

**TEMA:** Procesado de Señal en Comunicaciones

**TÍTULO:** Procesado de Señal en Comunicaciones

**AUTOR:** Gonzalo Espuela Sánchez

**TITULACIÓN:** Sistemas Electrónicos

**TUTOR:** D. César Benavente Peces

**DEPARTAMENTO:** Teoría de la Señal y Comunicaciones

**DIRECTOR:** D. Amador Miguel González Crespo

**PRESIDENTE:** D. Pedro Cobos Arribas

**VOCAL:** D. Cesar Benavente Peces

**VOCAL SECRETARIO:** D. Luis Arriero Encinas

**Fecha de lectura:** 08 de Septiembre de 2017 a las 10:00

A mi padre

## **Agradecimientos**

A César Benavente Peces, mi director de proyecto en la Universidad Politécnica de Madrid, por su paciencia, disponibilidad y comprensión de mi situación durante el desarrollo de este proyecto.

A mis padres y hermanos por su apoyo incondicional en todo momento, por haberme permitido llegar hasta aquí, sin ellos no hubiera llegado tan lejos.

## **RESUMEN**

Actualmente existe una gran demanda de productos y servicios inalámbricos donde los consumidores de dichos productos y servicios constantemente necesitan de una mayor tasa de transmisión y optimización de la calidad del servicio (QoS). Todo esto choca frontalmente con la limitación del ancho de banda de este medio de comunicación por lo que es responsabilidad de sus desarrolladores buscar nuevas técnicas que permitan una optimización de los recursos.

Los sistemas MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) son una excelente solución ya que trabajan con gran eficiencia debido al uso de múltiples antenas tanto en la transmisión como en la recepción.

## **ABSTRACT**

There is currently a growing demand for wireless products and services, for which clients need an ever-increasing rate of transmission and optimization of service (QoS). This situation is impacted by the current bandwidth limitations of this means of communication. Therefore, it is the responsibility of its developers to find new ways to optimize resources. MIMO systems are an excellent solution to this problem, because they achieve great efficiency due to the use of multiple antennas for transmission and reception.

---

# ÍNDICE

---

# ÍNDICE

## - Capítulo 1 –

|  |    |
|--|----|
| 1. Introducción  | 13 |
| 1.1. Introducción a sistemas MIMO  | 13 |
| 1.2. De sistemas SISOs a sistemas MIMOs  | 15 |
| 1.2.1. Sistema SISO: Single Input Single Output  | 15 |
| 1.2.2. Sistema MISO: Multiple Input Single Output / Sistema SIMO: Single Input Multiple Output | 15 |
| 1.2.3. MIMO Single User  | 19 |
| 1.2.4. MIMO Multi User   | 21 |
| 1.3. Motivación del proyecto.  | 22 |
| 1.4. Objetivo del proyecto   | 22 |
| 1.5. Estructura del documento  | 22 |

## - Capítulo 2 –

|   |    |
|---|----|
| 2. Optimización de sistemas MIMO                          | 25 |
| 2.1. Descomposición de matriz de canal H mediante GMD,SVD | 25 |
| 2.1.1. SVD  | 25 |
| 2.1.2. GMD  | 28 |
| 2.2. Decodificadores y Precodificadores                   | 29 |
| 2.2.1. Decodificadores                                    | 31 |
| 2.2.2. Precodificadores                                   | 32 |
| 2.3. F.E.C (Forward Error Correction)                     | 33 |
| 2.3.1. Algoritmo de Viterbi                               | 37 |
| 2.3.2. Turbo códigos                                      | 37 |
| 2.3.3. Reed Solomon                                       | 38 |

## - Capítulo 3 –

|  |    |
|--|----|
| 3. Simulaciones y resultados .                       | 42 |
| 3.1. Simulaciones procesando y posprocesando por GMD | 42 |
| 3.2. Con precodificador Tomlinson – Harashima        | 44 |
| 3.3. Con precodificador Tomlinson – Harashima y FEC  | 45 |

## - Capítulo 4 –

|                |    |
|----------------|----|
| 4. Presupuesto | 48 |
|----------------|----|

|                 |    |
|-----------------|----|
| - Capítulo 5 –  |    |
| 5. Conclusiones | 51 |
| - Referencias – |    |
| Referencias     | 53 |

## TABLA DE ABREVIATURAS

|             |   |
|-------------|---|
| <b>ARQ</b>  | : Automatic Repeat Request                |
| <b>BC</b>   | : Broadcast Channel                       |
| <b>BCH</b>  | : Bose Chaudhuri Hocquenghem              |
| <b>BER</b>  | : Bit Error Rate                          |
| <b>BW</b>   | : Bandwidth                               |
| <b>DFE</b>  | : Decision Feedback Equalizer             |
| <b>DL</b>   | : Down Link                               |
| <b>DPC</b>  | : Dirty Paper Code                        |
| <b>EGC</b>  | : Equal Gain Combining                    |
| <b>FEC</b>  | : Forward Error correction                |
| <b>GMD</b>  | : Geometric Mean Decomposition            |
| <b>ISI</b>  | : Interferencia Inter-Simbolica           |
| <b>LFSR</b> | : Lineal Feedback Shift Register          |
| <b>LOS</b>  | : Line of Sight                           |
| <b>MAC</b>  | : Multiple Access Channel                 |
| <b>MIMO</b> | : Multiple Input-Multiple Output          |
| <b>MISO</b> | : Multiple Input- Single Output           |
| <b>ML</b>   | : Maximum Likelihood                      |
| <b>MMSE</b> | : Minimum Mean Square Error               |
| <b>MRC</b>  | : Maximun ratio Combining                 |
| <b>NLOS</b> | : Non-Line of sight                       |
| <b>SIMO</b> | : Single Input-Multiple Output            |
| <b>SISO</b> | : Single Input- Single Output             |
| <b>SNR</b>  | : Signal-to-Noise Ratio                   |
| <b>SVD</b>  | : Singular Values Decomposition           |
| <b>QoS</b>  | : Calidad de Servicio                     |
| <b>RS</b>   | : Reed Slomon                             |
| <b>RSC</b>  | : Recursive systematic convolutional      |
| <b>SINR</b> | : Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio |
| <b>TH</b>   | : Tomlinson - Harashima                   |
| <b>TX</b>   | : Transmitters                            |
| <b>UL</b>   | : Up Link                                 |
| <b>ZF</b>   | : Zero Forcing                            |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| 1. Introducción.  |    |
| 1.1. Comparación SER para sistemas con y sin diversidad espacial    | 14 |
| 1.2. Sistema SISO   | 15 |
| 1.3. Sistema MISO.  | 17 |
| 1.4. Sistema SIMO   | 17 |
| 1.5. Comparativa entre capacidad sistema MIMO y sistemas SIMO/MISO. | 18 |
| 1.6. Esquema de sistema MIMO  | 19 |
| 1.7. Modelo de sistema MIMO   | 20 |
| 1.8. Matriz de canal H con sistemas MIMO                            | 20 |
| 2. Optimización de sistemas MIMO.                                   |    |
| 2.1. Estructura precodificador Tomlinson - Harashima                | 33 |
| 2.2. Codificador básico 3 registros                                 | 35 |
| 2.3. Diagrama de Trellis  | 37 |
| 2.4. Proceso de codificación RS                                     | 39 |
| 2.5. Proceso de decodificación RS                                   | 39 |
| 3. Optimización de sistemas MIMO.                                   |    |
| 3.1. BER vs SNR en sistemas MIMO con procesado GMD                  | 43 |
| 3.2. BER vs SNR en sistemas MIMO con precodificador TH              | 44 |
| 3.3. BER vs SNR en sistemas MIMO con precodificador TH y FEC.       | 45 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|  |    |
|--|----|
| 1. Introducción.   |    |
| 1.1. Notación elementos sistema de comunicaciones                  | 21 |
| 2. Optimización de sistemas MIMO.                                  |    |
| 2.1. Tabla de resultados del codificador                           | 35 |
| 2.2. Tabla de estados del codificador                              | 36 |
| 2.3. Tabla de estados y resultados del codificador                 | 36 |
| 3. Optimización de sistemas MIMO.                                  |    |
| 3.1. Tabla BER vs SNR en sistemas MIMO con procesado GMD           | 43 |
| 3.2. Tabla BER vs SNR en sistemas MIMO con precodificador TH       | 44 |
| 3.3. Tabla BER vs SNR en sistemas MIMO con precodificador TH y FEC | 46 |
| 4. Presupuesto   |    |
| 4.1. Descripción del coste personal del autor                      | 48 |
| 4.2. Descripción del coste personal del supervisor                 | 48 |
| 4.3. Descripción del coste del material                            | 49 |
| 4.4. Descripción del coste total del proyecto                      | 49 |

---

# Capítulo 1

# **INTRODUCCIÓN**

---

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Introducción a Sistemas MIMO

Durante las décadas de los 70 y 80 diferentes trabajos de distintos autores dejaron ver ideas sobre este tipo de sistemas de una forma muy básica, pero no fue hasta la década de los 90, más concretamente con el trabajo de A. Paulraj y T. Kailath (1994), cuando se empieza a hablar directamente del multiplexado espacial usando técnicas MIMO [1]. Durante los años posteriores se realizaron más estudios que profundizaban en esta nueva técnica hasta que, en el año 1998, la compañía Bell Labs presenta un primer prototipo de laboratorio basado en multiplexación espacial.

¿Qué ventajas tiene esta nueva técnica para que haya llegado a nuestros días como una de las más necesarias y demandadas?

**Reducción de interferencias:** El uso compartido de recursos de un sistema por los distintos usuarios, bien en tiempo, frecuencia o ambos, genera una de las interferencias más importantes a las que se enfrentan los sistemas. Un sistema MIMO puede mitigar e incluso eliminar estas interferencias al poder utilizar la dimensión espacial.

**Ganancia por uso de array de antenas:** un sistema MIMO permite acomodar y apuntar eficazmente el haz de transmisión, lo que conlleva una mejora en la SNR (*Signal to Noise Ratio*) en recepción del sistema

**Ganancia por diversidad espacial:** el uso de múltiples antenas nos permite enviar múltiples copias de las señales transmitidas por diferentes caminos, gracias a esto se reduce el desvanecimiento propio de los sistemas inalámbricos.

A mayor número de antenas en transmisión y recepción mayor será la calidad de la señal recibida ya que dispondremos de un mayor número de canales independientes al aumentar los grados de libertad.

$$\text{Canales físicos} = N_t N_r$$

En la figura 1.1 se puede observar como evoluciona la probabilidad de error por símbolo ante distintos valores de SNR para un sistema sin diversidad espacial, un sistema que utiliza una configuración Alamuti 2x2 y otro con una configuración MRC (Maximum Ratio Combining)

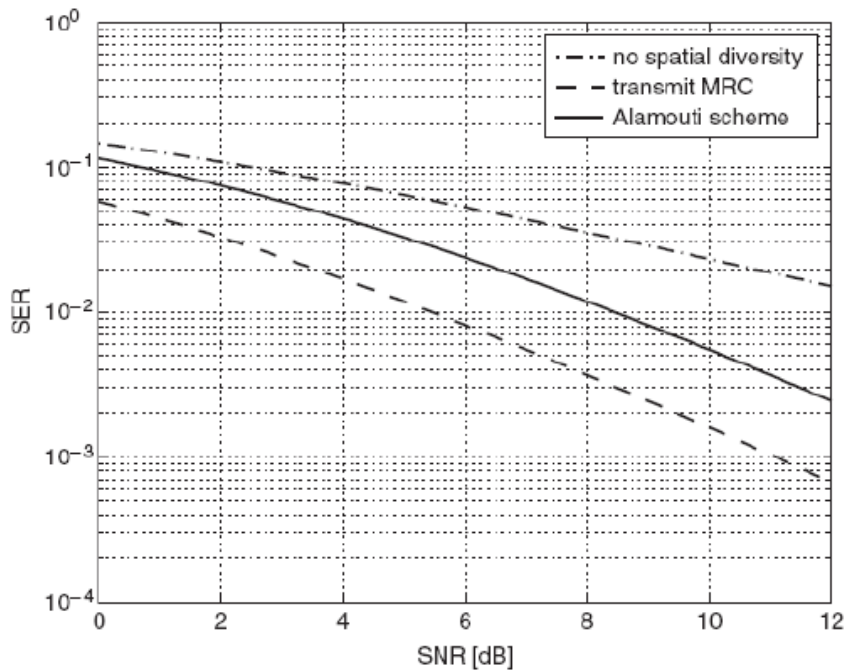


Figura 1.1. Comparación SER (Symbol Error Rate) para sistemas con y sin diversidad espacial.

**Ganancia por multiplexado espacial:** Los sistemas MIMO al tener la capacidad de usar distintos canales en paralelo consiguen transmitir/recibir múltiples ráfagas de información con un mismo ancho de banda incrementando su eficiencia espectral.

Posteriormente, si el sistema se encuentra en un entorno con las condiciones adecuadas, buenas propiedades de dispersión, estas ráfagas de datos podrán ser separadas y procesadas independientemente.

Diversidad y multiplexado tienen un fin distinto por lo que pueden ser mutuamente excluyentes, es decir, el multiplexado se va a enfocar en mejorar la velocidad de transmisión enviando múltiples ráfagas en el mismo espectro pero dejará de lado la protección frente a los efectos del canal lo que provocará que, en la recepción, nuestra SNR sea menor que usando diversidad espacial y una probabilidad de error mayor. Para enfrentar este problema se deberán tomar medidas de compromiso en la combinación de los distintos efectos en función de los objetivos a los que este destinado el sistema, tal y como desarrollan Zheng y Tse en [2]. El estudio de este compromiso queda fuera del objetivo del proyecto por lo que no se profundizara en él.

## 1.2. De sistemas SIMOs a sistemas MIMOs:

### 1.2.1. Sistema SISO: Single Input Single Output:

Un sistema SISO (Single-Input Single-Output) es un enlace dónde el transmisor y el receptor disponen de una sola antena. Este sistema no tiene diversidad ni necesita procesamiento adicional. La capacidad de estos sistemas en (bit/seg./Hz) viene dada por:

$$C_{SISO} = BW * \log_2 ( 1 + SNR )$$

donde BW es el ancho de banda y SNR es la relación señal a ruido (Signal-to-Noise Ratio) en la antena receptora.

$$H = (h_{11}) = h$$



Figura 1.2. Sistema SISO.

### 1.2.2. Sistema MISO: Multiple Input Single Output / Sistema SIMO: Single Input Multiple Output

Si en el lado transmisor o en la recepción nos encontramos con  $N_t$  o  $N_R$  antenas, respectivamente, aparecen los sistemas MISO (Multiple-Input Single-Output) o SIMO (Single-Input Multiple-Output). Así mismo, también se consideran sistemas MISO/SIMO la tecnología de antenas inteligentes o smart antennas [3], considerada la precursora de los sistemas MIMO. Esta tecnología usa técnicas de beamforming o diversidad espacial sobre arrays de antenas para optimizar la cobertura, calidad del enlace o la capacidad del sistema cuando el sistema sufre de interferencias o efectos adversos de propagación [4].

- **Beamforming:** Esta técnica se basa en el uso de beamformers que son filtros espaciales que trabajan sobre las salidas de un array de antenas. El objetivo de los beamformers es estimar la señal procedente de una determinada dirección deseada en presencia de ruido e interferencias. Usando filtrado espacial, el beamformer separa señales superpuestas en frecuencia pero que tienen fuentes espaciales distintas.

El diseño de un determinado beamformer se basa en la optimización de la señal de salida del array con respecto a un criterio determinado; pudiendo ser este, máxima SNR, potencia máxima, máxima relación señal a ruido más interferencias (SINR, Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio) o mínima interferencia.

- **Diversidad espacial:** Como ya vimos anteriormente, con esta técnica se obtiene una ganancia por diversidad, esto es debido a que en un entorno multicamino una misma señal que llega a diferentes ubicaciones sufre desvanecimientos incorrelados, si el sistema dispone de varias antenas en transmisión o recepción, la probabilidad de detectar un desvanecimiento de canal disminuye.

En un sistema con múltiples antenas en recepción, el receptor puede estimar el canal mediante secuencias de entrenamiento, dando lugar a distintas técnicas de diversidad espacial en recepción.

Se pueden dividir las técnicas de diversidad espacial en recepción en subóptimas y óptimas y estas últimas a su vez en lineales y no lineales. No todas las técnicas tienen el mismo fin, existen técnicas que tratan de maximizar la SNR, MRC (Maximum Ratio Combining), o técnicas que intentan minimizar el error cuadrático medio, MMSE (Minimum Mean Square Error), siendo ambas técnicas óptimas lineales. Dentro de las técnicas óptimas no lineales se encuentra la combinación ML (Maximum Likelihood). Como técnicas subóptimas más destacadas están la combinación EGC (Equal Gain Combining), y la selección de antena o switching, donde se selecciona la salida de una antena según un criterio determinado (potencia de señal deseada, potencia total o SNR en cada antena). Esta última técnica es la más sencilla de implementar.

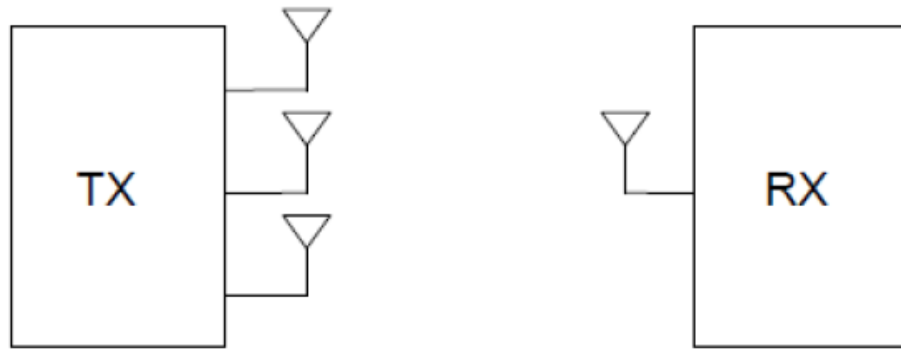


Figura 1.3. Sistema MISO.

$$H = [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_{N_t}]$$

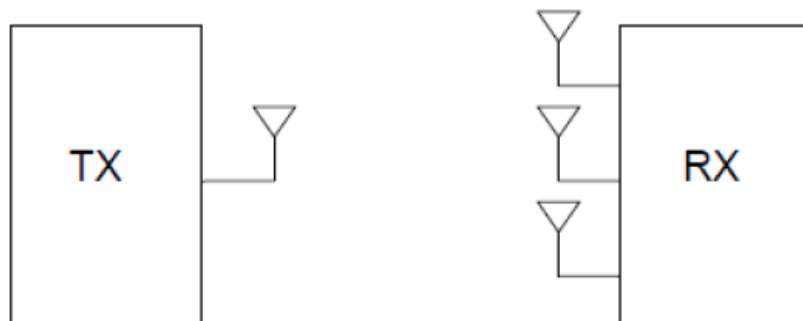


Figura 1.4. Sistema SIMO.

$$H = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dots \\ h_{N_r} \end{bmatrix}$$

Los sistemas MIMO, SISO, SIMO y MISO varían también en el cálculo de su capacidad, para un único usuario, los límites de Shannon para la capacidad medida en bits/s

$$C_{SISO} = BW * \log_2 ( 1 + SNR )$$

$$C_{MIMO} = N_t * BW * \log_2 ( 1 + SNR )$$

dónde  $N_t$  es el número de antenas utilizadas para la transmisión de la señal de usuario en el sistema MIMO, BW es el ancho de banda y SNR la relación señal-ruido

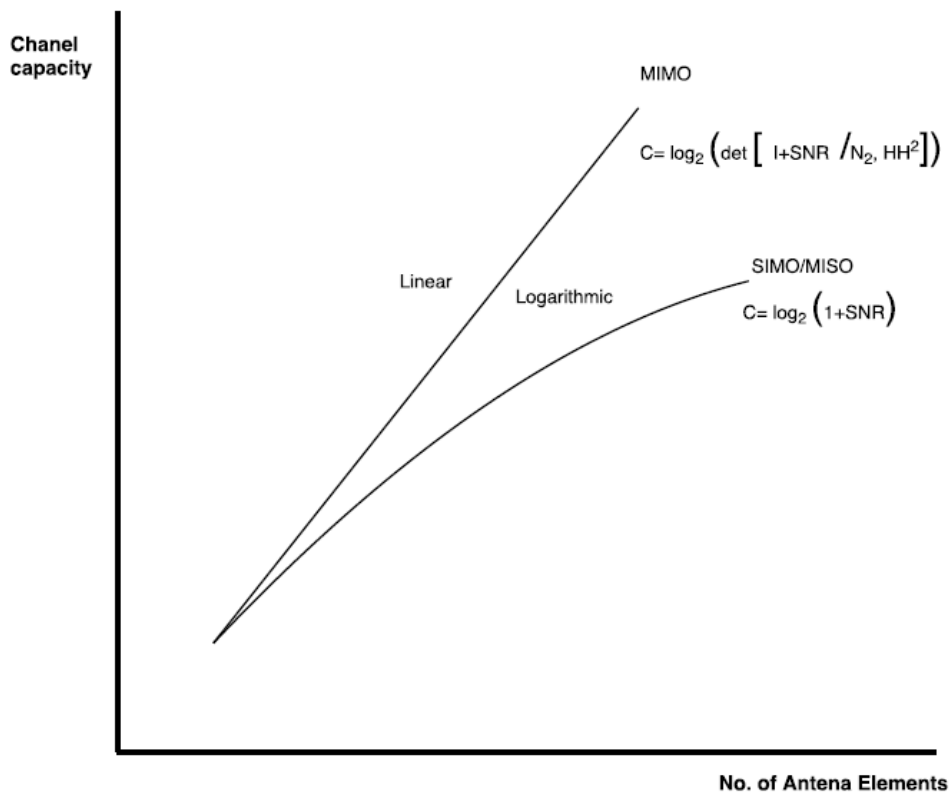


Figura 1.5. Comparativa entre capacidad sistema MIMO y SIMO/MISO.

Analizando la Figura 1.5 se observa que la variación para los sistemas MIMO es lineal con el número de antenas (bajo la condición PCSI) mientras que los sistemas MISO o SIMO producen incrementos logarítmicos.

### 1.2.3 MIMO Single User.

Un sistema single-user MIMO consta de un único transmisor equipado con  $N_t$  antenas y un único receptor con  $N_r$  antenas.

En un sistema MIMO el canal de comunicación está caracterizado por una matriz. El uso de la técnica de multiplexado espacial es la principal diferencia entre los sistemas MIMO y los sistemas SIMO o MISO, ya que estos últimos sistemas intentan mitigar la propagación multi-camino y los sistemas MIMO aprovecharla usando multiplexado espacial.

El sistema se puede definir como un conjunto de ráfagas en paralelo con toda la información agrupadas en el vector  $u \in \mathbb{C}_K$  que ha de pasar inicialmente por un precodificador  $F \in \mathbb{C}_{N_t \times K}$  dando como resultado el vector  $x \in \mathbb{C}_{N_t}$ . La señal en la salida es  $y \in \mathbb{C}_{N_r}$  designa la salida del canal  $H$  a la que hay que añadir el vector de ruido  $n \in \mathbb{C}_{N_r}$

$$y = H x + n = H F u + n$$

En último lugar, la señal deberá pasar por un decodificador  $G \in \mathbb{C}_{K \times N_r}$ . Para obtener la señal  $u$

$$\hat{u} = G * H * F * u + F * n$$

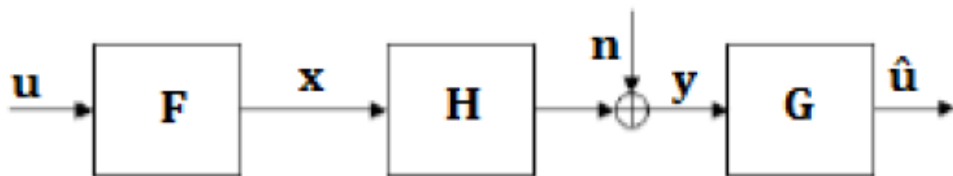


Figura 1.6. Esquema del sistema MIMO.

El canal de un sistema MIMO puede ser modelado por una matriz denominada  $H$  donde la salida quedaría:

$$y = H * x + n$$

La componente  $y$  de la información recibida sería :

$$y_i = h_{i1} * x_1 + h_{i2} * x_2 + h_{i3} * x_3 + \dots + h_{ii} * x_{ii} + \dots + h_{iN_t} * x_{N_t} + n_i$$

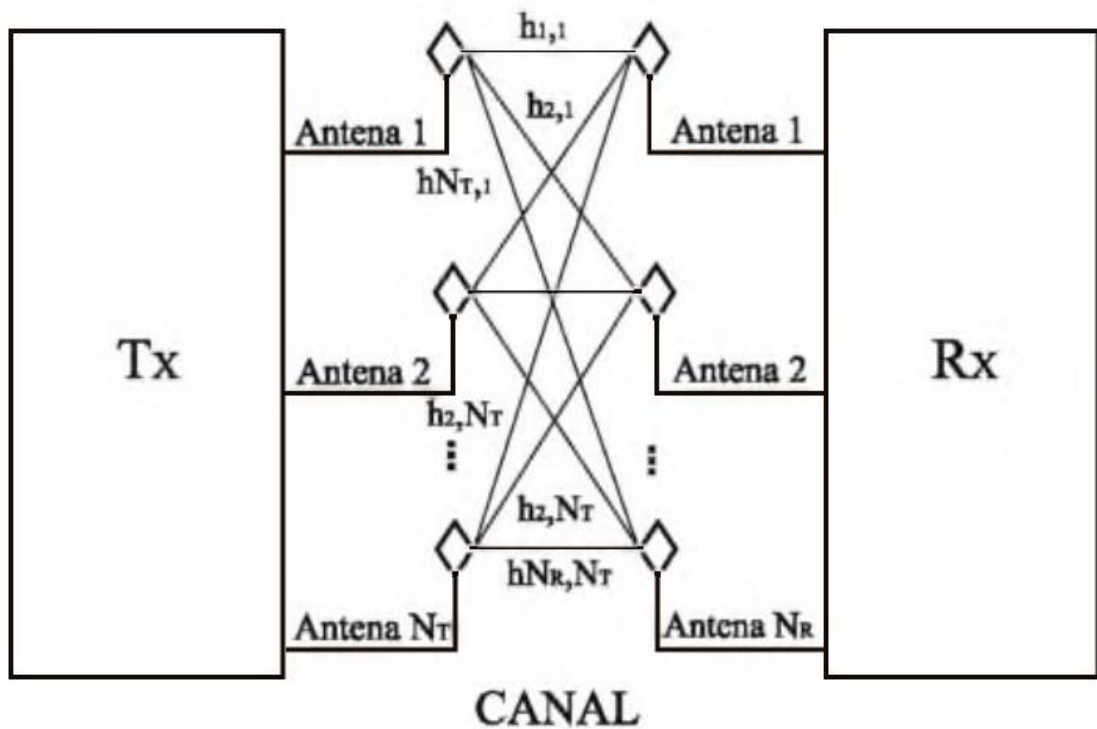


Figura 1.7. Modelo del sistema MIMO.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_{N_t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & \dots & h_{1N_t} \\ h_{21} & \ddots & & & \\ \vdots & & h_{ij} & & \\ \vdots & \dots & & \ddots & \\ h_{N_r1} & & & & h_{N_rN_t} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_i \\ \vdots \\ n_{N_t} \end{bmatrix}$$

Figura 1.8. Matriz de canal H de sistema MIMO.

Cada término de la matriz representa un camino de la señal distinto afectado por las antenas de tx/rx y de la propagación.

Cada señal recibida está compuesta por las componentes de información para cada uno de los usuarios, el ruido aditivo,  $n$ , que el canal H introduce y las aportaciones del resto de usuarios.

En la tabla 1.1. se muestra la notación para las matrices y señales participantes en un sistema de comunicaciones como el desarrollado en el proyecto.

| Notación | Descripción                                      |
|----------|--|
| $K$      | Número de Usuarios                               |
| $N_t$    | Número de antenas transmisoras                   |
| $N_r$    | Número de antenas receptoras                     |
| $x$      | Vector de señales precodificadas transmitida     |
| $y$      | Vector de señales recibidas                      |
| $H$      | Matriz canal                                     |
| $n$      | Vector de ruido                                  |
| $u$      | Vector de señal de información sin pre-codificar |
| $F$      | Matriz precodificación                           |

**Tabla 1.1. Notación elementos sistema de comunicaciones**

#### 1.2.4. MIMO Multi User.

Un sistema MIMO multi-usuario básico comprende un transmisor (estación base ) con varias antenas transmisoras,  $N_t$  , transmitiendo a  $X$  usuarios que disponen de  $N_r$  antenas receptoras. Este sistemas se podría describir como un sistema MIMO Single user donde  $N_r$  se distribuyen espacialmente sobre  $X$  usuarios cada uno con  $N_x$  antenas:

$$N_r = \sum X N_x$$

Las  $N_x$  antenas de cada usuario permiten suavizar las interferencias entre usuarios y aumentan los grados de libertad disponibles para separarlos espacialmente, pero al distribuir espacialmente las  $N_r$  antenas receptoras aparecen restricciones de potencia, una por usuario, por no poder coordinar las muestras que reciben los usuarios.

La distribución de este sistema provoca que haya dos modelos diferentes a la hora de comunicarse, bien sea en sentido DL (downlink), enlace transmisor – usuario o UL (uplink), enlace usuario – transmisor.

En el contexto de teoría de la información, el enlace DL del sistema se denomina Broadcast Channel (BC) mientras que el enlace UL es el Multiple Access Channel (MAC).

Un sistema multiusuario nos ofrece una mejora de capacidad mayor que los sistemas single-user, tal y como se puede ver en los estudios [5]. En estos últimos sistemas, para conseguir una ganancia lineal en la capacidad se necesita un elevado número de antenas, tanto en transmisión como en recepción, por el contrario, los sistemas multiusuarios, para obtener una ganancia similar solo es necesario tener esa cantidad de antenas en la recepción.

El sistema bajo estudio en este proyecto es un sistema MIMO single-user .

### **1.3. Motivación del proyecto.**

La motivación de este proyecto se debe a la necesidad de cubrir y optimizar la demanda de servicios inalámbricos, donde los consumidores de dichos productos y servicios necesitan, constantemente, de una mayor tasa de transmisión y optimización del servicio (QoS). Todo esto choca frontalmente con la limitación del ancho de banda de este medio de comunicación por lo que es responsabilidad de sus desarrolladores buscar nuevas técnicas que permitan una optimización de los recursos.

Los sistemas MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) son una excelente solución ya que trabajan con gran eficiencia debido al uso de múltiples antenas para la transmisión así como en la recepción .

### **1.4. Objetivo del proyecto.**

El objetivo de este proyecto es analizar y simular el funcionamiento de un sistema MIMO y verificar la mejora de resultados de estos sistemas frente a implementaciones convencionales, así como los efectos de los precodificadores usados sobre el sistema.

### **1.5. Estructura del documento.**

La memoria del proyecto se va a dividir en tres partes diferenciadas:

- La primera parte se dedica a describir los fundamentos de los sistemas MIMO.
- La segunda parte desarrolla cada uno de los módulos de los que se compone el sistema analizado, las diferentes opciones que tenemos y cual hemos desarrollado.

- En la tercera parte se realiza un análisis de los datos observando los resultados de la simulación, cómo la calidad del sistema va mejorando o empeorando según se añadan nuevos módulos.

Posteriormente se incluye un presupuesto detallado con los costes que este proyecto lleva asociados.

---

Capítulo 2

**OPTIMIZACIÓN  
DE SISTEMAS  
MIMO**

---

## 2. Optimización de sistemas MIMO

### 2.1. Descomposición de matriz de canal H mediante GMD SVD

El objetivo de este proyecto es la optimización de un sistema MIMO para eliminar todas las posibles interferencias y el ruido del sistema y obtener en el receptor una señal lo más parecida posible a la señal que se transmitió. Para poder conseguir nuestro objetivo trabajaremos con precodificadores y correctores de errores, pero antes hemos de dejar nuestro canal H simplificado al máximo y eliminar todas las interferencias que nos sean posibles para poder trabajar con él de la forma más óptima, para ello nos valdremos de distintas técnicas de factorización del canal.

Como vimos anteriormente en la figura 1.2, modelando el canal mediante una matriz H (asumiendo que el canal no es selectivo en frecuencia) y estando afectado por ruido blanco Gaussiano, al transmitir simultáneamente desde múltiples antenas transmisoras hacia las antenas receptoras, la señal recibida en una de las antenas receptoras quedaría de la siguiente manera :

$$y_i = h_{i1} * x_1 + h_{i2} * x_2 + h_{i3} * x_3 + \dots + h_{ii} * x_{ii} + \dots + h_{iNt} * x_{nt} + n_i$$

Como se puede ver en la ecuación, para cada salida no solo hay datos de su entrada; lo que se obtiene como salida son interferencias entre antenas. El objetivo es procesar adecuadamente las señales de modo que se mitiguen o se eliminen esas interferencias. Nuestro objetivo será obtener la salida  $y_1$  únicamente en función de la información de la entrada  $c_1$  y así sucesivamente.

Existen diferentes técnicas para eliminar las interferencias entre antenas, pero las que han demostrado ser más efectivas son la descomposición en valores singulares y la descomposición en media geométrica.

#### 2.1.1 SVD

La descomposición en valores singulares de una matriz consiste en escribir una matriz cualquiera en la multiplicación de dos matrices hermíticas ortogonales, en el caso real, por una diagonal. Esta descomposición en valores singulares, muchas veces abreviada como SVD, se escribe de la siguiente manera:

Supongamos que tenemos una matriz de datos  $H$  con  $n$  filas y  $p$  columnas.

1. Calculamos la matriz  $S = H^T H$
2. Calculamos los valores y vectores propios de S.

El cálculo de valores y vectores propios se efectúa sobre matrices cuadradas como nuestra matriz  $S$ , sin embargo, podríamos también hacer un cálculo similar sobre la matriz de datos  $H$  que no es cuadrada, la descomposición en valores singulares, denominada SVD de ahora en adelante.

Una SVD es una factorización de cualquier matriz real o compleja. Para nuestra matriz real de datos  $H$  de orden  $n \times p$ , la SVD es

$$H = U \Sigma V^T$$

donde  $U$  es una matriz unitaria  $n \times n$ ,  $\Sigma$  es una matriz diagonal rectangular  $n \times p$  con valores no negativos, y  $V^T$  es la transpuesta de  $V$ , una matriz unitaria  $p \times p$ . Los elementos de la diagonal de  $\Sigma$  son los valores singulares de  $H$ , las  $n$  columnas de  $U$  son los vectores singulares izquierdos de  $H$  y las  $p$  columnas de  $V$  son los vectores singulares derechos de  $H$ .

Hay una relación más que estrecha entre los valores y vectores propios y los resultados de una SVD. Considerando siempre nuestra matriz de datos  $H$  y su matriz asociada  $S$  se tiene que:

1. Los vectores singulares izquierdos de  $H$  son los vectores propios de  $HH^T$
2. Los vectores singulares derechos de  $H$  son los vectores propios de  $S = H^T H$ .
3. Los valores singulares de  $H$  son las raíces cuadradas de los valores propios de  $S$ .

En el primer caso, descomposición en valores singulares, SVD, lo que hace es describir la matriz de canal como producto de 3 matrices donde la matriz  $V$  es la matriz  $q$  contiene los valores singulares y  $U$  y  $D$  son matrices unitarias que contienen los autovectores.

La matriz  $V$  es una matriz diagonal; ante esta circunstancia, esta ecuación que nos relaciona el vector de entrada con el del datos recibidos ( salida ), puede describirse en términos de la descomposición de valores singulares :

$$Y = (U V D^H) c + n$$

Esto lo vamos a procesar con  $U^H$  y con  $D$

$$y' = U^H [(U V D^H) D C + n]$$

$U^H U = I =$  Matriz identidad

$D^H D = I =$  Matriz identidad

$$y' = V c + w$$

w es un vector de ruido

$$w = U^H n$$

Como  $U^H$  es una matriz unitaria no varía la potencia de ruido, no penaliza la S/N como hacen otros medios.

La gran ventaja de este método nos la da la Matriz V, que es una matriz diagonal que contiene los valores singulares

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = \lambda_1 c_1 + w_1$$

La salida  $y_1$  solo depende del dato transmitido por  $c_1$ ; no tenemos interferencias entre antenas, por lo que hemos pasado a tener un modelo en el cual para una de las capas en las que hemos descompuesto nuestro sistemas MIMO, se puede representar como:

$$y_n = \lambda_n c_n + w_n$$

Mediante este procesado hemos podido descomponer nuestro sistema MIMO en múltiples capas independientes entre sí.

Esta es una de las formas en las que podemos procesar la información y eliminar las interferencias entre antenas.

### 2.1.2 GMD

El otro método es la descomposición en medias geométricas. Lo que hacemos es intentar descomponer la matriz H como producto de 3 matrices

$$H = PQR^H$$

Donde R y P son matrices con columnas ortonormales y la matriz Q es una matriz triangular / singular superior real (todos los valores singulares son reales y positivos) cuyos elementos diagonales son iguales a la media geométrica de los valores singulares positivos de H. Cuando se trabaja con sistemas MIMO es esta descomposición la que suele usarse. También se sabe que el esquema GMD es asintóticamente óptimo, con altos valores de SNR, tanto para tasa y como para BER (tasa de error de bit).

Usando GMD la salida del sistema quedaría :

$$y = PQR^H c + n$$

Procesamos

$$y = PQR^H R c + n$$

Posprocesamos

$$y' = P^H (PQR^H R c + n)$$

$$P^H P = R^H R = \text{Matriz } I$$

$$y' = Q c + w$$

donde el vector de ruido procesado w es igual a:

$$w = P^H n$$

P es una matriz ortonormal por lo que tampoco afectara a la SNR

La diferencia fundamental nos la encontramos en la matriz Q

$$\begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \\ y'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g & x & y & z \\ 0 & g & f & h \\ 0 & 0 & g & t \\ 0 & 0 & 0 & g \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_i \\ c_{x_{Nt}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_i \\ x_{Nt} \end{bmatrix}$$

Los  $x, y, z$ , etc son valores distintos de 0

$g$  = media geométrica de los valores singulares

$$y'_1 = g c_1(xc_2 + yc_3 + zc_4) + w_1$$

Donde  $c_1(xc_2 + yc_3 + zc_4)$  representa las interferencias interantenas

Para garantizar la máxima calidad del canal (mínima BER) es necesario eliminar las interferencias entre antenas con un procesado adicional, precodificación. Según nos desplazamos hacia abajo habría menos antenas receptoras afectadas por interferencias residuales hasta llegar a  $y'_4$  que no tendría interferencias.

Con la precodificación, hacemos los valores  $x, y, z$ , etc. 0, obteniendo finalmente un sistema descompuesto en varias capas independientes y con la misma ganancia, es decir, se comportan exactamente igual. En SVD teníamos capas con diferentes comportamientos pero en GMD todas son iguales, comportándose de la misma forma.

A priori, la GMD es más ventajosa porque todas las capas se comportan de la misma manera al tener la misma ganancia; no hay que hacer una redistribución de las potencias para optimizar la SNR en cada una de las antenas receptoras para obtener la menor probabilidad de error.

En el caso de SVD, con el fin de optimizar el comportamiento del enlace hay que introducir técnicas de distribución de potencia entre las diferentes capas, por ejemplo, la water filling que te puede llegar a decir que descartes una capa porque en esta capa habría que gastar tanta potencia que sería contraproducente.

## 2.2. Decodificadores y Precodificadores

Como se ha demostrado anteriormente en un sistema de comunicaciones las señales en una salida, tras pasar por el canal, se pueden ver afectadas por los efectos que éste introduce, como puede ser el ruido inherente a su respuesta o las interferencias inter-usuario e intersimbólicas.

Las interferencias son originadas por las señales que atraviesan el canal compartido por un gran número de usuarios. Estas señales introducen modificaciones en los símbolos de otras señales, repercutiendo cada señal en las señales del resto de usuarios.

Por otro lado, los incrementos de potencia, conllevan un incremento de la potencia del ISI, lo que produce también un mayor nivel de ruido. Este error es difícil de estudiar, ya que se ve influenciado por las características del canal, de la señal transmitida y del propio ISI [6].

Estos efectos no deseados afectan a todas las señales que pasan por el canal del sistema incrementando la dificultad de detección de los correctos símbolos transmitidos.

Los bloques decodificadores surgen para intentar eliminar o limitar estos efectos no deseados producto del paso de las señales emitidas por el canal. Los decodificadores realizan un procesamiento de los símbolos recibidos eliminando las interferencias nocivas del canal, esto lo consiguen a partir de información conocida del canal y de las señales en recepción.

En uplink (UL) este procesamiento no es un gran inconveniente; se pueden añadir nuevos módulos de procesamiento aumentando su complejidad para que la estación base reciba toda la información de las señales existentes.

En downlink (DL) el problema que nos encontramos es diferente, ya que no se dispone de toda la información necesaria para el procesamiento debido a la falta de cooperación entre los usuarios; a esto habría que sumar la falta de complejidad en los terminales que provoca que la decodificación en DL sea limitada.

Con estos problemas se obligó a desarrollar módulos equivalentes a los decodificadores, pero que trabajasen en el extremo transmisor, surgiendo así los precodificadores.

Tanto si estamos tratando con decodificadores como si lo estamos haciendo con precodificadores, siempre existe un esquema que se puede considerar óptimo, ML (Maximum Likelihood) para decodificadores y DPC (Dirty Paper Coding) en el caso de los precodificadores. Independientemente de si estamos trabajando con un esquema óptimo o subóptimo, los decodificadores y precodificadores se dividen entre soluciones lineales y no lineales. De esta forma, podríamos esbozar una clasificación como la siguiente [7]:

- Decodificadores
  - Óptimo: ML
  - Subóptimos
    - Lineales: ZF, MMSE, filtro adaptado,...

No lineales: DFE (Decision Feedback Equalizer)

- Precodificadores
  - Óptimo: DPC
  - Subóptimos
    - Lineales: ZF, MMSE, filtro adaptado,...
    - No lineales: Tomlinson – Harashima

### 2.2.1. Decodificadores

- **ML:** El decodificador ML es el óptimo ya que está diseñado para minimizar la probabilidad de error del sistema. Para ello se diseña el bloque decodificador de tal manera que la distancia entre los símbolos estimados y los recibidos sea la menor posible:

$$\hat{u} = \underset{u}{\operatorname{argmin}} \| r - HP \|^2$$

Sin embargo, este decodificador no es lineal ya que utiliza estructuras combinatorias con memoria para llevar a cabo la decodificación de las señales recibidas lo que hace que la complejidad de su implementación sea alta.

- **Filtro de forzado a cero (ZF) (RxZF):** El objetivo de este decodificador es eliminar las interferencias intersimbólicas sin tener en cuenta los posibles efectos que su decodificación tenga sobre el ruido que el canal introduce en la señal. Generalmente, el ruido final ya no va a ser ruido blanco por lo que las prestaciones del sistema no van a ser tan buenas como si el ruido del sistema no fuera procesado.
- **DFE:** Este decodificador fue presentado por Belfore y Park en [8] y su diseño busca eliminar la ISI (Inter-Symbol Interference) sin afectar al ruido, ni en su amplificación ni en su coloreado.

Para lograr su objetivo utiliza una estructura con realimentación (solución no lineal) que elimina parte de la interferencia sin amplificar el ruido.

El filtro de realimentación utiliza generalmente un filtro ZF que eliminará la ISI, sin embargo, es muy sensible al ruido ya que va a necesitar una relación señal a ruido alta para tener buenas prestaciones.

### 2.2.2. Precodificadores

- **DPC:** Este precodificador ideado por Costa y presentado en [9] compara la transmisión de información a través de un canal con escribir un mensaje en un papel lleno de otros escritos independientes y con algunos huecos en blanco. Se considera este diseño como óptimo ya que se obtiene el máximo de capacidad posible utilizándose toda la potencia disponible.

Costa explica que con la parte de la potencia disponible del sistema (diferencia entre la potencia disponible de señal y la potencia de las interferencias, potencia destinada al resto de símbolos), que podríamos equiparar a los espacios en blanco del papel, va a transmitir la información y con la potencia restante se podrá intentar eliminar la interferencia o, al menos, paliarla.

La complejidad de este diseño radica en que los códigos a utilizar deben ser escogidos para cumplir con el condicionamiento en potencia que he descrito anteriormente por lo que se debe conocer el estado del canal a la perfección para poder elegir adecuadamente los códigos adaptándose en todo momento al estado del canal.

El resultado de capacidad para cada usuario que se obtiene con este método es el siguiente:

$$c = \frac{1}{2} \log(1 + p)$$

Estudiando la ecuación anterior podemos explicar porqué el resultado de usar este precodificador se considera óptimo ya que la capacidad que obtenemos es la misma que obtendríamos en un sistema en el que no existieran interferencias.

- **Tomlinson – Harashima:** Este diseño busca minimizar el MSE. Surgió como resultado de los trabajos de los autores que le dan nombre, [10] y [11] respectivamente.

El algoritmo de este precodificador intenta extraer los símbolos que pueden interferir en la transmisión del símbolo actual antes de enviarlo por el canal. Para ello utiliza una rama de realimentación, por lo que estamos hablando de un precodificador no lineal.

La dificultad de este diseño reside en que para el diseño correcto de la rama de realimentación es imprescindible un conocimiento perfecto del estado del mismo, lo que no suele ser posible.

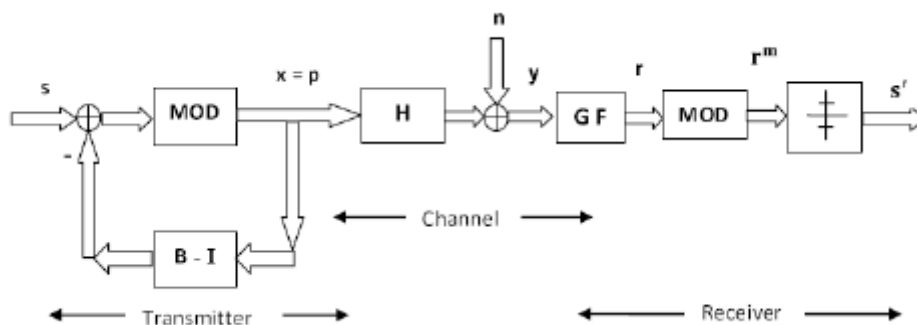


Figura 2.1. Estructura del precodificador Tomlinson – Harashima.

A la vista de la estructura podemos decir que la precodificación Tomlinson – Harashima es una adaptación del filtro decodificador DFE para adaptarlo al extremo transmisor. Al igual que en el caso del DFE, se pueden utilizar múltiples filtros lineales en la rama de realimentación y el ZF es el precodificador más empleado.

### 2.3. F.E.C ( Foward Error Correction)

En cualquier sistema de comunicaciones es necesario recibir de forma fiable y libre de errores la información transmitida desde la fuente. Para ello existen dos estrategias posibles:

- **ARQ (Automatic Repeat Request):** se basa en la detección de errores, pero sin la posibilidad de corrección, solicitando al transmisor la repetición del mensaje en caso de error.
- **FEC (Forward Error Correction):** se basa en la detección y corrección en el extremo receptor de los posibles errores. Será esta estrategia la que usaremos en nuestro estudio, tales como el algoritmo de Viterbi o Reed Solomon.

Para el desarrollo de estas estrategias es necesario añadir cierta redundancia al mensaje a transmitir para detectar o corregir estos errores. Al proceso de añadir esta redundancia es a lo que se denomina codificación de canal. Para la codificación de canal se usan diversas técnicas :

- **Códigos bloque.** La paridad en el codificador se introduce mediante un algoritmo algebraico aplicado a un bloque de bits. El decodificador aplica el

algoritmo inverso para poder identificar y, posteriormente, corregir los errores introducidos en la transmisión. No tienen memoria.

- **Códigos convolucionales.** Son códigos lineales que se describen a partir de ciertos elementos como son la tasa del código, la longitud del código, la memoria del codificador y los polinomios generadores. La tasa del código ( $K$ ),  $k/n$ , es la relación entre el número de bits que entran al codificador ( $k$ ) y el número de bits que se obtienen a la salida del codificador ( $n$ ). En cuanto a la longitud del código,  $K$ , denota en cuántos ciclos de codificación tiene influencia un bit que tengamos a la entrada del mismo a partir de un instante dado, ya que recordemos que este bit que tenemos a la entrada del codificador en un instante dado irá recorriendo la cadena de flip-flops que forman el registro de desplazamiento. Así, un parámetro muy relacionado con  $K$  es la memoria del codificador,  $m$ , que precisamente es el número de flip-flops que contiene el codificador. Por último, los polinomios generadores son también muy importantes a la hora de definir el funcionamiento de un codificador convolucional.

La codificación convolucional se realiza básicamente mediante el uso de un registro de desplazamiento y una lógica combinacional encargada de la realización de la suma en módulo 2. El registro de desplazamiento está implementado mediante la concatenación de una serie de flip-flops, de manera que cada vez que llega un ciclo de reloj, el dato que tenemos a la entrada de un flip-flop pasa a su salida y se sitúa por tanto en la entrada del siguiente flip-flop, que ha hecho lo propio con el dato que tenía en su entrada cuando llegó el ciclo de reloj. En cuanto a la lógica combinacional que realiza la suma en módulo 2, basta con utilizar puertas XOR.

A continuación estudiaremos un ejemplo de un codificador con 3 registros, de los cuales R1 es un registro de tránsito y R2 y R3 son registros de memoria. Después de haber procesado el bit, este se mueve hasta el registro siguiente.

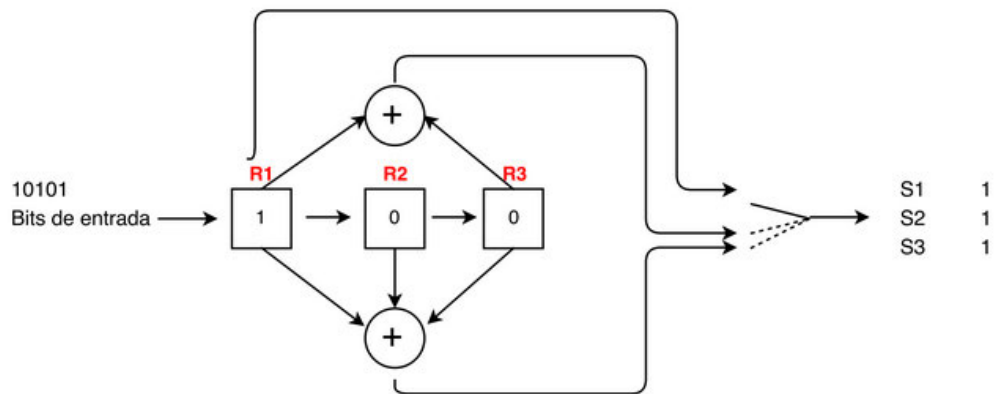


Figura 2.2. Codificador básico 3 registros.

Según la configuración de este diagrama, el circuito está configurado con  $k = 1$  entradas, restricción de palabras  $K = 3$  (número de registros), y salidas  $n = 3$  con  $m = 2$  memorias.

Las operaciones del circuito anterior para cada salida son:

$$S1 = R1$$

$$S2 = R1 \text{ xor } R3$$

$$S3 = R1 \text{ xor } R2 \text{ xor } R3$$

| R1 | R2 | R3 | S1 | S2 | S3 |
|----|----|----|----|----|----|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1  | 0  |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1  | 0  |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 1  |

Tabla 2.1. Tabla de resultados del codificador.

Debido a que tiene 2 registros de memoria, los posibles estados son 4 :

| R2 | R3 | ESTADO |
|----|----|--------|
| 0  | 0  | A      |
| 0  | 1  | B      |
| 1  | 0  | C      |
| 1  | 1  | D      |

Tabla 2.2. Tabla de estados del codificador.

| R1 | R2 | R3 | S1 | S2 | S3 | ESTADO |
|----|----|----|----|----|----|--------|
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | A      |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | B      |
| 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | C      |
| 0  | 1  | 1  | 0  | 1  | 0  | D      |
| 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | A      |
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | B      |
| 1  | 1  | 0  | 1  | 1  | 0  | C      |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 1  | D      |

Tabla 2.3. Tabla de estados y resultados del codificador.

Los códigos convolucionales pueden ser representados de diversas formas, siendo la principal forma el diagrama de Trellis; este se basa en los estados del codificador y en sus posibles caminos. De cada nodo parten ramas hacia los nodos siguientes, permitiendo representar de forma lineal la secuencia de los eventos. Para elaborar este diagrama partiremos de 4 estados:

$$a = 00, b = 01, c = 10 \text{ y } d = 11$$

Partiendo del estado inicial el 'a' = 00 si al codificador le entre un 1, la trayectoria seguiría a la línea discontinua, de lo contrario iría por la línea continua, siendo cada transición de tiempo un nuevo bit y el sentido del diagrama de izquierda a derechas

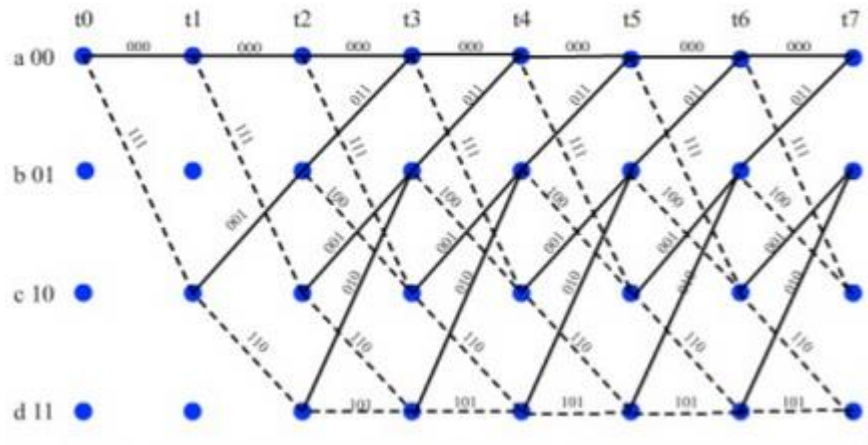


Figura 2.3. Diagrama de Trellis.

### 2.3.1. Algoritmo de Viterbi

El algoritmo de decodificación de Viterbi [12] usa las propiedades de Trellis de un código convolucional para realizar una detección por máxima similitud, evitando tener en cuenta la totalidad de las secuencias posibles para reducir la complejidad del cálculo. El algoritmo calcula las distancias entre la señal recibida en el instante  $t_i$  y los caminos o ramas entrantes del Trellis en ese instante en el estado analizado. Según se va aplicando este procedimiento se evalúa la secuencia que tiene la menor distancia respecto de la recibida, de forma que la secuencia de máxima similitud, que es al mismo tiempo aquella que presenta la menor distancia respecto de la recibida, se denomina camino o secuencia sobreviviente, la cual es almacenada. Con este procedimiento, el algoritmo de Viterbi lo que consigue es encontrar el camino con mínimo error. Por lo tanto, cuando se dice que la secuencia es la de máxima similitud es similar a decir aquella secuencia que tiene la menor distancia respecto de la recibida .

### 2.3.2. Turbo Códigos

Estos FEC fueron desarrollados a principio de los 90 en Francia [13], [14] y se basan en la concatenación de dos codificadores no muy complejos, inicialmente codificadores convolucionales sistemáticos (RSC), separados por un dispersor

consiguiendo una eficiencia energética muy superior a otras técnicas de codificación, muy cercana al límite predicho por Shannon (a 0.5 dB del límite) .

Los codificadores más el dispersor equivalen a un único codificador convolucional de memoria tan grande como la profundidad del dispersor pero con un proceso de decodificación simplificado que, en ningún caso, alcanza la complejidad del convolucional equivalente.

Como principal característica de la turbo codificación habría que destacar el aumento de la memoria de codificación, aunque este aumento no se puede hacer indiscriminadamente ya que también se aumenta, y exponencialmente, la complejidad en el proceso de decodificación.

### **2.3.3. Reed Solomon**

El código Reed Solomon (RS) es un código cíclico no binario [15]. Este código es un FEC con la capacidad de corregir errores aleatorios, producidos de forma individual, y errores de ráfaga, errores que afectan a todo un bloque de bits. Los códigos Reed Solomon son un subconjunto de los códigos BCH (Bose-Chaudhuri-Hocquenghem). Dado que estos códigos utilizan bloques no binarios, la unidad de información que maneja es el símbolo; la longitud ( $n$ ) de estos símbolos, depende del tamaño del bloque codificado de tal forma que  $n = 2^m - 1$  siendo  $m$  la longitud del símbolo en bits.

Los códigos RS se definen como  $RS(n,k)$ ; donde  $n$  representa el número total de símbolos de salida y  $k$  representa el número de símbolos de información de entrada.

La diferencia entre los símbolos de salida y los símbolos de entrada representada por  $2t = n - k$  son los símbolos de redundancia de cada código RS ( $n,k$ ). Esto quiere decir que para código RS con  $2t$  símbolos de redundancia se pueden corregir automáticamente hasta  $t$  símbolos erróneos. Para ello, es necesario utilizar el Campo de Galois.

El Campo de Galois [16] o campos finitos, es un área de las matemáticas que tiene la propiedad que las operaciones aritméticas de elementos de dicho campo produce como resultado siempre un elemento del campo. Los códigos RS utilizan estos campos de Galois. Los símbolos utilizados en los códigos RS se definen sobre el campo  $GF(2^m)$ ; partir del generador del campo se construye todo su alfabeto, que esta compuesto por  $2^m$  palabras. Cada una de estas palabras se expresa de la forma

$\alpha^i, i \in \{0, \dots, 2^m - 1\}$ , el cual es un polinomio binario que corresponde a un símbolo del Reed-Solomon. En este campo existen dos operaciones: la suma, que es una suma binaria de los coeficientes del polinomio; y la multiplicación, que consiste en la suma modula de los exponente de la palabra.

**Codificación:** Se basa en la utilización de un pequeño diccionario de palabras, donde cada palabra está separada de las demás como mínimo por una distancia de  $2t + 1$ . Esta distancia define el número de letras diferentes que tienen dos palabras del diccionario entre sí. El polinomio generador para este diccionario es el producto de los factores  $(x - \alpha^n)$ , siendo  $n \in \{1, \dots, m + 1\}$ ; el bloque introducido en el codificador es operado con el polinomio generador del diccionario y se le añade el resto de esta operación, que es único ya que el polinomio generador es irreducible. Este resto será la parte de redundancia del código que se utilizará para la recuperación del mensaje original.

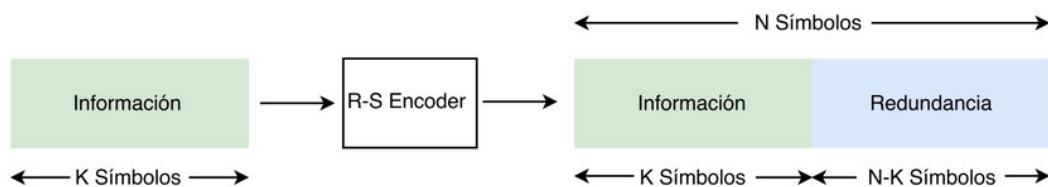


Figura 2.4. Proceso de codificación RS.

**Decodificación:** Utiliza el bloque previamente generado en la codificación para la detección y reparación de errores. Este proceso se basa en 4 pasos, como se puede ver en la siguiente figura :

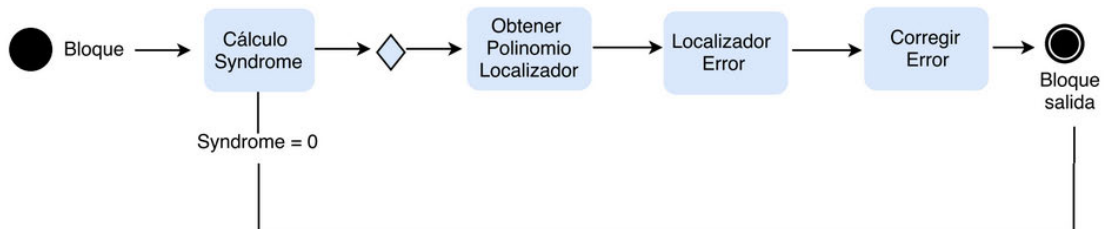


Figura 2.5. Proceso de decodificación de RS.

- **Calcular syndrome  $S$ :** El syndrome  $S$  es un polinomio de control que nos confirma si el mensaje es correcto o no. Para calcularlo se trata el mensaje en forma de polinomio y se evalúa en la raíces del polinomio generador

$(\alpha^0, \alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^n)$ . Si  $S$  está formado por todo ceros es que el mensaje es correcto; si no, es que el bloque contiene algún error.

- **Obtener el polinomio localizador  $Z$ :** A partir de  $S$  se obtiene el polinomio localizador de error  $Z$ , que indica que valores hay corruptos. Esto se realiza mediante el Algoritmo de Berlekamp – Massey. Este algoritmo busca el Lineal Feedback Shift Register (LFSR, registro de desplazamiento con retroalimentación lineal) más corto que reproduce el syndrome del bloque.
- **Localizar el error:** Se comprueba sobre  $Z$ , mediante fuerza bruta, todos los posibles valores. Los valores que sean cero indican las posiciones del error.
- **Corregir el error:** Teniendo  $S$  y la localización del error, se aplica el Algoritmo de Forney [17] para corregir hasta  $t$  símbolos erróneos.

---

# Capítulo 3

# Simulaciones y resultados

---

### 3. Simulaciones y resultados

Para la simulación y el análisis de los resultados que se obtengan utilizaremos una matriz de canal fija para todos los esquemas, con el objetivo de poder comparar el comportamiento de los distintos esquemas en las mismas condiciones:

$$H = \begin{bmatrix} -0.1074 + 1.0257i & -1.3050 - 0.4778i & -0.4394 - 0.2743i & 0.0810 - 0.2875i \\ -0.0353 + 0.7226i & -0.5562 - 0.5448i & -0.6503 - 0.5498i & -0.8947 + 0.5848i \\ 0.2364 - 0.5236i & -0.8956 + 0.8538i & -0.4973 + 0.0043i & 0.3054 + 0.0530i \\ -0.7152 + 1.5573i & -0.3667 - 1.1658i & -0.549 + 0.1071i & -0.8966 - 0.3086i \end{bmatrix}$$

Y una señal de entrada creada aleatoriamente por MATLAB de un tamaño

$$e = 4, 1.500.000, 15$$

4 filas de 1.500.000 columnas con valores de 0 a 15 en cada celda, que representaran 4 señales distintas de entrada.

Los valores de SNR se definen en MATLAB como

$$SNR = [0 : 2 : 40]$$

Es decir, desde un valor inicial de 0dB hasta uno final de 40dB incrementandose de 2 en 2.

Tipicamente el parámetro que se utiliza como referencia para determinar la calidad de un sistema de comunicaciones es el BER.

#### 3.1. Simulaciones procesando y posprocesando por GMD

Con estas datos de entrada y como se vio en el punto 2.1.2, la matriz H se puede descomponer en:

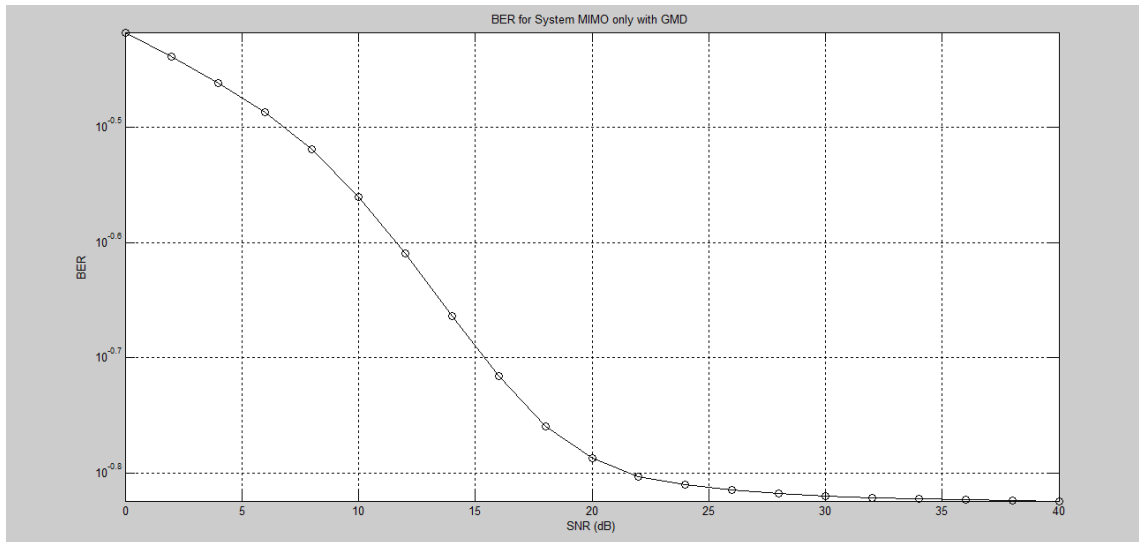
$$H = PQR^H$$

Aplicando un sencillo procesado y postprocesado podemos obtener una salida que responde a la siguiente formula :

$$y' = Q c + w$$

$$\begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \\ y'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g & x & y & z \\ 0 & g & f & h \\ 0 & 0 & g & t \\ 0 & 0 & 0 & g \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_i \\ c_{x_{Nt}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_i \\ x_{Nt} \end{bmatrix}$$

Aplicando este procesado y post-procesado a nuestra señal de entrada en las condiciones que se definieron anteriormente observamos unos niveles de BER muy elevados, esto es debido a la gran cantidad de interferencias interantenas que este procesado nos genera.



**Figura 3.1. BER vs SNR en sistemas MIMO con procesado GMD.**

| SNR      | 0       | 2        | 4        | 6       | 8        | 10       | 12       |
|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|
| Nº error | 9177850 | 8748515  | 8298845  | 7814647 | 7254675  | 6610874  | 5899174  |
| BER      | 0,38241 | 0,364521 | 0,345785 | 0,32561 | 0,302278 | 0,275453 | 0,245799 |

| SNR      | 14       | 16       | 18       | 20      | 22       | 24       | 26       |
|----------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|
| Nº error | 5208198  | 4611749  | 4178699  | 3918478 | 3782415  | 3716042  | 3677420  |
| BER      | 0,217008 | 0,192156 | 0,174112 | 0,16327 | 0,157601 | 0,154835 | 0,153226 |

| SNR      | 28       | 30       | 32       | 34       | 36       | 38       | 40       |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Nº error | 3652241  | 3634167  | 3621159  | 3610845  | 3603436  | 3598917  | 3596554  |
| BER      | 0,152177 | 0,151424 | 0,150882 | 0,150452 | 0,150143 | 0,149955 | 0,149856 |

**Tabla 3.1. Tabla BER vs SNR en sistemas MIMO con procesado GMD.**

A la vista de estos resultados se deduce que un sistema de comunicaciones utilizando únicamente este procesado no sería aceptable en ningún escenario.

### 3.2. Con precodificador Tomlinson – Harashima.

Como se ha visto en el análisis anterior, al descomponer por media geométrica el canal H las salidas se veían afectadas por una gran cantidad de interferencias que deben ser eliminadas para tener una salida que se corresponda a nuestras entradas.

En este proyecto se ha usado un precodificador Tomlinson- Harashima, que mediante una rama de realimentación elimina los símbolos que puedan interferir en la transmisión de los símbolos antes de enviarlo. Como se puede ver la siguiente gráfica y en su tabla de resultados el BER baja rápidamente a unos niveles de SNR superiores a 16dB, llegando a 0 a partir de los 36dB.

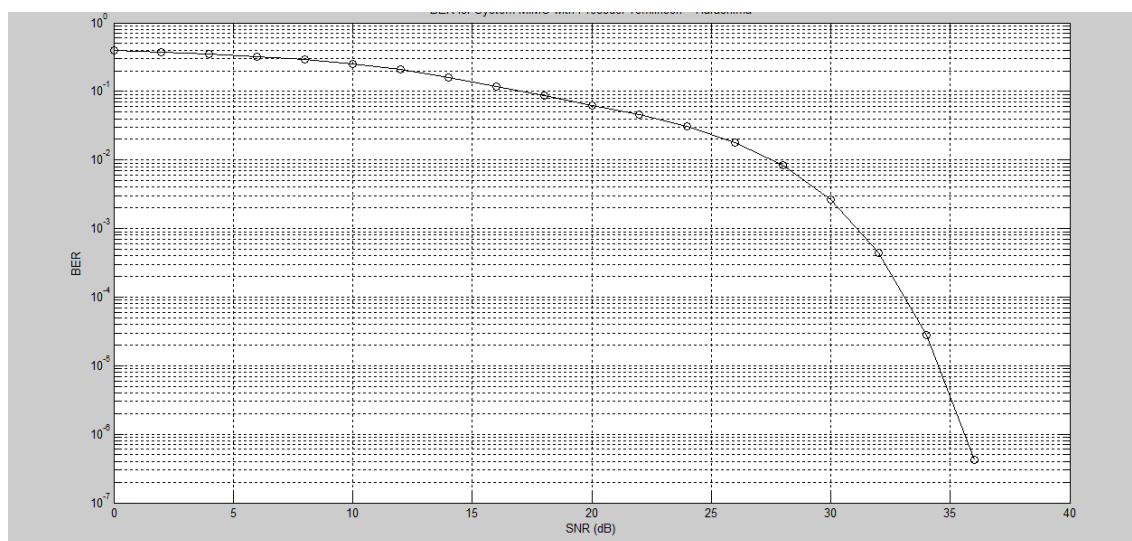


Figura 3.2. BER vs SNR en sistemas MIMO con precodificador TH.

|          |          |          |         |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|----------|
| SNR      | 0        | 2        | 4       | 6        | 8        | 10       | 12       |
| Nº error | 9424910  | 8938123  | 8403591 | 7787687  | 7034337  | 6091218  | 5005249  |
| BER      | 0,392705 | 0,372422 | 0,35015 | 0,324487 | 0,293097 | 0,253801 | 0,208552 |

|          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| SNR      | 14       | 16       | 18       | 20       | 22       | 24       | 26       |
| Nº error | 3878957  | 2859720  | 2055876  | 1488741  | 1085090  | 740283   | 434545   |
| BER      | 0,161623 | 0,119155 | 0,085662 | 0,062031 | 0,045212 | 0,030845 | 0,018106 |

|          |          |          |          |          |          |    |    |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----|----|
| SNR      | 28       | 30       | 32       | 34       | 36       | 38 | 40 |
| Nº error | 200216   | 61943    | 11026    | 769      | 12       | 0  | 0  |
| BER      | 0,008342 | 0,002581 | 0,000459 | 3,20E-05 | 5,00E-07 | 0  | 0  |

Tabla 3.2. Tabla BER vs SNR en sistemas MIMO con precodificador TH.

Analizando la evolución del BER respecto a los valores de SNR en un sistema con precodificador TH, y los valores que toma este, podemos deducir que a valores aceptables de SNR nuestra señal en recepción será similar a la señal que se transmitió, siendo un sistema rápido y sencillo de implementar.

### 3.3. Con precodificador Tomlinson – Harashima y FEC.

Tras la aplicación del decodificador que ha eliminado la mayor parte de las interferencias que afectaban a la salida del sistema se ha aplicado un FEC para detectar y corregir los errores de la transmisión.

Observando la gráfica y la tabla de resultados de las simulación con un SNR mayor de 16dB el nivel de BER es aceptable para nuestro sistema llegando a ser nulo a los 30dB.

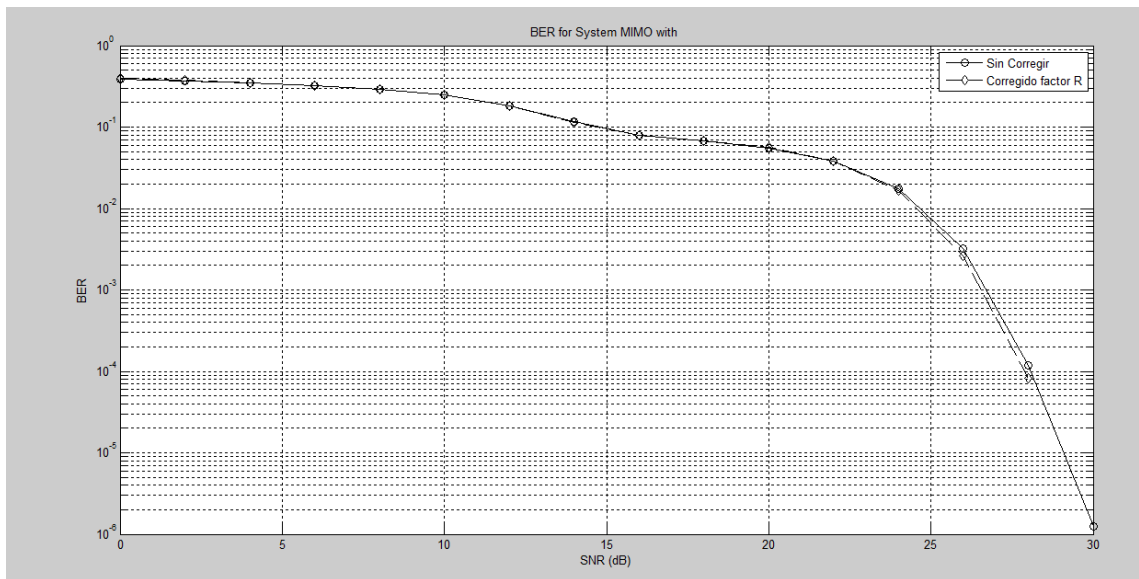


Figura 3.3 BER vs SNR en sistemas MIMO con precodificador TH y FEC.

|          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| SNR      | 0        | 2        | 4        | 6        | 8        | 10       | 12       |
| Nº error | 9424542  | 8938358  | 8410488  | 7787397  | 6996042  | 5904204  | 4359750  |
| BER      | 0,392689 | 0,372432 | 0,350437 | 0,324475 | 0,291502 | 0,246009 | 0,181656 |

|          |          |          |          |         |         |          |          |
|----------|----------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| SNR      | 14       | 16       | 18       | 20      | 22      | 24       | 26       |
| Nº error | 2734292  | 1907720  | 1623035  | 1337523 | 918477  | 394042   | 60626    |
| BER      | 0,113929 | 0,079488 | 0,067626 | 0,05573 | 0,03827 | 0,016418 | 0,002526 |

|          |          |          |    |    |    |    |    |
|----------|----------|----------|----|----|----|----|----|
| SNR      | 28       | 30       | 32 | 34 | 36 | 38 | 40 |
| Nº error | 1618     | 5        | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| BER      | 6,74E-05 | 2,08E-07 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |

**Tabla 3.3. Tabla BER vs SNR en sistemas MIMO con precodificador TH y FEC.**

Estudiando los valores de la tabla anterior, se comprueba que un sistema de comunicaciones MIMO con precodificador TH y un FEC obtiene una salida más precisa que en cualquiera de los escenarios anteriores; esto se consigue a costa de penalizar la rapidez del sistema y de un código más complejo.

---

# Capítulo 4

# Presupuesto

---

#### 4. Presupuesto

Fases del Proyecto:

- Estudio -> 2 meses
- Desarrollo Analítico ->: 2.5 meses
- Implementación en MATLAB -> 5 meses
- Documentación -> 3 meses

El presupuesto total de este proyecto se divide en dos partes, el coste del personal y el coste material.

A continuación se describe el coste personal de las horas empleadas por el autor del proyecto, un Ingeniero de Telecomunicaciones sin el título. Se muestra una estimación de horas empleadas en cada fase del proyecto:

| Fases  | Descripción              | Número de horas |
|--------|--------------------------|-----------------|
| Fase 1 | Estudio                  | 95 Horas        |
| Fase 2 | Desarrollo               | 160 Horas       |
| Fase 3 | Implementación en MATLAB | 210 Horas       |
| Fase 4 | Documentación            | 190 Horas       |

Tabla 4.1. Descripción del coste personal del autor.

Se muestra la descripción del costo del supervisor del proyecto, un Ingeniero Técnico Senior:

| Fases  | Descripción              | Número de horas |
|--------|--------------------------|-----------------|
| Fase 1 | Estudio                  | 10 Horas        |
| Fase 2 | Desarrollo               | 15 Horas        |
| Fase 3 | Implementación en MATLAB | 30 Horas        |
| Fase 4 | Documentación            | 25 Horas        |

Tabla 4.2. Descripción del coste personal del supervisor.

El total de horas invertidas por parte del autor en el proyecto es de 655, con un salario de 13,69€/hora, para un estudiante de Ingeniería, sumaría un total de 8.966,65€, presupuesto del proyecto para el autor.

El total de horas invertidas por parte del supervisor del proyecto es de 80, con un salario de 55€/hora, el total del presupuesto para el supervisor sería de 4.400€. Por lo que el gasto en personal ascendería a la cifra de 13.366,65 €.

| <b>Materiales utilizados</b>          | <b>Precio</b> |
|---------------------------------------|---------------|
| <b>Ordenador Portátil HP Pavilion</b> | 849€          |
| <b>Paquete Microsoft Office</b>       | 99€           |
| <b>Licencia de Matlab</b>             | 369€          |
| <b>Varias</b>                         | 125€          |

**Tabla 4.3. Descripción del coste del material.**

El coste total invertido en herramientas asciende a 1.442€.

Teniendo en cuenta todos los costes de personal y material, el presupuesto total del proyecto asciende a 14.808,65€:

| <b>Presupuesto total</b>      | <b>Precio</b> |
|-------------------------------|---------------|
| <b>Presupuesto Autor</b>      | 8.966,65€     |
| <b>Presupuesto Supervisor</b> | 4.400€        |
| <b>Material</b>               | 1.442€        |
| <b>Total</b>                  | 14.808,65€    |

**Tabla 4.4. Descripción del coste total del proyecto.**

---

# Conclusiones

---

## **CONCLUSIONES:**

El objetivo de este proyecto ha sido estudiar las ventajas de usar tecnologías MIMO frente a otras tecnologías como puedan ser la SISO para el diseño de sistemas de comunicaciones inalámbricas.

A lo largo del estudio se han analizado las ventajas que nos ofrecen los sistemas MIMO, se ha podido comprobar que el uso de múltiples antenas para la transmisión y recepción ayuda a reducir el desvanecimiento de las señales reduciéndose la probabilidad de error por símbolo con respecto a otras tecnologías, aumentando la SNR en la recepción y mejorando la optimización del ancho de banda al poder transmitir/recibir múltiples señales.

También se han verificado los efectos adversos de estos sistemas y su gran impacto, como es la cantidad de interferencias interantenas que un sistema MIMO padece y se han propuesto técnicas para combatir dichas interferencias. Se ha demostrado como el uso de codificadores y precodificadores son una forma eficaz de eliminar estas interferencias, y como dentro de estos hay multitud de clases según el fin al que se destine nuestro sistema inalámbrico pudiéndose usar uno u otro.

Por último, se ha podido comprobar como el uso de FEC ayuda a corregir errores que se pueden producir en la transmisión de las señales para que en el receptor la señal recibida sea lo más similar posible a la que se transmitió; esto se consigue añadiendo información redundante a la señal transmitida que luego los FEC chequean en búsqueda de posibles fallos y usan para corregirlos.

A la vista de todo lo analizado en este proyecto podemos afirmar que el uso de sistemas MIMO es altamente recomendable frente a otros sistemas ya que ofrece multitud de mejoras y sus desventajas son fácilmente corregibles.

---

# Referencias

---

## REFERENCIAS:

- [1] A. Paulraj; T. Kailath: *Increasing capacity in wireless broadcast systems using distributed transmission /directional reception*. U.S.Patet 5, pp. 345-599, 1994.
- [2] L. Zheng; D.N.C. Tse: *Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels*, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 49, pp. 1073-1096, Mayo 2003.
- [3] J.C. Liberti and T.S. Rappaport: *Smart Antennas for Wireless Communications*, Prentice Hall, 1999.
- [4] C. Botella : *Algoritmos para Sistemas de comunicaciones Multi-Usuario con Múltiple Antenas*, Tesis Doctoral UPV, 2008
- [5] E. Biglieri; A. Goldsmith and others: *MIMO Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2007.
- [6] A. Goldsmith: *Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2005.
- [7] D. Sanchez Herrera: *Estudio de dualidad transmisión-recepción en sistemas MIMO Multiusuario*, PFC UCIIIIM, 2009.
- [8] C. Belfore; J. Park: *Decision feedback equalization*, IEEE Proceedings, pp. 1143-1156, 1979.
- [9] M. Costa: *Writing on dirty paper*, IEEE Transactions on Information Theory, pp. 439-441, Mayo 1983.
- [10] M. Tomlinson: *New automatic equalizer employing modulo arithmetic*, Electron, pp. 138-139, Marzo 1971.
- [11] H. Harashima; H. Miyakawa: *Matched-transmission technique for channels with intersymbol interference*, IEEE Transactions on Communication, pp. 774-780, Agosto 1972.

- [12] L. Arnone, C. gayoso, C. González, J.C. Garcia: *Diseño de un decodificador Viterbi para ser utilizado en enlaces infrarrojos*, Universidad Nacional de Mar del Plata
- [13] C. Berrou; A. Glavieux; P. Thitimajshima: *Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes*, IEEE Proceedings of the Int. Conf. on Communications, pp. 1064-1070, Mayo 1993.
- [14] C. Berrou; A. Glavieux: *Near Optimum Error Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes*, IEEE Trans. on Communications , vol. 44, no. 10, pp. 1261-1271, October 1996.
- [15] M. Riley, I. Richardson: *An introduction to Reed-Solomon codes: principles, architecture and implementation*, disponible en : [https://www.cs.cmu.edu/~guyb/realworld/reedsolomon/reed\\_solomon\\_codes.html](https://www.cs.cmu.edu/~guyb/realworld/reedsolomon/reed_solomon_codes.html)
- [16] G. Solomon, I.S Reed: *Polynomial Codes Over Certain Finite Fields*. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, pp. 300-304, 1960
- [17] G. David Forney: *On decoding BCH codes*. Information theory, IEEE transactions on, pp. 549-557, 1965.