

Control clásico y moderno sobre células Peltier en un entorno didáctico

Carlos Platero

Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial (UPM), c/ Ronda de Valencia, 3 – 28012 Madrid
cplatero@elai.upm.es

Luis Castedo, Manuel Ferre, Carlos Vicente

Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial (UPM), c/ Ronda de Valencia, 3 – 28012 Madrid
castedo@elai.upm.es, mferre@elai.upm.es, cvicente@correo.elai.upm.es

Resumen

Con el objeto de sintetizar las enseñanzas de la Automática con la Electrónica Industrial, la Unidad docente de Electrónica y Automática de la EUITI-UPM ha diseñado una maqueta didáctica sobre el control de las células Peltier. Los objetivos son varios; en primer lugar, se ha tenido en mente intentar combinar las prácticas experimentales de las asignaturas de Automática con los bloques típicos de la Electrónica Industrial, con el propósito de facilitar el proceso de concreción de los diagramas de bloques a su implementación física. En segundo término, la maqueta debería de cubrir tanto los aspectos del control clásico como del control moderno; de forma que el alumno, en las diversas asignaturas de Automática, encontrase elementos comunes y pudiera comparar los ámbitos de aplicación de los dos tipos de control anteriormente mencionados. De otro lado, la dificultad que supone la modelización de las células Peltier, permitirá la introducción de técnicas estadísticas para la identificación del sistema, abriendo más, si cabe, el espectro de experimentos que se pueden realizar. Por último, también se podría destacar la introducción en los fundamentos de la Termoelectricidad, a través de uno de los elementos de mayor auge en la refrigeración, las células Peltier.

Palabras Clave: Docencia en Automática. Control clásico. Control moderno.

1 INTRODUCCIÓN

Una de las dificultades clásicas del desarrollo docente de las asignaturas de Automática es el uso de las funciones de transferencia (FDT), donde los sistemas físicos se representan por medio de cajas negras y sus comportamientos dinámicos se modelan mediante las FDTs. Si bien este planteamiento no se discute, por razones obvias, no es menos verdad que, muchas veces, el alumno pierde las nociones físicas al aplicar las técnicas de análisis y diseño de la teoría

del Control. Además, el encuentro del estudiante con sistemas físicos reales, le introduce en los usos prácticos típicos de la ingeniería, tales como: el empleo de la instrumentación, la validación de las hipótesis y las aproximaciones ingenieriles, tan empleadas en el trabajo de campo y tan desestimadas en las clases de teoría o en los problemas de simulación con ordenador.

Sin duda alguna, la llegada de programas como MATLAB, SCILAB o CC han vitalizado enormemente la didáctica de la Automática, sobre todo, en el laboratorio y como herramienta de estudio personal. Sin embargo, estas habilidades no cubren muchos de los conceptos empleados en el trabajo experimental. El éxito del laboratorio nace de la combinación del trabajo de la simulación acompañado con su puesta en práctica. Por tanto, se requiere de una maqueta de entrenamiento que sea capaz de ilustrar los conceptos básicos del control, que pueda integrar los conceptos de la especialidad (en este caso de Electrónica Industrial), que interfase con los programas de simulación y que además sea representativa de la problemática industrial actual. Esta sinergia se puede encontrar en el control de temperatura de una célula Peltier. Experiencias en esta dirección ya han sido apuntadas por otras escuelas[2].

El control de la temperatura por medio de una célula Peltier tiene grandes ventajas. Primero, es representativo de los problemas típicos del Control industrial. Segundo, su comportamiento dinámico permite emplear tanto técnicas de Control clásico como de Control moderno. Tercero, se requiere de la actuación tanto de la Electrónica de Potencia como de la Instrumentación Electrónica. Cuarto, permite abordar cuestiones relativas a la programación en tiempo real. Quinto, los procesos de calentamiento y enfriamiento tienen una corta duración temporal, pudiéndose realizar varios experimentos en una jornada de prácticas. Sexto, pone al alumno en contacto con una de las tecnologías de mayor pujanza en los procesos de refrigeración. Séptimo, se refuerzan los conceptos de la Termodinámica y de la Transmisión de Calor. Y octavo, y último, el diseño de una maqueta de control sobre una célula Peltier es relativamente barato.

2 EL COMPORTAMIENTO DE LAS CÉLULAS PELTIER

Si bien el efecto Peltier es conocido desde 1834, su aplicación práctica necesitó del desarrollo de los semiconductores, pues éstos resultan ser buenos conductores de la electricidad pero pobres conductores del calor. La circulación de una corriente eléctrica a través de dos materiales semiconductores con diferente densidad de electrones libres, produce que se libere o se absorba energía. La transferencia de energía tiene lugar en forma de flujo calorífico entre las dos caras de los semiconductores (ver figura 1)[9].

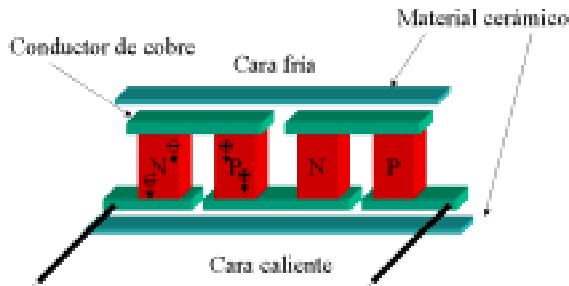


Figura 1: Elementos de una célula Peltier

El enfriamiento termoeléctrico empezó a ser factible a partir de los estudios de Telkes en los años 30 y de Lofee en 1956. Los nuevos materiales semiconductores irrumpían en la escena produciendo rendimientos mucho más altos. Telkes utilizó pares o soldaduras de PbS y ZnSb y Lofee descubrió el uso de PbTe y PbSe [3]. Actualmente, se emplea fundamentalmente el bismuto-teluro como material semiconductor, fuertemente dopado para crear un exceso (tipo-n) o una deficiencia (tipo-p) de electrones.

2.1 ECUACIONES DE LA CÉLULA PELTIER

Son varios los fenómenos que acontecen dentro de una célula Peltier, pudiéndose enunciar los efectos Peltier, Thomson y Joule, además de las propias características de la transmisión de calor. Sin embargo, dichos procesos no son todos de igual magnitud e importancia. De hecho, en el rango de temperaturas de los experimentos a realizar, se puede despreciar el flujo calorífico producido por la circulación de la corriente eléctrica con variación de temperatura, esto es, el denominado efecto Thomson. Así que, teniendo en cuenta esta simplificación, al aplicar una diferencia de potencial sobre la célula, se producirá una cesión de calor por unidad de tiempo en la cara caliente igual a:

$$Q_{PC} = \alpha T_C I \quad (1)$$

Donde T_C es la temperatura de la cara caliente, α es el coeficiente Seebeck e I la corriente que atraviesa al circuito. Por el mismo efecto, la absorción de calor por unidad de tiempo en la cara fría será:

$$Q_{PF} = \alpha T_F I \quad (2)$$

Siendo T_F la temperatura de la cara fría. De otro lado, si se consideran las pérdidas por unidad de tiempo por efecto Joule, las cuales se supone que se reparten mitad para cada cara, éstas quedarán expresadas por:

$$Q_J = \frac{1}{2} I^2 R \quad (3)$$

Donde R es la resistencia eléctrica de la célula Peltier. La diferencia de temperaturas entre ambas caras producirá un efecto de conducción térmica entre la cara caliente y la cara fría, cuantificable como:

$$Q_{CT} = \frac{T_C - T_F}{R_{TH}} \quad (4)$$

En donde R_{TH} representa la resistencia térmica entre la cara caliente y la fría. El flujo neto calorífico absorbido por la cara fría, será haciendo el balance energético a:

$$Q_F = Q_{PF} - Q_J - Q_{CT} = \alpha T_F I - \frac{1}{2} I^2 R - \frac{T_C - T_F}{R_{TH}} \quad (5)$$

Mientras que el calor cedido y que debe ser disipado a través de la cara caliente será igual a:

$$Q_C = Q_{PC} + Q_J - Q_{CT} = \alpha T_C I + \frac{1}{2} I^2 R - \frac{T_C - T_F}{R_{TH}} \quad (6)$$

Aplicando el primer principio de termodinámica, resultará que la potencia eléctrica suministrada será la diferencia entre los flujos caloríficos de disipación y de absorción, concluyendo que:

$$P_e = Q_C - Q_F = \alpha(T_C - T_F)I + I^2 R = \alpha \Delta T I + I^2 R \quad (7)$$

Estas expresiones coinciden básicamente con las dadas por Redondo [8], si se considera despreciable el efecto Thomson y considerando sólo los valores medios de las propiedades de transporte del calor. El coeficiente de Seebeck, la resistividad eléctrica y la conductividad térmica varían con la temperatura. Se ha verificado que para el rango de temperaturas de las prácticas, éstos pueden ser considerados constantes [7]. Además, el fabricante de las células empleadas, MELCOR, también emplea expresiones similares [5].

2.2 MODELADO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO

Un análisis exhaustivo del fenómeno termoelectrico en las células Peltier resulta bastante difícil de conseguir, incluso para problemas reducidos del régimen dinámico en los que se requiere distintas presunciones, tales como las propiedades promedio de los módulos [3]. Con este fin, se va a proceder a buscar un símil térmico eléctrico que facilite al alumno la comprensión del modelo y sus simplificaciones. La figura 2 esquematiza las ecuaciones 5 y 6, reflejando los efectos Peltier y Joule junto con los de la transmisión de calor. Obsérvese que la referencia a masa indica el punto de reposo de la temperatura en ambas caras, esto es, la temperatura ambiente.

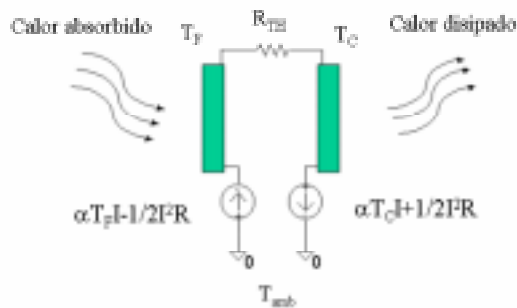


Figura 2: Símil térmico-eléctrico equivalente

Por otra parte, los flujos caloríficos absorbidos por la cara fría y los disipados por la cara caliente, pueden ser modelados como capacidades caloríficas, las cuales reflejarán las inercias térmicas de ambas caras (ver figura 3). Sin duda alguna, la inserción de un disipador adosado a la cara caliente de la célula, con alta conductividad térmica, y al que se le ha añadido, además, un circuito de convección forzada, garantizará que la temperatura de la cara caliente, T_C , se mantenga prácticamente constante y próxima a la temperatura ambiente. El circuito de disipación térmica adosado a la Peltier quedará modelado por una gran capacidad calorífica. Chavez et al[1] han cuantificado las capacidades térmicas equivalentes C_C y C_F ; siendo C_C mayor en más de dos órdenes de magnitud respecto de C_F .

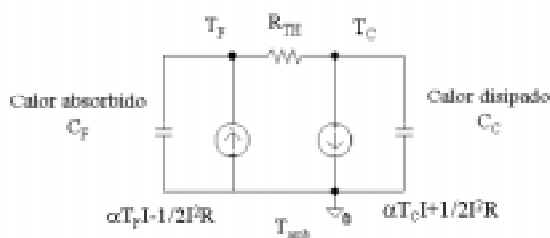


Figura 3: Circuito térmico-eléctrico equivalente

En estas condiciones, el equivalente Norton entre las dos caras se reducirá a una capacidad térmica de valor C_F en paralelo con una fuente de flujo calorífico de valor $\alpha T_C I + 1/2 I^2 R$, o bien aplicando la ec. 7, $P_e + \alpha T_F I - 1/2 I^2 R$; el circuito térmico quedará como:

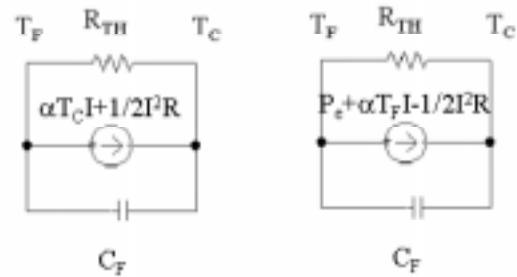


Figura 4: Circuitos equivalentes simplificados

Cuyas expresiones matemáticas quedarán definidas por:

$$C_F \frac{dT}{dt} + \frac{\Delta T}{R_{TH}} \cong \alpha T_C I + \frac{1}{2} I^2 R = P_e + \alpha T_F I - \frac{1}{2} I^2 R \quad (8)$$

$$P_e = \alpha \Delta T I + I^2 R$$

2.2.1 Modelo simplificado

Partiendo de la ec. 8 y considerando que la temperatura de la cara caliente se mantiene prácticamente constante (gracias al diseño de disipación de calor aplicado a esta cara), y que el efecto Joule es de segundo orden respecto al efecto Peltier, se puede concluir que la variación de temperatura es proporcional a la intensidad que circula por la célula. El coeficiente Seebeck se mantiene prácticamente constante en todo el rango de temperatura de los experimentos. Aplicando el modelo de MELCOR sobre α , se ha verificado la validez de la suposición anterior[7]. La validación de la propuesta queda reflejada en la figura 4, al compararse la respuesta en régimen permanente con la del modelo propuesto.

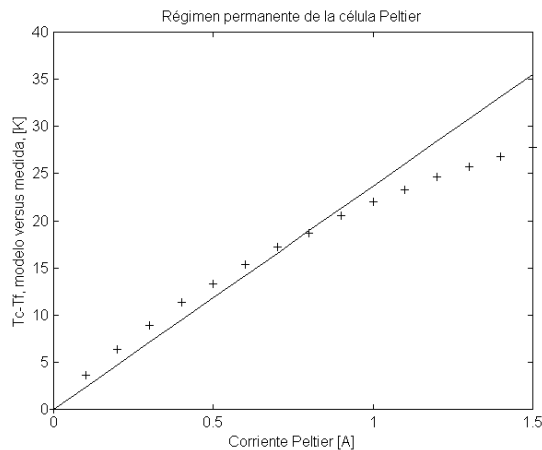


Figura 5: Relación entre la corriente eléctrica y la diferencia de temperaturas entre las dos caras

La FDT simplificada se puede exponer como:

$$\frac{\Delta T(s)}{I(s)} = \frac{[\alpha T_C] R_{TH}}{(1 + R_{TH} C_F s)} \quad (9)$$

De estas reflexiones se deduce que el mejor control sobre una célula Peltier viene dado por el empleo de un amplificador de transconductancia. Para el prototipo desarrollado, con objeto de trabajar en la zona más lineal y exigir los mínimos requisitos a la fuente de alimentación del equipo, se ha diseñado una etapa de potencia lineal con entrada de 0÷10V y capaz de suministrar hasta un amperio a la célula. En definitiva, esta etapa de potencia tiene una ganancia de 100 mS.

De otro lado, al considerar que la temperatura en la cara caliente es prácticamente constante e igual a la temperatura del ambiente, sólo se ha construido una etapa de acondicionamiento capaz de medir la variación de temperatura en la cara fría. La señal de salida de esta tarjeta es proporcional a la diferencia de temperatura entre ambas caras, al ser introducidos dos potenciómetros de ajuste. El primero se utiliza para la calibración de la temperatura ambiente y el segundo para definir la ganancia de temperatura mínima con la máxima tensión de salida, en este caso, 10V.

3 PRÁCTICAS DE CONTROL CLÁSICO

3.1 Modelado del sistema

El alumno se enfrentará en su primera práctica a la identificación de los parámetros del modelo. Con tal propósito, los estudiantes emplearán las técnicas del

análisis temporal, proponiéndoles que observen y decanten las estimaciones de los parámetros ante la evolución del sistema ante entradas en escalón. Debido a que la constante de tiempo suele ser de alrededor de 20s, las mediciones requerían el uso de un osciloscopio digital. Pero como también se han diseñado prácticas de control digital, se ha desarrollado mediante *software* la emulación de tal osciloscopio digital. Éste tiene como características más relevantes: una frecuencia máxima de muestreo en modo monocanal de hasta 30kHz y, en modo multicanal, (6 canales) hasta 100Hz. Adicionalmente, ha sido necesario diseñar una tarjeta de aislamiento galvánico entre el PC y el equipo de prácticas para evitar problemas con las masas y proteger el ordenador. Posteriormente, esta tarjeta y el *software* desarrollado se ha universalizado para todas las prácticas de Automática y Electrónica de la EUITI-UPM.

3.2 Identificación del sistema mediante ARX

Un análisis más exhaustivo de la respuesta del sistema ante la entrada en escalón revelará que éste debe de tener más de un polo en la cadena abierta. Un modelo más exacto del conjunto puede ser definido mediante técnicas ARX[6].

Ésta es, además, una buena oportunidad para que el alumno comprenda cómo se puede identificar un sistema, sin necesidad de conocer el conjunto de ecuaciones álgebra diferenciales que modelan su comportamiento. Es ésta una de las operaciones más comúnmente utilizadas en la Ingeniería de Control y que, muchas veces, no encuentra hueco en el desarrollo teórico de las asignaturas de Control.

Para aclarar y facilitar la identificación sobre el sistema Peltier, se ha diseñado una sencilla interfaz entre el equipo didáctico y el programa MATLAB. Así, los conceptos de estimación de un modelo paramétrico mediante mínimos cuadrados se tratan a través del *System Identification Toolbox* de MATLAB.

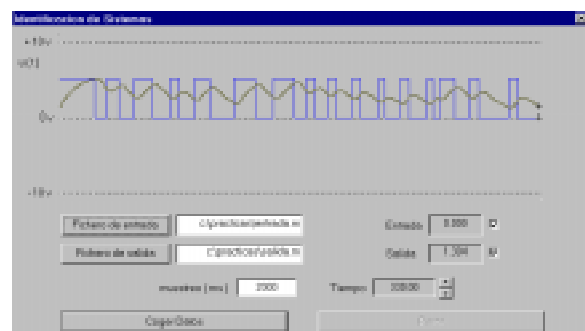


Figura 6: Cuadro de diálogos para la identificación SISO de la célula Peltier

Para ello, se define una señal binaria aleatoria y posteriormente esta señal se empleará como entrada a la maqueta Peltier. La tensión de salida de la tarjeta de acondicionamiento en respuesta a esta excitación se guardará con formato MATLAB. Tras dicho experimento, el alumno podrá abrir el GUI (*Graphical User Interface*) del anterior *toolbox* y determinar un modelo paramétrico que sea capaz de explicar el comportamiento de la célula[4].

Los conceptos de modelos ARX, correlación cruzada, muestras de entrenamiento y de test, se harán familiares para el alumno. El resultado es la obtención de una nueva FDT que esta vez será de segundo orden, evidenciando la mejora del modelo con respecto a la anterior práctica.

3.3 Análisis temporal y Lugar de las Raíces

A partir del modelo conseguido anteriormente, correspondiente a un sistema sobreamortiguado, la implementación de un amplificador diferencial como amplificador de error, permitirá observar el comportamiento del conjunto ante cambios de la ganancia del amplificador diferencial. Éste será montado por el alumno en una *protoboard*, de manera que, dada la facilidad para cambiar el valor de las resistencias, podrá variar la ganancia estática de la cadena abierta. El alumno podrá comparar la respuesta de la simulación con los datos obtenidos experimentalmente, profundizando tanto en las técnicas del análisis temporal como en el Lugar de Raíces.

3.4 Diseño de reguladores analógicos

Por la misma razón que fue abordada en la anterior práctica, resulta sencillo la modificación del lugar de raíces del sistema mediante la realización de nuevos circuitos. Utilizando la *protoboard* se pueden montar reguladores analógicos. Habiendo dos intereses, de un lado el refuerzo en las técnicas del lugar de raíces al ubicar nuevos polos y ceros en la cadena abierta y, de otro, que el alumno asocie los circuitos de la Electrónica industrial con las estructuras físicas de los reguladores analógicos PD, PI y PID.

3.5 Sistemas muestreados y reguladores discretos

A esta altura del curso, a los alumnos les resultará ya familiar la arquitectura de los sistemas muestreados, pues habrán estado empleando en las anteriores prácticas las prestaciones del software desarrollado. La utilización del PC como osciloscopio digital les habrá permitido comparar la distinta naturaleza de las señales analógicas y las secuencias representadas en el programa. Además, las prácticas en cadena abierta con la célula Peltier les mostraron la posibilidad de actuar sobre el sistema. Por tanto, ya resultará

sencillo entender el sentido de los reguladores discretos. Se empieza con la discretización de los anteriores reguladores analógicos mediante las transformadas bilineales y seguidamente se emplean las técnicas de Síntesis directa. El programa tiene la posibilidad de implementar un regulador IIR hasta de orden 6.



Figura 7: Cuadro de diálogos para el control discreto sobre la célula Peltier

4 LA TEORÍA MODERNA DE CONTROL Y LA MAQUETA PELTIER

El equipo didáctico desarrollado se puede emplear también en la experimentación en un curso más avanzado de Control con conceptos de la teoría moderna. Con dicho propósito se habrá de elaborar un modelo de variables de estados. En razón de lo anteriormente expuesto, se observa que, en principio, el equipo podrá tener como variables de estados la diferencia de temperatura entre ambas caras, ΔT , y la potencia eléctrica suministrada, P_e . Según la ec. 8 y considerando que el control es efectuado por una fuente de corriente constante, las expresiones resultantes quedarán como:

$$\Delta \dot{T} = -\frac{\Delta T}{R_{TH} C_F} + \frac{1}{C_F} \left(P_e + \alpha T_F I - \frac{1}{2} I^2 R \right) \quad (10)$$

$$\dot{P}_e = \alpha I \Delta \dot{T} + \alpha \Delta T \dot{I} + 2 I R$$

La introducción de la potencia eléctrica como variable de estado complica el modelo en comparación a lo expresado en la ec. 9. Sin embargo, y tal como se había comentado anteriormente, el uso de un modelo de un solo polo implica una varianza no explicada entre la salida y el modelo del 0.1%, mientras con dos polos se reduce al 0.02%. Por todo ello, se propone al alumno la sintonización de un modelo más simplificado, el correspondiente a:

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{T} \\ \dot{P}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_{TH} C_F} & \frac{1}{C_F} \\ 0 & -\frac{1}{T_P} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta T \\ P_e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_1 \\ C_F \\ K_2 \\ T_P \end{pmatrix} u_{CP} \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} u_{ACOND} \\ p_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_2 & 0 \\ 0 & G_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta T \\ P_e \end{pmatrix}$$

Donde K_1 representará los efectos secundarios del efecto Peltier y el efecto Joule. Experimentalmente se ha observado que la evolución temporal de la potencia eléctrica instantánea sigue, en una primera aproximación, a un sistema de primer orden, por lo que T_P será la constante del polo y K_2 su correspondiente ganancia estática. Tanto K_1 como K_2 llevan incluida la ganancia del amplificador transconductor, G_I . G_2 es la ganancia de la tarjeta de acondicionamiento, esto es, la relación entre la tensión de acondicionamiento, u_{ACOND} , y la diferencia de temperaturas entre caras. Para la obtención de la potencia eléctrica en la célula Peltier, se ha diseñado un observador que incluye dos amplificadores de instrumentación, los cuales son capaces de monitorizar la tensión y la corriente por la Peltier. Su funcionalidad es doble: permite medir fácilmente ambas magnitudes y posibilita la capacidad de ser muestreadas, al haber adecuado sus rangos dinámicos al del convertidor analógico-digital.

4.1 Identificación de los parámetros del modelo

Para poder determinar los parámetros del anterior modelo se han empleado las técnicas de estimación de parámetros cruzados[4]. El paquete software elaborado permite registrar implícitamente las dos variables de estados propuestas, la potencia eléctrica dada a la Peltier y la diferencia de temperaturas entre las caras. En ese sentido, se justifica la construcción del observador, no sólo para medir la tensión y corriente de la célula en las anteriores prácticas, sino también para poder hacer control moderno. Esta vez, ante una excitación binaria aleatoria, se guardarán las variables de estados mensurables, para estimar después los parámetros de los modelos mediante funciones específicas escritas en MATLAB.

En primer lugar, se procederá a estimar cuales son los valores de C_F , R_{TH} , K_1 , K_2 y T_P . Empleando los valores del fabricante y colocando las condiciones de contorno, los resultados son los esperados. La constante de tiempo $C_F R_{TH}$ está alrededor de los 17 s, el valor de K_1 es, aproximadamente, cero, indicando que las no linealidades son despreciables y T_P coincide con la constante del segundo polo que salía del modelo de ARX. Además, la FDT del modelo de variable de estado coincide con la dada por el modelo ARX.

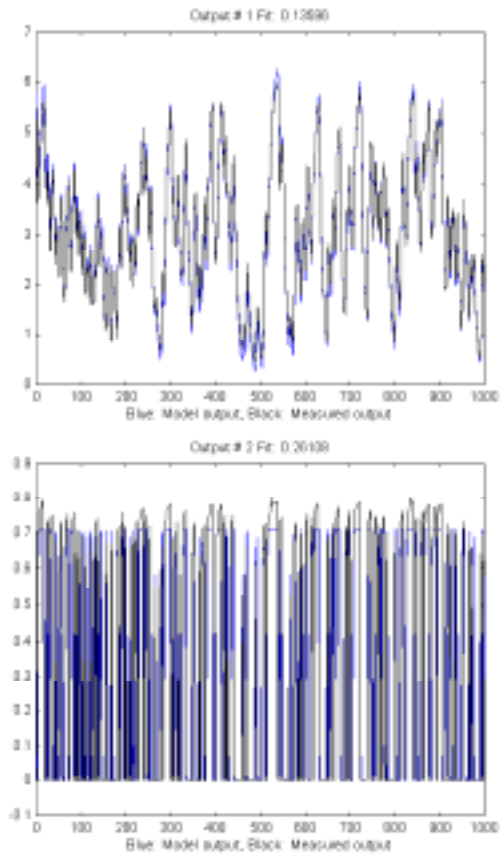


Figura 8: Comparación entre el modelo y las muestras de test

4.2 Control por realimentación de estado

La posibilidad de tener accesible las variables de estado permite presentar el control por la realimentación por variable de estado. A tal efecto, el alumno podrá variar las dos ganancias estáticas asociadas a las variables de estado. Una vez presentada la formulación de Ackermann, se observará que la ubicación de los polos resultará válido en el sentido de que el modelo del sistema siga siendo válido. En teoría, se pueden colocar los polos en cualquier lugar; en la práctica, esto resulta falso, ya que aparecen las no linealidades a poco que se exijan mejoras sustanciales en las prestaciones dinámicas del sistema.

Las prácticas experimentales llevarán al alumno a montar sobre la *protoboard* un amplificador diferencial más un multiplicador analógico, de forma que una vez calculada las ganancias de realimentación y llevado la Peltier a unas condiciones iniciales (fase realizada por el SW desarrollado), se pasará a una señal de mando del tipo:

$$u_{CP} = -KX \quad (12)$$

donde K es el vector fila de las ganancias de realimentación y X es el vector columna representativa de las dos variables de estado.

La figura 9 muestra como la elección de un polo dominante de tan sólo $-0.5 \pm j0.5$ y con condiciones iniciales de máxima diferencia de temperatura (20 K) y máxima potencia instantánea, llega fácilmente a situaciones de no linealidad.

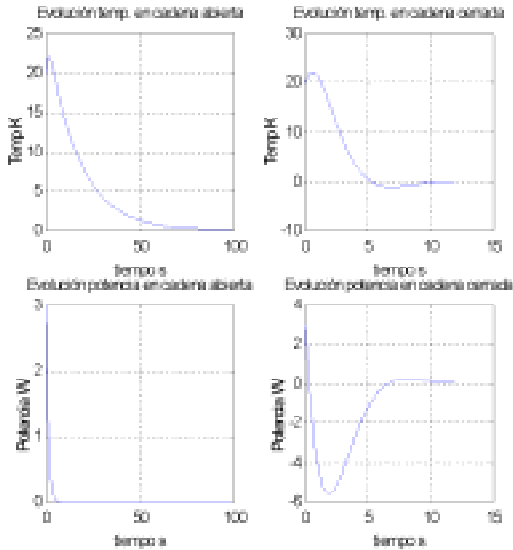


Figura 9 Evolución temporal a condiciones iniciales

Obsérvese en la gráfica que la potencia instantánea llega hasta casi a 6W en sentido contrario, cuando el amplificador de potencia sólo da como máximo 3W. El ejemplo será ilustrativo de las limitaciones físicas que no suelen ser consideradas en la problemática teórica.

Otra práctica a implementar es el diseño de un sistema de seguimiento. Una vez presentada la teoría, es fácilmente observable que el sistema es de tipo cero, lo que requerirá de la adición de un integrador en la propagación del error. Además, en términos generales, el planteamiento se hace considerando que la salida es única, por lo que planteará que la matriz de salida de la ec.11 deberá de cambiar a:

$$(u_{ACOND}) = (G_2 \quad 0) \begin{pmatrix} \Delta T \\ P_e \end{pmatrix} \quad (13)$$

Dos amplificadores diferenciales, el multiplicador analógico junto con un integrador serán requeridos para la implementación. La figura 10 muestra la simulación ante una entrada en escalón con y sin realimentación.

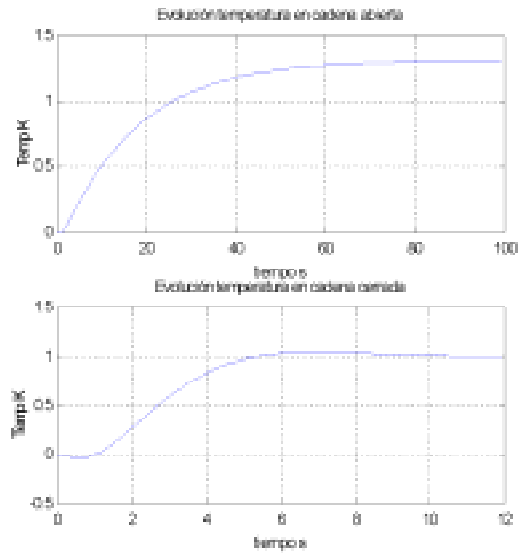


Figura 10 Respuesta temporal del sistema de seguimiento ante una entrada en escalón

4.3 Modelo discreto de variable de estado

También fue planteada la posibilidad de modelar la Peltier según un modelo de variable discreta de estados, con el propósito de ir acercándose al control estocástico. Varios fueron los experimentos realizados, pero sólo se pudo sintonizar un modelo cuyas ecuaciones en diferencias quedaron definidas por:

$$\begin{pmatrix} \Delta T_{k+1} \\ \Delta \dot{T}_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ -1 & -T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta T_k \\ \Delta \dot{T}_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha T_C G_1 \\ C_F \end{pmatrix} u_{ck} \quad (14)$$

$$u_{ACOND} = (G_2 \quad 0) \begin{pmatrix} \Delta T_k \\ \Delta \dot{T}_k \end{pmatrix}$$

Donde T es el periodo de muestreo. Estas expresiones vienen dadas del proceso de linealización de las variaciones de temperatura y de la aproximación realizada en (9). Se describirá el modelo para una mayor facilidad en la comprensión de los apartados siguientes, abreviando las matrices de estado, entrada y salida por G , H y C respectivamente :

$$\begin{pmatrix} \Delta T_{k+1} \\ \Delta \dot{T}_{k+1} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \Delta T_k \\ \Delta \dot{T}_k \end{pmatrix} + H u_{ck} \quad (15)$$

$$u_{ACOND} = C \begin{pmatrix} \Delta T_k \\ \Delta \dot{T}_k \end{pmatrix}$$

La comparación entre el modelo y la salida del modelo propuesto queda reflejada en la figura 11.

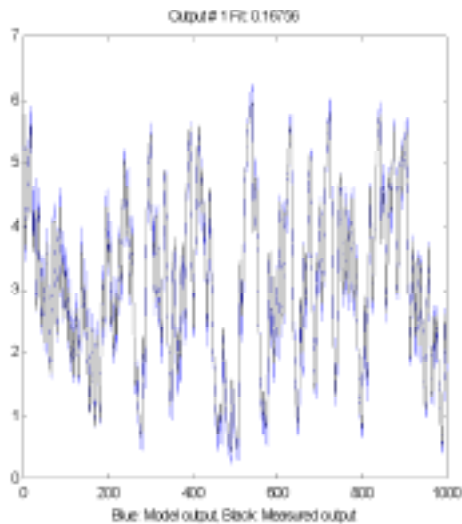


Figura 11 Comparación entre el modelo sintonizado y las muestras

Si bien los resultados muestran mayor error que los sintonizados según (11), desde el punto de vista didáctico, ofrece la posibilidad de introducirse en el diseño de observadores y en el control estocástico. El modelo propuesto es tanto observable como controlable. La ausencia de muestreo de la derivada del ΔT , permitirá introducir prácticas sobre la construcción de un observador y la consiguiente realimentación del sistema.

La dificultad de añadir como variable de estado a la potencia eléctrica proviene del intrincamiento entre la corriente por la Peltier y la diferencia de temperatura, ver ec.8.

4.3 Observador

La facilidad de cálculo de los sistemas muestreados, ha permitido implementar el algoritmo del observador de orden completo. La existencia de observabilidad del modelo propuesto supuso generar la estimación de la variable de estado siguiendo el procedimiento de:

$$\begin{aligned}\hat{X}(k|k) &= \hat{X}(k|k-1) + M(Y(k) - C\hat{X}(k|k-1) - Du_{CP}(k)) \\ \hat{X}(k+1|k) &= G\hat{X}(k|k) + Hu_{CP}(k)\end{aligned}\quad (16)$$

Donde M es la matriz del observador, obtenida a partir de la ubicación de los polos del observador y calculada con la formulación de Ackermann.

No sólo se ha hecho un observador para el modelo propuesto, sino que está abierto hasta matrices de estado de rango 6.

De igual forma se plantea la posibilidad de realimentación de estado a partir de sus estimaciones. La figura 12 muestra el control sobre la Peltier

mediante realimentación de estado. La Peltier es llevada a una variable de estado, mediante una entrada en escalón en cadena abierta. Posteriormente se le aplica una señal de mando del tipo:

$$u_{CP}(k) = -K\hat{X}(k) \quad (17)$$

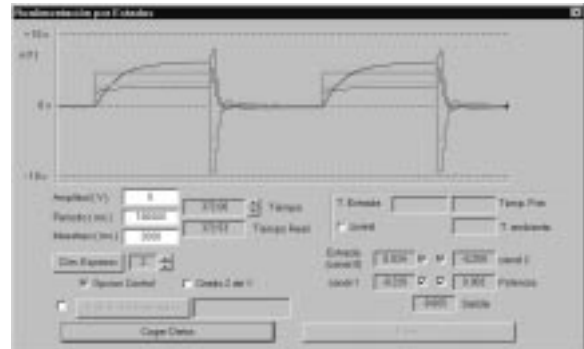


Figura 12 Realimentación por estado del sistema discreto propuesto.

4.4 Sistema de seguimiento

Otra práctica consolidada es el diseño de un sistema de seguimiento para el modelo discreto propuesto sobre el control de la Peltier. Empleando el observador del anterior apartado y al ser una planta de tipo 0, se le añadirá un integrador digital para cancelar el error del régimen permanente. La algoritmia corresponde al diagrama a bloques de la figura 13.

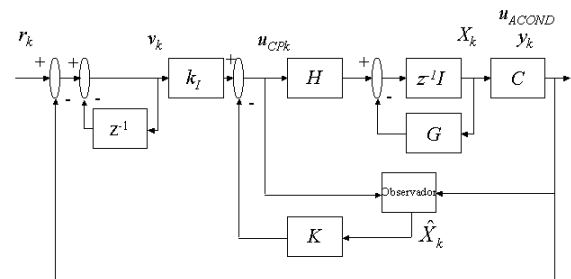


Figura 13 Diagrama a bloques del sistema de seguimiento.

La figura 14 recoge el resultado de la simulación y de la experimentación con el equipo:

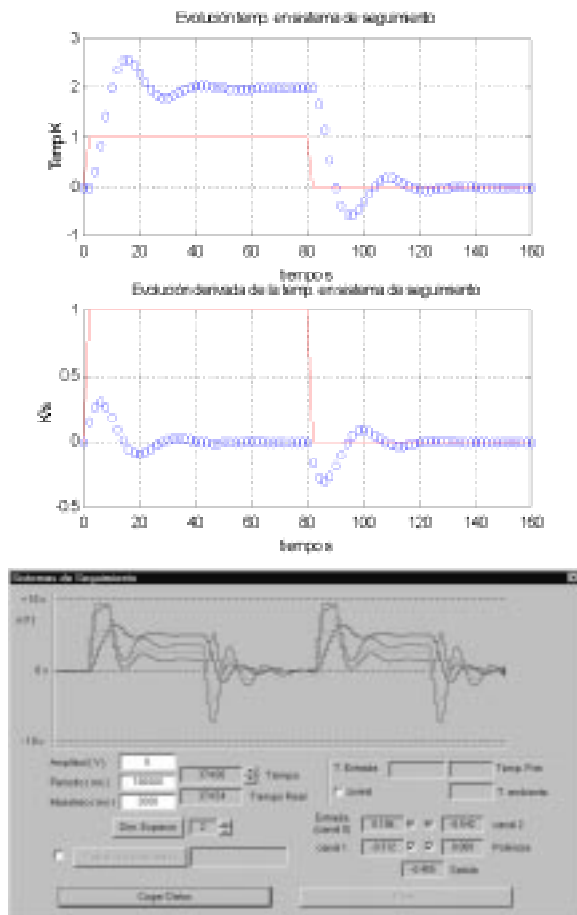


Figura 14 Simulación y experimentación del sistema de seguimiento.

4.5 Modelo estocástico

A partir del modelo dado por ec. 12, se pretende añadir que la diferencia entre el modelo y la respuesta real se explica por un ruido aleatorio gaussiano e incorrelado. De forma que el modelo será del tipo:

$$\begin{pmatrix} \Delta T_{k+1} \\ \Delta \dot{T}_{k+1} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \Delta T_k \\ \Delta \dot{T}_k \end{pmatrix} + H u_{ck} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_k \\ w_k \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$u_{ACOND} = C \begin{pmatrix} \Delta T_k \\ \Delta \dot{T}_k \end{pmatrix}$$

Donde se plantea sintonizar la varianza de adquisición y del propio proceso, con el objetivo de conocer la ganancia de Kalman en el régimen permanente. Respecto de la adquisición ésta es fácil de medir, sólo habrá de estimar la varianza sobre un punto de equilibrio. En cuanto a la determinación de la matriz de covarianza, el problema es más complejo. Su estimación requiere de conocimiento del error, éste es debido, en cuanto a la primera variable, a la supresión de términos superiores al primer orden. Respecto al segundo término, su naturaleza radica en el empleo de la aproximación de considerar constante la temperatura de la cara caliente y de la variación del coeficiente de Seebeck.

Lo que llega a evidenciar la correlación entre las fuentes de error. Por lo que se podría considerar que la matriz de covarianza a sintonizar será del tipo:

$$Q = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \rho \sigma_{11} \sigma_{22} \\ \rho \sigma_{11} \sigma_{22} & \sigma_{22}^2 \end{pmatrix} \quad (19)$$

La solución sintonizada de la matriz de covarianza del proceso están definidas por:

$$\sigma_{11} = 0.1; \sigma_{22} = 10; \rho \sigma_{11} \sigma_{22} = 1$$

4.6 Control estocástico

El uso del *toolbox* de Control de MATLAB, hará sencillo el cálculo del observador de Kalman, M , a partir de las matrices de estado, de entrada, de salida y las covarianzas de medida y del proceso. La definición de las dos matrices, Q^* y R^* , del índice de optimización, J :

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q^* X + u_{CP}^T R^* u_{CP}) dt \quad (20)$$

Permitirá calcular la ganancia de realimentación óptima, K . Por tanto, con las aplicaciones desarrolladas, resulta inmediato la aplicación de control óptimo cuadrático gaussiano, ya sea para la realimentación por estado como para el sistema de seguimiento.

5 CONCLUSIONES Y FUTUROS TRABAJOS

Se ha presentado una maqueta didáctica para el control de temperatura de las células Peltier. Éstas resultan ser ideales para el trabajo de laboratorio, pues tienen un comportamiento relativamente sencillo de modelar e implican la interacción de los saberes de la Automática, la Electrónica y la Informática Industrial. Además, es representativa de los procesos típicos industriales y permite reforzar de forma secundaria los conceptos de Termoelectricidad y de la Transmisión de Calor.

El artículo presenta un novedoso modelo de variable de estado del comportamiento de temperatura de la cara fría de la célula Peltier, a parte de mostrar los modelos más utilizados para explicar su dinámica. A partir de esta concepción, se han diseñado las estructuras *hardware* y *software* necesarias. El conjunto total es capaz de cubrir, en combinación con la simulación, las prácticas fundamentales de la teoría clásica de Control y de introducción a la teoría moderna.

De cara al futuro se seguirá trabajando en la elaboración de nuevas prácticas de Control moderno, basadas en otros modelos de la célula. Desde el punto

de vista electrónico, se está trabajando en el diseño de una fuente conmutada a cuatro cuadrantes, capaz de aprovechar también el efecto Seebeck, que permita emplear la Peltier como generador termoeléctrico.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Universidad Politécnica de Madrid dentro de la convocatoria de *Proyectos de Innovación para la Mejora de la Calidad de la Enseñanza*.

Referencias

- [1] Chávez, J.A., Ortega, J.A., Turó, Salazar, J., García, M.J., (1998) “Circuito eléctrico equivalente de una célula termoeléctrica Peltier”, Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, Pamplona 15-18, septiembre 1998.
- [2] García, E., Valera, A., (1998) “Sistema de control de temperatura de una célula Peltier”, Jornadas de Automática, pp. 43-48.
- [3] Germán, “Introducción a la termoelectricidad ”, <http://inopia.upc.es/AIT/german/libro/>, 2000
- [4] Ljung, L.,(1998) System Identification Toolbox, The MathWorks, Inc
- [5] MELCOR, (2000) “Device Performance Formulae”, <http://www.melcor.com/formula.htm>
- [6] Ollero, A.,(1991) Control por computador. Descripción interna y diseño óptimo, Marcombo, pp 227-270, 1991.
- [7] Platero, C., Castedo, L., Ferre, M., (2000) “Un enfoque multidisciplinar para los laboratorio de Electrónica y Automática”, VIII Congreso de Innovación Educativa en Enseñanzas Técnicas, San Sebastián, 4-6 septiembre.
- [8] Redondo, J.M., (1995), “Termodinámica de los procesos irreversibles, efectos termoeléctricos”, Rev. Termoelectricidad., pp 16-29, enero 95.
- [9] Sears, F., Zemansky, M.W., (1981) Física General, Aguilar, pp 573-580.