresión, la red de empujes (G), la proyección plana (Γ) y su figura recíproca (Γ^*). (Block & Ochsendorf, 2007; Block, 2009).	34
Fig. 38 Aplicación del TNA al rosetón de la Catedral de Notre Dame de Mantes: (a) la estructura si reduce a un sistema de barra-nodo; (b) los esfuerzos internos del rosetón debido a las cargas del viento se pueden medir directamente de la figura recíproca; (c) la red de equilibrio demuestra la acción de bóveda plana. Block & Lachauer (2014).	35
Fig. 39 Planteamiento de la solución estructural de la restauración del rosetón del Ojo del Deán. Clifton (2007).	36
Fig. 40 Planteamiento del problema de Heyman (Fig. 34, Fig. 35), esta vez con la carga distribuida linealmente. Elaboración propia.....	41
Fig. 41 Empujes de los nudos del rosetón de Mantes, con la carga distribuida linealmente. Elaboración propia sobre Fig.14 de Heyman (2003).	42
Fig. 42 Fragmento de un rosetón "tipo", con 3 niveles de división. Elaboración propia.....	43
Fig. 43 Tensiones en la fábrica. a) Resultante en el centro de la dovela. b) Resultante con excentricidad $< d/6$. c) Resultante a $d/3$ del borde (excentricidad de $d/6$). d) Resultante a menos de $d/3$ del borde. La distribución sigue siendo lineal, pero donde se producirían tracciones, las dovelas tenderán a separarse. Elaboración propia a partir de la Fig. 1.18 de Heyman (1982).....	45
Fig. 44 Maqueta de un rosetón simple, para visualizar el colapso en un rosetón. Elaboración propia.	46
Fig. 45 Colapso de un rosetón, de arriba a abajo. 1) Rosetón sin carga. 2) Inicio del desplazamiento, grieta pequeña. 3) Rosetón a punto del colapso, grieta más visible. 4) Colapso del rosetón. Vídeo pulsando en la imagen. Elaboración propia.	47
Fig. 46 Descenso de un rosetón debido a la apertura de los contrarrestos. Los radios giran y la clave descende. El punto límite es aquel en el que una línea de empujes horizontal puede ser contenida en la fábrica. Elaboración propia.	48
Fig. 47 Valores de empuje en relación con el espesor para la Catedral de Notre Dame de Mantes. a) Para 0,25 m de espesor, el empuje es de 67,02 kN. b) Para 0,20 m (descenso de 5 cm), 83,78 kN. c) Para 0,15 m (descenso de 10 cm), empuje de 111,70 kN. d) Para espesor de 0,10 m (descenso de 15 cm), empuje de 167,55 kN. Se ve como la gráfica tiende a infinito cuanto menor es el espesor. Elaboración propia.....	49
Fig. 48 Maqueta que representa el rosetón occidental de la Catedral de Notre Dame de París. Elaboración propia.	50

- Fig. 49 Proceso de ovalización de un rosetón, desde arriba a la izquierda en sentido de las agujas del reloj. 1) Rosetón circular, sin deformar. 2) Inicio de la ovalización del rosetón, se aprecia como son los óculos, sobre todo el más interior, los que más se deforman para adaptarse a la ovalización. 3) Ovalización extrema, los parteluces interiores tienen que girar también para adaptarse a la ovalización. El óculo central está muy deformado. 4) Colapso, el radio interior que está el primero justo a la izquierda del eje central se ha separado. Vídeo pulsando en la imagen. Elaboración propia. 51
- Fig. 50 Ejemplo de rosetón simple, a un lado el diagrama de forma, y a su lado el diagrama de esfuerzos, su figura recíproca. Izq.) Rosetón en equilibrio. Los radios confluyen en un punto. Der.) Rosetón sin equilibrio. El radio superior se ha girado y no hay equilibrio. Su diagrama de esfuerzos no se cierra, por lo que no hay una solución. Elaboración propia. 53
- Fig. 51 Rosetón sencillo con dos óculos interiores. Cada nivel de radios tiene que confluir en un punto para que haya equilibrio. El interior confluye en a, mientras que el exterior confluye en b. Como se ve en su diagrama de esfuerzos, hay solución. Elaboración propia. 54
- Fig. 52 Planteamiento del equilibrio por dovela. Elaboración propia. 55
- Fig. 53 Interfaz de Matlab R2025b. Está abierto el caso piloto. Elaboración propia. 57
- Fig. 54 Diagrama de flujo del programa de Matlab. Incluye las dos páginas anteriores y esta. Elaboración propia. 60
- Fig. 55 Geometría del caso piloto para el análisis de Matlab. Izq.) Planta. Der.) Isométrica. Elaboración propia. 61
- Fig. 56 Geometría en Matlab, en rojo los apoyos. Elaboración propia. 62
- Fig. 57 Geometría en Matlab, con los nombres de cada dovela. Elaboración propia. 62
- Fig. 58 Visualización en 2 dimensiones de la geometría en Matlab. Izq.) Un mainel entero. Der.) Una única dovela. Elaboración propia. 63
- Fig. 59 Geometría en Matlab, con las cargas aplicadas en cada dovela. Elaboración propia. 63
- Fig. 60 Selección del arco con el empuje mínimo, en celeste, donde se iniciará el colapso del rosetón. Elaboración propia. 64
- Fig. 61 Equilibrio en una dovela. En rojo, la línea de empujes (resultante); en azul, los esfuerzos internos (axiles superior e inferior en horizontal y cortante en vertical); en negro, la carga exterior. Elaboración propia. 64
- Fig. 62 Red de empujes del rosetón, se ve el funcionamiento de bóveda plana. Elaboración propia. 65
- Fig. 63 Mecanismo de colapso del rosetón. En azul, geometría sin deformar; en morado, mecanismo. Se ve como el arco que habíamos seleccionado, se ha movido hacia afuera, y el centro del rosetón ha descendido. La junta se ha abierto en el nudo entre los 3 radios. Elaboración propia. 65

Fig. 64 Geometría del caso con óculo central para el análisis de Matlab. Izq.) Planta. Der.) Isométrica. Elaboración propia.....	67
Fig. 65 Red de empujes del rosetón con óculo, donde se aprecia el comportamiento de bóveda plana. Elaboración propia.....	68
Fig. 66 Equilibrio en una dovela central del óculo. La línea de empujes pasa por la arista superior, pero la junta se abre a uno de los dos lados. Elaboración propia.	68
Fig. 67 Mecanismo de colapso del rosetón. Debido al movimiento hacia fuera del arco seleccionado, el óculo central se alarga. Por ello, se abren las juntas en los dos parteluces opuestos al radio que se desplaza. Elaboración propia.	69
Fig. 68 Mecanismo de colapso del rosetón, visto desde el otro lado. En este parteluz, se ve como la junta se ha abierto en el otro lado. Elaboración propia. ..	69
Fig. 69 Alzado del mecanismo de colapso. A la derecha, el radio que se desplaza; en el plano perpendicular a la imagen, los radios giran para adaptarse al movimiento. Para que haya continuidad, se abren unas juntas en los maineles de la izquierda. Elaboración propia.....	70
Fig. 70 Planta del mecanismo de colapso. El radio superior es el que se desplaza. Se aprecia como los radios inferiores se alargan debido al giro de los radios de los lados. El mecanismo es simétrico, por lo que podría haber sido lo mismo, pero en espejo. Elaboración propia.....	70
Fig. 71 Geometría del rosetón con radios girados para el análisis de Matlab. Elaboración propia.	71
Fig. 72 Redes de empujes para cada caso. En cada uno, un radio distinto desarrolla el empuje mínimo. Elaboración propia.	72
Fig. 73 Mecanismos de colapso para cada caso. Hay similitud entre ellos, aunque tienen ciertas diferencias. Podemos resaltar como las juntas se abren principalmente en los óculos. Elaboración propia.	73
Fig. 74 Vista de cerca de un nudo. Se observa como las líneas de empuje no tienen por qué confluir en un punto, siempre que cumplan las ecuaciones de equilibrio. Elaboración propia.	74
Fig. 75 Puerta del Sarmental, Catedral de Burgos. Imagen tomada por mí (2025).	76
Fig. 76 Alzado del rosetón de la Puerta del Sarmental. Enrique Barrio (1997). Extraído de Payo Hernanz & Rodrigo Matute (2008).	77
Fig. 77 Alzado del rosetón. Imagen tomada por mí (2025).	78
Fig. 78 Detalle de la tracería del rosetón. Imagen tomada por mí (2025).	78
Fig. 79 Imagen del rosetón desde el interior de la Catedral. Imagen tomada por mí (2025).	79
Fig. 80 Imagen de las vidrieras desde el interior de la Catedral. Imagen tomada por mí (2025).	79
Fig. 81 Geometría del rosetón sobre imagen de este. Elaboración propia a partir de la imagen extraída de Payo Hernanz & Rodrigo Matute (2008).	80

Fig. 82 Geometría del rosetón de Burgos, para el análisis de Matlab. Elaboración propia.....	81
Fig. 83 Mecanismo de colapso para el movimiento del primer caso. El radio que se desplaza colapsa como un arco plano. Elaboración propia.	82
Fig. 84 Mecanismo de colapso para el movimiento del radio horizontal de la derecha. Solo colapsa ese radio como si fuera un arco plano. Elaboración propia.	82
Fig. 85 Mecanismo de colapso para el movimiento del segundo caso. El radio que se desplaza colapsa como un arco plano. Elaboración propia.	83
Fig. 86 Mecanismo de colapso para el movimiento del radio inmediatamente superior al horizontal de la derecha. Ese radio colapsa como un arco plano, y el movimiento es casi imperceptible. Elaboración propia.	83
Fig. 87 Red de empujes para el primer caso. El arco que colapsa desarrolla un empuje muy bajo, lo que indica que es muy estable (el empuje tiene que ser muy pequeño para que colapse). Elaboración propia.....	84
Fig. 88 Línea de empujes para el radio que colapsa en el primer caso (escala del empuje 4 veces mayor que en la Fig. 87). Elaboración propia.	84
Fig. 89 Red de empujes para el segundo caso. El arco que colapsa desarrolla un empuje muy bajo, lo que indica que es muy estable (el empuje tiene que ser muy pequeño para que colapse). Elaboración propia.....	85
Fig. 90 Línea de empujes para el radio que colapsa en el segundo caso (escala del empuje 4 veces mayor que en la Fig. 89). En este caso se ve muy bien el funcionamiento de arco plano de este radio. Elaboración propia.....	85

