

ESTUDIO COMPARATIVO DE ÓRDENES EN LOS ESPACIOS DE COLOR PARA SU APLICACIÓN EN MORFOLOGÍA MATEMÁTICA

M.C. Tobar Puente, C. Platero Dueñas, J. Sanguino Botella, G. Asensio Madrid
Grupo de Bioingeniería Aplicada de la UPM, m.carmen.tobar@upm.es, carlos.platero@upm.es,
javier.sanguino@upm.es, gabriel.asensio@upm.es

Resumen

La morfología matemática y la geodesia son potentes técnicas no lineales de análisis de imágenes ampliamente estudiadas para imágenes en grises y que tienen su fundamento matemático en la teoría de retículos. La extensión de estos operadores a imágenes en color requiere, por una parte fijar el espacio cromático en el que se procesa la imagen y por otra, establecer un orden en éste que le dote de estructura de retículo. El orden lexicográfico es un orden total en el que se da prioridad a una componente sobre las demás. Para evitar esto, se proponen dos órdenes, uno en el espacio cromático RGB y otro en el espacio HSI.

Palabras Clave: Espacios cromáticos, retículo, orden lexicográfico, morfología matemática.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de imágenes en color para su procesamiento y análisis es cada vez mayor debido a la información añadida frente a las imágenes en nivel de grises.

En el tratamiento de las imágenes son muchos los algoritmos que usan la morfología matemática y la geodesia para distintas aplicaciones como la segmentación, la restauración, la detección de bordes, el aumento de contraste, el análisis de texturas, etc. Para imágenes en grises muchos operadores morfológicos y geodésicos han sido ampliamente estudiados. La morfología matemática se basa en la teoría de retículos y la extensión de estos operadores a imágenes en color requiere, por una parte fijar el espacio cromático en el que se procesa la imagen y por otra, establecer un orden en éste que le dote de estructura de retículo.

El artículo se estructura del siguiente modo. Primero, en la sección 2 se introducen las operaciones básicas en morfología, erosión y dilatación, en conjuntos e imágenes binarias y en nivel de grises, y se ve la necesidad de tener estructura de retículo. En la

sección 3 se extienden estas dos operaciones a imágenes en color haciendo uso del retículo correspondiente. En la sección 4, se hace un breve repaso de los distintos órdenes en \mathbb{R}^3 y se introduce una nueva familia de órdenes totales, que se aplican en el espacio RGB. Se introduce un orden total en el espacio HSI en el que se ponderan la componente acromática y la cromática actuando como peso la saturación. Se utilizan como imágenes de test, la imagen Miro (368x271), utilizada por Hanbury [5], [9] y la imagen Globo (304x292), utilizada por Ortiz [14] de la figura 1. Finalmente, en la sección 5 se tienen las conclusiones.

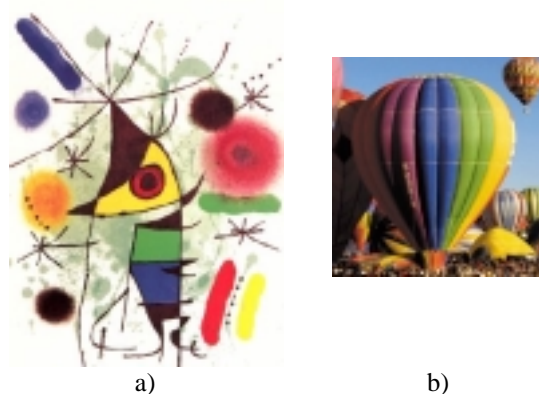


Figura 1: Imágenes de test a) Imagen Miro
b) Imagen Globo

2. MORFOLOGÍA MATEMÁTICA Y RETÍCULOS

La morfología matemática se fundamenta en la teoría de conjuntos y más concretamente en la de conjuntos ordenados y retículos. El procesamiento morfológico de imágenes es una técnica no lineal de análisis de imágenes desarrollada por Matheron y Serra [17], [18].

Se define la erosión de un conjunto $A \subset \mathbb{Z}^2$ por el elemento estructurante E (conjunto finito de \mathbb{Z}^2 que contiene el elemento cero) como:
$$\varepsilon_E(A) = \{x \in \mathbb{Z}^2 / E_x \subseteq A\} = \bigcap_{s \in E} A_{-s}$$
 y la dilatación

como: $\delta_E(A) = \{x \in \mathbb{Z}^2 / (-E)_x \cap A \neq \emptyset\} = \bigcup_{s \in E} A_s$

siendo A_s el conjunto trasladado de A según s . Es decir, la erosión es un ínfimo y la dilatación un supremo en el retículo de las partes de \mathbb{Z}^2 .

Una imagen binaria es una aplicación $f: \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow \{0,1\}$ y por lo tanto es la función característica $f = \chi_A$ siendo $A = \{x \in \mathbb{Z}^2 / f(x) = 1\}$. Entonces, se puede definir la erosión y la dilatación de $f = \chi_A$ por el elemento estructurante $E \subset \mathbb{Z}^2$ como las funciones características de las erosiones y dilataciones del conjunto A por E :

$$\begin{aligned} \varepsilon_E(f) &= \chi_{\varepsilon_E(A)} = \chi_{\bigcap_{s \in E} A_s} = \text{Inf}_{s \in E} (f \circ \tau_s) \\ \delta_E(f) &= \chi_{\delta_E(A)} = \chi_{\bigcup_{s \in E} A_s} = \text{Sup}_{s \in E} (f \circ \tau_{-s}) \end{aligned} \quad (1)$$

siendo $\tau_s: \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^2$ la aplicación traslación según el elemento $s \in \mathbb{Z}^2$ ($\tau_s(x) = s + x$). Otra vez, la erosión y la dilatación son un ínfimo y un supremo respectivamente, esta vez en el retículo de las aplicaciones binarias. Puntualmente, la erosión y la dilatación vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \varepsilon_E(f)(x) &= \min_{s \in E} (f(s+x)) \\ \delta_E(f)(x) &= \max_{s \in E} (f(-s+x)) \end{aligned} \quad (2)$$

Una imagen en nivel de grises viene dada por una aplicación $f: \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Como en el conjunto de los números reales se tiene el orden usual, las imágenes en nivel de grises constituyen un retículo, lo que nos permite igualmente definir la erosión y dilatación de la imagen f por el elemento estructurante $E \subset \mathbb{Z}^2$ por analogía con (1):

$$\begin{aligned} \varepsilon_E(f) &= \text{Inf}_{s \in E} (f \circ \tau_s) \\ \delta_E(f) &= \text{Sup}_{s \in E} (f \circ \tau_{-s}) \end{aligned} \quad (3)$$

Y puntualmente según (2):

$$\begin{aligned} \varepsilon_E(f)(x) &= \min_{s \in E} (f(s+x)) \\ \delta_E(f)(x) &= \max_{s \in E} (f(-s+x)) \end{aligned} \quad (4)$$

3. MORFOLOGÍA MATEMÁTICA EN IMÁGENES EN COLOR

Una imagen en color viene definida por una aplicación $f: \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow C$, donde $C \subset \mathbb{R}^3$ es un espacio de color.

El tratamiento morfológico de las imágenes en color suele hacerse desde dos puntos de vista diferentes: El tratamiento marginal y el tratamiento vectorial [4],[15],[19]. En el tratamiento marginal se aplican las transformaciones morfológicas a cada una de las tres componentes de la imagen (imágenes en nivel de grises) por separado. En el tratamiento vectorial se utiliza la teoría de retículos y por lo tanto es necesario tener definido un orden en el espacio final, es decir, en un subconjunto de \mathbb{R}^3 . Como no se tiene un orden natural en estos conjuntos, es necesario dar una solución *ad hoc*, es decir, establecer un orden apropiado a la imagen a procesar y aplicar este orden en las definiciones de los operadores morfológicos.

Aunque suelen estudiarse por separado estas dos formas de tratamiento morfológico de las imágenes a color, el tratamiento marginal es un caso particular del tratamiento vectorial: Basta considerar el orden canónico en el espacio cromático.

Dado $C \subset \mathbb{R}^3$ un espacio de color en el que se tiene definido un orden, que notamos por \leq_C y que hace que C sea retículo, el conjunto de las aplicaciones $f: \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow C$ con el orden:

$$\begin{aligned} \forall f, g: \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow C \\ f \leq g \equiv f(x) \leq_C g(x) \quad \forall x \in \Omega \end{aligned}$$

tiene también estructura de retículo. En efecto:

$\forall f, g: \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow C$, existen

$\text{Inf}(f, g), \text{Sup}(f, g): \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow C$ definidas por:

$$\begin{aligned} \text{Inf}(f, g)(x) &= \text{Inf}_C (f(x), g(x)) \\ \text{Sup}(f, g)(x) &= \text{Sup}_C (f(x), g(x)) \end{aligned} \quad (5)$$

Esto permite definir las operaciones morfológicas básicas de erosión y dilatación de una imagen $f: \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow C$ por un elemento estructurante E :

$$\begin{aligned} \varepsilon_E(f) &= \text{Inf}_{s \in E} (f \circ \tau_s) \\ \delta_E(f) &= \text{Sup}_{s \in E} (f \circ \tau_{-s}) \end{aligned} \quad (6)$$

Y puntualmente, según (5):

$$\begin{aligned}\varepsilon_E(f)(x) &= \operatorname{Inf}_C(f(s+x)) \\ \delta_E(f)(x) &= \operatorname{Sup}_C(f(-s+x))\end{aligned}\quad (7)$$

Es importante tener presente que la erosión o dilatación de una imagen en color dependerá del orden establecido en el espacio cromático, y por lo tanto no tienen un único significado como en imágenes binarias: Erosionar una imagen es hacer más pequeños los objetos blancos y dilatar, hacerlos más grandes. O en imágenes en grises en los que se oscurecen las imágenes en la erosión y se aclaran en la dilatación. En las imágenes en color, la respuesta en las operaciones morfológicas dependerá del orden establecido en el espacio cromático.

A partir de estas operaciones básicas puede definirse otros operadores morfológicos y geodésicos, como en las imágenes binarias y en grises.

4. ÓRDENES EN LOS ESPACIOS CROMÁTICOS

Una vez fijado el espacio de color en el que se procesa una imagen es necesario fijar un orden en él que le dote de estructura de retículo. Cuando se trabaja con un orden parcial, no total, al tener estructura de retículo se tienen el ínfimo y el supremo de un conjunto finito pero no tienen porqué alcanzarse en el conjunto, es decir, no tienen porqué ser mínimo y máximo respectivamente. Eso significa que en la erosión o dilatación de una imagen pueden aparecer colores que no estaban en la imagen original (colores falsos). Cuando el orden fijado en el espacio cromático es total los ínfimos y supremos son mínimos y máximos respectivamente, y por lo tanto no aparecen colores falsos.

Como un espacio cromático es un subconjunto de \mathbb{R}^3 se tienen definidos el orden canónico y los órdenes lexicográficos. El primero es un orden parcial y como se ha dicho equivale a un tratamiento marginal. Los órdenes lexicográficos son órdenes totales en los que se da prioridad a una componente sobre las demás y han sido estudiados en distintos espacios cromáticos [5], [6], [12], [14], [16]. Para disminuir la dependencia de la primera componente Ortiz [13], [14] propone un orden parcial que denomina α -lex, y Angulo [1], [2] un orden total que denomina lexicográfico módulo α . En las figuras 2, 3, 4 y 5 se representan gráficamente estos órdenes en \mathbb{R}^2 : El conjunto de los elementos que son menores o iguales que un elemento fijo $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ se representa en rojo, y en azul, el conjunto de los elementos que son mayores o iguales que ese elemento fijo.

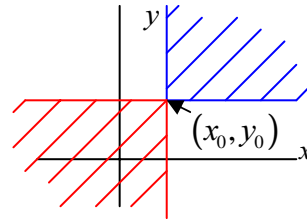


Figura 2: Orden canónico en \mathbb{R}^2

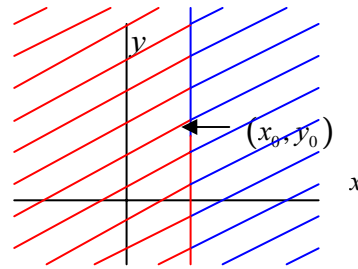


Figura 3: Orden lexicográfico en \mathbb{R}^2

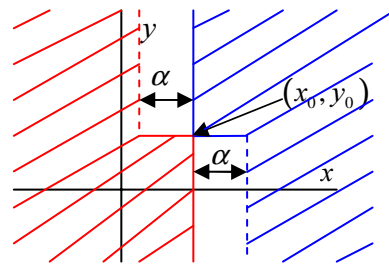


Figura 4: Orden α -lex en \mathbb{R}^2

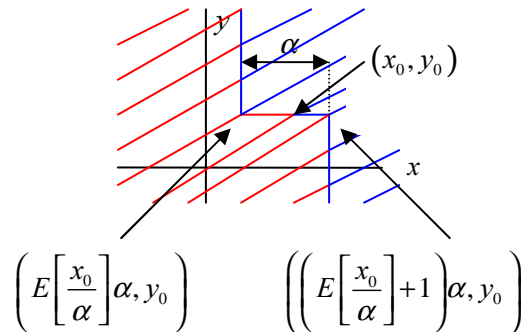


Figura 5: Orden lexicográfico módulo α en \mathbb{R}^2

Se propone una familia de órdenes en \mathbb{R}^3 que, además de ser totales, para evitar la aparición de colores inexistentes en la imagen original, no den prioridad a una de las componentes de las ternas de \mathbb{R}^3 como hacen los órdenes lexicográficos.

Para ver gráficamente como vienen definidos estos órdenes, se estudian en \mathbb{R}^2 . Dados dos números reales positivos no nulos simultáneamente,

$a, b \geq 0, (a, b) \neq (0, 0)$, se considera el orden en \mathbb{R}^2 (orden ab):

$$(x_1, y_1) \leq_{ab} (x_2, y_2) \equiv \begin{cases} ax_1 + by_1 < ax_2 + by_2 \\ \text{o} \\ ax_1 + by_1 = ax_2 + by_2 \text{ y } (y_1 \leq y_2 \text{ o } x_1 \geq x_2) \end{cases} \quad (8)$$

En la figura 6 se representa en rojo el conjunto de los elementos que son menores o iguales que un elemento fijo $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$, y en azul, el conjunto de los elementos que son mayores o iguales que (x_0, y_0) , para el orden correspondiente a $a = b = 1$ y para $a = 1$ y $b = 2$.

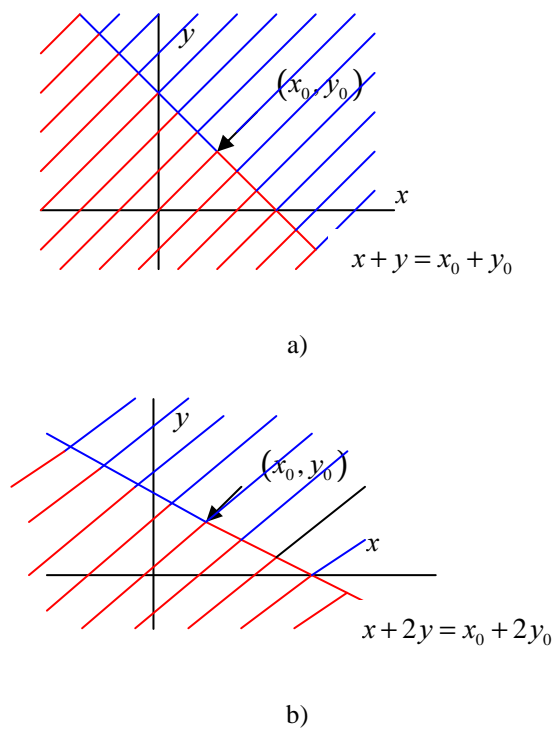


Figura 6: Orden ab a) para $a = b = 1$ b) para $a = 1$ y $b = 2$

Como se observa en la figuras 6, el plano queda dividido en dos semiplanos por la recta de pendiente $-\frac{a}{b}$ que pasa por el punto (x_0, y_0) . Uno de ellos junto con una semirrecta corresponde al conjunto de los puntos menores o iguales que (x_0, y_0) . El otro semiplano y la otra semirrecta corresponde al conjunto de los puntos que son mayores o iguales que (x_0, y_0) . La diferencia entre los distintos órdenes

de la familia viene dada por la pendiente de la recta $ax + by = 0$.

Cuando $b = 0$ y $a > 0$, se tiene el orden lexicográfico con primera componente del par prioritaria. Cuando $a = 0$ y $b > 0$ se tiene el orden lexicográfico con segunda componente del par prioritaria y el orden en la primera componente se ha invertido. Es decir, en esta familia de órdenes se encuentran los órdenes lexicográficos de \mathbb{R}^2 , y además se tienen infinitos órdenes que también son totales y permiten según los valores de los parámetros dar más importancia o menos a cada componente del par de \mathbb{R}^2 . Para $a > b$ se da más importancia en el orden a la primera componente del par, y para $a < b$ es la segunda componente del par la que tiene mayor importancia.

En \mathbb{R}^3 esta familia de órdenes dependerá de tres parámetros $a, b, c \in \mathbb{R}$. Salvo para algunos valores de estos parámetros, el orden viene definido por:

$$(x_1, y_1, z_1) \leq_{abc} (x_2, y_2, z_2) \equiv \begin{cases} ax_1 + by_1 + cz_1 < ax_2 + by_2 + cz_2 & (1) \\ \text{o} \\ ax_1 + by_1 + cz_1 = ax_2 + by_2 + cz_2 \\ \text{y } by_1 + cz_1 < by_2 + cz_2 & (2) \\ \text{o} \\ ax_1 + by_1 + cz_1 = ax_2 + by_2 + cz_2 \\ \text{y } by_1 + cz_1 = by_2 + cz_2 \text{ y } z_1 \leq z_2 & (3) \end{cases} \quad (9)$$

Los distintos órdenes lexicográficos definidos en \mathbb{R}^3 corresponden a casos particulares de los tres parámetros $a, b, c \in \mathbb{R}$.

4.1. Órdenes en el espacio RGB

En el espacio RGB, con $R, G, B \in [0, 1]$, se tienen definidos los distintos órdenes lexicográficos, en los que se da prioridad a una de las tres componentes roja, verde o azul. Para no dar prioridad a uno de los colores básicos, rojo, azul o verde, se propone utilizar el orden dado por (9), en el que el peso dado a cada componente es el mismo, esto es:

$$(r_1, g_1, b_1) \leq (r_2, g_2, b_2) \equiv \begin{cases} r_1 + g_1 + b_1 < r_2 + g_2 + b_2 & (1) \\ \text{o} \\ r_1 + g_1 + b_1 = r_2 + g_2 + b_2 \text{ y } g_1 + b_1 < g_2 + b_2 & (2) \\ \text{o} \\ r_1 + g_1 + b_1 = r_2 + g_2 + b_2 \text{ y } g_1 + b_1 = g_2 + b_2 \text{ y } b_1 \leq b_2 & (3) \end{cases} \quad (10)$$

En las figuras 7 y 8 se muestran la erosión y la dilatación de la imagen Miro y de la imagen Globo, respectivamente, por un disco de radio 3.



a) b)

Figura 7: a) Erosión b) Dilatación de la imagen Miro con el orden en RGB dado por (10)



a) b)

Figura 8: a) Erosión b) Dilatación de la imagen Globo con el orden en RGB dado por (10)

Según el orden establecido por (10), la restricción (1) da igual prioridad a las tres componentes, y es la que establece el orden entre dos puntos casi siempre. En las restricciones (2) y (3) se está dando prioridad a las componentes roja y azul respectivamente.

Los resultados que se obtienen al aplicar operadores morfológicas en imágenes procesadas en el espacio RGB en el que se establece este orden son bastantes aceptables desde el punto de vista intuitivo: Aunque el ojo humano no reconoce la cantidad de componente roja, azul y verde de un color, la restricción (1) establece el orden según la intensidad del color, que es el atributo del color que ofrece mayor definición en las imágenes reales.

4.2. Órdenes en el espacio de color HSI

El ojo humano no reconoce un color por la cantidad de componente roja, verde o azul, sino que emplea atributos perceptuales de luminancia o intensidad, saturación y matiz. Los espacios que representan el color en términos de estos atributos permiten una descripción más intuitiva de los colores. La idea básica de la transformación del espacio RGB al espacio HSL y similares es el paso de un sistema de coordenadas cartesianas a un sistema de coordenadas

cilíndricas, quedando el color especificado en términos del brillo, saturación y matiz.

Según Hanbury y Serra [8], [10], [11], una representación más conveniente del color debe utilizar normas o distancias que hagan que las componentes cromática y acromática sean independientes. Obtienen una familia de espacios HSI, espacios en coordenadas cilíndricas, que difieren en la norma utilizada. Los estudian con la norma L_1 , la norma L_2 y la seminorma max-min. Las ecuaciones de cambio desde el espacio RGB al espacio HSI utilizando la seminorma max-min vienen dadas por:

$$\begin{cases} I = 0.213R + 0.715G + 0.072B \\ S = \text{Max}(R, G, B) - \text{Min}(R, G, B) \\ \theta = \arccos \left(\frac{2R - G - B}{2(R^2 + G^2 + B^2 - (RG + RB + GB))^{1/2}} \right) \\ H = \begin{cases} 360^\circ - \theta & \text{si } B > G \\ \theta & \text{si } B \leq G \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

El problema de establecer un orden en uno de estos espacios de color, además de los que surgen en todo espacio cromático debido a su carácter cartesiano, se debe a la componente angular. Cuando las componentes de intensidad, I , y saturación, S , se consideran normalizadas en $[0, 1]$ se tiene el orden usual en ellas. Sin embargo, debido al carácter angular del matiz, H , que toma valores en $[0, 2\pi)$, no se tiene definido un orden natural: No se tiene un orden de importancia ni una posición dominante.

Si se considera el orden usual en el intervalo $[0, 2\pi)$, se está estableciendo que el rojo, con matiz 0° , es el mínimo, y colores muy próximos al rojo puro, con matices próximos a 2π , corresponden a los máximos. Estos problemas pueden solucionarse del siguiente modo [7], [9], [16]:

Se fija un matiz de referencia, H_{ref} , que se establece como mínimo. El máximo será $(H_{ref} + \pi) \bmod 2\pi$. Para definir el orden, se utiliza la distancia:

$$d(H, H_{ref}) = \begin{cases} |H - H_{ref}| & \text{si } |H - H_{ref}| \leq \pi \\ 2\pi - |H - H_{ref}| & \text{si } |H - H_{ref}| \geq \pi \end{cases} \quad (12)$$

La relación para el matiz: $H_1 \leq_H H_2 \Leftrightarrow d(H_1, H_{ref}) \leq d(H_2, H_{ref})$ verifica las propiedades reflexiva y transitiva, pero no la antisimétrica, es decir, es un preorden pero no un orden. Para un matiz de referencia en 0° , se tiene que

$\frac{\pi}{6}$ y $\frac{11\pi}{6}$ son distintos y sin embargo se encuentran a la misma distancia del matiz de referencia.



Figura 9: Distancia en matiz, con referencia en 0°

Como puede observarse en la figura 9, para una distancia no nula dada, hay dos puntos distintos que se encuentran a esa distancia del valor de referencia. Podemos establecer un orden, eligiendo uno de los dos puntos como menor:

$$H_1 \leq_H H_2 \Leftrightarrow \begin{cases} d(H_1, H_{ref}) < d(H_2, H_{ref}) \\ \text{o} \\ d(H_1, H_{ref}) = d(H_2, H_{ref}) \text{ y } H_1 \leq H_2 \end{cases} \quad (13)$$

Cuando en morfología se utiliza este preorden puede escogerse el menor con un criterio de conectividad con el píxel en el que se calcula la operación.

Se debe observar que el orden natural en las componentes lineales, saturación e intensidad, coincide con el ‘orden intuitivo’, es decir, el negro es menor que el blanco, y un rojo con baja saturación es menor que el rojo puro, con saturación máxima. Sin embargo, en la componente matiz se tienen órdenes distintos según el matiz de referencia H_{ref} , y la idea ‘intuitiva’ de menor o mayor desaparece: Para un matiz de referencia $H_{ref} = 0^\circ$, el mínimo corresponde al color rojo y el máximo al azul, y para $H_{ref} = \pi$, el azul es el mínimo y el rojo el máximo. Esto hace que cuando en morfología se utiliza un espacio de color con componente angular y ésta juega un papel relevante en el orden que se establece en el espacio cromático, los resultados que se obtienen pueden resultar ‘extraños’.

Para poder aplicar los distintos operadores morfológicos en imágenes en color es necesario establecer un orden en el espacio cromático en el que se procese la imagen que le dote de estructura de retículo. Los distintos órdenes que se establecen se basan en los órdenes que se tienen en cada una de las componentes. Cuando se trabaja en el espacio de color HSI, fijado un matiz de referencia, tenemos el orden necesario en las tres componentes.

El orden lexicográfico es un orden total en el que se da prioridad a una de las componentes sobre las demás. En imágenes reales, la intensidad es el atributo que ofrece mayor definición, por lo que con el orden de prioridad en el orden lexicográfico, I, H, S se obtienen buenos resultados visuales.

Para evitar la fuerte dependencia en el orden lexicográfico de la componente prioritaria, se propone un orden en el que el valor de la saturación actúa como peso de ponderación entre la intensidad y el matiz: En un color con baja saturación el peso se da a la componente acromática (intensidad) y en un color con alta saturación el peso corresponde al matiz.

Fijado un valor de matiz de referencia H_{ref} , al color con componentes (H, S, I) , con $S, I \in [0, 1]$ y $H \in [0, 2\pi)$, se le asocia el valor de matiz normalizado: $h = \frac{d(H, H_{ref})}{\pi} \in [0, 1]$. Se define el orden:

$$(H_1, S_1, I_1) \leq_{H_{ref}} (H_2, S_2, I_2) \equiv \begin{cases} (1-S_1)I_1 + S_1h_1 < (1-S_2)I_2 + S_2h_2 & (1) \\ \text{o} \\ (1-S_1)I_1 + S_1h_1 = (1-S_2)I_2 + S_2h_2 \text{ y } I_1 < I_2 & (2) \\ \text{o} \\ (1-S_1)I_1 + S_1h_1 = (1-S_2)I_2 + S_2h_2 \\ \text{y } I_1 = I_2 \text{ y } H_1 <_{H_{ref}} H_2 & (3) \\ \text{o} \\ (1-S_1)I_1 + S_1h_1 = (1-S_2)I_2 + S_2h_2 \\ \text{y } I_1 = I_2 \text{ y } H_1 = H_2 \text{ y } S_1 < S_2 & (4) \end{cases} \quad (14)$$

La condición (1) de (14) establece el orden casi siempre. En los colores en los que no queda definido el orden por (1), se establece un orden lexicográfico con prioridad I, H, S . Debe observarse:

- El valor de la saturación, S , y su complementario, $1-S$, son los pesos del matiz y de la intensidad respectivamente. Para establecer el orden, la componente con más peso en los colores con alta saturación es el matiz y en los colores con baja saturación es la intensidad.
- El matiz de referencia fijado juega un papel importante y debe elegirse según sea la imagen a procesar. En una imagen en la que en los objetos predomine el color rojo, si se elige el matiz de referencia $H_{ref} = \pi$,

erosionar y dilatar la imagen coincide con la idea intuitiva: los objetos se hacen menores o mayores respectivamente. Si lo que se hace es fijar el matiz de referencia en $H_{ref} = 0^\circ$, al erosionar los objetos rojos saturados aumentan de tamaño y disminuyen al dilatar.

En la imagen 10 se muestra la erosión por un disco de radio 5 de la imagen Miro según los órdenes lexicográficos con prioridades en matiz, en saturación y en intensidad y con el orden propuesto en (14) tomando como matiz de referencia $H_{ref} = 0^\circ$.

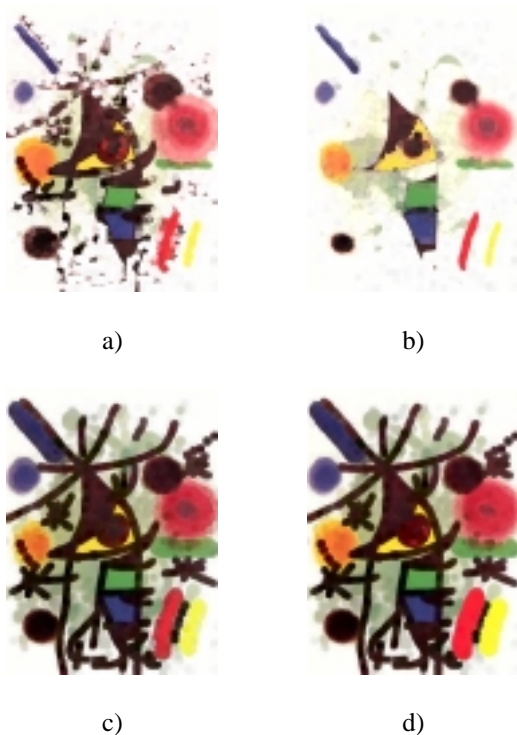


Figura 10: Erosión de la imagen Miro con orden a) lexicográfico H,S,I b) lexicográfico S,H,I c) lexicográfico I,S,H d) dado en (14) con $H_{ref} = 0^\circ$

Como puede observarse, el orden lexicográfico con prioridad la componente intensidad y el orden propuesto visualmente son aceptables, teniendo como ventaja éste último el hecho de que se conservan mejor los contornos.

En la imagen 11 se muestra la dilatación por un disco de radio 5 de la imagen Miro según los órdenes lexicográficos con prioridades en matiz, en saturación y en intensidad y con el orden propuesto en (14) tomando como matiz de referencia $H_{ref} = 0^\circ$. En la dilatación, al igual que en la erosión, el orden lexicográfico con prioridad la

intensidad y el orden propuesto visualmente son aceptables.

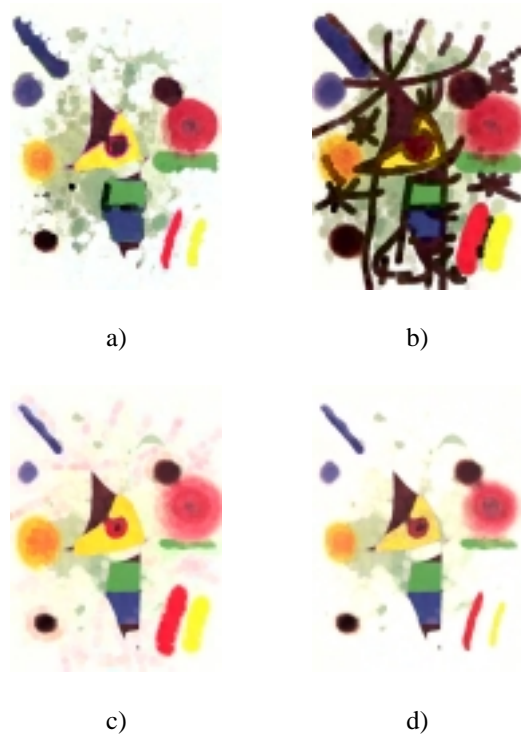
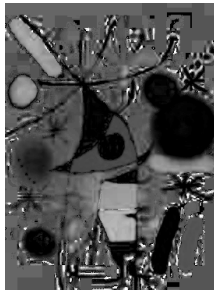
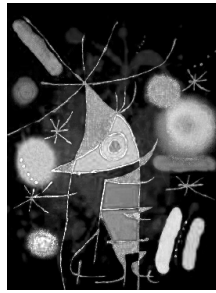


Figura 11: Dilatación de la imagen Miro con orden a) lexicográfico H,S,I b) lexicográfico S,H,I c) lexicográfico I,S,H d) dado en (14) con $H_{ref} = 0^\circ$

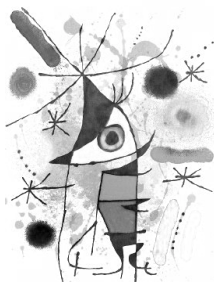
Observando las componentes de la imagen (ver figura 12) puede entenderse como actúa el orden propuesto: En las regiones con alta saturación (zonas claras en b)) es el matiz el que establece el orden, y en las regiones con baja saturación (zonas oscuras en b)) es la intensidad. Así, en las zonas casi blancas con manchas grisáceas (zonas insaturadas) al erosionar las manchas son mayores y en las zonas con colores (zonas saturadas) es el matiz el que tiene mayor peso en el orden. Como el matiz de referencia se ha fijado en el color rojo, al erosionar las manchas rojas aumentan de tamaño. Las líneas oscuras tienen alta saturación y matiz próximo al de referencia, por lo que al erosionar aumenta el grosor y al dilatar disminuye.



a)



b)



c)

Figura 12: Componentes a) distancia matiz b) saturación c) intensidad de la imagen Miro

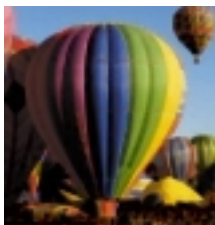
En las figuras 13 y 14 se muestran la erosión y dilatación con los cuatro órdenes de la imagen Globos por un disco de radio 3.



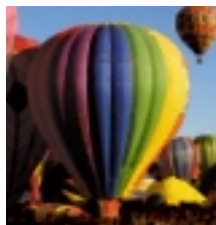
a)



b)



c)

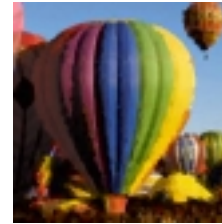


d)

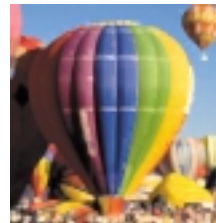
Figura 13: Erosión de la imagen Globo con orden a) lexicográfico H,S,I b) lexicográfico S,H,I c) lexicográfico I,S,H d) dado en (14) con $H_{ref} = 0^\circ$



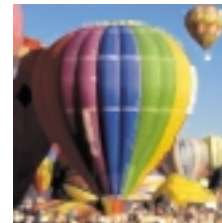
a)



b)



c)



d)

Figura 14: Dilatación de la imagen Globo con orden a) lexicográfico H,S,I b) lexicográfico S,H,I c) lexicográfico I,S,H d) dado en (14) con $H_{ref} = 0^\circ$

5. CONCLUSIÓN

Se han definido y analizado dos nuevos órdenes en los espacios cromáticos RGB y HSI para implementar los operadores morfológicos de erosión y dilatación. Con el orden establecido en el espacio RGB se obtienen buenos resultados visuales al establecer el orden dando prioridad a una combinación lineal de las componentes roja, verde y azul, es decir, de la iluminación, que es el atributo del color que ofrece mayor definición en las imágenes reales. Para establecer el orden en el espacio HSI debe fijarse un matiz de referencia. El valor de la saturación actúa como peso de ponderación entre la intensidad y el matiz: En un color con baja saturación el peso se da a la componente acromática (intensidad) y en un color con alta saturación el peso corresponde al matiz. Al erosionar una imagen real se mejoran los resultados obtenidos mediante el orden lexicográfico con prioridad la intensidad, ya que se preservan mejor los contornos.

Referencias

- [1] ANGULO, J.: Morphologie Mathématique et Indexation D'Images Couleur. Application à la Microscopie en Biomédecine. Ph.D. Thesis, Centre de Morphologie Mathématique, Ecole des Mines, Paris 2003)
- [2] ANGULO, J.; SERRA, J.: Morphological Coding of Color Images by Vector Connected Filters. 7th International Symposium on Signal Processing and its

- Applications (ISSPA'03), IEEE, Vol. 1, 69-72, Paris (2003)
- [3] ANGULO, J.; SERRA, J.: Mathematical Morphology in color Spaces Applied to the Análisis of Cartographic Images. International Workshop Semantic Processing of Spacial Data (GEOPRO'03), Mexico (2003)
- [4] CHANUSSOT, J.: Approches Vectorielles ou Marginales por le Traitement d'Images Multicomposantes. Thèse. E.I.S.A. Universidad de Savoie (1998)
- [5] HANBURY, A.: Lexicographical Orden in the HLS Colour Space. Technical report N-04/01/MM, Centre de Morphologie Mathématique. École des Mines de Paris (2001)
- [6] HANBURY, A.; SERRA, J.: Mathematical Morphology in the $L^*a^*b^*$ Colour Space. Technical report N-36/01/MM, Centre de Morphologie Mathématique. École des Mines de Paris (2001)
- [7] HANBURY, A.; SERRA, J.: Morphological Operators on the Unit Circle. IEEE Transactions on Image Processing, Vol 10, N°12 (2001)
- [8] HANBURY, A.; SERRA, J.: A 3D-Polar Coordinate Colour Representation Suitable for Image Analysis. Technical report, PRIP-TR-077, TU Wien (2002)
- [9] HANBURY, A.: Morphologie Mathématique sur le Cercle Unité avec Applications aux Teintes et aux Texturas Orientées. Thèse doctorale, Centre de Morphologie Mathématique, École des Mines, Paris (2002)
- [10] HANBURY, A.; SERRA, J.: Colour Image Analysis in 3D-Polar Coordinates. Pattern Recognition and Image Processing Group, Viena
- [11] HANBURY, A.: The Taming of the Hue, Saturation and Brightness Colour Space. Rapport Technique CMM-École des Mines de Paris, N-28/02/MM, (2002)
- [12] IWANOWSKI, M.; SERRA, J.: Morphological Interpolation and Color Images. Proceedings of ICAP'99, Venecia (1999)
- [13] ORTIZ, F.; TORRES, F.; ANGULO, J.; PUENTE, S.: Comparative Study of Vectorial Morphological Operations in Different Color Spaces. Intelligent Robots and Computer Vision XX; Algorithms, Techniques, and Active Vision, SPIE Vol. 4572 (2001)
- [14] ORTIZ, F.: Procesamiento Morfológico de Imágenes en Color. Aplicación a la Reconstrucción Geodésica. Tesis doctoral, Universidad de Alicante (2002)
- [15] ORTIZ, F.; TORRES, F.; JUAN, J. de; CUENCA, N.: Colour Mathematical Morphology for Neural Image Análisis. Real Time Imaging 8, 455-465. (2002)
- [16] PETERS II, R.A.: Mathematical Morphology for Angle-value Images. Image Processing VIII, vol SPIE 3026 (1997)
- [17] SOILLE, P.: Morphological Image Analysis. Springer-Verlag (2003)
- [18] SERRA, J.: Mathematical Morphology, Theoretical Advances. vol 2, Academic Press (1988)
- [19] SERRA, J.: Anamorphoses and Function Lattices (Multivalued Morphology). Mathematical Morphology in Image Processing. E. Dougherty, Marcel-Dekker, 483-523 (1992)