

Método Multi-Híbrido FEM-MoM-PO para el Análisis de Problemas de Dispersión y Radiación

Jesús Álvarez⁽¹⁾, Ignacio Gómez-Revuelto⁽²⁾, Jose M. Alonso⁽¹⁾,
Luis E. García-Castillo⁽³⁾, Magdalena Salazar-Palma⁽³⁾

Email: Jesus.G.Alvarez@eads.com, igomez@diac.upm.es, Jose.N.Alonso@eads.com, luise@tsc.uc3m.es, salazar@tsc.uc3m.es

⁽¹⁾Military Air System Spain, EADS-CASA.

⁽²⁾Departamento de Ingeniería Audiovisual y Comunicaciones. Universidad Politécnica de Madrid.

⁽³⁾Departamento de Teoría de Señal y Comunicaciones. Universidad Carlos III de Madrid.

Escuela Politécnica Superior (Edificio Torres Quevedo) Avda. de la Universidad, 30. 28911 Leganés (Madrid)

Abstract—A general fully coupled multi-hybrid method in three dimensions (3D) combining the Finite Element Method (FEM), the Method of Moments (MoM), and a high frequency asymptotic technique, Physical Optics (PO), is presented. Complex radiating structures are analyzed with FEM (which easily handles complex geometries, permeable materials, anisotropy, and so on) while small and medium size perfect electric conductor (PEC) objects are rigorously analyzed using MoM; large PEC objects can be efficiently analyzed with PO. Furthermore, different regions of the same object can be modeled with MoM and PO. That provides the possibility, for instance, of taking into account the edge effects of PEC objects without the need of introducing artificial line currents at the edges, as the Physical Theory of Diffraction (PTD) does. Several numerical results are presented showing the validity of the method.

I. INTRODUCCIÓN

Hay numerosos problemas electromagnéticos compuestos de objetos complejos (dentro de medios inhomogéneos y/o anisotrópicos) que están rodeados por objetos, generalmente metálicos, de grandes y pequeñas dimensiones eléctricas. Ejemplos de estas situaciones se encuentran en las antenas embarcadas en aviones o barcos, antenas con reflectores ó cavidades. Para llevar a cabo un análisis riguroso de estos problemas electromagnéticos, es imprescindible tener en cuenta todos los detalles de la estructura (geometría y materiales) sobre la que la antena está instalada, así como los acoplamientos entre la antena y su entorno. Si el análisis de toda la estructura radiante (antena y el medio que le rodea) se aborda utilizando los métodos denominados rigurosos basados en la discretización de las ecuaciones de Maxwell en su forma diferencial (Método de los Elementos Finitos –FEM– o Diferencias Finitas –FD–) o en su forma integral (Método de los Momentos –MoM–) el problema se hace inabordable desde un punto de vista computacional. Un análisis eficiente del problema descrito debe combinar las técnicas rigurosas con las técnicas denominadas asintóticas o de alta frecuencia, siendo éstas adecuadas cuando los objetos bajo análisis son de grandes dimensiones eléctricas. Además en diferentes situaciones una técnica rigurosa es más apropiada que otra. Es bien conocido que los métodos rigurosos basados en elementos finitos son más apropiados para el análisis de medios confinados, con diferentes materiales, anisotropías, etc, en cambio la metodologías basadas en corrientes, como MoM, son más apropiadas para analizar problemas abiertos.

En esta comunicación, se combinan dos métodos rigurosos

(FEM [1] y MoM [2]) que se encargan de modelar las regiones de un tamaño pequeño o medio, con la técnica asintótica (Óptica Física [3] –PO–) que analiza la contribución de los objetos que rodean la antena. De este modo, se aprovechan las ventajas que ofrece cada uno de los métodos por separado, conjuntamente. La metodología iterativa propuesta tiene en cuenta las interacciones entre los distintos cuerpos analizados con cada una de las diferentes técnicas. Este trabajo es continuación de una línea de investigación en método híbridos. Cabe citar que el método FEM en el que se basa esta técnica ha sido previamente hibridizado con PO y UTD por separado, y con PO/PTD-UTD conjuntamente (véase [4], [5] y referencias citadas en dichas publicaciones).

II. MÉTODO MULTI-HÍBRIDO

El método multi-híbrido propuesto en esta comunicación se basa en una metodología iterativa, en la cual la contribución de los objetos analizados con MoM ó PO se consideran dentro de cada iteración del FEM. La Fig. 1 muestra un problema general compuesto de un dominio FEM y tres objetos conductores eléctricos perfectos (PEC): uno de gran tamaño eléctrico y geometría suave analizado con PO, otro con geometría compleja analizado con MoM y el último con varias regiones, las más suaves analizadas con PO y el resto con MoM.

A. Método FE-IIEE

El método híbrido está basado en un método FEM iterativo para el análisis de problemas abiertos desarrollado por los autores denominado FE-IIEE (*Finite Element-Iterative Integral Equation Evaluation*) que hace uso de una condición de contorno de Cauchy que ofrece una solución libre de resonancias internas y mejora la convergencia del método. Los detalles sobre el método así como su relación con otros trabajos de los autores, se pueden encontrar en las referencias mencionadas anteriormente. El dominio infinito se divide en dos dominios que se solapan (por un lado el dominio finito FEM, Ω^{FEM} , delimitado por la superficie S y por otro el dominio infinito exterior a S' , Ω^{EXT}). Por lo tanto, la región donde hay solapamiento entre los dos dominios está delimitada por S y S' (véase Fig. 1).

Para analizar el dominio FEM se emplea una formulación basada en la ecuación de onda de doble rotacional. La formulación para campo eléctrico (se puede definir una análoga

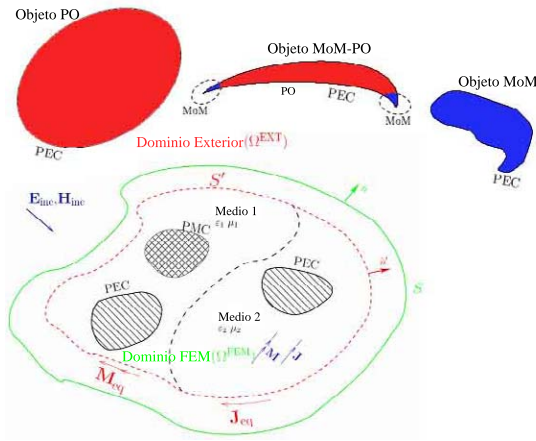


Fig. 1. Problema general de radiación y dispersión. Nótese que la escala con la que se muestran los dominios FEM y PO, MoM, MoM-PO es diferente, sólo por motivos de ilustración

para campo magnético) es:

$$\nabla \times (\bar{\mu}_r^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \bar{\epsilon}_r \mathbf{E} = \mathbf{q} \quad (1)$$

donde k_0 es el número de onda en el vacío y $\mathbf{q} = -j k_0 \eta \mathbf{J} - \nabla \times (\bar{\mu}_r^{-1} \mathbf{M})$. La condición de contorno de Cauchy sobre S es:

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\nabla \times \mathbf{E}) + jk \hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} = \Psi \quad \text{en } S \quad (2)$$

donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector unitario normal saliente a S y k es el número de onda en el medio exterior a S' asumido homogéneo (típicamente, el espacio libre, es decir, $k = k_0$). Como resumen, cabe decir que el método puede ser visto como un método de descomposición en dominios con solapamiento de tipo Schwarz multiplicativo. La peculiaridad, con respecto al método de Schwarz convencional, reside en que Ω^{EXT} no se analiza con FEM, y en el tipo de condición de contorno utilizada para “transmitir” la solución de campo entre un dominio y el otro. El dominio Ω^{EXT} se modela mediante las ecuaciones integrales del campo eléctrico o magnético, y las corrientes equivalentes \mathbf{J}_{eq} y \mathbf{M}_{eq} que sustituyen el problema FEM. Nótese que el método es igualmente válido para regiones exteriores no homogéneas (como ocurre en presencia de planos conductores infinitos, medio estratificado, etc) si se usa la función de Green correspondiente. El campo en Ω^{FEM} se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones proveniente de la discretización mediante FEM de (1), (2) para un valor dado de Ψ . El valor de Ψ se obtiene usando (2) con valores del campo $\mathbf{E}(\mathbf{r} \in \Gamma_S)$ y su rotacional $\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r} \in \Gamma_S)$ correspondientes al dominio Ω^{EXT} . Obviamente, se debe elegir un valor de Ψ en la primera iteración. Para problemas de radiación se elige $\Psi^{(0)} = \mathbf{0}$ y en problemas de dispersión será función de la onda incidente y de los campos dispersados por los distintos objetos presentes en el problema. En la metodología descrita, las contribuciones de los objetos MoM y PO se actualizan en cada bucle del algoritmo iterativo simplemente añadiendo el campo dispersado por estos objetos sobre S . A continuación, se describen las contribuciones de estos objetos así como las interacciones entre estos objetos que son analizados con técnicas distintas.

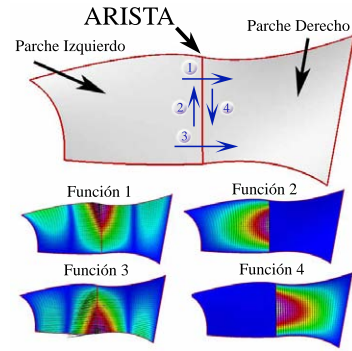


Fig. 2. Funciones de expansión para cada arista de la discretización de la estructura.

B. Hibridación MoM-PO

Se consideran estructuras PEC excitadas con un campo electromagnético con intensidades de campo complejas \mathbf{E}_i and \mathbf{H}_i , de frecuencia angular ω inducidas por dominios FEM, fuentes o una combinación de ondas planas incidentes en un problema de dispersión. El objetivo es evaluar numéricamente la distribución de corrientes eléctricas \mathbf{J} sobre la superficie de la estructura. El análisis puede llevarse a cabo mediante la técnica MoM únicamente. Sin embargo, en alta frecuencia y en las condiciones en las que el método PO obtiene buenos resultados, principalmente en cuerpos eléctricamente grandes y de geometría suave, puede lograrse una reducción importante de memoria y recursos computacionales. En primer lugar, la estructura bajo análisis es discretizada geoméricamente con una malla de cuadriláteros, y esta malla dividida en N_{MoM} y N_{PO} regiones. La densidad de corriente superficial en la región m es expandida mediante una serie de funciones base $\mathbf{b}_1^{(m)}(r), \mathbf{b}_2^{(m)}(r), \mathbf{b}_3^{(m)}(r), \dots$ definidas sobre los cuadriláteros que la forman. Así pues, las corrientes $\mathbf{J}_m^{\text{MoM}}$ y \mathbf{J}_m^{PO} son expresadas como una superposición lineal de funciones base. Por tanto,

$$\mathbf{J} = \sum_{n=1}^{N_{\text{MoM}}} \mathbf{J}_n^{\text{MoM}} + \sum_{n=1}^{N_{\text{PO}}} \mathbf{J}_n^{\text{PO}} \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_m^{\text{MoM/PO}}(r) = \sum_{j=1}^{4N_{\text{aristas}_m}} \alpha_j^{(m)} \mathbf{b}_j^{(m)}(r) = (\mathbf{I}_m^{\text{MoM/PO}})^T \mathbf{B}_m^{\text{MoM/PO}}$$

donde $\mathbf{I}_m^{\text{MoM/PO}}$ es el vector de incógnitas sobre la región m y $\mathbf{B}_m^{\text{MoM/PO}}$ las funciones base asociadas. Las funciones base utilizadas son “div-conforming”, de orden mixto para celdas rectangulares que aproximan con polinomios de segundo orden las componentes tangenciales, y linealmente las componentes normales (QT/LN), [6]. Se emplean elementos isoparamétricos con lo que se pueden modelar cuerpos con cuadriláteros curvos con precisión. En este tipo de expansiones, es posible agrupar los grados de libertad en las arista de los elementos discretizados, cuatro en este caso, como muestra la Fig. 2. Es importante notar que el dominio de las funciones 1 y 3 son ambas celdas y la 2 y 4 únicamente una de ellas.

Debe asegurarse el flujo continuo de la componente normal de la corriente sobre toda la superficie del objeto. Esto se consigue automáticamente dentro de cada región usando funciones div-conformes. Sin embargo, es necesario un tratamiento es-

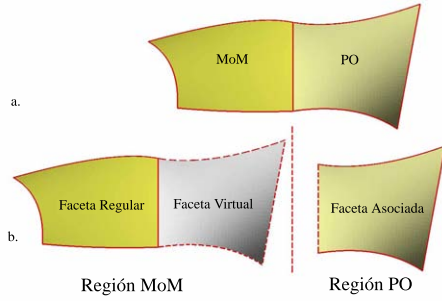


Fig. 3. Tratamiento de las aristas de contacto entre regiones MoM y PO. Dos facetas de diferentes regiones comparten una arista (a). Una copia virtual de la faceta PO se crea en la región MoM y las incógnitas asociadas a la arista desaparecen en la faceta PO asociada. Se mantiene una equivalencia numérica con la geometría original.

pecial para las aristas que unen una región MoM con otra PO. Este aspecto es importante principalmente para las funciones 1 y 3 de la fig. 2, cuyo dominio incluye las dos celdas que comparten la arista. Una celda virtual [7], que efectivamente mantenga la continuidad de la corriente, es creada en la región MoM y una celda asociada en la región PO. Todas las funciones asociadas a la arista de contacto pertenecen al dominio MoM (Fig. 3). Dado que las funciones base se solapan, existe un contacto eléctrico entre las regiones MoM y PO.

Las corrientes en todas las regiones MoM y PO son las fuentes del campo eléctrico y magnético dispersado ($\mathbf{E}_s(\mathbf{J})$ y $\mathbf{H}_s(\mathbf{J})$). Las condición de contorno para las componentes tangenciales de campo eléctrico ($\hat{\mathbf{n}} \times [\mathbf{E}_s(\mathbf{J}) + \mathbf{E}_i] = 0$) y magnético ($\mathbf{J} = \hat{\mathbf{n}} \times [\mathbf{H}_s(\mathbf{J}) + \mathbf{H}_i]$) sobre las estructuras PEC puede expresarse,

$$\hat{\mathbf{n}} \times \left[\sum_{n=1}^{N_{\text{MoM}}} \mathbf{E}_s(\mathbf{J}_n^{\text{MoM}}) + \sum_{n=1}^{N_{\text{PO}}} \mathbf{E}_s(\mathbf{J}_n^{\text{PO}}) + \mathbf{E}_i \right] = 0 \quad (4)$$

$$\sum_{n=1}^{N_{\text{MoM}}} \mathbf{J}_n^{\text{MoM}} + \sum_{n=1}^{N_{\text{PO}}} \mathbf{J}_n^{\text{PO}} = \hat{\mathbf{n}} \times \left[\sum_{n=1}^{N_{\text{MoM}}} \mathbf{H}_s(\mathbf{J}_n^{\text{MoM}}) + \sum_{n=1}^{N_{\text{PO}}} \mathbf{H}_s(\mathbf{J}_n^{\text{PO}}) + \mathbf{H}_i \right]$$

donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector unitario normal a la superficie. La primera condición de la ecuación (4) representa la ecuación integral del campo eléctrica (EFIE) y es aplicada en las regiones MoM de la estructura y testada siguiendo el método Galerkin ($\mathbf{T}_m^{\text{MoM}} = \mathbf{B}_m^{\text{MoM}}$) [2]. Con ello puede llegarse a una expresión para evaluar el vector de incógnitas $\mathbf{I}_m^{\text{MoM}}$ de las corrientes para una región m particular, a partir de la información de las demás regiones MoM, de las demás regiones PO y de los dominios FEM y/o campos impresos, agrupados en la expresión en el término \mathbf{E}_i ,

$$\mathbf{I}_m^{\text{MoM}} = (\mathbf{Z}_m^{\text{MoM}})^{-1} \mathbf{T}_m^{\text{MoM}} \cdot \left[\sum_{n=1, n \neq m}^{N_{\text{MoM}}} \mathbf{E}_s(\mathbf{J}_n^{\text{MoM}}) + \sum_{n=1}^{N_{\text{PO}}} \mathbf{E}_s(\mathbf{J}_n^{\text{PO}}) + \mathbf{E}_i \right] \quad (5)$$

La segunda condición de (4) representa la ecuación integral de campo magnético (MFIE). Esta expresión puede ser aproximada utilizando la técnica PO, la cual representa una aproximación de primer orden de la MFIE. Dicha aproximación inherentemente rechaza efectos de interacciones mutuas sobre la misma región PO. Si se quieren considerar interacciones mutuas entre diferentes zonas de un mismo objeto, éste debe dividirse en regiones. Siguiendo un proceso análogo al caso

MoM, se obtiene la expresión para evaluar las incógnitas de una región PO en función de la información del resto de las regiones PO, MoM y de los dominios y/o campos impresos, agrupados en la siguiente expresión en el término \mathbf{H}_i .

En la zona iluminada,

$$\mathbf{I}_m^{\text{PO}} = \mathbf{T}_m^{\text{PO}} \cdot \left[2\hat{\mathbf{n}} \times \left[\sum_{n=1}^{N_{\text{MoM}}} \mathbf{H}_s(\mathbf{J}_n^{\text{MoM}}) + \sum_{n=1, n \neq m}^{N_{\text{PO}}} \mathbf{H}_s(\mathbf{J}_n^{\text{PO}}) + \mathbf{H}_i \right] \right] \quad (6)$$

En la zona de sombra, $\mathbf{I}_m^{\text{PO}} = 0$

El método propuesto hace uso de un procedimiento iterativo para evaluar la distribución de corrientes. Las expresiones (5) y (6) son recursivamente aplicadas hasta obtener una distribución estable de corriente. Es importante notar que el acoplo mutuo desde una región PO a una MoM tiene lugar a través de evaluación del campo \mathbf{E} producido por las corrientes y desde una región MoM a una PO a través del campo \mathbf{H} . Dos funciones de expansión muy próximas o incluso solapadas, tendrán un acoplamiento muy fuerte en la evaluación de \mathbf{E} , pero prácticamente cero en la evaluación de \mathbf{H} , con la condición de suavidad de la superficie. Esta característica permite que el proceso iterativo propuesto converja rápidamente.

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

El primer ejemplo consiste en una esfera de 1 m de diámetro colocada sobre un plano rectangular de 4 m de lado, como muestra la ilustración de la Fig. 4. La esfera está compuesta de material dieléctrico con $\epsilon_r = 2.16$, y el sistema es excitado con una onda plana polarizada según el eje X y propagándose según la dirección -Z con $|E_0| = 1V/m$ y $f = 300\text{MHz}$. Como referencia se utiliza el software comercial WIPL-D, basado en MoM. Se han analizado tres configuraciones, en todos los casos la esfera forma parte del dominio FEM. En el primer caso, el plano se analiza con MoM, en el segundo con PO y finalmente el plano se divide en dos regiones, donde las aristas son analizadas con MoM y resto con PO. El resultado del RCS biestático en el plano YZ se muestra en la Fig. 4, donde se observa que la primera configuración reproduce, como era esperado dado el uso de métodos rigurosos, el resultado de WIPL-D. En la segunda configuración se observan importantes desviaciones en los lóbulos secundarios donde la contribución de las difracciones en las aristas son importantes. Este aspecto es claramente mejorado en la última configuración con el uso de MoM en las aristas. La Fig. 5 muestra las corrientes efectivas que se obtienen en el plano para las tres configuraciones.

El siguiente ejemplo, analiza una antena reflectora con un *splash-plate* (ver la ilustración de la Fig. 7). Este tipo de antenas son utilizadas principalmente en sistemas de comunicaciones por satélite, donde es necesaria una antena compacta de alta eficiencia y con unos niveles de lóbulos secundarios y niveles de contrapolar bajos. La antena está formada por un reflector principal, con un geometría suave y eléctricamente grande (diámetro de 43λ de apertura) donde la técnica PO es apropiada en eficiencia y precisión, y el sistema de alimentación compuesto de un pequeño *splash-plate* conformado en frente de una guía de onda abierta. Hay tres aspectos importantes a tener en cuenta para el correcto análisis de este

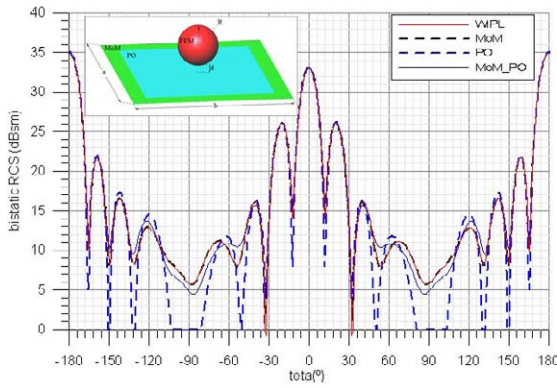


Fig. 4. RCS biestático copolar en el plano YZ de la estructura de la ilustración. $R = 0.5\lambda$, $D = 0.2\lambda$, $a = b = 4\lambda$.

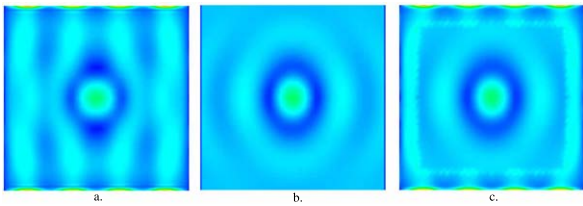


Fig. 5. Corrientes superficiales eléctricas efectivas en el plano PEC debido a la incidencia de una onda plana: $E_{illu}(r) = x e^{jk_0 z}$. (a) MoM. (b) PO. (c) MoM y PO.

tipo de antenas, primero, la importante curvatura del *splash-plate* hace necesario una discretización geométrica precisa, esto se consigue gracias al uso de parches de segundo orden utilizados en la implementación del método, en segundo lugar, el tamaño del subreflector (apertura de 3.5λ) y su importante curvatura hace inapropiado el uso de técnicas asintóticas y, finalmente, debido a la proximidad del *splash-plate* a la guía de onda, es importante tener en cuenta de manera rigurosa las múltiples interacciones entre ambos elementos y la influencia de los campos cercanos. El reflector, por tanto, se ha analizado con PO, y el *splash-plate* con tres técnicas: FEM, PO y MoM. El dominio FEM incluye la guía de onda y el *splash-plate* en el primer caso y únicamente la guía de onda que ilumina el *splash-plate* en los otros dos. Las corrientes efectivas en el *splash-plate* se muestran en Fig. 6 para los dos últimos casos. El corte $\phi = 0^\circ$ del patrón de radiación de los tres casos analizados, se muestran en la Fig. 7 comparado con medidas reales de la antena. Se obtienen buenos resultados cuando el dominio FEM incluye el *splash-plate* e incluso mejores, cuando el subreflector es analizado con MoM. Este último caso reduce considerablemente el tamaño del dominio FEM frente el primer caso, lo que reduce considerablemente los requisitos de memoria y de cómputo para el análisis de la antena completa. Obviamente, la simulación donde el *splash-plate* es analizado con PO es más eficiente en términos de memoria y esfuerzo computacional, pero existe una pérdida importante de precisión (ver Fig. 7).

IV. CONCLUSIONES

Se ha presentado un método multi-híbrido que combina FEM, MoM y PO, teniendo en cuenta las interacciones mutuas entre los diversos métodos, para el análisis eficiente y preciso

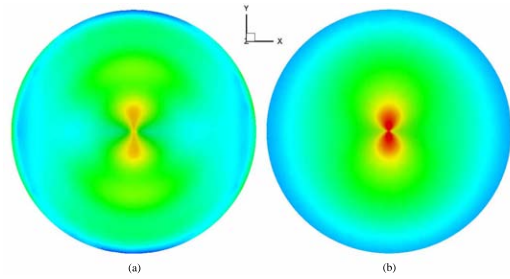


Fig. 6. Corrientes superficiales eléctricas efectivas en el *splash-plate* analizado con PO (a) y MoM (b).

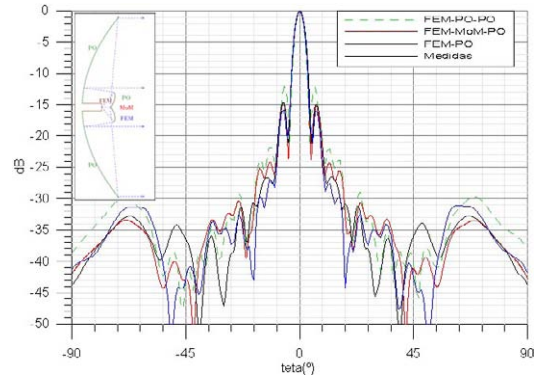


Fig. 7. Corte $\phi = 0^\circ$ del patrón de radiación de la antena completa.

de estructuras dispersivas y radiantes en la presencia de objetos eléctricamente grandes. Ello permite flexibilidad y eficiencia en el análisis sin una pérdida significativa en la precisión de los resultados obtenidos.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias a la financiación recibida por parte del Ministerio de Educación y Ciencia en el proyecto TEC2007-65214/TCM.

Also, this material is based on research sponsored by the Air Force Research Laboratory, under agreement number FA8655-07-1-3041. The U.S. Government is authorized to reproduce and distribute reprints for Governmental purposes notwithstanding any copyright notation thereon. The views and conclusions contained herein are those of the authors and should not be interpreted as necessarily representing the official policies or endorsements, either expressed or implied, of the Air Force Research Laboratory or the U.S. Government.

REFERENCES

- [1] M. Salazar-Palma, T. K. Sarkar, L. E. García-Castillo, T. Roy, and A. R. Djordjevic, *Iterative and Self-Adaptive Finite-Elements in Electromagnetic Modeling*. Norwood, MA: Artech House Publishers, Inc., 1998.
- [2] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*. IEEE Press, 1993.
- [3] A. C. Ludwig, "Computation of radiation patterns involving numerical double integration," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 16, no. 6, pp. 767–769, Nov. 1968.
- [4] R. Fernández-Recio, L. E. García-Castillo, I. Gómez-Revuelto, and M. Salazar-Palma, "Fully coupled multi-hybrid FEM-PO/PTD-UTD method for the analysis of scattering and radiation problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 4, pp. 1341–1344, Apr. 2007.
- [5] —, "Fully coupled hybrid FEM-UTD method using NURBS for the analysis of radiation problems," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 3, pp. 774–783, Mar. 2008.
- [6] A. F. Peterson, S. L. Ray, and R. Mittra, *Computational Methods for Electromagnetics*. IEEE Press, 1998.
- [7] M. Carr and J. L. Volakis, "A generalized framework for hybrid simulation of multi-component structures using iterative field refinement," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Feb. 2006.