

# CONTORNO ACTIVO MEDIANTE MODELO ELÍPTICO Y APARIENCIA UNIFORME

C. Platero, J. Sanguino, G. Asensio, M.C. Tobar, P.M. González, J.M. Poncela  
Grupo de Bioingeniería Aplicada de la Universidad Politécnica de Madrid  
carlos.platero@upm.es

## Resumen

*Se presenta un contorno activo capaz de integrar la información de forma y apariencia para tareas de segmentación. El modelo de forma está definido a través de la parametrización de una elipse, por ser una plantilla con gran capacidad de deformación y sin necesidad de etapa de aprendizaje. Este modelo se ajusta a muchos problemas de segmentación de objetos 2D. La evolución dinámica de los parámetros de la elipse lleva, de forma implícita, la etapa de alineamiento y de similitud con el objeto a extraer. La información de apariencia se resuelve empleando una regularización TV y minimizando la varianza dentro y fuera de la región del objeto. El planteamiento del contorno activo depende de funcionales que no requieren de conocimiento a priori; aunque sólo se podrá aplicar a objetos con forma elíptica. Para su implementación se ha utilizado una formulación en level set. La técnica numérica utiliza narrow-band en un entorno  $3 \times 3$  alrededor del paso por cero; no hay necesidad de etapas de reinicialización del level set, pero exige de añadir un funcional más en la evolución del contorno. Los resultados experimentales muestran robustez de la dinámica de deformación de la elipse, inclusión con oclusión parcial de la información y permite una segmentación de los objetos homogéneos sin concavidades y con capacidad de resolución en el solapamiento de objetos.*

**Palabras clave:** Contornos activos, objetos elípticos, minimización de la varianza de luminancia.

## 1 INTRODUCCIÓN

Los contornos activos están siendo empleados para tareas de segmentación. Se fundamenta, normalmente, en asociarle un nivel energético y plantear una dinámica que disminuya su valor hasta alcanzar el óptimo. La solución final del contorno indicará los límites del objeto segmentado. La utilización del Cálculo variacional permite definir funcionales capaces de fusionar distintos canales de información, presentándose como

una herramienta flexible y poderosa en el análisis de las imágenes. Gracias a la propia naturaleza del método, la decisión de segmentar las áreas de la imagen no sólo dependerá de características locales, sino también de descriptores globales. En los contornos estándar suelen fusionarse la información local del gradiente de intensidad, con la curvatura del contorno y con algún estadístico de la región que encierra el contorno activo.

Es ampliamente aceptado que el conocimiento a priori es una herramienta fundamental en los procesos de segmentación. De otro lado, el análisis de las formas de los objetos ocupa un puesto muy relevante en la Visión por Computador. Por tanto, el uso de las formas a priori, en la tarea de segmentación, consigue un aumento de la robustez de los resultados; presentándose muy eficiente en escenarios caracterizados por el bajo contraste, con oclusiones parciales y en ambientes ruidosos. El contorno que aquí se presenta, fusiona las características locales y globales asociados a la apariencia del objeto, con la información de la forma a priori del objeto. Las primeras características describen los aspectos radiométricos del objeto a segmentar en términos de intensidad; mientras las características de forma definen la geometría de los límites del objeto.

La incorporación de las formas a las tareas de segmentación requiere que su modelo cumpla con al menos las siguientes prestaciones: a) El modelo de forma deberá ser capaz de permitir cierta variabilidad en su composición, esto es, la capacidad de deformación para adaptarse a las fluctuaciones propias de la adquisición del objeto; b) el modelo debería ser invariante a la posición y a la escala. Sin embargo, la mayoría de los modelos de forma requieren de una etapa previa de alineamiento, tanto en su localización como en su tamaño.

Con estas consideraciones, el concepto de segmentación queda redefinido como el proceso de alineamiento entre la imagen a segmentar y el modelo a localizar dentro de ella, tanto en la forma como en su apariencia. De un lado, se localizará la transformación de traslación, rotación y escala para el ajuste geométrico y de otro se producirán las adaptaciones necesarias del modelo ra-

diométrico: intensidades, textura, color, detección de bordes, etc. La evolución del contorno tenderá hacia la posición final basada en las características de apariencia y forma. Se concluye que el proceso de alineamiento del modelo hace las veces de lazo de realimentación en el proceso de segmentación.

Desde la formulación energética del contorno activo, se define la energía  $E(C)$  que particiona la imagen a través del contorno  $C$ . La solución del proceso de segmentación consiste en minimizar el nivel energético asociado al contorno:

$$C^* = \min(E(C)) \quad (1)$$

La energía se define empleando dos términos: debido a los aspectos radiométricos y de otro lado a la forma:

$$E(C) = E_{\text{apariciencia}}(C) + E_{\text{forma}}(C) \quad (2)$$

Dado el funcional de energía,  $E(C)$ , y utilizando el método del descenso de la energía, para encontrar  $C^*$ , la dinámica del contorno evoluciona según la ecuación diferencial:

$$\partial_t C(x) = -\nabla E(x) \cdot \vec{n}(x) \quad (3)$$

Donde  $\vec{n}(x)$  es la dirección normal del contorno  $C$  en el punto  $x$ . La implementación de los contornos activos se encuadra dentro del marco de trabajo de los *level set* [13]; consiguiendo grandes ventajas en la estabilidad y eficiencia del método numérico, así como la posibilidad de cambio topológico en la evolución del contorno.

El artículo se organiza con una breve exposición del estado actual de descriptores de apariencia y forma expresados en términos energéticos (sección 2). En el siguiente apartado se expone el funcional propuesto. Éste combina un funcional de similaridad para la forma y un funcional derivado de Mumfor-Shah [11] para la apariencia. Su dinámica queda formulable en términos de *level set*. La sección cuarta, presenta el método numérico basado en técnicas *narrow band* sin etapa de reinicialización. Se fundamenta en añadir una energía interna de regularización de la función distancia en la evolución del interfaz. Por último, se presentan los experimentos y aplicaciones del contorno activo propuesto.

## 2 DESCRIPTORES DE FORMA Y APARIENCIA EN TÉRMINOS ENERGÉTICOS

### 2.1 Energía derivada de la forma

La información *a priori* de la forma en el contorno activo requiere de un modelo de descripción. Curvas o superficies paramétricas, grafos de primitivas

geométricas o nubes de puntos son algunas representaciones utilizadas. Las aplicaciones del modelado de formas no sólo se emplean en tareas de segmentación, sino que tiene una amplia tradición en tareas de recuperación de formas definidas en alguna base de datos.

Aunque hay algunos modelos de formas que son invariantes a posición y a escala [12], la mayoría requieren del alineamiento entre el modelo y los objetos observados en la imagen. Esta tarea consiste, en dada una medida de similaridad entre el modelo y el objeto, tratar de localizar la posible transformación para que el modelo coincida sobre el objeto. En el caso particular de tener el modelo próximo al objeto a segmentar, la medida de similaridad se puede formular como la energía derivada de la forma. La medida de distancia entre el modelo y el contorno, como cuantificación de la similaridad, tiene ciertas propiedades de función suave y de continuidad en sus derivadas espaciales. Una demostración teórica de que el funcional de distancia entre el contorno y el modelo es convexo, no es nada trivial y por lo tanto, sólo se considera la validación experimental [14].

La variabilidad del modelo de forma se exige para adaptarse a la problemática real. Mayoritariamente se ha penalizado el perímetro del contorno, por su facilidad de implementación, aunque esta generalidad no impone una determinada forma. De otro lado, tanto los métodos de maximización a priori de los mapas de distancia de Leventon [8], como aquellos basados en el modelo de distribución de puntos [5] exigen de una etapa de entrenamiento y tienen mal comportamiento cuando el objeto a extraer difiere a los de aprendizaje.

El modelo de forma debería ser capaz de soportar fuertes deformaciones, sin perder la similaridad a la clase que representa. Además, debería de evitarse la construcción del modelo a partir de muestras de aprendizaje, con el objetivo de tener capacidad de generalización y no de memorización. Al mismo tiempo, el modelo de forma se debería incorporar a la evolución del contorno activo, sin necesidad de realizar una operación previa de alineamiento que dificulte el proceso de segmentación. El alineamiento y la deformación del modelo debería ser transparente a la dinámica del contorno.

Bajo estas propiedades se plantea un modelo de formas basados en elipses. Éstas han sido empleadas en tareas de segmentación [20] [7], pero no se han insertado dentro del contexto de los contornos activos. Este modelo paramétrico de las elipses es generalista, permite grandes deformaciones, es posible su inclusión en el marco evolutivo de los contornos activos y el alineamiento

está incluido en la propia deformación del modelo. Su mayor inconveniente es que sólo se restringe a la extracción de objetos que tengan un contorno que se aproxime a una elipse. Sin embargo, hay muchas aplicaciones de la Visión por Computador que segmentan objetos con formas elípticas.

## 2.2 Energía derivada de la apariencia

Si el modelo de forma da información *a priori* de la geometría del objeto, el modelo de apariencia caracteriza el conocimiento a priori del aspecto radiométrico del objeto. Este tipo de información se clasifica según sea características de la frontera del objeto o de la región del objeto. Si se extrae información de los bordes, se suele fundamentar en el alto gradiente de intensidad de los bordes del objeto, dando paso a la geodesia del contorno activo [2] o a un campo vectorial que empujan al contorno a la frontera del objeto [19]. El mayor inconveniente es la falta de bordes nítidos en las imágenes reales, necesitando de una etapa previa de realzado [16].

En el caso de descriptores de regiones suele basarse en estadísticos de la distribución de intensidad de las regiones. Normalmente se describe la región y se compara a partir del histograma de luminancia [6]. Una suposición común es considerar uniforme la intensidad dentro de la región y minimizar la varianza dentro y fuera del objeto [3]. Sin embargo, en muchos casos, esta hipótesis no se cumple y se requiere una regularización previa de la imagen [16]. Otros construyen, mediante una ventana de Parzen, una función de densidad de los niveles de intensidad alrededor del contorno [9]. Los modelos estadísticos a priori de la apariencia son fuertemente dependientes de las condiciones de iluminación, por lo que se exige de un ajuste previo del histograma [10].

La propuesta de esta ponencia sobre la apariencia se relaciona con un funcional de Mumford-Shah [11], donde se procede a su regularización TV [17] y posteriormente, el contorno activo evoluciona minimizando la varianza entre grupos. Este modelo de apariencia es generalista, sin necesidad de muestras de entrenamiento, donde la suposición de intensidad uniforme en la región se ajusta a la regularización TV y a la condición de objetos a segmentar que tiende a ser uniforme respecto a su fondo.

## 3 EVOLUCIÓN DEL CONTORNO EN FUNCIÓN DEL MODELO ELÍPTICO Y DE REGIONES UNIFORMES EN LUMINANCIA

En esta sección se presenta la minimización del funcional propuesto, éste fusiona el modelo de forma elíptica y de apariencia de región uniforme. La minimización conduce a un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales que se resuelven numéricamente. La idea principal es el desplazamiento del contorno activo dirigido por la forma elíptica y la minimización de la varianza entre el interior y exterior de la región.

Partiendo del funcional de Mumford-Shah [11], se define una hipersuperficie  $C \subset \mathbb{R}^{n-1}$  que particiona el dominio  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  de la imagen  $u_0 : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , representando  $C$  la frontera del subconjunto abierto  $\omega \subset \Omega \subset \mathbb{R}^n$ . La minimización energética pretende la regularización de la imagen y su segmentación:

$$E^{MS}(u, C) = \alpha \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx + \beta \int_{\Omega \setminus C} \|\nabla u\|^2 dx + \mu H^{n-1}(C) \quad (4)$$

Donde  $H^{n-1}(C)$  denota la distancia de Hausdorff de dimensión  $(n - 1)$ , y  $\alpha > 0, \beta > 0$  y  $\mu > 0$  son parámetros de control. Para  $n = 2$ ,  $H^{n-1}(C)$  da la longitud del contorno y para  $n = 3$  el área de la superficie del contorno. La dinámica impuesta trata de regularizar la imagen en su apariencia y en cuanto a la partición trata de minimizar la varianza de luminancia fuera y dentro del contorno. Para simplificar el problema de minimización del funcional se supone homogeneizada el nivel de intensidad de cada región delimitada por el contorno [3]. Esta simplificación induce a una etapa previa de regularización TV [17]. Este planteamiento supone la minimización del funcional de Mumford-Shah en dos pasos:

1. Regularización TV de la imagen [17]:

$$E^{TV}(u) = \alpha \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx + \beta \int_{\Omega} \|\nabla u\|^2 dx \quad (5)$$

$u$  tiende a homogeneizarse dentro y fuera de la región [18].

2. Minimización de las varianzas de los grupos para la partición del dominio

$$E^{CV}(c_1, c_2, C) = \lambda_1 \int_{\omega} (u - c_1)^2 dx + \lambda_2 \int_{\Omega \setminus \omega} (u - c_2)^2 dx + \mu H^{n-1}(C) \quad (6)$$

Siendo  $c_1$  y  $c_2$  los valores medios de intensidad dentro y fuera del contorno:

$$c_1 = \frac{\int_{\bar{\omega}} u dx}{\int_{\bar{\omega}} dx} \quad c_2 = \frac{\int_{\Omega \setminus \bar{\omega}} u dx}{\int_{\Omega \setminus \bar{\omega}} dx} \quad (7)$$

La dinámica del contorno se desplazará hacia una minimización de la varianza tanto del interior como del exterior.

La exigencia de forma elíptica del contorno implicará añadir un nuevo término al funcional. Con este objetivo se define la distancia euclídea entre el contorno y el modelo como:

$$d(x, y) = \{\min(\|x - y\|), x \in C, y \in M\} \quad (8)$$

Siendo  $M$  el modelo de forma, cuya expresión analítica es:

$$y \in M \left| \left( (y - T)' \cdot R \cdot D \right) \cdot \left( (R \cdot D)' \cdot (y - T) \right) - a^2 = 0 \quad (9)$$

Donde  $T$  es el vector de traslación del centro de la elipse,  $R$  es la matriz de rotación,  $D$  es una matriz diagonal, cuyas componentes son la relación entre semiejes del modelo y  $a$  es la magnitud de un semieje y la referencia para el ratio con el otro:

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \\ D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \gamma_1 = \frac{b}{a} \end{pmatrix} \quad (10)$$

El funcional de energía de forma se define como:

$$E^{Elipse2D}(C) = \frac{\nu}{2} \int_C d^2(x, y) \cdot dx \quad (11)$$

Para determinar la mínima distancia se exige de la proyección de un punto del contorno sobre la elipse. Ésta requiere del cálculo de una ecuación polinómica de cuarto orden. La expresión analítica de distancia mínima, necesaria para obtener la dinámica de la elipse, no resulta ser manejable para su descripción. Una aproximación a esta métrica viene dada por la propia definición de la elipse (ver ecuación 9). Esta métrica se caracteriza por tener valores positivos fuera del recinto acotado por la elipse, nulos en el contorno y negativos en el interior.

### 3.1 Formulación en level set

La representación del contorno se hace de manera implícita, mediante una función de Lipschitz  $\phi$ , tal que:

$$C = \partial\omega = \{x \in \Omega | \phi(x) = 0\} \\ \omega = \{x \in \Omega | \phi(x) < 0\} \\ \Omega \setminus \bar{\omega} = \{x \in \Omega | \phi(x) > 0\} \quad (12)$$

La evolución del contorno es calculada siguiendo el nivel cero o interfase del *level set*,  $\phi(x, t)$ . Se suele emplear la función escalón  $H(\phi(x))$  para la partición de la imagen, de manera que dentro del contorno es unitaria y fuera es nula. También es habitual emplear la derivada del escalón, el pulso de Dirac  $\delta(\phi(x))$ , para definir el contorno, dando paso a las técnicas *narrow band*. El contorno propuesto es formulable en términos de *level set*. Partiendo de su nivel energético:

$$E^{Propuesta}(\phi, M) = \lambda_1 \int_{\Omega} H(\phi(x))(u - c_1)^2 dx + \\ \lambda_2 \int_{\Omega} (1 - H(\phi(x)))(u - c_2)^2 dx + \\ \mu \int_{\Omega} \delta(\phi(x)) \|\nabla\phi(x)\| dx + \frac{\nu}{2} \int_C d^2(x, y) dx \quad (13)$$

La minimización del nivel energético utiliza la condición de Euler-Lagrange y el método numérico del descenso del gradiente:

$$\partial_t \phi = \delta(\phi) \left[ \lambda_1 (u - c_1)^2 - \lambda_2 (u - c_2)^2 \right. \\ \left. + \mu \text{div} \left( \frac{\nabla\phi}{\|\nabla\phi\|} \right) + \frac{\nu}{2} \text{div} \left( d^2 \frac{\nabla\phi}{\|\nabla\phi\|} \right) \right] \quad (14)$$

Los parámetros de la elipse serán ajustados dinámicamente con las condiciones de:

$$\partial_t T = \nu \int_{\Omega} \delta(\phi) d \nabla d \|\nabla\phi\| dx;$$

$$\partial_t a = \nu \int_{\Omega} \delta(\phi) d a \|\nabla\phi\| dx$$

$$\partial_t \gamma_1 = -\nu \int_{\Omega} \delta(\phi) d \gamma_1 \left[ (x - T) \begin{pmatrix} \text{sen}(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \right]' \|\nabla\phi\| dx$$

$$\partial_t \theta = -\nu \int_{\Omega} \delta(\phi) d \nabla d \begin{pmatrix} -(x_2 - T_2) \\ x_1 - T_1 \end{pmatrix}' \|\nabla\phi\| dx \quad (15)$$

## 4 Métodos numéricos

Se ha vuelto muy popular el uso de técnicas de *level set* para la implementación de los contornos activos, por su manejo de los puntos que presentan discontinuidades y su facilidad de cambio topológico. Sin embargo, los problemas de alto coste computacional se han presentado como una limitación importante en su puesta en práctica [13]. Recientemente, un nuevo método, encuadrado dentro de las técnicas *narrow band*, permite eliminar las etapas de reinicialización, reduce el ancho de la banda a un entorno de  $3 \times 3$  y emplea un escenario simple de diferencias finitas [4]. Se fundamenta en añadir un término energético de preservación de la función distancia en el *level set*. Además, la inicialización del contorno puede partir de una imagen binaria, permitiendo

integrar las técnicas clásicas de procesamiento y segmentación como elemento de partida inicial. Los tiempos de computación se reducen hasta en tres niveles de magnitud.

Siguiendo a Li et al [4], la formulación energética del contorno debe añadir un funcional de preservación de la función distancia al modelo propuesto:

$$E(\phi) = E_{ext}(\phi) + \eta P(\phi) \quad (16)$$

Donde  $P$  es la energía interna de  $\phi$  que caracteriza la desviación del *level set* sobre la función distancia y  $\eta > 0$  es un parámetro de ponderación sobre el nivel energético global del contorno. El término de energía interna se define:

$$P(\phi) = \int_{\Omega} (\|\nabla\phi\| - 1)^2 dx \quad (17)$$

Al combinar este término con la energía del contorno propuesto, la evolución del *level set* queda:

$$\begin{aligned} \partial_t \phi = & \delta(\phi) [\lambda_1(u - c_1)^2 - \lambda_2(u - c_2)^2 \\ & + \mu \operatorname{div} \left( \frac{\nabla\phi}{\|\nabla\phi\|} \right) + \frac{\nu}{2} \operatorname{div} \left( d^2 \frac{\nabla\phi}{\|\nabla\phi\|} \right)] \\ & + \eta \left[ \Delta\phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla\phi}{\|\nabla\phi\|} \right) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

Para la puesta en práctica se ha utilizado una versión suavizada del pulso de Dirac [3]:

$$\delta_{\varrho}(x) = \begin{cases} 0 & |x| > \varrho \\ \frac{1}{2\varrho} [1 + \cos(\frac{\pi x}{\varrho})] & |x| \leq \varrho \end{cases} \quad (19)$$

En los experimentos se empleó  $\varrho = 1.5$  para la regularización del pulso de Dirac. Todas las derivadas espaciales han sido aproximadas por diferencias centradas y las derivadas temporales por diferencias progresivas. La inicialización del *level set* se realiza empleando un esquema a dos niveles:

$$\phi_0(x) = \begin{cases} -c & \text{si } x \in \bar{\omega} \\ c & \text{si } x \in \Omega/\bar{\omega} \end{cases} \quad (20)$$

Siendo  $c > 0$  una constante. El valor de  $c$  debe ser mayor que el valor de suavizado del pulso de Dirac,  $\varrho$ . Si se preserva la función distancia dentro de la banda del contorno, de ancho 3x3 y al emplear  $\varrho = 1.5$ , implica un valor de  $c = 2$ . Con este planteamiento se cubre dos objetivos: 1) ahorro computacional, al evitar calcular la función distancia en el dominio, y 2) resulta extremadamente fácil insertar los resultados preliminares de las técnicas clásicas de segmentación como inicio del contorno activo.

#### 4.1 Cálculo de $c_1$ y $c_2$

El cálculo de los valores medios de intensidad de dentro y fuera del contorno se calcula evaluando,

sólo, el ancho de la banda alrededor del contorno activo en cada iteración. Partiendo desde su redefinición en (7) mediante la función escalón:

$$c_1 = \frac{\int_{\Omega} uH(\phi)dx}{\int_{\Omega} H(\phi)dx} \quad c_2 = \frac{\int_{\Omega} u(1-H(\phi))dx}{\int_{\Omega} (1-H(\phi))dx} \quad (21)$$

Se puede implementar empleando la técnica *narrow-band*. A partir del cálculo inicial de los valores medios dentro y fuera del contorno,  $c_1^0$  y  $c_2^0$ , la variación de los valores medios dentro y fuera del contorno depende exclusivamente de la evolución del contorno en cada iteración. Definiendo una función escalón para los píxeles que cambian de pertenencia dentro y fuera del contorno:

$$K(\phi^i, \phi^{i+1}) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \bar{\omega}^i, x \notin \bar{\omega}^{i+1} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$L(\phi^i, \phi^{i+1}) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \Omega \setminus \bar{\omega}^i, x \notin \Omega \setminus \bar{\omega}^{i+1} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (22)$$

Quedará:

$$c_1^{i+1} = \frac{\int_{\Omega} (c_1^i H(\phi^i)) - (uK(\phi^i, \phi^{i+1})) + (uL(\phi^i, \phi^{i+1})) dx}{\int_{\Omega} H(\phi^i) - K(\phi^i, \phi^{i+1}) + L(\phi^i, \phi^{i+1}) dx};$$

$$c_2^{i+1} =$$

$$\frac{\int_{\Omega} (c_2^i (1 - H(\phi^i))) + (uK(\phi^i, \phi^{i+1})) - (uL(\phi^i, \phi^{i+1})) dx}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi^i)) + K(\phi^i, \phi^{i+1}) - L(\phi^i, \phi^{i+1}) dx} \quad (23)$$

#### 4.2 Dinámica de los parámetros de la elipse

La discretización de la ecuación (15) dará la dinámica numérica de los parámetros de la elipse:

$$T^{i+1} = T^i + \Delta t \nu \sum_{j \in \text{NB}} \delta_j^i d_j^i \nabla d_j^i |\nabla \phi_j^i|$$

$$a^{i+1} = a^i + \Delta t \nu \sum_{j \in \text{NB}} \delta_j^i d_j^i a^i |\nabla \phi_j^i|$$

$$\gamma_1^{i+1} = \gamma_1^i - \Delta t \nu \sum_{j \in \text{NB}} \delta_j^i d_j^i \gamma^i \left[ (x_j - T^i) \begin{pmatrix} \sin(\theta^i) \\ \cos(\theta^i) \end{pmatrix} \right]' \Big]^2 |\nabla \phi_j^i|$$

$$\theta^{i+1} = \theta^i - \Delta t \nu \sum_{j \in \text{NB}} \delta_j^i d_j^i \nabla d_j^i \begin{pmatrix} -(x_{j_2} - T_2^i) \\ x_{j_1} - T_1^i \end{pmatrix}' |\nabla \phi_j^i| \quad (24)$$

Siendo  $\text{NB}$  el *narrow band* definido por el pulso de Dirac.

### 5 Resultados experimentales y aplicaciones

Se procede a exponer, en primer lugar, la validación experimental del funcional de forma. Se

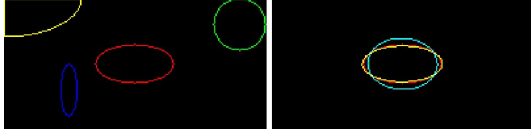


Figura 1: a) Posición inicial de las elipses (en rojo la estática) b) Posición final

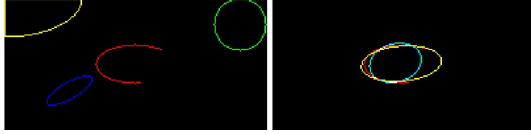


Figura 2: Robusted ante la oclusión parcial a) Posición inicial de las elipses b) Posición final

definirá una elíptica estática en el centro de una imagen sintética y un conjunto de elípticas, cuyos parámetros se rigen por la dinámica descrita en (24). El propósito es testear el funcional de forma de manera que haga converger los parámetros de la elípticas deformables a la elíptica estática.

En la figura 1, de tamaño  $100 \times 200$ , se ha pintado en rojo la elipse estática. En ésta se define el nivel cero del *level set*,  $\phi(x) = 0$ . Para el resto de las elipses se calcula, desde sus parámetros, la distancia al nivel cero de  $\phi$ . Los parámetros utilizados son:  $\Delta t = 0.005$  y  $\nu = 1$ . Como el ancho de banda es sólo de un píxel, el contorno de la elíptica estática, se ha considerado  $|\nabla\phi| = 1$  y  $\varrho = 1$ . En las primeras 15 iteraciones ajusta posición y orientación. Al cabo de 50 iteraciones ha finalizado el proceso de alineamiento.

Otra prueba a realizar es la robustez ante la oclusión parcial del objeto a segmentar. El objetivo de este test es mostrar la capacidad de enfrentarse ante problemas de solapamientos parciales de los objetos a segmentar. En la imagen sintética presentada anteriormente, la elipse estática ha sido eliminada en un tramo, aproximadamente un tercio del contorno total. Se ha observado que la dinámica propuesta en (24) es robusta ante oclusiones parciales, aunque es sensible a la orientación inicial del modelo deformable. Los parámetros de control han sido los mismos que la prueba anterior, aunque la solución estable requiere alrededor de 100 iteraciones.

Las aplicaciones se centran en la segmentación de células examinadas a través de microscopía. El primer caso que se presenta trata de poner de manifiesto la dinámica del contorno cuando existen pequeñas concavidades en el objeto a segmentar. La metodología propuesta empieza con una regularización TV de la imagen. Se ha implementado utilizando un escenario semi-implícito



Figura 3: Evolución del contorno a)Original b)Sin funcional de forma: posición final del contorno (curva roja), inicial (curva verde) c)Con funcional de forma: posición final del contorno (curva roja), elipse inicial (curva verde), elipse final (curva azul)

AOS [21] [16], incondicionalmente estables para cualquier  $\Delta t$ , pero limitado para preservar la invarianza a rotaciones. La falta de acotación de la difusividad, cuando el módulo del gradiente tiende a cero, se ha resuelto con una constante de regularización  $\varepsilon$  [1]. Éste se ha fijado con un valor de tres órdenes menor que el rango dinámico de la imagen. En los experimentos realizados se ha empleado  $\Delta t = 0.01$  y 10 iteraciones.

El contorno inicial se obtiene a partir de las técnicas clásicas de procesamiento y segmentación de las imágenes. En la figura 3 aparece una célula, donde se observa pequeñas concavidades que queda reflejada en la solución clásica (curva pintada en verde en la figura 3-b). Se ha realizado un doble experimento en la evolución del contorno: sin y con energía de forma. En el primero se ha anulado el funcional de distancia al modelo de forma. Al evolucionar el contorno considerando sólo la minimización de las varianzas interiores y exteriores de luminancia, no resuelve por completo todas las concavidades. Sin embargo, al emplear el funcional de forma, el contorno final sigue a la elipse dinámica. La elipse inicial se consigue mediante procesamiento morfológico y extracción de las características (curva de color verde en la figura 3-c). La elipse final se ha pintado en azul. Los parámetros empleados han sido  $\varrho = 1.5$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 100/255^2$ ,  $\mu = 10$ ,  $\nu = 1$ ,  $\eta = 0.04$ ,  $\Delta t = 5$ . Los incrementos de tiempo para la dinámica de la elipse son de dos órdenes menores que lo empleado en la evolución del contorno.

## 5.1 Segmentación con solapamiento

Gracias a la dinámica propuesta sobre los parámetros de las elipses (ver ecuación 24) que permite la convergencia del modelo con oclusión parcial de los datos, se puede resolver el problema de la segmentación con solapamiento entre los objetos. Partiendo del conocimiento a priori del número de objetos a segmentar, se definirán la cantidad de elipses del problema, las cuales se repartirán dentro del contorno inicial. Habrá que

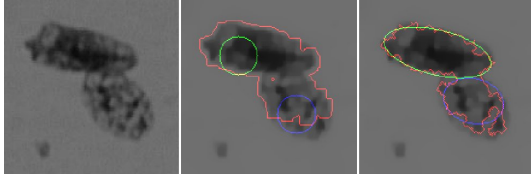


Figura 4: a)Original b)posición inicial: contorno-rojo, elipse1-verde y elipse2-azul c) posición final

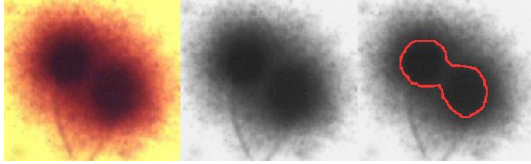


Figura 5: a) imagen entrada, b) luminancia, c) inicio del contorno

redefinir el funcional de energía de forma cómo la mínima distancia entre el contorno a cualquiera de las elipses definidas:

$$E^{Ellipse2D}(C) = \frac{\nu}{2} \int_C \min(d^2(x, y_i)) \cdot dx$$

$$y_i \in M_i \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (25)$$

donde  $k$  es el número total de elipses. Al establecer la relación biyectiva, entre un punto del contorno con una elipse concreta, a través de la mínima distancia, queda definida las ecuaciones de actualización de cada elipse. De esta manera, el contorno activo queda dividido en  $k$  tramos. Por supuesto, surgirán problema de evolución si alguno de los tramos del contorno es poco significativo respecto a la elipse asociada, esto es, la oclusión del objeto es muy elevada.

Se presentan dos ejemplos con casuísticas diferentes. En el primero se muestra un ejemplo, donde sólo es posible la segmentación si se utiliza información sobre la geometría de los objetos. En la figura 4 se observa que si se emplease sólo la intensidad de los píxeles, no es posible evitar el solapamiento. De hecho, la solución propuesta no muestra una división del contorno, pero la segmentación se obtiene con el ajuste de las dos elipses. El segundo caso se trata de una aplicación para la segmentación de imágenes de espermatozoides humanos [15]. En la figura 5 se observa dos núcleos que comparten la misma cromatina. Las técnicas clásicas empleadas no son capaces de separarlos. A partir de esta solución previa, se inicializará el contorno activo, empleando la luminancia de la imagen. En este caso se produce un cambio topológico del contorno activo respecto al inicial. Tanto las elipses como el contorno se realimentan mutuamente, tanto para ajustarse al

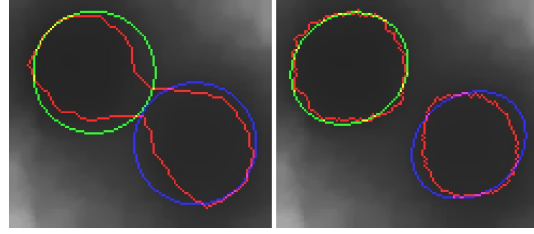


Figura 6: a)posición inicial: contorno-rojo, elipse1-verde y elipse2-azul b) posición final

tamaño del contorno como éste para minimizar la distancia a las elipses. En estos experimentos los parámetros de control son muy similares a los empleados en la segmentación de una única célula.

## 6 Conclusiones

Se ha presentado un nuevo contorno activo basado en la minimización de energía dependiente de la apariencia y la forma. En cuanto a su apariencia, se fundamenta en un preprocesado de regularización TV y minimización de las varianzas de luminancia interiores y exteriores al contorno. Este funcional deriva de Mumford-Shah. Respecto a la forma, se impone un funcional de mínima distancia a una elipse deformable. El proceso de alineamiento de la elipse está implícito en la dinámica de similaridad entre el modelo y el contorno activo, simplificando el proceso de segmentación. Tanto para la apariencia como en la forma no se requiere introducir conocimiento a priori, presentándose como un marco generalista para la segmentación de objetos homogéneos respecto al fondo y con geometría elíptica. También se ha presentado la robustez de la dinámica de la elipse a oclusiones parciales, permitiendo extender el problema a segmentación de objetos con solapamientos o con pérdidas parciales de las fronteras de los objetos.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Comunidad Autónoma de Madrid con las Ayudas Puente UPM a sus grupos de investigación reconocidos.

### Referencias

- [1] Breuß, M., Brox, T., Bürgel, A., Sonar, T., Weickert, J., (2006) Numerical aspect of TV Flow, Numerical Algorithms, Vol. 41, No. 1, 79-101.
- [2] Caselles, V., Kimmel, R., and Sapiro, G. (1997) Geodesic active contours, Interna-

- tional Journal of Computer Vision, 22(1):61-79.
- [3] Chan, T., Vese, L. (2001) Active contours without edges, *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(2):266-277.
- [4] Chunming, L., Chenyang, X., Changfeng, G., Martin, D.,(2005) Level Set Evolution without Re-Initialization: A New Variational Formulation, *CVPR (1)*: 430-436.
- [5] Cootes, T., Taylor, C., Cooper, D., and Graham, J. (1995). Active shape models - their training and application, *Computer Vision and Image Understanding*, 61(1):38-59.
- [6] Herbulot, A., Jehan-Besson, S., Barlaud, M., and G., A. (2004). Shape gradient for multimodal image segmentation using joint intensity distributions. In *Proceedings of 5th International Workshop on Image Analysis for Multimedia Interactive Services (WIAMIS)*, Lisbon, Portugal.
- [7] Jiang, T., Yang, F., (2002) An Evolutionary Tabu Search for Cell Image Segmentation, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 32(5):675-678.
- [8] Leventon, M., Grimson, W. E. L., and Faugeras, O. (2000a). Statistical shape influence in geodesic active contours, *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*.
- [9] Leventon, M. E., Grimson, W. E. L., Faugeras, O., and III, W. M. W. (2000b). Level set based segmentation with intensity and curvature priors. *IEEE Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis Proceedings (MMBIA)*, pages 4-11.
- [10] Litvin, A., Karl, W., Shah, J.,(2006) Shape and appearance modeling with feature distributions for image segmentation, *International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, Arlington, Virginia.
- [11] Mumford D., Shah J. (1989). Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems, *Commun. Pure Appl.Math*, vol. 42, pp. 577-685.
- [12] Osada, R., Funkhouser, T., Chazelle, B., and Dobkin, D. (2002). Shape distributions. *ACM Transactions on Graphics*, 21(4):807-832.
- [13] Osher, S., Fedkiw, R. (2003). *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*, Applied Mathematical Sciences, Vol. 153, Springer.
- [14] Paragios, N., Rousson, M.,(2003) Shape Analysis towards Model-based Segmentation. in *Geometric Level Set Methods in Imaging Vision and Graphics (Osher & Paragios)*, Springer Verlag, ISBN 0387954880.
- [15] Platero, C., (2004) Segmentación automática de imágenes de espermatozoides humanos mediante técnicas SDC, *XXIV Jornadas de Automática*, Ciudad Real, 8-10 septiembre.
- [16] Sanguino, J., Platero, C.,González, P., Poncela, J., Tobar, M., Asensio, G.,(2007), Aplicaciones de una familia de difusión anisotrópica sobre la evolución de algunos contornos activos, *XX Congreso de Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones*, 24-28 septiembre, Sevilla.
- [17] Rudin, L., Osher, S., Fatemi, E., (1992) Non-linear total variation based noise removal algorithms, *Physical D*, 60:259-268.
- [18] G. Steidl, J. Weickert, T. Brox, P. Mrázek, and M. Welk.(2004), On the equivalence of soft wavelet shrinkage, total variation diffusion, total variation regularization, and SIDes. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 42(2):686-713.
- [19] Sumengen, B., Manjunath, B.,(2005) Edgeflow-driven Variational Image Segmentation: Theory and Performance Evaluation, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)*, May.
- [20] Wu, H., Barba, J., Gil, J. (1998) A Parametric Fitting Algorithm for Segmentation of Cell Images, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 45(3): 400-407.
- [21] Weickert, J., ter Haar Romeny, B.M., Viergever, M.A., (1998) Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3):398-410.