

TEORÍA E IMPLEMENTACIÓN DE ÓRDENES TOTALES EN LOS ESPACIOS DE COLOR Y MORFOLOGÍA DIGITAL

M.C. Tobar, C. Platero, G. Asensio, P. González, J. Sanguino, J.M. Poncela
Grupo de Bioingeniería Aplicada de la U.P.M.
m.carmen.tobar@upm.es

Resumen

La Morfología Matemática es una potente técnica no lineal de análisis de imágenes que tiene su fundamento matemático en la teoría de retículos. El uso de esta técnica en imágenes en color requiere fijar un espacio de color en el que se procese la imagen y un orden en éste que le dote de estructura de retículo. Además, cuando el orden fijado es total, como los órdenes lexicográficos, se evita la aparición de falsos colores en el procesamiento. Se propone una familia de órdenes totales, basados en los órdenes lexicográficos, en los que la prioridad se da a una función de coste. Los operadores morfológicos para imágenes en nivel de grises se encuentran implementados en muchas librerías, no siendo así para imágenes en color. Se propone utilizar para las imágenes de color estos operadores ya implementados para imágenes en nivel de grises, haciendo uso de la existencia de una biyección entre el espacio de color y un subconjunto de \mathbb{R} que conserva el orden total del espacio de color.

Palabras clave: Morfología Matemática, espacios de color, órdenes parciales y totales, retículo, orden lexicográfico.

1. INTRODUCCIÓN

Son muchos los algoritmos que usan la Morfología Matemática en el tratamiento de las imágenes para aplicaciones como la restauración, el aumento de contraste, el análisis de texturas, la detección de bordes, la segmentación, etc. Para imágenes en nivel de grises estos algoritmos están ampliamente desarrollados. Para imágenes en color, por una parte, se requiere fijar el espacio de color en el que se procesa la imagen, así como el orden en él que le dote de estructura de retículo. Por otra parte, hay que tener en cuenta el carácter vectorial de las imágenes en color, lo que hace que la implementación del orden y de los algoritmos morfológicos para ese orden no sea inmediata.

El artículo se estructura del siguiente modo. Primero, en la sección 2 se introducen las operaciones básicas de la Morfología, erosión y dilata-

ción, haciendo uso del retículo de las imágenes en color, cuando se ha fijado un orden en el espacio de color en el que se procesan las imágenes. En la sección 3 se introduce una familia de órdenes totales en un espacio de color, basada en los órdenes lexicográficos, que quedan definidos casi siempre por una función dependiente de las componentes en ese espacio de color, denominada función de coste. En la sección 4 se ve como utilizar para imágenes en color los algoritmos que se tienen de los operadores morfológicos para imágenes en grises, haciendo uso de la biyección entre el espacio de color y \mathbb{R} que conserva el orden. En la sección 5 se encuentra esta biyección para los órdenes definidos por funciones de coste utilizando la codificación binaria de cada componente. Cuando el espacio en el que se fija el orden es distinto del espacio RGB , se evitan las ecuaciones de cambio inversas entre los espacios haciendo una pequeña modificación en el orden. En la sección 6 se muestran los resultados cuando se fija una función de coste en el espacio HSI . Finalmente, en la sección 7 se tienen las conclusiones.

2. MORFOLOGÍA MATEMÁTICA EN COLOR

En los años 60, Matheron [4] y Serra [5] propusieron la formulación matemática definitiva de la Morfología en el marco algebraico de los retículos, siendo hoy en día una de las ramas más importantes en el tratamiento numérico de las imágenes, tanto en nivel de grises como en color.

Dado $C \subset \mathbb{R}^3$ un espacio de color en el que se tiene definido un orden, que notamos por \leq_C y que dota a C de estructura de retículo, el conjunto de las aplicaciones $f : \Omega \subset \mathbb{Z}^N \rightarrow C$, (Ω dominio de \mathbb{Z}^N , $N \in \mathbb{N}$), con el orden definido por:

$$f \leq g \equiv f(x) \leq_C g(x) \quad \forall x \in \Omega \quad (1)$$
$$\forall f, g : \Omega \subset \mathbb{Z}^N \rightarrow C$$

tiene también estructura de retículo. En efecto: $\forall f, g : \Omega \subset \mathbb{Z}^N \rightarrow C$,

$\exists \text{inf}(f, g), \text{sup}(f, g) : \Omega \subset \mathbb{Z}^N \rightarrow C$ definidas por:

$$\left. \begin{aligned} \text{inf}(f, g)(x) &= \text{inf}_C(f(x), g(x)) \\ \text{sup}(f, g)(x) &= \text{sup}_C(f(x), g(x)) \end{aligned} \right\} \forall x \in \Omega \quad (2)$$

Esto permite definir las operaciones morfológicas básicas de erosión y dilatación de una imagen en color $f : \Omega \subset \mathbb{Z}^N \rightarrow C$ por un elemento estructurante $E \subset \mathbb{Z}^N$:

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_E(f) &= \text{inf}_{s \in E} (f \circ \tau_s) \\ \delta_E(f) &= \text{sup}_{s \in E} (f \circ \tau_{-s}) \end{aligned} \right. \quad (3)$$

donde $\tau_s : \mathbb{Z}^N \rightarrow \mathbb{Z}^N$ es la traslación según el elemento $s \in \mathbb{Z}^N$ ($\tau_s(x) = s + x$). Puntualmente:

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_E(f)(x) &= \text{inf}_{s \in E} (f(s + x)) \\ \delta_E(f)(x) &= \text{sup}_{s \in E} (f(-s + x)) \end{aligned} \right. \quad (4)$$

donde ínfimo y supremo en la ecuación (4) se calculan con el orden \leq_C fijado en el espacio de color. Al tener el espacio de color estructura de retículo, está garantizado la existencia de ínfimo y supremo, pero no tienen por qué ser mínimo y máximo, es decir, pueden aparecer falsos colores, colores que no estaban en la imagen original. Cuando el orden es total, el ínfimo y el supremo en (4) son mínimo y máximo. Por lo tanto, el uso de órdenes totales evita la aparición de colores falsos.

Es importante tener presente que la erosión o dilatación de una imagen en color dependerá del orden establecido en el espacio cromático, y por lo tanto no tienen un significado unívoco como en imágenes binarias: erosionar una imagen es empujear los objetos blancos y dilatar agrandarlos. O en imágenes en grises en los que se oscurecen las imágenes en la erosión y se aclaran en la dilatación. Sin embargo, en las imágenes en color, la respuesta en las operaciones morfológicas dependerá del orden establecido en el espacio de color.

3. ÓRDENES EN LOS ESPACIOS DE COLOR DEFINIDOS MEDIANTE FUNCIONES DE COSTE

Como se ha indicado en la sección anterior, el uso de órdenes totales en Morfología es importante para evitar la aparición de colores falsos en el procesamiento. Los órdenes lexicográficos, es decir, cuando se establece un orden de prioridad entre las componentes, son órdenes totales. Sin embargo, las componentes tienen distinto grado de

importancia. La componente prioritaria es la que establece el orden casi siempre: cuando se utiliza una codificación binaria y se utilizan $p = 8$ bits, el orden queda establecido en más del 99,6% de los casos según el orden de la componente que se ha establecido como prioritaria.

Se pueden establecer otros órdenes, basados en el lexicográfico, en los que la prioridad para definir el orden se establezca mediante una función de las componentes del espacio de color, llamada función de coste. Esto es:

Dado un espacio de color $C \subset \mathbb{R}^3$, se nota por (x, y, z) a sus elementos. Dada una función de coste $c : C \rightarrow \mathbb{R}$, se considera el orden total en C definido por:

$$(x_1, y_1, z_1) \leq_C (x_2, y_2, z_2) \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} &c(x_1, y_1, z_1) < c(x_2, y_2, z_2) \\ &0 \\ &c(x_1, y_1, z_1) = c(x_2, y_2, z_2) \quad y \quad \left. \begin{aligned} &x_1 < x_2 \\ &0 \\ &x_1 = x_2 \quad y \quad \left. \begin{aligned} &y < y_2 \end{aligned} \right\} \\ &0 \end{aligned} \right. \\ &c(x_1, y_1, z_1) = c(x_2, y_2, z_2) \quad y \quad \left. \begin{aligned} &x_1 = x_2 \\ &y \\ &y_1 = y_2 \quad y \quad \left. \begin{aligned} &y \\ &z_1 \leq z_2 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

La primera restricción de (5) establece el orden casi siempre: únicamente para establecer el orden entre dos puntos que están sobre la superficie $c(x, y, z) = c^{te}$ es necesario recurrir al orden lexicográfico establecido en la definición (5) por el resto de las restricciones. Es decir, dado un punto fijo del espacio de color (x_0, y_0, z_0) , la superficie $c(x, y, z) = c(x_0, y_0, z_0)$ divide al espacio en dos regiones; una de ellas corresponde a los puntos del espacio que son menores que el punto fijo y la otra a los puntos que son mayores. Sólo para los puntos que están en la superficie el orden se decide según el orden lexicográfico en C con prioridad x, y, z .

4. ÓRDENES TOTALES EN LOS ESPACIOS DE COLOR

Un resultado clásico relativo a órdenes establece que en $\mathbb{R}^n, n \geq 1$, se tiene definido un orden total, $\leq_{\mathbb{R}^n}$, si y sólo si existe una aplicación biyectiva $o : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ que conserva el orden, es decir:

$$\begin{aligned} (x_1, x_2, \dots, x_n) \leq_{\mathbb{R}^n} (y_1, y_2, \dots, y_n) &\Leftrightarrow \\ o(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq o(y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \quad (6)$$

donde \leq es el orden usual en \mathbb{R} .

Se puede aplicar este resultado a un espacio de color $C \subset \mathbb{R}^3$:

Se tiene definido un orden total en C , \leq_C , si y sólo si, existe una biyección entre C y un subconjunto de \mathbb{R} que conserva el orden, es decir:

$\exists o : C \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow A \subset \mathbb{R}$ biyección, tal que

$$(x_1, y_1, z_1) \leq_C (x_2, y_2, z_2) \Leftrightarrow o(x_1, y_1, z_1) \leq o(x_2, y_2, z_2) \quad (7)$$

Esto permite hacer uso de los operadores morfológicos en imágenes en grises para imágenes en color, como se puede ver en el gráfico de la figura 1.

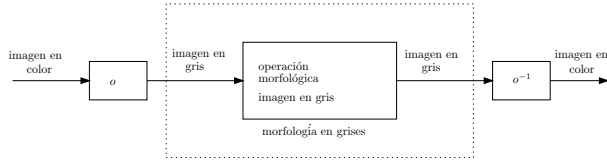


Figura 1: Morfología en color con orden total en el espacio de color.

Dada una imagen 2D en color, $f_c : \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow C$, con \leq_C el orden total definido en el espacio de color C , la aplicación composición $f_g = o \circ f_c : \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow A \subset \mathbb{R}$, siendo o la biyección (7) que conserva el orden, define una imagen en nivel de grises. Sobre esta imagen en gris pueden aplicarse las distintas operaciones morfológicas en nivel de grises. Se tendrá así una imagen en gris, y mediante la inversa de la aplicación biyectiva, o^{-1} , se obtiene la imagen en color después de aplicar la operación morfológica deseada.

El primer problema surge cuando se intenta llevar a cabo el proceso anterior: el resultado sobre la aplicación o nos garantiza que existe, pero no se establece como es ni la aplicación, ni su inversa.

Sin embargo, hay muchos órdenes totales definidos en los espacios cromáticos en los que es sencillo encontrar una aplicación que conserve el orden y su aplicación inversa. Chanussot [1], usando la codificación binaria de las componentes en el espacio de color, propone órdenes totales por 'entrelazado de bits' obteniendo la biyección o . Si cada una de las componentes viene codificada por p bits, se tienen órdenes distintos según se tenga entrelazado por 1, 2, ... o p bits y según el orden de prioridad de las componentes. En todos los casos se obtiene un

escalar codificado por $3p$ bits.

5. IMPLEMENTACIÓN

Siempre que se consideren órdenes totales definidos mediante funciones de coste en los que la prioridad se establezca según un orden lexicográfico, puede encontrarse una biyección entre el espacio de color y un subconjunto de \mathbb{R} que conserve el orden. Para ello se hace uso de la codificación binaria.

Si cada componente viene codificada por p bits, se puede construir un escalar codificado en $4p$ bits, que conserve el orden dado en (5), usando p bits para cada restricción. Los p bits más significativos deben corresponder a la primera restricción, los siguientes p a la segunda, los siguientes a la tercera y los p menos significativos a la última restricción (Fig. 2).

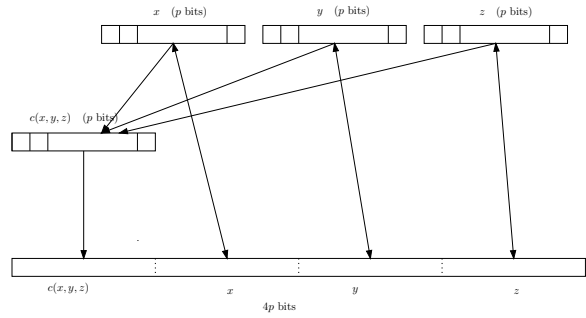


Figura 2: Biyección entre el espacio de color y un subconjunto de \mathbb{R} que conserva el orden dado por (5).

Por lo tanto, la biyección $o : C \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow A \subset \mathbb{R}$, vendrá definida por:

$$o(x, y, z) = 2^{3p}c(x, y, z) + 2^{2p}x + 2^p y + z \quad (8)$$

Y la aplicación inversa $o^{-1} : A \subset \mathbb{R} \rightarrow C \subset \mathbb{R}^3$, por:

$$o^{-1}(t) = \left(\sum_{i=0}^{p-1} 2^i t_{2p+i}, \sum_{i=0}^{p-1} 2^i t_{p+i}, \sum_{i=0}^{p-1} 2^i t_i \right) \quad (9)$$

donde $t = \sum_{i=0}^{4p-1} 2^i t_i$

En el proceso anterior, para codificar la función de coste se han utilizado p bits, igual que para cada una de las componentes. Para codificar la función de coste es posible utilizar un número de bits $k \neq p$. Estos k bits serán los más significativos y la ecuación que define la biyección o dada por (8) queda modificada por:

$$o(x, y, z) = 2^{2p+k}c(x, y, z) + 2^{2p}x + 2^p y + z \quad (10)$$

El espacio de color más empleado en la adquisición de imágenes en color es el espacio RGB . Cuando el tratamiento morfológico de una imagen requiere el uso de un orden en un espacio de color C , distinto al RGB , es necesario hacer uso de las ecuaciones no lineales de cambio del espacio RGB a C , $T_{RGB \rightarrow C} : RGB \rightarrow C$ y las ecuaciones de cambio de C a RGB , $T_{C \rightarrow RGB} = T_{RGB \rightarrow C}^{-1} : C \rightarrow RGB$, con los consiguientes errores de redondeo y el alto coste computacional (Fig. 3).

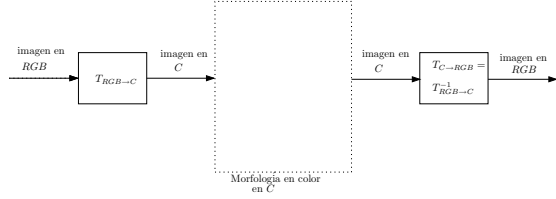


Figura 3: Morfología en color en el espacio de color C .

Cuando en el espacio de color C , distinto del espacio RGB , se utiliza un orden total definido a partir de una función de coste, como el dado en (5), puede evitarse la aplicación inversa de transformación entre los espacios de color, $T_{C \rightarrow RGB}$, modificando la relación de orden sólo para los pares de puntos para los que no se determina el orden mediante la función de coste. El orden lexicográfico que establecen las restricciones de la ecuación (5) en el espacio de color C , puede sustituirse por uno de los órdenes lexicográficos en el espacio RGB . Únicamente los pares de puntos del espacio de color que están sobre la misma superficie $c(x, y, z) = c^{te}$ no pueden ordenarse según la primera restricción de (5), y en lugar de ordenarse según el orden lexicográfico establecido en el espacio de color C , se ordenan según el orden lexicográfico establecido en RGB . Al utilizar codificación binaria con $p = 8$ bits, el número de casos en los que el orden se establece según la función de coste, dependerá de ésta; cuando la superficie $c(x, y, z) = c^{te}$ es un plano, será necesario recurrir al orden lexicográfico en menos del 0,4% de los casos.

Notando por (R, G, B) las coordenadas de un punto en el espacio RGB y por $(x, y, z) = T_{RGB \rightarrow C}(R, G, B)$ las coordenadas de ese punto en el espacio de color C , el orden que se propone viene dado por:

$$(x_1, y_1, z_1) \leq_C (x_2, y_2, z_2) \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c(x_1, y_1, z_1) < c(x_2, y_2, z_2) \\ \text{o} \\ c(x_1, y_1, z_1) = c(x_2, y_2, z_2) \quad y \quad \left. \begin{array}{l} R_1 < R_2 \\ R_1 = R_2 \\ G_1 < G_2 \end{array} \right\} \\ \text{o} \\ c(x_1, y_1, z_1) = c(x_2, y_2, z_2) \quad y \quad \left. \begin{array}{l} R_1 = R_2 \\ y \\ G_1 = G_2 \\ y \\ B_1 \leq B_2 \end{array} \right\} \\ \text{o} \\ c(x_1, y_1, z_1) = c(x_2, y_2, z_2) \quad y \quad \left. \begin{array}{l} R_1 = R_2 \\ y \\ G_1 = G_2 \\ y \\ B_1 \leq B_2 \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (11)$$

en el que la prioridad de las componentes en el orden lexicográfico considerado en RGB es R, G, B .

Las ecuaciones de cambio de sistema del espacio RGB al espacio C , $T_{RGB \rightarrow C}$ son necesarias para obtener la función de coste. Las componentes R, G y B quedan almacenadas en los bits menos significativos, con lo que se evita las ecuaciones de cambio inversas, $T_{C \rightarrow RGB}$.

Dada una imagen en color procesada en el espacio RGB , $f : \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow RGB$, se considera la misma imagen, pero procesada en otro espacio de color C , $f_C = T_{RGB \rightarrow C} \circ f : \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow C$

El orden total dado por la ecuación (11) se conserva con el orden usual de \mathbb{R} , mediante la aplicación dada por:

$$o(x, y, z) = 2^{2p+k}c(x, y, z) + 2^{2p}R + 2^pG + B \quad (12)$$

donde (R, G, B) y (x, y, z) son las componentes del mismo punto en el espacio RGB y C respectivamente, es decir, $T_{RGB \rightarrow C}(R, G, B) = (x, y, z)$ (Fig. 4).

Se tiene la imagen en nivel de grises $o \circ f_c : \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, a la que se aplica el operador morfológico, obteniéndose una imagen en grises. Mediante la aplicación inversa de o , restringida al espacio RGB , dada por:

$$o^{-1}|_{RGB} \left(\sum_{i=0}^{3p+k-1} 2^i t_i \right) = \left(\sum_{i=0}^{p-1} 2^i t_{2p+i}, \sum_{i=0}^{p-1} 2^i t_{p+i}, \sum_{i=0}^{p-1} 2^i t_i \right) \quad (13)$$

se obtiene la imagen en RGB después de aplicar el operador morfológico (Fig. (5)).

Debe observarse que:

- La implementación del orden es sencilla y rápida siempre que el programa que se utilice sea capaz de tratar al menos $3p + k$ bits.

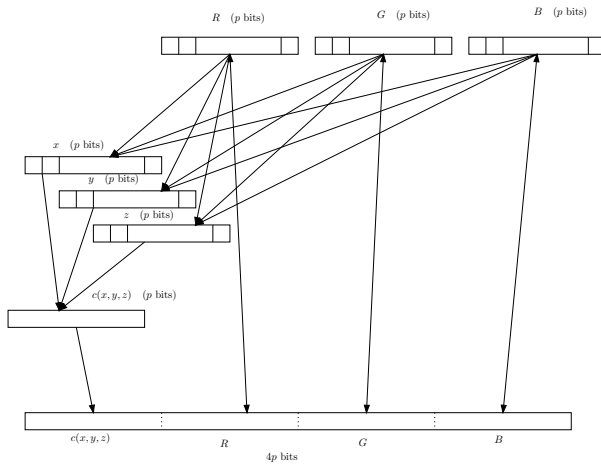


Figura 4: Biyección entre el espacio de color y un subconjunto de \mathbb{R} que conserva el orden dado por (11).

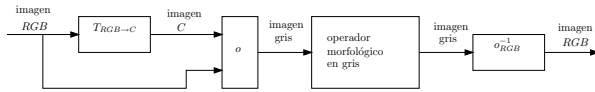


Figura 5: Tratamiento morfológico de una imagen en color con orden total en el espacio de color C .

- Se evita la transformación inversa del espacio de color al espacio de adquisición de imagen, RGB . Las componentes R , G y B quedan almacenadas mediante el orden establecido en los $3p$ bits menos significativos.
- Se utilizan los operadores morfológicos para imágenes en grises ya implementados.
- No aparecen falsos colores durante el procesamiento: por un parte, se utilizan órdenes totales, y por otra, el almacenamiento de las componentes R , G y B evita la transformación del espacio de color al espacio RGB .

6. RESULTADOS

Para mostrar el procedimiento anterior, se utiliza el espacio HSI con la semi-norma de max-min introducido por Hanbury y Serra [2], [3]. Se define el orden mediante una función de coste en la que el nivel de saturación pondera los valores del matiz y de la intensidad [6], [7].

Fijado un matiz de referencia $H_r \in [0, 2\pi)$, se define el valor de matiz normalizado

$$h = \frac{d(H, H_r)}{\pi} \in [0, 1] \quad (14)$$

donde

$$d(H, H_r) = \begin{cases} |H - H_r| & \text{if } |H - H_r| \leq \pi \\ 2\pi - |H - H_r| & \text{if } |H - H_r| > \pi \end{cases} \quad (15)$$

La función de coste se define por

$$c(H, S, I) = Sh + (1 - S)I \quad (16)$$

y el orden viene dado por

$$(H_1, S_1, I_1) \leq_{H_r} (H_2, S_2, I_2) \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - S_1)I_1 + S_1h_1 < (1 - S_2)I_2 + S_2h_2 \\ \text{or} \\ (1 - S_1)I_1 + S_1h_1 = (1 - S_2)I_2 + S_2h_2 \quad y \quad R_1 < R_2 \\ \text{or} \\ (1 - S_1)I_1 + S_1h_1 = (1 - S_2)I_2 + S_2h_2 \quad y \quad \left. \begin{array}{l} R_1 = R_2 \\ y \\ G_1 < G_2 \end{array} \right\} \\ \text{or} \\ (1 - S_1)I_1 + S_1h_1 = (1 - S_2)I_2 + S_2h_2 \quad y \quad \left. \begin{array}{l} R_1 = R_2 \\ y \\ G_1 = G_2 \\ y \\ B_1 \leq B_2 \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (17)$$

donde (R, G, B) y (H, S, I) son las componentes de un punto en RGB y HSI respectivamente.

Debe observarse que:

- El valor de la saturación S y su valor complementario $1 - S$ son los pesos del matiz normalizado y la intensidad respectivamente. Para establecer la relación de orden, el matiz es prioritario si la saturación es alta y la intensidad es prioritaria si la saturación es baja.
- Si la imagen tiene un nivel de saturación alto, entonces el matiz de referencia fijado juega un papel importante. Por ejemplo, si el color predominante es el rojo (matiz 0), y se fija $H_r = 0$, al erosionar aumentan de tamaño los objetos rojos saturados y al dilatar disminuyen.

Se utiliza como imagen test la imagen de la figura 6 a) que tiene saturación media alta, como puede verse en la figura 6 c).

En la figura 7 se muestra la erosión y la dilatación de la imagen test cuando se toma como matiz de referencia $H_r = 0$ en a) y en b), y $H_r = \pi$ en c) y en d).

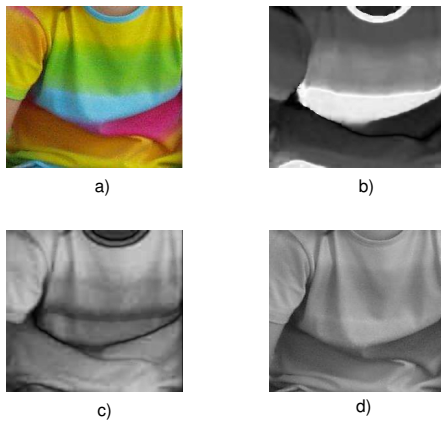


Figura 6: a) Imagen original b) Matiz con $H_r = 0$
c) Saturación d) Intensidad.

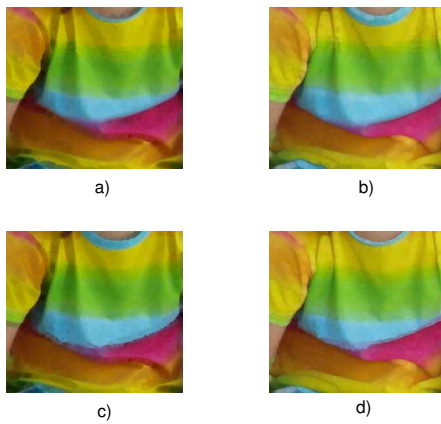


Figura 7: a) Erosión b) Dilatación con $H_r = 0$ c)
Erosión b) Dilatación con $H_r = \pi$.

7. CONCLUSIONES

Se ha presentado una familia de órdenes totales dependientes de una función de coste que es prioritaria al establecer el orden. Se utilizan estos órdenes en los operadores morfológicos básicos, erosión y dilatación, en imágenes en color. Haciendo uso de los operadores ya implementados para imágenes en grises, se implementan para imágenes en color usando la codificación binaria de cada componente.

Cuando el orden se establece en un espacio de color distinto del RGB , espacio de adquisición de las imágenes, es necesario el uso de las ecuaciones de cambio entre ambos espacios. Puede evitarse la transformación inversa almacenando las componentes R , G y B y estableciendo el orden dando prioridad a la función de coste y posteriormente,

establecer un orden lexicográfico en RGB .

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el programa 'Ayudas Puente a los grupos de investigación' de la Comunidad Autónoma de Madrid.

Referencias

- [1] Chanussot, J., (1998) *Approches Vectorielles ou Marginales por le Traitement d'Images Multicomposantes*, Thèse. E.I.S.A. Universidad de Savoie.
- [2] Hanbury, A.; Serra, J.,(2002) *A 3D-Polar Coordinate Colour Representation Suitable for Image Analysis*, Technical report, PRIP-TR-077, TU Wien (2002).
- [3] Hanbury, A., (2002) *Morphologie Mathématique sur le Cercle Unité avec Applications aux Teintes et aux Texturas Orientées*. Thèse doctorale, Centre de Morphologie Mathématique, École des Mines, Paris.
- [4] Matheron, G., (1975) *Random Sets and Integral Geometry*, Wiley, New York.
- [5] Serra, J., (1988) *Mathematical Morphology, Therorical Advances*, vol 2, Academic Press.
- [6] Tobar, M.C.; Platero, C.; Sanguino, J.; Asensio, G., (2006) *Estudio Comparativo de Órdenes en los Espacios de Color para su Aplicación en Morfología Matemática*, XXVII Jornadas de Automática, Almería.
- [7] Tobar, M.C.; Platero, C.; González, P.; Asensio, G., (2007) *Mathematical Morphology in the HSI Colour Space*, Third edition of the Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis, Gerona.